

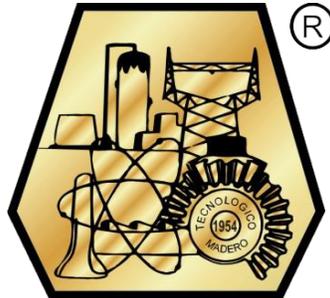


EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CIUDAD MADERO
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN



"POR MI PATRIA Y POR MI BIEN"

TESIS

**DESARROLLO DE UN MODELO PARA AUTOMATIZAR
EL PROCESO DE CONSENSO EN LA TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO**

Que para obtener el Grado de

Maestro en Ciencias de la Computación

Presenta

I.S.C. Manuel Barrón Santiago

G19073013

No. CVU de CONACyT

1007975

Director de Tesis:

Dr. Nelson Rangel Valdez

No. CVU de CONACyT

48135

Co-director de Tesis:

Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán

Cd. Madero, Tamaulipas, México

Diciembre 2021



Cd. Madero, Tam. 06 de diciembre de 2021

OFICIO No. : U.173/21
ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE
IMPRESIÓN DE TESIS

C. MANUEL BARRÓN SANTIAGO
No. DE CONTROL G19073013
P R E S E N T E

Me es grato comunicarle que después de la revisión realizada por el Jurado designado para su Examen de Grado de Maestría en Ciencias de la Computación, se acordó autorizar la impresión de su tesis titulada:

"DESARROLLO DE UN MODELO PARA AUTOMATIZAR EL PROCESO DE CONSENSO EN LA TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO"

El Jurado está integrado por los siguientes catedráticos:

PRESIDENTA:	DRA. LAURA CRUZ REYES
SECRETARIO:	DR. JUAN FRAUSTO SOLÍS
VOCAL:	DR. NELSON RANGEL VALDEZ
SUPLENTE:	DRA. CLAUDIA GUADALUPE GÓMEZ SANTILLÁN
DIRECTOR DE TESIS:	DR. NELSON RANGEL VALDEZ
CO-DIRECTORA:	DRA. CLAUDIA GUADALUPE GÓMEZ SANTILLÁN

Es muy satisfactorio para la División de Estudios de Posgrado e Investigación compartir con usted el logro de esta meta. Espero que continúe con éxito su desarrollo profesional y dedique su experiencia e inteligencia en beneficio de México.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"Por mi patria y por mi bien"

MARCO ANTONIO CORONEL GARCÍA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



c.c.p.- Archivo
MACG 'jar'



Declaración de originalidad

Yo, Manuel Barrón Santiago en mi calidad de autor declaro y prometo que este documento de tesis es producto de mi trabajo original y que no infringe los derechos de terceros, tales como derecho de publicación, derechos de autor, patentes y similares.

Además, declaro que en las citas textuales que he incluido (las cuales aparecen entre comillas) y en los resúmenes que he realizado de publicaciones ajenas, indico explícitamente los datos de los autores y las publicaciones.

Además, en caso de infracción a los derechos de terceros derivados de este documento de tesis, acepto la responsabilidad de la infracción y relevo de ésta a mi director y co-director de tesis, así como al Instituto Tecnológico de Cd. Madero y sus autoridades.

Septiembre de 2021, Cd. Madero, Tamaulipas



I.S.C. Manuel Barrón Santiago

Firma y Nombre

Agradecimientos

Quiero expresar un especial agradecimiento a mi padre Santos y a mi madre Lucia, que siempre me han motivado a seguir siendo una mejor persona y me han apoyado en todos mis estudios.

Agradezco mis amigos y compañeros que me han alentado a seguir adelante y me han animado a continuar luchando por superar todos los obstáculos que se presenten en mi vida.

A mis maestros por sus enseñanzas y el tiempo que dedicaron a enseñarme.

Al Dr. Nelson Rangel Valdez por su tiempo y paciencia para dirigir este proyecto.

A la Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán por sus enseñanzas, su apoyo y su atención.

Un especial agradecimiento a Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para el desarrollo de este proyecto.

Y al Instituto Tecnológico de Ciudad Madero por permitirme estudiar en sus instalaciones.

Resumen

El consenso es un proceso de decisión que busca el acuerdo de la mayoría de los participantes en la toma de decisiones en grupo (GDM), el objetivo del consenso es encontrar la mejor solución (o mejor decisión) que satisfaga los intereses del grupo de tomadores de decisión (DMs) involucrados en el proceso de GDM.

Durante el proceso de consenso se discute para resolver un problema (p. ej. el problema de cartera de proyectos). En este proyecto de investigación se busca resolver el problema de selección de viajes (PSV).

El objetivo de resolver el PSV es encontrar la mejor cartera, esta cartera es formada por un conjunto de destinos a los que un grupo de personas desea viajar. El PSV es un problema que involucra a un grupo de DMs; por lo tanto; se vuelve un problema de GDM. Y para resolver un problema de GDM se utilizan los modelos de consenso como una estrategia para apoyar a los DMs a encontrar la mejor solución (el mejor compromiso consensual, BCC).

Para resolver el problema de PSV y encontrar la mejor solución BCC, en este proyecto se propone un modelo de automatización para el consenso. Este modelo esta dividido en tres etapas para encontrar el BCC.

La primera etapa consiste en la obtención del BCC, esta etapa se divide en tres tareas: 1) obtener el mejor compromiso individual (BC) para cada DM en el grupo con ayuda del algoritmo I-NOSGA; 2) se integran las preferencias de los DMs en uno solo DM, que es el encargado de supervisar el consenso y se le llama SDM; 3) después de realizar la integración se calcula el BCC con apoyo del algoritmo MOEA-D.

La segunda etapa consiste en aplicar una métrica para evaluar el *BCC*, y así evaluar el nivel de satisfacción grupal, entonces es posible conocer si un grupo de DMs acepta o rechaza el *BCC* obtenido. Para realizar la evaluación se propone la siguiente métrica de satisfacción grupal $(DM_{SAT} > DM_{DIS}) \wedge (DM_{SAT} > \frac{DMs}{2}) \wedge (DM_{DIS} \leq 20\%DMs)$. Durante la evaluación si el *BCC* se acepta el proceso termina; si no, se debe continuar a la etapa tres.

La tercera etapa consiste en aplicar un mecanismo de ajuste de preferencias; es decir, que cuando el *BCC* es rechazado, el mecanismo apoya ajustando o cambiando las preferencias de los DMs, de esta forma los DMs pueden alcanzar el consenso, este mecanismo utiliza una técnica llamada regresión a la media con un enfoque de intervalos para el ajuste de las preferencias. Después de aplicar el mecanismo de ajuste de preferencias, se realiza el paso 2 nuevamente, y así continuamente hasta finalizar el proceso.

Para lograr el objetivo de desarrollar el modelo de automatización del proceso de consenso en la toma de decisiones en grupo, se presenta como contribuciones una arquitectura para este modelo, así como la métrica para evaluar el consenso y el mecanismo de ajuste de preferencias. Y para validar este modelo se resolvió como caso de estudio el problema de selección de viajes (PSV) una variante del problema de cartera de proyectos.

Abstract

Consensus is a decision process that seeks the agreement of the majority of the participants in group decision-making (GDM), the objective of consensus is to find the best solution (or best decision) that satisfies the interests of the group of decision makers (DMs) involved in the GDM process.

During the consensus process it is discussed to solve a problem (e.g. the project portfolio problem). This research project looks to solve the travel selection problem (PSV).

The objective of solving the PSV is to find the best portfolio, this portfolio is formed of a set of destinations to which a group of people want to travel. PSV is a problem that involves a group of DMs; Thus; it becomes a GDM problem. And to solve a GDM problem, consensus models are used as a strategy to support DMs in finding the best solution (the best consensual compromise, BCC).

To solve the PSV problem and find the best BCC solution, in this project an automation model is proposed for consensus. This model is divided into three stages to find the BCC.

The first stage consists of obtaining the BCC, this stage is divided into three tasks: 1) obtaining the best individual compromise (BC) for each DM in the group with the help of the I-NOSGA algorithm; 2) the preferences of the DMs are integrated into a single DM, which is in charge of supervising the consensus and is called SDM; 3) After performing the integration, the BCC is calculated with the support of the MOEA-D algorithm.

The second stage consists of applying a metric to evaluate the BCC, and so evaluate the level of group satisfaction, then it is possible to know if a group of DMs accepts or rejects the BCC obtained. To perform the evaluation, the following group satisfaction metric is proposed $DM_{SAT} > DM_{DIS} \wedge (DM_{SAT} > \frac{DM_S}{2}) \wedge (DM_{DIS} \leq 20\%DM_S)$. During the evaluation if the BCC accepts the process ends; if not, you should continue to stage three.

The third stage consists of applying a preference adjustment mechanism, that is to say that when the BCC is rejected, the mechanism supports adjusting or changing the preferences of the DMs, in this way the DMs can reach consensus, this mechanism uses a technique called

regression a la madia with an interval approach to adjusting preferences. After applying the preference adjustment mechanism, step 2 is performed again, continuing until the process is complete.

To achieve the objective of developing the consensus process automation model in group decision-making, an architecture for this model is presented as contributions, as well as the metric to evaluate consensus and the preference adjustment mechanism. And to validate this model, the travel selection problem (PSV) was solved as a case study, a variant of the project portfolio problem.

Índice de contenido

Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Objetivos de la investigación	2
1.1.1. Objetivo general	2
1.1.2. Objetivos específicos.....	2
1.2. Planteamiento del problema.....	3
1.3. Justificación	3
1.4. Alcances y limitaciones	4
1.5. Hipótesis	5
1.6. Organización de la tesis	5
Capítulo 2. Marco teórico	6
2.1. Toma de decisiones en grupo.....	6
2.1.1. Fases del proceso de la toma de decisiones en grupo.....	7
2.1.2. Definición formal del problema de Selección de Cartera de Proyectos	8
2.1.3. El Problema de Selección de Viajes	9
2.2. Metaheurísticas	10
2.2.1. I-NOSGA.....	10
2.2.2. MOEA-D	12
2.3. El método Electre III.....	14
2.4. Matemáticas de Intervalo.....	15
Capítulo 3. Estado del arte.....	17
3.1. Modelos de apoyo al consenso en toma de decisiones en grupo	17
Capítulo 4. Propuesta de metodología de solución	23
4.1. Modelo de automatización del consenso	23
4.2. Etapa 1 obtención automática de la solución <i>BCC</i>	24

4.2.1.	Paso 1 obtención del <i>BC</i>	24
4.2.2.	Paso 2 integración las preferencias en el SDM	25
4.2.3.	Paso 3 obtención del <i>BCC</i>	26
4.3.	Etapa 2 evaluación del Nivel de Satisfacción Consensual.....	28
4.4.	Etapa 3 retroalimentación del sistema	29
Capítulo 5. Experimentación y resultados		32
5.1.	Descripción del diseño experimental.....	32
5.1.1.	Detalles del experimento	32
5.2.	Detalles de hardware y software	33
5.3.	Descripción de la instancia	33
5.4.	El generador de instancias	34
5.5.	Configuración de los algoritmos.....	35
5.6.	Resultados de la experimentación.....	36
5.6.1.	Cálculo del mejor compromiso individual <i>BC</i>	36
5.6.2.	Cálculo del <i>BCC</i> y la métrica de evaluación del consenso	37
5.7.	Aplicación del mecanismo de ajuste de preferencias.	40
5.8.	Análisis de resultados	41
Capítulo 6. Conclusiones y trabajo futuro		43
6.1.	Conclusiones finales	43
6.2.	Trabajos futuros posibles	45
6.3.	Trabajo de difusión derivado de esta tesis	46
Referencias		47
Anexos.....		51

Índice de figuras

Figura 1. Representación de E.....	15
Figura 2. Arquitectura propuesta del modelo de automatización del consenso	24
Figura 3. Paso 1 cálculo del conjunto BC	25
Figura 4. Paso 2 integración de las preferencias en el SDM	26
Figura 5. BCs agregados en una instancia de PSV	26
Figura 6. Paso 3 cálculo del BCC.....	27
Figura 7. Soluciones para BCC	27
Figura 8. Paso 4 evaluar el nivel de satisfacción consensual (grupal)	28
Figura 9. Evaluación del BCC.....	29
Figura 10. Métrica de evaluación para el BCC.	29

Índice de tablas

Tabla 1. Modelos de Consenso del Estado del Arte	20
Tabla 2. Pesos de 3 DMs para 2 objetivos.....	30
Tabla 3. Pesos actualizados de 3 DMs para 3 objetivos	31
Tabla 4. Grupos de instancias utilizadas en el experimento.....	33
Tabla 5. Estructura de las instancias.....	33
Tabla 6. Datos para generar una instancia.....	34
Tabla 7. Tiempos para I-NOSGA por 30 repeticiones para cada grupo de instancias	36
Tabla 8. BC para cada DM de la instancia 1	36
Tabla 9. Tiempos para MOEA-D por 30 repeticiones para cada grupo de instancia	37
Tabla 10. Resultados para el grupo 1 de 30 instancias con 5 DMs	38
Tabla 11. Resultados para el grupo 2 de 10 instancias con 10 DMs	39
Tabla 12. Resultados para el grupo de 3 de 5 instancias con 2 DMs	40
Tabla 13. Pesos instancia i00.....	40
Tabla 14. Resultados para la iteración 2 para la instancia con 2 DMs no satisfechos	41
Tabla II. Información de 10 proyectos del problema de cartera de proyectos.....	52
Tabla I2. Descripción de las tres carteras	52
Tabla II1. Resultados del grupo 1 de 30 instancias (BC de cada DM por instancia)	54
Tabla II2. Resultados del grupo 2 de 10 instancias (BC de cada DM por instancia)	64
Tabla II3. Resultados del grupo 2 de 10 instancias (BC de cada DM por instancia-	70
Tabla III1. BCC del grupo 1 de 30 instancias con su columna de solución de 1 y 0.	71
Tabla III2. BCC del grupo 2 de 10 instancias con su columna solución de 0 y 1	73
Tabla III3. BCC del grupo 3 de 5 instancias con su columna de solución de 0 y 1	74
Tabla III4. BCC después de aplicar el mecanismo de ajuste de preferencia con su columna solución de 0 y 1	75

Capítulo 1. Introducción

Las empresas pueden utilizar diferentes fuentes de financiamiento para poder llevar a cabo sus funciones, servicios y actividades laborales; esto es posible de acuerdo a su margen estructural financiero; sin embargo, las empresas solo pueden obtener un capital limitado que no les permite realizar todos los proyectos rentables que se desean; por lo tanto, deben seleccionar los mejores proyectos que cumplan con los objetivos de la empresa.

La selección de los proyectos es realizada un grupo de tomadores de decisión (DMs por su inglés *Decision Makers*) que están a cargo de las decisiones de la empresa, la selección se realiza a través del proceso de toma de decisiones en grupo (*GDM* por su inglés, *Group Decision Making*). El proceso anterior consiste en que el grupo de DMs seleccione los mejores proyectos de acuerdo a las opiniones y objetivos de los DMs, para realizar la selección es necesario el apoyo de un proceso de consenso que permita a los DMs lograr un acuerdo.

El proceso de consenso es fundamental en GDM, su propósito es apoyar a los decisores a que alcancen un nivel de consenso general de acuerdo a un conjunto de proyectos que deben cumplir los objetivos de la empresa. El grupo de DMs debe considerar el proceso de seleccionar los mejores proyectos como una problemática, entonces esto plantea a la selección de proyectos como el problema a resolver y para resolverlo se pueden implementar estrategias como algoritmos genéticos.

El problema de seleccionar a los mejores proyectos en función de los objetivos de la empresa es conocido formalmente como el problema de selección de cartera de proyectos, este término fue introducido por Markowitz en un ensayo en 1952 (Markowitz, 1952). Para las empresas el problema de selección de cartera de proyectos, se considera uno de los más importantes de resolver, porque involucra factores como distribución de activos, el capital de inversión, tiempo y ganancias. Este problema de no resolverse correctamente representa pérdidas para la empresa.

Para solucionar este problema se puede abordar mediante una representación matemática, que puede ayudar a entender su complejidad y su comportamiento, y de esta manera estudiarlo para resolverlo. Manejar este problema en su representación matemática requiere una estrategia (estrategia como un algoritmo genético) que ayude a resolverlo modelándolo como un problema de GDM.

En este trabajo encontrar o desarrollar un modelo para automatizar el consenso es la problemática principal a resolver, entonces contar con un modelo de automatización, ayudaría a optimizar el consenso, reducir el tiempo de toma de decisiones, optimización de tareas, a optimizar una cartera de proyectos obteniendo soluciones óptimas, y las empresas se benefician con ganancias en sus proyectos, así como su aplicación a otros campos de investigación y a otros problemas.

En esta tesis se propone como un modelo que apoye a resolver el problema de cartera de proyecto modelado como GDM y ayude a lograr el mayor grado de consenso respecto a una solución teniendo en cuenta el número de objetivos y así como las preferencias del grupo que toma las decisiones.

1.1. Objetivos de la investigación

En esta sección se presentan los objetivos que conforman el proyecto de investigación.

1.1.1. Objetivo general

Desarrollar un modelo para automatizar el proceso de consenso requerido en la toma de decisión en grupo para la integración de preferencias.

1.1.2. Objetivos específicos

- Analizar el modelo de consenso para grupos de decisión basado en Supra Decisión Maker (SDM) propuesto por Fernández (2020);
- Automatizar el proceso de consenso en toma de decisión en grupo;
- Desarrollar un generador de instancias aleatorias;
- Validar la mejora en el nivel de satisfacción del grupo a través del modelo de consenso.

1.2. Planteamiento del problema

Dada una instancia I del Problema de Cartera de Proyectos, un conjunto de preferencias $DM = \{DM_1, \dots, DM_p\}_i$ (donde i es un decisor y p el número total de DMs), para cada decisor i involucrado en el proceso de toma de decisiones en grupo, la estrategia S integra los mejores compromisos particulares (BC_i) a cada DM_i en uno consensual BCC definido de acuerdo al criterio seguido por un mediador grupal SDM, ¿Es posible desarrollar un modelo M que permita iterar automáticamente la estrategia S de tal manera que se vaya mejorando la aceptación grupal hacia el mejor compromiso consensual BCC ?

La estrategia S se puede definir de manera general a través del siguiente flujo de trabajo:

1. $BC \leftarrow E_1(I, DM)$
2. $SDM \leftarrow Integrar(DM)$
3. $BCC \leftarrow E_2(I, BC, DM, SDM)$
4. $NivelDeSatisfaccionGrupal(BCC)$

En el flujo anterior se asume que la tarea de *Integrar()* es llevada a cabo manualmente, el problema plantea sustituir dicha tarea por el modelo M objeto de estudio en la presente investigación, así como la estrategia uno E_1 y la estrategia 2 E_2 son metaheurísticas que soportan el proceso de optimización del mejor compromiso. La tarea *NivelDeSatisfacciónGrupal()* se encarga de medir el grado de satisfactibilidad (GS) (o también conocido como nivel de satisfacción) a través de alguna estrategia que pueda medir el GS. De desarrollarse el modelo M , el flujo se puede realizar automáticamente buscando mejorar el nivel de satisfacción final de los DM hacia la solución BCC reportada como consenso.

1.3. Justificación

En las organizaciones es necesario el desarrollo de proyectos que generen capital para seguir funcionando. La selección de una cartera óptima para invertir capital, es una decisión que es tomada por el grupo de DMs a través del proceso de toma de decisiones con apoyo del proceso de consenso.

El proceso de consenso es capaz de ayudar a encontrar una buena solución, pero desarrollar un modelo para automatizar el consenso nos ayudará a reducir el tiempo de consenso, a mejorar la toma de decisión, a reducir los recursos humanos o financieros en una empresa. El consenso se da cuando los DMs llegan a un grado de consenso establecido por ellos mismos, cuando una solución obtiene un grado de consenso aceptable, el debate termina y han logrado obtener la mejor solución, pero si no satisface el grado de consenso establecido, el grupo entra en un proceso de debate en que los DMs buscan realizar un ajuste en sus preferencias, este ajuste es realizado manualmente y esta parte del proceso de ajuste es la que busca automatizar, desarrollando un modelo que permita realizar el ajuste de preferencias de manera semiautomática.

Contar con una herramienta o modelo que ayude a resolver el problema, como antes se mencionó ayudará a encontrar la solución, también para mejorar tiempos, reducción de recursos y desarrollar un modelo para automatizar el consenso, apoyará a un grupo de DMs en su proceso para elegir una solución al problema de elegir los proyectos a desarrollar, y con base en lo anterior el modelo será de gran ayuda.

1.4. Alcances y limitaciones

En esta sección se mencionan los alcances del presente proyecto y sus limitaciones:

- Se usará I-NOSGA como método de optimización para obtener el mejor compromiso de un solo tomador de decisiones;
- Se usará MOEA-D como estrategia que permita la integración de preferencias entre decisores basándose en la optimización del nivel de satisfactibilidad y disatisfactibilidad del grupo de decisores sujeto de estudio;
- Se empleará *outranking* como modelo de preferencias de un decisor;
- Se propondrá un solo modelo de automatización de consenso grupal.

Estos alcances son importantes, ya que sirven como metas que deben cumplirse durante el desarrollo de la investigación y de esta forma alcanzar nuestro objetivo, y de la misma forma los límites sirven como metas las cuales determinan hasta donde se debe llegar con el proyecto de investigación.

1.5. Hipótesis

Se plantea la siguiente hipótesis para el presente proyecto:

H₀: Es posible automatizar el proceso de consenso en tomas de decisiones grupales a través de un modelo de ajuste de parámetros preferenciales para métodos de *outranking* en una metodología iterativa para la búsqueda del mejor compromiso grupal.

1.6. Organización de la tesis

La tesis se encuentra organizada en adelante de la siguiente forma.

El siguiente, el capítulo 2, en el cual se presentan la definición de los conceptos teóricos que forman la base del proyecto de tesis.

El capítulo 3 muestra una revisión de la literatura que se relacionan con el proyecto. La revisión se enfocó en la búsqueda de investigaciones que trabajaron modelos de consenso, toma de decisiones en grupo y cartera de proyectos principalmente.

Continuando en el capítulo 4 se presenta la metodología de solución implementada para resolver el problema de investigación.

Luego el capítulo 5 se presentan la experimentación realizada, los resultados obtenidos y el análisis de la experimentación.

El siguiente el capítulo 6 presenta las conclusiones obtenidas a partir de la experimentación y las posibles líneas de investigación a futuro.

Por último, en Anexos se presenta un ejemplo del cálculo de $\sigma(x,y)$ y las tablas de resultados de la experimentación, estas tablas incluyen una columna extra llamada “solución” y muestra una cadena representada con 1 y 0 representando a las soluciones.

Con esto termina el capítulo 1 de introducción, y a continuación se presenta el capítulo 2 del marco teórico.

Capítulo 2. Marco teórico

Este capítulo aborda los conceptos teóricos del proyecto de tesis. Se comienza abordando el concepto de toma de decisiones en grupo y su proceso. También se presenta el concepto de cartera de proyectos, así como conceptos como automatización, intervalos, metaheurísticas para solución de cartera de proyectos.

2.1. Toma de decisiones en grupo

Un grupo es un conjunto de individuos que interactúan, piensan, debaten y se interconectan entre sí, con el objeto de lograr ciertas metas comunes, en donde todos los miembros se reconocen como miembros pertenecientes al grupo y se rigen con base en una serie de normas y valores que todos han creado o modificado (Núñez et al. 1994).

Este grupo trabaja para solucionar problemas, para lograrlo debaten los pasos a seguir para alcanzar sus objetivos, estos pasos se vuelven un proceso de toma de decisión que involucra en muchas ocasiones a un líder. El grupo que realiza la toma de decisión puede derivar dos tipos de grupos:

- Un grupo con un líder que se encarga de escuchar las opiniones de los demás individuos y tomar la decisión final.
- Un grupo ordinario de individuos, sin líder que llegan a una decisión final de acuerdo a su decisión en común tomada en conjunto, en la que todos están satisfechos.

La estructura del grupo de trabajo se encuentra en constante evolución, el proceso de toma de decisiones está cada vez modificándose. La primera idea que se deben comprender todos los miembros del grupo es el concepto de la palabra “*consenso*”. Para un equipo consenso significa: “*Todos podremos seguir viviendo si ‘X’ es la solución para un problema y todos acordamos aceptar todo lo que la solución ‘X’ quiere que hagamos*” (Kelly & Gorin, 1999).

El artículo de Fernández et al. (2020), describe el consenso como un acuerdo colectivo mutuo en el proceso de toma de decisiones en grupo, donde los DMs debaten para obtener el mayor grado de consenso para una solución. Este artículo aborda el problema de cartera de

proyectos, donde se trabaja el consenso como un proceso de iterativo, donde en cada iteración se busca llegar a un grado de satisfacción requerido, si no se logra el grado de satisfacción necesario, entonces se hace un ajuste en las preferencias de los DMs y se realiza el proceso nuevamente.

La automatización es un proceso de convertir tareas manuales a tareas semiautomatizadas o automatizadas realizadas por la tecnología sin la mano del hombre, con esta idea como base se puede plantear un modelo para la automatización del ajuste de las preferencias en el proceso de consenso, de esta forma se realiza una mejora al proceso de consenso.

2.1.1. Fases del proceso de la toma de decisiones en grupo

Molero et al. (20017) define que la toma de decisiones en grupo es un proceso por el cual un grupo selecciona la mejor solución entre las muchas alternativas existentes con el objetivo de resolver un problema. Este proceso no puede realizarse al azar, para realizar correctamente este proceso se sigue un patrón consensuado que guiará todo el proceso.

Para realizar el proceso de toma de decisión correctamente Molero et al. (2017) sigue los pasos o fases siguientes:

- 1) Definir el problema: Definir específicamente los objetivos del proceso de toma de decisión. El grupo debe tener completo conocimiento del problema.
- 2) Identificar las posibles alternativas. El grupo debe identificar las posibles soluciones y ordenarlas según su importancia.
- 3) Reunir información. El grupo debe reunir información sobre las consecuencias de cada opción.
- 4) Evaluar las alternativas. Con base en la información el grupo debe analizar las ventajas y desventajas de cada opción.
- 5) Tomar una decisión. Es momento de que el grupo seleccione una de las alternativas. Se puede realizar de diferentes formas: a) el grupo puede discutir hasta llegar a una decisión unánime (consenso); b) o el decisor con más estatus puede decidir; c) o la decisión puede ser tomada en conjunto entre los decisores de alto y bajo estatus.

- 6) Implementar la decisión. Una vez tomada la decisión se debe determinar las tareas y pasos a realizar. Una vez implementada la decisión finaliza el proceso de toma de decisión.

2.2. El problema de cartera de proyectos

El problema de cartera de proyectos se encuentra presente en las empresas cuando estas desean encontrar o implementar un proyecto. Teniendo una lista de muchos otros proyectos las empresas siempre buscan la mejor solución que mejor se acomode a sus objetivos.

Una definición de cartera de proyecto es: “Conjunto de proyectos que una organización genera, ejecuta y administra simultáneamente en un momento dado”, Muñoz-Peña et al. (2017).

Con base en la definición anterior se entiende que una cartera de proyecto es un conjunto de proyectos que una organización ejecuta, administra y controla de forma clara y precisa, que contribuyan a los objetivos de la organización. El propósito de una carta de proyecto es que genere más beneficio a causa de una inversión en ella en comparación con otras.

2.2.1. Definición formal del problema de Selección de Cartera de Proyectos

Es un problema de distribución de recursos en el cual se tienen proyectos que compiten por recursos (financieros, humanos, equipos, etc.), siendo el objetivo seleccionar la mejor cartera de proyectos que cumpla con la(s) función(es) objetivo y a las restricciones. Una cartera es un subconjunto de proyectos sujeto a una serie de restricciones impuestas por la organización o el DM.

Una representación general del problema es la siguiente:

Suponga una cartera de n proyectos representada por un vector binario $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ donde $\vec{x} \in \{0,1\}$ para el cual:

$$\vec{x}_i = \begin{cases} 1, & \text{si el proyecto } i \text{ pertenece a la cartera} \\ 0, & \text{si el proyecto } i \text{ no pertenece a la cartera} \end{cases}$$

$i = \text{un proyecto en la cartera } \vec{x}$

Además, considérese:

- B es un presupuesto de inversión como intervalo

- N es el número de carteras
- Un vector de costos $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ donde $c_i \in \mathbb{N}$ representa el costo de seleccionar el proyecto i en la cartera, los costos son representados como intervalos.
- Un vector de beneficios $b = (b_{11}, b_{12}, \dots, b_{21}, \dots, b_{ij})$ donde b_{ij} indica el beneficio aportado en el objetivo j por el proyecto i . Los beneficios son representados como intervalos

Entonces, la función objetivo se define como:

$$f(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_p(\vec{x})); p = 1, \dots, p \text{ cantidad de funciones objetivos} \quad (1)$$

Donde

$$f_i(\vec{x}) = \sum_{j=0}^n b_{ji} \vec{x}_j \quad (2)$$

La mejor solución se define al resolver $\max_{x \in R_F} (f(\vec{x}))$ donde R_F es el espacio de soluciones factibles.

Sujeto a la restricción:

$$\sum_{i=0}^n c_i \vec{x}_i \leq B \quad (3)$$

2.2.2. El Problema de Selección de Viajes

El Problema de Selección de Viajes (PSV) es una variante del Problema de Selección de Cartera de Proyectos. Este problema se puede entender como un grupo de personas (familia, empresarios, amigos, etc.) que desean escoger un conjunto de destinos. Sin embargo, dado que los recursos disponibles son limitados, se desea encontrar una colección de destinos que satisfaga al grupo de manera consensuada, Núñez-Sánchez H. A. (2021).

La evaluación de un conjunto de destinos seleccionados será mediante los atributos particulares del PSV que son: número de destinos (di), el número de atracciones total (ai), la calificación del lugar (ci), y la duración en días de la estancia (ei), estos atributos son representados como intervalos con un límite superior e inferior. La selección de los destinos no deberá exceder el presupuesto establecido (P), considerando que cada destino tiene un precio(pi). Formalmente PSV se define en la Ecuación 4.

$$Z = \text{Max } di(S), ai(S), ci(S), ei(S) \quad (4)$$

Sujeto a:

$$pi(S) \leq P \quad (5)$$

La solución del problema será dada por el vector $S = \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ donde $x_i=1$ indica que el destino i fue seleccionado, y $x_i=0$ que no.

En general PSV busca viajar a la mayor cantidad de destinos posible maximizando el número de atracciones a las que se tendrá acceso, con la mejor calificación posible por los usuarios, y pasando el mayor número de días en ellos. Considerando que es un grupo de personas involucrado en la solución de PSV, entonces se puede decir que este representa un caso particular de GDM, cuya solución se puede dar a través del modelo de automatización propuesto en el capítulo 5.

2.3. Metaheurísticas

Las metaheurísticas son métodos algorítmicos que han probado ser una herramienta muy eficiente y eficaz en la búsqueda de soluciones aproximadas a problemas de optimización. El término metaheurística fue acuñado por Glover (1986) y combina el prefijo griego meta- (metá, más allá en el sentido de alto nivel) con heurístico (del griego heuriskein o euriskein, para buscar).

2.3.1. I-NOSGA

El algoritmo I-NOSGA (Interval Non-Outranked Sorting Genetic Algorithm) fue propuesto por Balderas et al. (2019). I-NOSGA localiza carteras no estrictamente superadas (modeladas usando matemáticas de intervalo) durante la búsqueda evolutiva, cumpliendo un conjunto de restricciones que pueden modelarse por intervalos. I-NOSGA es una versión que

maneja intervalos del Algoritmo Genético de Clasificación No-Superado (NOSGA) (cf. Fernández et al. 2011, 2013), NOSGA ha conseguido excelentes resultados en la optimización de la cartera de proyectos con muchos objetivos, bajo condiciones de perfecto conocimiento. Desarrollado en base al muy conocido NSGA-II (Deb et al., 2002), NOSGA es una manera de incorporar preferencias empleando un modelo basado en superación. En “Algoritmo 1” se observa el pseudocódigo del I-NOSGA.

Algoritmo 1. I-NOSGA

Entrada: Población de padres Pop_T e hijos Q_T generada en la iteración anterior

Salida: Siguiete generación de padres Pop_{T+1} e hijos Q_{T+1}

01: $R_T = Pop_T \cup Q_T$	//combinar población de padres e hijos
02: $F = Interval\text{-}Non\text{-}Outranked\text{-}Sort(R_T, Pop_T)$	// $F = (F_0, F_1, \dots)$, todos los frentes de intervalo no superados de R_T
03: $Pop_{T+1} = 0$	
04: $i = 0$	//inicializar P_{T+1}
05: mientras $ Pop_{T+1} + F_i \leq N$ hacer	
06: $net\text{-}strength\text{-}score\text{-}assignment(F_i)$	//hasta que la población de padres este lleno
07: $Pop_{T+1} = Pop_{T+1} \cup F_i$	//calcular interval net strength score NSS en F_i
08: $i = i + 1$	//incluir i-ésimo frente de intervalo no superado
09: fin	en la población de padres
10: $SORT(F_i, NSS)$	//Ordenar en orden descendiente usando NSS
11: $Pop_{T+1} = Pop_{T+1} \cup F_i[1: N - Pop_{T+1}]$	//Elegir los primeros N elementos de Pop_{T+1}
12: $Q_{T+1} = make\text{-}new\text{-}pop(Pop_{T+1})$	//usar selección intervalar, cruza intervalar y
13: $T = T + 1$	mutación intervalar para crear una nueva población
	Q_{T+1}

Describiendo el algoritmo, de entrada, el algoritmo recibe una población de padres Pop_T e hijos Q_T , continuando en la línea 1 comienza combinando la población de padres e hijos, luego en la línea 2 se calculan los frentes no superados. Utilizando los frentes formados en F , se crea la nueva generación de padres Pop_{T+1} , esto se hace de la línea 5 a la 11, cuando Pop_{T+1} no completa el tamaño, el algoritmo utiliza NSS en F_i y selecciona las soluciones con la puntuación más alta de NSS y las agrega en Pop_{T+1} (esto se hace en las líneas 10 y 11). Luego en la línea 12 para crear la nueva población de hijos Q_T se utilizan los operadores genéticos y así se crea la nueva población de hijos a partir de la población de padres.

La construcción de los frentes de intervalo no superados se observa en el Algoritmo 2, el método construye el primer frente (frente cero o F_0) en las líneas 1 a la 12. Para lograr esto en las líneas 7 y 8 para cada solución p se cuentan las soluciones q que cumplen $q Pr(\beta) p$; si no existe tal solución, entonces quiere decir que ninguna solución q supera a p y p se convierte en una solución no estrictamente superada y pasa a formar parte del F_0 (líneas 10 a la 12). El

resto de los frentes son construidos de la línea 13 a la 26, utilizando el conjunto de soluciones S_p , este conjunto está formado por las soluciones $p Pr(\beta) q$ (línea 5 y 6). Después el algoritmo revisa cada solución p que ya se encuentra en el frente i analizado (línea 16),

Algoritmo 2. Interval-non-outranked-sort(Pop)

Entrada: Conjunto actual de individuos Pop

Salida: Conjunto final de frentes F

```

01: Para cada  $p \in Pop$  hacer:
02:    $S_p = \emptyset$ 
03:    $N_p = 0$ 
04:   Para cada  $q \in Pop$  hacer:
05:     if ( $p Pr(\beta) q$ ) entonces
06:        $S_p = S_p \cup \{q\}$ 
07:     if ( $q Pr(\beta) p$ ) entonces
08:        $n_p = n_p + 1$ 
09:     fin
10:   if ( $n_p = 0$ ) entonces
11:      $F_0 = F_0 \cup \{p\}$ 
12:      $N = N + 1$ 
13:    $i = 0$ 
14:   Mientras  $F_0 \neq \emptyset$  hacer
15:      $H = \emptyset$ 
16:     para cada  $p \in F_i$  hacer
17:       para cada  $q \in S_p$  hacer
18:          $n_q = n_q - 1$ 
19:         if ( $n_q = 0$ ) entonces
20:            $H = H \cup \{q\}$ 
21:            $N = N + 1$ 
22:         fin
23:        $i = i + 1$ 
24:        $F_i = H$ 
25:     fin
26:   fin
27:   if ( $N < |Pop|$ ) entonces
28:     return Frentes-Completos( $F, i, N, Pop$ )
29:   else return  $F$ ;

```

luego el número de n_q de todas las soluciones que cumplen $q Pr(\beta) p$ se reducen en uno (líneas 17 y 18). Y siempre que n_q llegue a cero, la solución q actual se agrega al siguiente frente $i+1$ que se está formando (líneas 20,23 y 24). A la salida I-NOSGA entrega el conjunto final de frentes F .

2.3.2. MOEA-D

MOEA-D (Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition) es un algoritmo evolutivo multiobjetivo que se basa en el uso de un tratamiento de descomposición.

(Zhang, 2007); este algoritmo puede implementar cualquier método (tratamiento) de descomposición. MOEA-D descompone un problema multiobjetivo mediante funciones de agregación en una serie de subproblemas de optimización (divide el problema en un conjunto de problemas más pequeños), que se optimizan de forma simultánea. En el Algoritmo 3 se muestra su pseudocódigo de MOEA-D.

MOEA-D es un algoritmo que ha mostrado un excelente rendimiento al resolver problemas de optimización multiobjetivo (MOPs) con sistemas de Pareto complicados (Machin-Navas M.y Nebro A. 2013).

Algoritmo 3. MOEA-D

Entrada:

N = Tamaño de la población

M = Número de objetivos

$T = N/10$, el número del vector de peso en la vecindad de cada vector

Salida: EP = población externa

//Inicializar

0. Vectores = Inicializar (N, M) // inicializa un conjunto de vectores de peso

1. $EP = \emptyset$

2. Calcular_Distancias_Euclidianas(Vectores)

3. **Para cada** $i = 1 \dots N$, **hacer:**

4. **Set** $B(i) = \{i_1, \dots, i_T\}$

5. **Generar_poblacion_inicial()**

6. **Set** $FV_i = F(x_i)$.

7. Inicializar $z = (z_1, \dots, z_m)$

//Actualizar

8. **Para** $i = 1$ hasta N **hacer:**

9. Reproducción()

10. Cruza()

11. Mutación()

// reparación y mejora heurística

12. Mejora ()

// z : para cada $j = 1, \dots, m$, si $z_j < f_j(y')$ entonces set $z_j = f_j(y')$

13. Actualizar ()

14. ActualizarSolucionesVecinas ()

// para cada $j \in B(i)$, si $g^{le}(y' \setminus \lambda^j, z)$ set $x_j = y'$ y $FV_j = F(y')$

15. ActualizarPoblacion()

// Eliminar de EP todos los vectores dominados por

16. **Criterio de parada:** Si maxEvaluaciones =

$F(y')$ y agregar $F(y')$ a EP si ningún vector en EP

1000, De otra manera, ir al paso 2.

domina a $F(y')$

MOEA-D construye un conjunto de pesos $Vectores = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$. En *Inicializar* en la línea 2 se calculan las distancias euclídeas entre cualesquiera dos vectores de pesos y entonces se calculan los vectores de peso v_j más cercanos para cada vector de peso v_i . Se construye $B(i) = i_{j=1}, \dots, i_T$, (i representa al i -ésimo vector de peso v) donde $B(i)$ contiene los T vectores de peso v_j más cercanos a v_i . MOEA-D construye el conjunto inicial de solución

FV_i mediante la combinación de la solución de cada DM y N-10 soluciones generadas al azar, y con ellas obtiene los valores iniciales de aptitud de z (línea 5,6 y 7).

Actualizar es un proceso (línea 8) basado en la evolución de las soluciones. Para crear una nueva solución se seleccionan 2 soluciones aleatoriamente y se le aplican los operadores genéticos, de reproducción (selección), cruza y muta (líneas 9, 10 y 11). Después de la aplicación de los operadores genéticos, la solución creada es sometida a un proceso de reparación y mejora, con el propósito de convertir una solución inviable a una casi factible para los DMs. Así como también se actualizan las soluciones vecinas y se actualiza la población (líneas 14 y 15). Por último, se verifica la condición de parada y al finalizar el algoritmo entrega de salida la población externa EP , este último es el conjunto de soluciones no dominadas.

2.4. El método Electre III

“Los métodos ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) pertenecen a los métodos multiatributo que manejan información cardinal. Se han desarrollado desde el LAMSADE de la Universidad Paris-Dauphine (Paris IX) desde el año 1968, en el que Bernard Roy y sus colaboradores desarrollaron el primer método ELECTRE. Desde entonces se ha extendido la utilización de los métodos ELECTRE por toda Europa, como lo demuestra la abundante literatura existente sobre estos métodos y sus aplicaciones (Roy, 1985)”(M. Gento & Redondo, 2005) .

En el método Electre busca encontrar el índice de credibilidad ($\sigma(x, y)$) que representa la afirmación “ x es al menos tan buena como y ”, el cual se apoya de dos condiciones:

1. *El índice de concordancia*, que es en realidad los criterios a favor de tal aseveración para apoyarla. Se expresa $c(x, y)$.
2. *El índice de discordancia*, si al aprobar tal aseveración no se genera un desacuerdo bastante fuerte por parte de los criterios que no están de acuerdo con dicha afirmación. Se expresa $d(x, y)$.

Para ilustrar mejor la implementación del método Electre III se agrega un ejercicio de referencia en Anexo I.

2.5. Matemáticas de Intervalo

El número de intervalo en matemáticas es un subconjunto de numero reales que se encuentran entre dos valores que delimitan un extremo inferior y otro superior.

Balderas et al. (2019) menciona a que un número de intervalo se describe en términos de rango $E = [\underline{E}, \bar{E}]$, donde \underline{E} representa el límite inferior y \bar{E} representa el límite superior del número de intervalo. Una representación gráfica de número de intervalo se puede ver en la figura 1, la cual muestra un intervalo donde el límite inferior es $\underline{E} = 55$ y el límite superior es $\bar{E} = 65$ sobre una recta, donde la recta representa el sistema de números reales.

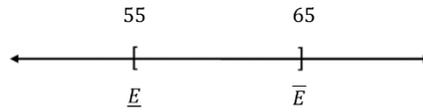


Figura 1. Representación de E

Para operaciones básicas con intervalos consideremos dos números de intervalo $D = [\underline{D}, \bar{D}]$ Y $E = [\underline{E}, \bar{E}]$, entonces las operaciones aritméticas básicas se pueden definir para estos como:

$$D + E = [\underline{D} + \underline{E}, \bar{D} + \bar{E}], \quad (6)$$

$$D - E = [\underline{D} - \underline{E}, \bar{D} - \bar{E}], \quad (7)$$

$$D \cdot E = [\min\{\underline{D} \cdot \underline{E}, \underline{D} \cdot \bar{E}, \bar{D} \cdot \underline{E}, \bar{D} \cdot \bar{E}\}, \max\{\underline{D} \cdot \underline{E}, \underline{D} \cdot \bar{E}, \bar{D} \cdot \underline{E}, \bar{D} \cdot \bar{E}\}], \quad (8)$$

Si E es un número real:

$$D \cdot E = \underline{D} \cdot E, \bar{D} \cdot E \quad (9)$$

Balderas et al. (2019) y Yao et al. (2011) definen reglas de relación de orden sobre los números de intervalo. Estas reglas se basan en $P(E \geq D)$ que es una medida de la posibilidad de que la relación de orden $E \geq D$ sea verdadera. De forma sencilla se puede probar que esta medida de posibilidad es equivalente a la Ecuación 10.

$$P(E \geq D) = \begin{cases} 1 & \text{si } P_{ED} \geq 1, \\ P_{ED} & \text{si } 0 \leq P_{ED} \leq 1, \\ 0 & \text{si } P_{ED} \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{Donde } P_{ED} = \frac{\bar{E} - \underline{D}}{(\bar{E} - \underline{E}) + (\bar{D} - \underline{D})}$$

Cuando los intervalos $\mathbf{E} = [\underline{E}, \overline{E}]$ y $\mathbf{D} = [\underline{D}, \overline{D}]$ cumplen que $e = \underline{E} = \overline{E}$ y $d = \underline{D} = \overline{D}$ entonces el valor de $P(\mathbf{E} \geq \mathbf{D})$ se calcula como en la Ecuación 11. Es decir, satisfacen la relación de orden establecida como si fueran no intervalos.

$$P(\mathbf{E} \geq \mathbf{D}) = \begin{cases} 1 & \text{si } e \geq d \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (11)$$

De acuerdo a Balderas et al. (2019) y Fliedner y Liesio (2016), una *realización* es un número real e que cae dentro de los límites de un intervalo $E = [\underline{E}, \overline{E}]$. Tomando en consideración lo anterior, Balderas et al. (2019) define como grado de credibilidad α a la medida de posibilidad $P(\mathbf{E} \geq \mathbf{D})$ mínima que se debe satisfacer para considerar que un intervalo \mathbf{E} es mayor o igual que otro intervalo \mathbf{D} . Sucesivamente, el grado de credibilidad simboliza la posibilidad de que dadas dos realizaciones e y d de dos intervalos distintos \mathbf{E} y \mathbf{D} , la primera realización sea mayor o igual que la segunda.

Igualmente, a partir de $P(\mathbf{E} \geq \mathbf{D}) = \alpha$, se puede definir su negación que es la posibilidad de que el intervalo \mathbf{D} sea mayor o igual al intervalo \mathbf{E} de acuerdo a la Ecuación 12.

$$P(\mathbf{E} \geq \mathbf{D}) = \alpha \Rightarrow P(\mathbf{D} \geq \mathbf{E}) = 1 - \alpha \quad (12)$$

La relación de igualdad entre dos intervalos existe únicamente si ambos intervalos coinciden tanto en límite superior como inferior. Finalmente, la unión de la Ecuación 13 con la relación de igualdad permiten definir la relación de orden *mayor que* entre intervalos, quedando como resultado la Ecuación 12. Con esto termina la definición del conjunto básico de relaciones de orden entre intervalos (que son $>$, $<$, $=$, \geq , \leq).

$$\mathbf{E} > \mathbf{D} \Leftrightarrow P(\mathbf{E} \geq \mathbf{D}) > 0.5 \quad (13)$$

Durante el proceso de toma de decisiones en grupo, los DMs deberán expresar sus opiniones para resolver el problema solucionar, cuando los DMs tienen poco o casi nada de información acerca del problema, esto crea una incertidumbre. Y para tratar la incertidumbre se pueden utilizar los intervalos.

Aquí termina el capítulo 2 del marco teóricos. A continuación, se presenta el capítulo 3 estado del arte.

Capítulo 3. Estado del arte

Este capítulo presenta una revisión de los trabajos que se encuentran en la literatura, relacionados con modelos de consenso y la toma de decisión en grupo, estos últimos son los conceptos base del trabajo de investigación. Es de interés para esta tesis la revisión de modelos de consenso que apoyen al consenso y se detallan brevemente los aportes y las diferencias con el trabajo de investigación.

3.1. Modelos de apoyo al consenso en toma de decisiones en grupo

A lo largo de los años muchos investigadores se han dedicado a investigar el área de la toma de decisiones tanto individuales como en grupo, aplicándolo a la solución de problemas por ejemplo el problema de cartera de proyectos, que se presentan en empresas y demás áreas. Muchas investigaciones (p. ej. Herrera-Viedma et al. 2002, Herrera-Viedma et al. 2007, etc.) se enfocan a resolver el problema de cartera de proyectos investigando nuevos métodos o algoritmos, así como también nuevos algoritmos para modelar la toma de decisiones.

Herrera-Viedma et al. (2002), en un artículo presenta un modelo de consenso para problemas de decisiones de múltiples personas (MPDM) con diferentes preferencias, este modelo se basa en dos criterios de consenso, que son: una medida de consenso que indica el acuerdo entre las opiniones de los expertos; y una medida de proximidad para averiguar qué tan lejos están las opiniones individuales de la opinión del grupo. El sistema de apoyo al consenso tiene un mecanismo de retroalimentación para orientar las fases de discusión en función de la medida de proximidad. La principal mejora de este modelo de consenso es que soporta el proceso de consenso de forma automática, sin moderador, y de tal forma se evita la posible subjetividad que el moderador puede introducir en el proceso de consenso.

De igual forma se revisó otro de Herrera-Viedma et al. (2007), donde se presenta un modelo de consenso para toma de decisiones grupales con relaciones de preferencia difusas incompletas. Los autores presentan un proceso de selección para tratar los problemas de decisiones grupales. Pero lo más relevante es su modelo de consenso, el modelo es guiado

por medidas de consenso y coherencia, el proceso de alcanzar el consenso se guía de forma automática sin la necesidad de un moderador, mediante los criterios de consenso y coherencia. Para esto los autores desarrollaron un mecanismo de retroalimentación que genera consejos sobre cómo los expertos deben cambiar o completar sus preferencias para llegar a una solución con altos grados de consenso y consistencia. Las principales mejoras de este modelo de consenso es que apoya la gestión de información incompleta y permite lograr soluciones consistentes con un gran nivel de acuerdo.

Continuando, un artículo presentado por Alonso y colaboradores (Alonso et al. 2010) presenta un sistema de apoyo al consenso basado en la web, de sus características más relevantes es que puede ayudar o incluso reemplazar al moderador similar al de Herrera-Viedma et al. (2007) que puede trabajar sin un moderador, otra característica de este sistema es que los decisores pueden expresar sus preferencias utilizando los diferentes tipos (difuso, lingüístico y lingüístico multigranular) de relaciones de preferencias incompletas. El Sistema se basa en medidas de consenso y medidas de coherencia y ha sido diseñado para proporcionar consejo a los decisores para mejorar el nivel de consenso, es decir que también posee un sistema de retroalimentación, estas dos últimas características también son usadas por el trabajo de Herrera-Viedma et al. (2007), y algo más interesante es que el sistema al ser web los decisores no necesitan reunirse físicamente.

También se encuentra el artículo de Tapia García et al. (2012), este artículo presenta un modelo de consenso para problemas de toma de decisiones en grupo con relaciones de preferencia de intervalo lingüísticas. Este modelo de consenso está basado en dos criterios de consenso, una medida de consenso y una de proximidad; y el criterio de coincidencia de preferencias. También posee un mecanismo de retroalimentación para guiar a los decisores a alcanzar el consenso, un mecanismo que poseen otros trabajos (Herrera-Viedma et al. 2007; Alonso et al. 2010).

Singh & Benyoucef (2013), aborda el problema de Cadena de Suministros (SC, *Supply Chain*) que lo considera un problema de toma de decisiones multicriterio (MCDM), en este problema los socios a menudo toman decisiones colectivas para resolver una serie de problemas que se caracterizan por criterios cuantitativos y cualitativos. Por lo tanto, se presenta un método TOPSIS difuso y una metodología de toma de decisiones grupales basada

en consenso suave. El método TOPSIS difuso se propone para abordar la imprecisión de los socios de la cadena de suministro al formular el valor de preferencia de varios criterios. Además, se propone un enfoque (un modelo de consenso) de toma de decisiones grupales basado en consenso suave para la formación de consenso entre los socios de la cadena de suministro, con respecto a los valores de preferencia de varios criterios para diferentes alternativas. El método de consenso está basado el operador de consenso OWA (*Ordered Weighted Averaging*) para la operación de agregación. Este modelo utiliza dos medidas de consenso blando que son una medida de consenso y una de proximidad y aún más importante, es que posee un mecanismo de retroalimentación que apoyara a alcanzar el consenso.

Mata et al. (2008) presenta una aplicación informática de un Sistema de Apoyo al Consenso Adaptativo que se ocupe de la información heterogénea. La aplicación se utiliza para llevar a cabo procesos de consenso en problemas de toma de decisiones en grupo definidos en contextos heterogéneos. El sistema permite a los expertos expresar sus opiniones utilizando múltiples dominós de expresión con el propósito de acercar la situación de la decisión a problemas de palabras reales. Algo importante, el proceso de consenso que implementa es adaptativo en cada ronda, sugiriendo cambios cuando el acuerdo está lejos del requerido, y disminuyendo cuando el consenso se convierte en el adecuado.

Mata et al. (2009), presentan un modelo para mejorar el consenso en problemas de DMG (Decision Making Group) definido en contextos lingüísticos multigranulares, es decir utilizando conjuntos de términos lingüísticos con diferente cardinalidad para representar las preferencias de los expertos. Se menciona que el modelo es adaptativo, es decir que durante el proceso adapta su comportamiento según al acuerdo alcanzado en cada ronda, de igual forma aumenta la convergencia hacia el consenso y por lo tanto reduce el número de rondas para alcanzar el consenso. Así como en algunos otros modelos mencionados, este modelo se basa en una medida de consenso y una de proximidad, así como también posee un mecanismo de retroalimentación para aconsejar a los decisores y algo que se menciona es que es capaz de trabajar sin un moderador.

Mata F. (2006), presenta en su tesis doctoral un estudio de los modelos de consenso y sus características, así como una revisión de las características de los problemas de toma de decisiones, dedicando interés al modelado de las preferencias en problemas de decisión con

incertidumbre centrándose en el modelado de preferencias en contextos lingüísticos y en el enfoque de lingüístico difuso, puesto que es el enfoque de su investigación. Mata presenta el desarrollo de dos modelos de consenso con un enfoque lingüístico multigranular, el primero es un modelo para la automatización del consenso y el segundo es un modelo para consenso adaptativo.

El estudio del consenso y la solución de problemas de GDM son un tema muy estudiado, como se ve anteriormente a los múltiples trabajos mencionados. Múltiples investigadores al realizado su aporte, pero el aporte más relevante es el diseño de modelos de consenso con diferentes enfoques y contextos, los cuales en lo más importe a identificar en un modelo es el tipo de enfoque que tendrá, la técnica que implementará para ayudar a alcanzar el consenso grupal y así como el diseño de un mecanismo de retroalimentación para proporcionar consejo a los expertos para cambiar sus preferencias y así alcanzar el consenso.

Tabla 1. Modelos de Consenso del Estado del Arte

Autor	Moderador	Relación de preferencia	Incertidumbre	Técnica de consenso	Mecanismo de retroalimentación	Intervalos	Automático
Herrera-Viedma et al. (2002)	✓	Orden de preferencia, Funciones de utilidad, Difusas y Multiplicativas	×	Medida de consenso y proximidad	✓	×	✓
Herrera-Viedma, et al. (2007)	✓	Difuso	✓	Medida de consenso y coherencia	✓	×	✓
Alonso, et al. (2010)	✓	Difuso, lingüístico, lingüístico multigranular	✓	Medida de consenso y coherencia	✓	×	✓
Tapia García et al. (2012)	✓	Difusa de intervalo lingüístico	✓	Medida de consenso y proximidad	✓	×	✓
Singh & Benyoucef (2013)	✓	Difuso	✓	Medida de consenso y proximidad	✓	×	✓
Herrera-Viedma et al. (2002)	✓	Múltiples tipos	✓	Medida de consenso y proximidad	✓	×	✓
Mata et al. (2009)	✓	Lingüístico Multigranular	✓	Medida de consenso y proximidad	✓	×	✓
Este trabajo	✓	Difuso	✓	Regresión a la media	✓	✓	✓

La Tabla 1 resume las principales características observadas dentro de los trabajos de investigación analizados, estas características son:

- A) requerir o no la intervención de un moderador;
- B) contener una estrategia para el modelado de preferencias;
- C) tener la capacidad para manejo de incertidumbre;
- D) contar con una técnica utilizada para lograr el consenso; E) definir un mecanismo de ajuste de parámetros;
- F) incorporar el uso de intervalos en su modelado y
- G) desarrollar automáticamente el proceso de consenso sin requerir intervención humana.

Es importante notar que las técnicas para lograr consenso son:

- 1) valores máximos/mínimos;
- 2) valores de dominancia estricta/débil;
- 3) medida de consenso y coherencia;
- 4) medida de consenso y proximidad; y
- 5) regresión a la media.

En la Tabla 1, se pueden observar el uso recurrente de relaciones difusas para modelar las preferencias, o de medidas de consenso como técnicas para lograr consenso. Sin embargo, también se puede observar que pocos trabajos han utilizado intervalos como parte de la estrategia para solucionar problemas GDMP. Considerando estas circunstancias, el presente trabajo de investigación propone una nueva estrategia de solución a GDMP a través de un mecanismo automático que permita eventualmente lograr el consenso.

El mecanismo propuesto considera el uso de intervalos tanto para la definición de las relaciones de preferencia, como para el manejo de la incertidumbre existente en el problema. Adicionalmente, esta investigación aborda el Problema de Selección de Viajes (PSV), una variante minimalista del Problema de Optimización de Carteras de Proyectos poco estudiado

en el área de GDM. Finalmente, una característica distintiva de la propuesta es el uso de la regresión a la media como técnica de consenso.

En resumen, el objetivo principal de la investigación es el desarrollo de un modelo que permita automatizar el consenso durante el proceso de toma de decisiones grupales en el caso de estudio concerniente al PSV.

Y aquí termina el capítulo 3, donde se realizó una revisión del estado del arte. A continuación, se presenta el capítulo 4, donde se presenta la metodología de solución propuesta para este proyecto de investigación.

Capítulo 4. Propuesta de metodología de solución

Esta sección presenta el nuevo modelo propuesto para automatizar el proceso de consenso que ocurre en GDMP. El modelo de automatización tiene como objetivo apoyar a un grupo de DMs a lograr el consenso utilizando metaheurísticas.

4.1. Modelo de automatización del consenso

El desarrollo de este modelo considera como caso de estudio al PSV descrito en la sección 2.2.2. El modelo de automatización propuesto está formado las siguientes tres etapas:

- 1) Etapa de obtención automática de la solución para el consenso. Esta etapa realiza 3 pasos:
 - I. Obtención del mejor compromiso BC para cada DM con I-NOSGA.
 - II. Integración de las preferencias de los DMs
 - III. Obtención del mejor compromiso consensual BCC con MOEA-D.
- 2) El SDM realiza una evaluación del nivel de satisfacción consensual sobre la solución elegida.
- 3) El SDM realiza una retroalimentación del sistema mediante un ajuste de parámetros preferenciales.

La Figura 2 muestra la arquitectura del modelo propuesto. En esta figura se observa la relación entre el PSV y el modelo de automatización propuesto, donde PSV es el caso de estudio en la propuesta, se observa que en el paso 1 en la arquitectura, como entrada el modelo de automatización recibe una instancia de PSV con las preferencias de los DMs (la instancia contiene valores expresados como intervalos). A partir de aquí se desarrollan los pasos 1, 2 y 3.

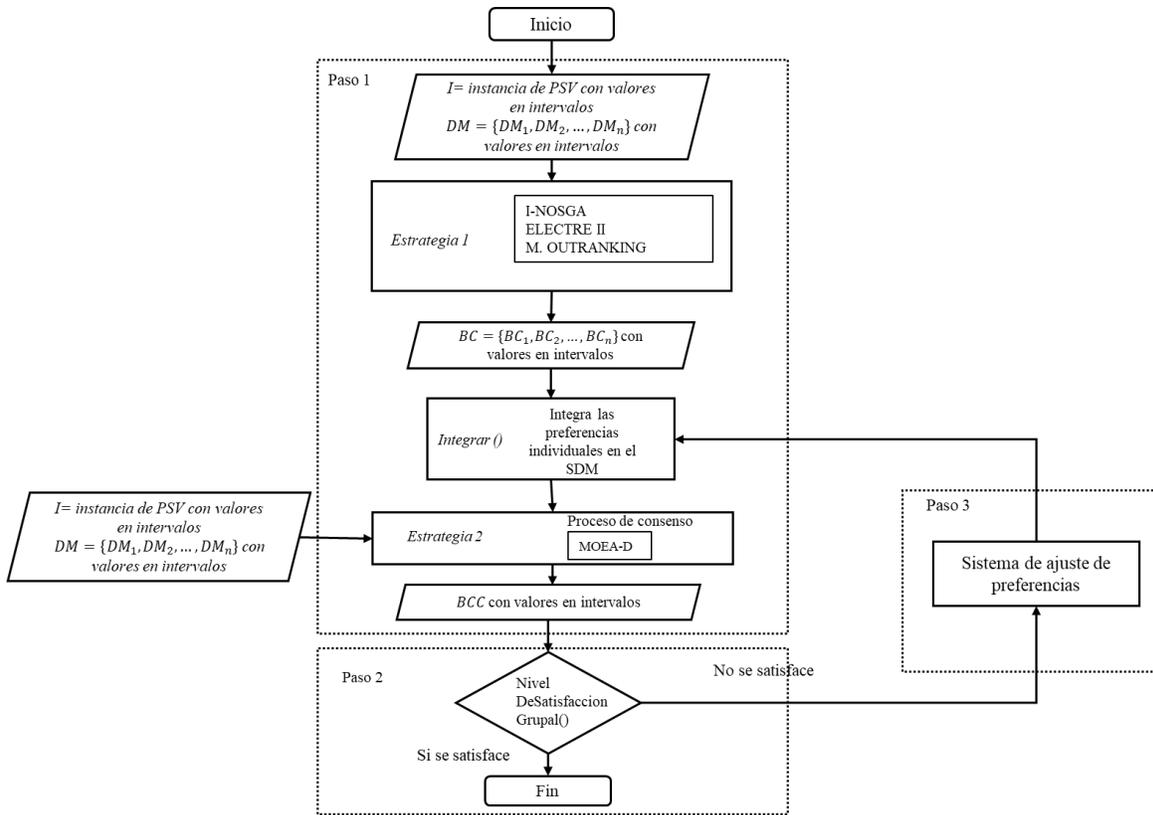


Figura 2. Arquitectura propuesta del modelo de automatización del consenso

4.2. Etapa 1 obtención automática de la solución BCC

Esta etapa consiste en utilizar metaheurísticas que permitan construir una solución a PSV, a partir de la información preferencial actual de los DMs involucrados. Esta etapa consta de 3 pasos reflejados en la arquitectura de la Figura 2 en los procesos denominados *Estrategia 1*, *Integrar*, y *Estrategia 2*.

4.2.1. Paso 1 obtención del BC

El paso 1 es representado en la Figura 2 al inicio del diagrama y en la Figura 3, donde se tiene una *Estrategia 1*, esta recibe de entrada una instancia *I* del PSV y un conjunto de preferencias *DM* para *n* decisores, la *Estrategia 1* tiene como objetivo obtener el mejor compromiso BC para *n* cantidad de DMs.

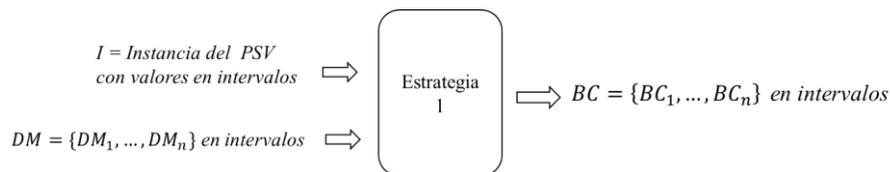


Figura 3. Paso 1 cálculo del conjunto BC

¿Cómo se realiza el cálculo del BC?

Para calcular el BC, primero el algoritmo I-NOSGA deberá leer una instancia de PSV. El algoritmo I-NOSGA se configura de acuerdo a la configuración descrita en la sección 5.5, los datos a configurar son el número de evaluaciones, el número de repeticiones, tamaño de población, por mencionar algunos.

Ejemplificando el procedimiento sería el siguiente. Se resuelve la instancia 1 para DM_1 hasta DM_n , n es la cantidad de DMs.

- Instancia 1:
 - Instancia1_DM1_repetición01.out
 - ... hasta terminar las 30 repeticiones
 - Instancia_DM1_repetición30.out
 - Instancia1_DM2_repetición01.out
 - ... hasta terminar las 30 repeticiones
 - Instancia1_DM2_repetición20.out
 - ...hasta n cantidad de DMs

Al finalizar las 30 repeticiones para cada DM I-NOSGA obtiene el frente de Pareto, que son las mejores soluciones para el DM de acuerdo a sus preferencias. I-NOSGA ordena las soluciones con una estrategia denominada Net Strength Score (*NSS*) y la solución con el mayor *NSS* se convierte en BC para el DM. Al finalizar se obtiene un BC que sería la solución al PSV para cada DM.

4.2.2. Paso 2 integración las preferencias en el SDM

El paso 2 tiene como objetivo integrar las preferencias en un moderador simulado denominado *SDM*, el cual será el encargado de supervisar el consenso. Actualmente dicha integración se realiza simplemente mediante la unión de todos y cada uno de los BCs de los

DM como parte de la instancia del PSV, dicha integración se refiere como *SDM* (o *Supra Decision Maker*).

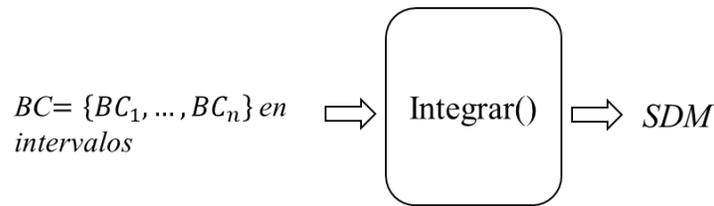


Figura 4. Paso 2 integración de las preferencias en el SDM

En la Figura 4 se puede observar el paso 2, en la figura se tienen las preferencias de n DMs y estos se integran en el SDM.

¿Cómo se realiza la integración?

La integración consiste en agregar los mejores BC en la instancia de PSV que recibe MOEA-D de entrada. Por cada DM hay un BC y estos se agregan al final de la instancia, cada BC es una solución representada por una cadena de 1 y 0.

TRUE	//	<---	False si no se agregaron BCs , True si se agregaron los BCs																
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Figura 5. BCs agregados en una instancia de PSV

En la Figura 5 se muestra un conjunto de 10 BC para 10 DMs, formando una matriz de soluciones con todos los BC, esta matriz se convierte en la estructura que representa las preferencias del SDM. Al final se tendrán 2 tipos de instancias, la primera no tiene los BCs y es la instancia para I-NOSGA, y la segunda instancia contiene los BCs, esta es la instancia que usará MOEA-D.

4.2.3. Paso 3 obtención del BCC

Finalmente, la *Estrategia 2* plantea realizar el proceso de consenso para obtener el *BCC* (o *Best Comprromise Consensual*) teniendo como objetivos maximizar el número de decisores satisfechos y minimizar los decisores insatisfechos. La *Estrategia 2* indica el uso de MOEA-D como algoritmo de optimización para la obtención del BCC.

El paso número 3 representado en la Figura 6, la *Estrategia 2* recibe de entrada la instancia *I* del PSV, el conjunto de mejores compromisos *BC*, las preferencias de los *n* decisores y las del SDM y como salida se obtiene el *BCC*.

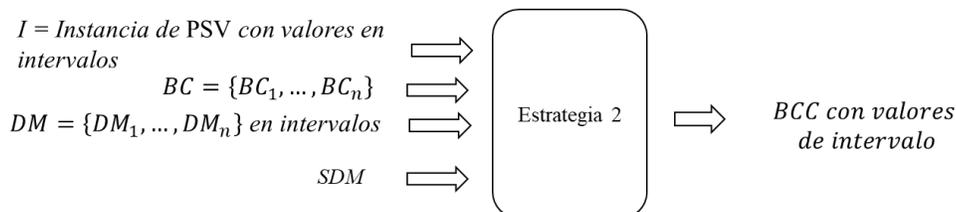


Figura 6. Paso 3 cálculo del BCC

¿Cómo se calcula el BCC?

El algoritmo MOEA-D es el encargado de obtener el BCC. Para realizar el cálculo el algoritmo lee la instancia con los BCs que calculo I-NOSGA. MOEA-D se configura con los datos de la sección 5.5, el número de repeticiones son 30 y al terminar este entregará un conjunto con las mejores soluciones.

Resolver la instancia 1 sigue el procedimiento:

- Instancia01_repetición01.out
- ...hasta terminar las 30 repeticiones
- Instancia01_repetición30.out

Al finalizar las 30 repeticiones MOEA-D entrega un conjunto de soluciones no dominadas en un archivo de texto, dentro del archivo se puede localizar la información como [Solución] [DMs Satisfechos, DMs insatisfechos].

Soluciones representados con 1 y 0																				DMs satisfechos		DMs insatisfechos	
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	10.000	10.000	0.000	0.000

Figura 7. Soluciones para BCC

De este conjunto de soluciones no dominadas en este caso se seleccionó la primera solución para ser el BCC (se puede seleccionar cualquier solución del conjunto). En la Figura

7 por ejemplo se observa que para cada solución de índice el número de DMs satisfechos son 10 y los DMs insatisfechos son 0.

4.3. Etapa 2 evaluación del Nivel de Satisfacción Consensual

Una vez que el BCC se ha identificado, el paso 4 es verificar que se alcance el nivel de satisfacción mínimo estipulado por el grupo de DMs. La arquitectura lo implementa en el proceso *Nivel Satisfacción Grupal*. Para ello, se hace uso de un indicador de satisfacción medible que determine si una solución satisface o no a un grupo de personas. Este trabajo propone el uso de la regla definida en la ecuación 14 como el umbral de satisfacción que cubre este propósito.

$$(DM_{SAT} > DM_{DIS}) \wedge (DM_{SAT} > \frac{DM_S}{2}) \wedge (DM_{DIS} \leq 20\%DM_S) \quad (14)$$

Donde DM_{SAT} representa el número de decisores satisfechos, DM_{DIS} es la cantidad de decisores insatisfechos, y DM_S es el total de tomadores de decisiones.

En la Figura 8 se ilustra el paso 4, si se alcanza el nivel de satisfactibilidad entonces se termina el proceso de toma de decisiones en grupo y cada vez que el umbral de satisfacción no es alcanzado, el modelo de automatización entrará en una etapa de ajuste de preferencias de los DMs hasta llegar a un consenso.

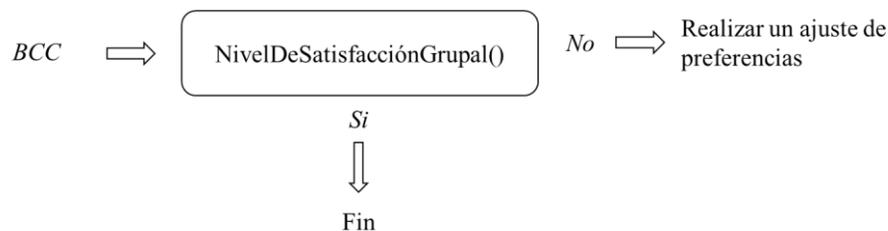


Figura 8. Paso 4 evaluar el nivel de satisfacción consensual (grupal)

¿Cómo se realiza la evaluación del BCC?

Para evaluar la solución BCC se utiliza la operación 10, p. ej. en la Figura 9 se tiene el BCC para una instancia, los datos que se observan son: la solución representada en 1 y 0, el número de DMs (Num DMs) son 5, número de DMs satisfechos (DMs-SAT), el número de insatisfechos (DMs-DIS) y la última columna nos dice si se satisface al grupo de DMs.

	Num Dms =	5		
Instancia	Solucion	DMs-SAT	DMs-DIS	SATISFACE
i01	0010000001010000010000010011011000100 0001000010010000010000000010110000110 0000001001010101010001000000	5	0	Si

Figura 9. Evaluación del BCC

La métrica de evaluación se encuentra en la columna de SATISFACE. En la Figura 10 se puede apreciar la métrica escrita como una operación tomando el número de DMs en el grupo, la cantidad de DMs satisfechos e insatisfechos y realizando la operación como resultado debe mostrar un “Si” si la solución satisface a los DMs, en caso contrario mostrara un “No”.

	Num Dms =	5		
Instancia	Solucion	DMs-SAT	DMs-DIS	SATISFACE
i01	001000000101000001000001001101100 010000010000100100000100000000101 1000011000000001001010101000100000 0			=SI(Y(E4>F4,E4>(\$E\$1/2),F4<=(\$E\$1*0.2)), "Si", " No")

Figura 10. Métrica de evaluación para el BCC.

Cuando se muestre un “No” como respuesta entonces se deberá realizar una retroalimentación del sistema realizando un ajuste en parámetros preferenciales.

4.4. Etapa 3 retroalimentación del sistema

Esta etapa aplica un mecanismo de ajuste de preferencias cuando el umbral de satisfacción deseado para el consenso no es alcanzado. Se implementa en el proceso *Sistema de Ajuste de Preferencias* dentro de la arquitectura propuesta.

Dado que los parámetros, dentro del sistema preferencial de cada DM, son expresados mediante intervalos $E = [E, \bar{E}]$, se propone como mecanismo de ajuste para las preferencias basado en intervalos y este mecanismo utiliza una técnica denominada la regresión hacia la media. La estrategia se resume a continuación.

Primero, se obtiene $Avg(U_i)$ que es el promedio de cada parámetro preferencial i obtenido de entre todos los DMs. Segundo, se actualiza el valor de U_{ij} correspondiente a cada parámetro preferencial i de cada DM_j usando las siguientes reglas:

- 1) Sí $U_i \geq U_{ij}$ entonces aumenta en 1% el valor de U_{ij} ;
- 2) Sí $U_i \leq U_{ij}$ entonces disminuir en 1% el valor de U_{ij} ; y,
- 3) Sí $U_i = U_{ij}$ entonces modificar U_{ij} aumentando en 1% el límite superior y disminuyendo en 1% el límite inferior.

Lo anterior simbolizan reflexiones de los decisores en favor de un consenso, eventualmente se alcanzará, ya que a través de las reglas en algún punto los intervalos se interconectarán. Una vez realizado el ajuste, se busca nuevamente el *BCC* con el objetivo de corroborar que las nuevas preferencias permiten mejorar el nivel de satisfacción.

¿Cómo se realiza el ajuste de parámetros?

De acuerdo a lo anterior, se puede representar con el siguiente ejemplo. Se tiene un peso como parámetro preferencial de intervalo en particular para 2 objetivos para 3 DMs a continuación:

En la siguiente tabla se representan los pesos para 2 objetivos con su límite inferior \underline{E} y límite superior \bar{E} . Donde el objetivo 1 como parámetro preferencias es igual a U_1 y el objetivo 2 como parámetro preferencias es igual a U_2 .

Tabla 2. Pesos de 3 DMs para 2 objetivos

U_{ij}	U_i	
	U_1	U_2
DM_j		
DM_1	[0.1, 0.2]	[0.6, 0.8]
DM_2	[0.2, 0.3]	[0.4, 0.6]
DM_3	[0.3, 0.4]	[0.5, 0.7]

El promedio es $Avg(U_i)$ entonces para $Avg(U_1)$ quedaría de la siguiente forma:

$$(0.1 + 0.2 + 0.3) / 3 = 0.2 \text{ para el límite inferior}$$

$$(0.2 + 0.3 + 0.4) / 3 = 0.3 \text{ para el límite superior}$$

El promedio $Avg(U_1)$ en intervalo es [0.2, 0.3].

Y el promedio para $Avg(U_2)$ quedaría de la siguiente forma:

$$(0.6 + 0.4 + 0.5) / 3 = 0.5 \text{ para el límite inferior}$$

$$(0.8 + 0.6 + 0.7) / 3 = 0.7 \text{ para el límite superior}$$

El promedio para $Avg(U_2)$ en intervalo es $[0.5,0.7]$.

Por lo tanto, el ajuste de los valores se realiza siguiendo cada parámetro U_{ij} donde i es parámetro preferencial (el objetivo) y j el DM correspondiente. Entonces los valores se actualizan siguiendo las 3 reglas descritas anteriormente, y el procedimiento sería de la siguiente forma:

$U_{11} [0.1,0.2]$ se aumenta en 1% porque $Avg(U_1) [0.2,0.3] \geq U_{11} [0.1,0.2] = U_{11}[0.11,0.22]$

$U_{12} [0.6,0.8]$ se disminuye en 1% porque $Avg(U_2) [0.5,0.7] \leq U_{12} [0.6, 0.7] = U_{12} [0.59,0.79]$

Como ejemplo se mostró el ajuste para U_{11} y U_{12} y en la Tabla 3 se muestra el resultado después de realizar el ajuste aplicando las reglas para actualizar los valores.

Tabla 3. Pesos actualizados de 3 DMs para 3 objetivos

U_{ij}	U_i	
DM_j	U_1	U_2
DM_1	[0.11, 0.22]	[0.59, 0.79]
DM_2	[0.19, 0.31]	[0.41, 0.61]
DM_3	[0.29, 0.39]	[0.49, 0.71]

Estos nuevos valores se agregan en una nueva instancia que leerá MOEA-D sustituyendo los valores originales por los nuevos valores, de acuerdo corresponda a cada DM. Una vez se tenga la nueva instancia se deberá realizar el proceso nuevamente para obtener un nuevo BCC.

Con esto termina de presentar el capítulo 4, en este capítulo se presentó la metodología de solución para el presente proyecto. A continuación, se presenta el capítulo 5, se muestra la experimentación y los resultados obtenidos, para validar el modelo de automatización propuesto.

Capítulo 5.

Experimentación y resultados

En este capítulo se presenta el diseño experimental implementado y los resultados obtenidos. El objetivo de la experimentación es validar el funcionamiento del modelo de automatización tratando de cumplir el objetivo general.

5.1. Descripción del diseño experimental

El experimento sigue un orden de trabajo específico. En la sección 1.2 se propuso un flujo de trabajo general para solucionar el problema de investigación, con base al flujo de trabajo se propuso la metodología de solución descrita en el capítulo 4.

De acuerdo a la metodología de solución propuesta, de forma más general y sencilla el experimento se puede describir a través de los siguientes pasos:

- 1) Obtención del mejor compromiso individual BC_i para cada DM_i con ayuda de I-NOSGA.
- 2) Integración de las preferencias de los DMs en un SDM.
- 3) Cálculo del mejor compromiso consensual BCC con ayuda de MOEA-D.
- 4) Evaluación del nivel de satisfacción (grado de satisfactibilidad) para BBC . Si el resultado de la evaluación satisface al grupo de DMs entonces finalizar el proceso, si no realizar el paso 5.
- 5) Retroalimentación del sistema con ayuda del sistema de ajuste de preferencias.

5.1.1. Detalles del experimento

El experimento se realizó con instancias del problema de PSV descrito en sección 2.2.2, este experimento utilizó 45 instancias, estas están divididas en 3 grupos. En la Tabla 4 se puede ver cómo están divididas las instancias, la diferencia entre los grupos es la cantidad de

DMs. El objetivo de este experimento es validar el funcionamiento del modelo de automatización usando un número diferente de DMs y demostrar que es posible trabajar con diferentes tamaños de grupo.

Tabla 4. Grupos de instancias utilizadas en el experimento

Grupo	Número de instancias	Número de DMs
1	30	5
2	10	10
3	5	2

La experimentación busca probar si el modelo propuesto descrito en el capítulo 4, es capaz de automatizar el consenso en la toma de decisión en grupo, tratando de cumplir con los objetivos específicos de automatizar el proceso de consenso y validar la mejora del nivel de satisfacción del grupo de decisores a través del modelo descrito en el capítulo 4.

5.2. Detalles de hardware y software

En la experimentación realizada se utilizaron las siguientes herramientas. El equipo es una laptop Dell G3 con procesador Intel(R) Core (TM) i5-9300H a 2.4 GHz de 4 núcleos, 16 GB de memoria RAM y sistema operativo Microsoft Windows 10 Pro. El entorno de desarrollo fue Apache NetBeans 12.3 con Java 15. Y para la implementación de los algoritmos de I-NOSGA y MOEA-D se utilizó el Framework de Optimización M-SDOSS.

5.3. Descripción de la instancia

En la Tabla 5 se describen los parámetros de conforman a las instancias utilizadas para la experimentación.

Tabla 5. Estructura de las instancias

Nombre	Descripción
Budget	Presupuesto disponible
NumObjectives	Número de objetivos
NumDMs	Número de DMs
NumResources	Número de restricciones

Weighths_DMs Weighths_SDM Vetos_DMs Vetos_SDM Betas_DMs Betas_SDM Gammas_DMs Gammas_SDM Lambda_DMs Lambda_SDM	Representa una matriz de tamaño $m \times n$ donde m representa el índice de DM y n el valor de peso, veto, beta, gamma y lambda de los DMs por cada objetivo de los destinos
NumProjects	Número de destinos
DMs_Projects	Representa una matriz de tamaño $m \times n$ donde m representa el índice de cada destino y $n+1$ representa los valores del presupuesto y sus objetivos por cada m -ésimo destino para cada DM y SDM
Flag	Representa si el valor es TRUE, entonces la instancia contiene las ROIs de los DMs y FALSE en el caso contrario
DMs_ROI	Representa una matriz que contiene las mejores soluciones BC de los DMs, una por cada DM

5.4. El generador de instancias

Las instancias que se generan son creadas aleatoriamente y cada instancia generada contiene algunas de las siguientes configuraciones descritas en la siguiente tabla.

Tabla 6. Datos para generar una instancia

Descripción	Valor
Presupuesto fijo	[10000, 10000]
Número de objetivos fijo	4
Número de DMs fijos	2, 5 y 10
Número de restricciones fijo	1
Pesos aleatorios con método	[Random Weights]
Veto aleatorio con método	[Random Vetos]
Beta fijos para cada DM y objetivo	[0.51, 0.67]
Gamma fijo para DMs y objetivo	[0.51, 0.67]
Delta fijo por cada DM	[0.51, 0.67]
Lamba fijos para cada DM	[0.51, 0.67]

5.5. Configuración de los algoritmos

La implementación de los algoritmos se realizó con el apoyo del framework M-SDOSS, este provee de un conjunto de herramientas para agilizar el proceso de implementación, de entre las herramientas que posee el framework, se encuentran I-NOSGA y MOEA-D. Estos utilizan una configuración específica que se muestra a continuación.

El algoritmo I-NOSGA utiliza la siguiente configuración.

- Número de repeticiones 30
- Número de evaluaciones 1000
- Operadores genéticos
 - Selección por torneo
 - Cruza simple de un punto
 - Muta simple con 0.02 de probabilidad
- Tamaño de población 100

El algoritmo MOEA-D utiliza la siguiente configuración.

- Número de repeticiones 30
- Número de evaluaciones 1000
- Operadores genéticos
 - Selección aleatoria
 - Cruza simple de un punto
 - Muta simple con 0.02 de probabilidad
- Tamaño de población 100

5.6. Resultados de la experimentación

Se presentan los resultados correspondientes de la experimentación, siguiendo los pasos mencionados en la sección 5.1.

5.6.1. Cálculo del mejor compromiso individual BC

El primero paso fue obtener el mejor compromiso *BC* para cada DM mediante el algoritmo I-NOSGA. Este algoritmo fue implementado haciendo uso del framework de optimización M-SDOSS, y se obtiene el mejor compromiso para cada DM del grupo. El experimento considera 30 repeticiones por instancia con 1000 evaluaciones, como se menciona en la sección 5.5.

A I-NOSGA le toma un tiempo promedio realizar las 30 repeticiones. En la tabla 7, se muestran los tiempos para cada uno de los grupos de instancias:

Tabla 7. Tiempos para I-NOSGA por 30 repeticiones para cada grupo de instancias

Grupo	Tiempo promedio	
	Por instancia	Tiempo total
1	1 minuto y 13 segundos	33 minutos y 9 segundos
2	2 minutos y 36 segundos	23 minutos y 6 segundos
3	40.75 segundos	3 minutos y 40 segundos

La información de la Tabla 6, se presenta para que pueda usarse de referencia en trabajos futuros.

Al finalizar las 30 repeticiones I-NOSGA nos entrega los BC calculados para todos los DMs para una instancia específica. Dado que la tabla de resultados es grande, únicamente se muestra los resultados para la instancia 1 en la Tabla 8. La información de la tabla se presenta por Costo, Obj 1 (número de destinos), Obj 2 (calificación), Obj 3 (número de atracciones) y Obj (días de estancia). En Anexo II se puede observar la Tabla 8 con todos los resultados de las 30 instancias.

Tabla 8. BC para cada DM de la instancia 1

Instancia	DM	Costo	Obj 1	Obj 2	Obj 3	Obj 4
1	1	99987	25	136	1553	153
	2	99073	24	138	1523	156

	3	99995	25	138	1533	156
	4	99985	24	123	1529	158
	5	99742	25	125	1625	160

Estos resultados representan el *BC* para cada *DM*. Cada *DM* tiene intereses diferentes, con base a los resultados se observa que el costo más alto es la solución del *DM₃* y la de menos costo es la solución del *DM₂*. En el objetivo 1 busca el mayor número de destinos, las mejores soluciones serían las del *DM₁*, *DM₃* y *DM₅*. El objetivo 2 busca la mejor calificación de los destinos, la solución con mejor calificación es la del *DM₂* y *DM₃*. EL objetivo 3 busca el mayor número de atracciones posibles y la solución que tiene el mayor número es la del *DM₅*. Y el objetivo 4 busca tener el mayor número de días posibles, y la solución con más días de estancia es la del *DM₆*.

Claramente cada solución (el *BC*) tiene ventaja o desventaja en comparación con las demás, Y para elegir cual será la mejor solución consensual (el *BCC*) es necesario un proceso de consenso. Este proceso es realizado por algoritmo *MOEA-D* que utiliza los resultados de la Tabla 8 para calcular el *BCC*.

5.6.2. Cálculo del *BCC* y la métrica de evaluación del consenso

El siguiente paso es obtener el mejor compromiso consensual *BCC*. El cálculo se realizó mediante el algoritmo *MOEA-D*, este algoritmo fue implementado con ayuda del framework *M-SDOSS*. El experimento considera 30 repeticiones por instancia con 1000 evaluaciones, como se menciona en la sección 5.5.

MOEA-D se reporta un tiempo promedio realizar las 30 repeticiones. Este tiempo se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 9. Tiempos para *MOEA-D* por 30 repeticiones para cada grupo de instancia

Grupo	Tiempo promedio	
	Tiempo por instancia	Tiempo total
1	30 minutos y 35 segundos	310 minutos y 5 segundos
2	12 minutos y 5 segundos	121 minutos y 1 segundo
3	4 minutos y 16 segundos	20 minutos y 8 segundos

La información presentada en la Tabla 8, tiene como fin poder ser usada en referencias de trabajos futuros.

La instancia empleada por MOEA-D integra los BC obtenidos por I-NOSGA para resolver PSV y obtener las mejores soluciones compromisos consensuales para cada instancia. Para medir la calidad de las soluciones se aplicó la métrica del umbral de satisfacción $(DM_{SAT} > DM_{DIS}) \wedge (DM_{SAT} > \frac{DM_S}{2}) \wedge (DM_{DIS} \leq 20\%DM_S)$ (ecuación descrita en la sección 4.3) a la mejor solución de cada instancia. Dicha métrica indica el número de DMs satisfechos (DMs-SAT), y el número de DMs insatisfechos (DMs-DIS), además da información acerca de que si la solución satisface al grupo de DMs.

Grupo 1 de 30 instancias

En la Tabla 10, se dan a conocer los resultados de la evaluación de la métrica (ecuación 14) para el grupo 1 de 30 instancias, por ejemplo, la mejor solución para la instancia i00 después de ser evaluada reporto 5 DMs satisfechos y 0 DMs insatisfechos, además la información indica que esta solución si satisface al grupo de DMs.

Tabla 10. Resultados para el grupo 1 de 30 instancias con 5 DMs

Instancia	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se satisface?
i01	5	0	Si
i02	5	0	Si
i03	5	0	Si
i04	5	0	Si
i05	5	0	Si
i06	5	0	Si
i07	5	0	Si
i08	5	0	Si
i09	5	0	Si
i10	5	0	Si
i11	5	0	Si
i12	5	0	Si
i13	5	0	Si
i14	5	0	Si
i15	5	0	Si
i16	5	0	Si
i17	5	0	Si
i18	5	0	Si
i19	5	0	Si
i20	5	0	Si

i21	5	0	Si
i22	5	0	Si
i23	5	0	Si
i24	5	0	Si
i25	5	0	Si
i26	5	0	Si
i27	5	0	Si
i28	5	0	Si
i29	5	0	Si
i30	5	0	Si

Como se observa en la Tabla 10, los resultados nos indican que el 100 % de las instancias del grupo 1 fueron resueltas. Con base en esto podemos decir que la combinación de los algoritmos I-NOSGA y MOEA-D es capaz de resolver instancias con 5 DMs.

Grupo 2 de 10 instancias

En la Tabla 11, se observan los resultados para el grupo 2 de 10 instancias y aplicando la métrica de satisfacción se encontró que el BCC obtenido para cada instancia satisface las preferencias del grupo y se logró el consenso en la primera iteración.

Tabla 11. Resultados para el grupo 2 de 10 instancias con 10 DMs

Instancia	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se Satisface?
i01	10	0	Si
i02	10	0	Si
i03	10	0	Si
i04	10	0	Si
i05	10	0	Si
i06	10	0	Si
i07	10	0	Si
i08	10	0	Si
i09	10	0	Si
i10	10	0	Si

Como conclusión los resultados de la Tabla 10, las soluciones evaluadas satisficieron a los DMs para el 100 % de las instancias del grupo 2. Con base en esto se puede decir que la combinación de I-NOSGA y MOE-D es capaz de resolver instancias con 10 DMs.

Grupo 3 de 5 instancias

Los resultados del grupo 3 se muestran en la Tabla 12, al cual los BCC obtenidos se evaluaron con la métrica de satisfacción y se encuentra que se satisface a todos los DMs a excepción de la instancia i00. De acuerdo a los pasos de trabajo planeados para el modelo cuando una solución no satisface a los DMs, se debe realizar un ajuste de parámetros con el mecanismo de retroalimentación

Tabla 12. Resultados para el grupo de 3 de 5 instancias con 2 DMs

Instancia	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se Satisface?
i00	1	1	No
i01	2	0	Si
i02	2	0	Si
i03	2	0	Si
i04	2	0	Si

La solución obtenida para la instancia i00, no satisface al grupo de DMs. Analizando la instancia, se tomó la información de los pesos y se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13. Pesos instancia i00

DMs	Objetivo 1	Objetivo 2	Objetivo 3	Objetivo 4
DM₁	[0.200, 0.400]	[0.100, 0.200]	[0.100, 0.200]	[0.200, 0.400]
DM₂	[0.100, 0.200]	[0.200, 0.400]	[0.400, 0.200]	[0.100, 0.200]

Cada DM expresa su preferencia o interés hacia un objetivo a través de los pesos que se muestran en la Tabla 13. El DM₁ tiene más interés por los objetivos 1 y 4 dándoles un peso de [0.200, 0.400], mientras que el DM₂ tiene interés por el objetivo 2 y 3 dándoles un peso de [0.200, 0.400]; por lo tanto, claramente no existe en acuerdo entre ellos. Con base en las preferencias diferentes de cada DM y que tanto el DM1 expresa el mismo interés por el objetivo 1 y 4 al igual que el DM2 por el objetivo 2 y 4, no fue posible encontrar una solución que los satisficiera a los dos.

5.7. Aplicación del mecanismo de ajuste de preferencias.

Continuando con los pasos de trabajo, en base los resultados obtenidos por MOEA-D aquellas soluciones que no cumplieran con la métrica de evaluación del nivel de satisfacción

consensual (o grado de satisfactibilidad consensual) se les aplica el mecanismo de ajuste de preferencias.

En este caso la única instancia que no logro alcanzar el nivel de satisfacción es la i00; por lo tanto, a esta se aplicó el mecanismo de ajuste y se volvió a calcular el BCC. En la Tabla 14 se muestra el resultado.

Tabla 14. Resultados para la iteración 2 para la instancia con 2 DMs no satisfechos

Instancia	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se satisface?
i00	2	0	Si

El resultado que se observa en la Tabla 14 demuestra que el mecanismo si ayudo a encontrar una solución que satisface todos DMs, por lo tanto, apoyo a alcanzar el consenso.

5.8. Análisis de resultados

Los resultados de la experimentación que se muestran en las tablas están descritos como 1) Instancia; 2) Solución (la mejor solución compromiso consensual; 3) DMs-SAT (Número de DMs satisfechos); 4) DMs-DIS (número de DMs insatisfechos);4) ¿Se satisface? (Representa el resultado de aplicar la métrica de satisfacción)

Los resultados obtenidos del grupo 1, para validar el modelo de automatización para el consenso que se observaron en la Tabla 9, se observa que de acuerdo a la métrica de satisfacción, la solución obtenida para cada instancia satisface el nivel de satisfacción grupal, representando que se alcanzó el consenso para dicha instancia en específico y por lo tanto no fue necesario el apoyo del mecanismo de ajuste de parámetros y con base a lo anterior se puede decir que en todas las instancias el grupo de DMs llevo a un consenso.

Los resultados del grupo 2 mostrados en la Tabla 10, cumple con la métrica de satisfacción, al igual que el experimento 1 se encontró la mejor solución al finalizar las 30 repeticiones para cada instancia, así como tampoco fue necesario el apoyo de mecanismo de ajuste, dado lo anterior se puede decir que este experimento llevo a un consenso en todas las instancias.

En el grupo 3 se observa un resultado diferente en la instancia i00, siendo la única que la solución compromiso obtenida que, siendo evaluada por la métrica de satisfacción, no logra satisfacer al grupo de DMs. En la Tabla 11, se muestra que el resto de instancias si logro encontrar una solución que satisfaga al grupo. De acuerdo con el modelo de automatización, cuando se evalúa una solución compromiso y esta no alcanza el nivel de satisfacción grupal (no satisface a los DMs) es cuando se pasa al módulo del mecanismo de ajuste de preferencias, este último se encarga de aplicar las reglas descritas en la sección 4.4. Una vez evaluada la solución obtenida para la instancia i00 y se determinó que no satisface a los DMs, el siguiente paso fue realizar una retroalimentación con apoyo de mecanismo de ajuste de preferencia, posteriormente se volvió a iniciar el proceso y el resultado obtenido para la segunda iteración se muestra en la Tabla 13, la solución compromiso obtenida esta vez cumple si satisface al grupo de DMs. Y con base a lo anterior se puede decir que el mecanismo de ajuste de preferencias si puede apoyar a lograr un consenso.

Con esto terminamos el capítulo 5, a continuación, el capítulo 6 se dan a conocer las conclusiones y el trabajo futuro de este proyecto.

Capítulo 6. Conclusiones y trabajo futuro

En este capítulo final se dan a conocer las conclusiones que se pueden obtener al finalizar el desarrollo de este proyecto, y posteriormente se dan a conocer algunas ideas para futuras líneas de investigación, que pueden dar continuidad a este trabajo o convertirse en nuevos trabajos de investigación.

6.1. Conclusiones finales

El objetivo de este proyecto de tesis es el desarrollo de un modelo para automatizar el proceso de consenso en la toma de decisiones en grupo tomando en cuenta las preferencias de los DMs. Para lograr el objetivo, se diseñó una arquitectura para el modelo de automatización, una métrica de satisfacción grupal para evaluar el consenso y un mecanismo para ajustar las preferencias de los DMs. Para validar el modelo de automatización se resolvió el caso de estudio del problema de selección de viajes (PSV), este problema se resuelve encontrando la mejor solución *BCC* que logre satisfacer al grupo de DMs.

Para lograr encontrar el *BCC* y automatizar el consenso se presentó la propuesta de un modelo de automatización para el consenso.

El modelo de automatización sigue tres pasos:

- 1) Obtener el *BCC*, esto se logró en siguiendo 3 tareas: 1) encontrar el mejor compromiso individual para cada DM con el apoyo de I-NOSGA; 2) integrar las preferencias de los DMs en uno solo SDM; 3) y obtener el *BCC* con el apoyo del algoritmo MOEA-D.
- 2) Evaluar el *BCC* con una métrica para medir el nivel de satisfacción grupal y definir si la solución satisface el grupo de DMs.
- 3) Aplicar un mecanismo de ajuste de preferencias, cuando el *BCC* no satisface al grupo de DMs, con el propósito de ayudar a que el grupo alcance el consenso.

En el desarrollo de este presente trabajo se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Se desarrolló un nuevo modelo de automatización para el proceso de consenso en la toma de decisiones en grupo teniendo como caso de estudio resolver el PSV.
- Para validar el modelo se resolvieron 45 instancias de PSV, estas fueron divididas en 3 grupos de instancias, el grupo 1 con 30 instancias con 5 DMs, el grupo 2 fueron 10 instancias con 10 DMs y el grupo 3 fueron 5 instancias con 2 DMs.
- Las instancias utilizadas fueron diseñadas con la configuración o estructura del generador de instancias descrito en la sección 5.4, de esta manera las instancias pudieron ser tratadas como instancias de un problema de cartera de proyecto y pudieran ser resueltas por los algoritmos I-NOSGA y MOEA-D.
- Las instancias de PSV fueron resueltas satisfactoriamente con la combinación de los algoritmos I-NOSGA y MOEA-D. I-NOSGA fue una excelente estrategia para calcular la mejor solución BC para cada DM de manera individual, de esta manera cada DM puede expresar sus preferencias a través del BC que él considere la mejor para el mismo. Y MOEA-D apoyó a encontrar la solución BCC que satisficieron las preferencias de todo el grupo de DMs, MOEA-D cumplió con su tarea para resolver las 45 instancias.
- Se diseñó una métrica de satisfacción grupal, con esta métrica se evaluaron las mejores soluciones BCC para todas las instancias. Al evaluar las 45 instancias, 44 de las mejores soluciones BCC obtenidas de 44 instancias satisficieron las preferencias del grupo de DMs correspondiente a cada instancia, y solo 1 solución BCC no fue capaz de satisfacer al grupo de DMs para su instancia.
- Se diseñó un mecanismo de ajuste de preferencias para apoyar a los DMs a llegar a un consenso. Este mecanismo se aplicó a una instancia “i00”, el BCC obtenido para esta instancia fue rechazado porque al ser evaluado por la métrica de satisfacción, el resultado fue que no cumplía con el nivel de satisfacción requerido, y una vez aplicado el mecanismo, este realizó un ajuste en las preferencias de los DMs.
- En este trabajo se utilizó un enfoque de intervalos para expresar las preferencias de los DMs. Los intervalos son una forma de tratar de incertidumbre (en ocasiones los DMs no tienen conocimiento total del problema a resolver), de esta manera poder expresar el desconocimiento de los DMs.

- Durante la experimentación el modelo de automatización se probó con instancias de 2,5 y 10 DMs y pudieron resolver. También se diseñó una instancia con 11 y 12 DMs, y el modelo no fue capaz de resolver, con el propósito de observar si el modelo es capaz de trabajar con más de 10 DMs. Con base en lo anterior se puede decir que el modelo de automatización es capaz de trabajar con un máximo de 10 DMs.

Durante el desarrollo de la propuesta se observó el comportamiento del modelo de automatización y con base en los resultados obtenidos de la experimentación que puede concluir que el modelo de automatización, es capaz de resolver el PSV y puede apoyar a automatizar el proceso de consenso en la toma de decisiones en grupo.

6.2. Trabajos futuros posibles

Durante la investigación surgieron algunas ideas que pueden convertirse en líneas de investigación, estas ideas son:

- Se utilizaron los algoritmos I-NOSGA y MOEA-D en este trabajo, pero se pregunta si ¿se pueden utilizar otros algoritmos diferentes?, cambiando I-NOSGA por otro o cambiando MOEA-D por otro algoritmo.
- Se pregunta si ¿se puede cambiar el modelo de consenso?
- ¿Se puede utilizar otra métrica para evaluar el nivel de satisfacción del consenso diferente a la utilizada en este trabajo?
- El caso de estudio fue el PSV una variante del problema de cartera de proyectos, se pregunta si ¿se puede aplicar este modelo de automatización para resolver un problema diferente de cartera de proyectos?
- Este modelo de automatización está diseñado para computadoras personales o de escritorio, entonces se formula la pregunta ¿el modelo de automatización es capaz de implementarse en la alguna APP para celular?
- O también se pregunta si ¿es posible implementarse este modelo de automatización en la web?
- Y otra idea puede ser ¿si el modelo se puede implementar en Arduino?

Los puntos anteriores pueden tomarse como nuevos proyectos o continuación del presente proyecto.

6.3. Trabajo de difusión derivado de esta tesis

En el desarrollo de este proyecto de tesis se deriva el siguiente trabajo:

- Santiago, M. B., Valdez, N. R., Santillán, C. G., Rodríguez, M. L. M., Reyes, L. C., & Huacuja, H. J. F. (2021). Un modelo de automatización para el consenso aplicado al problema de selección de viajes con un enfoque de intervalos. Revista académica Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada Vol. 4/ Núm. 1 Enero-Junio 2021. Tecnológico Nacional de México/ CENIDET

Referencias

- Alonso, S., Herrera-Viedma, E., Chiclana, F., & Herrera, F. (2010). A web-based consensus support system for group decision making problems and incomplete preferences. *Information Sciences*, 180(23), 4477–4495. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2010.08.005>
- Balderas Jaramillo, Fausto & Fernández, Eduardo & Santillán, Claudia & Rangel-Valdez, Nelson & Cruz Reyes, Laura. (2019). An Interval-Based Approach for Evolutionary Multi-Objective Optimization of Project Portfolios. *International Journal of Information Technology & Decision Making*. 18. 10.1142/S021962201950024X.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6, 182-197. doi: 10.1109/4235.996017
- Fernández, E., Gomez, C., Rangel, N., Cruz-Reyes, L. (2020). Handling imprecision and uncertainty in group multi-objective optimization through an interval based outranking approach. *Tecnológico Nacional de México*.
- Fernández, E., Lopez, E., Lopez, F., & Coello Coello, C.A. (2011). Increasing selective pressure towards the best compromise in evolutionary multiobjective optimization. The extended NOSGA method, *Information Sciences* 181, 44–5. DO - 10.1016/j.ins.2010.09.007
- Fernandez, E., Lopez, E., Mazcorro, G., Olmedo, R., & Coello Coello, C. A. (2013). Application of the non-outranked sorting genetic algorithm to public project portfolio selection. *Information Sciences*, 228, 131-149. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2012.11.018>

- Fliedner T. y Liesio J. (2016) Adjustable robustness for multi-attribute project portfolio selection, *European Journal of Operational Research* 252 pp. 931–946, <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.01.058>.
- Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 533-549
- Herrera-Viedma, E., Alonso, S., Chiclana, F., & Herrera, F. (2007). A consensus model for group decision making with incomplete fuzzy preference relations. *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, 15(5), 863-877. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2006.889952>
- Herrera-Viedma, Enrique & Herrera, Francisco & Chiclana, Francisco. (2002). A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, *IEEE Transactions on*. 32. 394 - 402. 10.1109/TSMCA.2002.802821. <https://doi.org/10.1109/TSMCA.2002.802821>
- Kelly, P. K., & Gorin, J. (1999). *Las Técnicas para la Toma de Decisiones en Equipo: Guía Práctica para Obtener Buenos Resultados*. Ediciones Granica S.A.
- M. Gento, A., & Redondo, A. (2005). Comparación del método ELECTRE III y PROMETHEE II: Aplicación al caso de un automóvil. https://www.researchgate.net/publication/228459732_Comparacion_del_metodo_ELECTRE_III_y_PROMETHEE_II_Aplicacion_al_caso_de_un_automovil
- Machin-Navas M.y Nebro A. (2013). Metaheurísticas multiobjetivo adaptativas. *Revista de Computación y Sistemas* Vol. 17 No. 1 pp. 53-62, ISSN 1405-5546.
- Markowitz, HM (1952). "Selección de cartera". *El diario de las finanzas*. 7 (1): 77–91. doi: 10.2307 / 2975974. JSTOR 2975974.
- Markowitz, HM (1952). "Selección de cartera". *El diario de las finanzas*. 7 (1): 77–91. doi: 10.2307 / 2975974. JSTOR 2975974.

- Mata F. (2006). Modelos para Sistemas de Apoyo al Consenso en Problemas de Decisión en Grupo Definidos en Contextos Lingüísticos Multigranulares. Universidad de Jaén, Universidad Politécnica Superior de Jaén. Jaén, España.
- Mata, F., Martínez, L., & Herrera-Viedma, E. (2009). An Adaptive Consensus Support Model for Group Decision-Making Problems in a Multigranular Fuzzy Linguistic Context. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(2), 279–290. <https://doi.org/10.1109/tfuzz.2009.2013457>
- Mata, F., Martínez, L., Martínez, J. C., & Herrera-Viedma, E. (2008). An adaptive consensus support system for gdm problems with heterogeneous information. En *Computational Intelligence in Decision and Control: Vol. Volume 1* (pp. 835–840). WORLD SCIENTIFIC. https://doi.org/10.1142/9789812799470_0137 //Quitar este agregar el de la tesis de Mata F
- Molero F., Lois D., García-Ael C., Gómez Á. (2017). *Psicología de los grupos*. Ed. UNED, ISBN 9788436273182
- Muñoz-Peña, F. A., Palacio-León, Ó., & Blanco-Murillo, M. A. (2017). Optimización de portafolio de proyectos a través de la aplicación de programación lineal y el CAPM. *Revista Ciencias Estratégicas*, 25(37), 16.
- Núñez, J. de J. G., Velasco, A. M. de, & Silberstein, E. K. (1994). *Dinámica de Grupos: Técnicas y Tácticas*. Editorial Pax México.
- Núñez-Sánchez H. A. (2021). Desarrollo de agente virtual inteligente verbal para la interacción con usuarios de acuerdo con sus preferencias (Tesis). Instituto Tecnológico de Ciudad Madero. Cd. Madero, Tamaulipas, México.
- Singh, R. K., & Benyoucef, L. (2013). A consensus-based group decision making methodology for strategic selection problems of supply chain coordination. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 26(1), 122–134. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2012.03.013>
- Tapia García, J. M., Tapia García, C., Martínez, M. Á., Amor Pulido, R., & Moral Ávila, M. J. D. (2012). Un modelo de consenso para problemas de toma de decisiones

multicriterio en grupo mediante relaciones de preferencia intervalares difusas lingüísticas. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa* Vol.14 p. 36-53 ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.

- Yao S., Z. Jiang Z., Li N., Zhang H. and Geng N. (2011) A multi-objective dynamic scheduling approach using multiple attribute decision making in semiconductor manufacturing, *International Journal of Production Economics* 130(1) pp. 125–133, <http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.12.014>
- Zhang, H., Dong, y Chiclana, F., Yu, S. (2019). Consensus efficiency in group decision making. A comprehensive comparative study and its optimal design. *European Journal of Operational Research* 275, 580-598.<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.11.052>
- Zhang, Qingfu & Li, Hui. (2007). MOEA/D: A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 6.

Anexo I. Ejemplo del cálculo de $\sigma(x, y)$

En este anexo se muestra un ejemplo de cálculo de la función de credibilidad, la cual está basada en el método Electre-III (Roy, 1990). Para este ejemplo se consideran tres carteras (descritas en la Tabla I2) obtenidas de un conjunto de proyectos que están en la Tabla I1, así como solo se consideran dos objetivos para maximizar y se cuenta con un presupuesto de inversión de \$ 150,000.00.

Con base en la información propuesta puede estimarse el cálculo de $\sigma(x, y)$, y para realizar el cálculo es necesario establecer tres conjuntos de parámetros a utilizarse:

- 1. Vector de pesos de los objetivos W** , y representa qué tan importante es para el DM uno de los objetivos. Aquí, $w_k > 0$ para cada $k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ donde p es la cantidad de objetivos. Además $\sum_{k=1}^p w_k = 1$.

$$w = \{0.6, 0.4\}$$

- 2. Umbral de indiferencia:** Se representa a través el vector U , e indica que tan pequeñas deben ser las diferencias (en los objetivos) entre una alternativa y otra para que sean consideradas despreciables.

$$U = \{10, 2\}$$

- 3. Umbral de pre veto:** Es denotado mediante el vector S , señalando cuál es la magnitud en las diferencias (en los objetivos) cuando se empiezan a observar condiciones de veto. Aquí, $s_k \geq u_k$ para cada $k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$.

$$S = \{32, 22\}$$

4. **Umbral de veto:** Se representa por medio el vector V , señala cuál es la magnitud en las diferencias (en los objetivos) entre dos alternativas para que se dispare una condición de veto. Aquí, $v_k \geq s_k$ para cada $k \in \{1,2,3,\dots,p\}$.

$$V = \{55,40\}$$

Tabla I1. Información de 10 proyectos del problema de cartera de proyectos

Proyecto	Objetivo 1	Objetivo 2	Recurso solicitado
1	30	5	\$ 50 000
2	25	20	\$ 49 000
3	30	0	\$ 35 000
4	25	15	\$ 48 000
5	45	0	\$ 45 000
6	45	0	\$ 47 000
7	30	0	\$ 38 000
8	5	5	\$ 23 000
9	25	23	\$ 51 000
10	10	10	\$ 30 000

Tabla I2. Descripción de las tres carteras

Cartera	Proyectos	Objetivo 1	Objetivo 2	Costo
x1	2,4,8,10	65	50	\$ 150,000
x2	1,5,6	120	5	\$ 142,000
x3	1,2,9	80	48	\$ 150,000

Electre III define $\sigma(x, y)$ como:

$$\sigma(x, y) = c(x, y) \cdot d(x, y),$$

Donde $c(x, y)$ es conocido como índice de concordancia y $d(x, y)$ como el índice de discordancia.

El índice de concordancia se calcula:

$$c(x, y) = \sum_{j=1}^p c_j(x, y)$$

Donde

$$c_j(x, y) = \begin{cases} w_j & xP_jy \vee xI_jy, \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

En donde las relaciones P e I son las funciones lógicas de preferencia e indiferencia respectivamente, cuando se evalúa el j -ésimo objetivo. La relación de preferencia está definida como:

$$xP_jy = g_j(x) > g_j(y) \wedge \neg xI_jy$$

Donde g_j es la función de evaluación para el j -ésimo objetivo. A continuación, la relación de indiferencia está definida como:

$$xI_jy = |g_j(x) - g_j(y)| \leq u_j$$

Donde u_j es el umbral de indiferencia para el j -ésimo objetivo.

A continuación, como ejemplo, realizamos el cálculo de $c(x_1, x_2)$, tomando los valores de la tabla I.1., el vector de pesos $w=\{0.6,0.4\}$ y el umbral de indiferencia $U=\{10,2\}$.

$$c(x_1, x_2) = c_1(x_1, x_2) + c_2(x_1, x_2) = 0 + 0.4 = 0.4$$

y similarmente puede calcularse $c(x, y)$ para las tres alternativas x_1, x_2, x_3 y arreglarse en forma de matriz,

Quedando

$$c(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.4 & 0.2 \\ 0.6 & 1.0 & 0.6 \\ 0.8 & 0.4 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Por otro lado, el índice de discordancia utiliza los umbrales preveto $S= \{32, 22\}$, veto $V= \{55, 40\}$ y puede definirse como:

$$d(x, y) = \min_{j \in \{1,2,3,\dots,p\}} \{1 - d_j(x, y)\}$$

Donde

$$d_j(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{si } \nabla_j(x, y) \leq s_j \\ \frac{\nabla_j(x, y) - s_j}{v_j - s_j}, & \text{si } s_j < \nabla_j(x, y) < v_j \\ 1 & \text{si } \nabla_j(x, y) \geq v_j \end{cases}$$

Donde s_j es umbral de preveto, v_j es el umbral de veto y $\nabla_j(x, y) = g_j(y) - g_j(x)$.

Ahora se calculará la discordancia $d(x, y)$, y para ejemplificar realizamos el cálculo de $d(x_1, x_3)$:

$$d(x_1, x_3) = \min\{1 - d_1(x_1, x_3), 1 - d_2(x_1, x_3)\} = \min\{1 - 0, 1 - 0\},$$

$$d(x_1, x_3) = \min\{1, 1\} = 1$$

En este ejemplo $\nabla_1(x_1, \chi_3) = 15$ y $\nabla_2(x_1, \chi_3) = -2$.

Y de esta forma puede calcularse (x, y) para cada una de las alternativas y arreglar los resultados en una matriz:

$$d(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0.6522 & 1 \end{bmatrix}$$

Continuando ahora puede realizar el cálculo $\sigma(x, y) = c(x, y) \cdot d(x, y)$, obteniendo:

$$\sigma(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0.26088 & 1 \end{bmatrix}$$

Anexo II. Tablas de resultados de BC

En este anexo se muestran las mejores soluciones BC para cada DM por cada grupo de instancias. Los datos que contiene la tablas son: DM (hace referencia a un DM en específico), Costo (es el costo de implementar la solución), Obj 1 (El número de destinos que se pueden visitar), Obj 2 (la calificación que tienen los lugares a visitar), obj 3 (el número de atracciones que se pueden visitar) y Obj 4 (son los días de estancia). La Tabla II1 son los resultados para el grupo 1 de instancias, la Tabla II2 son los resultados del grupo 2 y la Tabla II3 son los resultados del grupo 3.

Tabla II1. Resultados del grupo 1 de 30 instancias (BC de cada DM por instancia)

Instancia	D M	Solución (BC)	Costo	Obj 1	Obj 2	Obj 3	Obj 4
1	1	0110000000011000010100000011010000100001 1000010010010010000000010001000110000000 00010100010001000010	99987	25	136	1553	153
	2	0110000001011000010000010011010000100000 1000010000010100000000010010000000000000 10010101010001010000	99073	24	138	1523	156
	3	0110000000011000010000010001110000100000 1000010010000110000000010001000100010000 10010101010001000000	99995	25	138	1533	156
	4	0110000001011000010001010011000000100001 1000010000010110000000010000000010000000 10010101010000000000	99985	24	123	1529	158
	5	0010000001010000010000010011011000100000 1000010010000010000000010110000110000000 10010101010001000000	99742	25	125	1625	160

2	1	0110000000011000010100000011010000100001 1000010010010010000000010001000110000000 00010100010001000010	99242	24	127	1669	153
	2	0110000001011000010000010011010000100000 1000010000010100000000010010000000000000 10010101010001010000	99038	25	132	1493	159
	3	0110000000011000010000010001110000100000 1000010010000110000000010001000100010000 10010101010001000000	99783	24	129	1666	156
	4	0110000001011000010001010011000000100001 1000010000010110000000010000000010000000 10010101010000000000	99182	24	132	1614	156
	5	0010000001010000010000010011011000100000 1000010010000010000000010110000110000000 10010101010001000000	99458	23	137	1582	153
3	1	0110000000011000010000010011010000000000 1000010010000110000000000011000110000000 10010101010000010001	99802	25	128	1561	156
	2	0110000000011000010000010001110000100001 1000010000100000000000010011000010000000 00010101011001000000	99962	24	134	1621	153
	3	0110000001011000110100000001110000100000 000001011000000000000000010000010000000 10010101010001010000	99825	24	156	1411	142
	4	0110000001010001110000000001010100100001 1000000010010000000000010010000100010000 00010101010001000000	99187	24	144	1538	141
	5	0110000001011000010100000011010100100000 1000010010000000000000010000000110000000 10010101010000010000	99627	24	138	1536	155
4	1	0110000001011000010001010011010000100000 1000000010000100000000010001000010000000 10010101010001000000	99929	24	125	1712	156
	2	0110000000011000010000010001011100100001 1000010000000100000000010100000110000000 00010101010001000000	99471	24	135	1578	156
	3	0110000001011000011000000001010100100001 1000000000010100000000010010000110000000 00010101010001000000	99888	24	140	1593	152
	4	1110000000011000010000010011011000100000 1000000010010000000000010001000110000000 10010001011000000000	99855	24	107	1652	156
	5	0010000000011001010000000011011000100000 1000010000000100000000010010000110000000 10010101011001010000	99472	25	128	1628	158

5	1	01100000000110010101010011010000100000 10000000100000001000010001000010000000 10010001010001000000	99894	24	124	1671	148
	2	0110000000011000010000010001010100100000 1000000010010100000000010111000110000000 10010101010000000000	98788	24	125	1673	156
	3	0110000000011000110000010011010000100000 1000010010010010000000000011000010000000 10010101010001000000	99733	25	129	1600	156
	4	0110000001011000010100010011010000100001 1000000000000100000000010001000110000000 10010001010001000000	99789	24	132	1672	154
	5	0110000000011000010100011001010000100001 1000000010000100000000010010000110000000 10010101010001000000	98873	25	134	1655	158
6	1	0110000001011000010000010001011000100001 100000000000000000000000010001000110000000 10010101010001010000	98501	24	133	1630	156
	2	0110000001011000010000010001011100100000 1000000000000100000000010110000110000000 00010101010001000000	99668	24	131	1604	157
	3	0110000001010001010000010001010000100001 1000010010100100000000000011000000010000 10000101010001000000	99231	24	143	1574	137
	4	0110000000011001110000000001011000100001 100000000001101000000000010011000010000000 10000001010001000000	99231	24	122	1574	142
	5	0110000000011000010000010001110000100001 1000000010000010000000010001000110000000 10010101011001000000	99873	25	128	1655	159
7	1	0110000000010000010100010010111000100001 1000000010000000000000010011000110000000 10010001011000000000	99716	24	114	1758	145
	2	0110000001011001010100010001010000000000 0000010010010100000000000010000100010000 00010100010001010010	98901	24	153	1245	141
	3	0010000000010001010100010011010000000000 1000010010010000000000010011000110000000 10010001010001010010	99743	25	128	1564	156
	4	0110000000011000010000010011010000100001 1000010000000010000000010011000110000000 00010101010001000010	99968	25	133	1612	159
	5	0110000001011000010000010001000100100001 1000000010000100000000010011000110000000 10000101010001000000	98944	24	130	1694	150

8	1	0110000000011000011000010011010000000000 1000000010000100000000010100000100000000 10010101010001010010	99466	24	133	1485	155
	2	0110000001010000010000010001010100100000 1000000010000000000000010101000110000000 00010101011001010000	99943	24	133	1578	160
	3	01100000010110000100000000011010100100000 1000000010010100000000000000000110000000 10011101010001000000	99620	24	132	1616	153
	4	0110000100011001010000000001011100100000 1000000010000000000000010010000110000000 10010101010001000000	99022	24	127	1706	144
	5	0110000001011001010100000011110000100001 100000000000010000000000000000110010000 00010101010001000000	99811	24	146	1486	144
9	1	0110000000011000010000010001010100100011 1000000010000100000000010000000110000000 10010101010001000000	98877	24	133	1659	153
	2	0110000000011000110000010011010000100001 10000000000000000000000001001100010000000 10010101010001010000	99036	24	136	1639	150
	3	0110000000011000010100000001011100100001 1000000010010010000000000000000110010000 10010101010001000000	99509	25	137	1564	150
	4	0110000001011000010100000011010100100000 1000010000000100000000010010000110000000 00010101010001000000	99944	24	140	1575	155
	5	0110000000010001010001010011010000100000 1000000010010110000000010001000110000000 10010101010000000000	99281	25	116	1669	156
10	1	0110001000011000011000010001010100100001 1000010010010010000000000000000100000000 00010101010001000000	99569	24	141	1386	150
	2	0110000001011000110100000011010000100000 1000000010010000000000010100000100000000 00010101010001010000	99791	24	139	1469	152
	3	0010000000011000010001010011111000100000 1000010000000000000000010001000110000000 10010101010001000000	99877	24	121	1649	159
	4	0110000000011000010000010001011000100000 1000010000000110010000010010000010000000 10010101011001000000	99469	25	127	1581	159
	5	0110001000011001011100000011010000100001 0000000010000100000000010010000110000000 00010100010001000000	99692	24	141	1543	135

11	1	0110000001011000010000010011010000100000 1000010000100100000000000011000010000000 10010101010001000000	99385	24	134	1629	153
	2	0110000000011001010000000011010000100001 1000000010010010000000010100000110000000 00010101010001010000	99512	25	134	1562	155
	3	0110000001011000011000000011010000100000 1000010010000000000000010011000110000000 00010101010001000000	98922	24	135	1619	153
	4	0110000001011000100100010001010100100000 1000000000010000000000010001000110000000 10010101010001000000	99600	24	129	1526	158
	5	0110000001011000010100010001010000100000 1000000000010010000000010010000110010000 00010101010001010000	99771	25	141	1452	159
12	1	0110000000011001010100010001011000100001 100000011000000000000000010000110010000 00010101010001000000	99352	25	140	1547	141
	2	0110000001011000010100010001110000000000 1000010000000100000000010011000110000000 00010101010001000000	99618	25	127	1653	144
	3	0110000001011000010100010001010010100000 100000001001010000000000010000110000000 10010101010000010000	99906	25	137	1615	153
	4	0110000000010000010000010011010000100000 1000000010110110000000010011000110000000 00010101010001000000	99051	25	125	1702	156
	5	0110000001011000011100010001110000100001 100001001000000000000000010000110000000 00010101010000000000	99855	25	143	1467	146
13	1	0100000001011000010100010001010000100000 1000000000100010000000010001000110000000 10010101010001010000	98579	24	130	1572	155
	2	0110000000011001010100010011011000100001 1000000010010100000000000010000110000000 10000101010000000000	99618	25	127	1653	144
	3	0010000001011000011100010001010000100001 1000000010010000000000010010000110000000 10010101010001000000	99906	25	137	1615	153
	4	0110000000011000010100010011010000100000 1000000010010110000000010010000010000000 10010001011001000000	99686	25	121	1651	158
	5	0110000001011001010001010011011000100000 1000000000000010000000010010000110000000 00010101010000000000	99607	24	119	1580	155

17	1	0110000000010000010000010001111100100000 1000010010000100000000010000000110000000 00010101010001010000	99998	24	136	1568	156
	2	0110000001011000010000010001010000100000 1000010000100100000000010000000110000000 00010101011001010000	99243	24	137	1498	161
	3	0110000000011000010100010001010100000001 1000010000000000000000010001000110000000 10010101011001000000	99726	24	135	1556	159
	4	0110001000011000011100000001010100100000 000001001000010000000000010000110010000 00010101010001000000	98719	24	147	1408	140
	5	0110000000011000010000010011011100100001 0000000000010100000000010010000110000000 00010101010001000000	99788	24	134	1652	151
18	1	0110000000011001010100001001010000100000 1000010000100110000000000001000110000000 10010101010001000000	99989	25	134	1507	151
	2	0110000001011000010001010001011000100000 1000010010000010000000010000000010000000 00010101010001000010	98899	24	124	1513	158
	3	0110000000011000010000000011011100100001 1000000000000100000000010000000110000000 10010101010001010000	99702	42	134	1680	154
	4	0110000001011000010000010011011100100001 10000000000000000000000001000100000000000 10010101010001000000	99895	23	133	1644	151
	5	0110000000010000010000010011010100100001 1000010010010000000000010101000010000000 00010101010001000000	99964	24	134	1633	154
19	1	0110000001011000010000000001010000100001 1000000010010010001000010011000110000000 10010100010001000000	99685	25	130	1621	152
	2	0110000001011000010000010011010000100001 1000010010000000000000010010000010000000 10010001011001000000	99649	24	130	1667	154
	3	0110000001011000010000010011011000100000 0000010010000100000000000001000010000000 10010101011001000000	99872	24	131	1597	154
	4	0110000000011000110000000001010000100001 10000100100001100000000000011000010000000 10010101011001000000	98945	25	132	1623	151
	5	0110000001011000010100010001011000100001 1000000010000001000000000010000010000000 10010101010001000000	99969	24	133	1654	145

20	1	0010000000011000010100010011011000100000 1000010010010010000000010010000000000000 10010101011001000000	99812	25	125	1564	158
	2	0110000000011010010101000011010000100000 1000010010000000000000010011000010000000 10010001010001000000	99530	24	120	1685	149
	3	0110000001011000011000000011011000100001 1000000010000000000000010000000110000000 10010101010001000000	99769	24	132	1681	151
	4	0110000001011001010000010001010000100000 1000010010000010000000010010000110010000 00000101010001000010	99194	25	136	1465	153
	5	0110000000011000010100010011010000100000 1000000010110010000000010010000110000000 00010101010000010000	99868	25	130	1566	156
21	1	0110000000011000010100000001000010100001 1000000010010100000000010111000110000000 10010001010001000000	99637	25	122	1673	151
	2	0010000000011000010000010011010000100001 1000000010010100000000010001000110000000 10010101010001010000	98789	25	132	1685	157
	3	0110000000011000010001000011011100100000 100000001000000000000000011000110000000 10010101010001000000	99094	24	122	1759	150
	4	0110000001011000010000010001010100100001 10000100000000000000000010001000110000000 10010101010001000000	99795	24	139	1613	158
	5	0110000000011000010100010001011000100000 1000000000010100000000010110000100000000 10010101010001010000	99925	25	133	1570	156
22	1	0110000001011001010000010001010000100000 100000001001011001000000000000100000000 10010101010001010000	99466	25	141	1436	153
	2	0110000000010001010000010011010000100000 1000010010010100000000010000000110010000 00010101010001010000	99732	25	140	1534	155
	3	0110000001011000010001010001011000100000 0000010010000000000000010001000110000000 10010101010001000000	99362	24	128	1630	155
	4	0010000001011001010000010011010000100000 1000000010000010000000010011000110000000 10010101010001000000	98755	25	126	1656	157
	5	0110000000011000110000000001010000100001 1000000010010100000000010011000110000000 00010101011001000000	98647	25	130	1688	152

23	1	0010000000011000010000010001111100100001 1000000010000100000000010011000100000000 00010101010001000000	99459	24	134	1663	148
	2	0110000001011000010100010001010000100000 1000000010010100000000010010000110000000 10010001011001000000	99581	25	127	1643	158
	3	0110000000011000011001010001010000100001 1000000010000100000000010011000010000000 10010001011000000000	99858	24	119	1722	149
	4	0110000000010001010000000001111000100001 1000000000010010000000010001000110000000 10010101011001000000	99906	25	123	1642	156
	5	0110000000011011110100010001010000100000 100000000000010000000010000000110000000 10010101011000000010	99324	25	119	1434	156
24	1	0110000000011001010100010010011000100000 1000010000000010000000000010000110000000 10010101010001000010	99645	25	124	1553	152
	2	0110000000010000010000010011010100100001 1000010010000000000000010001000010000000 10010101011001000000	99879	24	131	1699	155
	3	0110000000011001010100010011010000100000 1000000000110010000000010000000110000000 00000101010001010000	98183	24	129	1472	153
	4	0110000001010000010000010001010000100011 10000100100001000000000010000000110000000 00010101010001010000	99768	24	142	1546	155
	5	0110000001011000010100010011000000100000 1000010000010000000000000001000110000000 10010101010001010000	98385	24	134	1466	158
25	1	0110000000011000110100010001010000100010 1000010010010000000000000001000100010000 00010101010001000000	98795	24	141	1404	148
	2	0110000000010000010000010001011100100000 10000100100001000000000010000000110000000 00010101011001010000	98519	24	131	1570	158
	3	0110000000011001010000000001110000100000 1000000000010010000000010010000110000000 10010101011001010000	98282	25	127	1531	158
	4	0110000001011000010100000001010000100001 1000010000010010000000010000000110010000 10010101010000010000	99620	25	143	1423	156
	5	01100000010110000101000000011000100100001 1000000010010100000000010000000110000000 00010101010001000000	99789	24	136	1596	152

26	1	0110000001011000011000000011010100100000 10000000100000000000000010001000010000000 00010101010001010000	99455	27	137	1575	152
	2	0110000001010000010100010001110100100001 100001001001000000000000000000000110010000 00010101010000000000	99976	24	146	1420	147
	3	0110000001011001010100010001110000100000 100001001001001001000000000000001000000000 00010001010001000000	99089	24	140	1327	148
	4	0110000000010001010100000001011100100000 10000100100101000000000000011000110000000 00010101010001000000	99917	25	135	1625	149
	5	0110000001011000010000010011010000100000 1000000010000110000000000011000110000000 10010101010001000000	99449	25	130	1663	157
27	1	0110000001010000010001010011010000100000 1000000000000000000000000010011000110000000 10010101011001000000	99220	24	120	1712	158
	2	0110000001011000010000000011010000100001 10000100000100000000000010001000110000000 10010001011001000000	98954	24	128	1628	158
	3	0110000001011000010000000011011100100001 1000000010000000000000000010000110000000 10010101010001000000	99302	24	134	1702	148
	4	0110000001011000010000010001011000100000 1000000010000110000000010100000110000000 10010101010001000000	99675	25	126	1612	161
	5	0110000001011000010000000011011100100001 1000010000000100000000000010000110000000 10010101010000000000	99918	24	135	1621	150
28	1	0110000001011000010100010001011000100001 1000010010010100000000000000001000000000 00010101000001010000	99588	24	143	1428	147
	2	0110000000011000010000010001010000100001 10000000100000000000000010101000110000000 10010101011001010000	99795	25	132	1664	159
	3	0100000001011000010000010001010000100001 10000101100100000000000000011000100000000 00010101010001010000	98379	24	142	1495	144
	4	0110000001011010010100010011010000100001 1000010000010010000000010000000110000000 00010001010000000000	99981	24	128	1437	156
	5	0110000001011000010100000011011000100000 1000000000000100000000001000100010000000 10010101011001000000	99472	24	128	1624	155

29	1	0110000000011000011000010001011000100000 1000000010100100000000010011000010000000 10000101010001000000	98953	24	123	1724	147
	2	0110000001010000010000010001011000100000 1000000010000010000000010001000110000000 10010101011001000010	99282	25	120	1633	162
	3	0010000001011000010000010001101000100000 1000000010010100000000010110000110000000 10010101010001000000	99930	25	123	1615	158
	4	0110000001011000011001000001010000100000 1000000010000000000000010011000110000000 10010001010001000001	99700	24	121	1727	149
	5	0110000000011000010000010011010000100011 1000010010000000000000010001000110000000 10010001010001000000	99941	24	129	1691	155
30	1	0110000001011000010001000001111000100000 1000000010000000000000010010000010000000 10010101011001000000	99843	24	121	1682	153
	2	0110000000011000010000010011010000100001 1000000010010100000000010010000110000000 10000101010001010000	99759	25	133	1702	153
	3	0110000001011001110000000011010000100000 1000000010010110000000010000000110000000 10010101010000000000	99689	25	126	1566	155
	4	0110000001011000011001000001010000100000 1000000010000000000000010011000110000000 10010001010001000001	98773	24	144	1431	139
	5	0110000001011000011000010001010100000000 1000010000010010000000000000000110000000 10010101010001000010	99881	24	135	1354	162

Tabla II2. Resultados del grupo 2 de 10 instancias (BC de cada DM por instancia)

Instancia	D M	Solución (BC)	Costo	Obj 1	Obj 2	Obj 3	Obj 4
1	1	0010000000010000000000000000000000000000 00000000000000000000000000000000010000000 000000000000000000	9948	3	12	191	22
	2	0000000000010000000000000000000000000000 00000000000000000000000000000000010000000 00000001000000000000	9440	3	3	247	22
	3	0010000000010000000000000000000000000000 00 00000001000000000000	9739	3	13	175	23
	4	0010000000010000000000000000000000000000 00 00000001000000000000	9739	3	13	175	23

	3	0111000001011000011011001111100000000000 00 00010100000000010000	99986	19	118	1030	121	
	4	0011000000010011010011000011011100110110 1000000000000000000000000000000000000000 00000000010000000000	99277	19	92	1210	122	
	5	0111000000011000111001110011010000010000 0000000010000000010000000000000000000000 00000000010000010000	99430	19	112	1150	121	
	6	0111100000011001000100000000111110100000 100000001001000000000001000000100001000 00000000000000000000	98998	20	96	1199	118	
	7	1110000000011010000101000010011000110110 1000010000000000000000010010000000000000 00000000000000000000	94861	19	84	1216	117	
	8	111101010101001001001000001100000100000 1000000010000100000000000000000000000000 00000001000001000000	98021	19	96	1198	118	
	9	0110011001010011011101010101011100000000 1000000000000000000000000000000000000000 00000000000000000000	99791	20	114	1122	122	
	10	0110011100011001010001010011010000100001 00 00000000001001010000	98493	21	120	1321	126	
	4	1	1010001001011011111001110011000000100000 1000000000000000000000000000000000000000 00000001010000000000	98122	20	100	1169	128
		2	0111000001011001010001110011010000101000 1000000000000000000000000000000000000000 00000001000000000000	97968	20	97	1349	133
3		1110010000011100011101010101001100000000 1000000000000001000000000000000000000000 00010000000000000000	99528	19	103	1034	123	
4		0111100001011000110010000011011000000000 1000000001000000000000010000000000000000 00000001000001000000	98172	19	101	1177	127	
5		1110001001010011101001000011011100000000 1000000000000000000000000000000000000000 00000000010000000000	95215	19	101	1164	118	
6		0010000000011101011101000001111110100000 0000000000010000000000000000000000000000 00000000001001000000	99352	20	111	1168	123	
7		01100110010100100101010100001010100110101 1000010000000000000000000000000000000000 00000000000000000000	99069	20	114	1112	123	
8		1110000000010000011101100101011110100000 1000000000000000000000000000000000000000 00010100000000000000	99736	20	114	1216	119	
9		1111010000011011010100001010010000101000 1000000000000000000000000000000000000000 00010001000000000000	99587	20	94	1220	121	
10		0010000011111000100001000111111100100000 00 00000000000000000000	99647	19	117	1168	114	

	9	0110001011010001010100011000010100010011 1000000000000000000000000000000000000000 00000101000000000000	98991	20	116	1135	120
	10	1110001101000001011001010000011000100000 1000000010000010000000000000000000000000 00000000010000010000	99693	20	104	1223	118
7	1	0100010001010011010000110011101110110000 1000000000000000000000000000000000000000 00000000000000000000	99937	19	91	1221	124
	2	0110010001010010011101010011010100100100 00 00000000010000000000	96927	20	119	1220	124
	3	1110010011011000010001001000011010101000 1000000000000000000000000000000000000000 00000001000000000000	96545	19	84	1183	122
	4	0111000001011011110100010001100100100001 00 00000000000000000000	99196	20	123	1110	117
	5	011000000001001101101000001111010100000 1000010000000000000000000000000000000000 00010100000001000000	95493	21	111	1230	124
	6	0011000001011011110010100011010000110000 1000000000000000000000000000000000000000 10000001010000000000	98644	20	96	1204	128
	7	0110100000010001110001100011111010100000 1000000000000000000000000000000000000000 10000000000001000000	94615	19	95	1262	115
	8	0110101001011010010110010011010100000000 0000010000000000000000000000000000000000 00000000000001000000	99485	20	121	1066	128
	9	0110000100111010110001010011011000100000 1000000000000000000000000000000000000000 00000001000000000000	96074	20	99	1374	126
	10	1110010001011000010111011001010000101000 1000000000000000000000000000000000000000 100000000000000000001	99288	20	97	1188	124
8	1	1110000100010100010100000101111000101100 1000010010000000000000000000000000000000 00000000000000000000	99421	19	110	1162	106
	2	0011000010010010011010000011011110000000 1000000000000000000000000000000000000000 00000000010000000000	99328	19	96	1137	122
	3	0010000000011010110000100111010010010010 1000000010010100000000000000000000000000 00000000000000000000	98626	20	95	1193	123
	4	0110010000010010010011000001010110110101 1001010000000000000000000000000000000000 00000000000000000000	98861	19	100	1110	119
	5	0110000001111000011110001110110000110000 1000000000000000000000000000000000000000 00000000010000000000	99267	19	113	1087	114
	6	1110001001011000111000010010101100100001 0000000010000100000000000000000000000000 00000000000000000000	99911	20	113	1302	118

	2	01100010010110010100010001111011101000011 00 000100000000000000	98222	26	116	1257	119
--	---	---	-------	----	-----	------	-----

Anexo III. Tabla de resultados con soluciones BCC

En este anexo se muestran las tablas de los resultados de MOEA-D. En las Tablas II1, II2, II3 y III4, se agrega la columna de “Solución” (es la cadena binaria que representa al *BCC*), que no se agregó en las tablas presentadas en el capítulo 5 de experimentación, por la razón de que la tabla es demasiado grande debido a la longitud de las soluciones.

Tabla III1. BCC del grupo 1 de 30 instancias con su columna de solución de 1 y 0

Instancia	Solución(BCC)	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se satisface?
i01	00100000010100000100000100 11011000100000100001001000 00100000000101100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i02	00100000010100000100000100 11011000100000100001001000 00100000000101100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i03	00100000000110001100000000 01010000100001100001001001 01100000000100100001100100 0010010101010001000000	5	0	Si
i04	00100000000110010100000000 11011000100000100001000000 01000000000100100001100000 0010010101011001010000	5	0	Si
i05	01100000000110000100000100 01010100100000100000001001 01000000000101110001100000 0010010101010000000000	5	0	Si
i06	01100000000110000100000100 01110000100001100000001000 00100000000100010001100000 0010010101011001000000	5	0	Si
i07	01100000000110000100000100 11010000100001100001000000 00100000000100110001100000 0000010101010001000010	5	0	Si
i08	01100000010100000100000100 01010100100000100000001000 00000000000101010001100000 0000010101011001010000	5	0	Si

i09	01100000000100010100010100 11010000100000100000001001 01100000000100010001100000 0010010101010000000000	5	0	Si
i10	01100000000110000100000100 01011000100000100001000000 01100100000100100000100000 0010010101011001000000	5	0	Si
i11	01100000010110000101000100 01010000100000100000000001 00100000000100100001100100 0000010101010001010000	5	0	Si
i12	00100000000110000101000100 01010000100001100001001001 01100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i13	01100000000100010100000100 11010100100000100000001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i14	00100000010110000100000100 11011000100000100000001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i15	00100000000110000100000100 11010000100001100001001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i16	01100000000100010101000000 01010000100001100001001001 01100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i17	01100000010110000100000100 01010000100000100001000010 01000000000100000001100000 0000010101011001010000	5	0	Si
i18	01100000000110000100000000 11011100100001100000000000 01000000000100000001100000 0010010101010001010000	5	0	Si
i19	00100000000100000101000100 110101001000011000000001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i20	01100000010110010100000100 010100001000011000000001000 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i21	010000100000000000100100010 01000001001000100000000000	5	0	Si

	00000000000000000000000000000000 00000000000000000000000000000000			
i22	01100000010100000100000100 11010000100001100000001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i23	01100000000100000101000000 01011100100001100000001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i24	01100000010110000101000100 11010000100000100000001000 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i25	01100000000110000100000100 01010100100001100000001001 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i26	01100000010110000100000100 11010000100000100000001000 011000000000000110001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i27	01100000000110000101000000 11011000100001100000001000 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i28	01100000000110000100000100 01010000100001100000001000 00000000000101010001100000 0010010101011001010000	5	0	Si
i29	01100000010110010100000100 11010000100000100000001000 00100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si
i30	00100000000110010101000000 01010000100001100001001001 01100000000100100001100000 0010010101010001000000	5	0	Si

Tabla III2. BCC del grupo 2 de 10 instancias con su columna solución de 0 y 1

Instancia	Solución(BCC)	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se satisface?
i01	0000000000010000000000000000 0000000000000000000000000000 0000000000000000000000000000 00000010100000000000	10	0	Si

i02	001000010101100001010001000 101000010000110000000100000 100000000100000001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i03	011001110001100101000101001 101000010000100000000000000 00000000000000000001100000000 0000000001001010000	10	0	Si
i04	011000010001000101000000001 101010010000110000000100000 000000000100000001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i05	011000000101000001010001001 101010010000010000000100000 100000000100000001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i06	001000000101100101000101000 101000010000110000000100000 100000000100100001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i07	001000100001000111000000001 101100010000110000000100000 100000000100100001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i08	001000010101100001000100100 111000010000110000000000000 000000000100000001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i09	011000000001100011000100000 101010010000010000000100000 100000000100100001100000001 0010101010001000000	10	0	Si
i10	001000000001100111010101001 101000010000010000000100000 000000000100000001100000001 0010101010001000000	10	0	Si

Tabla III.3. BCC del grupo 3 de 5 instancias con su columna de solución de 0 y 1

Instancia	Solución(BCC)	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se satisface?
i00	011000000101100001110001000 101010010000100000000100000	1	1	No

	0000000001001000000000000001 0010101010001000000			
i01	001000000001000011010101001 101100010000110000000100000 000000000100000001100000001 0010101010001000000	2	0	Si
i02	011000000001100111010001001 101000010000110000000000000 000000000100000001100000001 0010101010001000000	2	0	Si
i03	011001100001110011101000100 101000010000000000010000100 0000000000000010000100000001 000000000000000000000	2	0	Si
i04	011001100001110011101000100 101000010000000000010000100 0000000000000010000100000001 000000000000000000000	2	0	Si

Tabla III4. BCC después de aplicar el mecanismo de ajuste de preferencia con su columna solución de 0 y 1

Instancia	Solución(BCC)	DMs-SAT	DMs-DIS	¿Se satisface?
i00	011000000101100001000001100 100101010001010000100000000 000000000100010001100000000 0010101010000000000	2	0	Si