

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Análisis Numérico de la Influencia de la Precarga en
Resortes Utilizados como Elementos de Restitución
en un Prototipo de Tope de Impacto

presentada por

Ing. Marcelino Bautista Cruz

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería
Mecánica**

Director de tesis

Dra. Claudia Cortés García

Codirector de tesis

Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz Wasik

Cuernavaca, Morelos, México. Marzo de 2019.



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Mor., 18/enero/2019

OFICIO No. DIM/025/2019

Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del estudiante Ing. Marcelino Bautista Cruz, con número de control M15CE058, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**Análisis numérico de la influencia de la precarga en resortes utilizados como elementos de restitución en un prototipo de tope de impacto**", hemos encontrado que se han atendido todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
Doctora en Ciencias en Ing. Mecánica
9336586

REVISOR 1

DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
Doctor en Ciencias en Ing. Mecánica
8500740

REVISOR 2

DR. JORGE COLÍN OCAMPO
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
4694783

REVISOR 3

DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO
Doctor en Ciencias en Ing. Mecánica
6801139

C.p. María Elena Gómez Torres Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Marcelino Bautista Cruz Estudiante
Expediente

AAP/MRSR

S.E.P. CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN
DESARROLLO TECNOLÓGICO
RECIBIDO
21 ENE 2019
SERVICIOS ESCOLARES



SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Cuernavaca, Mor. 21 de enero de 2019
OFICIO No. SAC/033/2019

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. MARCELINO BAUTISTA CRUZ
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Análisis Numérico de la Influencia de la Precarga en Resortes Utilizados como Elementos de Restitución en un Prototipo de Tope de Impacto", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

Agradecimientos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo financiero durante la realización de mis estudios.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por las facilidades para el desarrollo de este proyecto de tesis.

Al comité revisor: Dr. Eladio Martínez Rayón, Dr. Arturo Abundez Pliego y Dr. Jorge Colín Ocampo, por sus comentarios, aportaciones y valiosas contribuciones al enriquecimiento de mi tesis.

Especialmente muchas gracias a mis directores de tesis: Dra. Claudia Cortés García y Dr. Dariusz S. Szwedowicz Wasik a quienes considero grandes profesionales y admiro con sinceridad.

Y por todos los momentos de grata convivencia a mis amigos de generación: Olivia, Jesús Fernando Ricardo, Luis Alberto, Saulo, a mi profesor Genaro y la adoptada Fernanda.

Por último, a mis padres quienes son el motor que me impulsan a buscar nuevos horizontes de mi profesión.

Resumen.

Esta investigación de carácter numérico tiene como objetivo conocer el comportamiento de un prototipo de disipador de energía, el cual consta de diversos componentes. En este caso se analiza el efecto que ocasiona una fuerza de precarga en los elementos deformables restituyentes, los cuales consisten en resortes de compresión con distintas constantes de rigidez. Este prototipo se conforma de un mecanismo de disipación de energía inducida por medio de la fricción seca provocada por el contacto de diversas superficies de acero consecuentemente después de aplicar un impacto, el cual es la fuerza excitadora con distintas masas y velocidades. Particularmente el modelado de problemas en los que interviene la fricción seca y el contacto mecánico, sobre todo en sistemas dinámicos, es muy complejo de realizar analíticamente, por ello para las pruebas se utiliza el método de elemento finito como medio de solución a la problemática. En este caso se utiliza el paquete Abaqus, debido a su algoritmo robusto y altamente confiable. Con base en los resultados obtenidos se puede establecer una relación entre la precarga y la energía de entrada que se puede disipar por el prototipo, la cual es una información sumamente importante para tener un funcionamiento óptimo.

Abstract.

This research of numerical nature aim to know the behavior of a prototype energy dissipater which consists of several components. In this case the effect that causes a preload force on the deformable elements that are restorative compression springs with different stiffness constants is analyzed. This prototype consists of an energy dissipation mechanism induced by dry friction caused by the contact of sundry steel surfaces consequently after enforcement an impact which is the exciting force with different masses and speeds. Particularly the modelling of problems involving dry friction and mechanical contact, especially in dynamics systems is very complex to implement analytically, for this purpose for the tests the finite element method is used as a means of solving the problem, in this case it is used in Abaqus package, due to it's robust and highly reliable algorithm. Based on the results obtained, a relationship can be established between the preload and the input energy that can be dissipated by the prototype, which is an extremely important information to have optimal performance.

Tabla de contenido

Agradecimientos	I
Resumen	II
Abstract	III
Simbología	IV
Lista de figuras	VI
Lista de tablas	VIII
Introducción	IX
Capítulo 1. Estado del arte	6
1.1 Impacto.	7
1.2 Teoría de los amortiguadores de impacto.	10
1.3 Precarga en sistemas mecánicos.....	11
1.4 Estudio de contacto mecánico mediante el uso del método del elemento finito.....	15
1.5 Tope de impacto.....	17
1.6 Definición del problema.....	20
1.7 Objetivo General	20
1.8 Justificación del problema.....	21
1.9 Alcances.....	21
1.10 Limitaciones.....	21
Capítulo 2. Marco Teórico	22
2.1 Fricción.....	23
2.2 Métodos para la simulación de problemas de contacto y fricción.	32
2.3 Modelado por elementos finitos	35
2.4 Selección del elemento finito.....	39
2.5 <i>Benchmark</i> de contacto en FEM.	43
2.6 Fenómeno de <i>hourglass</i>	44

2.7	Diferencias entre distintos análisis en FEM.	45
Capítulo 3. Metodología de parametrización del modelo discreto.....		50
3.1	Modelo implementado en el software de FEM.....	51
3.1.1	Benchmark de contacto en Abaqus	52
3.1.2	Condiciones establecidas para determinar la densidad de malla.....	56
3.1.3	Control de <i>hourglass</i>	60
Capítulo 4. Resultados y discusión de resultados.....		62
4.1	Resultados aplicando el torque de apriete.	63
4.2	Resultados aplicando la carga de impacto.	64
4.3	Discusión de resultados.....	71
Capítulo 5. Conclusiones y trabajos futuros.....		73
5.1	Conclusiones.....	74
5.2	Trabajos Futuros.....	75
Anexos.....		76
Anexo 1	Archivo de entrada generado en Abaqus.....	76

Simbología.

τ_{crit}	esfuerzo compartido crítico
μ	coeficiente de fricción
p	presión de contacto entre superficies
F_t	fuerza tangencial
F_n	fuerza normal
μ	coeficiente de fricción
d	diámetro interno de ensamble
D	diámetro externo de ensamble
C	holgura
L	longitud de ensamble
I	longitud de aro cónico deformable
d_1, D_1	diámetro de flecha
A	área de contacto real
F_S	fuerza estática de fricción máxima
τ_c	esfuerzo cortante
A_{comp}	área a compresión
A_{ten}	área a tensión
m	masa
v	velocidad del cuerpo antes del impacto
v'	velocidad del cuerpo después del impacto
e	coeficiente de restitución
k	rigidez equivalente
μ_k	coeficiente de fricción dinámico
L	longitud de la barra del péndulo
g	constante de aceleración de la gravedad
θ_p	ángulo de caída del péndulo
V_l	velocidad lineal del péndulo.
F_S	fuerza de fricción estática máxima
\hat{v}	velocidad característica de deslizamiento
u	desplazamiento de cada elemento
N	elementos
ν	relación de poisson
ϵ	deformaciones unitarias
σ^{cmf}	esfuerzo con malla gruesa, mediana y fina
n_{el}	número de elementos finitos
u	desplazamientos
M	matriz de masas
$ETOTAL$	energía total del modelo

<i>ALLKE</i>	energía cinética
<i>ALLIE</i>	energía de deformación interna
<i>ALLVD</i>	energía disipada por efectos viscosos
<i>ALLFD</i>	disipación por fricción
<i>ALLIHE</i>	energía calorífica interna
<i>ALLWK</i>	trabajo debido a fuerzas externas
<i>ALLPW</i>	trabajo por la formulación de contacto por penalización
<i>ALLCW</i>	trabajo por realizado por las restricciones de penalización
<i>ALLMW</i>	trabajo por el escalado de masas
<i>ALLHF</i>	flujo de calor externo
<i>ALLSE</i>	energía de deformación.
<i>ALLPD</i>	conjunto de energías disipativas por procesos de deformación plástica.
<i>ALLCD</i>	energía disipada por visco elasticidad.
<i>ALLAE</i>	energía de deformación artificial.
<i>ALLDMD</i>	energía disipada por daño.
<i>ALLDC</i>	energía disipada por control de distorsión.
<i>ALLFC</i>	energía por flujo de cavidad.

Lista de figuras.

Figura 1. 1. Métodos de control para las vibraciones [2].....	7
Figura 1. 2. Estrategias para el control de vibraciones con base en energía [3].....	8
Figura 1. 3. Componentes de un amortiguador viscoso [7].	9
Figura 1. 4. Amortiguador ADAS [41].	10
Figura 1. 5. Tipos de amortiguadores [42].	10
Figura 1. 6. Amortiguador de placas de goma con núcleo de plomo [43].	11
Figura 1. 7. Dispositivo de precarga en husillos automatizado [26].	12
Figura 1. 8. Comparación entre el desplazamiento axial de rodamientos [44].	12
Figura 1. 9. Comportamiento de la precarga en los tornillos [11].	13
Figura 1. 10. Longitudes y comportamiento del resorte de compresión hasta la longitud sólida [5].....	14
Figura 1. 11. Sistema de restitución de tren de levas: a) Tradicional; b) Sistema de pistón [19].	14
Figura 1. 12. Partes del tope de impacto.	19
Figura 1. 13. Funcionamiento del tope de impacto [11].	19
Figura 2. 1. Comportamiento del esfuerzo compartido por fricción [37].	23
Figura 2. 2. Interacción de dos bloques con fricción entre ellos.....	24
Figura 2. 3. Configuración típica de los aros cónicos y ensamble de aros [39].	24
Figura 2. 4. Comportamiento de cuerpos que impactan.	28
Figura 2. 5. Modelo simplificado del tope de impacto.	29
Figura 2. 6. Diagrama de cuerpo libre de la masa.	30
Figura 2. 7. Esquema de configuración de las pruebas experimentales [11].....	31
Figura 2. 8. Aproximación a la ley de fricción por medio de funciones de velocidad continua [6]. .	33
Figura 2. 9. Fuerzas actuando en el medio de un cuerpo elástico [6].....	34
Figura 2. 10. Bloques generales para la implementación del FEM.	36
Figura 2. 12. Diferentes formas y densidad de malla.....	38
Figura 2. 13. Dominio de los problemas con eje de simetría en Z [3].	38
Figura 2. 14. Deformaciones unitarias en un sólido de revolución [3].	39
Figura 2. 15. Algunos tipos de elementos rectangulares lagrangianos [4].	40
Figura 2. 16. Elemento finito CAX4R designado para las simulaciones [38].	40
Figura 2. 17. Punto de integración dispuesto en una región cuadrada [3].	41
Figura 2. 18. Transformación de distintos sistemas de coordenadas (físicas y naturales) [3].	41
Figura 2. 19. Malla en superficies maestra y esclava [22].....	43
Figura 2. 20. Malla distorsionada por el fenómeno de <i>hourglass</i> [24].	44
Figura 2. 21. Comparación de la complejidad vs. tiempo en distintos análisis [38].	45
Figura 2. 22. Problemas de contacto e impacto relevantes en FEM [25][38].	46
Figura 2. 23. Algoritmo de contacto en Abaqus/Standard [38].	47

Figura 3. 1. Desarrollo de la geometría a partir del prototipo virtual.....	51
Figura 3. 2. Modelo para la implementación de las simulaciones.....	51
Figura 3. 3. Test de implementación de contacto con dos vigas en voladizo.....	52
Figura 3. 4. Malla para el test de contacto en vigas.....	52
Figura 3. 5. Transferencia de esfuerzos producto del contacto entre vigas.....	53
Figura 3. 6. Geometría del modelo axisimétrico y parámetros de entrada.....	54
Figura 3. 7. Malla del modelo y acercamiento a la zona de contacto.....	54
Figura 3. 8. Mapa de esfuerzo de Von Mises en distintas perspectivas del modelo (0°, 180° y 270°).	55
Figura 3. 9. Gráfica de esfuerzos normales en la zona de contacto del cilindro base.....	55
Figura 3. 10. Mapa de contornos para la presión normal y esfuerzo tangencial de contacto evaluado con elementos lineales axisimétricos.....	56
Figura 3. 11. Refinamientos sucesivos de malla.....	57
Figura 3. 12. Malla final del prototipo en las zonas de contacto (superior e inferior).	57
Figura 3. 13. Acercamiento en la zona de contacto crítica.....	57
Figura 3. 14. Energía disipada vs. la magnitud de precarga [11].	59
Figura 3. 15. Configuración de la precarga para el modelo discreto.....	59
Figura 3. 16. Configuración de los modelos para los tres casos de precarga evaluados.....	60
Figura 3. 17. Comparación del comportamiento de distintas energías.....	61
Figura 4. 1. Esfuerzos de Von Mises en la región de contacto.....	63
Figura 4. 2. Distribución de esfuerzos posterior a la aplicación del torque en todo el modelo.....	64
Figura 4. 3. Diagrama de las variables que intervienen en el fenómeno.....	64
Figura 4. 4. Comportamiento de las rigideces con respecto a la precarga.....	65
Figura 4. 5. Comportamiento de la masa de impacto durante todo el fenómeno de interacción... ..	66
Figura 4. 6. Posición angular medida experimentalmente de la masa de impacto.....	66
Figura 4. 7. Desplazamiento de la masa de impacto con distintas magnitudes de precarga.....	67
Figura 4. 8. Desplazamiento de la masa de impacto con distintas rigideces.....	68
Figura 4. 9. Comportamiento de la masa de impacto con un coeficiente de fricción de 0.3.....	69
Figura 4. 10. Comportamiento de la masa de impacto con un coeficiente de fricción de 0.1.....	70
Figura 4. 11. Comparación de la disipación de energía con respecto a la rigidez y energía de entrada.....	71
Figura 4. 12. Comparación de los coeficientes de fricción y la disipación de energía.....	72

Lista de tablas.

Tabla 1. 1. Magnitudes de precarga en sistemas mecánicos [45].....	15
Tabla 1. 2. Compendio de resultados obtenidos por Estrada [11].....	18
Tabla 2. 1. Dimensiones individuales y de ensamble del juego de aros cónicos deformables [39].	24
Tabla 2. 2. Estado del resorte con la magnitud de precarga aplicada.	25
Tabla 2. 3. Parámetros de entrada en las pruebas experimentales.....	31
Tabla 2. 4. Diferencias generales en entre el contacto en Abaqus/Explicit y Standard [38].	47
Tabla 3. 1. Propiedades mecánicas para la simulación del test.	52
Tabla 3. 2. Presiones de contacto por cada refinamiento.	56
Tabla 3. 3. Estadísticas del modelo en Abaqus.	58
Tabla 3. 4. Configuraciones de precargas y el desplazamiento en cada resorte [11].	58
Tabla 4. 1. Comparación entre el porcentaje de disipación de energía obtenidos en las pruebas de impacto.	67
Tabla 4. 2. Comparación del porcentaje de disipación de energía con distintas rigideces.	68
Tabla 4. 3. Disipación de energía con un coeficiente de fricción de 0.3.	69
Tabla 4. 4. Disipación de energía con un coeficiente de fricción de 0.1.	70

Introducción.

El impacto puede ser utilizado en muchos contextos, pero en general representa un fenómeno de muy corta duración. Desde el punto de vista de ingeniería, el impacto puede ser definido como una "transferencia rápida de energía" o "aplicación rápida de fuerza", donde la palabra "rápida" se refiere a la relación entre el tiempo de impacto y los periodos naturales de vibrar de los cuerpos que impactan [2].

Durante un impacto se produce energía que se disipa en forma de vibración, calor, sonido y deformación plástica de los cuerpos. Desafortunadamente estas formas de disipación de energía son indeseables, ya que alteran el medio de trabajo del operador, dañan total o parcialmente los productos y reducen la vida útil de equipos y máquinas [7].

La mayoría de los sistemas mecánicos están expuestos a cargas de impacto, a causa de deflexiones excesivas o por la existencia de espacios libres entre partes de elementos que están en contacto; por ejemplo, el golpeteo que se produce al encajar los dientes de los engranes, este problema es causado por la deflexión del eje y la existencia de espacios libres entre los dientes [7].

Con el fin de contrarrestar estos efectos negativos Harris & Piersol [2] definen diversos métodos para el control de vibraciones e impacto, los cuales pueden ser agrupados en tres principales categorías: a) reducción de la fuente de vibración, b) aislamiento, y c) reducción de la respuesta [8].

La disipación de energía en forma controlada se logra por medio de amortiguadores de impacto, los cuales transforman la energía mecánica por algún método de energía de disipación. Existen diversos tipos de amortiguadores, cuyos principios de funcionamiento usualmente se basan en: fricción seca, fricción de un fluido, histéresis del material y magnetismo [9].

Dentro de la línea de Optimización de Sistemas Mecánicos se han realizado distintos diseños de prototipos de amortiguadores de tipo tope de impacto, en donde se han utilizado diversos elementos en distintas configuraciones. Por ejemplo, se han utilizado pares de aros elásticos deformables en arreglos que involucran dos o más pares de aros como elementos disipadores de energía, elementos tipo flecha como absorbedores de impacto, etc. Dentro de los tipos de elementos que se han utilizado en la mayoría de los diseños están los resortes. Estos tienen la función de restituir al vástago a su posición original después de cada impacto, permitiendo la operación continua del prototipo. La rigidez de los resortes influye en su eficacia para llevar a cabo dicha acción. Una forma de

controlarla es aplicando una precarga tipo fuerza de compresión a los resortes durante su montaje en el dispositivo de tope de impacto, como se demostró experimentalmente [11].

Se puede hacer una clasificación sobre las tres condiciones dominantes en torno a la cual se ha modificado el sistema del prototipo de tope impacto: a) Cambios de geometría, b) materiales y c) condiciones de frontera; estas tres de manera singular o en conjunto han estado presentes desde un elemento hasta cambios importantes en el prototipo.

Las investigaciones acerca del impacto y contacto mecánico, siguen presentes debidos a la relevancia que tienen estos tópicos dentro de la industria y está intrínsecamente relacionando con el desarrollo de nuevos materiales y tecnologías.

Este trabajo de tesis, se divide en cinco capítulos. El capítulo uno presenta conceptos introductorios como impacto y fricción, los cuales sirven para entender el fenómeno de precarga en sistemas mecánicos, así como técnicas de implementación de contacto. También se presenta la descripción del prototipo de tope de impacto.

En el capítulo dos, se presenta el marco teórico, en el cual se encuentran presentes los conocimientos teóricos pertinentes para poder enfrentar la problemática del fenómeno investigado.

Para el capítulo tres, se hace la calibración del modelo de elementos finitos del prototipo investigado, esto se hace para satisfacer una serie de requerimientos necesarios para que el modelo represente fielmente al fenómeno.

En el capítulo cuatro, se muestran los resultados obtenidos de las distintas simulaciones realizadas. Estas simulaciones se dividen en forma estática y dinámica; posteriormente, se hace la discusión de resultados obtenidos con el modelo planteado.

Para finalizar en el capítulo cinco, se presenta las conclusiones derivadas de los resultados y la discusión de resultados obtenida en el capítulo cuatro, en la siguiente sección, se encuentra los trabajos futuros, los cuales pueden fortalecer este trabajo de investigación.

Capítulo 1.

Estado del Arte.

En esta sección, se realizó una búsqueda exhaustiva acerca de los tópicos principales de la problemática a investigar, entre las cuales destacan fenómenos y/o puntos tales como impacto, amortiguadores de impacto, modelos numéricos, método del elemento finito, precarga y resortes.

1.1 Impacto.

La palabra impacto puede ser utilizada en muchos contextos, pero en general representa un fenómeno de muy corta duración. Desde el punto de vista de ingeniería, el impacto puede ser definido como una "transferencia rápida de energía" o "aplicación rápida de fuerza", donde la palabra "rápida" se refiere a la relación entre el tiempo de impacto y los periodos naturales de vibrar de los cuerpos que impactan.

Además, Aguilar [9] indica que un impacto entre dos cuerpos comienza cuando la distancia relativa entre ellos tiende a cero, con lo cual aparece una fuerza que se opone a la penetración entre los cuerpos (fuerza de contacto) pero también, el impacto termina cuando la fuerza de contacto se hace nula. En el instante que los cuerpos están en contacto (impacto), se pueden distinguir dos fases: la fase de compresión y la fase de expansión. La fase de compresión comienza cuando la distancia relativa entre los cuerpos es igual a cero y la velocidad relativa entre ellos es menor que cero, generándose la fuerza de contacto; mientras que la fase de expansión comienza cuando la energía almacenada en la fase de compresión separa a los cuerpos con una velocidad relativa [7].

1.1.1 Control de impacto y vibraciones.

De acuerdo con Harris y Piersol [2] las técnicas para el control de vibraciones e impactos pueden ser divididas en tres categorías principales: eliminación de la fuente de vibración, aislamiento y reducción de la respuesta del sistema como se puede observar en el diagrama de la Figura 1.1.

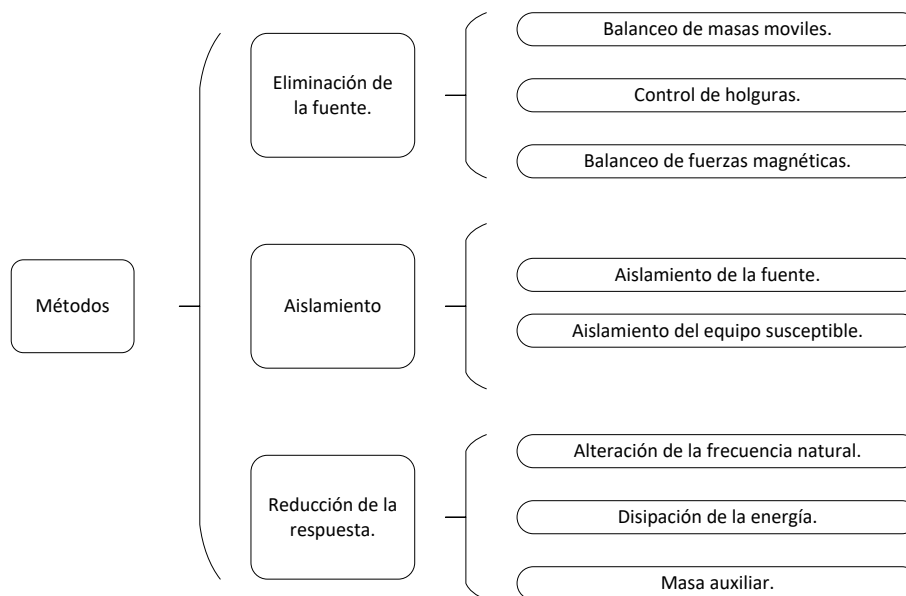


Figura 1. 1 Métodos de control para las vibraciones [2].

Por otra parte, también es posible clasificar a las técnicas de control de impacto y vibración a partir del consumo de energía de operación. De esta forma pueden ser divididas en tres principales categorías nombradas: control activo, control pasivo y un tercer tipo de control llamado semi-activo, el cual es una hibridación de los dos primeros. En la Figura 1.2 se presenta la clasificación de las estrategias de control a partir de la cantidad de energía que requieren para su funcionamiento [2].

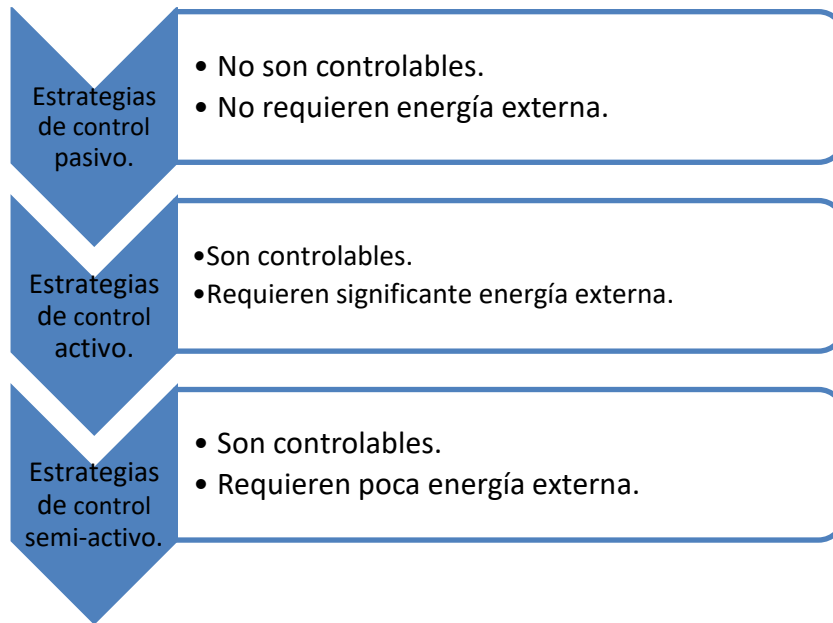


Figura 1. 2 Estrategias para el control de vibraciones con base en energía [3].

1.1.1.1 Dispositivos de disipación de energía del tipo pasivo.

Los disipadores pasivos de energía son dispositivos que no requieren de una fuente de energía externa para su funcionamiento. Existen básicamente cuatro tipos de disipadores de energía: amortiguadores de fricción, viscoelásticos, viscosos e hysteréticos [4]. Entre sus principales ventajas se hallan: costos y mantenimiento reducido así como sencillez en su diseño [5].

Amortiguadores por fricción.

El principio básico de los disipadores friccionales consiste en utilizar la deformación relativa entre dos puntos de una estructura para disipar energía a través de la fricción. Una característica de ese tipo de amortiguadores es que generan una curva de histéresis rectangular debido a la fricción de Coulomb. Un ejemplo es el sistema Pall, el cual consta de brazos sometidos a compresión y tensión unidos por cuatro eslabones articulados [11].

Amortiguadores viscoelásticos.

Estos amortiguadores utilizan la deformación de materiales viscolásticos como medio de disipación de energía. Estos materiales son aquellos que poseen la característica de un sólido elástico así como la de un líquido viscoso. Una desventaja de estos amortiguadores es su inestabilidad en cuanto al amortiguamiento, ya que su respuesta depende de factores tales como temperatura, composición del material y frecuencia de excitación tal y como lo demostraron Espino [7], Aguilar y otros [9].

Amortiguadores viscosos.

El principio básico del funcionamiento de los amortiguadores viscosos consiste en movilizar un elemento a través de un fluido viscoso, dicho principio genera fuerzas que se oponen al movimiento del elemento de magnitud proporcional a la velocidad. Estos dispositivos siguen la hipótesis de amortiguamiento viscoso lineal, donde las máximas fuerzas desarrolladas dependen del coeficiente de amortiguamiento y de la velocidad relativa máxima [7]. Su funcionamiento y componentes se muestran en la Figura 1.3.

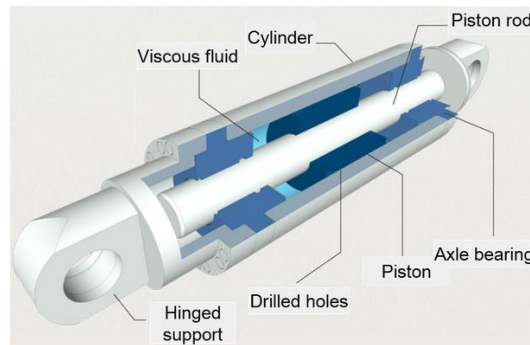


Figura 1.3 Componentes de un amortiguador viscoso [7].

Amortiguadores histéreticos.

Los amortiguadores histéreticos utilizan las propiedades de histéresis de los metales en sus intervalos inelásticos de deformación como medio de disipación de energía. Una amplia variedad de estos dispositivos han sido desarrollados con base en la deformación por flexión, cortante, torsión o deformación longitudinal dentro de sus rangos plásticos. Un ejemplo de estos amortiguadores es el ADAS (*Added Damping and Stiffness*), este es un conjunto de placas paralelas de forma ahusada las cuales sufren deformaciones de fluencia en flexión, como se muestra en la Figura 1.4.

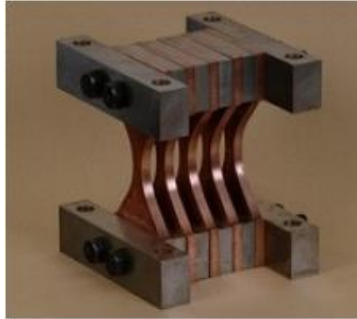


Figura 1. 4 Amortiguador ADAS [41].

Ferguson y Chen [30], analizaron la energía de disipación elástica en un amortiguador viscoso, esto se realizó analíticamente, asumiendo que la deformación viaja con velocidad constante en cualquier lapso. Los modelos matemáticos lineales y no lineales, se basan en una función lagrangiana e implementados usando el método de elemento finito. Finalmente, la simulación numérica presentada, establece la fiabilidad del método.

1.2 Teoría de los amortiguadores de impacto.

En la actualidad son cada día más las empresas que operan maquinaria y equipos a mayores velocidades de las que se pueden desarrollar sin generar algún disturbio, todo esto con el objetivo de poder elevar los índices de producción. Consecuentemente esto origina problemas como el aumento del ruido, daño a productos o maquinaria así como la seguridad de los operarios. Para reducir estos problemas una gran variedad de productos son desarrollados, donde la efectividad depende del principio de funcionamiento. De esta forma es posible encontrar amortiguadores de goma, resortes y amortiguadores de impacto (ver Figura 1.5).

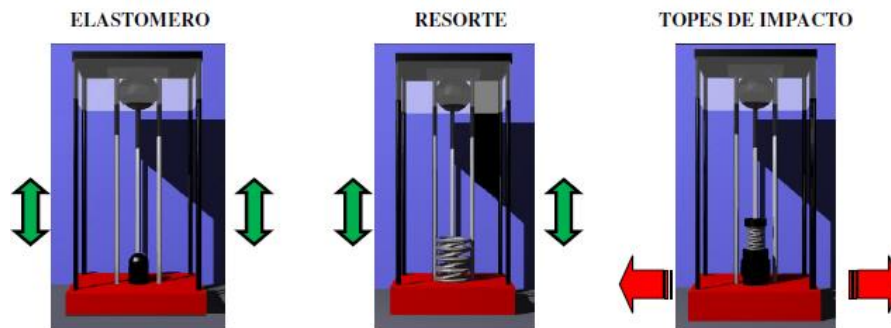


Figura 1. 5 Tipos de amortiguadores [42].

Gomas y resortes.

Las gomas y resortes tienen la ventaja de ser poco costosos, sin embargo presentan inconvenientes en cuanto a la disipación de energía, ya que la mayor parte de la energía

absorbida durante el impacto es almacenada y es devuelta al sistema, produciéndose de esta manera un rebote y por consiguiente un potencial daño al producto o maquinaria. El uso de materiales como gomas y elastómeros, es mayormente visto en la industria de la construcción, donde son implementados principalmente amortiguadores con núcleo de plomo, como se muestra en la Figura 1.6.



Figura 1.6 Amortiguador de placas de goma con núcleo de plomo [43].

Absorbedores de impacto.

Un tope de impacto es un dispositivo de tamaño relativamente pequeño respecto a las estructuras donde son instalados. Su principal función es la de disipar energía de forma controlada de cuerpos o estructuras en vibración, a través de la absorción total o parcial de la energía de entrada.

De las primeras aplicaciones utilizando la fricción de coulomb para el aislamiento de impactos fue propuesta por Mercer [40], quien diseñó un aislante con base a fricción ajustable, obteniendo desempeños superiores a estudios contemporáneos previos donde se estudiaban polímeros.

1.3 Precarga en sistemas mecánicos.

Una fuerza de precarga se refiere a una fuerza axial o radial que se aplica a elementos mecánicos tales como resortes, rodamientos, tornillos y pernos. Cuando se aplica de manera correcta una magnitud de precarga se obtienen los siguientes beneficios:

- aumentar la rigidez
- reducir el ruido durante el funcionamiento
- aumentar la exactitud del guiado del eje (rodamientos)
- compensar el desgaste y el asentamiento debido al funcionamiento
- proporcionar una larga vida útil.

Precarga en rodamientos.

La precarga en rodamientos se refiere a una fuerza axial aplicada sobre el rodamiento con la finalidad de poder eliminar holguras internas, de esta forma se asegura el funcionamiento correcto del dispositivo. Las principales razones por las cuales precargar los rodamientos son para: aumentar la rigidez, reducir el ruido durante el funcionamiento, aumentar la precisión del eje guiado, y proporcionar una larga vida útil. Normalmente la precarga en el eje horizontal se realiza por medio de resortes o arandelas Belleville [7].

Actualmente, las investigaciones acerca de la precarga, se han enfocado sobre las máquinas herramientas debido a que si se aplica cierta magnitud de precarga en los husillos de éstas, se obtienen mejores resultados en los maquinados, así como también en los ciclos de uso de a grandes velocidades, como muestran los resultados obtenidos por Dong-Hyeon [26].

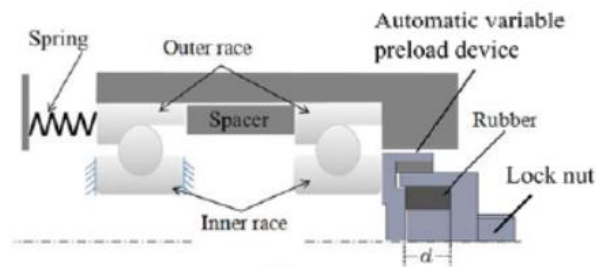


Figura 1.7 Dispositivo de precarga en husillos automatizado [26].

Para el caso en que se aplique una fuerza excitadora axial externa, en este caso K_a , el desplazamiento con precarga es menor que el desplazamiento sin ésta, como se observa en la Figura 1.8.

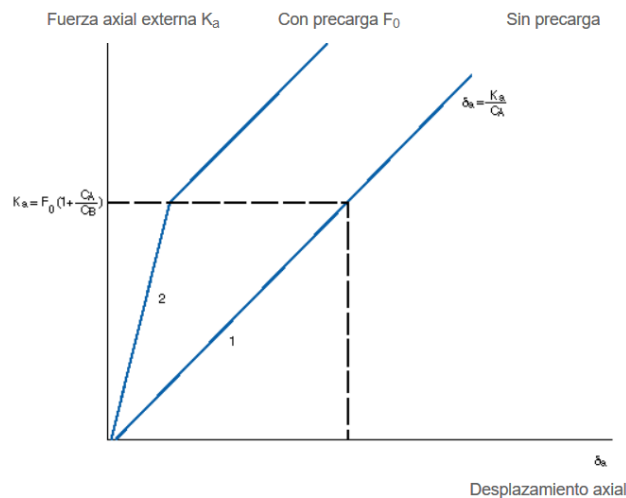


Figura 1.8 Comparación entre el desplazamiento axial de rodamientos [44].

Precarga en tornillos.

La precarga es uno de los métodos más usuales para evitar el aflojamiento de una unión atornillada ante cargas variables y vibración, pero también sirve para eliminar total o parcialmente los efectos de la fatiga sobre el tornillo.

Esta situación se explica de la siguiente manera: si existe una variable externa (P) actuando sobre un sistema al cual se ha aplicado una precarga constante (F_i) mayor que el valor de P (Figura 1.9-a)), la carga interna a tensión en el tornillo será siempre constante, por lo que no habrá ciclaje y por consiguiente no habrá fatiga (Figura 1.9-b)). En contraste, si el valor máximo de la carga P llegara a superar la precarga, se produciría un ciclaje en el tornillo con una componente alternante mucho menor que la original, lo que implica que el efecto de la fatiga en cada ciclo será menor (Figura 1.9-c)) [11].

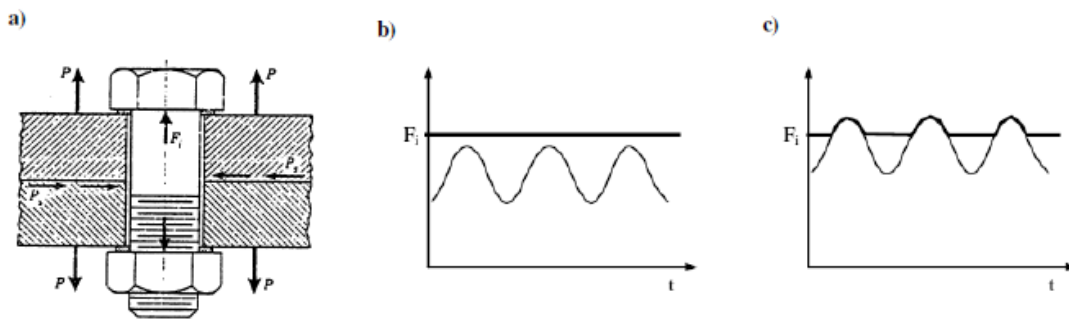


Figura 1.9 Comportamiento de la precarga en los tornillos [11].

Precarga en resortes helicoidales de compresión.

Los resortes de compresión son utilizados para resistir fuerzas aplicadas para comprimir el resorte o para almacenar energía en forma de empuje, pueden ser encontrados en muchas aplicaciones como son: automotriz, aeroespacial, equipo médico, válvulas, turbinas, motores, maquinaria agrícola, maquinaria pesada, electrodomésticos, equipos eléctricos, etc.

Estos pueden presentar diferentes circunstancias de deformación de acuerdo con la fuerza que se ejerza hasta llegar al contacto pleno de cada espira con las contiguas. Esta situación, se denomina como "contacto sólido". Cuando se carga el resorte paulatinamente al acercarse al contacto sólido, el comportamiento del resorte deja de poseer características lineales, como se observa en la Figura 1.10, donde se nota de manera gráfica la relación entre la cantidad de precarga y la tendencia a un comportamiento no lineal cuando se llega al contacto sólido.

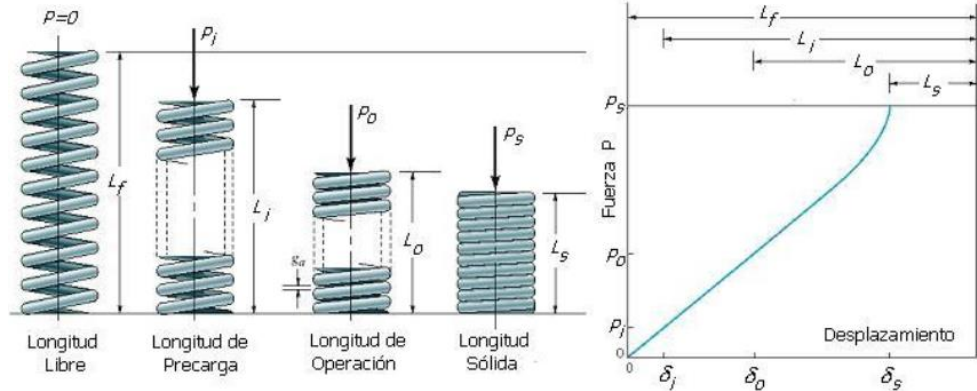


Figura 1. 10 Longitudes y comportamiento del resorte de compresión hasta la longitud sólida [5].

Una de las aplicaciones más relevantes de los resortes es la relacionada a los motores de combustión interna, como se especifica en los trabajos de Stefano [19], quien presenta una comparación de rendimiento acerca del accionamiento de un tren de válvulas de motor que funciona con un resorte mecánico y con un dispositivo neumático de retroceso por muelle el cual está sujeto a una magnitud de precarga. En la Figura 1.11, se comparan la disposición actual de los trenes de válvulas (a), y la propuesta de diseño (b).

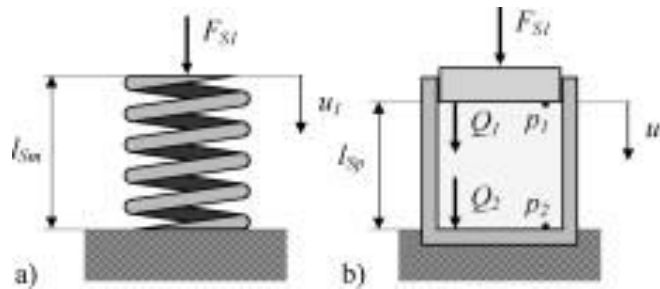


Figura 1. 11 Sistema de restitución de tren de levas: a) Tradicional; b) Sistema de pistón [19].

Algunos de los ejemplos de usos y magnitudes de la precarga en sistemas mecánicos son las que aparecen en la Tabla 1, generalmente estos criterios se basan en decisiones con base en la experiencia de los ingenieros o métodos de prueba y error.

A pesar de que los términos empleados se pueden considerar ambiguos son utilizados en gran medida por fabricantes de elementos de máquinas, así como también por ensambladores industriales. Pero debido al hecho que al precargar un sistema de movimiento lineal se aumenta su rigidez dependiendo de la magnitud de la precarga.

Tabla 1. 1 Magnitudes de precarga en sistemas mecánicos [45].

	Normal.	Liviana.	Mediana.
Condiciones de uso.	La línea de fuerza es una dirección sin vibraciones ni impactos.	Se aplican cargas voladizas o momentos.	Hay impacto y vibraciones.
Principales aplicaciones.	Equipos de soldadura por haz, máquinas de embalaje automáticas, ejes XY de maquinaria industrial general.	Equipos automáticos de pintura, Robots industriales, maquinas CN para perforar, mesas XY de medición.	Centros de maquinado, perforadoras horizontales y alimentación en amoladoras.

Un ejemplo de lo común que es la precarga en los sistemas, se demuestra en las investigaciones desarrolladas por Lang, *et al.* [16], quienes tenían la problemática de obtener una precarga óptima en implantes dentales ensamblados con tornillos de titanio. Esta magnitud fue obtenida a través del elemento finito, con lo cual aseguraron que los implantes dentales se fijaran adecuadamente a la mandíbula de los pacientes.

1.4 Estudio de contacto mecánico mediante el uso del método del elemento finito.

Dentro de las numerosas variables que se pueden encontrar cuando se modela el comportamiento de sistemas mecánicos, existe una que durante muchas décadas ha resultado una problemática sumamente compleja de atacar ya que para su análisis se requiere considerar metodologías que van desde análisis microscópicos hasta discontinuidades o imperfecciones en las superficies de los cuerpos y esta variable se conoce como contacto.

De los primeros trabajos que involucran el modelado de problemas de contacto mecánico, se encuentran las investigaciones de Signorini [13], quien formulo una técnica de equilibrio de cuerpos elásticos basándose en una formulación de cuerpos rígidos.

En tiempos contemporáneos, debido a los grandes avances de la tecnología se han desollado y potenciado los sistemas de cómputo capaces de resolver grandes sistemas de cálculo. Con ello se pudo implementar una técnica conocida como FEM (*finite element method*), la cual consiste, en grandes rasgos, en discretizar un ente mayor en elementos pequeños que al aplicarles las propiedades y comportamientos físicos de los materiales, sumando cada uno de estos elementos se puede tener aproximadamente el comportamiento físico real de un sistema mecánico.

Por ello, la elaboración y la implementación de un eficiente algoritmo para la detección de contacto es absolutamente necesario para un robusto, rápido y preciso análisis de elemento finito.

Dentro de los puntos que destacan del por qué la formulación del contacto mecánico es tan complejo de modelar es consecuencia a: Primero, los cuerpos próximos a entrar en contacto puede estar separados o no; segundo, la dificultades de caracterizar una correcta superficie de los cuerpos; tercero, la dificultad de encontrar la correcta discretización de las superficies que interactúan.

Altan [15], realizó investigaciones acerca de técnicas CAD, CAM y CAE; demostró cómo el tiempo de cómputo afecta a la industria actual, esto es relevante debido a que en líneas de producción los intervalos de tiempo rondan alrededor de segundos, quedando claro el hecho de formular el problema en 2D para disminuir el tiempo de proceso de solución.

Ferguson y Chen [30], analizaron la energía de disipación elástica en un amortiguador viscoso, esto se realizó analíticamente, asumiendo que la deformación viaja con velocidad constante en cualquier lapso. Los modelos matemáticos lineales y no lineales, se basan en una función lagrangiana e implementados usando el método de elemento finito. Finalmente, la simulación numérica presentada, establece la fiabilidad del método.

Por otra parte, Choi y Kwon [18], estudiaron el problema de la variación del coeficiente de fricción cinético en los absorbedores de impacto, en este caso desarrollaron un modelo axisimétrico y experimental, en los cuales compararon ambos resultados, obteniendo variaciones mínimas.

En las publicaciones de Banabic [21], acerca del conformado de chapa metálica, es evidente el hecho de que son necesarias las simulaciones para evitar pruebas repetitivas, las cuales por la naturaleza de los métodos de enchapado son costosas y pueden poner en riesgo a los operarios; con la simulación adecuada se pueden obtener los mejores resultados para implementarlos en la manufactura.

Una prueba de la confiabilidad que se puede tener en el método del elemento finito, se basa en las publicaciones desarrolladas por Tkalcevic [25], donde la principal aportación es el estudio del impacto de vehículos de producción masiva contra columnas laterales en las autopistas como medios de disipación de energía; sus resultados mostraron que es factible el uso de columnas como medios de disipación de energía, pero es necesario considerar el área así como también el material de su estructura.

De la misma manera, Kalish [28] comparó los resultados obtenidos a través de simulación 3D y simplificaciones axisimétricas en el ITER (*International Thermonuclear Experimental Reactor*), la cual arrojó resultados óptimos con base en su problemática atacada, quedando demostrado que los axisimétricos resultan una mejor opción que los 3D.

1.5 Tope de impacto.

1.5.1 Contribuciones del prototipo de tope de impacto.

Las investigaciones acerca de este prototipo de tope de impacto, han sido desde experimentales hasta numéricas, sus hipótesis planteadas se pueden agrupar en tres vertientes principales: cambios de geometrías, materiales de construcción de sus componentes y condiciones de ensamble, estas investigaciones han ayudado al fortalecimiento del prototipo.

Romero [8] desarrolló un prototipo de tope de impacto por fricción regulable, con aros elásticos deformables como elementos friccionantes, como una alternativa de solución al problema de la variabilidad de la capacidad de disipación de energía de los amortiguadores elastómericos.

Estrada [11] demostró que a mayor fuerza de precarga se obtiene una mayor disipación de energía del sistema. Realizó el análisis experimental del comportamiento del tope de impacto con condiciones de precarga en los resortes.

Cortés [12] realizó una investigación mediante la aplicación del método del elemento finito. La investigación se dividió en dos etapas, la primera corresponde a un análisis estático, solamente considerando la fuerza de apriete empleada para deformar los aros elásticos, en la segunda etapa se evaluó el comportamiento del prototipo de manera dinámica e introduciendo perfiles superficiales planos e irregulares. Determinó los parámetros que representan el comportamiento del prototipo y su influencia en su funcionamiento óptimo.

La investigación realizada por Estrada [11], es el precedente directo de este trabajo de tesis, por lo cual se considera de mayor relevancia, ya que sus contribuciones obtenidas experimentalmente, sirven como método de calibración del modelo de elementos finitos desarrollado.

Las pruebas realizadas, se dividen en dos: pruebas con fricción de aros y precarga y pruebas con precarga y sin fricción. En la Tabla 1. 2 se observan los resultados obtenidos y con ellos se puede concluir que la precarga tiene una gran influencia en la cantidad de energía disipada por el prototipo, ya que puede llegar hasta un 66% respecto a la energía de entrada.

Tabla 1. 2. Compendio de resultados obtenidos por Estrada [11].

Pruebas con fricción de aros y precarga.				Pruebas con precarga y sin fricción de aros.		
Precarga [N]	Torque [Nm]	Tiempo [s]	No. de impactos	Precarga [N]	Tiempo [s]	No. de impactos
115	1	5.567	9	115	7.58	12
	2	5.566	9			
	3	4.934	8			
	4	4.900	8			
165	1	5.523	9	165	7.55	12
	2	5.501	9			
	3	5.4987	9			
	4	4.910	8			
215	1	4.220	7	215	5.56	8
	2	4.212	7			
	3	3.710	6			
	4	3.671	6			
265	1	4.201	7	265	5.55	8
	2	4.170	7			
	3	3.661	6			
	4	3.601	6			
316	1	3.702	6	316	3.8	6
	2	3.701	6			
	3	2.894	5			
	4	2.883	5			

El tope de impacto en materia de estudio es del orden pasivo, ya que no necesita energía externa para su funcionamiento; entre sus principales componentes se encuentran una carcasa y un elemento móvil. En este último elemento se montan dos pares de resortes, dos juegos de aros cónicos deformables, un tornillo de ajuste, una rondana posterior así como una tuerca ciega. En la Figura 1. 12 se presenta el esquema del prototipo del tope.

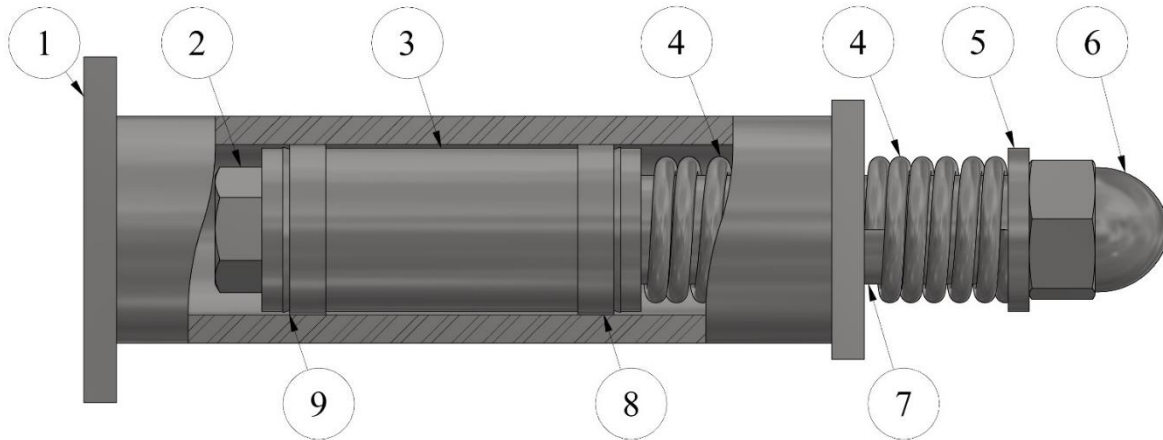


Figura 1.12 Partes del tope de impacto.

Las partes principales del prototipo del tope de impacto que se desarrolló en el CENIDET son: 1) carcasa, 2) tornillo de ajuste, 3) separador, 4) resorte, 5) rondana frontal, 6) tuerca ciega, 7) elemento móvil, 8) juego de aros frontales y 9) juego de aros posteriores.

1.5.2 Funcionamiento.

Como resultado del impacto, el elemento móvil adquiere energía cinética, la cual se disipa a través de la fricción. El mecanismo de fricción se conforma por dos pares de aros cónicos deformables montados en el elemento móvil. Al comprimirse dichos elementos por la acción de una fuerza axial, estos sufren una deformación radial que origina el contacto de los mismos con la superficie interna de la carcasa. De esta forma se genera la fuerza de fricción que ayuda a disipar la energía [11].

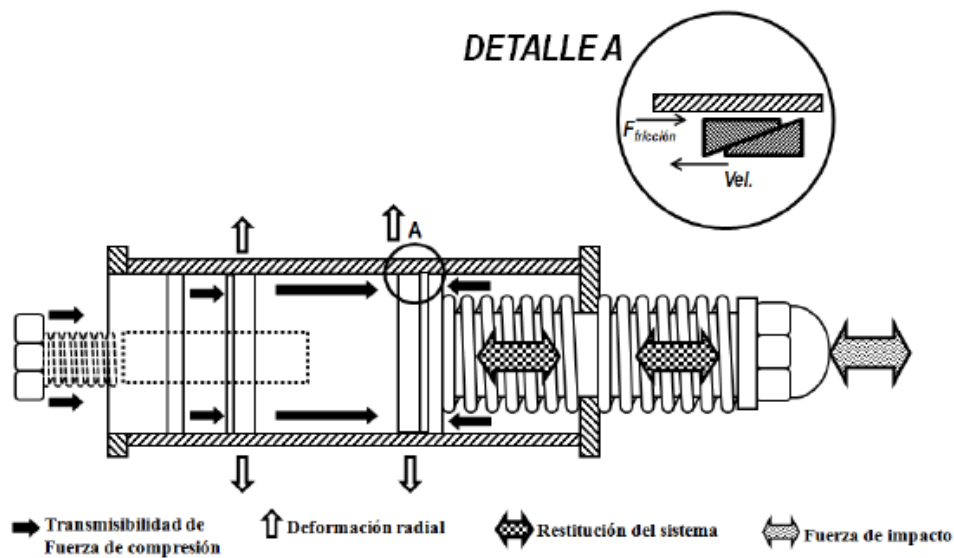


Figura 1.13 Funcionamiento del tope de impacto [11].

El ajuste del torque de apriete se realiza por medio de un tornillo ubicado en la parte posterior del elemento móvil. Una rondana y un separador metálico transmiten la fuerza de compresión del tornillo hacia los aros cónicos deformables. La restitución del sistema se realiza por medio de un par de resortes de compresión, los cuales confieren la posibilidad al elemento móvil de poder regresar a una posición próxima a la inicial. La Figura 1.13 muestra las fuerzas que actúan durante el apriete y el impacto [11].

1.6 Definición del problema

Debido a que en la actualidad se tiene una aplicación generalizada de los tope de impacto en diversos sectores de la ingeniería, y con base en el desarrollo del prototipo de tope de impacto que se encuentra en el CENIDET, se han investigado numerosas configuraciones de elementos, uno de estos elementos propuestos es el resorte, que tiene como propósito restituir al vástago a su posición original después del impacto; la rigidez de los resortes influye en su eficacia para llevar a cabo dicha acción. Una forma de controlarla es aplicando una precarga tipo fuerza de compresión a los resortes durante su montaje en el dispositivo de tope de impacto, por consiguiente el problema surge de conocer ¿Cuál es la precarga idónea para restituir eficientemente el elemento móvil del tope de impacto? Para ello se simulará numéricamente por medio de un software de elemento finito de acuerdo a una aplicación determinada.

1.7 Objetivo General

Analizar por el método del elemento finito la influencia de la precarga de compresión en resortes utilizados como elementos de restitución en un prototipo de tope de impacto.

1.7.1 Objetivos específicos

- Comparar los resultados numéricos obtenidos por medio del método de elemento finito con respecto a los resultados experimentales.
- Establecer un rango de precargas determinadas para conocer su influencia en la restitución del prototipo de tope de impacto.
- Aplicar los resultados obtenidos para utilizarlos en distintas configuraciones y aplicaciones de los tope de impacto.

1.8 Justificación del problema

Debido a la información recabada en el estado del arte, se debe tomar en cuenta que se han desarrollado numerosas investigaciones acerca de los toques de impacto y sus distintas configuraciones, ya sea de índole analítica, numérica o experimental; comparando las conclusiones y resultados de los trabajos desarrollados, se optó por encausar la investigación en el elemento restituyente que es el resorte.

Otra consideración, para tomar en cuenta para establecer el estudio en la magnitud de precarga, es el hecho de que no se conoce una intensidad adecuada para su aplicación, ya que la mayoría de las veces se basa en la experiencia del personal que está encargado del sistema.

Por tal motivo, la presente investigación se enfocará en el análisis numérico de la influencia de la precarga en los elementos tipo resorte de un prototipo de toque de impacto, utilizando el método del elemento finito. Los resultados numéricos se compararán con los resultados experimentales previos [11], y se podrán extrapolar a las diferentes configuraciones que se tienen actualmente dentro de la línea de investigación. Con ellos se encontrará el valor óptimo de la fuerza de apriete necesaria para la aplicación de la precarga, dependiendo de la aplicación a la que se destinará.

1.9 Alcances.

Conocer la influencia de la precarga de compresión en resortes utilizados como elementos de restitución en un prototipo de toque de impacto.

1.10 Limitaciones.

Solo se abordará el análisis numérico del fenómeno.

El único elemento del toque de impacto a configurar, es el resorte

Capítulo 2.

Marco teórico.

En este capítulo se abordan los conocimientos teóricos pertinentes para afrontar la problemática que se generó del estado del arte, se presentan ecuaciones básicas del modelo matemático así como la estrategia primaria de los elementos finitos utilizada.

2.1 Fricción.

Cuando las superficies están en contacto, usualmente transmiten de manera compartida las fuerzas normales, producto de su interacción. Para el análisis de estas fuerzas de fricción, causante de la resistencia al deslizamiento, generalmente, se utiliza el modelo de fricción de Coulomb que describe cómo interactúan las superficies en contacto. Para caracterizar el comportamiento del modelo de fricción, es necesario el coeficiente de fricción, μ . El movimiento tangencial es cero, hasta que las superficies recaen en un esfuerzo compartido crítico, lo cual depende de la presión de contacto normal, que está gobernada por la Ecuación 2.1:

$$\tau_{crit} = \mu p \quad (1.1)$$

Donde: τ_{crit} = esfuerzo compartido crítico, μ = coeficiente de fricción, p = presión de contacto entre superficies.

Las superficies en contacto, no se deslizarán hasta que el esfuerzo compartido en la interferencia sea igual que la limitante del esfuerzo compartido, μp (esfuerzo compartido crítico). Este comportamiento se ve reflejado en la siguiente gráfica:

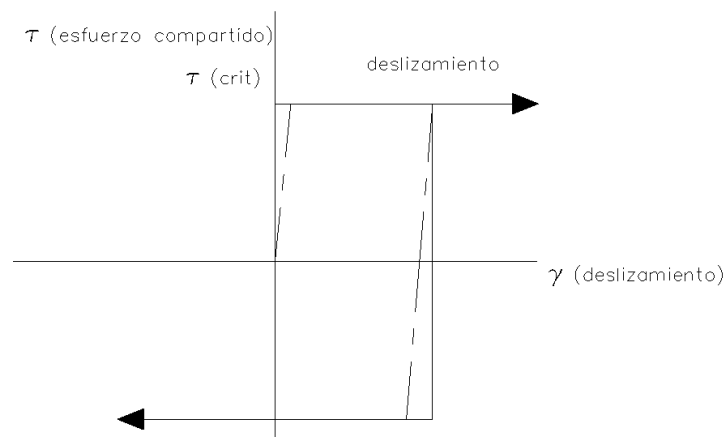


Figura 2.1 Comportamiento del esfuerzo compartido por fricción [37].

De otra forma, este criterio se puede observar en dos bloques puestos uno sobre otro con fricción entre ambas superficies y con las correspondientes condiciones de frontera, como se muestra en la Figura 2.2. Cuando la fuerza F_t (misma que se transmite a lo largo de la línea de acción del contacto), excede el valor del producto de la F_n y el coeficiente de fricción, el deslizamiento puede ocurrir.

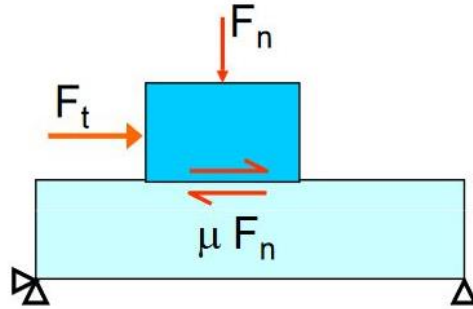


Figura 2. 2 Interacción de dos bloques con fricción entre ellos.

Donde: F_t = Fuerza tangencial, F_n = Fuerza normal y μ = coeficiente de fricción.

2.1.1 Elementos deformables en el prototipo.

2.1.1.1 Aros cónicos deformables.

En la siguiente tabla, se muestran las especificaciones tanto como de ensamble como individualmente para cada aro; cabe aclarar que las dimensiones están expresadas en SI como en el sistema Imperial, en este caso el fabricante es Ringfeder [39], esto fue dispuesto en el prototipo diseñado por Romero [8].

Tabla 2. 1 Dimensiones individuales y de ensamble del juego de aros cónicos deformables [39].

$d \times D$	d	C_1	C_b	D	C_2	L	I	d_1	D_1
20x25	0.787	$^{+0}_{-0.0005}$	$^{-0}_{+0.0008}$	0.984	$^{-0}_{+0.0008}$	0.248	0.209	0.795	0.976

Donde: d = diámetro interno de ensamble, D = diámetro externo de ensamble, C = holgura, L = longitud de ensamble, I = longitud de aro cónico deformable, d_1, D_1 = diámetro de flecha.

Debido a que son elementos de apriete, se muestran los datos para una configuración típica, así como también su dimensionamiento, como se muestra en la Figura 2.3:

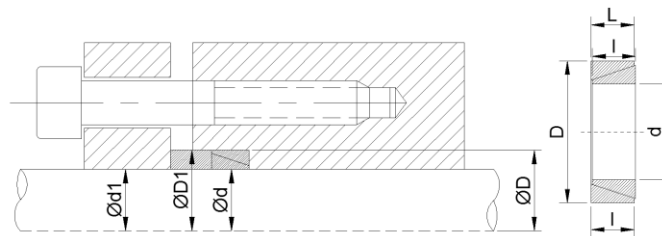


Figura 2. 3 Configuración típica de los aros cónicos y ensamble de aros [39].

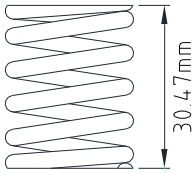
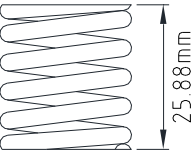
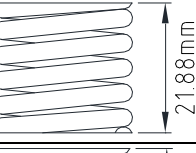
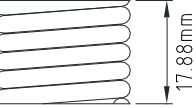
La figura de la izquierda, muestra una aplicación típica de los aros cónicos deformables, mientras que la de la derecha muestra el ensamble de los aros cónicos deformables. En esta figura, también se muestran las características dimensionales principales empleadas para su selección.

2.1.1.2 Especificaciones de los resortes de compresión como elementos restituyentes.

Los resortes son elementos elásticos deformables que tienen la capacidad de almacenar energía para liberarla de manera progresiva, en dado caso que se restrinja su movimiento con algún tipo de accionamiento. Es por ello que se utilizaron en el dispositivo como elementos restituyentes del sistema. Cabe aclarar que el sistema no puede alcanzar su estado inicial, pero si regresar una posición cercana; con esto contribuye al proceso de disipación de energía de impacto.

Las condiciones de restricción geométrica del resorte se muestran en la Tabla 2. 2, donde se puede observar el cambio de longitud cuando se aplican las distintas precargas. A partir de esta sección, los cambios de longitud se denominarán como se muestra en la tabla, esto con el fin de evitar confusión con las distintas dimensiones.

Tabla 2. 2. Estado del resorte con la magnitud de precarga aplicada.

Estado del resorte.	Representación conceptual.	Porcentaje de compresión.
Longitud inicial.		<ul style="list-style-type: none"> • Elemento deformable con la longitud inicial original. • Se tiene un 0% de compresión.
Precarga 1 [4.6 mm]		<ul style="list-style-type: none"> • Resorte con la precarga de ensamble, especificada en los requerimientos de diseño del prototipo. • Compresión de 13.11%.
Precarga 2 [8.6 mm]		<ul style="list-style-type: none"> • Compresión de 26.22%.
Precarga 3 [12.6 mm]		<ul style="list-style-type: none"> • Compresión de 39.34%.

2.1.2 Teoría de Bowden y Tabor.

Muchas de las investigaciones que se han realizado por medio de la teoría de fricción de Coulomb se toman como robustas y eficientes debido a que esta teoría se aborda de manera simple, pero debido al hecho de que las superficies que se encuentran en contacto en los sistemas mecánicos cuentan con superficies rugosas, es posible cambiar el comportamiento de los coeficientes de fricción ya sean estáticos o dinámicos.

Por esta razón, en 1949, Bowden y Tabor, propusieron una teoría con la cual explicarían el origen del coeficiente de fricción cinético entre dos superficies metálicas. “Si dos cuerpos se presionan uno contra otro, entonces en algunos lugares, los átomos de un cuerpo entrarán en contacto con los átomos del otro cuerpo, aunque también existirán regiones donde la distancia de separación entre las regiones será tan grande que las interacciones atómicas serán negadas. Llamamos a estas áreas *puentes*; el área de contacto en estos puentes es el área de contacto real A'' ”.

En los metales, donde el área de contacto real se puede aproximar de manera más práctica, se puede asumir que los micro-contactos son deformados plásticamente y que el esfuerzo es igual a la penetración en el material σ_0 . Esto entonces quedaría como:

$$A \approx \frac{F_N}{\sigma_0} \quad (1.2)$$

Donde: A = área de contacto real, F_N = fuerza normal, σ_0 = esfuerzo en el material.

Y para el caso del esfuerzo cortante, se debe de obtener la fuerza de fricción estática máxima que es igual a:

$$F_s = F_N \frac{\tau_c}{\sigma_0} \quad (1.3)$$

Donde: F_s = fuerza estática de fricción máxima, τ_c = esfuerzo cortante.

Debido a que la deformación plástica por cortantes en materiales isotrópicos es alrededor de un $1/\sqrt{3}$ la deformación a tensión de la misma, entonces por regla, se puede establecer una dependencia universal, $F_s \approx \left(\frac{31}{6}\right) F_N$.

Por ello, para diversos emparejamientos de metales sin lubricación, el coeficiente de fricción es alrededor de 0.16-0.2. Pero cuando se tienen grandes fuerzas de compresión, el coeficiente de fricción entre dos superficies metálicas puede tener valores altos, debido probablemente a los efectos de las grandes deformaciones plásticas.

De acuerdo a esto, se puede obtener una aproximación del coeficiente fricción por medio de las áreas a compresión y tensión de la interacción de contacto:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{A_{comp} + A_{ten}}{3A_{comp} - \zeta A_{ten}} \right) \quad (1.4)$$

Donde: A_{comp} =área a compresión, A_{ten} =área a tensión, ζ = Valor menor a 3.

Finalmente, el coeficiente de fricción puede depender de muchos parámetros, pero basándose en las ideas de Bowden y Tabor, es posible realizar una clasificación de las rugosidades. Esta clasificación se divide en los siguientes puntos:

1. Metales puros en presencia de poca lubricación, sin efectos de lubricante; sin embargo, se inhibe la adhesión metálica. En este caso, $A_{ten} = 0$, el coeficiente de fricción es:

$$\mu \approx \frac{1}{3\sqrt{3}} \approx 0.19. \quad (1.5)$$

Este coeficiente de fricción es característica para fricción seca entre metales en “condiciones normales”

2. Metales puros con superficies libres de lubricante, pero con óxidos presentes. En este caso, se asume que la adhesión es fuerte en las áreas donde inicia el esfuerzo a tensión y compresión. El coeficiente de fricción es aproximadamente:

$$\mu \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \approx \left(\frac{2}{3-\zeta} \right). \quad (1.6)$$

Para $\zeta = 1-2$, los coeficientes de fricción están en un rango de $\mu \approx 0.6-1.2$. Para metales con estructuras cristalinas cúbica (Fe, Al, Cu, Ni, Sn, Pb) existen diversos

valores de coeficiente de fricción. Para metales con estructuras hexagonales (Mg, Ti, Zn, Cd), el coeficiente ronda el 0.6.

3. Metales puros con una lámina delgada de metal suave (100 nm). En este caso, el coeficiente de fricción puede ser menor de 0.1.
4. Materiales en multi-fase. La mayoría de los materiales utilizados en tribología no son materiales puros, ya que se tratan de matrices con arreglos e inclusiones. Por ello, se puede tomar el mismo criterio del caso 3.
5. Superficies con solo deformación elástica. No es posible aplicar el criterio debido a que solo existe deformación elástica de la superficie.

2.1.3 Fenómeno de impacto.

Por definición, se le conoce como impacto al choque entre dos cuerpos en un intervalo de tiempo muy pequeño y durante el cual los dos cuerpos ejercen grandes magnitudes de fuerza entre ellos, como se muestra en la Figura 2.4; la normal común de ambos cuerpos se le conoce como línea de impacto, si los centros de masa en los dos cuerpos que chocan se ubican en esta línea se le conoce como impacto central.

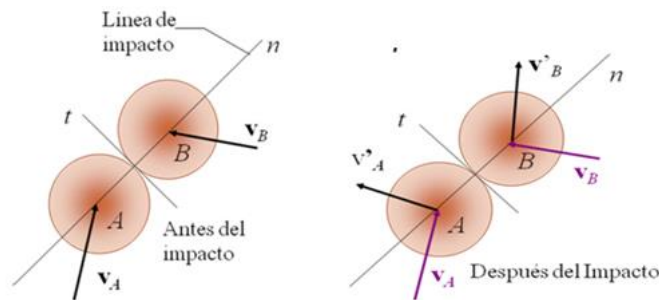


Figura 2. 4 Comportamiento de cuerpos que impactan.

Las partículas A y B mostradas en la Fig. 2.4 se mueven en la misma línea de acción; si la velocidad de A, es mayor a la de B, ésta finalmente impactará con la de menor velocidad. Cuando suceda este impacto, los cuerpos se deformarán, y al terminar este periodo de deformación, tendrán la misma velocidad. Se presentará un periodo de restitución, al final del cual, dependiendo de las fuerzas implicadas, ambas partículas recobrarán su forma original o permanecerán deformadas.

Este comportamiento, se puede expresar de la siguiente forma:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \tag{1.7}$$

Donde: m = masa de A o B, v = velocidad antes del impacto de A o B, v' = velocidad después del impacto de A o B.

Para obtener las velocidades posteriores al impacto, es necesario conocer la relación entre el periodo de deformación y el de restitución, y al cociente de estos dos periodos, se le conoce como coeficiente de restitución.

$$e = \frac{\text{Periodo de restitución.}}{\text{Periodo de deformación.}}$$

(1.8)

Donde: e = coeficiente de restitución.

El valor de este coeficiente, está entre 0 y 1; este coeficiente tiene influencia directa en la naturaleza de los materiales así como también en las geometrías de los cuerpos que impactan. Cuando el coeficiente es 0, se dice que es un impacto perfectamente plástico, por su parte cuando es 1, se le conoce como perfectamente elástico.

Cuando ocurre un impacto perfectamente elástico, se conserva la totalidad de la energía de los cuerpos que impactan. Generalmente, este tipo de impacto no llega a ser 1 debido a la naturaleza deformable de los cuerpos; gran parte de la energía cinética de los cuerpos se transforma en calor y en la generación de ondas elásticas dentro de los cuerpos que chocan.

2.1.4 Modelo matemático del fenómeno.

Para la idealización del modelo matemático del tope de impacto, Romero [8], aplicó la segunda ley de Newton para el modelo matemático del elemento móvil; se visualiza el modelo utilizado en la Figura 2.5. En este caso, el análisis comprende desde el instante de tiempo del primer impacto hasta que tiende al estado de reposo.

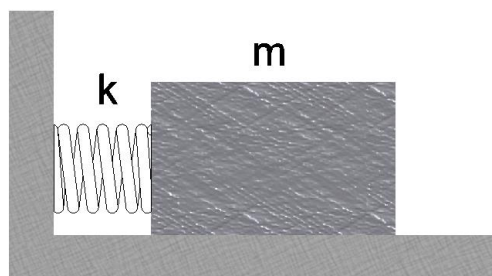


Figura 2.5 Modelo simplificado del tope de impacto.

De la Figura 2.5, se obtiene el diagrama de cuerpo libre de la Figura 2.5, el cual tiene las siguientes condiciones iniciales, siendo x el desplazamiento del bloque:

$$x(0) = 0$$

$$\dot{x}(0) = v$$

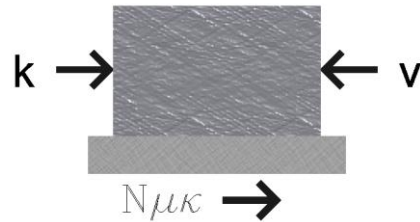


Figura 2. 6. Diagrama de cuerpo libre de la masa.

Donde: v = velocidad del cuerpo que impacta.

Debido a que la velocidad con la que se produce el impacto empujaría a la masa hacia la izquierda, y sobre este también actúan fuerzas de fricción dinámica ($N\mu_k$) y de restitución ($-kx$), se plantea la solución del sistema utilizando la segunda ley de Newton.

De acuerdo, con las anteriores condiciones iniciales del modelo, su comportamiento se puede describir en dos etapas: la primera, se obtiene de su estado inicial en reposo; la segunda cuando es excitado por el impacto, ya que después de un movimiento instantáneo tiende a su posición inicial inmediatamente después al impacto, debido al mecanismo de disipación de energía por medio de la fricción seca. Su comportamiento se puede describir con la siguiente ecuación diferencial (Ecuación 2.9):

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + N\mu_k \quad (1.9)$$

Donde: m = masa del cuerpo, k = rigidez equivalente, N = Fuerza normal, μ_k = coeficiente de fricción dinámico.

2.1.5 Parametrización de la prueba de impacto.

Algunas de las investigaciones acerca del tope de impacto que se han realizado han comparado las condiciones de diseño del prototipo de forma experimental o numérica. En este caso, en primer lugar se centrarán en comparar la precarga inducida de manera experimental.

Para esto, las simulaciones del prototipo tienen las características que se muestran en la Tabla 3.3; el sistema de unidades utilizado es el MKS.

Tabla 2. 3. Parámetros de entrada en las pruebas experimentales.

Condición.	Magnitud.
Velocidad lineal de impacto.	0.61 m/s
Masa de impacto	2.3649 kg
Coefficiente de fricción (acero-acero).	0.2
Constante de rigidez del resorte.	25000 N/m
Torque de apriete.	4.4 kNm

El torque de apriete elegido en esta instancia, se probó experimentalmente, y se concluyó que es el recomendado para el funcionamiento óptimo del dispositivo. Por otro lado, el coeficiente de fricción seleccionado es el aceptado comúnmente en la literatura para contacto entre acero-acero (0.4).

Para el caso del cálculo de la velocidad lineal, en pruebas experimentales sobre el prototipo se ha utilizado el péndulo de Charpy modificado, se desarrolló la Ecuación 2.10, la cual está en función de la configuración del sistema de la Figura 2.7.

$$V_i = \sqrt{3gL(1 - \cos \theta_p)} \tag{1.10}$$

Donde: L = Longitud de la barra del péndulo, g = constante de aceleración de la gravedad, θ_p = ángulo de caída del péndulo, V_i = velocidad lineal del péndulo.

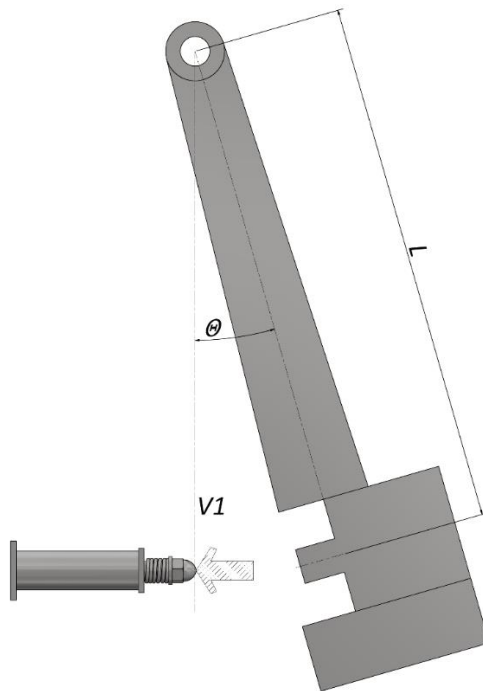


Figura 2. 7. Esquema de configuración de las pruebas experimentales [11].

Dentro de las propiedades mecánicas de los elementos en contacto podemos encontrar el módulo de elasticidad, el cual en ambos es 205 GPa, mientras que la densidad es la común para aceros (7870 kg/m³), de la misma forma la relación de Poisson (0.29).

2.2 Métodos para la simulación de problemas de contacto y fricción.

Dentro de los principales tópicos de los métodos que actualmente se encuentran en la literatura para modelar la fricción, podemos encontrar los que se encuentran en la Figura 2.22, estos posteriormente se describirán brevemente para conocer y elegir el adecuado para el fenómeno en esta investigación. Entonces, dentro de las técnicas para modelar la fricción encontramos:

- Sistemas multi-cuerpos.
- Método del elemento finito.
- Método del elemento frontera.
- Métodos por trazo de partículas.

Sistemas multi-cuerpos: En la actualidad, existe una creciente demanda de exactitud en los modelos de sistemas mecánicos, particularmente, en aquellos que reproducen el fenómeno de fricción y contacto. Debido a que los modelos utilizan la ley de fricción de Coulomb, la cual es la teoría mayormente implementada, estos sistemas son tratados típicamente como una relación rígida de contacto unilateral. Un simple método de integración de la fricción dentro de los sistemas multicuerpos es aproximar la ley de fricción usando funciones de la fuerza de fricción. Ésta es tratada típicamente como una variable que depende de la velocidad de deslizamiento. Para esos casos se utiliza la expresión:

$$F_s = \frac{2}{\pi} \mu F_N \arctan(v/\hat{v}) \quad (1.11)$$

Donde: F_s = fuerza de fricción estática máxima, v = velocidad de deslizamiento, \hat{v} = velocidad característica de deslizamiento.

En esta forma, no existe ninguna diferencia entre la fricción estática y dinámica. La forma de caracterizar \hat{v} se debe basar en verificar la velocidad más pequeña dentro del sistema a simular, y la velocidad a emplear tendrá que ser significativamente más lenta que la magnitud verificada.

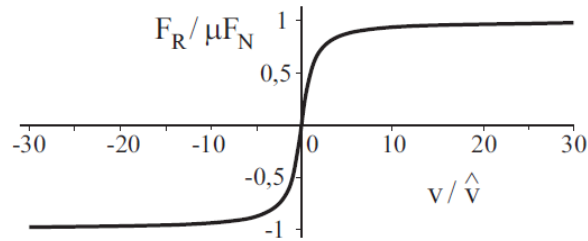


Figura 2. 8. Aproximación a la ley de fricción por medio de funciones de velocidad continua [6].

Esta aproximación realizada por la relación de velocidades, se observa en la Figura 2.8, donde ya sea el “atascamiento” o “deslizamiento” se reduce a simples cambios de velocidad durante la interacción.

Métodos por elemento finito: Dentro del compendio de los métodos de simulación empleados para calcular deformaciones elásticas y plásticas, tenemos la posibilidad principal de investigar los contactos y el fenómeno de fricción.

El marco de referencia para el modelado de contacto en FEM, fue desarrollado alrededor de los años 70’s. Hoy en día, los paquetes de FEM utilizan la llamada formulación nodo-nodo, la cual considera la interacción de los nodos de ambas superficies en contacto.

En las aplicaciones prácticas mayormente utilizadas en la industria, las grandes deformaciones, comportamientos no lineales en materiales y amplios desplazamientos entre las superficies que interactúan, el contacto se considera más robusto y preciso si es discretizado por medio del método de superficie-superficie.

Para el caso de problemas de rolado, el método euleriano lagrangiano (ALE) arbitrario es efectivo para resolver este tipo de problemáticas. Esto es debido al hecho de que se necesitan mallados refinados dentro de las zonas que interactúan.

Entre las ventajas de utilizar el FEM en 3D, se encuentran las siguientes:

- Fiel geometría del modelo (dimensiones, materiales y condiciones de frontera).
- Cálculo de esfuerzos y deformaciones en todo el modelo.

Para finalizar, los métodos del elemento finito, son versátiles para la simulación del problema de contacto y fricción, pero para el caso del contacto de superficies rugosas no son prácticos, debido a que el costo computacional puede llegar a ser mayúsculo.

Método del elemento frontera: Este método es adecuado implementarlo en contacto, debido a que solo discretiza las superficies, si partimos del hecho de tener dos cuerpos, uno elástico y otro rígido.

El desplazamiento vertical en un punto del cuerpo elástico comienza cuando la presión distribuida se hace continua (Figura 2.9). Si se dividen las partes del dominio investigado en $N \times N$ elementos, y si asumimos que la presión es constante en cada elemento, la relación de la presión p_{ij} en la superficie cuadrada de un elemento y el desplazamiento vertical de la superficie u_{ij} se puede calcular como:

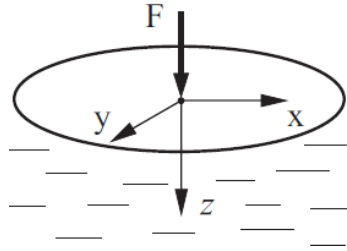


Figura 2. 9. Fuerzas actuando en el medio de un cuerpo elástico [6].

$$u_{ij} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{iij} p_{ij} \quad (1.12)$$

Donde: u = desplazamiento de cada elemento, N = elementos, K = rigidez de cada elemento, p = presión en la superficie de un elemento.

Con

$$K_{iij} = \frac{\Delta}{\pi E} \left[a \ln \left(\frac{c + \sqrt{a^2 + c^2}}{d + \sqrt{c^2 + b^2}} \right) + b \ln \left(\frac{d + \sqrt{b^2 + d^2}}{d + \sqrt{c^2 + b^2}} \right) + c \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 + c^2}}{b + \sqrt{c^2 + b^2}} \right) + d \ln \left(\frac{b + \sqrt{b^2 + d^2}}{a + \sqrt{a^2 + d^2}} \right) \right] \quad (1.13)$$

Dónde: Δ = malla mapeada, E = módulo de elasticidad.

y

$$a = i - \hat{i} + \frac{1}{2}, b = i - \hat{i} - \frac{1}{2},$$

$$c = j - \hat{j} + \frac{1}{2}, d = j - \hat{j} - \frac{1}{2}.$$

Entonces la ecuación (2.12), se puede escribir de forma matricial como:

$$u = Ap$$

Donde: A es una matriz con dimensiones $N^2 \times N^2$.

En problemas de contacto, la dimensión del área y su localización son inicialmente desconocidas. Por lo tanto, son resueltos por medios iterativos. Dentro del área de contacto la separación entre superficies es cero; por otra parte, el desplazamiento no es cero, y fuera del área de desplazamiento, las presiones son cero. Ahora, las variables son divididas en variables p_i y u_i dentro del área de contacto, también p_a y u_a fuera del área de contacto, u_i y p_a son conocidas con un valor igual a cero.

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_i \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i \\ u_a \end{Bmatrix}$$

Y finalmente,

$$\begin{aligned} A_1 p_i &= u_i, \\ A_3 p_i &= u_a. \end{aligned}$$

La solución de la primera ecuación, da como resultado las presiones de contacto del área de p_i . Con la segunda ecuación, u_a determina el desplazamiento fuera del área de contacto. En el primer paso en la iteración, generalmente, se obtienen presiones negativas y una distancia de separación negativa del área de contacto. Posteriormente, se elige la nueva área de contacto y todas las presiones negativas son removidas y el cálculo comienza de nuevo. Las iteraciones continúan hasta cuando ya no existan presiones o desplazamientos negativos.

Métodos por trazo de partículas: Otro método para calcular el contacto en sistemas mecánicos, es el de trazado de partículas, el cual consiste en introducir partículas de manera artificial conocidas como “unidades de cálculo”. Por ende, no existen físicamente, pero la interacción entre estas, ya sea de manera elástica o plástica, describen el comportamiento del contacto de manera fiable.

El principal inconveniente de este método, es el hecho de que el tamaño de las unidades de cálculo varía conforme a la escala del sistema, lo que puede ser perjudicial en la implementación de problemas de ciencias geológicas, debido a que las partículas son aproximadamente de metros de diámetro.

2.3 Modelado por elementos finitos.

Muchos de los problemas de la ingeniería y de las ciencias aplicadas están gobernados por ecuaciones diferenciales o integrales. La complejidad de geometría o de las condiciones

de frontera halladas en muchos de los problemas del mundo real impide obtener una solución exacta del análisis considerado, por lo que se recurre a técnicas numéricas de solución de ecuaciones que gobiernan los fenómenos físicos. El Método de los Elementos Finitos es una de estas técnicas numéricas, muy apropiada para su implementación en computadoras (dada su facilidad para el manejo de algoritmos numéricos, rapidez en los cálculos y precisión en la respuesta). Esta técnica puede ser aplicada para resolución de problemas de diversa índole: mecánica de sólidos, mecánica de fluidos, transferencia de calor, vibraciones, etc.

La principal limitación de los métodos de Elementos Finitos radica en que la precisión de los resultados depende de la densidad de elementos utilizada. En análisis estructurales, cualquier región con alta concentración de esfuerzos debe ser cuidadosamente analizada mediante un enmallado suficientemente fino para obtener resultados confiables.

Ya que los paquetes actuales de Elementos Finitos parecen resolver tan amplia gama de problemas, existe una marcada tendencia a resolver problemas mecánicamente sin tomarse el trabajo de entender la física y matemática subyacentes en el problema. Los paquetes de elementos finitos se han vuelto casi indispensables en el diseño y análisis mecánico, pero han acercado a los usuarios la posibilidad de cometer grandes errores. La versatilidad del método no salva la necesidad de realizar un detallado análisis de los resultados obtenidos antes de ser aplicados en la solución de un problema real.

Se pueden producir grandes errores en el modelado debido al uso de opciones inadecuadas del programa, o debido al uso adecuado del programa pero con datos errados. Los resultados de un programa no son confiables si el usuario no entiende cómo funciona el programa o si no tiene las nociones físicas suficientes para entender los resultados arrojados por el programa. Los resultados deben ser comparados con las expectativas; se pueden obtener resultados alternos de modelos simplificados calculados a mano, o de experimentación en estructuras o elementos similares. “El método de los Elementos Finitos puede hacer de un ingeniero bueno uno mejor, y de un mal ingeniero uno más peligroso” [30].

Por lo general, el método de los elementos finitos consta de tres bloques fundamentales para su implementación, como se ve en la Figura 2.10.

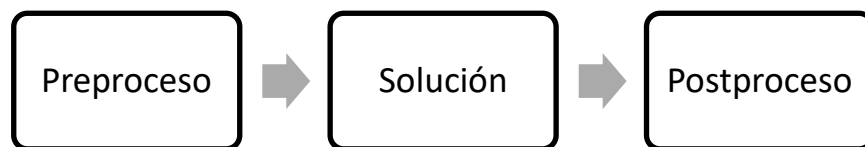


Figura 2. 10. Bloques generales para la implementación del FEM.

De manera particular, de acuerdo con Fonseca [35], el método del elemento finito, se describe en los bloques que muestran en la Figura 2.11:

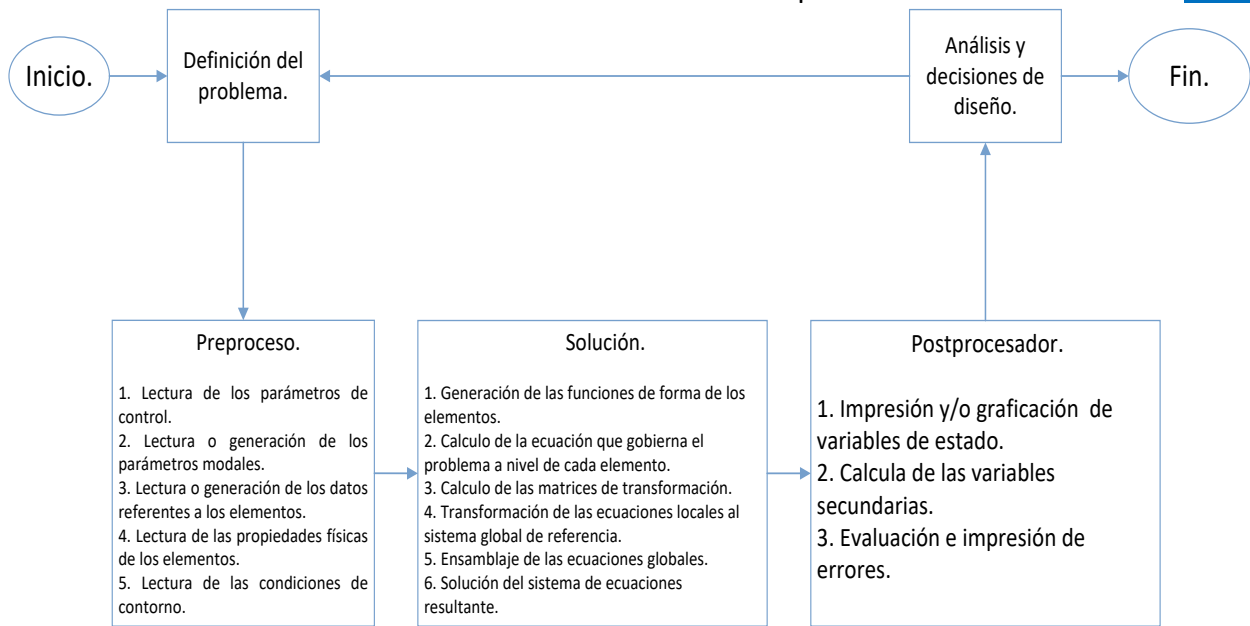


Figura 2. 11. Procedimiento para resolver un problema de ingeniería por medio del FEM [35].

2.3.1 Análisis por elementos axisimétricos.

Existe una clasificación más específica de elementos 2D, la cual se conoce como axisimétricos, los cuales son convenientes de utilizar siempre que exista un eje de simetría con respecto a un eje. Con este tipo de modelos se reduce gran cantidad de tiempo de solución comparado con un modelo equivalente en tres dimensiones, y en general lleva a mejores resultados. La sección modelada para la entidad geométrica, debe yacer sobre el plano que tenga coordenadas radiales y el mismo eje de simetría.

Análisis 2D en FEM.

Cuando se elabora un modelo bidimensional en elementos finitos, es de vital importancia considerar la calidad de malla, generalmente el mallado que muestra la literatura de elementos finitos consiste de elementos triangulares, esto se hace debido a que su modelación computacional e interpretación teórica es sencilla.

No obstante, existen otras formas para el mallado de partes como lo muestra la figura, aunque la malla de elementos triangulares es muy útil en cuanto a adaptarse a curvas o geometrías irregulares.

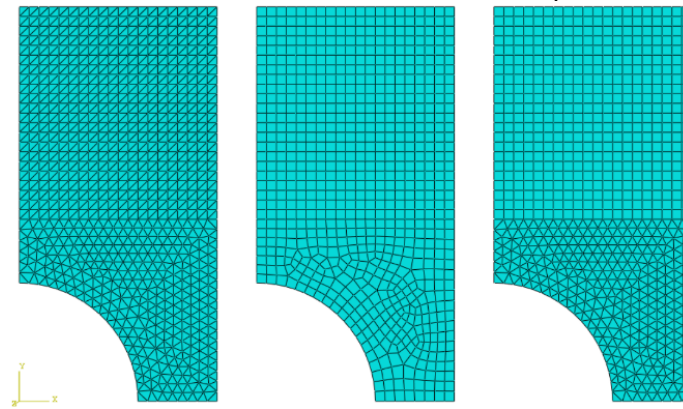


Figura 2. 12. Diferentes formas y densidad de malla.

Como se aprecia en la Figura 2.12, existen también elementos de mallado de forma de cuadriláteros, es decisión del usuario optar por la calidad de malla que más le convenga y se adecúe a sus problema a resolver. De igual forma, es necesario verificar que los elementos de la malla no sufran una alta distorsión ya que pueden provocar errores de cómputo y por consiguiente un fallo en los cálculos.

Dependiendo del paquete de FEM a utilizar será el algoritmo para la realización de la malla, en este caso se estudiará el correspondiente al software ABAQUS, con el cual se entrará a detalle en posteriores secciones.

Por simetría, el estado de deformación, y por consiguiente el de tensión de una sección plana cualquiera perpendicular al eje de simetría del cuerpo viene definido completamente por las dos componentes de desplazamiento. Tal y como se especifica en la metodología desarrollada por Zienkiewicz [3].

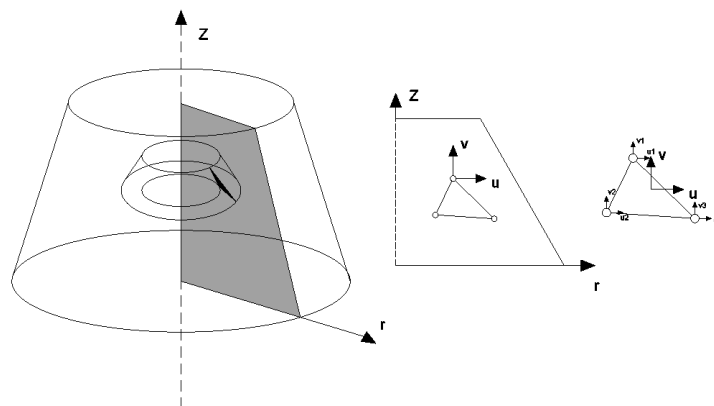


Figura 2. 13. Dominio de los problemas con eje de simetría en Z [3].

Si se considera una sección del sólido que contiene al eje de revolución, su estado de deformación queda definido por las dos componentes del desplazamiento u y v

presentes en dicha sección. Por lo tanto, el problema queda reducido a un problema en dos dimensiones (radial y axial), aunque el dominio sólido sea tridimensional, como se muestra en la Figura 2.13 [4][5].

Por lo tanto, el campo de desplazamiento \mathbf{u} es:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u(r, z) \\ v(r, z) \end{Bmatrix} \tag{1.14}$$

Donde r y z representan las coordenadas radial y axial de un nodo y u , v son los desplazamientos radial y axial respectivamente.

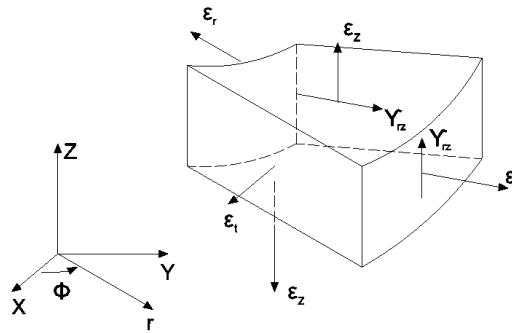


Figura 2. 14. Deformaciones unitarias en un sólido de revolución [3].

Por ende, la ecuación constitutiva es la siguiente:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix} \tag{1.15}$$

Dónde: σ = esfuerzos, ν = relación de poisson, ε = deformaciones unitarias.

2.4 Selección del elemento finito.

Como se describe en secciones anteriores, existen distintos tipos de forma de elementos para el análisis por elemento finito, como por ejemplo: triangular, cuadrado (en 2D); ladrillos o tetraedros (3D). Por lo general, una malla conformada con elementos triangulares

es suficiente, ya que estos se adaptan de mejor manera a los cambios bruscos de geometría, pero para el caso del estudio de contacto en elemento finito, es necesario utilizar elementos de forma cuadrática o rectangular debido a que estos presentan un mejor comportamiento en problemas de contacto.

Los elementos rectangulares de orden superior de la familia lagrangiana pueden constituirse por medio del producto de las funciones de interpolación lagrangianas unidimensionales en X y con las respectivas en Y. Estos pueden ser de primero, segundo o tercer orden, dependiendo del número de nodos que constituyen al elemento. En la Figura 2.15, se muestra la diversidad de esta familia:

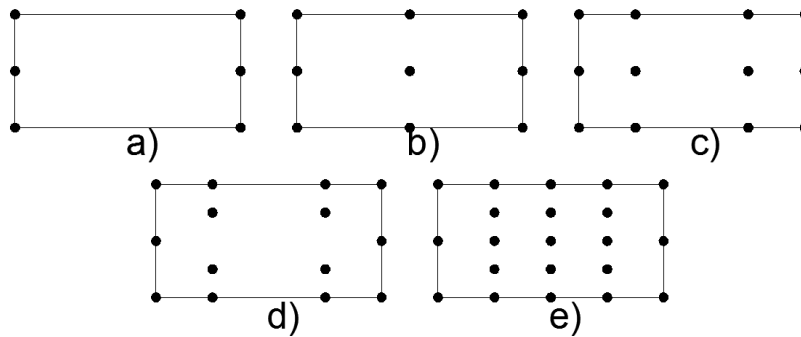


Figura 2. 15. Algunos tipos de elementos rectangulares lagrangianos [4].

Con el desarrollo del modelo para las simulaciones, se debe de elegir el elemento finito adecuado para implementarlo en el sistema. En este caso se utilizó un elemento CAX4R (Figura 2.16) el cual consta, de cuatro nodos y un nodo central con el que forma la integración reducida [38].

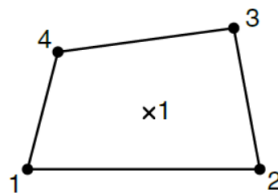


Figura 2. 16. Elemento finito CAX4R designado para las simulaciones [38].

Este elemento tiene la particularidad de ser de integración reducida, lo que ayuda a detectar eficientemente las variaciones de los esfuerzos dentro del modelo debido a que cuenta con un nodo en cada vértice y un punto de Gauss central; en la figura de arriba se puede observar el punto de integración central localizado en una región cuadrada [6].

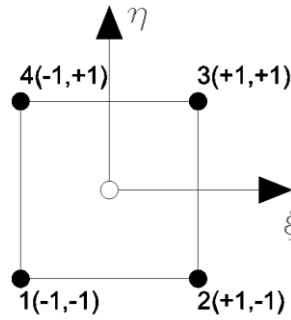


Figura 2. 17. Punto de integración dispuesto en una región cuadrada [3].

Es necesario transformar, del sistema de coordenadas físico de la estructura mallada, al sistema de coordenadas naturales, esto con el propósito de ensamblar y relacionar cada elemento discretizado en las matrices de rigidez global. El sistema coordenado natural (ξ, η) , toma un nuevo origen partiendo del punto central de cada elemento cuadrado mapeado de la estructura total inicialmente mallada, y esto se realiza utilizando la Ecuación 2.16.

$$U^h(\xi, \eta) = N(\xi, \eta)d_e \tag{1.16}$$

Está transformación, se visualiza de manera más clara en la Figura 2.18:

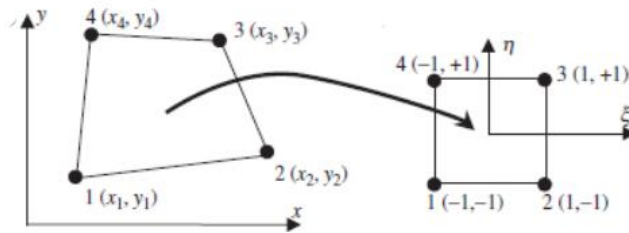


Figura 2. 18. Transformación de distintos sistemas de coordenadas (físicas y naturales) [3].

Posteriormente de seleccionar la técnica de análisis adecuada para representar el modelo físico al modelo discreto, es necesario conocer la metodología de contacto y convergencia de malla para una mayor confiabilidad en la simulación.

Yastrebov [22], dentro de sus investigaciones establece una clara y completa metodología para la implementación del contacto computacional en sistemas mecánicos, con la cual indica la manera idónea de establecer las superficies maestra y esclava, así como también, que los elementos cuadriláteros tienen un mejor comportamiento en el modelado de contacto.

2.4.1 Criterios para implementar una técnica de mallado óptima.

Debido a que se utiliza un método con el cual se tiene que establecer una discretización para obtener los resultados necesarios, y posteriormente formular una aproximación numérica, es benéfico realizar una convergencia de elementos para tener un buen mallado.

Beisheim y Sinclair [23] establecieron criterios tanto de convergencia de malla y la estimación del error provocada por los refinamientos con base en tres muestras de presiones de contacto, las cuales se pueden considerar como gruesa, mediana y fina. Utilizando la Ecuación 2.17, se obtuvo un resultado preliminar para poder utilizar los datos idóneos para la Ecuación 3.3.

$$|\sigma^c - \sigma^m| > |\sigma^m - \sigma^f| \quad (1.17)$$

Donde: σ^m = esfuerzo con malla media y σ^f = esfuerzo con malla fina.

Utilizando la presión de contacto resultante, se puede estimar el error de los refinamientos, el cual consta de los siguientes porcentajes de error en la discretización (e_d) comparándolos con los errores predefinidos (e_s) los cuales pueden ser $e_s = 1\%$ es excelente, 5% =bueno y 10% =satisfactorio; todos estas variables se introducen en la Ecuación (2.18).

$$e_d = \frac{\sigma^f - \sigma^m}{\sigma^f}; |e_d| < e_s \quad (1.18)$$

En este caso, se utilizan las presiones de contacto obtenidas de la malla fina y mediana, contra el porcentaje de error propuesto.

Por lo general, los problemas de contacto para los elementos finitos, deben cumplir las siguientes premisas:

- No se deben alojar esquinas en la superficie maestra.
- Las superficies en contacto deben ser lisas y finitas.
- Usar elementos cuadráticos.

A su vez, para la selección de la superficie maestra o esclava, existen dos reglas generales para su correcta elección, ya que no puede ser arbitraria, debido al hecho de que el tiempo

de cómputo se puede incrementar como también pueden surgir resultados erróneos, y son las siguientes:

- La superficie en contacto con mayor densidad de malla, debe ser la superficie esclava.
- Si las densidades de malla son similares, la superficie esclava debe ser la superficie que posea el material más “suave”.

En la Figura 2.19, se muestra ejemplos de la selección de la superficie maestra y esclava, cabe mencionar que en la superficie maestra se puede suavizar el contacto con curvas de Bezier o spline.

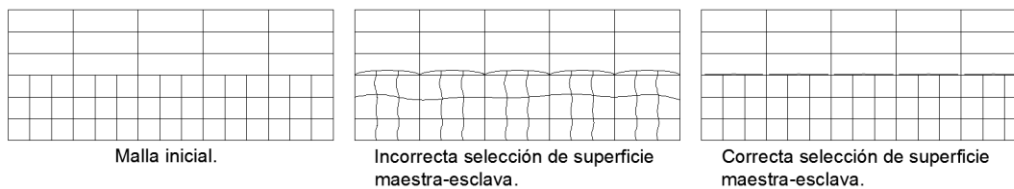


Figura 2. 19. Malla en superficies maestra y esclava [22].

2.5 Benchmark de contacto en FEM.

Cuando se implementan técnicas numéricas de contacto computacional, existen una serie de *benchmarks* (medida de calidad) los cuales pueden ser en sistemas de referencia en 2D y 3D. Dentro de estas pruebas, se pueden encontrar las siguientes:

- Contacto 2D de un cilindro en movimiento.
- 2D vigas en voladizo en contacto.
- 3D conformado de chapa metálica.
- 3D Pin cargado.

Estas pruebas, sirven para exhibir las siguientes características del contacto:

- Contacto 3D.
- Deslizamiento o estancamiento por fricción en el área de contacto.
- Comparación de elementos 2D y 3D.
- Dependencia de la malla.
- Comportamiento bajo grandes deformaciones.

Por último, una de las más grandes funcionalidades de estas pruebas es el hecho de comparar los resultados de los modelos 3D contra las simplificaciones 2D o axisimétricas, esto con el fin de tener la mejor solución para atacar un problema específico.

Es buena práctica, ya sea como usuario de paquetes de FEM o implementando los algoritmos en diversos entornos de desarrollo integrado, que se realicen estas pruebas, ya que pueden indicar si se está implementando adecuadamente el contacto.

2.6 Fenómeno de *hourglass*.

La energía de deformación artificial es particularmente importante debido a que es utilizada por el software para controlar el fenómeno de "*hourglass*", ya que este se presenta debido a que las cargas de impacto tienen la peculiaridad de aplicarse en pequeños instantes de tiempo y ser de grandes magnitudes; este fenómeno se describió a mayor detalle en secciones anteriores.

Uno de los principales inconvenientes del *hourglass* es el hecho de que cuando se producen cargas de impacto la malla en el modelo discreto produce una distorsión, con la cual produciría errores en los cálculos. Esta distorsión ocasionada por el *hourglass* en el modelo, se puede visualizar en la Figura 2.20.

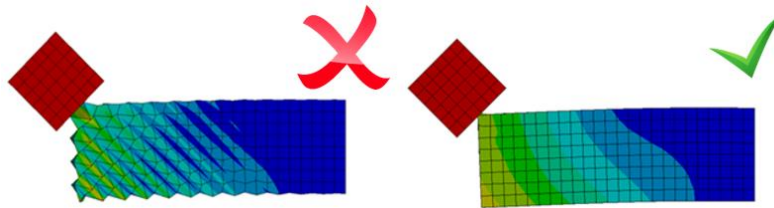


Figura 2. 20. Malla distorsionada por el fenómeno de *hourglass* [24].

Una de las estrategias que se optó para el control del *hourglass* fue el uso de elementos de integración reducida, el cual cuenta con nodo de gauss central. En este caso para obtener la energía de cada elemento se sigue a grandes rasgos los siguientes puntos:

- Primero, se calcula la densidad de energía de deformación (W), esto se hace para cada punto de gauss en cada elemento finito, y la energía de deformación elástica para los cuerpos en contacto se puede escribir como:

$$E_e = \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{V_e} W dV \tag{1.19}$$

donde: n_{el} = número de elementos finitos,

- Para calcular la energía cinética total del sistema, se define de la siguiente forma:

$$E_k = \frac{1}{2} \dot{u}^T M \dot{u}$$

donde: u = desplazamientos, M = matriz de masas.

- Finalmente, la energía total del sistema se obtiene con:

$$E_t = E_e + E_k \tag{1.21}$$

Cuando se analizan problemas de impacto con fricción, la energía disminuye por fricción entre los cuerpos; se puede calcular la disipación de energía en el intervalo de $[0, T]$, el cual está dado por el intervalo de duración de la simulación. Esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$\Delta E_t = E_{t_T} - E_{t_0} \tag{1.22}$$

2.7 Diferencias entre distintos análisis en FEM.

En diversas ocasiones cuando se utilizan paquetes o códigos implementados de FEM, generalmente, se concibe la idea de obtener esfuerzos y deformaciones por medio de contornos e imágenes a color, así como también videos de las simulaciones.

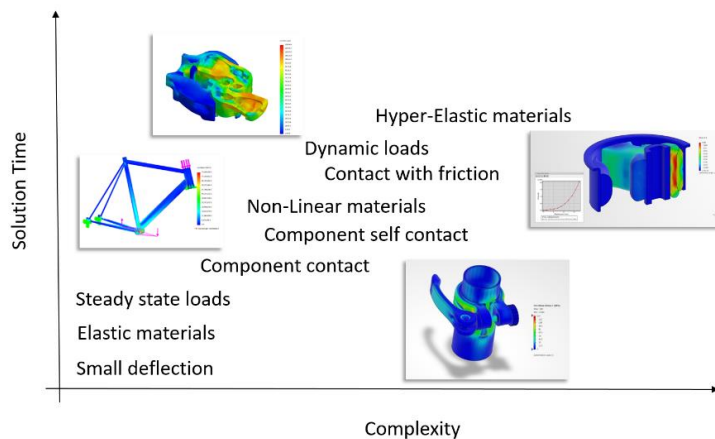


Figura 2. 21. Comparación de la complejidad vs. tiempo en distintos análisis [38].

Como se observa en la Figura 2.21, el modelado de sistemas con fricción por el contacto entre sus componentes, así como también la aplicación de cargas dinámicas, son de los fenómenos más complejos, y por ello los tiempos de simulación tienden a elevarse con respecto a los análisis con cargas estáticas.

La mayoría de las veces se satisfacen de buena manera los criterios de búsqueda debido al hecho de que son simulaciones en el régimen estático, pero cuando se trata de estudios quasi-estáticos o dinámicos, es preferible conocer también el comportamiento de las energías, ya que estas no pueden dar un panorama si el proceso de resolución del modelo es confiable o no.

2.7.1 Modelado del fenómeno de contacto en ABAQUS.

El FEM es una herramienta sumamente importante para problemas lineales o no lineales, dinámicos, estáticos y continuos de la mecánica, así como también de la multi-física.

Sin embargo, pocas soluciones analíticas han sido reportadas para problemas bajo cargas de alta deformación. Cabe mencionar que la mayoría de los modelos utilizados han sido numéricos y que programas de diferencias finitas y elemento finito en 2D y 3D han modelado la respuesta de un material ante una carga de corta duración. Este tipo de programas son aplicados a problemas donde el movimiento de la onda en el material debido al impacto, carga explosiva o el depósito de energía repentina debe ser registrado exactamente.

Algunos de los ejemplos de problemas de contacto e impacto en ingeniería, y que son resueltos por medio del FEM, son los siguientes: ensamblado de componentes, rodamientos, procesos de conformado, pruebas de impacto en automóviles, entre muchas otras, tal y como se muestra en la Figura 2.22.

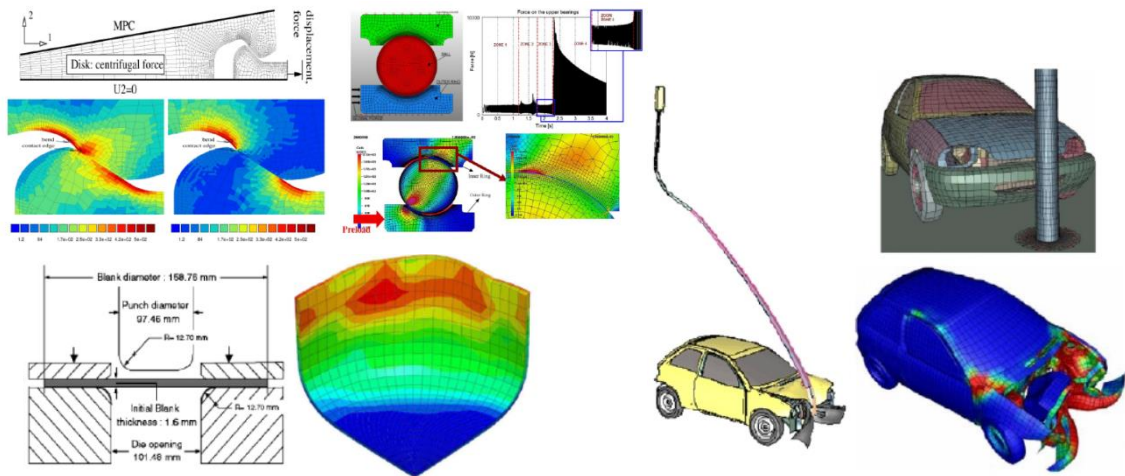


Figura 2. 22. Problemas de contacto e impacto relevantes en FEM [25][38].

Abaqus es un programa de simulación en ingeniería desarrollado por Dassault Systems, basado en el FEM, que puede resolver desde simples problemas lineales hasta

complejas simulaciones no lineales. Posee una extensa lista de modelos de materiales que pueden simular el comportamiento de los materiales más típicos utilizados en ingeniería, como metales, gomas, polímeros, compuestos de fibras, hormigón, materiales geotécnicos como suelo y roca [38].

Dentro del software, se encuentra una división de las soluciones implementadas, una es la forma *Explicit* y la otra la *Standard* (Tabla 2.4), las cuales para el modelo tienen las siguientes características:

Tabla 2. 4 Diferencias generales en entre el contacto en Abaqus/Explicit y Standard [38].

Característica	Abaqus/Explicit	Abaqus/Standard
Formulación primaria.	Nodo a superficie.	Superficie a superficie.
Rol de la superficie maestra-esclava.	Balance entre maestra-esclava.	Superficie limpia maestra-esclava.
Formulación secundaria.	Arista a arista.	Arista a superficie.
2-D y axisimétrico.	No disponible.	Disponible.

Los cálculos computacionales del impacto y el contacto de los cuerpos que interactúan son notablemente difíciles, debido a la fuerte no linealidad del sistema asociado. Para la formulación de contacto en el software, es necesario seguir el siguiente algoritmo (Figura 2.23):

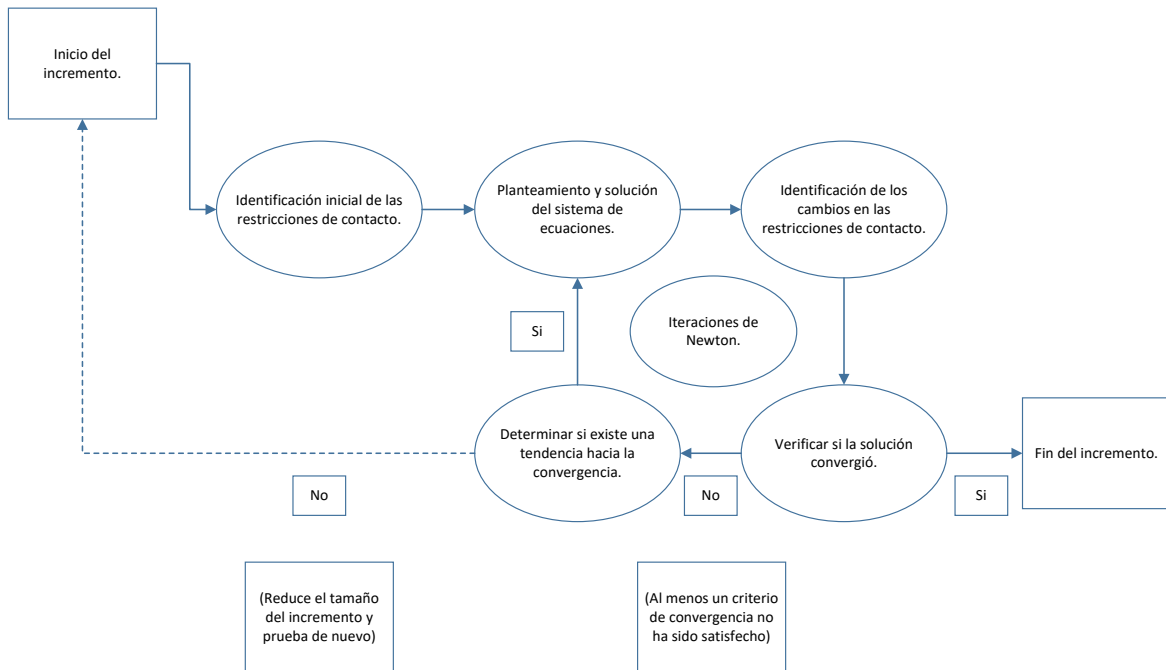


Figura 2. 23. Algoritmo de contacto en Abaqus/Standard [38].

2.7.2 Balance de energías en Abaqus/Explicit.

Para el caso de los distintos tipos de energía que se pueden obtener haciendo el correcto minado de resultados, se parte de la siguiente premisa y posteriormente realizando el balance adecuado de conservación de energía.

$$\text{Trabajo externo} = \text{Energía de deformación interna} + \text{Energía cinética} + \text{Efectos de disipación} \quad (1.23)$$

Lo concerniente a los efectos de disipación se enlistan y se muestran en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} ETOTAL = & ALLKE + ALLIE + ALLVD + ALLFD + ALLIHE \\ & - (ALLWK + ALLPW + ALLCW + ALLMW + ALLHF) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Donde:

- ETOTAL = Energía total del modelo.
- ALLKE = Energía cinética.
- ALLIE = Energía de deformación interna.
- ALLVD = Energía disipada por efectos viscosos.
- ALLFD = Disipación por fricción.
- ALLIHE = Energía calorífica interna.
- ALLWK = Trabajo debido a fuerzas externas.
- ALLPW = Trabajo por la formulación de contacto por penalización.
- ALLCW = Trabajo por realizado por las restricciones de penalización.
- ALLMW = Trabajo por el escalado de masas.
- ALLHF = Flujo de calor externo.

Debido a la naturaleza del fenómeno analizado, y a las condiciones de frontera que existen en él, como por ejemplo en el caso de la energía disipada por viscosidad ALLVD, se elimina de la ecuación debido al hecho que los mecanismos de amortiguamiento viscosos son inherentes a las propiedades mecánicas del material, así como también, a su geometría; el termino ALLIHE se suprime debido a que en el análisis no se introducen cargas térmicas, los términos de trabajo (ALLWK, ALLPW, ALLCW, ALLMW, ALLHF) son generados por el software para implementación de la formulación de contacto, es por ello que se puede simplificar esta ecuación de la siguiente manera (2.25):

$$ETOTAL = ALLKE + ALLIE + ALLFD \quad (1.25)$$

En el caso de ALLIE, esta consta de los siguientes términos (Ecuación 2.26):

$$ALLIE = ALLSE + ALLPD + ALLCD + ALLAE + ALLDMD + ALLDC + ALLFC \quad (1.26)$$

Donde:

- ALLIE = Energía de deformación interna.
- ALLSE = Energía de deformación.
- ALLPD = Conjunto de energías disipativas por procesos de deformación plástica.
- ALLCD = Energía disipada por visco elasticidad.
- ALLAE = Energía de deformación artificial.
- ALLDMD= Energía disipada por daño.
- ALLDC = Energía disipada por control de distorsión.
- ALLFC = Energía por flujo de cavidad.

En este caso, debido a que en el análisis del prototipo no existen condiciones de grandes deformaciones, se pueden eliminar diversos términos (ALLPD, ALLCD, ALLDMD, ALLDC), de la misma forma como no es un análisis de fluidos ALLFC se suprime de la ecuación.

Con ello, la ecuación (2.26), se puede simplificar como:

$$ALLIE = ALLSE + ALLAE \quad (1.27)$$

Capítulo 3.

Metodología de parametrización del modelo discreto.

En esta sección, se presenta el marco de referencia necesario para calibrar el modelo de elementos finitos del fenómeno. Parámetros tales como las propiedades mecánicas, geometría y condiciones de frontera son fundamentales para efectuar una correcta simulación.

3.1 Modelo implementado en el software de FEM.

Debido a la recopilación de distintas técnicas de modelado obtenidas de destacadas aportaciones como parte del desarrollo del modelo en elemento finito como por ejemplo Kalish [28], del prototipo en CAD se utilizaron planos de corte para crear la superficie axisimétrica para realizar las simulaciones pertinentes. Los planos elegidos son los que se muestran en la Figura 3.1.

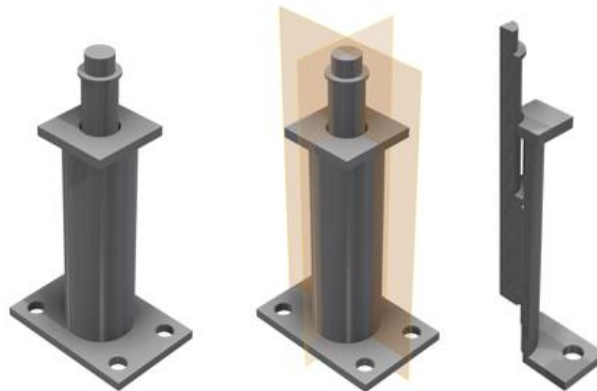


Figura 3. 1. Desarrollo de la geometría a partir del prototipo virtual.

De esta manera, el modelo para las simulaciones quedaría como se muestra en la Figura 3.2. Se observan las condiciones de frontera, así como también, las zonas de contacto y la superficie de impacto.

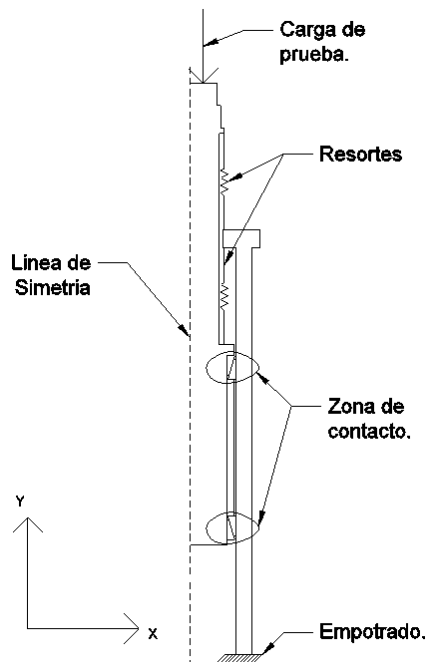


Figura 3. 2. Modelo para la implementación de las simulaciones.

3.1.1 Benchmark de contacto en Abaqus.

Benchmark 1. Test de Taylor.

Para este caso se eligió la configuración de vigas en voladizo y con los siguientes parámetros de entrada:

Tabla 3. 1. Propiedades mecánicas para la simulación del test.

Parámetro	Magnitud
Dimensiones.	$L = 0.1 \text{ m}$, $H = 0.01 \text{ m}$
Coefficiente de fricción.	0.3
Densidad.	7800 kg/m^3
Módulo de elasticidad.	200 GPa
Coefficiente de Poisson	0.29

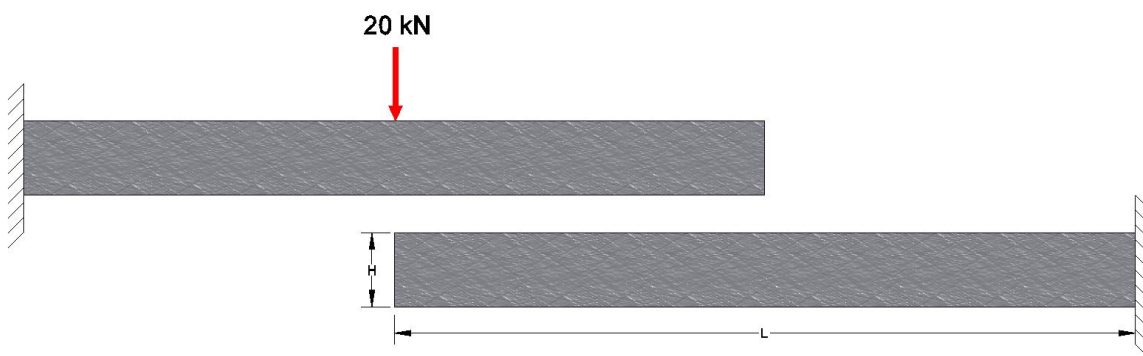


Figura 3. 3. Test de implementación de contacto con dos vigas en voladizo.

La malla para ambas vigas se muestra de la siguiente manera:

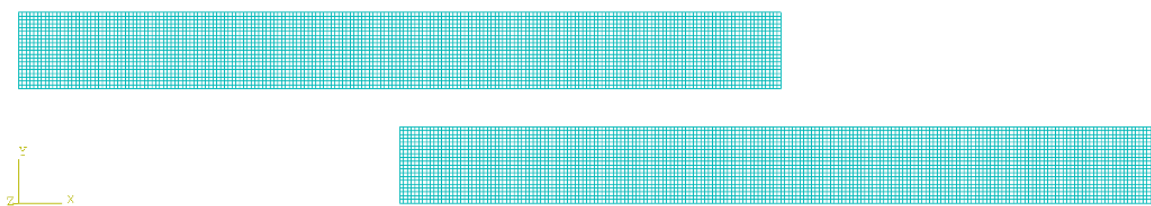


Figura 3. 4. Malla para el test de contacto en vigas.

En este caso, se busca la correcta transferencia de esfuerzos cuando sucede la interacción entre las vigas tal y como se visualiza en las capturas de la Figura 3.5. La metodología para efectuar la prueba de consistencia de esfuerzos producto del contacto, se encuentra descrita en publicaciones de Papadopoulos y Taylor [14], los cuales

implementaron algoritmos de contacto. Si la transferencia de esfuerzos entre las superficies que interactúan es homogénea, se establece que el algoritmo es válido.

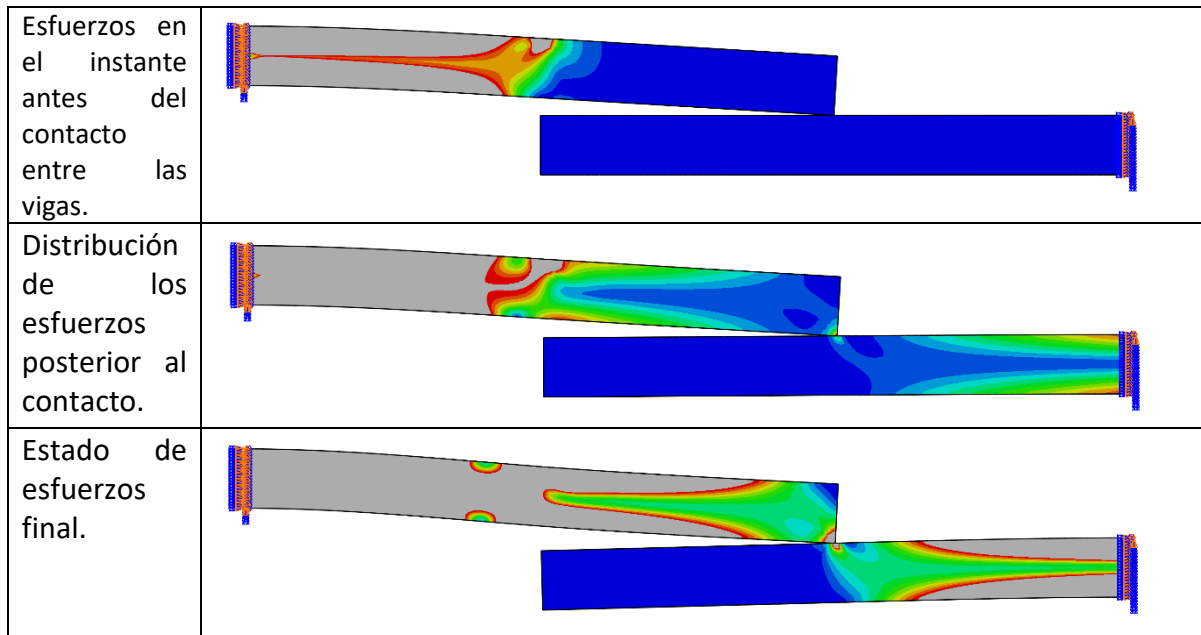


Figura 3. 5. Transferencia de esfuerzos producto del contacto entre vigas.

En la Figura 3.5, se muestra que la transferencia de esfuerzos en los elementos es correcta, lo cual valida que el uso del software Abaqus para el fenómeno de contacto es apropiado.

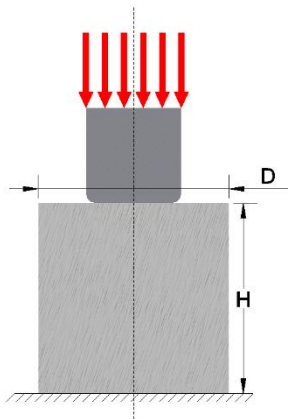
Benchmark 2. Presión normal en la superficie de contacto.

Para este test, se utiliza la formulación axisimétrica con la cual se modela un punzón de acero que comprime un cilindro de aluminio; con una presión axial uniforme de 100 MPa, el efecto de la fricción se considera en la zona de aplastamiento.

Esta prueba, consolida el estudio paramétrico en los siguientes puntos:

- El efecto en las superficies de contacto (maestra y esclava).
- Visualizar los resultados en coordenadas radiales específicas dentro del modelo axisimétrico.

La geometría, así como los parámetros dentro de la simulación, se encuentran en la Figura 3. 6. Se denomina punzón al cuerpo geométrico superior donde aplica la carga distribuida; base al cuerpo inferior de mayor volumen



Parámetro	Punzón	Base
Dimensiones.	D=0.1 m, H=0.1 m	D=0.2 m, H=0.2 m
Módulo de elasticidad.	210 GPa	70 GPa
Coefficiente de Poisson.	0.29	0.29
Coefficiente de fricción.	0.1	0.1
Condición de frontera.	100 MPa	Empotrado base.

Figura 3. 6. Geometría del modelo axisimétrico y parámetros de entrada.

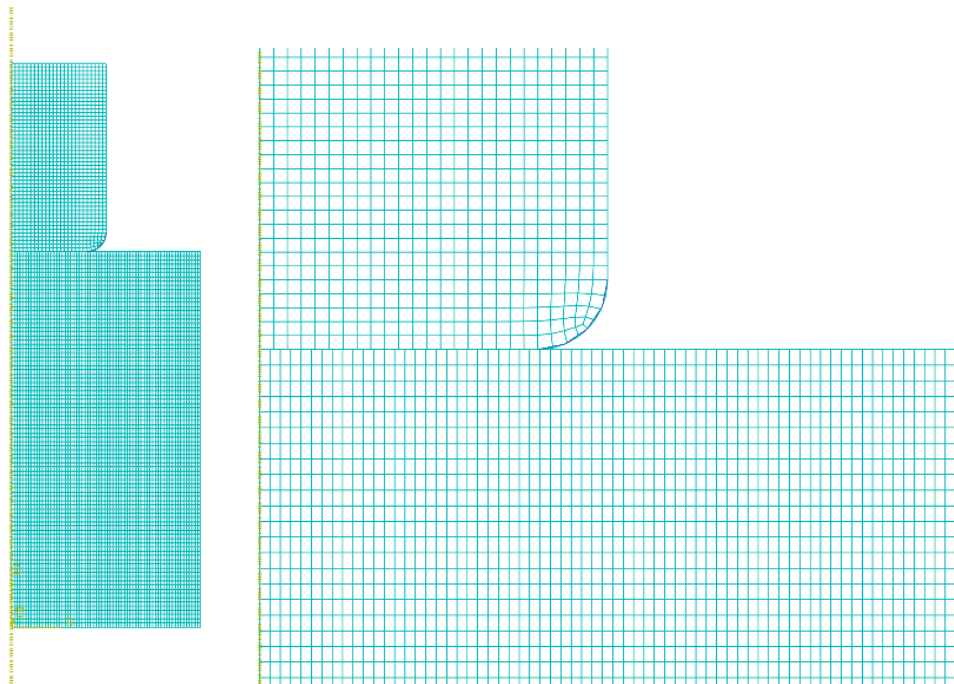


Figura 3. 7. Malla del modelo y acercamiento a la zona de contacto.

Capítulo 3. Metodología de parametrización del modelo discreto.

Posteriormente a establecer la malla adecuada para el modelo, se obtuvo el esfuerzo de Von Mises en la zona de interés como se muestra en la Figura 3.8.

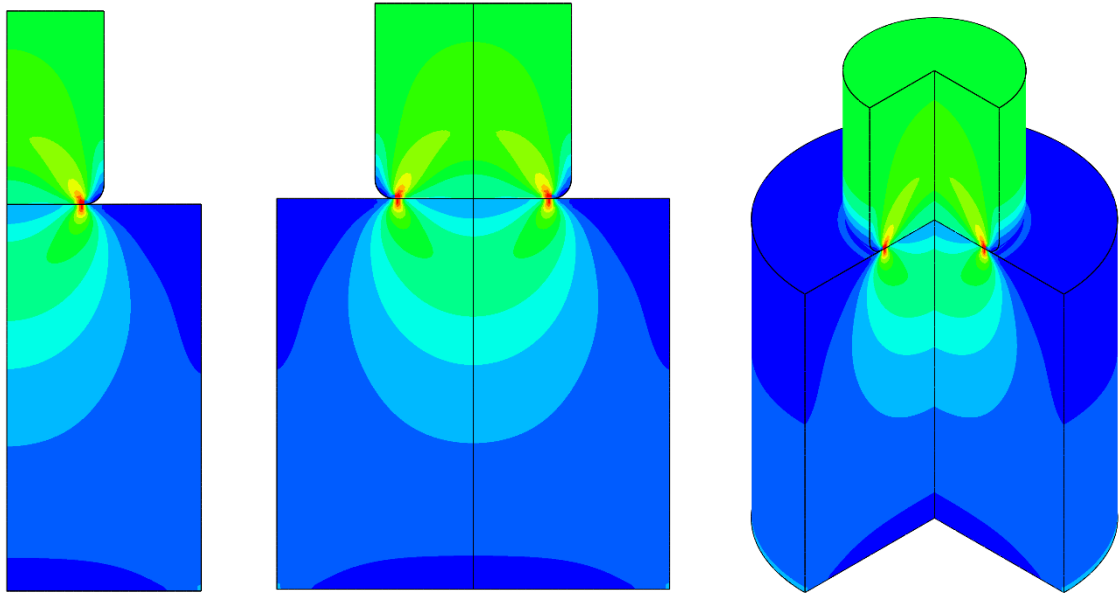


Figura 3. 8. Mapa de esfuerzo de Von Mises en distintas perspectivas del modelo (0°, 180° y 270°).

Extrayendo las presiones de contacto, se compararon con los resultados obtenidos a través de la mecánica de materiales clásica; se muestra la tendencia de un pico de esfuerzos al principio de la zona del redondeo, mismo que coincide con la Figura 3.9 obtenida de manera analítica.

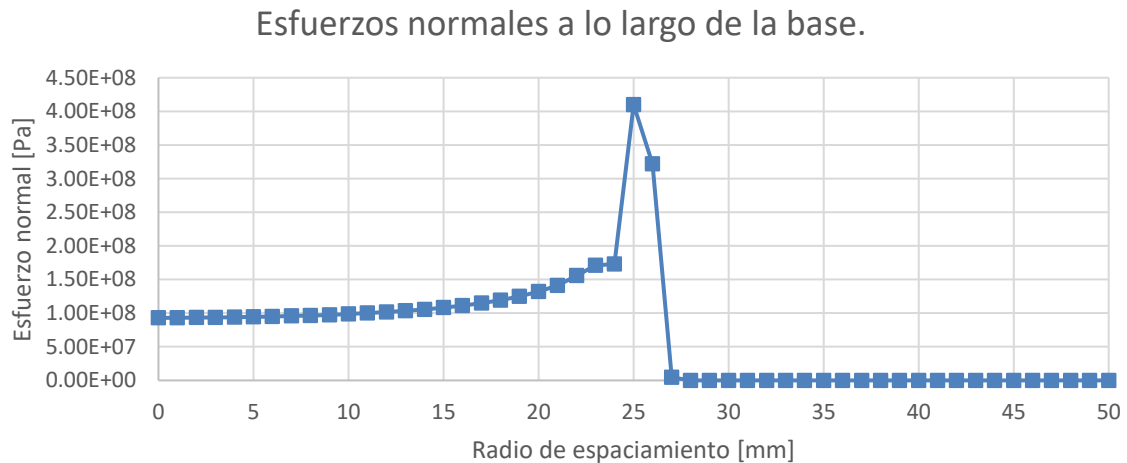


Figura 3. 9. Gráfica de esfuerzos normales en la zona de contacto del cilindro base.

Capítulo 3. Metodología de parametrización del modelo discreto.

Finalmente se compararon la presión de contacto normal contra los esfuerzos tangenciales en la región de contacto entre ambas superficies, que se muestran en la Figura 3.10.

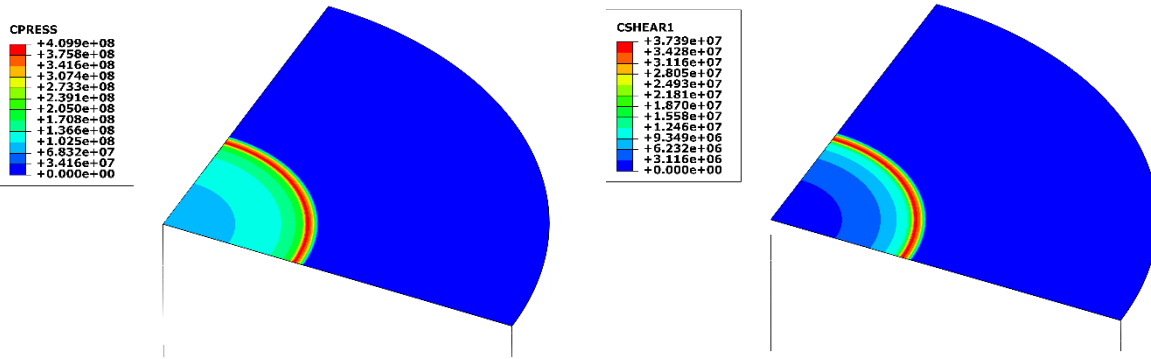


Figura 3. 10. Mapa de contornos para la presión normal y esfuerzo tangencial de contacto evaluado con elementos lineales axisimétricos.

3.1.2 Condiciones establecidas para determinar la densidad de malla.

De acuerdo con Beisheim y Sinclair [23], se utilizaron las presiones de contacto obtenidas durante las diferentes corridas de los análisis se muestran en la Tabla 3.2. En primer lugar se probó con la malla que establece el programa por default debido a que éste cuenta con un algoritmo que mapea las distintas áreas y cambios de geometría presentes, como se aprecia en la Tabla 3.2.

Tabla 3. 2. Presiones de contacto por cada refinamiento.

Refinamiento	Longitud global de elementos (mm)	Presión de contacto (MPa)
Default	0.5	10.35
1	0.3	11.07
2	0.1	13.29
3	0.08	15.06
4	0.06	15.31
5	0.04	15.57

El comportamiento que se obtuvo de cada refinamiento sucesivo para calcular la presión de contacto máxima en cada intervalo se aprecia de mejor manera en la Figura 3.11, se observa que al inicio del gráfico la tendencia de la presión de contacto aumenta respectivamente de un punto a otro, pero al refinamiento cuatro, llega a establecerse una constancia en 15 MPa, la cual continúa repitiéndose, por ende, hasta el refinamiento seis se estableció la convergencia de esfuerzos.

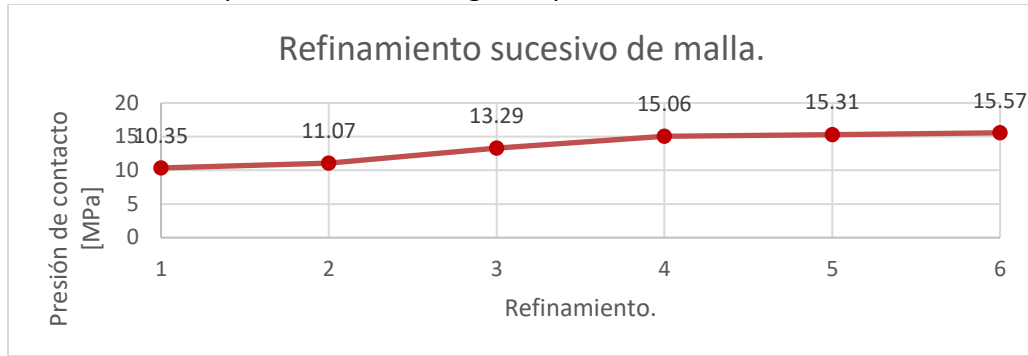


Figura 3. 11. Refinamientos sucesivos de malla.

Después de establecer la convergencia de esfuerzo, la distribución de la malla queda como se muestra en la Figura 3.12, donde también se observa que la malla más fina, está localizada en las zonas de contacto.

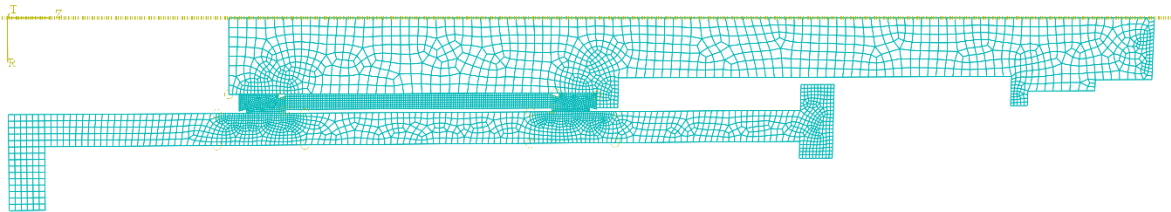


Figura 3. 12. Malla final del prototipo en las zonas de contacto (superior e inferior).

En el caso de las zonas críticas, la malla debe tener un refinamiento más preciso, como en los aros deformables y la zona de la carcasa que interactúa con estos elementos deformables, como se ve en la Figura 3.13.

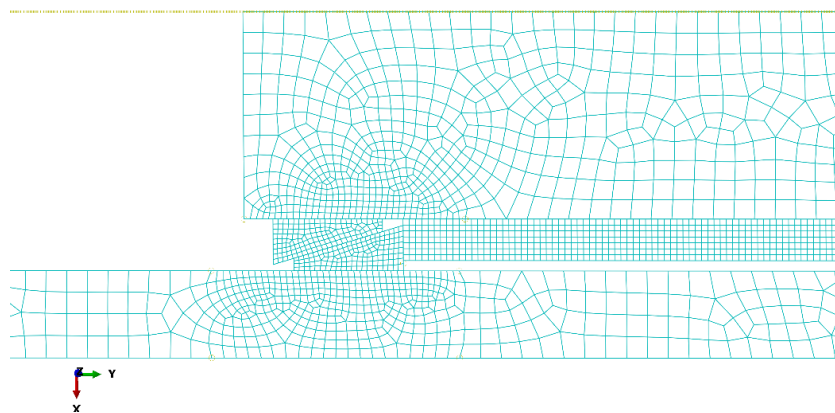


Figura 3. 13. Acercamiento en la zona de contacto crítica.

Para poner en perspectiva con respecto al modelo investigado se cuenta con la siguiente estadística de elementos discretizados (ver Tabla 3.3).

Capítulo 3. Metodología de parametrización del modelo discreto.

Tabla 3. 3. Estadísticas del modelo en Abaqus.

Parámetro	Valor
Número de elementos	4752
Nodos de conectividad	5344
Variables	10754

Con base en la metodología experimental previamente desarrollada por Estrada [11], concluyó que: “a mayor fuerza de precarga se obtiene una mayor disipación de energía del sistema”. Los parámetros del compendio de pruebas realizadas se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3. 4. Configuraciones de precargas y el desplazamiento en cada resorte [11].

Precarga en el resorte superior [N]	Precarga en el resorte inferior [N]	Desplazamiento del resorte [mm]
115	115	4.6
215	215	8.6
316	316	12.6

Dentro de la multitud de gráficas que se pueden encontrar en la investigación experimental, se tomaron como relevantes las concernientes a la disipación de energía al momento del impacto. Las gráficas seleccionadas, muestran el comportamiento del sistema con una precarga de 115 N, 215 N y 316 N (pruebas experimentales), y simulaciones extra con base en la rigidez de diseño de los resortes; las magnitudes evaluadas y comparadas respecto a las experimentales son debidas al hecho de que es una configuración inicial, la segunda donde se obtuvo mayor porcentaje de disipación de energía y una última propuesta para conocer el comportamiento del prototipo.

Con base en las pruebas experimentales, desarrolladas por Estrada [11], se obtuvieron las siguientes tendencias con base en la disipación de energía contra la precarga aplicada en los resortes utilizados como elementos de restitución:

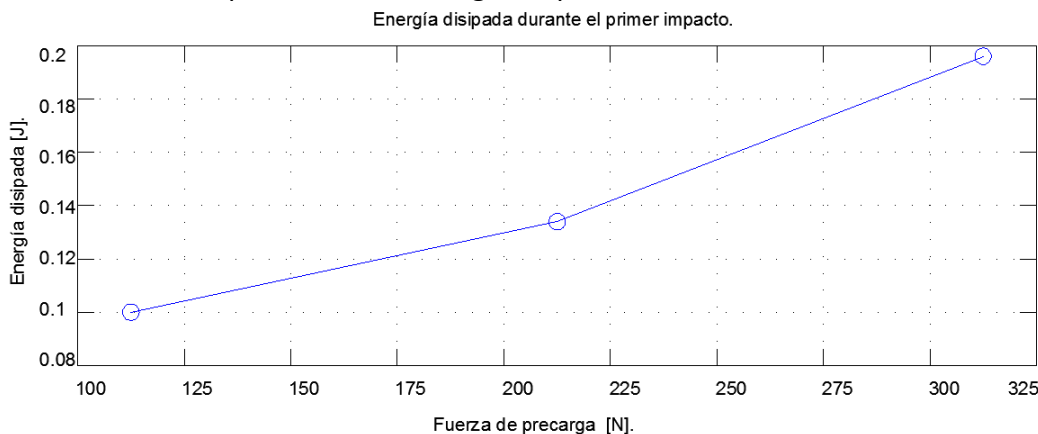


Figura 3. 14. Energía disipada vs. la magnitud de precarga [11].

Con esto, se calibrará el modelo discreto implementado en Abaqus para configurarlo con diferentes rigideces en los resortes y evaluarlo con una metodología similar a las pruebas experimentales.

Los porcentajes de desplazamientos con respecto a la longitud inicial del resorte (L_0) se muestran en la tabla siguiente, es importante conocer este indicador debido a que los fabricantes de resortes recomiendan un porcentaje máximo (40 %) del que no se puede sobrepasar, ya que puede ocasionar comportamientos no lineales en el resorte.

Figura 3. 15. Configuración de la precarga para el modelo discreto.

Precarga.	Longitud inicial (mm).	Desplazamiento (mm).	Porcentaje de compresión (%).
Precarga 1	30.47	4.6	13.11
Precarga 2	30.47	8.6	26.22
Precarga 3	30.47	12.6	39.34

Los picos máximos de disipación de energía se obtuvieron con un torque de 4 Nm, mismo que se aplica al modelo de la simulación. Las magnitudes de disipación de energía son del mismo orden de: 53.3 %, 60 % y 73.33 % respecto a la energía de entrada.

Actualmente, las simulaciones realizadas en un intervalo de tiempo de 0.05 s, han tenido un gasto computacional de 40 minutos, debido a que la malla final la conforman alrededor de 5000 elementos; haciendo proyecciones se podría realizar una simulación de la prueba experimental completa en un aproximado a 24 horas.

Finalmente, el modelo para las pruebas de las distintas rigideces con precargas, se conforma de la siguiente manera (contorno de colores provocado por el apriete inicial),

como se observa en la Figura 3.16; en este caso el modelo se configura de tres maneras distintas las cuales representan las magnitudes de precarga elegidas para las simulaciones

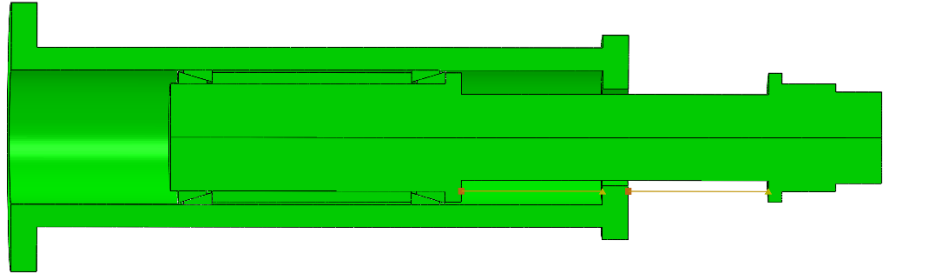
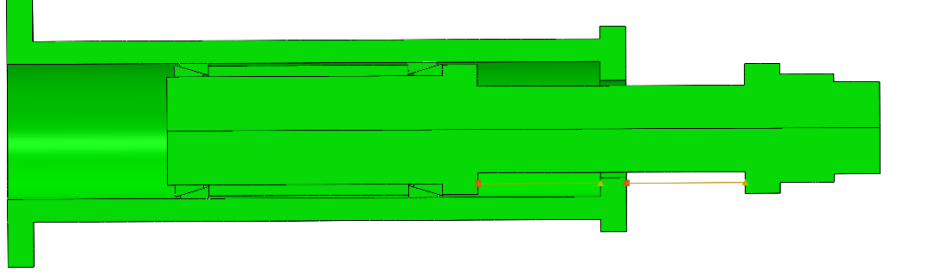
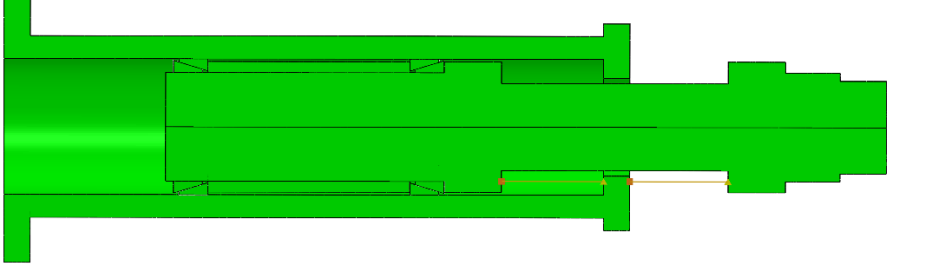
Precarga	Modelo
Precarga 1 [4.6 mm]	
Precarga 2 [8.6 mm]	
Precarga 3 [12.6 mm]	

Figura 3. 16. Configuración de los modelos para los tres casos de precarga evaluados.

Para la correcta implementación de la precarga en los resortes, se utilizaron elementos conocidos como conectores, los cuales tienen las propiedades necesarias para representar la fuerza del resorte así como también la reducción de la longitud determinada por la precarga.

3.1.3 Control de *hourglass*.

Para el caso del control del *hourglass*, se obtuvo el siguiente comportamiento: se determinó que la energía artificial es de un 3.1 % con respecto a la energía interna total del sistema, lo que significa que el modelo es fiable ya que diversos autores mencionan que la energía puede estar dentro del 1 % al 10 % la energía interna.

En la gráfica del control de energía, se observan tres distintas crestas, las cuales corresponden a los periodos; la masa colisiona contra el tope de impacto (ver Figura 3.17).

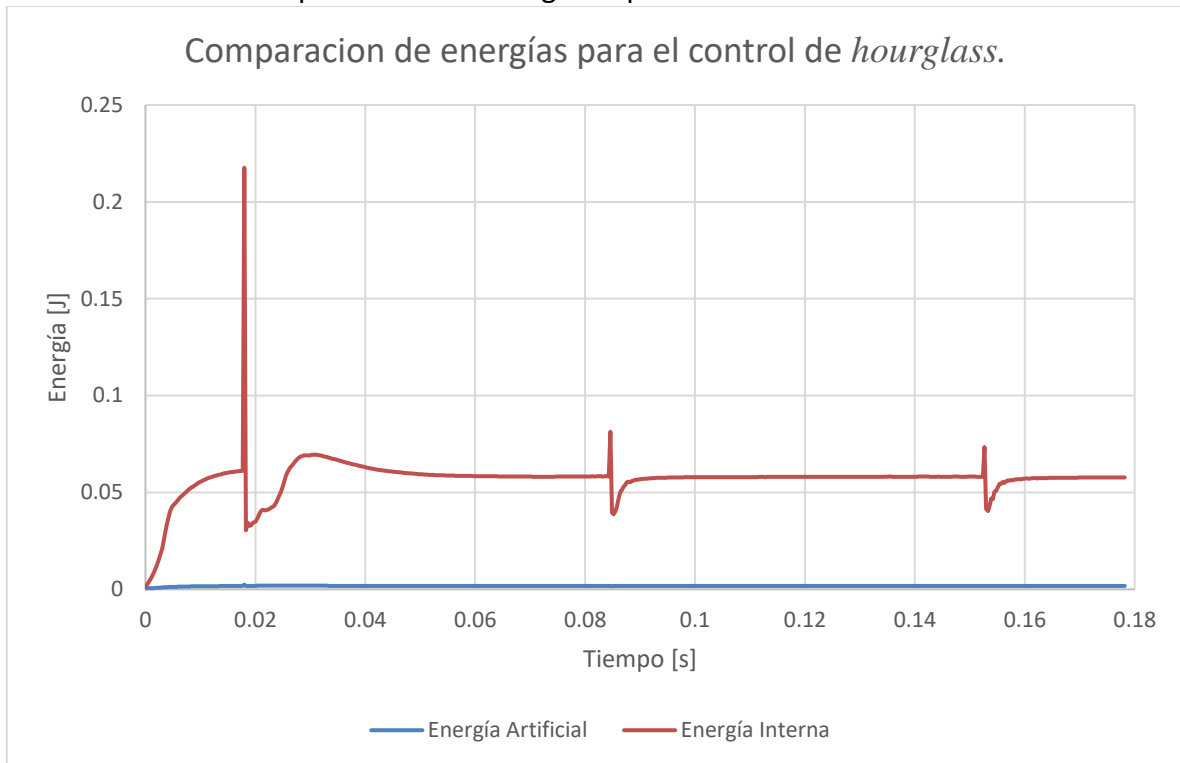


Figura 3. 17. Comparación del comportamiento de distintas energías.

Capítulo 4.

Resultados y discusión de resultados.

En este capítulo, Se realizó la calibración del modelo con los resultado experimentales por Estrada [11]; esto con el fin de comprobar que el modelo representa con mayor fidelidad el fenómeno, posteriormente se introdujeron las variables que intervienen en el fenómeno para evaluar su influencia en el proceso de disipación de energía.

4.1 Resultados aplicando el torque de apriete.

En primer lugar, se evaluó el prototipo aplicando la carga estática de torque, ya que esto se tiene que realizar para lograr la deformación en los aros cónicos deformables, consecuentemente a esto pueda existir la fricción entre estos elementos y la carcasa.

Los resultados que se obtienen posteriormente de configurar adecuadamente el modelo son los esfuerzos de Von Mises y la presión de contacto en el área donde se deforman los anillos. El esfuerzo de Von Mises máximo es 11.49 MPa, mientras que la presión de contacto es 15.57 MPa. Como se muestra en el mapa de contornos de la Figura 4.1.

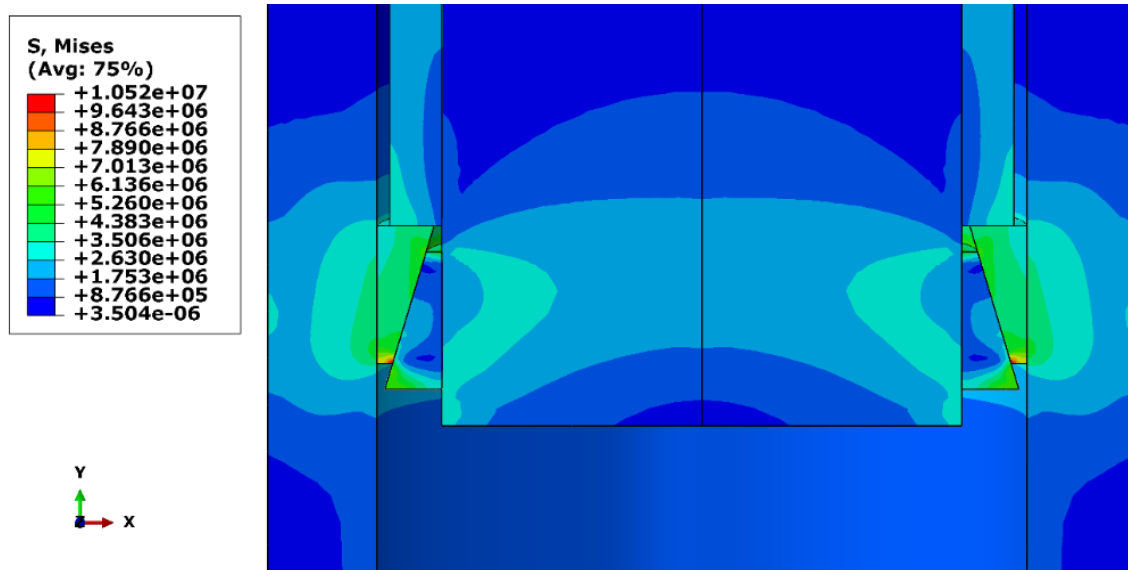


Figura 4. 1. Esfuerzos de Von Mises en la región de contacto.

Para el caso de la presión de contacto, solo se visualiza en la sección de los anillos donde se produce el torque.

Es vital aclarar que todas las superficies de contacto son idealizadas, lo que quiere decir que se trata de superficies lisas perfectas, únicamente modeladas con el coeficiente de fricción entre ellas.

De acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, se constató que por medio de la metodología axisimétrica se puede obtener la distribución de esfuerzos en todo el prototipo. Por ende, a 180° con respecto al plano axisimétrico del prototipo se visualiza el esfuerzo de la Figura 4.2.

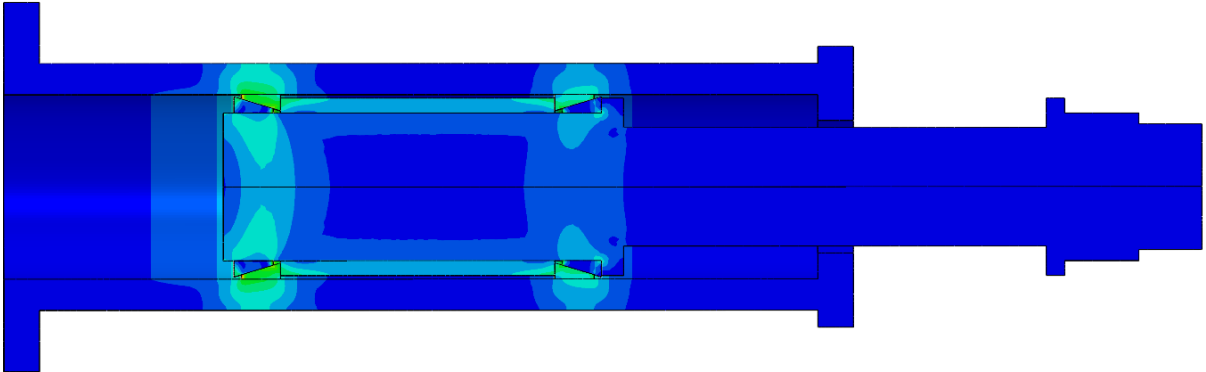


Figura 4. 2. Distribución de esfuerzos posterior a la aplicación del torque en todo el modelo.

4.2 Resultados aplicando la carga de impacto.

El diagrama de la Figura 4.3 muestra las pruebas con la carga de impacto, realizadas para evaluar la influencia de la precarga en el funcionamiento del tope de impacto, donde se observan las variables más importantes que pueden afectar al fenómeno investigado.

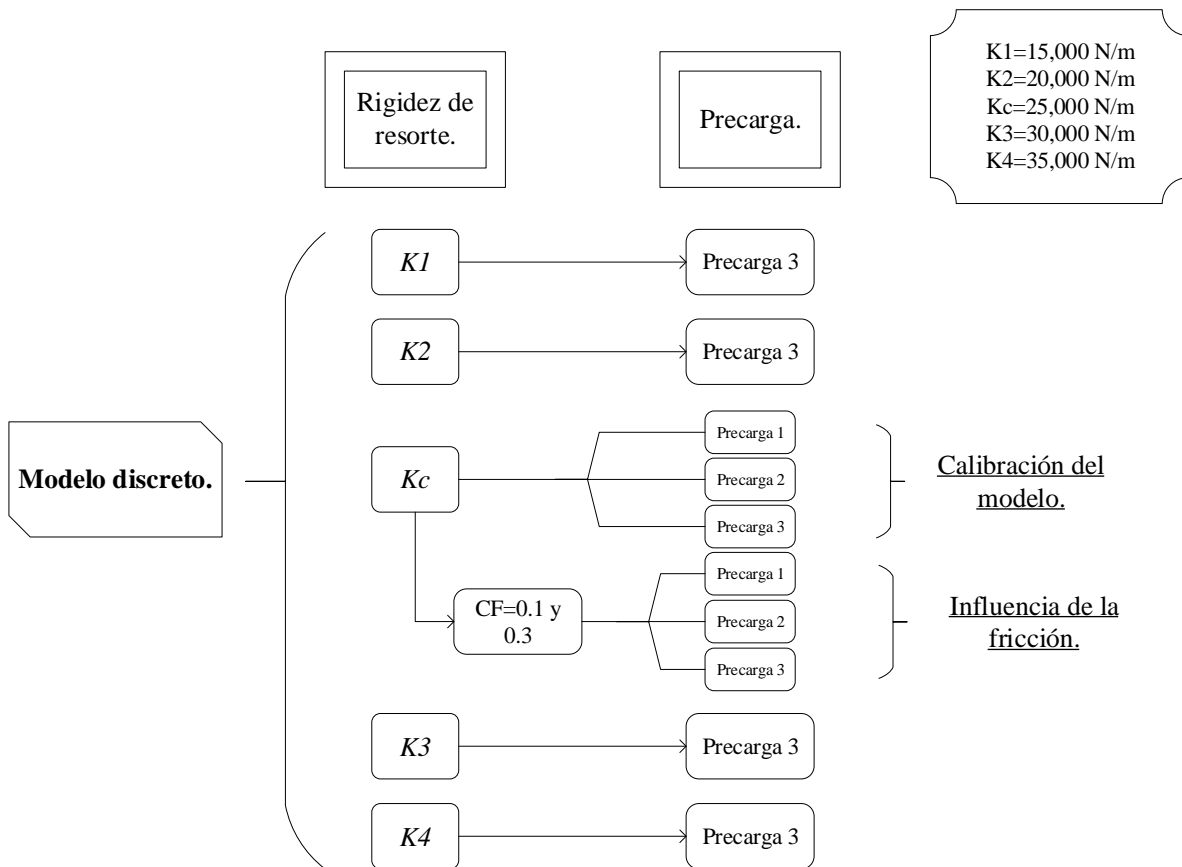


Figura 4. 3. Diagrama de las variables que intervienen en el fenómeno.

Comparando variables como la rigidez de los resortes, precargas y coeficiente de fricción, y comparándolos con los resultados experimentales, se calibró y se verificó que el modelo discreto tiene el comportamiento deseado, lo que permite hacer distintas simulaciones con diferente variación de parámetros.

Partiendo del modelo discreto, se realizaron pruebas con cinco rigideces de resorte distintas (K_1 , K_2 , K_3 , K_4 y K_c) entre ellas una rigidez de control (K_c) para calibrar el modelo respecto a los resultados experimentales obtenidos por Estrada, después se tienen las precargas; de la misma manera se establecieron las precargas de control. Al final se estableció el coeficiente de fricción de 0.3 para conocer la influencia de este en el proceso de impacto.

El comportamiento de las rigideces se muestra en la Figura 4.4; la tendencia que se observa en las precargas es una conducta lineal, así como también, la precarga que es posible aplicarles con cada magnitud de rigidez.

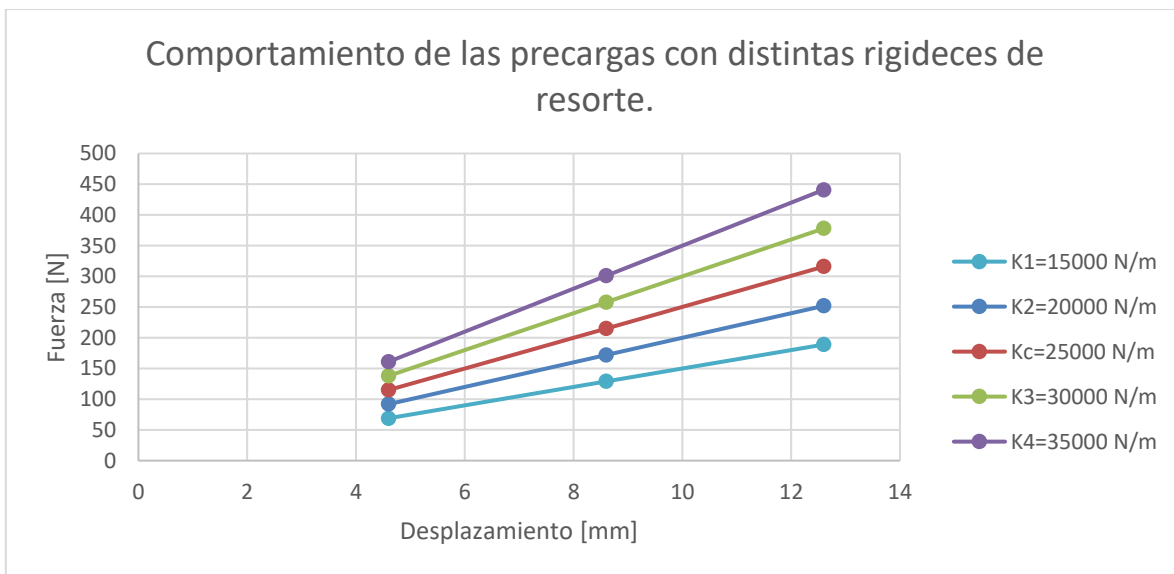


Figura 4. 4. Comportamiento de las rigideces con respecto a la precarga.

El desplazamiento que sufre la masa que colisiona, se observa en la Figura 4.6. Con este comportamiento, se calibró el modelo discreto para que tenga una respuesta similar al prototipo que se evaluó experimentalmente por Estrada [11].

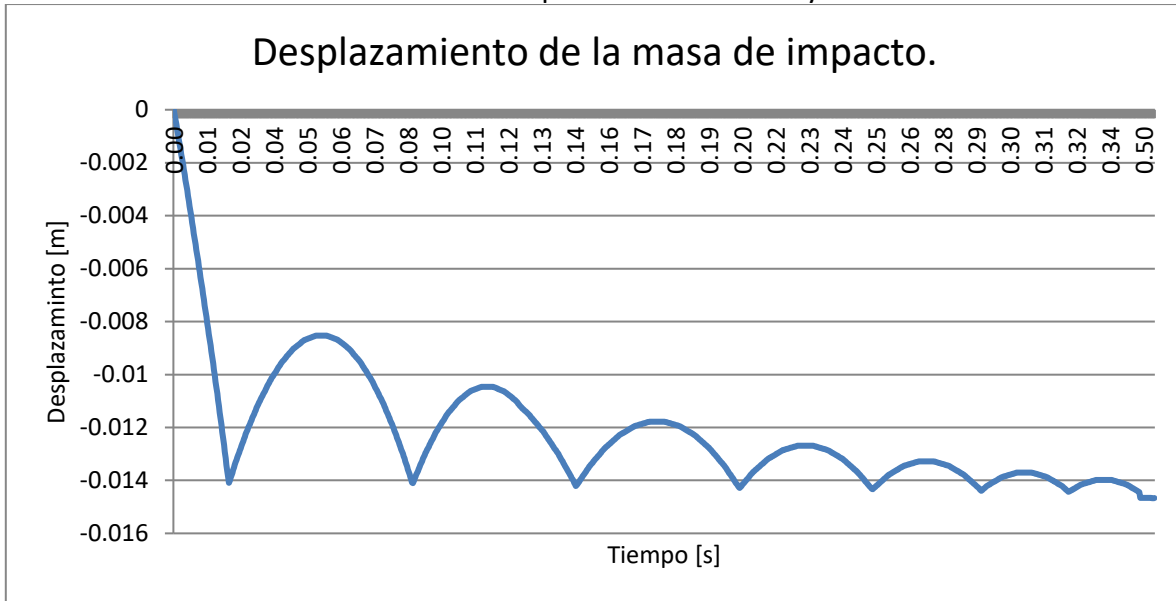


Figura 4. 5. Comportamiento de la masa de impacto durante todo el fenómeno de interacción.

El comportamiento que obtuvo Estrada, en su investigación se muestra en la Figura 4.6. Este comportamiento se tomó como base para la calibración del modelo.

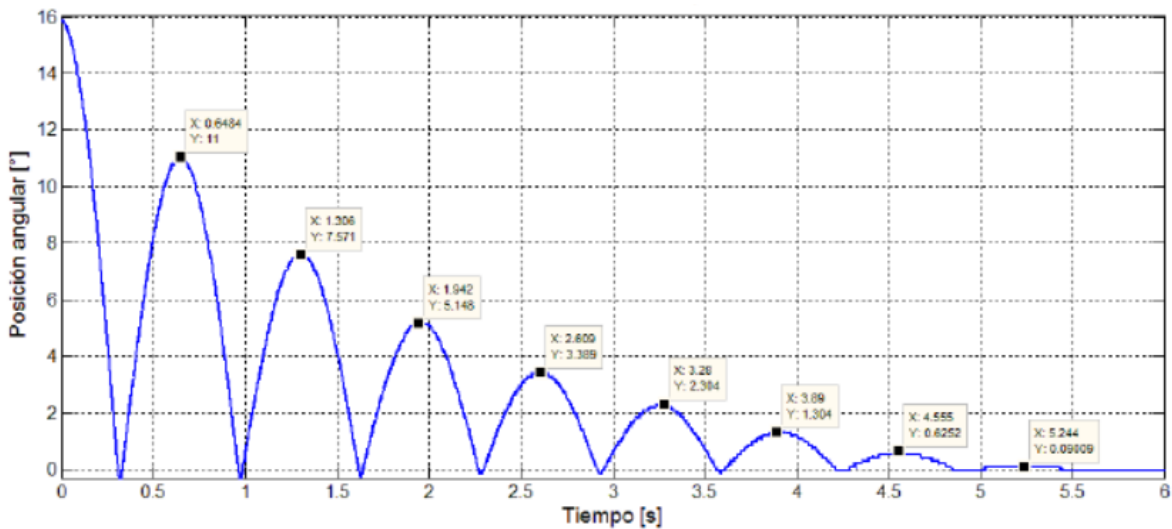


Figura 4. 6. Posición angular medida experimentalmente de la masa de impacto.

Posteriormente, al evaluar el comportamiento del prototipo aplicando la masa de impacto se obtuvieron los desplazamientos de la Figura 4.7.

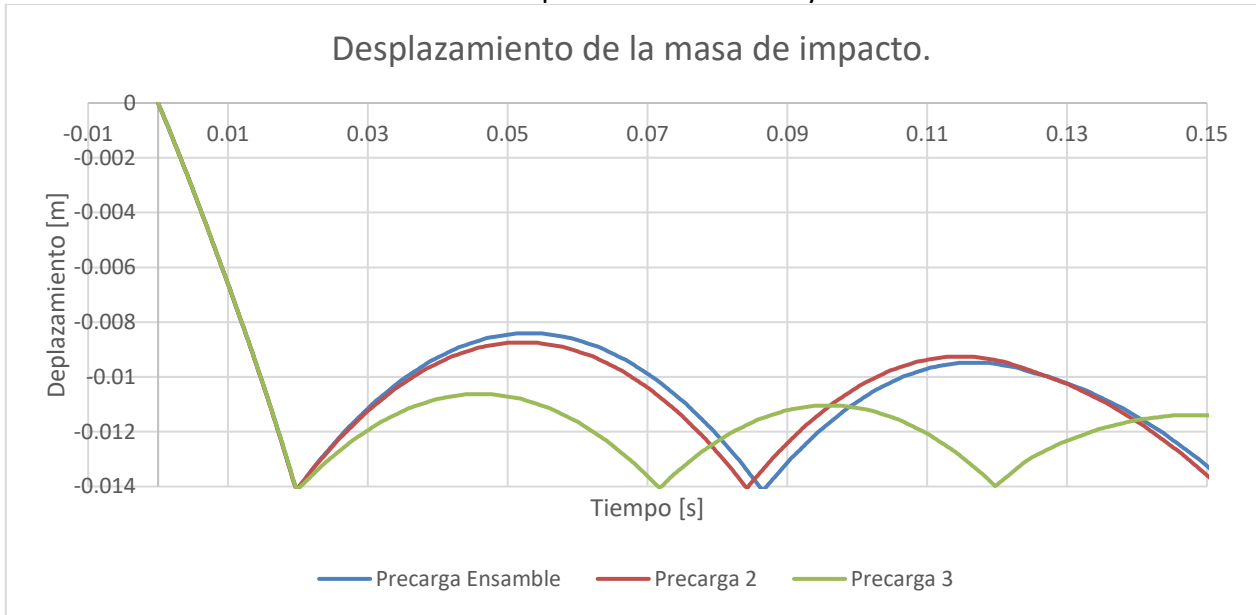


Figura 4. 7. Desplazamiento de la masa de impacto con distintas magnitudes de precarga.

La comparación entre los resultados experimentales y las simulaciones se presenta en la Tabla 4.1:

Tabla 4. 1. Comparación entre el porcentaje de disipación de energía obtenidos en las pruebas de impacto.

Precarga	Resultados experimentales [%]	Resultados numéricos [%]	Porcentaje de diferencia [%]
Precarga 1	53.3	60.14	12.83
Precarga 2	60.1	62.57	4.11
Precarga 3	73.33	75.98	3.61

Comparando el porcentaje de disipación de energía de la Precarga 1 a la 3 y realizando la diferencia porcentual, existe un aumento del 26.4 % de disipación de energía, lo cual es un dato significativo del comportamiento del prototipo.

Aunado al porcentaje de disipación de energía con respecto al primer impacto, se evaluó el comportamiento de la masa de impacto comparándola contra la prueba del péndulo de Charpy, se obtuvo un comportamiento similar, esto se hizo para comprobar que muestra una tendencia cercana a lo evaluado experimentalmente. Este comportamiento, se muestra en las gráficas de la Figura 4.8.

Con base en estos diagramas, se obtuvieron los siguientes desplazamientos de la masa de impacto cambiando las rigideces de los resortes.

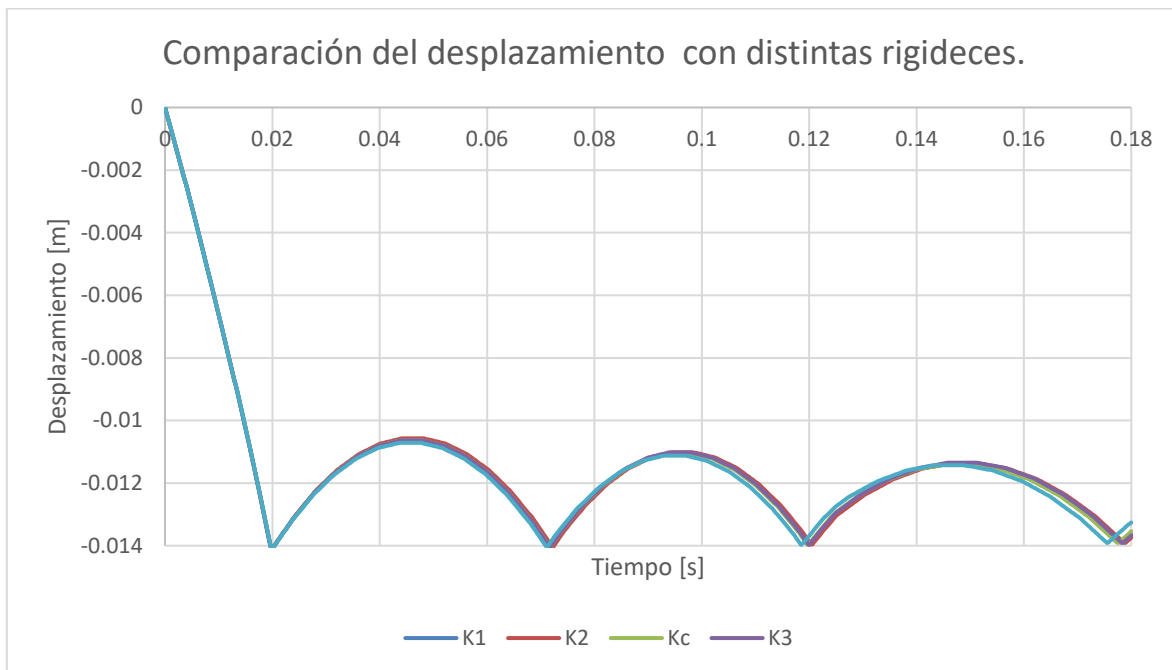


Figura 4. 8. Desplazamiento de la masa de impacto con distintas rigideces.

De esta forma, se evaluó la influencia que puedan tener las distintas constantes de rigideces de resorte cuando se le aplica una misma precarga en el prototipo. Por tal motivo, se eligió la precarga de mayor magnitud.

Respecto a la disipación de energía, con las diferentes rigideces y la magnitud de la precarga, la precarga tiene un desplazamiento de 8 mm, para cada rigidez se obtiene una fuerza de distinta intensidad, como se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4. 2. Comparación del porcentaje de disipación de energía con distintas rigideces.

Rigidez [N/m]	Precarga [N]	Energía de entrada [J]	Disipación de energía [%]
K1=15000	189	0.3	75.91
K2=20000	252	0.3	75.55
Kc=25000	316	0.3	75.98
K4=30000	378	0.3	76.05
K5=35000	441	0.3	76.55

Para conocer la influencia que tiene el coeficiente de fricción y la precarga en el prototipo del tope de impacto, se hicieron pruebas con un coeficiente de fricción de 0.3 y 0.1 (coeficientes de fricción aceptados en contacto entre acero-acero y acero-acero pulido).

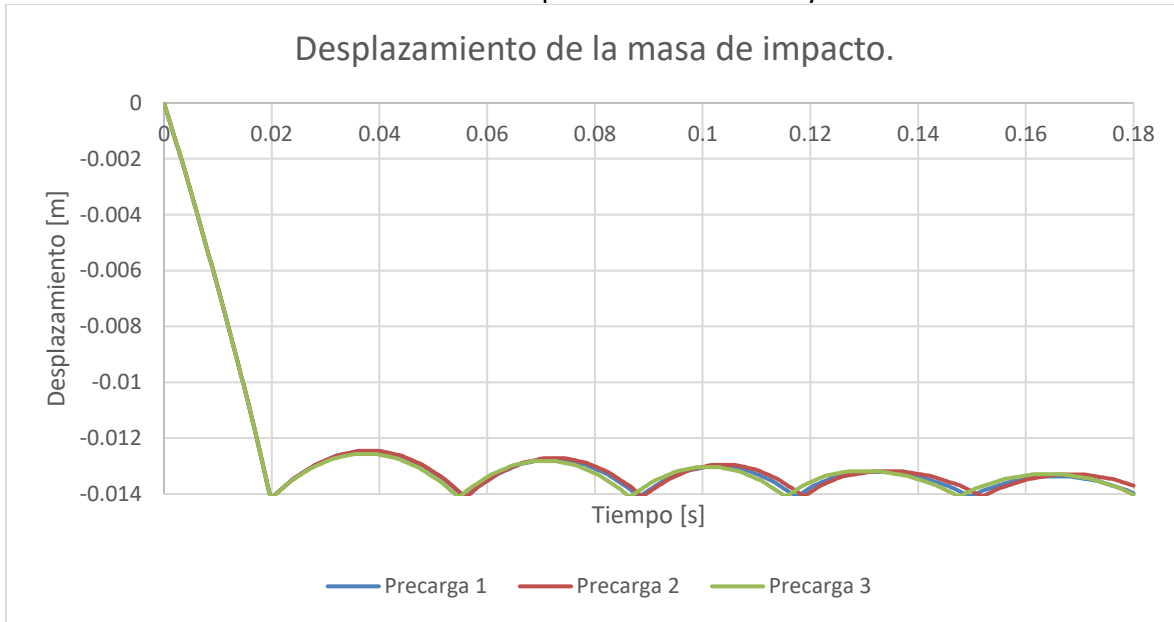


Figura 4. 9. Comportamiento de la masa de impacto con un coeficiente de fricción de 0.3.

La disipación de la energía se muestra en la Tabla 4.4, en la cual se visualiza el porcentaje de disipación de energía con las tres precargas utilizadas para comparar con las pruebas experimentales.

Tabla 4. 3. Disipación de energía con un coeficiente de fricción de 0.3.

Precarga.	Energía de entrada [J]	Energía disipada [%]
Precarga 1	0.3	89.11
Precarga 2	0.3	89.04
Precarga 3	0.3	89.82

De acuerdo a los resultados obtenidos con el coeficiente de fricción de 0.1, se obtuvieron las siguientes tendencias, donde se muestra que la mayor disipación de energía se obtuvo de la misma manera que las pruebas anteriores con una precarga de 8 mm del resorte.

Se observa que existe una tendencia de múltiples golpes, mayor a la prueba de comparación con los resultados experimentales, esto debido al hecho de que el cuerpo que impacta es una masa discreta, y también a que se trata de la superficie maestra en la interacción de contacto, sumando estos dos factores la masa de impacto puede penetrar ligeramente al modelo del prototipo, lo que consecuentemente hace que tenga crestas pequeñas las cuales ya no son representativas del fenómeno.

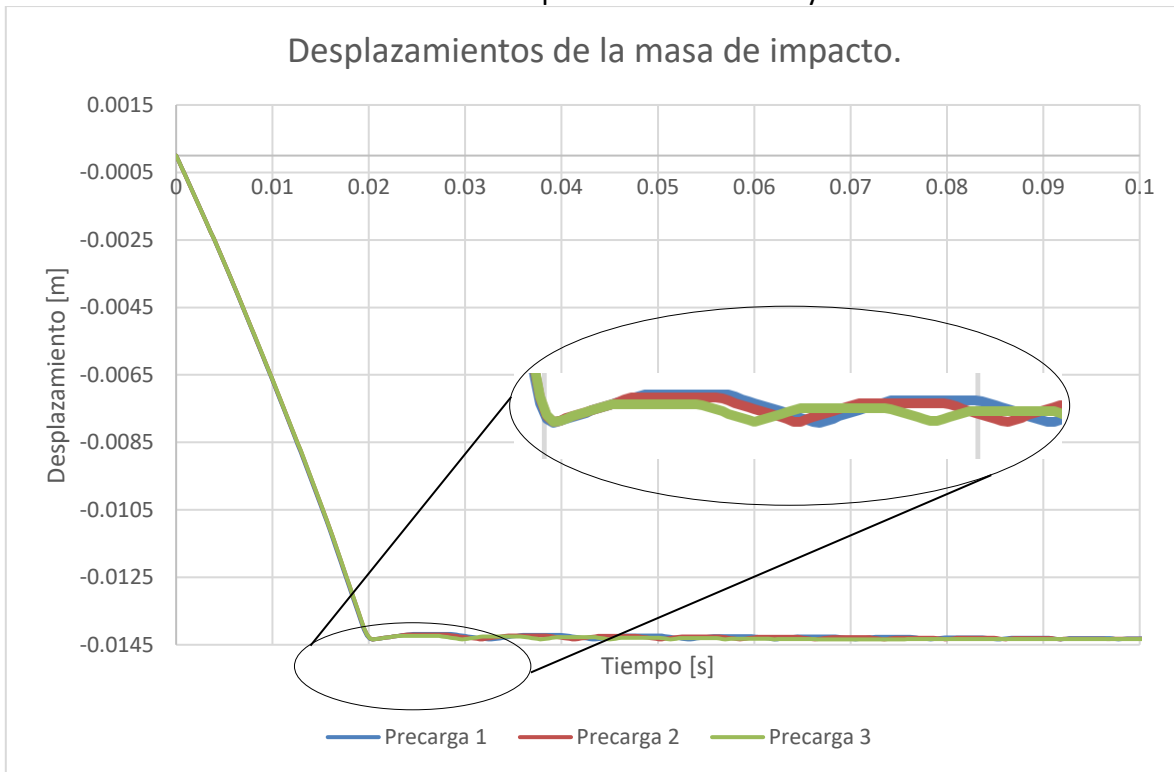


Figura 4. 10. Comportamiento de la masa de impacto con un coeficiente de fricción de 0.1.

Con respecto a la disipación de la energía se obtienen los valores de la Tabla 4.4, donde se obtiene el porcentaje de disipación de energía de cada precarga.

Realizando un acercamiento en la zona donde ocurre el primer impacto, se observa que el desplazamiento con la precarga mayor, tiene un mayor porcentaje de disipación de energía; en general, las tendencias que siguen el desplazamiento son las esperadas debido a que la precarga 1 es la que disipa menor cantidad de energía.

Tabla 4. 4. Disipación de energía con un coeficiente de fricción de 0.1.

Precarga.	Energía de entrada [J]	Energía disipada [%]
Precarga 1	0.3	96.38
Precarga 2	0.3	96.53
Precarga 3	0.3	96.96

4.3 Discusión de resultados.

Primeramente, se corroboraron los resultados obtenidos por Estrada [11], “a mayor fuerza de precarga se obtiene una mayor disipación de energía del sistema”. Esto establece un panorama con respecto a que el modelo desarrollado fue debidamente calibrado, mostrando un comportamiento físico aproximado al prototipo real.

1. La calibración del modelo mostró resultados satisfactorios, los cuales fueron funcionales cuando se aplicaron las distintas precargas para la pruebas dinámicas con impacto (la entrada de energía es de 0.3 J).
2. En la comparación de los resultados obtenidos experimentalmente por Estrada [11] contra los resultados obtenidos por el modelo en elemento finito, la media de la diferencia porcentual es de 6.85%. Ésta es una magnitud de diferencia porcentual aceptable para el uso del modelo, ya que esta diferencia puede deberse a circunstancias contextuales del experimento o discontinuidades inherentes a los materiales.
3. Al constatar que la Precarga 3, producía una mayor disipación de energía respecto de la Precarga 1, de alrededor de un 20.84%, se verificó que la precarga influye directamente en el proceso de disipación de energía. Por ello se evaluaron distintas magnitudes de rigidez (K_1 , K_2 , K_3 , K_4), las cuales mostraron una tendencia de disipación de energía similar a la prueba de control, cercana del 1% de diferencia entre rigidez y rigidez lo que hizo ver que la rigidez a mayor precarga es un valor secundario. Esta tendencia se muestra en la Figura 4.11, donde la superposición de disipación de energía se muestra como una línea debido a los valores tan cercanos.

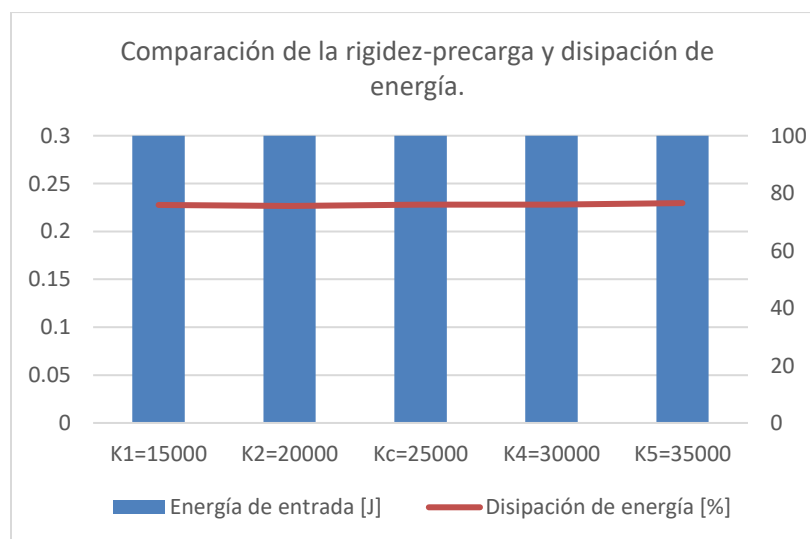


Figura 4. 11 Comparación de la disipación de energía con respecto a la rigidez y energía de entrada.

4. Por esta razón, se hicieron pruebas para verificar que la fricción entre los aros cónicos deformables es la que provoca la disipación de energía en el sistema y no otro agente dentro los elementos que interactúan en el modelo. Se evaluaron dos coeficientes de fricción distintos (0.1 y 0.3), a los cuales también se le aplicaron las tres precargas de control.

Los resultados que se obtuvieron de estas pruebas eran los esperados de acuerdo a la confiabilidad que se obtuvo por la correcta calibración del modelo. En el caso con el coeficiente de fricción de 0.3 y con la aplicación de la precarga 3, se obtuvo un aumento de disipación de energía del 15.40 % respecto a la prueba de control, y con el coeficiente de fricción de 0.1, fue de un 21.63 % respecto a las pruebas de control.

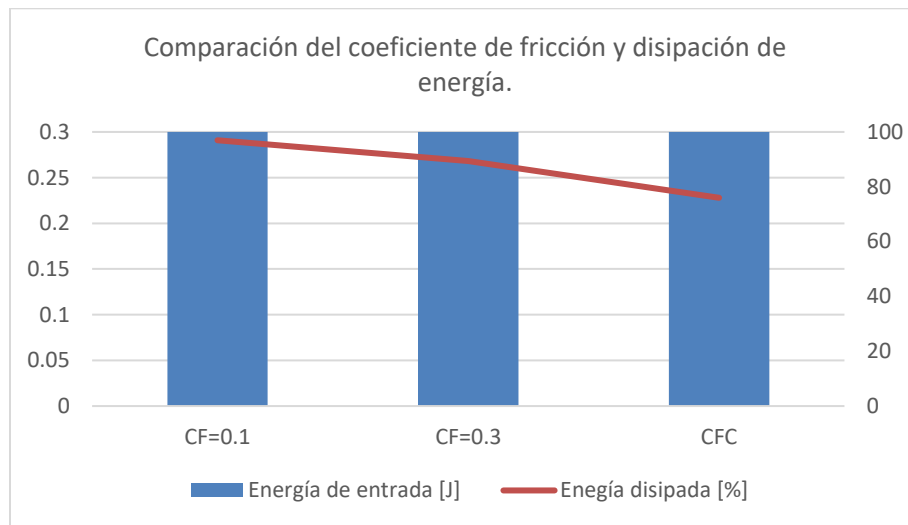


Figura 4. 12. Comparación de los coeficientes de fricción y la disipación de energía.

En la Figura 4.12, se muestra el porcentaje disipación de energía con respecto a los coeficientes de fricción y la implementación de la Precarga 3, se observa que existe un aumento significativo de la disipación de energía con coeficientes de fricción menor.

Capítulo 5.

Conclusiones y trabajos futuros.

En este capítulo, se muestran las conclusiones generales de este trabajo de tesis, así como también los trabajos futuros con los cuales se puede tener mayor grado de robustez en las pruebas de impacto.

5.1 Conclusiones.

Dentro de las conclusiones que se obtienen de este trabajo de tesis de investigación, destacan los siguientes puntos:

1. Al incluir el balance de energías dentro del programa Abaqus, se obtuvo un control adecuado de la distorsión de los elementos dentro del modelo de elementos finitos.
2. El modelo de elementos finitos presentó un comportamiento con una diferencia porcentual de 3.61% con respecto a los resultados experimentales, esto verifica una adecuada calibración. Estos valores próximos a los resultados experimentales por Estrada [11], existen debido a que físicamente diversos elementos entran en contacto dentro del prototipo, y eso desencadena una mayor disipación de energía.
3. Se confirmó la influencia de la precarga en el proceso de disipación de energía; comparando la precarga de 12 mm contra la de 4 mm, se obtuvo una diferencia porcentual de un 26.4% mayor. Con base en esto, se recomienda utilizar una precarga de 12 mm para este modelo discreto del prototipo.
4. Se comprobó que las rigideces (15000-35000 N/m) de los resortes no afectan la disipación de la energía en caso de una precarga igual o mayor de 12 mm. En este caso se demostró que la precarga predomina sobre la influencia de la magnitud de rigidez de los resortes.
5. Se verificó que la disminución del coeficiente de fricción (0.1 y 0.3) tuvo un aumento en la disipación de la energía de 21.63% .

5.2 Trabajos futuros.

Las posibles áreas de oportunidad que no se abordaron en este trabajo de tesis se pueden resumir en los siguientes puntos:

1. Estudiar el modelado de los elementos deformables de modo tal que se puedan inmiscuir un mayor número de propiedades mecánicas para el ensamblado de las matrices de rigidez global, de manera que se puedan combinar elementos 2D y 3D.
2. Evaluar los anillos deformables con una serie de distintos materiales, así como también, aplicar las precargas que se eligieron como control con el fin de conocer el comportamiento del prototipo bajo estas condiciones.

Anexo 1.

Archivo de entradas generado en Abaqus.

```

Heading
** Job name: paso1 Model name: Apriete
** Generated by: Abaqus/CAE 6.13-1
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO,
contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name=A1
*Element, type=CAX4R
*Part, name=A2
*Element, type=CAX4R
*Part, name=A3
*Element, type=CAX4R
*Part, name=A4
*Element, type=CAX4R
*Part, name=Carcasa
*Element, type=CAX4R
*Part, name=Separador
*Element, type=CAX4R
*Part, name=Vastago
*Element, type=CAX4R
*End Part
** ASSEMBLY
*End Assembly
** MATERIALS
** INTERACTION PROPERTIES
** BOUNDARY CONDITIONS
** INTERACTIONS
** STEP: Step-1
** LOADS
** OUTPUT REQUESTS
*End Step

```

```

*Heading
** Job name: paso2 Model name: Impacto
** Generated by: Abaqus/CAE 6.13-1
*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO,
contact=NO
** ASSEMBLY
** PREDEFINED FIELD
*Element, type=CONN2D2
*End Assembly
** INTERACTION PROPERTIES
*Surface Interaction
*Friction
** BOUNDARY CONDITIONS
** STEP: Step-1
**
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*Dynamic, Explicit
** BOUNDARY CONDITIONS
** LOADS
** INTERACTIONS
** OUTPUT REQUESTS
*End Step

```

Bibliografía

- [1] Diccionario de la Lengua Española. Real Academia Española, E. Calpe, Editor. 2000, España.
- [2] Harris, C., Piersol, A., 2002, "Harris's shock and vibration handbook", Ed. McGraw-Hill, 5a Ed., United States.
- [3] Zienkiewicz, O.C., 1997, "The Finite Element Method", 3rd edn. McGraw-Hill, York, London.
- [4] Cook R.D. Finite Element Modeling for Stress Analysis. Wiley, New York.
- [5] Norton, L., 1999, "Diseño de maquinas", Ed. Pearson, 1ª. Ed., México.
- [6] Popov, V., 2010, "Contact Mechanics and Friction", Springer, New York.
- [7] Espino, P., 2004, "Modelado numérico con verificación experimental de un amortiguador de impacto tipo elastómero". Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, México.
- [8] Romero, R., 2006, "Prototipo de un tope de impacto ajustable que disipe energía mediante fricción". Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, México.
- [9] Aguilar, R., Jiménez, M., 2007, "Estudio experimental de un disipador viscoelástico con goma de 6 milímetros", XIX Jornadas Nacionales de Ingeniería Estructural, Barcelona, España.
- [10] Jiménez, M., 2008, "Análisis de la respuesta dinámica al impacto de aros cónicos deformables". Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, México.
- [11] Estrada, Q., 2009, "Análisis del efecto de la rigidez de precarga en topes de impacto". Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, México.
- [12] Cortes, Claudia., 2014, "Análisis de amortiguadores de fricción con elementos deformables aplicados a vibraciones estructurales". Tesis de doctorado, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, México.

- [13] Signorini, A., Sopra alcune questioni di elastostatica. Atti della Societa Italiana per Il Progresso delle Scienze, 1933.
- [14] Taylor, R., Hughes, T., A finite element method for a class of contact-impact problems, 1975.
- [15] Altan, T., Status of process simulation using 2D and 3D finite element method. "What is practical today? What can we expect in the future?", 1997.
- [16] Lang, L., et al., Finite element analysis to determine implant preload. The Journal of prosthetic dentistry, 2003.
- [17] Chen, W., et al., Novel approach for determining the optimal axial preload of a simulating rotary table spindle system, Journal of Zhejiang University, 20.
- [18] Choi, W., M., and Kwon T. S., Variation of Kinetic Friction Coefficient with respect to Impact Velocity in tube type energy absorbers, 2012
- [19] Stefano, P., et al., Mechanical Spring Replacement With Pneumatic Return Device in a Valve Train: Effects on Dynamics and Preload Tuning, J. Mech. Des., 2009.
- [20] Mualla, I.H., E. Jakupsson, and L.O. Nielsen. Structural behaviour of 5000 kN damper. in 14th European Conference on Eartquake Engineering, Ohrid, Macedonia. 2010.
- [21] Banabic, D., Sheet metal forming processes: constitutive modelling and numerical simulation, Springer, 2010.
- [22] Yastrebov, V., Introduction to computational contact mechanics, MINES ParisTech, 2010.
- [23] Beisheim, J., Sinclair, G., Improved three-dimensional crowning profiles for dovetail attachments, Journal of engineering for gas turbines and power, 2010.
- [24] Gaus, N. and C. Proppe, Simulation of friction between random elastic surfaces, in 7th (European Nonlinear Dynamics Conference, E.E.M. Society), Editor. 2011: Rome, ITALY.
- [25] Tkalcevic, V., The safety of roadside columns in the event of vehicle impact, Gradevinar 4, 2012.
- [26] Dong-Hyeon, K., et al., Effects of automatic variable preload device on performance of spindle, Springer, 2012.
- [27] Bedolla, H., et al., Aproximación de perfiles discretos en elementos de contacto de ensambles mecánicos, Ingeniería, investigación y tecnología, enero-marzo, 2013.
- [28] Kalish, M., et al., Axisymmetric Simulations of the ITER Vertical Stability Coil, IEEE, 2013.

- [29] Aymerich, F., Feng, D., "Finite element modelling of damage induced by low-velocity impact", ELSEVIER, Composite Structures, 108, pp. 161-171, 2014.
- [30] Chen, E. W., Ferguson, N. S., "Analysis of energy dissipation in an elastic moving string with a viscous damper at one end", ELSEVIER, Journal of Sound and vibration, 333, pp. 2556-2570, 2014.
- [31] Guzmán, N., et al., Estudio del amortiguamiento por fricción seca en aislantes antivibratorios de cables. Ingenierías, 2014, Vol. XVII, No. 64.
- [32] Preload Device, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing Vol. Dong-Hyeon, K., et al., A Study on the Development of a Deformable Rubber Variable 15, No. 12, pp. 2685-2688, 2014.
- [33] Lund, E., Development and validation of a nonlinear dynamic impact, model for a notch impact, Springer, 2015.
- [34] Roa, M., A., Garzón, A., Introduccion al modelamiento por elementos finitos con ANSYS", Universidad Nacional de Colombia, 2002.
- [35] Fonseca, Z., El método de los elementos finitos: una introducción. Universidad Rafael Urdaneta. Venezuela. 2011.
- [36] Konter, A.W.A., "How to undertake Contact and friction analysis", NAFEMS, 2000.
- [37] Feng, Q y Prinja, N K, " NAFEMS Benchmark Test for finite element modelling of contact, NAFEMS report, 2001.
- [38] Abaqus, Analysis User Manual, 6.13, Simulia, Ca, 2013.
- [39] Locking Elements RINGFEDER® RfN 8006, in Locking Connections, R.V. GMBH, Editor: Krefeld, Germany.
- [40] Mercer, C. A. and Rees, P. L. An optimum shock isolator. Journal of Sound and Vibration. (Number 18). Vol. 4, 1971. Pages 511-520.
- [41] Industria Sirve, (2008/06/28)
- [42] Enidine Company, (2008/05/20)
- [43] FIP INDUSTRIALE
- [44] SKF Group
- [45] THK America, Inc - HQ



**TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO**

cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico