



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Doctorado

Modelado de perfiles de temperatura en 3D del flujo  
DRY en el tubo receptor de colectores solares  
parabólicos

presentada por

**M.C. Roger Alejandro Cundapí Arroyo**

como requisito para la obtención del grado de  
**Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica**

Directora de tesis

**Dra. Sara Lilia Moya Acosta (TecNM/CENIDET)**

Codirector de tesis

**Dr. Octavio Cazarez Candia (IMP)**

Cuernavaca, Morelos, México. Septiembre de 2021.



Cuernavaca, Mor., 06/julio/2021

No. Oficio: DIM/122/2021  
Asunto Aceptación de documento de tesis

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO  
PRESENTE

Los de abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante **Roger Alejandro Cundapi Arroyo**, manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado **“Modelado de perfiles de temperatura en 3D del flujo DRY en el tubo receptor de colectores solares parabólicos”**, realizado bajo la dirección de la **Dra. Sara Lilia Moya Acosta**, y la codirección del **Dr. Octavio Cazarez Candia**, el trabajo se **ACEPTA** para proceder a su impresión.

ATENTAMENTE

DR. SARA LILIA MOYA ACOSTA  
CENIDET

DR. OCTAVIO CAZAREZ CANDIA  
IMP

DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO  
CENIDET

DR. EFRAÍN SIMÁ MOO  
CENIDET

DR. EDUARDO RAMOS MORA  
IER-UNAM

DR. OCTAVIO GARCÍA VALLADARES  
IER-UNAM

DR. JOSÉ JASSÓN FLORES PRIETO  
CENIDET

c.c.p: M.E Guadalupe Garrido Rivera Jefa del Departamento de  
Servicios Escolares  
c.c.p: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza  
c.c.p: Expediente  
ABO /RMA





Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico  
Subdirección Académica

Cuernavaca, Mor., 27/agosto/2021  
No. de Oficio: SAC/116/2021  
Asunto: Autorización de impresión de tesis

**ROGER ALEJANDRO CUNDAPI ARROYO  
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA MECÁNICA  
P R E S E N T E**

Por este conducto tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Modelado de perfiles de temperatura en 3D del flujo DRY en el tubo receptor de colectores solares parabólicos", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

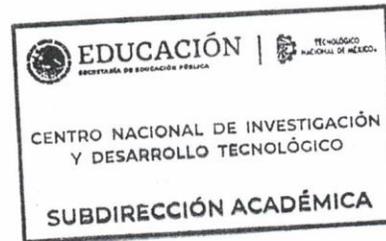
Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

"Excelencia en Educación Tecnológica®"  
"Educación Tecnológica al Servicio de México"

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**

C.c.p. M.E. Guadalupe Garrido Rivera. Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
Expediente  
CMAZ/CHG



# DEDICATORIAS

A mi Dios y Salvador Jesucristo por su infinito amor y misericordia.

Al amor de mi vida Sheila (mi corazón).

A mis padres, hermanos y sobrinos y a la familia de mi esposa.

# AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a Dios por la vida, su amor, salvación, mi esposa, familia y por todas las bendiciones que me ha dado.

A mi amada y preciosa esposa Sheila (mi corazón) porque sin su amor, apoyo, comprensión, no hubiera alcanzado este logro. Sé que el tiempo que dediqué a esta tesis fue un tiempo que no estuve contigo pero siempre estuviste en mi mente y mi corazón. Quiero que sepas que lo primero que quiero hacer, después de cerrar este ciclo, es recompensarte. Te amo y siempre te amaré.

A mis amados padres Manuel y Flor por el infaltable apoyo, amor y cariño que siempre me han brindado en cada etapa de mi vida.

A mis hermanos por su apoyo y porque sé que puedo contar con ellos y quiero que sepan que también pueden contar conmigo.

A mis sobrinos Fernando, Kevin, Melissa, Eileen, Itiel, Hesed, Luis Ángel y Emmanuel, por los tiernos que son y la alegría que me contagian. Y a sus madres por esos regalos preciosos.

A mi suegrita por el apoyo que como familia nos ha brindado y acompañar a mi esposa cuando yo no he podido hacerlo.

A la doctora Sara Lilia Moya por todo lo que ha contribuido a mi vida profesional, personal y por su invaluable tiempo y apoyo en el desarrollo de esta tesis. También por ser una inspiración para mí y un ejemplo a seguir.

Al doctor Octavio Cazarez por todas sus contribuciones en la realización de esta tesis.

A los doctores Arturo Abundez, Eduardo Ramos, Efraín Simá, Jassón Flores y Octavio García, por sus comentarios, sugerencias y todo su tiempo invertido en la revisión de la tesis.

A mi colega Antonio Sandá por sus pláticas enriquecedoras y el apoyo que siempre estuvo dispuesto a brindarme. También a los profesores y compañeros del TecNM/CENIDET.

A cada uno de mis amigos y hermanos de la Iglesia Bautista Monte Abarim.

Por último, agradezco extensamente al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México por el financiamiento con la beca de doctorado. Y también al TecNM/CENIDET, por albergarme en sus instalaciones y hacerme sentir en casa.

# RESUMEN

Dentro de las tecnologías disponibles para generación de energía eléctrica y calor de proceso con plantas termosolares de captadores solares cilindroparábolicos (CCP), la opción más eficiente y económica es la generación directa de vapor (GDV). Sin embargo, la tecnología GDV ha llegado a presentar problemas de deformación de los tubos absorbedores y ruptura de la cubierta de vidrio. Esto a consecuencia de los fuertes gradientes azimutales de temperatura que ocurren en el tubo absorbedor por efecto de la distribución no uniforme del flujo de calor (DNUFC) alrededor del tubo (concentración solar) y por la presencia del patrón de flujo (PF) dryout en el interior del mismo, al final de la zona de evaporación. En la literatura no se han encontrado trabajos de modelado matemático del PF dryout para la GDV en CCP, bajo el enfoque del modelo a dos fluidos, que permitan predecir los gradientes térmicos en esta zona, bajo diferentes condiciones de operación y considerando DNUFC. La presente tesis tiene como objetivo principal el desarrollo de un simulador numérico para la modelación termohidráulica del flujo bifásico agua-vapor en el tubo absorbedor de un CCP para GDV, bajo la configuración del PF dryout, considerando una DNUFC. Para tal fin se acopló el modelo termohidráulico del PF dryout al modelo 2D de transferencia de calor en la pared del tubo absorbedor. Para ambos modelos, se aplicó la técnica numérica de diferencias finitas. Adicionalmente, se aplicó el método de separación de variables y el principio de superposición para obtener una solución analítica de la conducción de calor transitoria en 2D  $(r, \varphi)$  en la pared del tubo absorbedor. Mediante la cual se validaron los resultados del modelo numérico de conducción de calor. El simulador desarrollado tiene la capacidad de modelar de manera confiable el comportamiento termohidráulico del PF dryout y también de predecir los campos tridimensionales de temperatura del absorbedor con una DNUFC. Los resultados obtenidos muestran que en la región dryout se presentan los mayores gradientes de temperatura en las direcciones azimutal y axial. De acuerdo al estudio paramétrico realizado, estos gradientes pueden ser todavía mayores en tubos absorbedores de conductividad térmica baja, o sujetos a condiciones de radiación solar directa alta u operando bajo otros parámetros que produzcan coeficientes de transferencia de calor por convección muy bajos. Finalmente, el simulador desarrollado también es capaz de predecir diversos patrones de flujo (anular, estratificado liso y ondulado, dryout y vapor sobrecalentado).

# ABSTRACT

Among the technologies available for generating electrical energy and process heat are solar power plants of parabolic trough solar collector (PTC), the direct steam (DSG) is the most efficient and economic technology. However, in the DSG technology, deformation problems have arisen in the absorber tube and breaking of the glass cover. This is due to the strong azimuthal temperature gradients that occur due to the effect of non-uniform azimuthal distribution of heat flux, and due to the presence of the dryout flow pattern. In the literature, no work has been found on the mathematical modeling of the dryout flow pattern for DSG in PTC that studies the thermal gradients in this zone. The main objective of this thesis is to develop a simulator for the thermal-hydraulic modeling of the two-phase water-steam flow in the absorber tube of a PTC for DSG, under the configuration of the dryout flow pattern, considering solar concentration. For which the thermal-hydraulic model of the dryout flow pattern and the heat transfer model of the absorber tube were coupled. For both models, the numerical finite difference technique was used. Additionally, the method of separation of variables and the principle of superposition were applied to obtain an analytical solution of 2D heat conduction in the wall of the absorber tube. The developed simulator demonstrated the ability to reliably model the thermal-hydraulic behavior of the dryout flow pattern and also to predict the absorber temperature fields with a NUHFD. The results obtained show that in the dryout region there are the highest temperature gradients in the azimuthal and axial directions. These gradients could increase with low absorber thermal conductivities, high direct solar radiation, or any other parameters that produce very low convective heat transfer coefficients. Finally, the developed simulator is also capable of predicting various flow patterns (annular, horizontal and wavy stratified, dryout and superheated steam) increasing its possible applications.

# CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS .....	i
LISTA DE TABLAS.....	viii
NOMENCLATURA .....	x
1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 GENERALIDADES DE LA GENERACIÓN DIRECTA DE VAPOR (GDV) .....	2
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A ABORDAR.....	8
1.3 DISCUSIÓN DEL ESTADO DEL ARTE.....	11
1.3.1 Estudios térmicos en el tubo absorbedor.....	12
1.3.2 Estudios termohidráulicos de la GDV.....	14
1.3.3 Conclusiones del estado del arte .....	18
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	21
1.5 OBJETIVOS Y ALCANCES.....	22
1.5.1 Objetivo general .....	22
1.5.2 Objetivos específicos.....	22
1.5.3 Alcances .....	23
2 MODELO TÉRMICO EN EL TUBO ABSORBEDOR.....	25
2.1 MODELO CONCEPTUAL .....	26
2.2 MODELO MATEMÁTICO.....	29
2.2.1 Ecuación de conducción de calor y condiciones de frontera.....	29
2.2.2 Flujo de calor absorbido y pérdidas de calor.....	30
2.2.3 Cálculo de la distribución no uniforme del flujo de calor (DNUFC).....	32
2.2.4 Propiedades termofísicas de los materiales .....	34
2.3 SOLUCIÓN ANALÍTICA .....	35
2.3.1 Estado estacionario.....	36
2.3.2 Estado transitorio.....	36
2.4 SOLUCIÓN NUMÉRICA POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS .....	38
3 MODELO TERMOHIDRÁULICO DEL FLUJO BIFÁSICO DRYOUT .....	43
3.1 MODELO CONCEPTUAL .....	44
3.2 MODELO MATEMÁTICO.....	45
3.2.1 Ecuaciones de conservación.....	45
3.2.2 Mapas de patrones de flujo bifásico .....	47

3.2.3	Ángulo de secado y espesor de película del PF dryout .....	51
3.2.4	Ecuaciones constitutivas .....	52
3.3	SOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS .....	67
3.3.1	Discretización.....	67
3.3.2	Metodología de solución .....	69
3.3.3	Estabilidad numérica .....	78
3.4	ACOPLAMIENTO DE LOS MODELOS TÉRMICO Y TERMOHIDRÁULICO .....	79
4	VERIFICACIÓN/ VALIDACIÓN DE LOS SIMULADORES DESARROLLADOS.....	81
4.1	CÓDIGOS TÉRMICOS.....	82
4.1.1	Descripción del sistema físico usado para la validación del modelo térmico .....	82
4.1.2	Pruebas realizadas a la solución analítica .....	84
4.1.3	Validación de la solución analítica.....	86
4.1.4	Validación de la solución numérica .....	91
4.2	CÓDIGO TERMOHIDRÁULICO .....	98
4.2.1	Descripción del sistema físico usado para la verificación y validación del modelo termohidráulico .....	98
4.2.2	Verificación y validación .....	99
4.3	VALIDACIÓN/VERIFICACIÓN DEL SIMULADOR ACOPLADO TÉRMICO-TERMOHIDRÁULICO .....	101
5	PLANTEAMIENTO DE LOS CASOS DE ESTUDIO DEL PF DRYOUT .....	105
5.1	INTRODUCCIÓN .....	106
5.2	REPRODUCCIÓN CON RELAP5 DEL CASO DE ESTUDIO DE ELSAFI [85] ....	107
6	ESTUDIOS DEL FLUJO BIFÁSICO DRYOUT.....	113
6.1	INTRODUCCIÓN .....	114
6.2	EFFECTO DE LA DNUFC SOBRE EL COMPORTAMIENTO TERMOHIDRÁULICO Y TÉRMICO .....	115
6.2.1	Captador 9 .....	115
6.2.2	Captador 10 .....	123
6.3	ANÁLISIS DEL PF DRYOUT.....	129
6.4	DETERMINACIÓN DE LOS CTC PARA CADA FASE.....	134
6.5	ESTUDIO PARAMÉTRICO CON DNUFC .....	137
6.5.1	Estudio paramétrico para el captador 9.....	138
6.5.2	Estudio paramétrico para el captador 10 .....	149
6.5.3	Conclusiones del estudio paramétrico.....	158
7	CONCLUSIONES .....	161
7.1	CONTRIBUCIONES DEL PRESENTE TRABAJO .....	162

7.2	VENTAJAS DEL CÓDIGO DESARROLLADO RESPECTO A RELAP5.....	163
7.3	RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS .....	164
8	REFERENCIAS .....	165
9	APÉNDICES.....	177
9.1	APÉNDICE A: SOLUCIÓN ANALÍTICA DETALLADA DEL MODELO DE CONDUCCIÓN DE CALOR EN EL TUBO ABSORBEDOR .....	178
9.2	APÉNDICE B: DISCRETIZACIÓN DE LA ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO TRANSITORIO.....	191
9.3	APÉNDICE C: MODELO A DOS FLUIDOS .....	194
9.3.1	Generalidades del modelo a dos fluidos.....	194
9.3.2	Modelo a dos fluidos unidimensional de Lahey y Drew [108].....	197
9.3.3	Modelo a dos fluidos unidimensional del simulador RELAP5.....	200
9.4	APÉNDICE D: CORRELACIONES PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y DEL NÚMERO DE NUSSELT ...	205
9.4.1	Monofásicos líquido y vapor.....	205
9.5	APÉNDICE E: ADECUACIONES AL MODELO A DOS FLUIDOS .....	208
9.5.1	Ecuación de suma de conservación de masa.....	208
9.5.2	Ecuación de resta de conservación de masa.....	208
9.5.3	Ecuación de suma de momentum.....	209
9.5.4	Ecuación de resta de momentum.....	210
9.5.5	Ecuación de energía expandida (fase gaseosa) .....	211
9.5.6	Ecuación de energía expandida (fase líquida).....	212
9.5.7	Ecuación de energía no expandida .....	213
9.6	APÉNDICE E: CRITERIO PARA EL MÉTODO DE SIMPSON (INTEGRACIÓN NUMÉRICA) .....	214

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Tecnologías de concentración solar de foco lineal (traducida de [4]).	2
Figura 1.2. Esquema simplificado de un CCP, donde se puede apreciar el tubo absorbedor metálico, la cubierta de vidrio y el espejo reflector. (Adaptada y traducida de Wang <i>et al.</i> [6]).	3
Figura 1.3. Comparación de una planta SEGS (izquierda) con una planta de GDV (derecha). (Traducida de [7]).	3
Figura 1.4. Modos de operación de las plantas de GDV (traducida de [1]).	4
Figura 1.5. Patrones de flujo con evaporación en un tubo horizontal [19].	5
Figura 1.6. Simulación por computadora de la deformación de un tubo absorbedor [28].	6
Figura 1.7. Tubo absorbedor en el eje focal (izquierda) y fuera del eje focal (derecha) [23].	6
Figura 1.8. LCR sobre el absorbedor de un CCP (traducida de [31]).	7
Figura 1.9. Modelado MCRT de un CCP en SolTrace (traducida de [7]).	8
Figura 1.10. Evolución del PF dryout: a) Corte longitudinal, b) Cortes transversales. (traducida de [39]).	9
Figura 1.11. Caída del coeficiente de transferencia de calor por convección en la región dryout (traducida de [39]).	10
Figura 2.1. Modelo conceptual para la transferencia de calor en el absorbedor con DNUFC y con flujo bifásico.	26
Figura 2.2. Modelo conceptual de resistencias térmicas para el modelo de transferencia de calor en el tubo receptor (ver Figura 1.2).	27
Figura 2.3. Modelo de conducción de calor simplificado para el absorbedor.	29
Figura 2.4. Datos de LCR obtenidos con SolTrace comparados con una función polinomial.	33
Figura 2.5. Gráfica polar (izquierda) y perfil azimutal de la función LCR con diferentes ángulos del seguidor solar (medidos desde la vertical y en contra del movimiento de las manecillas del reloj).	34
Figura 2.6 Linealización de la conductividad térmica para ambos materiales de la Tabla 2.2.	35
Figura 2.7. Esquema del principio de superposición.	36

Figura 2.8. Malla numérica 2D utilizada para el MDF. ....	39
Figura 3.1. Modelo conceptual de un flujo bifásico bajo el enfoque del modelo a dos fluidos y secciones transversales de la tubería en la región dryout. ....	44
Figura 3.2. Modelo geométrico para el espesor de la película ( $\delta$ ) y ángulo de secado ( $\theta_{dry}$ ) para los patrones de flujo anular (izquierda); y dryout o estratificado ondulado (derecha). ....	51
Figura 3.3. Definición del ángulo de estratificado horizontal o liso (Adaptada de Elsafi [85]). ...	56
Figura 3.4. Malla numérica centrada y malla desfasada para el modelo termohidráulico. ....	68
Figura 3.5. Algoritmo de solución del simulador para obtener los resultados termohidráulicos y térmicos. ....	78
Figura 4.1. Banco de pruebas de Khanna <i>et al.</i> [61] (traducido): a) vista transversal del banco; b) tubo metálico con el calentador eléctrico en su interior y mica aislante; c) configuración de la distribución de los termopares en una sección de medición. ....	83
Figura 4.2. Evolución temporal (con grandes pasos de tiempo) de la temperatura en $L = 0.2$ m considerando diferentes órdenes de las funciones de Bessel. ....	85
Figura 4.3. Evolución temporal (con pequeños pasos de tiempo) de la temperatura en $L = 0.2$ m considerando diferentes órdenes de las funciones de Bessel: a) orden cero; y b) órdenes del 1 al 4. ....	85
Figura 4.4. Perfiles temporales de temperaturas en tres posiciones azimutales de la tubería variando la eficiencia y la temperatura del fluido variando la eficiencia (izquierda) y la temperatura del fluido (derecha). ....	87
Figura 4.5. Perfiles azimutales de temperaturas al alcanzar el estado estacionario considerando diferentes eficiencias. ....	89
Figura 4.6. Perfiles azimutales de temperaturas al alcanzar el estado estacionario considerando diferentes potencias y eficiencias del 70 y 90 %: a) $L = 0.2$ m; y b) $L = 5.7$ m. ....	90
Figura 4.7. Evolución temporal de la temperatura numérica comparada contra la solución analítica considerando $T_f = 40$ °C, $T_0 = 38$ °C, $\eta = 100$ % y diferentes pasos de tiempo en la solución numérica en: $L = 0.2$ m (izquierda) y $L = 5.7$ m (derecha). ....	92
Figura 4.8. Perfil azimutal de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando $T_f = 40$ °C, $T_0 = 38$ °C, $\eta = 100$ % y diferentes pasos de tiempo en la solución numérica en: $L = 0.2$ m (izquierda) y $L = 5.7$ m (derecha). ....	92
Figura 4.9. Perfil azimutal de los gradientes de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando $T_f = 40$ °C, $T_0 = 38$ °C, $\eta = 100$ % y diferentes pasos de tiempo en la solución numérica en: $L = 0.2$ m (izquierda) y $L = 5.7$ m (derecha). ....	93

Figura 4.10. Evolución temporal de la temperatura numérica comparada contra la solución analítica considerando $T_f = 40\text{ }^\circ\text{C}$ , $T_0 = 38\text{ }^\circ\text{C}$ , $\eta = 100\%$ y diferentes tamaños de mallas en la dirección radial para la solución numérica en: $L = 0.2\text{ m}$ (izquierda) y $L = 5.7\text{ m}$ (derecha). ....	94
Figura 4.11. Perfil azimutal de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando $T_f = 40\text{ }^\circ\text{C}$ , $T_0 = 38\text{ }^\circ\text{C}$ , $\eta = 100\%$ y diferentes tamaños de malla en la dirección radial para la solución numérica en: $L = 0.2\text{ m}$ (izquierda) y $L = 5.7\text{ m}$ (derecha).....	95
Figura 4.12. Evolución temporal de la temperatura numérica comparada contra la solución analítica considerando $T_f = 40\text{ }^\circ\text{C}$ , $T_0 = 38\text{ }^\circ\text{C}$ , $\eta = 100\%$ y diferentes tamaños de mallas en la dirección azimutal para la solución numérica en: $L = 0.2\text{ m}$ (izquierda) y $L = 5.7\text{ m}$ (derecha).	96
Figura 4.13. Perfil azimutal de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando $T_f = 40\text{ }^\circ\text{C}$ , $T_0 = 38\text{ }^\circ\text{C}$ , $\eta = 100\%$ y diferentes tamaños de malla en la dirección azimutal para la solución numérica en: $L = 0.2\text{ m}$ (izquierda) y $L = 5.7\text{ m}$ (derecha). ....	96
Figura 4.14. Perfil azimutal del flujo de calor por unidad de área hacia el fluido en el estado estacionario obtenido con la solución numérica considerando $T_f = 40\text{ }^\circ\text{C}$ , $T_0 = 38\text{ }^\circ\text{C}$ , $\eta = 100\%$ y diferentes tamaños de malla en la dirección azimutal en: $L = 0.2\text{ m}$ (izquierda) y $L = 5.7\text{ m}$ (derecha). ....	97
Figura 4.15. Comparación de los perfiles de temperatura (caso 1 de la Tabla 4.6) obtenidos en este trabajo con ambos simuladores y el perfil obtenido por Serrano-Aguilera <i>et al.</i> [28], y datos experimentales correspondientes al sistema DISS. ....	100
Figura 4.16. Comparación de perfiles longitudinales obtenidos con RELAP5 y con el simulador desarrollado. Presión (izquierda) y temperatura (derecha). ....	101
Figura 4.17. Comparación de perfiles longitudinales obtenidos con RELAP5 y con el simulador desarrollado. Velocidades (izquierda) y números de Reynolds (derecha). ....	101
Figura 4.18. Campo de temperatura 3D en la pared del tubo absorbedor con una DNUFC y vapor sobrecalentado como fluido de trabajo.....	102
Figura 4.19. Comparación de los campos de temperatura (2D) obtenidos en este estudio (izquierda) y los obtenidos por Serrano-Aguilera <i>et al.</i> [28] (derecha). ....	103
Figura 4.20. Perfiles de temperatura en la pared interna y externa del tubo absorbedor obtenidos con el código desarrollado, comparados con los de Serrano-Aguilera <i>et al.</i> [28], considerando dos eficiencias diferentes: $\eta = 64\%$ (izquierda) y $\eta = 69\%$ (derecha).....	104
Figura 5.1. Modelo físico del lazo DISS empleado por Elsafi [85] (traducida). ....	107
Figura 5.2. Diagrama de flujo para determinar $\eta$ , usando la Ec (2.11), en cada captador [14]. ..	108
Figura 5.3. Validación de los resultados obtenidos con RELAP5 comparando con los datos experimentales de Zarza [8] para el DISS: temperatura (izquierda) y presión (derecha). ....	109

Figura 5.4. Comparaciones de las eficiencias obtenidas en cada iteración de cada captador de acuerdo a la metodología de la Figura 5.2. ....	109
Figura 5.5. PF predichos por Elsafi [85] para el sistema DISS con base en su mapa de patrones de flujo. ....	110
Figura 5.6. Resultados obtenidos con RELAP5 para el caso del sistema DISS operando a 10 MPa .....	112
Figura 6.1. Comparación de perfiles de presión en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.....	116
Figura 6.2. Comparación de los perfiles de las velocidades de cada fase en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor: vapor (izquierda) y líquido (derecha).....	117
Figura 6.3. Comparación de los perfiles de la fracción de vacío (izquierda) y la calidad (derecha) en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.....	118
Figura 6.4. Comparación de los perfiles de la generación de vapor en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.....	119
Figura 6.5. Comparación de los perfiles del CTC bifásico (izquierda) y de cada fase (derecha) en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor. ....	121
Figura 6.6. Distribución de la temperatura en el captador 9 con una DUFC (arriba e izquierda) y DNUFC (arriba y derecha) y gradiente de temperatura en la dirección azimutal de la superficie externa del tubo absorbedor considerando una DNUFC (abajo). ....	123
Figura 6.7. Comparación del perfil de presión en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.....	124
Figura 6.8. Comparación de los perfiles de la velocidad en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor: vapor (izquierda) y líquido (derecha).....	125
Figura 6.9. Comparación de los perfiles de la fracción de vacío (izquierda) y la calidad (derecha) en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor. ....	126
Figura 6.10. Comparación de los perfiles de la generación de vapor en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.....	126
Figura 6.11. Comparación de los perfiles de la temperatura de vapor (izquierda) y del CTC bifásico (derecha) en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor. ....	127

Figura 6.12. Distribución de la temperatura en el captador 10 con una DUF <sub>C</sub> (arriba e izquierda) y DNUFC (arriba y derecha) y gradiente de temperatura en la dirección azimutal de la superficie externa del tubo absorbedor considerando una DNUFC (abajo). .....	128
Figura 6.13. Mapa de patrones de flujo obtenido mediante el modelo de Wojtan <i>et al.</i> [116–118]. .....	130
Figura 6.14. Perfiles axiales del ángulo de mojado, la fracción de vacío, del espesor de la película del líquido y de los PF predichos con el simulador desarrollado. ....	131
Figura 6.15. Evolución del espesor de la película (aumentado 20 veces) y del ángulo de secado a lo largo de los tubos absorbedores de los captadores 9 y 10. ....	132
Figura 6.16. Espesores de película de líquido en diferentes secciones transversales a lo largo de las regiones ocupadas por PF anular (izquierda) y dryout (derecha), aumentados 20 veces. ....	133
Figura 6.17. Distribución del CTC (izquierda y derecha) y del gradiente de temperatura (abajo) en la pared externa del absorbedor del captador 9. ....	135
Figura 6.18. Distribución del CTC (izquierda y derecha) y del gradiente de temperatura (abajo) en la superficie externa del absorbedor del captador 10. ....	136
Figura 6.19. Perfiles de temperatura en la superficie externa del absorbedor a la salida del captador 9, considerando diferentes materiales (izquierda), y un acercamiento en la zona de no concentración (derecha). ....	139
Figura 6.20. Conductividades térmicas para ambos aceros en el intervalo de temperaturas del captador 9 (ver la Figura 2.6 para un intervalo más amplio de temperaturas). ....	140
Figura 6.21. Perfiles de temperatura en la superficie interna del absorbedor a la salida del captador 9, considerando diferentes materiales (izquierda), y un acercamiento en la zona de concentración (derecha). ....	140
Figura 6.22. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 9, considerando diferentes materiales. ....	141
Figura 6.23. Distribución de temperatura 3D en la pared externa (izquierda) y en la pared interna (derecha) del absorbedor del captador 9 usando acero ferrítico. ....	142
Figura 6.24. Perfiles azimutales de la temperatura sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor a la salida captador 9, considerando diferentes ángulos del seguidor solar. ....	143
Figura 6.25. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 9, considerando diferentes ángulos del seguimiento solar. ....	144
Figura 6.26. Efecto del DNI sobre el perfil axial de la presión (izquierda) y las caídas de presión	

totales (derecha) en el captador 9.....	145
Figura 6.27. Perfiles axiales de las velocidades del vapor (izquierda) y líquido (derecha) en el captador 9 para diferentes DNI. ....	146
Figura 6.28. Perfiles axiales de la generación de masa (izquierda) y la calidad a la salida (derecha) del captador 9 para diferentes DNI. ....	146
Figura 6.29. Perfiles axiales del CTC bifásico (izquierda) y del ángulo del dryout (derecha) del captador 9 para diferentes DNI. ....	147
Figura 6.30. Perfiles axiales de los gradientes azimutales máximos de temperatura en la superficie exterior del absorbedor del captador 9 para diferentes DNI. ....	148
Figura 6.31. Perfiles azimutales de temperatura en la superficie externa del absorbedor del captador 10 a la salida, considerando diferentes materiales (izquierda), y una acercamiento en la zona de no concentración (derecha). ....	150
Figura 6.32. Conductividades térmicas para ambos aceros en el intervalo de temperaturas del captador 10 (ver la Figura 2.6 para un intervalo más amplio de temperaturas). ....	150
Figura 6.33. Perfiles azimutales de temperatura en la superficie interna del absorbedor en la sección de salida del captador 10, considerando diferentes materiales (izquierda), y un acercamiento en la zona de mayor concentración (derecha). ....	151
Figura 6.34. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 10, considerando diferentes materiales. ....	152
Figura 6.35. Distribución del gradiente de temperatura en las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 10: para los aceros ferrítico (arriba) e inoxidable (abajo). ....	153
Figura 6.36. Perfiles azimutales de la temperatura sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor a la salida del captador 10, considerando diferentes ángulos del seguidor solar. ....	154
Figura 6.37. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las paredes externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 10, considerando diferentes ángulos del seguimiento solar. ....	155
Figura 6.38. Efecto del DNI sobre el perfil axial de la presión (izquierda) y las caídas de presión total (derecha) en el captador 10. ....	156
Figura 6.39. Perfiles axiales de las velocidades del vapor (izquierda) y líquido (derecha) en el captador 10 para diferentes DNI. ....	157
Figura 6.40. Perfiles axiales de la generación de vapor del captador 10 para diferentes DNI.....	157

Figura 6.41. Perfiles axiales del CTC bifásico (izquierda) y el ángulo del dryout (derecha) del captador 10 para diferentes DNI. .... 158

Figura 6.42. Perfiles axiales de los gradientes azimutales máximos de temperatura en el captador 9 para diferentes DNI. .... 158

Figura 9.1. CF-NH en  $r = a$  y CF-NH en  $r = b$ . .... 180

Figura 9.2. Separación de las dos CF-NH aplicando el principio de superposición. .... 180

Figura 9.3. Presiones del gas, líquido e interfase, y esfuerzos cortantes en un flujo bifásico estratificado (para una apreciación mejor de las variables consulte la referencia [94])..... 195

Figura 9.4. Formulación del modelo a dos fluidos [137]. .... 196

# LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1. Principales trabajos de MTC que consideran DNUFC y desarrollo de un simulador. .	18
Tabla 1.2. Principales trabajos de MTH de GDV con CCP que involucran desarrollo de un simulador. ....	19
Tabla 2.1. Nomenclatura de las resistencias térmicas. ....	28
Tabla 2.2. Propiedades termofísicas de dos materiales diferentes [58]. ....	34
Tabla 2.3. Valores de los coeficientes en las fronteras para diferentes casos de CF de primer orden. ....	41
Tabla 3.1. Definiciones de los ángulos de secado para diferentes PF [85,117]. ....	52
Tabla 3.2. Densidad de la fase continua para diferentes PF. ....	59
Tabla 3.3. Correlaciones del factor de fricción interfacial. ....	60
Tabla 3.4. Ecuaciones para el coeficiente de masa virtual. ....	61
Tabla 3.5. Correlaciones para el cálculo del CTC en función de los modos de transferencia de calor en la pared. ....	63
Tabla 3.6. Coeficientes de transferencia de calor interfacial. ....	64
Tabla 4.1. Características del sistema físico (Khanna <i>et al.</i> [61]). ....	82
Tabla 4.2. Coeficientes de transferencia de calor calculados en función del flujo de calor externo y la temperatura promedio de la pared interna del tubo. ....	90
Tabla 4.3. Errores porcentuales del flujo de calor lineal hacia el fluido ( $Qf'$ ) respecto al flujo de calor lineal total ( $QT'$ ) con diferentes tamaños de malla en la dirección azimutal en ambas secciones transversales. ....	97
Tabla 4.4. Datos relevantes del CCP (Serrano-Aguilera <i>et al.</i> [28,75]). ....	98
Tabla 4.5. Datos experimentales reportados por Serrano-Aguilera <i>et al.</i> [28]. ....	99
Tabla 4.6. Comparación entre los resultados del código desarrollado y los datos experimentales reportados por Serrano-Aguilera <i>et al.</i> [28]. ....	99
Tabla 4.7. Porcentajes de desviación entre las máximas diferencias de temperatura obtenidas en este trabajo con respecto a los resultados numéricos de Serrano <i>et al.</i> [28]. ....	104
Tabla 5.1. Datos del estudio del sistema DISS [8,85]. ....	108

Tabla 5.2. Condiciones de operación de los captadores 9 y 10.....	110
Tabla 5.3. Modos de transferencia de calor [14].....	111
Tabla 6.1. Parámetros fijos utilizados en los estudios termohidráulicos, térmicos y paramétricos. .....	114
Tabla 6.2. Modos de transferencia de calor y patrones de flujo que se presentan en las diferentes secciones del tubo con ambos simuladores. ....	121
Tabla 6.3. Materiales considerados para el estudio del efecto de la conductividad térmica. ....	138
Tabla 9.1. Principales consideraciones hechas a la ecuación de momentum del modelo a dos fluidos de Lahey y Drew [108]. ....	200
Tabla 9.2. Principales consideraciones hechas a la ecuación de conservación de energía del modelo a dos fluidos de Lahey y Drew [108]. ....	201
Tabla 9.3. Comparación de algunos términos entre la ecuación de conservación de momentum de Lahey y Drew [108], y Ransom [139] (que es la de RELAP5). ....	204
Tabla 9.4. Comparación de algunos términos entre la ecuación de conservación de energía de Lahey y Drew [108], y la de [107]. ....	204

# NOMENCLATURA

<b>Símbolo</b>	<b>Descripción</b>
$A$	Área transversal del tubo o área ocupada por el fluido ( $m^2$ )
$A_i'''$	Área interfacial por unidad de volumen ( $m^2/m^3$ )
$A_{kw}'''$	Área de transferencia de calor de la fase $k$ con la pared por unidad de volumen ( $m^2/m^3$ )
$a_{gf}$	Área interfacial por unidad de volumen ( $m^2/m^3$ )
$C_D$	Coefficiente de arrastre (-)
$C_k$	Tensor de correlación de cuarto orden covariante para la ecuación de momentum (-)
$C_{VM}$	Coefficiente de masa virtual (-)
$D$	Diámetro del tubo (interno y externo del tubo metálico y tubo de vidrio) o diámetro hidráulico (m)
$dS$	Diferencial de superficie ( $m^2$ )
$dt$	Diferencial de tiempo (s)
$e_k$	Energía interna específica de la fase (J/kg)
$e_{ki}$	Energía interna interfacial de la fase (J/kg)
$e_k^T$	Energía cinética turbulenta de la fase (J/kg)
$f$	Factor de fricción de Moody (-)
$F_{ik}$	Fuerza de fricción interfacial por unidad de volumen de la fase $k$ ( $N/m^3$ )
$f_{iso}$	Factor de fricción de Darcy-Weisbach isotérmico (-)
$f_k$	Factor de fricción de Darcy-Weisbach de la fase $k$ (-)
$FI_k$	Fuerza de arrastre interfacial (N/m)
$FI$	Fricción de arrastre, coeficiente global de fricción interfacial y coeficiente de fricción interfacial
$FW$	Arrastre friccional pared-fluido (N/s)
$Fr$	Número de Froude (-)
$G$	Flux de masa o velocidad de masa ( $kg/m^2s$ )
$\vec{g}_k$	Vector de aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ )

$H$	Coeficiente de transferencia de calor por convección fluido pared ( $W/m^2K$ ) o coeficiente de transferencia de calor interfacial por unidad de volumen ( $W/m^5K$ )
$h^*$	Entalpía asociada con la transferencia de masa en la interfase líquido-vapor ( $J/kg$ )
$h'$	Entalpía asociada con la transferencia de masa en la intercara fluido-pared ( $J/kg$ )
$H_{dryout}$	Coeficiente de transferencia de calor por convección dryout ( $W/m^2K$ )
$k$	Conductividad térmica ( $W/mK$ )
$K_k$	Tensor de correlación de cuarto orden covariante para la ecuación de la energía
$\vec{M}_{ki}^d$	Fuerza volumétricas de arrastre en la interfase ( $N/m^3$ )
$\vec{M}_{kw}^d$	Fuerza volumétricas de arrastre en la pared ( $N/m^3$ )
$\vec{M}_{2i}^L$	Fuerza de sustentación ( $N/m^3$ )
$\vec{M}_{ki}^{nd}$	Fuerza volumétricas de no arrastre en la interfase ( $N/m^3$ )
$\vec{M}_{kw}^{nd}$	Fuerza volumétricas de no arrastre en la pared ( $N/m^3$ )
$\vec{M}_{ki}^{vm}$	Fuerza de masa virtual ( $N/m^3$ )
$\vec{M}_{2i}^{vm}$	Fuerza de masa virtual radial ( $N/m^3$ )
$\hat{n}_z$	vector unitario en dirección del flujo
$P$	Presión (Pa)
$p_H$	Perímetro calentado
$p_k$	Perímetro mojado por la fase k
$P_i$	Presión en la interfase
$p_w$	Perímetro mojado
$Q'''$	Transferencia de calor total por unidad de volumen ( $W/m^3$ )
$Q_{kw}$	Flujo de calor fluido-pared ( $W/m^3$ )
$Q_{ik}^B$	Transferencia de calor interfacial en la mezcla de fluido ( $W/m^3$ )
$Q_{ik}^w$	Transferencia de calor en la interfase fluido-pared ( $W/m^3$ )
$q''$	Flux de calor ( $W/m^2$ )
$\vec{q}''_k$	Flux de calor de la fase k ( $W/m^2$ )

$\vec{q}_k'''$	Generación de calor interna volumétrica de la fase (W/m <sup>3</sup> )
$q_{kw}$	Flux de calor fluido-pared (W/m <sup>2</sup> )
$\vec{q}_k''^T$	Flux de calor turbulento (W/m <sup>2</sup> )
$r$	Coordenada radial y radio del absorbedor (m)
$R_b$	Radio de la burbuja (m)
$RV$	Constante de razón de viscosidad (-)
$S_F$	Factor de forma (-)
$\vec{S}_{ki}'''$	Vector de área interfacial promedio por unidad de volumen (m <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> )
$\vec{S}_{kw}'''$	Vector de área promedio en la pared por unidad de volumen (m <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> )
$t$	Coordenada temporal o tiempo (s)
$T$	Temperatura (K)
$T_k$	Temperatura de la fase $k$ (K)
$\vec{U}_i$	Velocidad interfacial (m/s)
$U_k$	Energía interna específica de la fase (J/kg)
$V$	Volumen (m <sup>3</sup> )
$v_{fg}$	Velocidad relativa (m/s)
$v_k$	Magnitud de la velocidad de la fase-k (m/s)
$ \vec{v}_k $	Magnitud de la velocidad de la fase-k (m/s)
$\vec{v}_{ki}^r$	Velocidad interfacial (también $\vec{v}_{ki}^{nd}$ , $\vec{v}_{ki}^d$ , $\vec{v}_{ki}^r$ y $\vec{U}_i$ ) (m/s)
$We$	Número de Weber (-)
$X_{flow}$	Calidad del flujo (-)
$z$	Coordenada espacial paralela al flujo, coordenada axial (m)

## Símbolos

### griegos

$\beta$	Inclinación del colector (°)
$\Gamma_k$	Transferencia de masa interfacial de la fase $k$ (kg/m <sup>3</sup> s)
$\Delta P_{ki}$	Diferencia de presión entre el fluido y la interfase
$\Delta P_{ki}$	Diferencia de presión entre el fluido y la pared

$\Delta t$	Paso del tiempo o tamaño de la malla temporal (s)
$\Delta V$	Volumen del volumen de control ( $m^3$ )
$\Delta Z$	Longitud del volumen de control (m)
$\varepsilon$	Coefficiente de generación o condensación de vapor, rugosidad (-)
$\theta$	Ángulo del nivel del líquido estratificado ( $^\circ$ ), ángulo de secado (rad)
$\theta_{inc}$	Ángulo de incidencia ( $^\circ$ )
$\nu$	Viscosidad dinámica ( $m^2/s$ )
$\mu$	Viscosidad cinemática ( $kg/m \cdot s$ )
$\rho$	Densidad ( $kg/m^3$ )
$\dot{\phi}$	Variable donada
$\Phi$	Disipación de energía total ( $W/m^3$ )
$\Phi_k$	Disipación de energía de la fase k ( $W/m^3$ )
$\varepsilon$	Coefficiente de generación o condensación de vapor (-), rugosidad (m)
$\sigma$	Tensión superficial (N/m)
$\tau$	Esfuerzo cortante ( $N/m^2$ )
$\tau_k$	Esfuerzos cortantes de la fase k ( $N/m^2$ )
$\bar{\tau}_k$	Tensor de esfuerzos de la fase k ( $N/m^2$ )
$\bar{\tau}_{ki}$	Tensor de esfuerzos interfacial ( $N/m^2$ )
$\bar{\tau}_{kw}$	Tensor de esfuerzos cortantes en la pared ( $N/m^2$ )
$\bar{\tau}_k^{Re}$	Tensor de esfuerzos de Reynolds ( $N/m^2$ )
$\psi$	Ángulo del seguidor solar ( $^\circ$ )

### Subíndices

$a$	Absorbedor
$a, e$	Superficie externa de la pared del absorbedor
$a, i$	Superficie interna de la pared del absorbedor
$c$	Fase continua
$crit$	Crítico
$de$	Fin del dryout
$di$	Inicio del dryout
$dry$	Seco

<i>dryout</i>	Patrón de flujo dryout
<i>f</i>	Fase líquida
<i>FB</i>	Ebullición de película
<i>g</i>	Fase gaseosa
<i>H</i>	Relacionado al homogéneo
<i>ig</i>	Interfase-vapor
<i>if</i>	Interfase-líquido
<i>j</i>	Nodo de la malla desfasada
<i>k</i>	Fase k
<i>ki</i>	Interfase líquido-vapor
<i>kw</i>	Interfase fluido-pared
<i>m</i>	Mezcla o media
<i>mist</i>	Patrón de flujo niebla
<i>t</i>	Térmica
<i>TB</i>	Ebullición de transición
<i>w</i>	Pared
<i>wet</i>	Húmedo o mojado
<i>wg</i>	Intercara pared-vapor
<i>wk</i>	Intercara pared-fase k
<i>wl</i>	Intercara pared-líquido
<i>2F</i>	Dos fases

### **Superíndices**

<i>k *</i>	Valor que depende de la fase (1 para líquido, 2 para vapor)
<i>s</i>	Saturación
<i>w</i>	Intercara fluido-pared

## **Acrónimos**

AIM	Análisis de independencia de malla
ANM	Anular niebla
BBY	Burbuja
CCP	Captador solar cilindroparabólico
CTC	Coefficiente de transferencia de calor
DISS	Direct Solar Steam
DNI	Direct normal irradiation
DNUFC	Distribución no uniforme de flujo de calor
DRY	Dryout
DUFC	Distribución uniforme de flujo de calor
EDO	Ecuación diferencial ordinaria
EDP	Ecuación diferencial parcial
GDV	Generación directa de vapor
HST	Estratificado horizontal
HTF	Heat transfer fluid
LCR	Local ratio concentration
MCRT	Monte Carlo ray tracing
MDF	Método de diferencias Finitas
MTC	Modelo de transferencia de calor
MTH	Modelo termohidráulico
MVF	Método de volumen finito
PF	Patrón de flujo
PSA	Plataforma Solar de Almería
RELAP	Reactor Excursion and Leak Analysis Program
SEGS	Solar Electricity Generating Systems
SHG	Vapor sobrecalentado
SW	Estratificado ondulado

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se presentan las generalidades de la GDV, el panorama general del problema a abordar, la revisión de literatura, y los objetivos y alcances de la presente tesis. Los capítulos subsecuentes están ordenados de la siguiente manera (cuerpo de la tesis): Capítulo 2, modelo térmico en el tubo absorbedor; Capítulo 3, modelo termohidráulico del flujo bifásico dryout; Capítulo 4, verificación/validación de los simuladores desarrollados; Capítulo 5, planteamiento de los casos de estudio del PF dryout; Capítulo 6, estudios del flujo bifásico dryout; y Capítulo 7, conclusiones.

## 1.1 GENERALIDADES DE LA GENERACIÓN DIRECTA DE VAPOR (GDV)

Dentro de las tecnologías no convencionales disponibles para la generación de energía eléctrica se encuentran las plantas termosolares de concentración lineal. Existen dos dispositivos de concentración lineal, los captadores solares cilindroparábolicos (CCP) y los reflectores Fresnel (Figura 1.1). Los CCP son dispositivos que concentran la radiación solar en el eje focal del reflector cilindroparábólico (ver Figura 1.2). Los reflectores Fresnel funcionan bajo el mismo principio sólo que sustituyen el espejo reflector cilindroparábólico por una configuración de varias líneas de reflectores planos, lo que constituye un diseño más sencillo, más económico pero con una eficiencia óptica menor [1,2]. La tecnología de CCP existe desde hace varios años en países como Estados Unidos y España, constituyendo actualmente el 3.71 % y 1.7 % de su generación de energía eléctrica nacional, respectivamente. Por esto, las plantas con CCP se consideran como la tecnología solar más madura en el mercado [3].

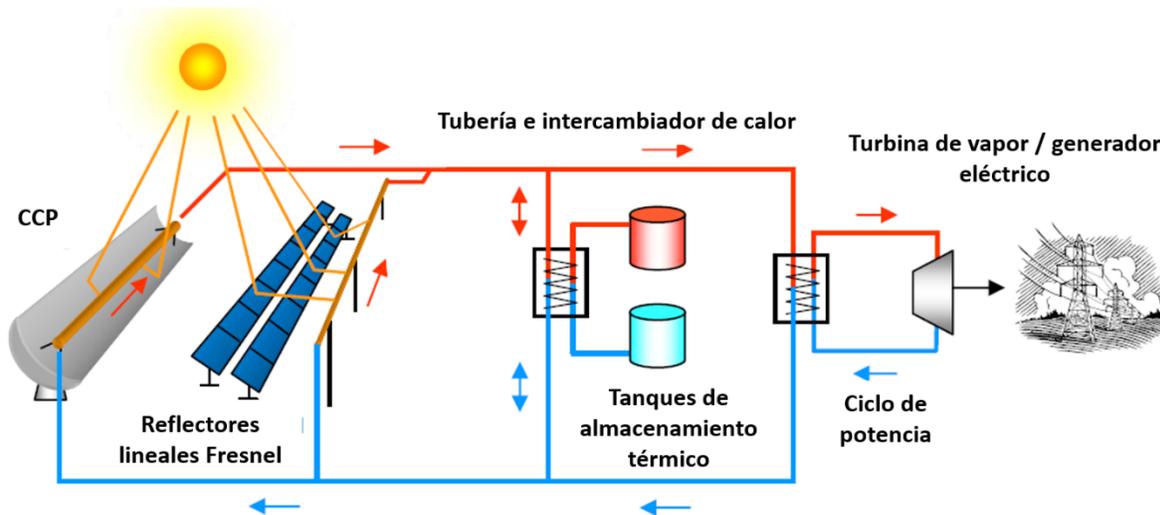


Figura 1.1. Tecnologías de concentración solar de foco lineal (traducida de [4]).

Estas plantas utilizan aceite térmico como fluido de trabajo o también llamados fluidos de transferencia de calor (HTF, por sus siglas en inglés) al interior del absorbedor de los CCP, y el campo solar tiene acoplado un segundo circuito para generación de vapor de manera indirecta (intercambiador de calor) como se ve en la Figura 1.3 (izquierda). Estas plantas son llamadas sistemas de generación de electricidad solar (SEGS, por sus siglas en inglés). Sin embargo, a pesar

de varias plantas comerciales SEGS, esta tecnología no es la mejor opción ya que tiene los siguientes inconvenientes [5]: la temperatura a la que el campo solar puede trabajar sin presentar riesgos es menor que 395 °C; a su vez, los aceites son inflamables; y la temperatura de servicio máximo se limita por la temperatura de degradación del aceite [1].

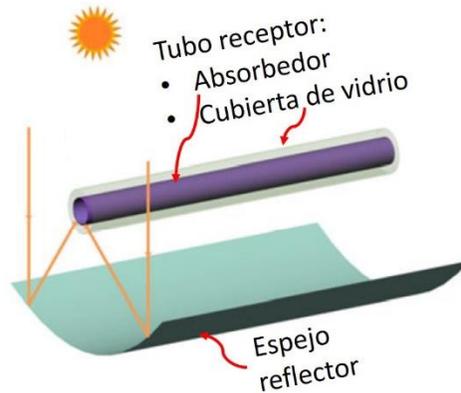


Figura 1.2. Esquema simplificado de un CCP, donde se puede apreciar el tubo absorbedor metálico, la cubierta de vidrio y el espejo reflector. (Adaptada y traducida de Wang *et al.* [6]).

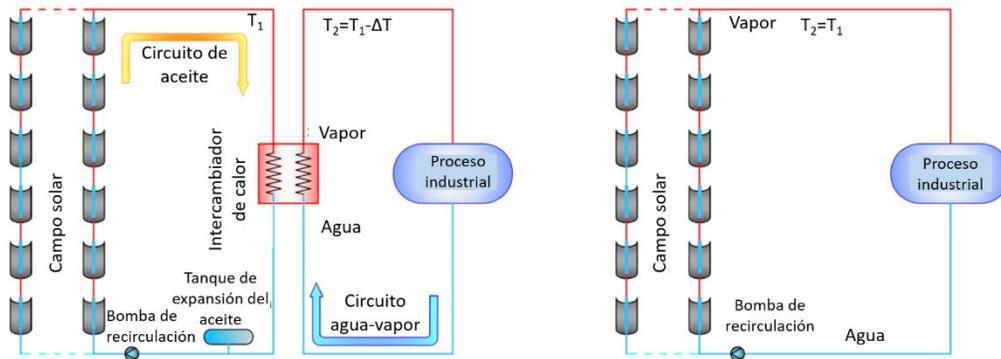


Figura 1.3. Comparación de una planta SEGS (izquierda) con una planta de GDV (derecha). (Traducida de [7]).

Una tecnología que resuelve los problemas antes mencionados de las plantas SEGS es la generación directa de vapor (GDV). La GDV puede ser definida como el proceso de precalentar, evaporar y sobrecalentar el agua directamente en el interior de los tubos absorbedores de los CCP [1,8]. Lo anterior simplifica el diseño de la planta ya que no requiere de un intercambiador de calor [2] como se muestra en la Figura 1.3 (derecha). Según los expertos, la GDV es una opción muy prometedora en cuanto a las plantas de potencia termosolares, tanto para reducir los costos como para incrementar la eficiencia global de la planta en comparación con las plantas SEGS [2,8–11] e

incrementar la potencia de la planta [3]. Las aplicaciones de la GDV no solo abarcan la generación de energía eléctrica, sino también el calor de proceso industrial [12–15] así como el uso de agua caliente en hoteles [16].

Existen tres configuraciones para las plantas de GDV, las cuales son llamadas modos de operación. Estos tres modos de operación son: un solo paso, recirculación e inyección; los cuales funcionan de la siguiente manera [8]: en un solo paso, el fluido (que circula en cada fila de captadores) se introduce en fase líquida y sale en forma de vapor o mezcla agua/vapor (flujo bifásico); en recirculación, existe un separador de vapor al final de la zona de evaporación de cada fila, el cual deja pasar solo el vapor, mientras que el líquido se recircula mediante una bomba para introducirlo al inicio de cada fila del campo solar; en inyección, una porción del agua se introduce al inicio del campo solar, ya que el resto se inyecta en pequeñas cantidades a lo largo de la fila de captadores. En la Figura 1.4 se presentan de forma esquemática los tres modos de operación de las plantas de GDV.

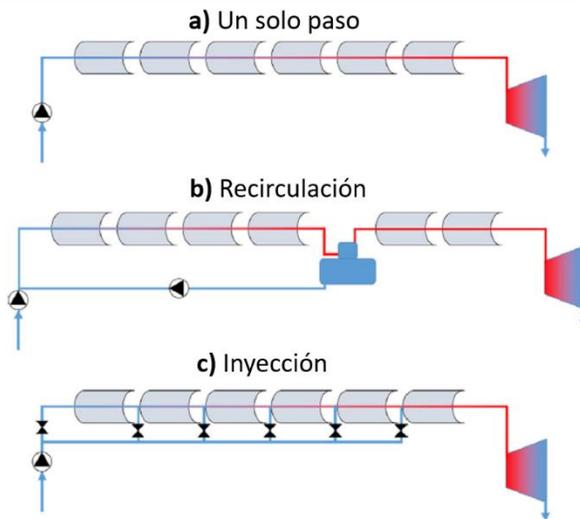


Figura 1.4. Modos de operación de las plantas de GDV (traducida de [1]).

En un sistema de GDV, por el hecho de generarse vapor dentro de los tubos absorbedores, se tiene la presencia del flujo bifásico agua/vapor. El flujo bifásico puede manifestarse en diversos patrones de flujo (PF) causando que la operación del sistema sea más compleja [1]. Los PF, o también llamados regímenes de flujo, se usan para describir la geometría interfacial de un flujo bifásico [17]. Dichos patrones de flujo dependen de las condiciones de operación de las plantas termosolares y de la inclinación de la tubería, por mencionar algunos factores. En la Figura 1.5 se muestran algunos PF que se presentan en la GDV (considerando una tubería horizontal o ligeramente

inclinada). Los PF bifásicos más comunes son: burbuja, tapón (o plug), slug, estratificado, estratificado ondulado, anular, dryout y niebla. La complejidad del comportamiento termohidráulico del flujo bifásico agua-vapor y su modelación rigurosa, es uno de los retos de interés científico a resolver en este y otros campos de aplicación [18]. A su vez, la GDV requiere un sistema de control más complejo con respecto a las plantas SEGS debido a la presencia del flujo bifásico y por otra parte tiene capacidad de almacenamiento térmico limitado [5].

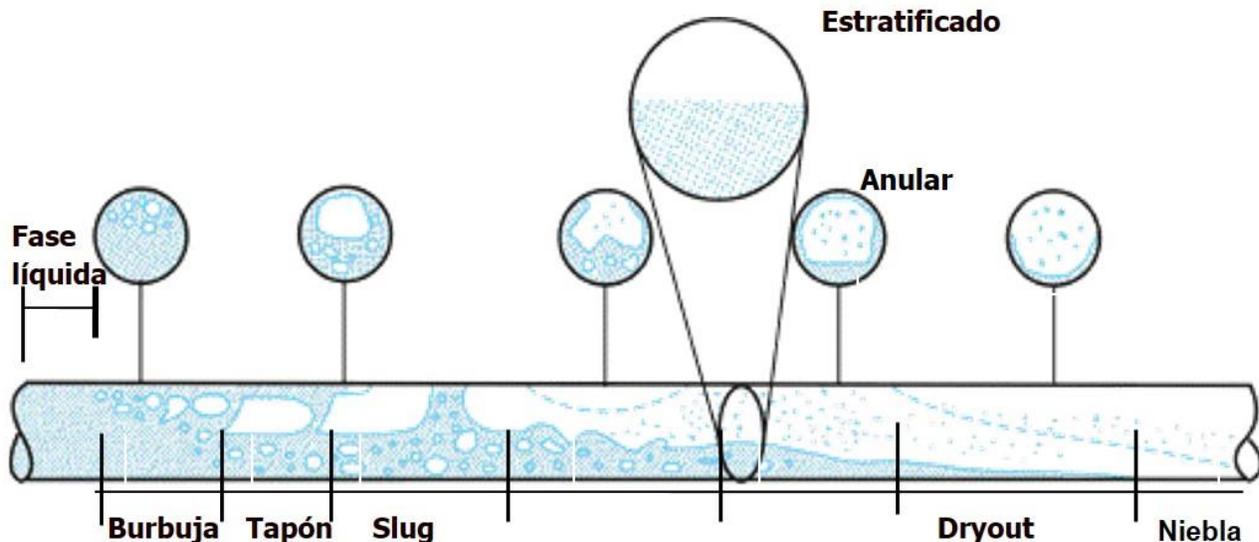


Figura 1.5. Patrones de flujo con evaporación en un tubo horizontal [19].

Las problemáticas más comunes de los sistemas de GDV con CCP se clasifican en dos tipos:

- *Operativos:* 1) los niveles de radiación solar son variables, por lo que para mantener la eficiencia nominal de la planta se requiere de una buena implementación de los sistemas de control; 2) la longitud de la sección de evaporación es variable debido a los diferentes niveles de radiación solar a lo largo del día; 3) posible inestabilidad del flujo debido a que puede presentarse la misma caída de presión para diferentes valores de flujo másico [20]; 4) distribución asimétrica del flujo másico en el arreglo de tuberías en paralelo [20,21]; 5) distribución no uniforme del flujo de calor (DNUFC) en la dirección azimutal del tubo absorbedor a causa de la concentración solar (esto también se presenta en las plantas SEGS); 6) posible deformación del tubo absorbedor (Figura 1.6 y Figura 1.7) debido a los fuertes gradientes térmicos producidos por la DNUFC y la presencia de los patrones de flujo estratificado [22–24] y dryout [24], entre las fases); 7) disminución de la eficiencia

global del CCP debido a la desviación del absorbedor respecto al eje focal (ver Figura 1.7) con probable rotura de la cubierta de vidrio a causa de la deformación del tubo absorbedor.

- *Modelado matemático:* 1) la complejidad del modelo matemático del comportamiento termohidráulico del flujo bifásico [11] y el establecimiento de las condiciones de cerradura para cada PF; 2) la naturaleza no uniforme del flujo de calor sobre la superficie externa del tubo absorbedor y la carencia de correlaciones apropiadas para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor (CTC) con DNUFC [25]; y 3) el CTC en la superficie interna del tubo absorbedor varía en la dirección azimutal, en función de la fase del fluido en contacto con el tubo [26,27].

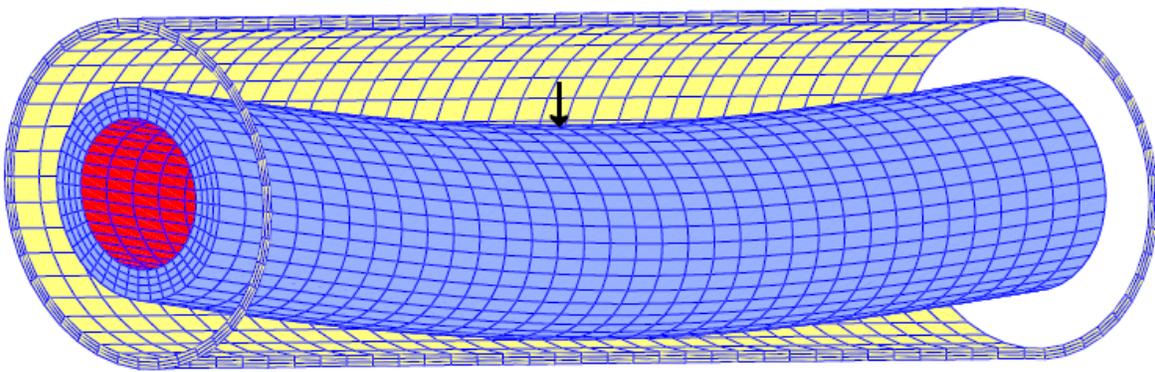


Figura 1.6. Simulación por computadora de la deformación de un tubo absorbedor [28].



Figura 1.7. Tubo absorbedor en el eje focal (izquierda) y fuera del eje focal (derecha) [23].

Debido al diseño de un CCP, la distribución del flujo de calor sobre el absorbedor no es uniforme, creando de esta manera una DNUFC en la dirección azimutal. Con el fin de evaluar esta condición, en la literatura se encuentran disponibles diferentes técnicas o métodos para involucrar su efecto en el modelo de transferencia de calor, siendo el método más común el trazado de rayos [29].

En general, un método de trazado de rayos es el proceso de seguir la trayectoria de un gran número de rayos de radiación incidente a través del sistema óptico (el conjunto de superficies refractantes y reflectantes) para determinar la distribución de los rayos procesados sobre la superficie de interés. Así, para un captador concentrador, el trazado de rayos solares empieza con la reunión de los rayos de radiación incidente sobre su apertura y la determinación de la distribución e intensidad de aquellos rayos sobre el absorbedor [30]. De esta manera el trazado de rayos determina la distribución de concentración de la radiación solar sobre el absorbedor del captador, llamada razón de concentración local (LCR, de sus siglas en inglés). En la Figura 1.8 se muestra la LCR sobre un absorbedor para diferentes ángulos de incidencia, donde se observa que cuando el ángulo de incidencia es cero, se tendrán valores más elevados de la LCR.

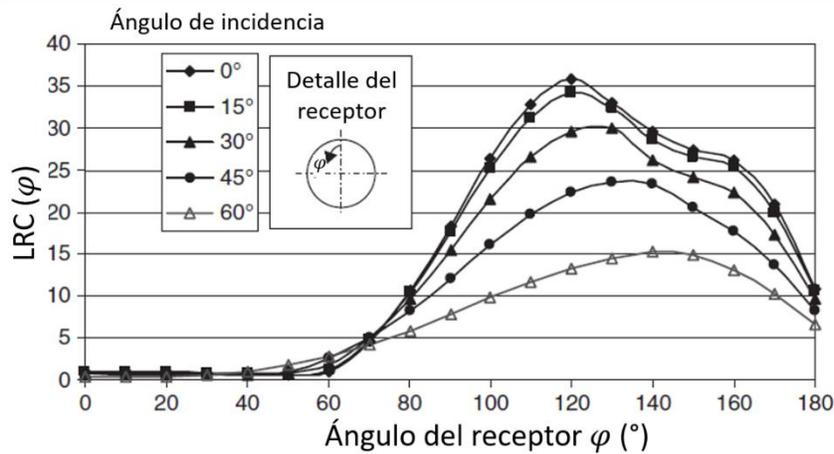


Figura 1.8. LCR sobre el absorbedor de un CCP (traducida de [31]).

Uno de los métodos muy utilizados para la obtención de la LCR es el de Monte Carlo (MCRT, por sus siglas en inglés) [32], el cual es un método estadístico que consiste en el seguimiento de la trayectoria de una serie de rayos generados aleatoriamente a través de un conjunto de elementos ópticos. De esta manera, las intersecciones de los rayos en los diferentes elementos permiten calcular la distribución superficial del flujo de radiación solar y así la LCR [33]. Un software que permite emplear el método MCRT es SolTrace [34] (ver Figura 1.9), el cual es de uso libre [4]. Sin embargo, Pei *et al.* [35] encontraron que la teoría de campos proporciona una mayor exactitud respecto al método MCRT.

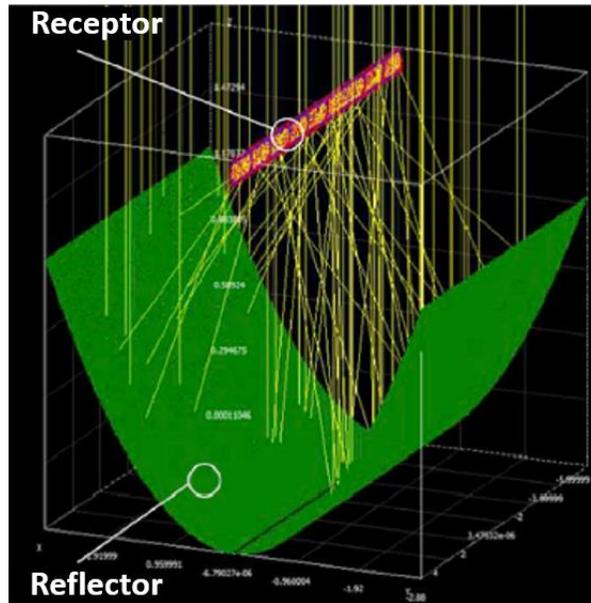


Figura 1.9. Modelado MCRT de un CCP en SolTrace (traducida de [7]).

## 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A ABORDAR

La DNUFC se considera como una de los principales factores de fallas en los CCP [6,29] ya que puede propiciar fuertes gradientes azimutales de temperatura causantes de la deformación del absorbedor y la rotura de la cubierta de vidrio [22,32,36]. Cabe mencionar que los problemas de la deformación del absorbedor y de la rotura del vidrio no son propios de esta tecnología, ya que también se presentan en la tecnología SEGS [37,38]. Sin embargo, en la tecnología de GDV, el problema es más crítico a causa de la presencia del flujo bifásico agua-vapor, especialmente del PF dryout y, en menor grado, del PF estratificado [36]. De aquí la importancia de considerar la DNUFC y los diferentes PF en la GDV. Un modelado adecuado de los gradientes de temperatura de los absorbedores permite conocer y predecir el comportamiento de dichos gradientes, con el fin de tomar acciones para garantizar la seguridad de los absorbedores.

El modelado del flujo bifásico en tuberías es un problema complejo, aunado a su acoplamiento con el modelo térmico con DNUFC especialmente importante en la GDV. Esto se debe a los diferentes PF que se llegan a presentar en el interior de la tubería (ver Figura 1.5). La aparición de cierto PF puede variar dependiendo del flujo másico, diámetro de la tubería, inclinación de la tubería, presión de trabajo, temperatura del fluido, condición de frontera de flujo de calor y tipo de fluido [19]. La presencia de un PF u otro causa cambios significativos en los parámetros termohidráulicos debido

a los diversos modos de transferencia de calor que transcurren a lo largo de la tubería y a las caídas de presión que se presentan en la zona de evaporación. Algunos parámetros fundamentales que dependen fuertemente del PF son: los esfuerzos en la interfase fluido-pared, los esfuerzos en la interfase fluido-fluido y el CTC. Este último es determinante en la transferencia de calor entre la pared del tubo absorbedor y el fluido de trabajo (agua y vapor en este caso) y, a su vez, en los gradientes azimutales de temperatura que pueden ocasionar fallas mecánicas.

Por lo general, el PF dryout (también llamado anular parcial o anular abierto) se presenta entre los PF anular y niebla (ver Figura 1.10). En el PF dryout, conforme se avanza en la longitud axial, la capa líquida comienza a disminuir tanto en espesor de película como en ángulo de secado. Lo que ocasiona que ambas fases estén en contacto con el absorbedor y se presenta un CTC para cada fase y una caída abrupta del CTC de la mezcla (ver Figura 1.11). Un CTC para cada fase es el causante de fuertes gradientes térmicos azimutales en el absorbedor, lo que a su vez podría provocar que el absorbedor presente deflexión, deformación permanente u otras fallas mecánicas (ver Figuras 1.6 y 1.7). Por esta razón, para asegurar que los gradientes azimutales de temperatura no sean críticos, es importante desarrollar modelos matemáticos y numéricos confiables para el estudio detallado de la transferencia de calor cuando se presenta el PF dryout.

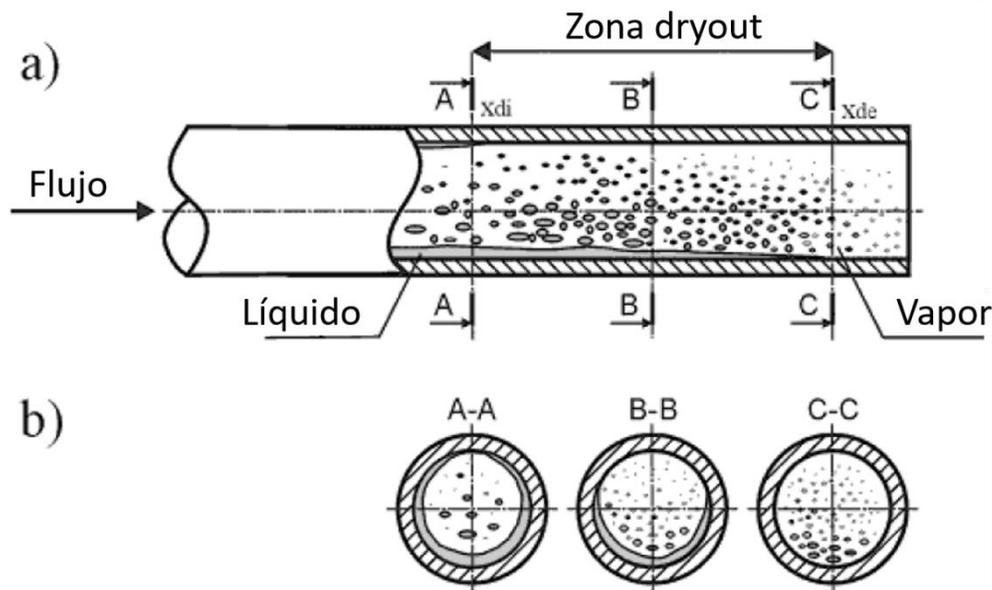


Figura 1.10. Evolución del PF dryout: a) Corte longitudinal, b) Cortes transversales. (traducida de [39]).

Las principales características del PF dryout son [39]:

- El secado progresivo en los tubos horizontales tiende a ocurrir a lo largo del tubo, en lugar de ocurrir simultáneamente alrededor del perímetro entero, como típicamente sucede en los tubos verticales. Esto se debe a que en los tubos horizontales, la película anular es más delgada en la parte superior de la tubería comparada con la parte inferior, y el secado tiende a ocurrir primero en la parte superior y entonces se presenta un secado progresivo alrededor del perímetro hasta llegar a secar la parte inferior.
- Durante la evaporación sobre la pared húmeda, la temperatura de la pared permanece cercana a la temperatura de saturación correspondiente a la presión local.
- El comienzo de la zona dryout en la parte superior de una tubería horizontal, se acompaña por una drástica caída en el coeficiente de transferencia de calor respecto a la región pre-dryout (típicamente flujo anular). El valor del CTC cae abruptamente conforme la película de líquido se va secando hasta el punto donde se seca por completo, a partir de este punto, el CTC permanece casi constante y se ha alcanzado el PF niebla (Figura 1.11).

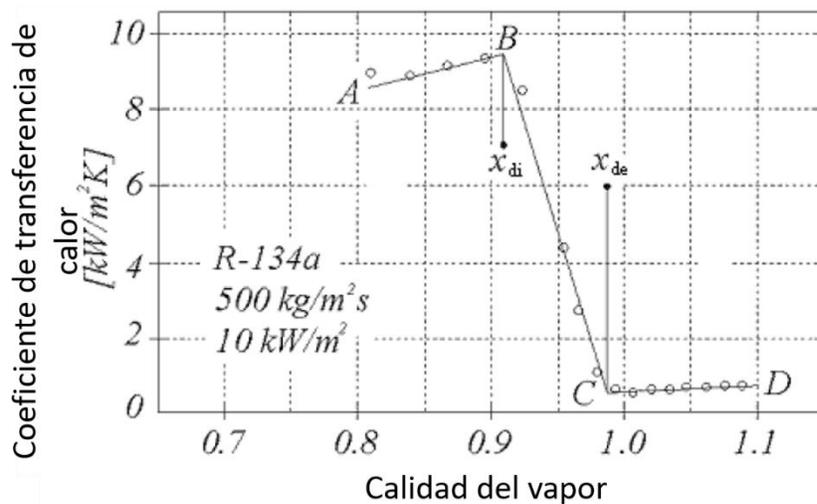


Figura 1.11. Caída del coeficiente de transferencia de calor por convección en la región dryout (traducida de [39]).

La literatura muestra que el estudio del PF dryout puede ser clasificada en tres diferentes categorías [40]:

- Métodos empíricos: El flujo de calor en la localización del dryout se relaciona con

parámetros de flujo a través de ecuaciones empíricas o tablas, tal como el diámetro del tubo, presión, velocidad de masa, calidad dryout, entre otros.

- **Modelo de espesor de película:** En este método, la variación axial del flujo de película de líquido en el PF anular se calcula tomando en cuenta los efectos de la deposición y arrastre de las gotas, y la evaporación. Se asume que la condición de secado se alcanza cuando el espesor local de la película de líquido en el flujo anular se aproxima a cero.
- **Modelo a tres fluidos:** En esta formulación, cada una de las tres fases (vapor, gotas y película de líquido) se consideran separadamente. El balance de masa, momentum y energía de cada fluido, junto con las ecuaciones constitutivas para la interacción interfase-fluido, describen la ebullición del flujo anular. Este modelo se asemeja al modelo a dos fluidos, solo que en este último, las gotas de agua y película líquida se consideran en una sola fase.

El PF dryout ha sido estudiado para aplicaciones de alto flujo de calor y alta velocidad de masa (especialmente aplicaciones de reactores nucleares y refrigerantes) [41–44]. También se han desarrollado modelos para predecir el dryout, considerando la razón de evaporación en la interfase líquido-vapor, y el arrastre y deposición de líquido en el flujo anular en reactores nucleares [45]. Sin embargo, no se ha desarrollado un simulador que analice la GDV en CCP considerando el PF dryout con el modelo a dos fluidos, acoplado al modelo térmico 2D del absorbedor con concentración solar.

### **1.3 DISCUSIÓN DEL ESTADO DEL ARTE**

El modelado de la GDV en los CCP tiene gran relevancia para un diseño adecuado y libre de riesgos del campo solar [46,47]. El presente trabajo de tesis se centra en el modelado termohidráulico y los gradientes de temperatura en la GDV en los CCP considerando DNUFC sobre la superficie exterior del tubo absorbedor. Por ello, la discusión se divide en dos temas principales. En la Sección 1.3.1 se discuten los modelos de transferencia de calor (MTC) en el absorbedor y en la Sección 1.3.2 se discuten los modelos termohidráulicos (MTH) del flujo bifásico. Aun cuando el sistema físico a estudiar es la GDV mediante CCP, en esta sección también se incluye la discusión de algunos trabajos relevantes de reflectores lineales Fresnel (RLF) y de sistemas SEGS (generación indirecta

de vapor), ya que varios aspectos de estos sistemas han contribuido a la modelación termohidráulica de la GDV, específicamente en las regiones monofásicas. Por ejemplo, el impacto que tiene la DNUFC sobre la distribución de temperatura del absorbedor [48], los gradientes máximos de temperatura en la dirección azimutal del absorbedor [48–50], el rendimiento térmico [5,6,49,51,52]; las caídas de presión [53]; y el acoplamiento del MTC con el MTH [54,55].

### 1.3.1 Estudios térmicos en el tubo absorbedor

Los trabajos discutidos en esta sección son aquellos que incluyen el MTC en los tubos absorbedores considerando DNUFC. La DNUFC tiene gran relevancia en los sistemas de CCP [29,32,56], por su influencia sobre su rendimiento térmico [6,49,51,52], en los gradientes térmicos [50,52,57–59], en la deformación [50,52,59–63], los esfuerzos térmicos [50,64–66], y el CTC del fluido dentro del tubo [67–69]. El hecho de estudiar la influencia de la DNUFC sobre estos parámetros ayuda a determinar las características del diseño más adecuado y optimizar el funcionamiento del CCP. Por otra parte, en los sistemas de CCP la transferencia de calor es de índole transitoria debido al cambio continuo de las condiciones ambientales [70].

La mayoría de los trabajos sobre DNUFC en el tubo absorbedor de un CCP se enfocan a soluciones numéricas en estado estacionario [28,46,73,74,47,49,51,53,65,66,71,72], siendo los trabajos de Sandá *et al.* [25] y Serrano *et al.* [28] de los más completos, ya que resolvieron la ecuación de conducción de calor en 3D, acoplando su modelo a un flujo de vapor sobrecalentado y a un modelo óptico considerando una distribución LCR. Obteniendo un modelo capaz de predecir resultados muy congruentes con respecto a los datos experimentales. Otros trabajos son los de Eck *et al.* [46,47] y Li *et al.* [74], en los cuales se consideró una distribución escalón de la radiación solar incidente (100 % del lado concentrado y 0 % del lado opuesto) pero además una distribución gaussiana. De igual manera, Martínez y Almanza [72] consideraron una distribución escalón. Moya *et al.* [57], Valenzuela *et al.* [58] y Serrano *et al.* [75] asumieron diferentes proporciones del flujo de calor entre las partes concentrada y no concentrada, y a su vez emplearon el simulador comercial RELAP5 para sus estudios, ya que también tomaron en cuenta el comportamiento termohidráulico del fluido al interior (mezcla agua/vapor).

Son pocos los trabajos que consideran el estado transitorio [26,63]. Khanna *et al.* [61] realizaron

un trabajo experimental mediante el cual analizaron la transferencia de calor en estado transitorio en un tubo hueco de 5.86 m de largo y 25/35 mm de radio interno/externo, involucrando una DNUFC tipo escalón. Heidemann *et al.* [26] emplearon el método de diferencias finitas para estudiar la conducción de calor en 2D con condiciones de frontera transitorias y DNUFC de un sistema de GDV (en la región bifásica). Ellos concluyeron que cuando la radiación solar disminuye abruptamente, ocurren fuertes gradientes de temperatura en los tubos absorbedores en un corto periodo de tiempo. Wirz *et al.* [54] resolvieron un MTC (incluyendo un modelo óptico) en 3D y pseudo-transitorio para un tubo absorbedor (con Syltherm 800 como fluido de trabajo) usando el método de volumen finito y el método MCRT para la DNUFC. Xu *et al.* [76] involucraron el comportamiento transitorio a través de la variación de la radiación solar directa y el flujo másico, sin embargo su modelo de conducción de calor fue estacionario.

Respecto a soluciones analíticas, algunas se encuentran incluidas en libros académicos de conducción de calor [77,78], en los cuales se presentan metodologías y algunas soluciones de la ecuación de conducción de calor en tuberías (cilindros huecos) bajo diferentes condiciones de frontera. Sin embargo, las soluciones están planteadas para casos simples por lo que no han sido aplicadas a sistemas de GDV. En tales libros no se presentan soluciones para determinar  $T(r, \varphi, t)$  con condiciones de frontera no homogéneas en tubos. Uno de los modelos analíticos más completos es el presentado por Khanna *et al.* [79] quienes analizaron la ecuación de conducción de calor en estado estacionario para determinar  $T(r, \varphi)$  aplicando un caso particular del problema de Sturm-Liouville [77,78]. Adicionalmente, Khanna *et al.* [62] llevaron a cabo otros estudios teóricos para un tubo absorbedor bimetálico.

Los gradientes de temperatura críticos en la dirección azimutal han sido determinados por diversos autores en la GDV, por ejemplo, Zarza [8], Eck *et al.* [46,47] y Li *et al.* [27,74], por mencionar algunos. Estos trabajos muestran una influencia importante de la DNUFC y de los PF de fases separados (estratificado liso y ondulado) sobre la distribución de temperatura azimutal en la pared del absorbedor. Sin embargo, el impacto del PF dryout no ha sido determinado en estos estudios a causa de que es un patrón relativamente poco conocido en aplicaciones solares y cuyo efecto se ha enmascarado de alguna manera en el PF estratificado ondulado. Por otra parte, Liang *et al.* [80] compararon diferentes modelos de transferencia de calor en el tubo absorbedor haciendo diferentes consideraciones. Llegaron a la conclusión que era innecesario considerar la conducción de calor

entre las paredes interna y externa de cada uno de los tubos del receptor (absorbedor y cubierta de vidrio), así como tampoco era importante considerar los nodos circundantes a lo largo del eje axial del tubo absorbedor para la conducción de calor. Sin embargo, esta es una declaración que no siempre es válida, ya que depende de otros factores, por ejemplo el espesor de la pared del tubo, la condición de distribución de flujo de calor en las direcciones azimutal y axial, las condiciones de operación del fluido al interior de la tubería, y por supuesto el rango de temperaturas que se maneje.

### 1.3.2 Estudios termohidráulicos de la GDV

Los trabajos discutidos en esta sección abarcan diversos aspectos del MTH del flujo bifásico y que pudieran estar acoplados o no al MTC de los tubos absorbedores, donde la mayoría considera una DNUFC.

La determinación del rendimiento térmico en el fluido de trabajo de los sistemas de GDV ha sido de gran interés debido a que es uno de los parámetros fundamentales para justificar su ventaja con respecto a los sistemas SEGS (Figura 1.3). En general, hay dos enfoques que se pueden seguir para determinar este rendimiento térmico, uno es involucrando todos o algunos de los mecanismos de transferencia de calor, para el cálculo de las ganancias y pérdidas de calor en el tubo receptor. El otro es aplicando una ecuación experimental de pérdidas de calor. Ambos enfoques han sido comparados por Odeh *et al.* [81] concluyendo que predicen rendimientos térmicos similares. Posteriormente, Mohamad *et al.* [82] analizaron las pérdidas de calor considerando un modelo de transferencia de calor conjugada en el absorbedor y líquido monofásico en su interior. Sin embargo, todos estos autores no incorporaron la DNUFC en el absorbedor ni tampoco consideraron un coeficiente de transferencia de calor para cada fase.

El modelado del comportamiento termohidráulico del flujo bifásico agua/vapor es una de las herramientas más relevantes para el diseño y estudio de la GDV en CCP y en otros sistemas como los nucleares. En la literatura se han encontrado diferentes alternativas de modelado, incluyendo el desarrollo de códigos propios, el uso de simuladores nucleares como RELAP5 (a falta de simuladores específicos para sistemas de concentración solar), o simuladores de aplicación más general como el FLUENT. Mediante RELAP5 (basado en el modelo matemático a dos fluidos en 1D) se pueden simular diversos PF con sus transiciones, mientras que con FLUENT (basado en un

modelo matemático de flujo homogéneo) se pueden simular de una manera más simplificada aunque en 3D. Odeh *et al.* [81,83] realizaron un estudio numérico desarrollando un simulador propio de la GDV en CCP dividiendo al flujo bifásico a lo largo del tubo absorbedor en las regiones de precalentado, evaporación (región bifásica) y sobrecalentado. De esta forma introdujeron la metodología de estudiar las tres regiones de la GDV de manera separada; sin embargo, consideraron flujo de calor uniforme. Eck *et al.* [46,47] desarrollaron un código en MATLAB® en estado estacionario y considerando una DNUFC tipo gaussiana; aplicando un modelo homogéneo y mecánico para el flujo de fluido agua/vapor. Xu *et al.* [84] estudiaron la GDV en el sistema DISS desarrollando un modelo matemático homogéneo unidimensional y cuasi-estacionario de las ecuaciones de conservación de energía en el fluido de trabajo (dividido en las tres regiones), en la pared del tubo absorbedor y en la cubierta de vidrio, mientras que el flujo de calor se consideró uniforme. Elsaifi [85] estudió el sistema DISS en el modo de un solo paso mediante balances globales en estado estacionario considerando el modelo homogéneo para el flujo de fluido; de igual manera dividió la GDV en las tres regiones. Adicionalmente, utilizó un enfoque fenomenológico (o mecánico) aplicando correlaciones de caídas de presión y del CTC para cada patrón de flujo; sin embargo, no consideró una DNUFC.

Debido a que el fenómeno de evaporación del agua también se presenta en la ingeniería nuclear, y los simuladores nucleares se encuentran en una etapa muy madura para estudiar el complejo flujo bifásico, diversos autores han aprovechado estas herramientas para estudiar el comportamiento termohidráulico del agua en evaporación en sistemas de GDV mediante CCP. Moya *et al.* [57] utilizaron por primera vez el simulador RELAP5 para el estudio de la GDV en el sistema DISS, validando sus resultados numéricos con datos experimentales de la plataforma solar de Almería. Ellos consideraron una DNUFC tipo escalón y transferencia de calor sólo en la dirección radial en la pared del tubo. Posteriormente surgieron una serie de estudios del sistema DISS mediante este simulador, analizando diferentes aspectos termohidráulicos, tanto en estado estacionario como transitorio [58,75,86]. Los estudios con RELAP5 también se extendieron al análisis de la GDV en tuberías conectadas en paralelo [20] y en captadores de pequeño tamaño para calor de proceso industrial [14]. Otro simulador nuclear que ha sido empleado para aplicaciones de GDV es ATHLET (ver la sección 3.1.3.5. de la referencia [7]), como puede verse en el trabajo de Hoffmann *et al.* [87], quienes estudiaron la dinámica del flujo bifásico al interior del sistema DISS. Ambos simuladores, RELAP5 y ATHLET usan el modelo a dos fluidos (también llamado modelo de seis

ecuaciones). Algunas diferencias entre RELAP5 y ATHLET están en las ecuaciones de conservación de momentum, por ejemplo, en las expresiones de los esfuerzos interfaciales y en la pared, y en la expresión de la masa virtual; mientras que las ecuaciones de conservación de la energía se expresan en términos de la entalpía (en ATHLET). No obstante los buenos resultados que los simuladores nucleares comerciales han permitido proporcionar para estudios de GDV mediante CCP, no es posible determinar con precisión la distribución de temperatura azimutal en el absorbedor, ni directamente la presencia del PF dryout.

Lobón *et al.* [88,89] estudiaron el comportamiento termohidráulico del flujo agua/vapor en el sistema DISS en el modo de operación de un solo paso, considerando una DNUFC. El estudio fue realizado mediante el paquete comercial STAR-CCM+ el cual está basado en un modelo de flujo bifásico localmente homogéneo. En sus resultados muestran perfiles axiales de temperatura y presión en estado estacionario para diferentes condiciones de operación, así como también valores de temperatura y presión a la salida en el estado transitorio [89].

Li *et al.* [24,74] estudiaron la termohidráulica del flujo bifásico en el interior del tubo absorbedor del sistema DISS mediante un modelo homogéneo y mecanístico en estado estacionario. Abordaron además los aspectos de esfuerzos y deformación térmica del tubo absorbedor, a causa de los gradientes circunferenciales de temperatura por efecto de la DNUFC y de las variaciones temporales<sup>1</sup> de las condiciones ambientales. Sin embargo, el modo de operación considerado en el campo solar fue recirculación y por tanto el PF dryout no se presentó. Hachicha *et al.* [90] extendieron sus trabajos previos [48,91] para determinar los gradientes térmicos en la GDV con DNUFC incluyendo la región bifásica. Ellos acoplaron el MTC con un MTH homogéneo y además un modelo óptico. De esta manera determinaron diferentes patrones de flujo desde líquido monofásico hasta vapor sobrecalentado, para el modo de operación de un solo paso, encontrando los mayores gradientes de temperatura en la región del vapor sobrecalentado. Ferchichi *et al.* [11] aplicaron el MVF para desarrollar un MTH en 1D en estado estacionario. Para la transferencia de calor hacia el fluido, consideraron un balance global. La mezcla agua/vapor fue tratada con un enfoque drift-flux. Analizaron el comportamiento transitorio de la temperatura y la presión a la salida del campo solar del sistema DISS en el modo de recirculación.

---

<sup>1</sup> Afectando las condiciones de frontera y de operación del sistema.

El acoplamiento del MTH y el MTC se da por medio de la temperatura de la superficie interior del tubo absorbedor y de la temperatura y el CTC del fluido de contacto. Por consiguiente, al tener dos fases en la región de evaporación, un CTC para cada una de las fases debería de ser incorporado. Hace 29 años Heidemann *et al.* [26] realizaron un estudio para un flujo estratificado considerando un valor del CTC para cada una de las fases, mostrando cómo esta consideración modela de una forma más realista los gradientes de temperatura en la pared del absorbedor. A pesar de este estudio de Heidemann *et al.* [26], en la mayoría de los trabajos más recientes del modelado de la transferencia de calor pared-fluido no se ha tomado la consideración de un CTC para cada fase, salvo en los estudios de Li *et al.* [27,74] para el modo de recirculación. Elsafi [85] consideró un CTC promedio tomando en cuenta el CTC de cada fase, ponderándolos con la razón del perímetro de contacto de cada fase con la pared. Sin embargo, no estudió su efecto sobre la distribución de la temperatura en la pared del absorbedor.

Los patrones de flujo que han sido ampliamente identificados en la GDV mediante CCP son: líquido subenfriado [48,82], estratificado [22,24,26,27,46,47,74], anular [72], slug [86], vapor sobrecalentado [25,27,28,48,92], entre otros [85]. Sin embargo, el PF dryout solo ha sido identificado por Moya *et al.* [57] de forma indirecta, mediante el simulador RELAP5; y modelado por Elsafi [85] considerando flujo de calor uniforme; ambos trabajos aplicados al sistema DISS.

No obstante que el modelo a dos fluidos es más completo que el modelo homogéneo, ha sido más empleado en la ingeniería petrolera [93,94] y en la ingeniería nuclear [17] que en los sistemas solares. De hecho, no se ha encontrado ningún trabajo en el que se desarrolle un simulador propio para el análisis termohidráulico de la GDV con base en el modelo a dos fluidos a causa de la complejidad del mismo. No obstante, el modelo a dos fluidos es estable, ya que puede ser planteado como un modelo bien posicionado y para su solución puede aplicarse esquemas numéricos convergentes [95]. El método de diferencias finitas con un arreglo implícito hacia adelante para la coordenada temporal y un arreglo hacia atrás para la coordenada espacial, ha sido la técnica numérica de discretización más empleada para resolver el modelo a dos fluidos. Además, un esquema donante y tipo donante deben ser utilizados para las ecuaciones de conservación [17,94,96–98] para ayudar a la convergencia numérica. Otra alternativa para solucionar el modelo a dos fluidos es el esquema de corrección de presión aun cuando pueden causar problemas de convergencia [99,100].

### 1.3.3 Conclusiones del estado del arte

En las Tablas 1.1 y 1.2 se resumen las características de los trabajos más relevantes y apegados al tema de la presente tesis.

Tabla 1.1. Principales trabajos de MTC que consideran DNUFC y desarrollo de un simulador.

Autor(es)	MTC	Análisis	2 CTC	$k_a(T)$ , $\rho_a(T)$ y $Cp_a(T)$	$Q''_{loss}$	Solución
Heidemann <i>et al.</i> (1992) [26]	$T(r, \varphi, t)$	$T(r, \varphi, z, t)$	✓		✓	MDF
Wirz <i>et al.</i> (2012) [54]	$T(r, \varphi, z)$	$T(r, \varphi, z, t)$			✓	MVF
Serrano <i>et al.</i> (2014) [28]	$T(r, \varphi, z)$	$T(r, \varphi, z)$			✓	MDF
Xu <i>et al.</i> (2018) [76]	$T(r, \varphi, z)$	$T(r, \varphi, z, t)$			✓	MVF
Khanna <i>et al.</i> (2015) [60]	$T(r, \varphi)$	$T(r, \varphi, z)$			✓	Analítica
Cundapí <i>et al.</i> (2020) [92], resultado del presente estudio	$T(r, \varphi, t)$	$T(r, \varphi, z, t)$				Analítica
Sandá <i>et al.</i> (2021) [25]	$T(r, \varphi, t)$	$T(r, \varphi, z)$		✓	✓	MVF
Presente estudio	$T(r, \varphi, t)$	$T(r, \varphi, z, t)$	✓	✓	✓	MDF

Tabla 1.2. Principales trabajos de MTH de GDV con CCP que involucran desarrollo de un simulador.

Autor(es)	Características	MO	MTC	DNUFC	MTH	Método de solución del MTH	Fluido	PF	$k_a(T)$ , $\rho_a(T)$ , $C_{p_a}(T)$	2CTC	$\Delta T_\phi$
Odeh <i>et al.</i> (1998, 2000) [81,83]	$L: 99$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/66$ $AC: 547$	USP	$T(z)$		Homogéneo y estacionario	Balance global (Analítico)	Agua/vapor	Líquido monofásico, intermitente, estratificado liso, anular y vapor sobrecalentado			
Eck <i>et al.</i> (2004, 2005) [46,47]	$L: 1000$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/55$ $AC: 5760^*$	R	$T(\phi, z)$	✓	Homogéneo y estacionario	Balance global	Agua/vapor	Líquido monofásico, estratificado ondulado, anular y vapor sobrecalentado		✓	✓
Xu <i>et al.</i> (2015) [84]	$L: 785$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/55$ $AC: 4423.68$	R	$T(z)$		Homogéneo	Balance global	Agua/vapor	Líquido monofásico, bifásico (NE) y vapor sobrecalentado			
Elsafi (2015) [85]	$L: 500$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/50$ $AC: 2880$	USP	$T(z)$		Homogéneo y estacionario	Balance global	Agua/vapor	Líquido subenfriado, burbuja, estratificado liso, estratificado ondulado, slug, anular, dryout, niebla y vapor sobrecalentado		✓	
Li <i>et al.</i> (2017) [24,74]	$L: 1000$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/55$ $AC: 5760^*$	R	$T(r, \phi, z)$	✓	Homogéneo y estacionario	Balance global	Agua/vapor	Estratificado y vapor sobrecalentado		✓	✓
Hachicha (2018) [90]	$L: 500$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/50$ $AC: 2880$	USP	$T(\phi, z)$	✓	Homogéneo y estacionario	Balance global	Agua/vapor	Líquido subenfriado, burbuja, estratificado liso, anular y vapor sobrecalentado			✓
Sandá <i>et al.</i> (2021) [25]	$L: 7.8$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/66$ $AC: 39$	USP	$T(r, \phi, z)$	✓	Homogéneo y estacionario	MVF	Syltherm 800	Líquido monofásico	✓		✓
	Agua y vapor						Vapor sobrecalentado				
Presente estudio	$L: 25^{**}$ $D_{a,e}/D_{a,i}: 70/50$ $AC: 144$	USP	$T(r, \phi, z, t)$	✓	A dos fluidos y transitorio	MDF	Agua/vapor	Anular, estratificado ondulado, dryout y sobrecalentado	✓	✓	✓

**Nomenclatura de la tabla:** AC: área de captación en  $m^2$ ;  $D_{a,e}/D_{a,i}$ : diámetros externo e interno del absorbedor metálico en m, respectivamente; L: longitud en m; MO: Modo de operación; NE: no específica; R: modo de recirculación; USP: modo de un solo paso.

\*Aproximadamente; \*\*Aunque se analizó una mayor longitud del tubo, los estudios se centraron en dos captadores individuales de 25 m cada uno.

De la discusión de la literatura se puede concluir lo siguiente:

- El método MCRT ha sido el más usado para determinar la distribución de flujo de calor en la superficie exterior del tubo absorbedor y la LCR implicada puede ser obtenida con el software SolTrace.
- La condición de frontera de DNUFC sobre la superficie del tubo absorbedor tiene un impacto significativo en la distribución de temperatura azimutal en el tubo y por ende está fuertemente ligada a su deformación no uniforme. Lo anterior es más crítico cuando se tiene un flujo bifásico en una configuración de flujos separados (i.e. estratificado liso, estratificado ondulado y dryout) debido a que cada fase tiene su propio CTC.
- El MTC ha sido mayormente estudiado con modelos en estado estacionario y considerando las propiedades termofísicas del tubo absorbedor independientes de la temperatura.
- Hasta donde se sabe, no se han publicado soluciones analíticas de la ecuación de conducción de calor en estado transitorio y en 2D ( $r, \varphi$ ), involucrando la DNUFC en un CCP, aparte del trabajo recientemente publicado derivado de esta tesis [92].
- Hay una escasez de trabajos que abordan la transferencia de calor en el tubo absorbedor considerando los diversos PF para la transferencia de calor pared-fluido, y los que hay, en su gran mayoría, emplean el modelo homogéneo para el estudio termohidráulico del flujo agua vapor. Dicho modelo sólo debería ser aplicado a los patrones de flujo burbuja y niebla, básicamente, y no indiscriminadamente a todos los patrones de flujo [19].
- Los trabajos en los que se suelen seccionar la tubería en función de los diferentes PF y aplicar correlaciones específicas (o modelado) para cada PF (como lo hacen los códigos nucleares), muestran una mejor concordancia con los valores experimentales en relación a los trabajos que no los consideran.
- No se han encontrado trabajos del modelado matemático del PF dryout para la GDV en CCP que estudien los gradientes térmicos en esta zona.
- Los simuladores nucleares RELAP5 y ATHLET han mostrado ser confiables para estudios termohidráulicos de la GDV mediante CCP, pero es necesario adaptarlos para poder

incorporar todas las partes del elemento colector de calor de los CCP, para calcular las pérdidas de calor mediante los modelos térmicos y ópticos pertinentes, y no considerar estas pérdidas de calor mediante una eficiencia térmica global. Tampoco es posible incorporar en ellos condiciones de DNUFC que sean apropiadas para concentración solar.

- El modelo a dos fluidos unidimensional, en su formulación de promediados en tiempo y espacio, ha sido muy empleado en el estudio termohidráulico del flujo bifásico en diversos campos de la ingeniería, debido a que ha demostrado estabilidad numérica cuando se tienen fases separadas y dispersas. Además, este es el modelo más completo para el estudio del flujo bifásico, ya que permite considerar las interacciones entre las fases y entre la pared con cada una de las fases. Sin embargo, para estudios de GDV en CCP, mayormente se ha empleado el modelo homogéneo.
- La técnica numérica de diferencias finitas ha mostrado ser muy estable para la solución del modelo a dos fluidos, involucrando transferencia de calor e intercambio de masa interfacial.
- El concepto de celda donante ha mostrado ayudar en la estabilidad numérica.
- No existe un modelo numérico y transitorio que acople la ecuación de conducción de calor en 2D y el modelo a dos fluidos 1D para el PF dryout. Y que además considere las propiedades termofísicas del tubo absorbedor dependientes de la temperatura, el cálculo de un CTC para cada fase y la DNUFC.

## 1.4 JUSTIFICACIÓN

Con base a las conclusiones del estado del arte se observa la necesidad de desarrollar un simulador que incorpore modelos matemáticos y numéricos que acoplen la transferencia de calor conjugada en el tubo absorbedor de un CCP con el comportamiento termohidráulico del PF dryout (con base en el modelo a dos fluidos), y que además tome en cuenta la distribución no uniforme del flujo de calor en la pared del tubo y un coeficiente de transferencia de calor por convección para cada fase.

Lo anterior con la finalidad de obtener campos o perfiles de los parámetros termohidráulicos más representativos del PF dryout y determinar los gradientes térmicos en las secciones transversales

del tubo absorbedor. Mediante este tipo de estudios es posible minimizar los riesgos de deformación del tubo absorbedor y a su vez puede ser útil para cuestiones de diseño, optimización de los tubos absorbedores de un CCP [38] y para ayudar a determinar las condiciones factibles de operación de los sistemas de GDV mediante CCP bajo este PF.

## **1.5 OBJETIVOS Y ALCANCES**

De las conclusiones del estado del arte, se establecen los siguientes objetivos y alcances.

### **1.5.1 Objetivo general**

Desarrollar un simulador para la modelación termohidráulica del flujo bifásico agua-vapor en el tubo absorbedor de un captador cilindroparabólico para la generación directa de vapor bajo la configuración del patrón de flujo dryout y considerando concentración solar.

### **1.5.2 Objetivos específicos**

- Determinar las condiciones de operación bajo las cuales se presenta el patrón de flujo dryout en la generación directa de vapor.
- Determinar los gradientes térmicos azimutales y coeficientes de transferencia de calor de mezcla y para cada fase.
- Determinar las condiciones bajo las cuales la presencia del patrón de flujo dryout podría ser crítica.
- Analizar la evolución del secado de la película líquida en diferentes secciones transversales a lo largo de la región del patrón de flujo dryout.

### 1.5.3 Alcances

Se aplica el modelo a dos fluidos para el estudio termohidráulico del patrón de flujo dryout así como el modelo de transferencia de calor conjugada y el método MCRT para el estudio de la transferencia de calor en el tubo absorbedor de acero ferrítico de 25 m de longitud y diámetros interno y externo de 5 y 7 cm, respectivamente. El sistema de ecuaciones se discretiza utilizando el método de diferencias finitas. Los resultados son analizados en el estado cuasi-estacionario. El simulador se programa en lenguaje FORTRAN. El modelo toma en cuenta la variación geométrica del flujo dryout y la variación del CTC a lo largo y en secciones transversales de la tubería. El simulador se verifica termohidráulicamente con resultados del simulador comercial RELAP5 y se valida con datos experimentales de temperatura de Zarza [8]. El modelo térmico se verifica comparando los perfiles azimutales de temperatura en la pared del tubo absorbedor con los obtenidos por Serrano *et al.* [28]. Además el modelo térmico se valida comparando con datos experimentales de temperatura del absorbedor en los estados estacionario y transitorio reportados por Khanna *et al.* [61].

Los capítulos subsecuentes están ordenados de la siguiente manera (cuerpo de la tesis):

- Capítulo 2. Modelo térmico en el tubo absorbedor
- Capítulo 3. Modelo termohidráulico del flujo bifásico dryout
- Capítulo 4. Verificación/validación de los simuladores desarrollados
- Capítulo 5. Planteamiento de los casos de estudio del PF dryout
- Capítulo 6. Estudios del flujo bifásico dryout
- Capítulo 7. Conclusiones

# **CAPÍTULO 2**

## **MODELO TÉRMICO EN EL TUBO ABSORBEDOR**

En este capítulo se desarrolla el modelo numérico de la conducción de calor en 3D en la pared del tubo absorbedor de un CCP considerando DNUFC. Primero se plantea el modelo conceptual de la transferencia de calor, seguido del planteamiento del modelo matemático en 2D en estado transitorio así como sus adecuaciones para el estudio en 3D. Para este modelo fue posible obtener tanto soluciones numéricas como analíticas.

## 2.1 MODELO CONCEPTUAL

En general, el problema de la conducción de calor en el tubo absorbedor de un CCP involucra una DNUFC sobre la pared exterior del tubo absorbedor y la transferencia de calor hacia un flujo bifásico en el interior. Con el fin de simplificar la representación del modelo conceptual, en la Figura 2.1 se muestra el tubo absorbedor sin cubierta de vidrio. Mientras que en la Figura 2.2 se muestra más a detalle los mecanismos de transferencia de calor en el tubo receptor completo (ver también la Figura 1.2). A su vez, la radiación solar incidente depende del ángulo de incidencia, el ángulo del seguimiento solar<sup>2</sup>, la eficiencia óptica, el factor de ensuciamiento y la razón de concentración solar. Y por otra parte, se tiene un flujo de calor hacia cada uno de las fases al interior del absorbedor.

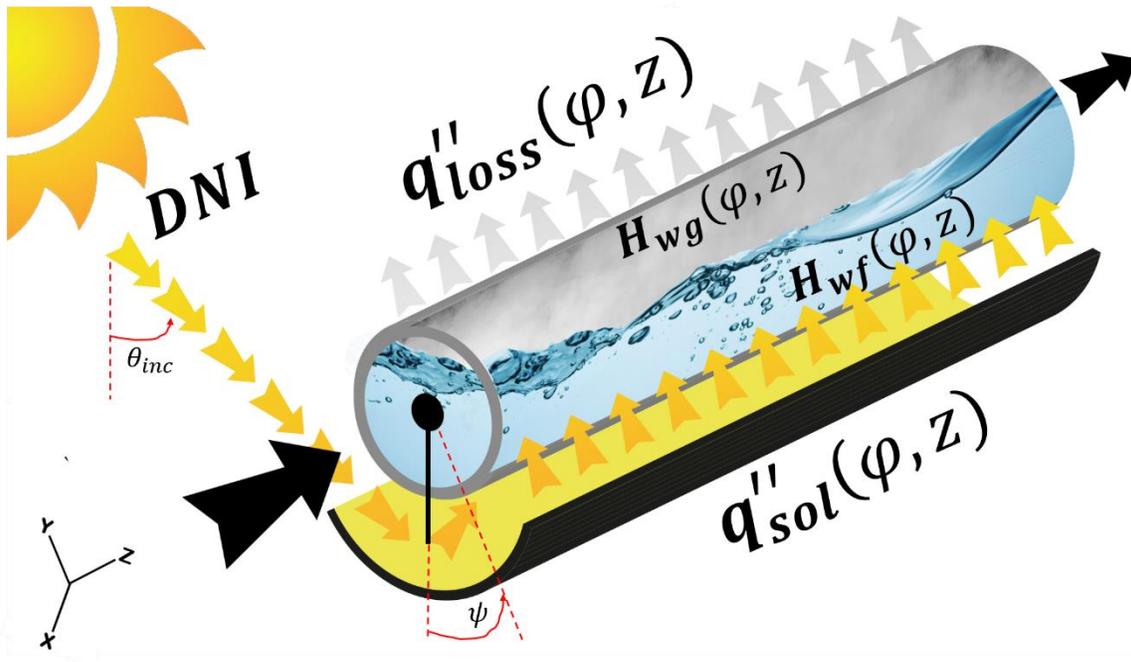


Figura 2.1. Modelo conceptual para la transferencia de calor en el absorbedor con DNUFC y con flujo bifásico.

La transferencia de calor en un tubo absorbedor es conjugada, ya que los tres mecanismos de transferencia de calor se presentan, es decir, conducción, convección y radiación. En la Figura 2.2 se muestran los diversos mecanismos de transferencia de calor que se presentan en un tubo absorbedor representados mediante resistencias térmicas (ver también Tabla 2.1). Después de

<sup>2</sup> En esta tesis se considera un ángulo para ángulo de incidencia y otro para el seguidor solar.

considerar la eficiencia óptica del CCP, se tiene que la radiación solar incide en la pared externa del tubo absorbedor, lo que ocasiona que su temperatura incremente y ocurra una transferencia de calor en dos direcciones (considerando una sección transversal del absorbedor), una hacia el fluido (ganancia de calor) y otra hacia al ambiente (pérdidas). En primer lugar, la ganancia de calor del fluido, se tiene convección  $R_1$  de la pared interna del absorbedor hacia el HTF (sólo cuando la temperatura de pared del absorbedor está muy por encima a la temperatura del HTF también se puede considerar radiación). Se presenta conducción  $R_2$  (de la pared externa del absorbedor hacia su pared interna). Por otra parte, en las pérdidas de calor se tienen radiación  $R_3$  (de la pared externa del absorbedor a la pared interna de la cubierta de vidrio), conducción  $R_4$  (de la pared externa del absorbedor hacia el fluido en el espacio anular), convección  $R_5$  (de la pared externa del absorbedor hacia el fluido en el espacio anular), conducción  $R_6$  (del absorbedor hacia la estructura o soportes del CCP), conducción  $R_7$  (de la pared interna de la cubierta de vidrio hacia su pared externa), radiación  $R_8$  (de la pared externa de la cubierta de vidrio hacia el cielo) y finalmente convección  $R_9$  (de la pared externa de la cubierta de vidrio hacia el aire circundante).

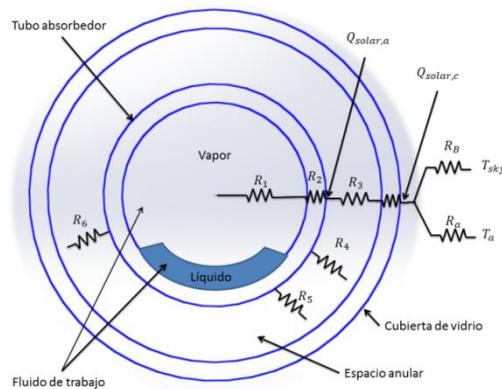


Figura 2.2. Modelo conceptual de resistencias térmicas para el modelo de transferencia de calor en el tubo receptor (ver Figura 1.2).

Tabla 2.1. Nomenclatura de las resistencias térmicas.

<b>Resistencia térmica</b>	<b>Mecanismo de transferencia de calor</b>
R <sub>1</sub>	Convección absorbedor-HTF
R <sub>2</sub>	Conducción a través del absorbedor
R <sub>3</sub>	Radiación absorbedor-vidrio
R <sub>4</sub>	Conducción espacio anular
R <sub>5</sub>	Convección absorbedor-espacio anular
R <sub>6</sub>	Conducción absorbedor-estructura
R <sub>7</sub>	Conducción a través del vidrio
R <sub>8</sub>	Radiación vidrio-cielo
R <sub>9</sub>	Convección vidrio-ambiente

Para simplificar el análisis, y teniendo en cuenta el estudio de Odeh *et al.* [81], las resistencias térmicas R<sub>3</sub>-R<sub>9</sub> se agrupan en una sola para representar las pérdidas de calor totales del absorbedor ( $Q''_{loss}$ , ver Sección 2.2.2). Las otras dos resistencias y el flujo de calor concentrado (con una DNUFC) se consideran de forma explícita. La R<sub>1</sub> se obtiene mediante las ecuaciones presentadas Apéndice D (Sección 9.4).

En la Figura 2.3 se presenta un diagrama del modelo conceptual simplificado de la transferencia de calor en el tubo bajo estudio, simplificando la unidad colectora de calor únicamente al tubo absorbedor. En dicho diagrama se puede apreciar, de manera general, las condiciones de DNUFC.

Las consideraciones principales son: i) condiciones de frontera lineales, ii) modelo transitorio en 2D, es decir,  $T(r, \varphi, t)$ , iii) tubo rígido con sección circular constante, iv) propiedades termofísicas del absorbedor dependientes de la temperatura (Sección 2.2.4), v) distribución no uniforme de flujo de calor en la superficie exterior del tubo absorbedor (Sección 2.2.3), DNUFC, donde este término ya considera las pérdidas de calor (al menos que se indique lo contrario), vi) convección forzada turbulenta en el interior del absorbedor, considerando que el flujo bifásico tiene un CTC para cada fase (al menos que se indique lo contrario), vii) no se consideran la deformación ni los esfuerzos térmicos y, viii) la conducción de calor axial es despreciable [33,101].

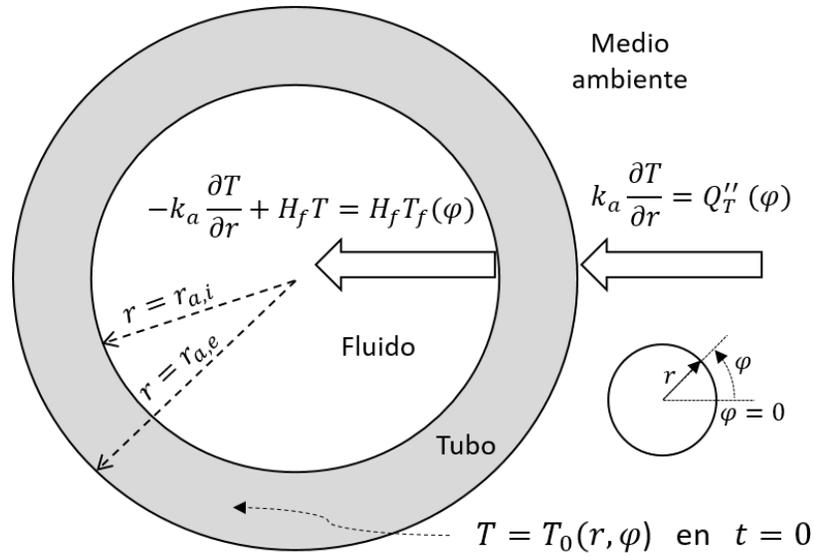


Figura 2.3. Modelo de conducción de calor simplificado para el absorbedor.

## 2.2 MODELO MATEMÁTICO

A continuación se presentan las principales ecuaciones utilizadas para resolver la transferencia de calor en el tubo absorbedor.

### 2.2.1 Ecuación de conducción de calor y condiciones de frontera

Con base a las suposiciones y consideraciones hechas en la Sección 2.1, la ecuación de conducción de calor en estado transitorio, en 2D, sin generación interna de calor, para un sólido homogéneo e isotrópico, y en coordenadas cilíndricas, es la que se enuncia en la Ec. (2.1) [77,78].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_a r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( k_a \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) = \rho_a C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1)$$

donde  $\varphi$  es la coordenada azimutal en rad,  $r$  es la coordenada radial en m,  $t$  es la coordenada temporal en s,  $T_f$  es la temperatura del fluido en K,  $k_a$  es la conductividad térmica del material en W/mK,  $\rho_a$  es la densidad del absorbedor  $\text{kg/m}^3$  y  $C_p$  es el calor específico a presión constante en J/kgK. La Ec. (2.1) debe estar sujeta a las condiciones de frontera dadas por las Ecs. (2.2)–(2.5).

$$-k_a \frac{\partial T}{\partial r} + H_f T = H_f T_f(\varphi) \quad \text{en } r = r_{a,i} \text{ y } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (2.2)$$

$$k_a \frac{\partial T}{\partial r} = Q_T''(\varphi) \quad \text{en } r = r_{a,e} \text{ y } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (2.3)$$

$$k_a \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\varphi=0} = k_a \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\varphi=2\pi} \quad \text{en } \varphi = 0 \text{ y } r_{a,i} < r < r_{a,e} \quad (2.4)$$

$$k_a \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\varphi=0} = k_a \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\varphi=2\pi} \quad \text{en } \varphi = 2\pi \text{ y } r_{a,i} < r < r_{a,e} \quad (2.5)$$

Y sujeta a la condición inicial dada por la Ec. (2.6).

$$T(\varphi, r) = T_0 \quad \text{para } r_{a,i} \leq r \leq r_{a,e} \text{ y } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \text{ en } t = 0 \quad (2.6)$$

Siendo  $r_{a,i}$  el diámetro interior y  $r_{a,e}$  el diámetro exterior, ambos en m. Y  $H_f$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido en  $W/m^2K$ .

La Ec. (2.2) indica que hay transferencia de calor por convección desde la pared interna del tubo hacia el fluido, y que la temperatura puede variar también en la dirección azimutal. Mientras que la Ec. (2.3) representa que existe un flujo de calor neto que incide sobre la pared externa de la tubería.

Por otra parte, cuando la temperatura del tubo no cambia con el tiempo, se ha alcanzado el estado estacionario o permanente. Para el caso contrario, se tiene estado transitorio. En este trabajo, se han considerado ambos estados, estacionario y transitorio. Sin embargo, las soluciones se plantean para el estado transitorio con la finalidad de simplificar las ecuaciones. Una vez que se han planteado las soluciones para el estado transitorio, el estado estacionario se puede obtener de ella.

## **2.2.2 Flujo de calor absorbido y pérdidas de calor**

El flujo de calor total que le estaría llegando al absorbedor se determina mediante las Ecs. (2.7)–(2.9). De manera general, en la Ec. (2.7) el flujo de calor entrante y las pérdidas de calor toman en

cuenta la variación azimutal.

$$Q_T''(\varphi) = Q_{solar}''(\varphi) - Q_{loss}''(\varphi) \quad (2.7)$$

$$Q_{solar}''(\varphi) = LCR(\varphi)DNI_{eff} \quad (2.8)$$

$$DNI_{eff} = DNI \cos \theta_{inc} K(\theta_{inc})\eta_{opt,0^\circ}F_e \quad (2.9)$$

donde  $Q_{solar}''(\varphi)$  es el flujo de calor solar efectivo concentrado en  $W/m^2$ ,  $Q_{loss}''(\varphi)$  es el flujo de pérdida de calor total en  $W/m^2$ ,  $DNI_{eff}$  es la radiación solar directa efectiva en  $W/m^2$ ,  $LCR(\varphi)$  es la razón de concentración local,  $\theta_{inc}$  es el ángulo de incidencia en  $^\circ$ ,  $\eta_{opt,0^\circ}$  es la eficiencia óptica pico cuando el ángulo de incidencia es cero,  $K(\theta_{inc})$  es el modificador del ángulo de incidencia, y  $F_e$  es el factor de ensuciamiento.

De acuerdo a las consideraciones establecidas en la Sección 2.1, respecto a los flujos de calor desde la pared externa del tubo absorbedor hacia el ambiente o el tubo de vidrio (pérdidas de calor), estos flujos pueden englobarse o determinarse a partir de una expresión experimental de pérdidas de calor. Para el CCP LS3 del sistema DISS esta ecuación está dada por la Ec. (2.10) [8].

$$Q_{loss}'' = \begin{cases} 0.687257\Delta T + 1.94 \times 10^{-3}\Delta T^2 + 2.6 \times 10^{-5}\Delta T^3, & T_{abs} \leq 473.15 K \\ 1.433242\Delta T - 5.66 \times 10^{-3}\Delta T^2 + 4.6 \times 10^{-5}\Delta T^3, & 473.15 K < T_{abs} < 573.15 K \\ 2.895474\Delta T - 16.4 \times 10^{-3}\Delta T^2 + 6.5 \times 10^{-5}\Delta T^3, & T_{abs} \geq 573.15 K \end{cases} \quad (2.10)$$

donde  $\Delta T$  se considera como la diferencia de temperatura entre la temperatura media de la pared del absorbedor y la temperatura del aire en el ambiente exterior. Una vez obtenidas las pérdidas de calor se puede calcular la eficiencia térmica ( $\eta$ ) con la Ec (2.11).

$$\eta = \frac{Q_{solar}'' - Q_{loss}''}{Q_{solar}''} \quad (2.11)$$

$K(\theta_{inc})$  y  $\eta_{opt,0^\circ}$  para el sistema DISS están dadas por las Ecs. (2.12) y (2.13), respectivamente. Mientras que la función  $LCR(\varphi)$  se aborda en la Sección 2.2.3.

$$K(\theta_{inc}) = \begin{cases} 1 + a \cdot \theta_{inc} + b \cdot \theta_{inc}^2 + c \cdot \theta_{inc}^3 + d \cdot \theta_{inc}^4, & 0^\circ \leq \theta_{inc} < 80^\circ \\ 0, & 80^\circ \leq \theta_{inc} \leq 90^\circ \end{cases} \quad (2.12)$$

donde  $a = -2.23073 \times 10^{-4}$ ,  $b = -1.1 \times 10^{-4}$ ,  $c = 3.18596 \times 10^{-6}$  y  $d = -4.85509 \times 10^{-8}$ .

$$\eta_{opt,0^\circ} = 0.63 \quad (2.13)$$

Se tomó este valor ya que es el más aproximado para el captador 9 del sistema DISS de acuerdo a la referencia [85]. Este captador, junto con el captador 10, son los dos captadores que se analizan en esta tesis porque en ellos se presenta el patrón de flujo dryout bajo ciertas condiciones de operación.

### **2.2.3 Cálculo de la distribución no uniforme del flujo de calor (DNUFC)**

Para una distribución uniforme de flujo de calor el valor del  $LCR(\varphi)$  en la Ec. (2.8) será constante (igual a la razón de concentración,  $C_{sol}$ ) y puede expresarse como [8]:

$$LCR(\varphi) = C_{sol} = \frac{Apertura}{\pi D_{a,e}} \quad (2.14)$$

donde *Apertura* es la apertura del espejo reflector en m y  $D_{a,e}$  es el diámetro externo del absorbedor en m.

Por otra parte, una función  $LCR(\varphi)$  fue obtenida para el LS3 usando el software SolTrace, el cual utiliza el método de trazado de rayos de Monte Carlo [34] comentado en la Sección 1.1. Dicha distribución puede verse en la Figura 2.4. Estos datos son discretos (39 datos en el intervalo de  $\varphi$  entre 0 y  $2\pi$ ), los cuales en primera instancia se habían tratado de aproximar a una función polinomial usando *Microsoft Excel 2013*. Sin embargo, dicho polinomio no reprodujo bien los datos (ver Figura 2.4). Por lo tanto, para la realización del presente trabajo de tesis se optó por utilizar los valores discretos e interpolar linealmente en función de la dirección azimutal.

Aun cuando la distribución LCR empleada en esta tesis no fue obtenida directamente para el caso a analizar, es válida porque corresponde al mismo sistema físico de estudio, el sistema DISS, y dado que lo importante es determinar el efecto de la DNUFC, se empleó esta información. Por otra parte, un ajuste fue realizado con la finalidad de no alterar el flujo de calor global cuando se tiene una DNUFC. Dicho ajuste se presenta mediante un factor, dada por la Ec. (2.15), en función del promedio del LCR y la razón de concentración ( $C_{sol}$ ) del caso de Elsafi [85]. De esta forma, la Ec. (2.8) se transforma en la Ec. (2.16).

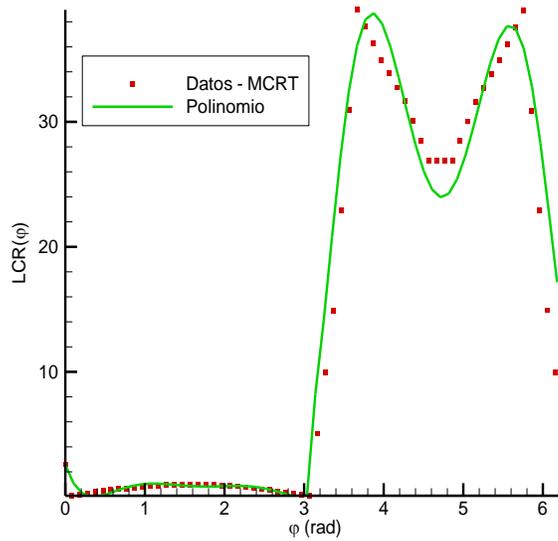


Figura 2.4. Datos de LCR obtenidos con SolTrace comparados con una función polinomial.

$$factor = \frac{C_{sol}}{\frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} LCR(\varphi) d\varphi}{2\pi}} \quad (2.15)$$

$$Q''_{solar}(\varphi) = factor \cdot LCR(\varphi) DNI_{eff} \quad (2.16)$$

donde  $DNI_{eff}$  ya ha sido definido con la Ec. (2.9).

Para obtener diferentes LCR al variar el ángulo del seguidor solar (ver Figura 1.1) se implementan las siguientes condiciones dadas por la Ec. (2.17).

$$LCR_{\psi}(\varphi) = \begin{cases} LCR(\varphi - \psi), & 0 \leq \varphi - \psi \leq 2\pi \\ LCR(\varphi - \psi - 2\pi), & \varphi - \psi > 2\pi \\ LCR(\varphi - \psi + 2\pi), & \varphi - \psi < 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

donde  $\psi$  es el ángulo del seguidor solar (debe ser ingresado en rad), y  $LCR_{\psi}(\varphi)$  es la función LCR desfasada  $\psi$  en contra de las manecillas del reloj. Usando la Ec. (2.17) se obtienen las gráficas de la Figura 2.5 (aquí las gráficas se han convertido a grados para una mejor apreciación). También es importante mencionar que los valores del LCR mostrados en la Figura 2.5 difieren de la Figura 2.4 ya que falta multiplicar por el término  $factor$ .

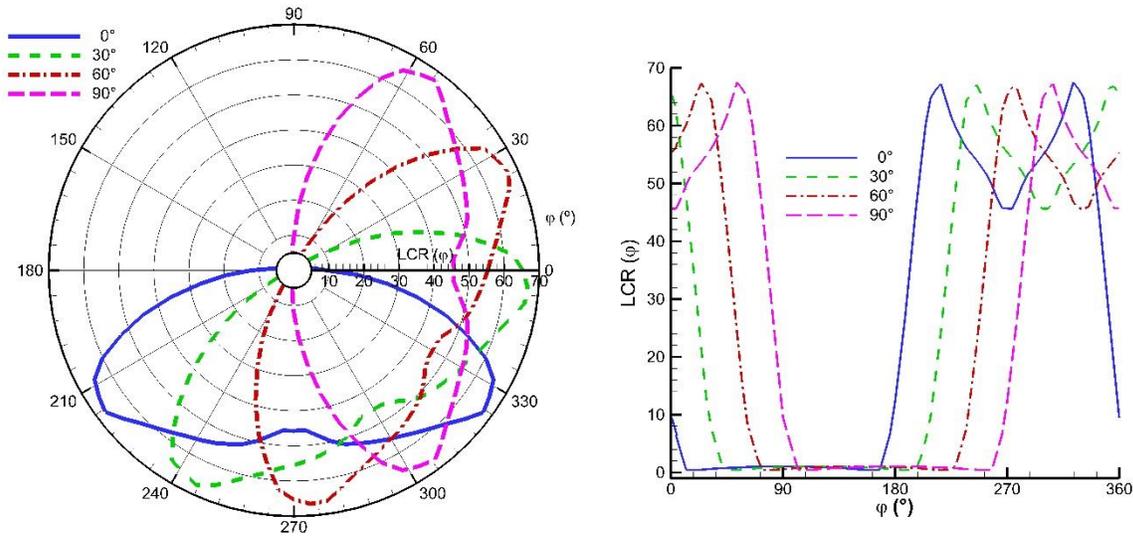


Figura 2.5. Gráfica polar (izquierda) y perfil azimutal de la función LCR con diferentes ángulos del seguidor solar (medidos desde la vertical y en contra del movimiento de las manecillas del reloj).

## 2.2.4 Propiedades termofísicas de los materiales

A continuación en la Tabla 2.2 se presentan las propiedades termofísicas del acero ferrítico A335 P22 usado en el sistema DISS y de un acero inoxidable. Por otra parte, en la Figura 2.6 se incluye la gráfica para los datos de la conductividad térmica y una aproximación lineal usando *Microsoft Excel 2013*.

Tabla 2.2. Propiedades termofísicas de dos materiales diferentes [58].

T (K)	Acero ferrítico		Acero inoxidable	
	$k_a$ (W/mK)	$C_p$ (J/kgK)	$k_a$ (W/mK)	$C_p$ (J/kgK)
293.15	63	482	14.3	472
373.15	59.3	494	15.8	501
473.15	54.6	520	17.5	525
573.15	49.9	555	19	532
673.15	45.2	603	20.5	555
773.15	40.5	662	21.9	582

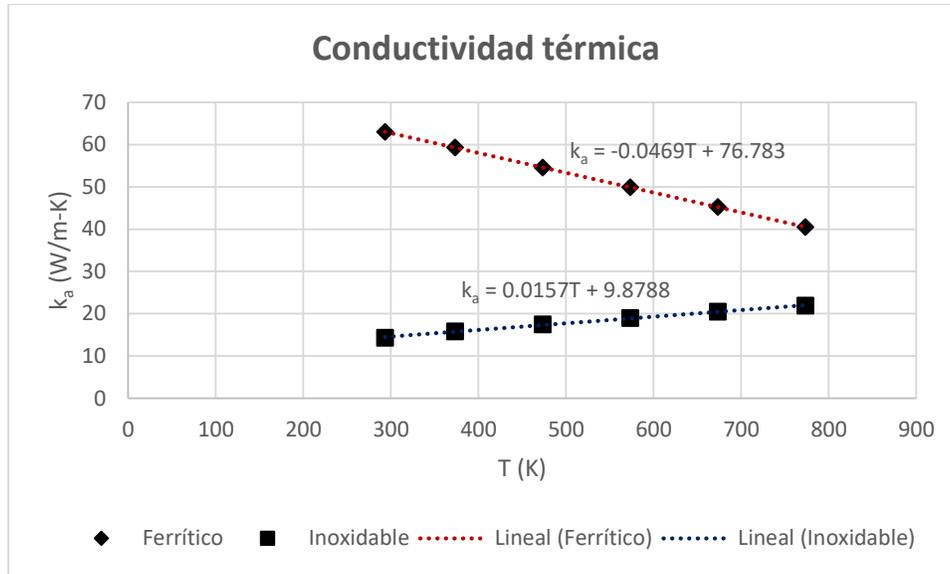


Figura 2.6 Linealización de la conductividad térmica para ambos materiales de la Tabla 2.2.

Así, las ecuaciones obtenidas para el acero ferrítico y el inoxidable están dadas en las Ecs. (2.18) y (2.19), respectivamente. La temperatura del material se ingresa en K.

$$k_a = -0.0469T + 76.783, \quad 293.15 \text{ K} \leq T \leq 773.15 \text{ K} \quad (2.18)$$

$$k_a = 0.0157T + 9.8788, \quad 293.15 \text{ K} \leq T \leq 773.15 \text{ K} \quad (2.19)$$

## 2.3 SOLUCIÓN ANALÍTICA

Para resolver analíticamente la Ec. (2.1) junto con las condiciones de frontera y la condición inicial dadas por las Ecs. (2.2)–(2.5) y (2.6), respectivamente, es necesario establecer que las propiedades del absorbedor son constantes. Para obtener la solución se aplica el método de separación de variables y el principio de superposición como se describe a continuación. El modelo térmico y el desarrollo de la solución analítica fue publicado en [92].

En la Figura 2.7 se muestra la partición del problema general (transitorio en 2D con condiciones de fronteras no homogéneas) en dos problemas más simples, un problema homogéneo (transitorio con condiciones de fronteras homogéneas) y un problema no homogéneo (estacionario con condiciones de fronteras no homogéneas).

**Principio de superposición**

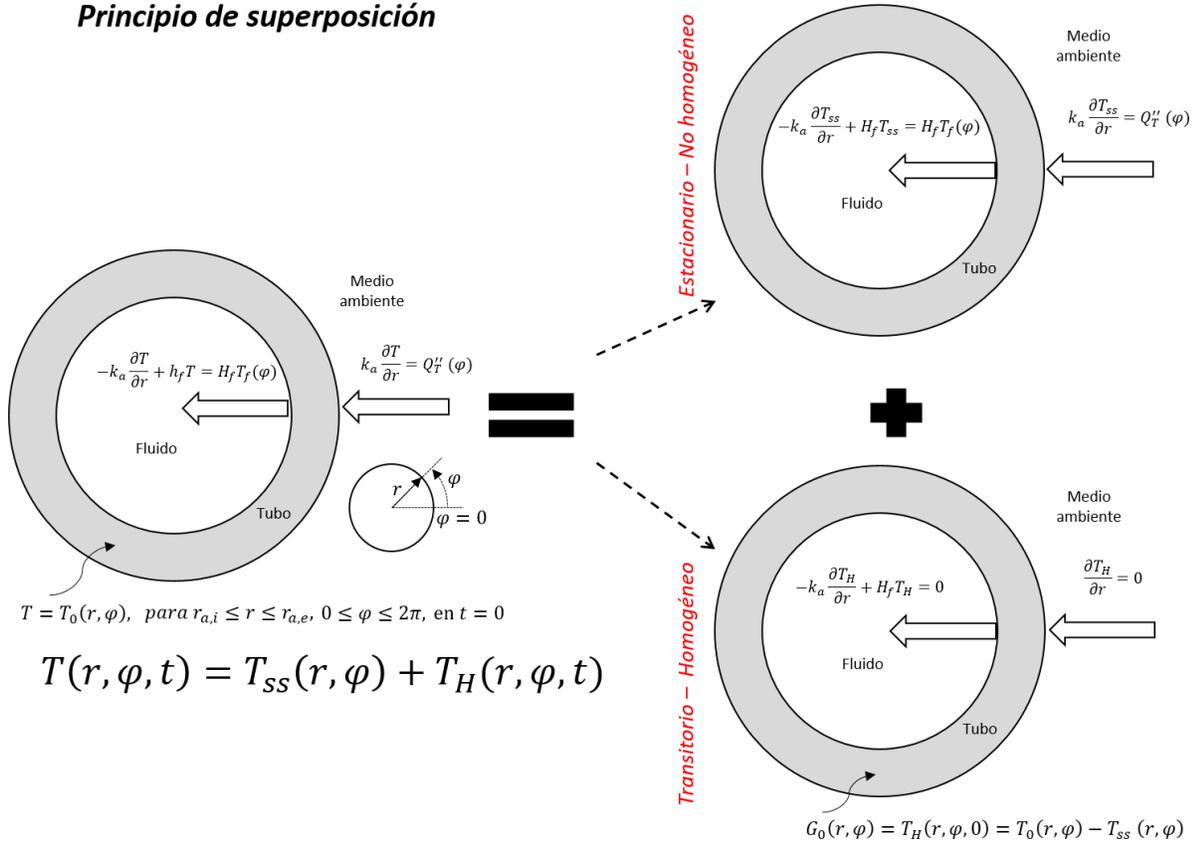


Figura 2.7. Esquema del principio de superposición.

**2.3.1 Estado estacionario**

Con la finalidad de reducir la extensión del cuerpo del documento la obtención de la solución analítica en estado estacionario se incluye en la Sección 9.1 y aquí solo se presenta su forma final (para las definiciones de las variables referirse a la Figura 2.7).

$$\begin{aligned}
 T_{SS}(r, \varphi) = T_f + \frac{r_{a,e}}{2\pi r_{a,i} H_f k} \left( k_a + r_{a,i} H_f \ln \frac{r}{r_{a,i}} \right) \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T''(\varphi') d\varphi' \\
 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{r_{a,e} (k_a n + r_{a,i} H_f) r^n + r_{a,i}^{2n} (k_a n - r_{a,i} H_f) r^{-n}}{\pi k_a n (k_a n + r_{a,i} H_f) r_{a,e}^n - r_{a,i}^{2n} (k_a n - r_{a,i} H_f) r_{a,e}^{-n}} \right. \\
 \left. \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T''(\varphi') \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi' \right]
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

**2.3.2 Estado transitorio**

La solución presentada en la Ec. (2.21) se obtuvo siguiendo la metodología de Özışık [77] y Hank

y Özişik [78]. El problema general en estado transitorio con condiciones de frontera no homogéneas, se separó en dos problemas más simples (método de superposición). En la Figura 2.7 se muestra un esquema de cómo se lleva a cabo este método. El primer problema es no homogéneo en estado estacionario, el cual incluye las dos condiciones de fronteras no homogéneas y ya se ha presentado en la Sección 2.3.1. Mientras que el segundo problema es homogéneo, el cual representa la parte transitoria de la solución general. La solución de este problema en estado estacionario se muestra en la Ec. (2.20) y se incorpora en la Ec. (2.21) a través de la Ec.(2.24).

$$T(r, \varphi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{e^{-\alpha\beta_m^2 t} R_v(\beta_m, r)}{n_v \pi N(\beta_m)} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \int_{r'=r_{a,i}}^{r_{a,e}} G_0(r, \varphi') r' R_v(\beta_m, r') \cdot \cos v(\varphi - \varphi') dr' d\varphi' \quad (2.21)$$

donde

$$n_v = \begin{cases} 2 & \text{para } v = 0 \\ 1 & \text{para } v \geq 1 \end{cases} \quad (2.22)$$

$$R_v(\beta_m, r) = Y_v'(\beta_m r_{a,e}) J_v(\beta_m r) - J_v'(\beta_m r_{a,e}) Y_v(\beta_m r) \quad (2.23)$$

$$G_0(r, \varphi) = T_0(r, \varphi) - T_{ss}(r, \varphi) \quad (2.24)$$

$$N(\beta_m) = \int_{r'=r_{a,i}}^{r_{a,e}} [r' R_v(\beta_m, r')]^2 dr' \quad (2.25)$$

Y  $\beta_m$  son todas las raíces de la Ec. (2.26).

$$-k_a [Y_v'(\beta_m r_{a,e}) J_v'(\beta_m r_{a,i}) - J_v'(\beta_m r_{a,e}) Y_v'(\beta_m r_{a,i})] + H_f \left[ [Y_v'(\beta_m r_{a,e}) J_v(\beta_m r_{a,i}) - J_v'(\beta_m r_{a,e}) Y_v(\beta_m r_{a,i})] \right] = 0 \quad (2.26)$$

Y las derivadas de las funciones de Bessel se definen en las Ecs. (2.30).

$$\begin{aligned}
 J'_v(\beta_m r_{a,i}) &= \left. \frac{dJ_v}{dr} \right|_{r=r_{a,i}} \\
 J'_v(\beta_m r_{a,e}) &= \left. \frac{dJ_v}{dr} \right|_{r=r_{a,e}} \\
 Y'_v(\beta_m r_{a,i}) &= \left. \frac{dY_v}{dr} \right|_{r=r_{a,i}} \\
 Y'_v(\beta_m r_{a,e}) &= \left. \frac{dY_v}{dr} \right|_{r=r_{a,e}}
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

Para el caso particular de la Ec. (2.23), esta incluye las funciones ordinarias de Bessel de primera clase  $J_v$  (y su derivada  $J'_v$ ) y de segunda clase  $Y_v$  (y su derivada  $Y'_v$ ). Para mayor detalle de estas ecuaciones referirse a Arfken [102], Özişik [77] y Hahn y Özişik [78]. En este trabajo se utilizaron las aproximaciones polinomiales de Abramowitz y Stegun [103] porque son más fáciles de programar y sus aproximaciones están en el orden de  $10^{-8}$ .

## 2.4 SOLUCIÓN NUMÉRICA POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Para la solución numérica las propiedades termofísicas del absorbedor se consideran dependientes de la temperatura. La solución numérica que se describe en esta sección puede utilizarse para casos más simples (propiedades constantes, flujo de calor uniforme, CTC iguales para ambas fases, malla uniforme, etc.) anulando ciertos términos, sin violar ninguna ley física ni matemática. Dicho lo anterior, se realizan las derivadas parciales de ambos términos de la Ec. (2.1), lo que resulta en la Ec. (2.28), que es la ecuación a discretizar, la cual está sujeta a las condiciones de frontera e inicial dadas en las Ecs. (2.2)–(2.6).

$$k_a \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial k_a}{\partial r} + \frac{k_a}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \frac{\partial k_a}{\partial \varphi} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}
 \tag{2.28}$$

La técnica numérica de discretización empleada en este trabajo es el método de diferencias finitas completamente implícito en el tiempo y considerando esquemas de segundo orden tanto para los

nodos internos (esquema centrado) como para las fronteras físicas y las fronteras de la condición de periodicidad. Con lo anterior se busca volver la EDP que es exacta y continua en el dominio  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  y  $r_{a,i} \leq r \leq r_{a,e}$ , en un sistema de ecuaciones algebraicas que resulta discreto. Los puntos discretos se determinan mediante una malla numérica (ver Figura 2.8), la cual servirá para referenciar las coordenadas en el medio físico, para después obtener el valor numérico (aproximado) de la temperatura en cada punto (llamado nodo) a través de un método de inversión de la matriz resultante. Aunque en la Figura 2.8 se aprecia una malla uniforme, la discretización se plantea considerando que se podría tener una malla no uniforme.

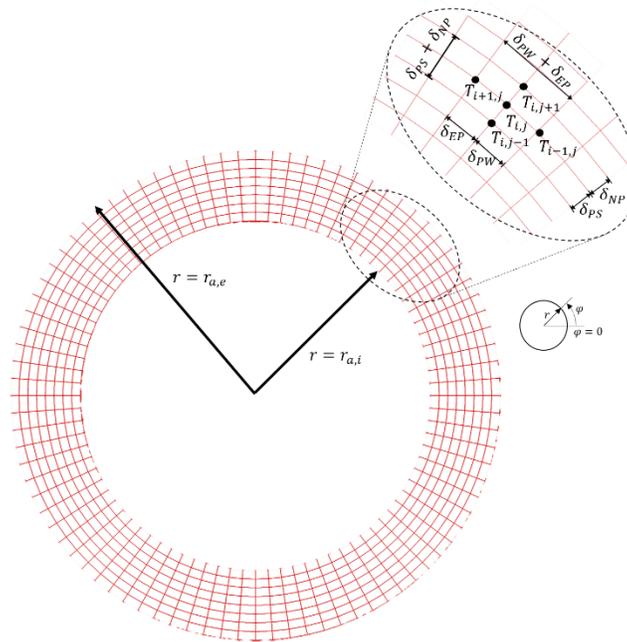


Figura 2.8. Malla numérica 2D utilizada para el MDF.

Los esquemas implementados son las que se presentan en las Ecs. (2.29) y (2.30), para las derivadas parciales de segundo orden.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = \frac{2[\delta_{EP} T_{i+1,j}^{n+1} - (\delta_{EP} + \delta_{PW}) T_{i,j}^{n+1} + \delta_{PW} T_{i-1,j}^{n+1}]}{\delta_{EP} \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{2[\delta_{NP} T_{i,j+1}^{n+1} - (\delta_{NP} + \delta_{PS}) T_{i,j}^{n+1} + \delta_{PS} T_{i,j-1}^{n+1}]}{\delta_{NP} \delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} \quad (2.30)$$

Las aproximaciones anteriores tienen un error de truncamiento de segundo orden, es decir ( $\overline{\Delta\varphi}^2$  y  $\overline{\Delta r}^2$ ). Para la derivada parcial de primer orden en dirección radial se aplica también un esquema central como se muestra en al Ec. (2.31). Un esquema análogo se aplica para la derivada parcial de primer orden de la temperatura en la dirección azimutal y para ambas derivadas parciales de la conductividad térmica.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{\delta_{NP} + \delta_{PS}} \quad (2.31)$$

Siendo el error de truncamiento también de segundo orden. Mientras que la aproximación para el término temporal está dada por la Ec. (2.32).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (2.32)$$

La forma final de la ecuación algebraica obtenida después de aplicar estos esquemas de discretización y agrupar los términos semejantes se obtiene la Ec. (2.33). La cual resulta en una matriz pentadiagonal y aquí se resuelve con el algoritmo de línea por línea en la dirección R.

$$A_P T_{i,j}^{n+1} + A_N T_{i,j+1}^{n+1} + A_S T_{i,j-1}^{n+1} + A_E T_{i+1,j}^{n+1} + A_W T_{i-1,j}^{n+1} = B_{i,j} \quad (2.33)$$

donde los coeficientes para la Ec. (2.33) están dados por las Ecs. (2.34)–(2.39).

$$A_P = \frac{\rho_{i,j}^n C_{Pi,j}^n}{\Delta t} + \frac{2k_{a,i,j}^n}{\delta_{NP}\delta_{PS}} + \frac{2k_{a,i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP}\delta_{PW}} \quad (2.34)$$

$$A_N = -\frac{2k_{a,i,j}^n}{\delta_{PS}(\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{k_{a,i,j+1}^n r_{j+1} - k_{a,i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j(\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} \quad (2.35)$$

$$A_S = -\frac{2k_{a,i,j}^n}{\delta_{NP}(\delta_{NP} + \delta_{PS})} + \frac{k_{a,i,j+1}^n r_{j+1} - k_{a,i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j(\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} \quad (2.36)$$

$$A_E = -\frac{2k_{a_{i,j}}^n}{r_j^2 \delta_{PW}(\delta_{EP} + \delta_{PW})} - \frac{k_{a_{i+1,j}}^n - k_{a_{i-1,j}}^n}{r_j^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} \quad (2.37)$$

$$A_W = -\frac{2k_{a_{i,j}}^n}{r_j^2 \delta_{EP}(\delta_{EP} + \delta_{PW})} + \frac{k_{a_{i+1,j}}^n - k_{a_{i-1,j}}^n}{r_j^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} \quad (2.38)$$

$$B_{i,j} = \frac{\rho_{i,j}^n C_{p_{i,j}}^n}{\Delta t} T_{i,j}^n \quad (2.39)$$

$$\delta_{EP} = \varphi_{i+1} - \varphi_i; \delta_{PW} = \varphi_i - \varphi_{i-1}; \delta_{NP} = r_{j+1} - r_j; \delta_{PS} = r_j - r_{j-1} \quad (2.40)$$

Las Ecs. (2.34)–(2.39) sólo consideran los nodos internos, por lo que para obtener los valores de estos parámetros en las fronteras se debe usar la Tabla 2.3. Aunque también podrían usarse condiciones de frontera de segundo orden, como lo hicieron Serrano *et al.* [28].

Tabla 2.3. Valores de los coeficientes en las fronteras para diferentes casos de CF de primer orden.

Coeficiente	$T(\varphi, r) = T_{frontera}$		$k_a \frac{\partial T}{\partial r} = Q_T''$		$-k \frac{\partial T}{\partial r} + H_\infty T = H_\infty T_\infty$	
	$r = r_{a,i}$	$r = r_{a,e}$	$r = r_{a,i}$	$r = r_{a,e}$	$r = r_{a,i}$	$r = r_{a,e}$
AP	1	1	1	1	1	1
AW	0	0	0	0	0	0
AE	0	0	0	0	0	0
AS	0	0	0	-1	0	$\frac{-k_a}{k_a + H_\infty \Delta R}$
AN	0	0	-1	0	$\frac{-k_a}{k_a + H_\infty \Delta R}$	0
B	$T_S$	$T_N$	$-\frac{\Delta R}{k_a} Q_T''$	$\frac{\Delta R}{k_a} Q_T''$	$\frac{H_\infty \Delta R}{k_a + H_\infty \Delta R} T_\infty$	$\frac{H_\infty \Delta R}{k_a + H_\infty \Delta R} T_\infty$

Para resolver el sistema de ecuaciones resultantes se emplea el método de eliminación línea a línea en la dirección radial.

# **CAPÍTULO 3**

## **MODELO TERMOHIDRÁULICO DEL FLUJO BIFÁSICO DRYOUT**

Se plantean el modelo conceptual del flujo bifásico dryout, el modelo matemático 1D en estado transitorio con base al modelo a dos fluidos, así como también el método numérico empleado para su solución. Finalmente se plantea el acoplamiento de este modelo con el térmico de la Sección 2.4.

### 3.1 MODELO CONCEPTUAL

Como ya se ha comentado previamente (Capítulo 1), en la GDV, el vapor es generado directamente dentro de los absorbedores de los CCP. Para el modo de operación de un solo paso es prácticamente imposible que no surja el PF dryout, antecediéndole otros PF como el anular y estratificado (liso u ondulado) y transformándose a niebla e inclusive a vapor sobrecalentado.

En la Figura 3.1 se plantea un modelo conceptual general de un flujo bifásico bajo el enfoque del modelo a dos fluidos. Se esquematiza una tubería calentada que transporta un flujo bifásico agua/vapor en condiciones de saturación. En el fluido intervienen los siguientes fenómenos: esfuerzos cortantes en la interfase ( $\tau_i$ ), esfuerzos cortantes fluido-pared ( $\tau_{gw}$  y  $\tau_{lw}$ ), flujo de calor en la interfase ( $Q_i''$ ), flujo de calor fluido-pared ( $Q''_{wg}$  y  $Q''_{wf}$ ), transferencia de masa  $\Gamma_k$  (que es la suma de la transferencia de masa interfacial  $\Gamma_{ig}$  y transferencia de masa en la pared  $\Gamma_w$ , ambas debido al cambio de fase).

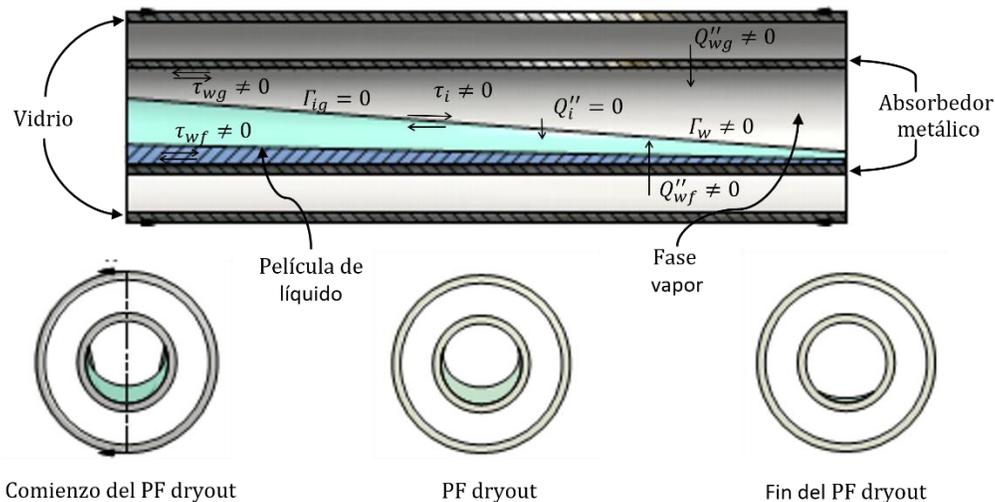


Figura 3.1. Modelo conceptual de un flujo bifásico bajo el enfoque del modelo a dos fluidos y secciones transversales de la tubería en la región dryout.

Las consideraciones hechas son: modelo unidimensional en dirección  $z$ , tubería horizontal con sección transversal constante, modo de operación de un solo paso, no se consideran fuentes ni sumideros de masa en el fluido, no hay generación de calor interna, el fluido es un solo componente (agua) bifásico, ambas fases y la interfase tienen la misma presión (excepto para el flujo estratificado), flujo bifásico (varios patrones de flujo pero principalmente el dryout) con la

posibilidad de convertirse en vapor sobrecalentado, tubería calentada de manera no uniforme en las direcciones axial y azimutal, se considera el efecto de las columnas de fluido para la ecuación de momentum [17,94,104,105], ambas fases tienen la misma temperatura (equilibrio térmico)<sup>3</sup> la cual es la temperatura de saturación a la presión local como lo propone Jones [106].

## 3.2 MODELO MATEMÁTICO

Para que el modelo matemático quede completo se necesitan las ecuaciones gobernantes, condiciones de cerradura para dichas ecuaciones (masa, momentum y energía), además de un mapa de patrones de flujo como un criterio para seleccionar las correlaciones de cerradura a emplear.

### 3.2.1 Ecuaciones de conservación

El modelo termohidráulico a dos fluidos es capaz de describir el comportamiento del flujo bifásico de una manera más cercana a la realidad, ya que aplica las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía de manera separada para cada fase promediadas en tiempo y espacio, bajo la aproximación de un medio continuo. La formulación del modelo a dos fluidos que se describe en esta tesis, es una adaptación al modelo del simulador comercial RELAP5 [107], que a su vez parte del planteamiento de Lahey y Drew [108]. Las definiciones de los términos de las ecuaciones de conservación, su derivación y las simplificaciones del modelo original de Lahey y Drew [108] se describen en la Sección 9.3. A continuación se presenta el modelo unidimensional que se aplica para el desarrollo del presente trabajo, bajo las consideraciones establecidas en la sección previa.

#### 3.2.1.1 Ecuación de conservación de masa

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k v_k A) = \Gamma_k \quad (3.1)$$

donde la generación de masa del líquido es el negativo de la del vapor (Ec. (3.2)).

<sup>3</sup> Cuando ambas fases tienen la misma temperatura el término de transferencia de masa interfacial se anula, sin embargo se incluye en las ecuaciones para poder extender este modelo a una consideración de no equilibrio térmico.

$$\Gamma_f = -\Gamma_g \quad (3.2)$$

La suma de las fracciones de vacío de cada fase es igual a 1, es decir,

$$\alpha_g + \alpha_f = 1 \quad (3.3)$$

### 3.2.1.2 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

$$\begin{aligned} \alpha_k \rho_k A \frac{\partial v_k}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_k \rho_k A \frac{\partial v_k^2}{\partial z} \\ = -\alpha_k A \frac{\partial P}{\partial z} + \alpha_k \rho_k g_z A - (\alpha_k \rho_k A) FW_k(v_k) - \Gamma_g A (v_l - v_k) \cdot (-1)^{k*} \\ + (\alpha_k \rho_k A) FI_k(v_g - v_f) \cdot (-1)^{k*} \\ + C_{VM} \alpha_g \alpha_f \rho_m A \left[ \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} \right] \cdot (-1)^{k*} \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde el exponente  $k^*$  tiene el valor de 1 para  $k = g$  y 2 para  $k = f$ .

Los términos espaciales de la masa virtual son despreciados y solo se toman en cuenta los términos temporales. Esto es la fuerza de masa virtual simplificada. Esta consideración la hace RELAP5 [109] y López de Bertodano *et al.* [96].

Respecto al modelo de dos presiones, resulta importante cuando se manejan condiciones de flujos separados, en cambio su influencia no es significativa cuando se tiene alguna fase dispersa. Por esa razón se incluye en el modelo considerado. Un modelo de dos presiones origina un sistema de ecuaciones hiperbólicas con valores característicos reales. Por otra parte, la consideración de una sola presión es una suposición irreal [110].

### 3.2.1.3 Ecuación de conservación de energía

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k U_k) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k \rho_k U_k v_k A) \\
 = -P \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} - \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_k v_k A) + Q_{wk} + Q_{ik} - \Gamma_{ig} h_k^* (-1)^{k*} - \Gamma_w h_k' (-1)^{k*} \\
 + \Phi_k
 \end{aligned} \quad (3.5)$$

### 3.2.1.4 Condiciones de frontera e iniciales

Para resolver las ecuaciones de conservación se necesitan condiciones de frontera (además de otras ecuaciones de cerradura). Las condiciones de frontera especifican cómo el flujo interactúa con su entorno, específicamente con los dispositivos de flujo a la entrada y a la salida y con las paredes de los ductos [106]. En esta tesis se ha considerado que se conoce el flujo másico a la entrada de la tubería y la presión a la salida de la tubería, tal como lo hace Mousseau [111]. Se pueden hacer algunas adaptaciones para considerar lo contrario, solo se debe seguir la metodología planteada más adelante.

Adicionalmente se debe mencionar que cuando el fluido se encuentra en la región monofásica, la fase no existente debe ser considerada con una velocidad igual a la de la fase existente. Esto puede ayudar a evitar fallas. Por otra parte, pareciera tener sentido que si se pasa de flujo monofásico a mezcla bifásica, justo en ese momento la fase que aparece debería de aparecer a la velocidad de la fase originalmente existente.

Las condiciones iniciales especifican cómo el experimento o el flujo multifásico comienzan [106]. En este trabajo, las condiciones iniciales son establecidas a los mismos valores que los parámetros a la entrada.

## 3.2.2 Mapas de patrones de flujo bifásico

Los patrones de flujo, o también llamados regímenes de flujo, se usan para describir la geometría interfacial de un flujo bifásico [17]. Debido a ello, cada patrón de flujo tiene su estructura interna

y su mecanismo de transferencia. La correcta evaluación de estos parámetros depende de la definición del patrón de flujo, ya que el patrón de flujo indica cómo las distribuciones de las fases afectan la naturaleza física del sistema [100]. De esta manera, el conocimiento del patrón de flujo es un necesario para seleccionar la ecuación de cerradura apropiada para aquellos parámetros que dependen del PF, por ejemplo, el coeficiente de transferencia calor en la pared y la fricción (pared e interfacial) [112].

Lo anterior lleva a la necesidad de usar mapas de patrones de flujo y desarrollar ecuaciones constitutivas, para transferencias en las interfaces pared-fluido y fluido-fluido, dependientes del patrón de flujo [113]. Un mapa de patrones de flujo es una herramienta que indica la distribución visible o estructura de la fase dentro del tubo y que a su vez es específico para cada fluido de trabajo (aunque puede adaptarse en ciertos casos) [100].

Los PF deben determinarse tanto en los volúmenes de control como en las uniones. Los patrones de flujo en los volúmenes de control, condicionan las ecuaciones de cerraduras incorporadas en las ecuaciones de conservación de masa y energía (transferencia de calor interfacial). Mientras que los patrones de flujo en las uniones, condicionan las ecuaciones de cerradura para las ecuaciones de suma y resta de momentum (fricción en la pared y fricción en la interfase). Más adelante se explica un poco más acerca de los VC y las uniones de los VC en la tubería (ver Figura 3.4).

El mapa de patrones de flujo empleado aquí es el utilizado por RELAP5 para flujo horizontal [17,104,107,114] y usa parámetros característicos, tales como  $\alpha_g$  y  $v_k$ . Por otra parte, otro mapa de patrones de flujo que se usa de referencia es el de Elsafi [85], aunque simplemente para ver si bajo las condiciones de operación manejadas la predicción del PF dryout es correcta (ver Figura 5.5).

### **3.2.2.1 Mapa de patrones de flujo del simulador RELAP5**

El mapa de patrones de flujo de RELAP5 se basa en dos tipos de mallas, la primer malla se toma en cuenta para las variables escalares (basado en los VC); mientras que el segunda malla se emplea para las variables vectoriales (uniones entre un VC a otro).

### Volúmenes de control

El mapa de patrones de flujo en los volúmenes de control en una tubería horizontal es el que utiliza RELAP5 para flujo horizontal y casi horizontal ( $\pm 45^\circ$ ). Los patrones de flujo que se incluyen son: burbuja, slug, estratificado liso, anular-niebla y niebla pre-CHF. Además incluye las transiciones entre burbuja y slug, slug a anular niebla, entre otras.

### Uniones

Por otra parte, el mismo mapa de patrones de flujo se usa en las uniones, con la diferencia de que la fracción de vacío de referencia, es una fracción de vacío que toma en cuenta los valores donados. El mapa de patrones de flujo en la unión, se basa en variables de los volúmenes de control y de las uniones.

### Criterio para flujo estratificado (dryout)

En esta tesis se supone que el PF dryout muestra una geometría compatible con el estratificado (Figura 3.3). De esta manera, el criterio para determinar el PF dryout toma en parte el criterio de Taitel y Dukler [115] modificado por RELAP5 (para flujos estratificados). Cabe decir que este mapa de Taitel y Dukler [115] es adiabático y para una mezcla de agua-aire.

$$|v_g - v_f| < V_{crit} \quad (3.6)$$

donde la velocidad crítica ( $V_{crit}$ ) es obtenida con la Ec. (3.7).

$$V_{crit} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \sqrt{\frac{(\rho_f - \rho_g)g\alpha_g A}{\rho_g D_{a,i} \sin \theta}} \quad \text{para } G_m < 3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}} \quad (3.7)$$

Las condiciones para otros PF se pueden encontrar en los manuales de RELAP5 [105,109].

### **3.2.2.2 Mapa de patrones de flujo de Elsafi**

Como una manera de verificar los PF obtenidos en esta tesis, se ha implementado el mapa de patrones de flujo de Elsafi [85], el cual es una adaptación para la GDV del mapa de patrones de flujo de Wojtan *et al.* [116–118]. La novedad del mapa de patrones de flujo de Elsafi es que

considera calentamiento de la tubería y fue aplicado en la GDV en un CCP. Las ecuaciones necesarias para las curvas de transición entre los patrones de flujo se presentan en las Ecs.(3.8)–(3.12).

$$G_{hst} = \left[ \frac{226.3^2 g A_{fD} A_{gD}^2 \rho_g (\rho_f - \rho_g) \mu_f}{\pi^3 x^2 (1-x)} \right]^{1/3} \quad (3.8)$$

$$G_{wavy} = \left[ \frac{16g A_{gD}^3 D_{a,i} \rho_f \rho_g}{\pi^2 x^2 \sqrt{1 - (2\Gamma_{fD} - 1)^2}} \left( \frac{\pi^2}{25\Gamma_{fD}^2} \frac{Fr_f}{We_f} + 1 \right) + 1 \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

$$G_{dryout} = \left\{ \frac{1}{0.235} \left[ \ln \left( \frac{0.58}{x} \right) + 0.52 \right] \left( \frac{D_{a,i}}{\rho_g \sigma_t} \right)^{-0.17} [g D_{a,i} \rho_g (\rho_f - \rho_g)]^{0.37} \cdot \left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{-0.25} \left( \frac{q''}{q''_{crit}} \right)^{-0.7} \right\}^{0.926} \quad (3.10)$$

$$G_{mist} = \left\{ \frac{1}{0.0058} \left[ \ln \left( \frac{0.61}{x} \right) + 0.52 \right] \left( \frac{D_{a,i}}{\rho_g \sigma_t} \right)^{-0.38} [g D_{a,i} \rho_g (\rho_f - \rho_g)]^{0.15} \cdot \left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{-0.09} \left( \frac{q''}{q''_{crit}} \right)^{-0.27} \right\}^{0.943} \quad (3.11)$$

$$x_{IA} = \left[ 0.34^{1/0.875} \left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right)^{-1/1.75} \left( \frac{\mu_f}{\mu_g} \right)^{-1/7} + 1 \right]^{-1} \quad (3.12)$$

Las Ecs. (3.13)–(3.18) permiten calcular los demás parámetros necesarios para las curvas de transición de los PF.

$$\theta_{hst} = 2\pi - 2 \left\{ \pi(1 - \alpha_g) + \left( \frac{3\pi}{2} \right)^{1/3} \left[ 1 - 2(1 - \alpha_g) + (1 - \alpha_g)^{1/3} - \alpha_g^{1/3} \right] - \frac{1}{200} (1 - \alpha_g) \alpha_g [1 - 2(1 - \alpha_g)] [1 + 4(1 - \alpha_g)^2 + \alpha_g^2] \right\} \quad (3.13)$$

$$\Gamma_{fD} = 0.5 \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi - \theta_{hst}}{2} \right) \right] \quad (3.14)$$

$$A_{fD} = \frac{\alpha_f A}{D_{a,i}^2}; \quad A_{gD} = \frac{\alpha_g A}{D_{a,i}^2} \quad (3.15)$$

$$We_f = \frac{G^2 D_{a,i}}{\rho_f \sigma_t}; \quad We_g = \frac{G^2 D_{a,i}}{\rho_g \sigma_t} \quad (3.16)$$

$$Fr_f = \frac{G^2}{\rho_f g D_{a,i}}; \quad Fr_g = \frac{G^2}{\rho_g (\rho_f - \rho_g) g D_{a,i}} \quad (3.17)$$

$$q''_{crit} = 0.131 \rho_g^{0.5} h_{gf} [g (\rho_f - \rho_g) \sigma_t]^{0.25} \quad (3.18)$$

### 3.2.3 Ángulo de secado y espesor de película del PF dryout

El ángulo estratificado considerado en la Figura 3.3 difiere del ángulo seco de los PF dryout, estratificado ondulado y anular. El ángulo estratificado no considera la configuración geométrica de dichos PF. Por lo tanto, para poder considerar dicha configuración geométrica se considera el modelo presentado en la Figura 3.2.

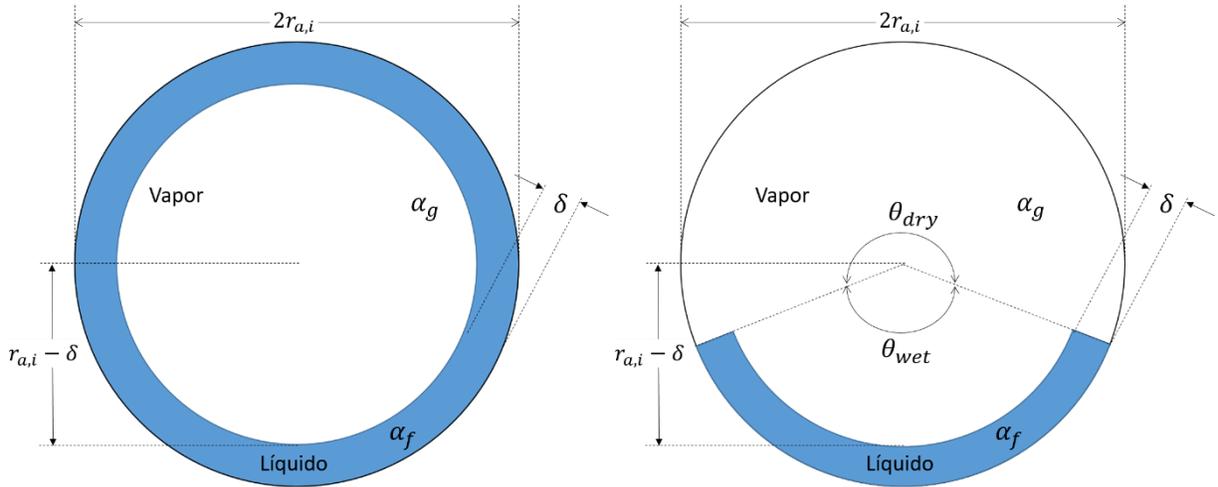


Figura 3.2. Modelo geométrico para el espesor de la película ( $\delta$ ) y ángulo de secado ( $\theta_{dry}$ ) para los patrones de flujo anular (izquierda); y dryout o estratificado ondulado (derecha).

Para el cálculo del espesor de la película del líquido en el PF anular se aplica la Ec. (3.19).

$$\delta = r_{a,i} \left( 1 - \sqrt{1 - \alpha_f} \right) \quad (3.19)$$

Mientras que para los PF estratificado ondulado y dryout se emplea la Ec. (3.20). Esta última ecuación se obtuvo realizando la integral doble en coordenadas polares del espesor de película y resolviendo la ecuación resultante para  $\delta$ . La ecuación obtenida es equivalente a la ecuación publicada por Thome *et al.* [119]. La Ec. (3.20) también se puede aplicar para el PF anular, ya que sería un caso particular del ángulo de secado ( $\theta_{dry} = 0$ ), donde dicha ecuación se reduce a la Ec. (3.19).

$$\delta = r_{a,i} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2\pi\alpha_f}{2\pi - \theta_{dry}}} \right) \quad (3.20)$$

Para la determinación del ángulo de secado se utiliza la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Definiciones de los ángulos de secado para diferentes PF [85,117].

Patrón de flujo	Abreviación	Valor del ángulo de secado
Estratificado liso	HST	$\theta_{dry} = \theta_{hst}$
Burbuja, slug, intermitente y anular	BBY, SLG, INT, ANM	$\theta_{dry} = 0$
Slug + estratificado ondulado	SLG/SW	$\theta_{dry} = \left(\frac{x}{x_{IA}}\right) \left(\frac{G_{wavy} - G}{G_{wavy} - G_{hst}}\right)^{0.61} \cdot \theta_{hst}$
Estratificado ondulado	SW	$\theta_{dry} = \left(\frac{G_{wavy} - G}{G_{wavy} - G_{hst}}\right)^{0.61} \cdot \theta_{hst}$
Dryout	DRY	$\theta_{dry} = \frac{2\pi - \theta_{dry}^*}{x_{de} - x_{di}} (x - x_{di}) + \theta_{dry}^*$
Niebla	MPR	$\theta_{dry} = 2\pi$

$\theta_{dry}^*$  es el ángulo de secado del patrón de flujo anterior al primer VC donde aparece el PF dryout.

Una vez determinado el ángulo de secado mediante la Tabla 3.1, el ángulo de mojado ( $\theta_{wet}$ ) se determina mediante la Ec. (3.21).

$$\theta_{wet} = 2\pi - \theta_{dry} \quad (3.21)$$

Para el caso del PF dryout, las calidades a las cuales aparece y desaparece este PF se determinan con la Ec. (3.22) y la Ec. (3.23), respectivamente. Mientras que los parámetros involucrados se definieron en la Sección 3.2.2.2.

$$x_{di} = 0.58 \text{EXP} \left[ 0.52 - 0.235 W e_g^{0.17} F r_g^{0.37} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{0.25} \left(\frac{q''}{q''_{crit}}\right)^{0.7} \right] \quad (3.22)$$

$$x_{de} = 0.61 \text{EXP} \left[ 0.57 - 5.8 \times 10^{-3} W e_g^{0.38} F r_g^{0.15} \left(\frac{\rho_g}{\rho_f}\right)^{-0.09} \left(\frac{q''}{q''_{crit}}\right)^{0.27} \right] \quad (3.23)$$

### 3.2.4 Ecuaciones constitutivas

Los modelos constitutivos representan la respuesta intrínseca del material (fases), es decir, sus interacciones consigo mismas y con la otra fase [17,106]. Estos modelos ayudan a cerrar el sistema de ecuaciones obtenido con el fin de poder resolverlo. Debido al promediado de las ecuaciones de conservación originales, hay una pérdida de información así como un surgimiento de términos adicionales. Lo anterior genera que el sistema de ecuaciones tenga más incógnitas que ecuaciones, por lo cual no puede ser resuelto. Lo anterior se soluciona agregando ecuaciones de cerradura [120]. Tales modelos pueden clasificarse en ecuaciones mecánicas o ecuaciones energéticas. Se ha comprobado que estos modelos tienen un impacto significativo en los resultados de la simulación e incluso una ecuación constitutiva puede afectar al método de solución, técnica de solución, la

estabilidad, exactitud y en ocasiones puede mejorar la velocidad de cómputo [106,120]. A continuación, se presentan las condiciones de cerradura necesarios para resolver las ecuaciones de conservación para ambas fases. Por el momento se han adaptado las ecuaciones de cerradura del flujo estratificado ondulado al flujo dryout para la ecuación de momentum.

### 3.2.4.1 Ecuaciones constitutivas mecánicas

Dos aspectos mecánicos son involucrados en el presente estudio, la fuerza de fricción en la pared y la fuerza de fricción en la interfase.

#### Fricción en la pared

La fuerza de fricción en la pared o también llamada arrastre en la pared es determinada por el método de multiplicación de fricción bifásico HTFS [104]. Dependiendo del patrón de flujo, podría ser más conveniente otro enfoque, como lo discute Lee *et al.* [121] para flujos dispersos. Una de las maneras más sencillas de obtener los esfuerzos cortantes por fricción en la pared, para cada una de las fases, es el enfoque del factor de fricción monofásico (Ec. (3.24)).

$$\tau_{kw} = \frac{1}{2} f_k \rho_k v_k^2 \quad (3.24)$$

donde el factor de fricción pared-fluido  $f_k$  puede ser obtenido mediante la ecuación de Blasius [122].

$$f_k = C_k Re_k^{-n_k}$$

$$C_k = \begin{cases} 16 & \text{para } Re_k \leq 2300 \\ 0.046 & \text{para } Re_k > 2300 \end{cases}$$

$$n_k = \begin{cases} 1 & \text{para } Re_k \leq 2300 \\ 0.2 & \text{para } Re_k > 2300 \end{cases} \quad (3.25)$$

$$Re_k = \frac{\rho_k v_k D_k}{\mu_k}$$

$$D_f = \frac{4A_f}{p_f}$$

$$D_g = \frac{4A_g}{p_g + p_i}$$

Brauner y Maron [123] propusieron que para la mayoría de flujos bifásicos agua-vapor, el perímetro utilizado para el cálculo del diámetro hidráulico para el flujo de vapor, debe ser la suma de las longitudes de contacto pared-vapor y líquido ( $p_g + p_i$ ).

#### Fricción en la pared de cada fase

$$FW_g = \frac{1}{2D_{a,i}} \left[ \lambda'_f \rho_f (\alpha_f v_f)^2 + C \sqrt{\lambda'_g \rho_g (\alpha_g v_g)^2 \lambda'_f \rho_f (\alpha_f v_f)^2} + \lambda'_g \rho_g (\alpha_g v_g)^2 \right] \left( \frac{\lambda_g v_g}{\lambda_g \rho_g v_g^2 \alpha_{gw} + \lambda_f \rho_f v_f^2 \alpha_{fw}} \right) \left( \frac{\alpha_{gw}}{\alpha_g} \right) \quad (3.26)$$

$$FW_f = \frac{1}{2D_{a,i}} \left[ \lambda'_f \rho_f (\alpha_f v_f)^2 + C \sqrt{\lambda'_g \rho_g (\alpha_g v_g)^2 \lambda'_f \rho_f (\alpha_f v_f)^2} + \lambda'_g \rho_g (\alpha_g v_g)^2 \right] \left( \frac{\lambda_f v_f}{\lambda_g \rho_g v_g^2 \alpha_{gw} + \lambda_f \rho_f v_f^2 \alpha_{fw}} \right) \left( \frac{\alpha_{fw}}{\alpha_f} \right)$$

#### Coefficiente de correlación

$$C = -2 + f_1(G)T_1(\Lambda, G) \quad (3.27)$$

donde

$$G = |G|$$

$$f_1(G) = 28 - 0.3\sqrt{G} \quad (3.28)$$

$$T_1(\Lambda, G) = \text{EXP} \left[ -\frac{(\log_{10} \Lambda + 2.5)^2}{2.4 - G(10^{-4})} \right]$$

$$\Lambda = \frac{\rho_g}{\rho_f} \left( \frac{\mu_f}{\mu_g} \right)^{0.2}$$

donde  $\lambda_k$  es el coeficiente de fricción (ver Ecs. (3.34)-(3.37)), el cual se determina en función del número de Reynolds,  $Re_k$ , de la fase. Y  $\lambda'_k$  es el factor de fricción determinado a partir de  $Re'_k$ . Donde  $Re_k$  y  $Re'_k$  se determinan a partir de las Ecs. (3.29) y (3.30), respectivamente.

$$Re_k = \frac{\alpha_k \rho_k v_k D_{a,i}}{\alpha_{kw} \mu_k} \quad (3.29)$$

$$Re'_k = \frac{\alpha_k \rho_k v_k D_{a,i}}{\mu_k} \quad (3.30)$$

### Fracción de vacío de película de pared

La variable  $\alpha_{kw}$  es la fracción de vacío contenida en la película de fluido en contacto con la pared. Y se determina en función del ángulo de estratificado que se tenga (considerando el flujo estratificado de la Figura 3.3). Para la fase gaseosa se determinan mediante:

$$\alpha_{gw} = \frac{\theta}{\pi} \quad (3.31)$$

Y para la fase líquida

$$\alpha_{fw} = 1 - \frac{\theta}{\pi} \quad (3.32)$$

Donde el ángulo  $\theta$  se calcula en función de la fracción de vacío como se puede ver en la Ec. (3.33).

$$\pi \alpha_g = \theta - \text{sen} \theta \cos \theta \quad (3.33)$$

En este trabajo la Ec. (3.33) se resuelve con el método de la bisección. La referencia [85] proporciona una ecuación explícita para el ángulo de secado (solo que debido a su consideración,

este ángulo resultará el doble que el de la Ec. (3.33))

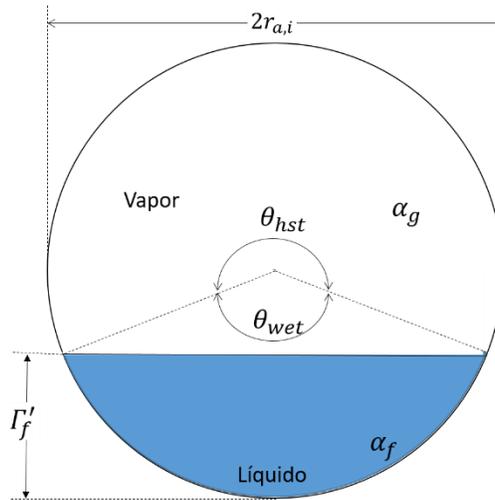


Figura 3.3. Definición del ángulo de estratificación horizontal o liso (Adaptada de Elsafi [85])<sup>4</sup>.

Para el caso particular de flujos monofásicos, la fase que no está presente tendrá un valor de cero y la fase que se presenta tendrá un valor de 1.

#### Coefficientes de fricción en la pared

Por otra parte, el factor de fricción se calcula de las correlaciones para flujo laminar y turbulento con interpolación lineal en la región de transición. El modelo calcula el factor de fricción usando principalmente una aproximación de la correlación de Colebrook-White (Zigrang y Sylvester en la referencia [107]).

El modelo de factor de fricción ( $f$ ) simplemente es un esquema de interpolación que vincula los regímenes de flujo laminar (subíndice  $L$ ), transición (subíndice  $L,T$ ) y turbulento (subíndice  $T$ ).

Laminar ( $0 \leq Re \leq 2200$ ):

$$f_L = \frac{64}{Re} \quad (3.34)$$

<sup>4</sup> El ángulo  $\theta$  que se maneja en las ecuaciones de RELAP5 es la mitad del ángulo definido aquí, es decir,  $\theta = \theta_{hst}/2$ .

Transición ( $2200 < Re < 3000$ ) – RELAP (2001):

$$f_{L,T} = \left(3.75 - \frac{8250}{Re}\right) (f_{T,3000} - f_{L,2200}) + f_{L,2200} \quad (3.35)$$

Turbulento ( $Re \geq 3000$ ) de Zigrang-Sylvester (1985):

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = -2 \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon}{3.7D_{a,i}} + \frac{2.51}{Re} \left[ 1.14 - 2 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{D_{a,i}} + \frac{21.25}{Re^{0.9}} \right) \right] \right\} \quad (3.36)$$

Otra expresión de la ecuación de Zigrang-Sylvester (1985)<sup>5</sup> se presenta en la Ec. (3.37).

$$\frac{1}{\sqrt{f_T}} = -2 \log_{10} \left\{ \frac{\varepsilon}{3.7D_{a,i}} - \frac{5.02}{Re} \log_{10} \left[ \frac{\varepsilon}{3.7D_{a,i}} - \frac{5.02}{Re} \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3.7D_{a,i}} + \frac{13}{Re} \right) \right] \right\} \quad (3.37)$$

para  $0 \leq \varepsilon/D \leq 5 \times 10^{-2}$  y  $4 \times 10^3 \leq Re \leq 10^8$ .

Cabe destacar que debido al rango de validez de las ecuaciones anteriores, es necesario complementar algunas correlaciones adicionales con el fin de evitar fallos en el código. En este caso se implementa la correlación de Buzzelli (2008)<sup>6</sup> para  $10^{-7} \leq \varepsilon/D \leq 5 \times 10^{-2}$  y  $3 \times 10^3 \leq Re \leq 3 \times 10^8$ .

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = B_1 - \left[ \frac{B_1 + 2 \log \left( \frac{B_2}{Re} \right)}{1 + \frac{2.18}{B_2}} \right] \quad (3.38)$$

donde

$$B_1 = \frac{0.774 \ln(Re) - 1.41}{1 + 1.32 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D_{a,i}}}}$$

$$B_2 = \frac{\varepsilon}{3.7D_{a,i}} Re + 2.51B_1$$

<sup>5</sup> [https://html.scrip.org/file/\\_1-3700691\\_1.htm](https://html.scrip.org/file/_1-3700691_1.htm)

<sup>6</sup> [https://html.scrip.org/file/\\_1-3700691\\_1.htm](https://html.scrip.org/file/_1-3700691_1.htm)

### Fricción interfacial

El esfuerzo cortante de arrastre en la interfase está dada por la Ec. (3.39) [122,124].

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_c |v_g - v_f| (v_g - v_f) \quad (3.39)$$

donde el factor de fricción interfacial  $f_i$  puede ser obtenido mediante la ecuación de Blasius [122] considerando  $f_i = f_g$  (ver Tabla 3.3).

La fricción interfacial depende del área de contacto entre las dos fases así como del patrón de flujo presente. En el caso particular de un flujo monofásico la fricción interfacial será cero. En este trabajo se emplea el método del coeficiente de arrastre en la pared, ya que es aplicable para varios patrones entre ellos el estratificado, anular y niebla (por mencionar a algunos) [104,107,114], y asimismo se asume que es válido también para el patrón de flujo dryout.

Las ecuaciones necesarias para el cálculo de la fuerza de fricción interfacial por unidad de volumen,  $FI$ , se presentan en las Ecs. (3.40) y (3.41).

$$FI = \frac{\frac{F_{ig}}{\alpha_g \rho_g} + \frac{F_{if}}{\alpha_f \rho_f}}{\rho_m (v_g - v_f)} = \frac{F_i}{\alpha_g \rho_g \alpha_f \rho_f (v_g - v_f)} \quad (3.40)$$

donde  $F_{ig}$  y  $F_{if}$  son obtenidas por el método del coeficiente de arrastre como se muestra en la Ec. (3.41).

$$F_i = F_{ig} = F_{if} = \frac{1}{8} \rho_c |v_g - v_f| (v_g - v_f) C_D a_{gf} \quad (3.41)$$

donde  $\rho_c$  es la densidad de la fase continua (ver Tabla 3.2). Para el caso de fases dispersas, esto es más sencillo de visualizar, sin embargo para fases separadas no tanto. Para las fases separadas, se toma la densidad de la fase de mayor velocidad, que normalmente es la del vapor [122].  $C_D$  es el coeficiente de arrastre y  $a_{gf}$  es área interfacial por unidad de área. Estos tres parámetros dependen directamente del patrón de flujo.

Tabla 3.2. Densidad de la fase continua para diferentes PF.

PF	$\rho_c$	Referencias
Burbuja	$\rho_f$	[104]
Niebla	$\rho_g$	[104]
Estratificado superficies libres	$\rho_m$	[125]
Estratificado liso u ondulado	$\rho_g$	[104,122,126]
Dryout	$\rho_g$	Propuesta en esta tesis

### Coefficiente de fricción empleado para el patrón de flujo dryout

En esta tesis se ha tomado que el coeficiente de fricción interfacial para el dryout es igual al coeficiente de fricción interfacial para el flujo estratificado, cuya ecuación está dada por la Ec. (3.42) [104,107,114], esta correlación también ha sido considerada por las referencias [100,124].

$$C_D = \max \left[ \frac{64}{Re_i}, \frac{0.3164}{Re_i^{0.25}} \right] \quad (3.42)$$

donde

$$Re_i = \frac{\rho_c |v_g - v_f| D_i}{\mu_g}$$

$$D_i = \frac{\alpha_g \pi D_{a,i}}{\theta + \text{sen}\theta} \quad (3.43)$$

$$\alpha_{gf} = 4 \frac{\text{sen}\theta}{\pi D_{a,i}} C_{st}$$

donde  $C_{st}$  es un factor de rugosidad ( $C_{st} = 1$ ). Para efectos prácticos,  $C_D$  viene siendo el factor de fricción interfacial de Darcy, que es 1/4 del factor de Moody. En la Ec. (3.42),  $D_i$  y  $Re_i$  son los mismos que Taitel y Dukler [115] propusieron. En otros trabajos, se asume que  $f_i = f_{wg}$  (por ejemplo, Taitel y Dukler [115]) la cual toma algunas definiciones de Agrawal *et al.* [127]. Este último también propone algunas relaciones para los coeficientes de fricción basados en Blasius de

1913 (consulte referencia en [127]), pero tomando en cuenta el número de Reynolds a la velocidad local y una nueva definición del diámetro hidráulico. En la Tabla 3.3 se muestran diferentes correlaciones para el PF estratificado liso, que también se podrían aplicar al PF dryout.

Tabla 3.3. Correlaciones del factor de fricción interfacial.

Autores (año)	Ecuación	Parámetros auxiliares	Condiciones / características	Referencias
Taitel y Dukler (1976)	$f_i = C_g Re_i^{-m}$	$C_g = 0.046; m = 0.2$ para turbulento $C_g = 16; m = 1$ para laminar $D_i = \frac{4A_g}{p_g + p_i}$ $p_g = \theta D$ $p_i = D_{a,i} \text{sen} \theta$ $A_g = \alpha_g A$ $Re_i = \frac{\rho_g  v_g - v_f  D_i}{\mu_g}$	Estratificado suave (o para $v_g \gg v_i$ )	[115,124]
Cheremisinoff y Davis	$f_i = 0.0142$	N/A	Para ondas de amplitud pequeña	[128]
Cheremisinoff y Davis	$f_i = 0.008 + 2 \times 10^{-5} Re_f^*$	$Re_f^* = \frac{\rho_f v_{fS}}{\mu_f} \left( \frac{\pi D_{a,i}^2}{4S_i} \right)$ $S_i = D \text{sen} \theta$ Nota: en el artículo dice $U_{LS}$ en lugar de $v_{fS}$ pero no define quién es.	Para ondas roll (roll waves)	[128]
Kowalski (1985)	$f_i = 0.096 (Re_g^+)^{-0.52}$	$Re_g^+ = \frac{\rho_g v_{gS} D_{a,i}}{\mu_g}$ Nota: en el artículo dice $U_{GS}$ en lugar de $v_{gS}$ pero no define quién es.	Superficies suaves	[128]
Kowalski (1985)	$f_i = 7.5 \times 10^{-5} \alpha_f^{-0.25} Re_g^{-0.3} Re_f$	$Re_g = \frac{\rho_g v_g D_{a,i}}{\mu_g}$ $Re_f = \frac{\rho_f v_f D_{a,i}}{\mu_f}$	Superficies onduladas	[128]
Andritsos y Hanratty (1987)	$f_i = f_g$	$f_g$ de Taitel y Dukler (1976)	$v_{gS} \leq 5 \left( \frac{\rho_{go}}{\rho_g} \right)^{0.5}$ Donde $\rho_{go}$ es la densidad del vapor a la presión atmosférica	[128]
Andritsos y Hanratty	$f_i = f_g \left\{ 1 + 15 \left( \frac{h}{D} \right)^{0.5} \cdot \left[ \frac{v_{gS}}{5} \left( \frac{\rho_g}{\rho_{go}} \right)^{0.5} - 1 \right] \right\}$	$f_g$ de Taitel y Dukler (1976) $h = \frac{D_{a,i}}{2} (1 + \cos \theta)$ Nota: aunque $h$ no es definido directamente, de su modelo físico y de la Figura 3.3 puede encontrarse la expresión de arriba	$v_{gS} > 5 \left( \frac{\rho_{go}}{\rho_g} \right)^{0.5}$ Donde $\rho_{go}$ es la densidad del vapor a la presión atmosférica	[128]
Cohen and Hanratty (1968)	$f_i = 0.014$	N/A	ninguna	[124]

Las ecuaciones contenidas en la Tabla 3.3, deben de ser sustituidas en la Ec. (2.28) para obtener el esfuerzo cortante interfacial [124].

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_g |v_g - v_f| (v_g - v_f) \quad (3.44)$$

Y en las ecuaciones donde se involucra  $f_g$  (factor de fricción en la pared), Taitel y Dukler [115] consideran la Ec. (3.45) [124].

$$\tau_k = \frac{1}{2} f_k \rho_g |v_k| v_k \quad (3.45)$$

### Coefficiente de Masa Virtual

Este término se considera para flujos dispersos (burbuja o niebla) y es tomado en cuenta como una fuerza de inercia adicional que las burbujas necesitan para desplazarse sobre el líquido [96].

El término de masa virtual es tomado en cuenta en varios trabajos pero en otros es despreciado, por ejemplo, el código TRACE V5.0 desprecia este término, debido a que no tiene influencia en los problemas de seguridad de reactores, aunado al hecho que el considerarlos hace más compleja su solución [96].

Tabla 3.4. Ecuaciones para el coeficiente de masa virtual.

Ecuación	Condición	Referencias
$C_{VM} = \frac{1(1 + 2\alpha_g)}{2(1 - \alpha_g)}$	$0 \leq \alpha_g \leq \frac{1}{2}$	[96,129]
$C_{VM} = \frac{1(3 - 2\alpha_g)}{2\alpha_g}$	$\frac{1}{2} < \alpha_g \leq 1$	[107]

### 3.2.4.2 Ecuaciones constitutivas energéticas

En cuanto a las ecuaciones constitutivas energéticas necesarias, se tienen el término de disipación, el coeficiente de transferencia de calor en la pared para el PF dryout y el coeficiente de transferencia de calor interfacial para el PF dryout. Aunque también se incorporan las correlaciones para estratificado, anular y vapor sobrecalentado, ya que son necesarias en diferentes condiciones de operación cuando la transición desde o hacia el dryout ocurre.

### **Términos de disipación**

El término de disipación de energía para la fase  $k$ ,  $\Phi_k$  es la energía disipada debido a la degradación irreversible de la energía cinética a energía interna. Aquí solo se toma en cuenta los efectos de disipación debido a la fricción de la pared, pérdidas dinámicas e ineficiencias de la bomba, mientras que efectos menores tales como arrastre en la interfase y transferencia de masa pueden ser despreciados [17]. La disipación de la fricción de la pared se define en las ecuaciones (3.46) y (3.47).

$$\Phi_g = \alpha_g \rho_g F W_g v_g^2 \quad (3.46)$$

$$\Phi_f = \alpha_f \rho_f F W_f v_f^2 \quad (3.47)$$

### **Transferencia de calor pared-fluido**

Los términos  $Q_{wg}$  y  $Q_{wf}$  en las ecuaciones de conservación de energía de la fase vapor y fase líquida (Ec. (3.5)), respectivamente, representan los flujos de calor por unidad de volumen transferido a cada una de las fases. Para los casos en los cuales se tiene flujo monofásico, la determinación de  $Q_{wg}$  y  $Q_{wf}$  es sencilla, ya que todo el flujo de calor se transfiere a la fase presente. Sin embargo, para la región bifásica, hay diferentes enfoques, dependiendo del modelo matemático para resolver la termohidráulica del flujo bifásico. Por ejemplo, aun cuando Elsafi [85] considera un modelo mecanístico del flujo bifásico, no considera como tal ninguno de los tres enfoques de modelos del flujo bifásico (no obstante, por sus consideraciones se podría afirmar que es un homogéneo). Elsafi no determina directamente los términos de flujo de calor volumétricos pero su modelo matemático muestra que es necesario un CTC por convección para cada PF.

Por otra parte, en otros enfoques,  $Q_{wg}$  y  $Q_{wf}$  no son determinados en función del patrón de flujo que se presenta, sino más bien de acuerdo a cómo el calor es transferido desde la pared hacia cada una de las fases. Estas condiciones son llamadas modos de transferencia de calor, y se apegan más a la naturaleza física de la transferencia de calor en la pared. Así que, en función del modo de transferencia de calor que se tenga, se emplea la correlación para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la pared y el fluido.

Tres modos de transferencia de calor son considerados en este trabajo, ebullición nucleada, ebullición de transición y ebullición de película, todas ellas saturadas<sup>7</sup>. En la ebullición nucleada se considera que todo el líquido está en contacto con la pared y por tanto todo el calor es transferido a la fase líquida (como en el PF anular), hasta un valor de  $\alpha_g = 0.99$ . Por encima de este valor de fracción de vacío se puede considerar PF estratificado ondulado o dryout (en función de los criterios indicados es la Tabla 3.5).

El criterio utilizado para la selección de los modos de transferencia de calor se basa en una adaptación, hecha en esta tesis, a los modelos de RELAP5 [105,109] y Wu *et al.* [130]. En resumen estas correlaciones junto con su criterio o lógica de selección se muestran en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5. Correlaciones para el cálculo del CTC en función de los modos de transferencia de calor en la pared.

Modo	Definición	Criterio de selección	Correlación	Referencias
4	Ebullición nucleada saturada	$\alpha_g < 0.99$ $q''_{NB} < CHF$	Chen (1966)	[105,131–133]
6	Ebullición de transición	$q''_{NB} > CHF$ $q''_{TB} > q''_{FB}$	Chen-Sundaram-Ozkaynak (1977)	[105]
8	Ebullición de película saturada	$q''_{NB} > CHF$ $q''_{TB} < q''_{FB}$ $\alpha_g < 0.999$	Bromley (1948)	[105]
9	Convección forzada (vapor sobrecalentado)	$\alpha_g \geq 0.999$	Dittus-Boelter(1985)	[105]

NB=ebullición nucleada, TB=ebullición de transición, FB=ebullición de película, CHF=flujo de calor crítico (calculado siguiendo la metodología de búsqueda de tabla de Groeneveld [134]).

Las correlaciones para el cálculo de los CTC de la Tabla 3.5 determinan un CTC para cada fase y la adición de ellos es el CTC de la mezcla bifásica como se enuncia en la Ec. (3.48).

$$H_{2F} = H_{gw} + H_{fw} \quad (3.48)$$

Sin embargo, Elsafi [85] utiliza un enfoque que difiere del modelo de la Tabla 3.5, ya que él suma los CTC de cada fase ponderándolos con el ángulo de contacto de cada fase con la superficie interna de la tubería, como se muestra en la Ec (3.49).

<sup>7</sup> Los modos de transferencia de calor subenfriados no se consideran aquí. Sin embargo, para variaciones transitorias de las condiciones de operación, es importante considerarlos.

$$H_{2F} = \frac{\theta_{dry} H_{gw}^*}{2\pi} + \frac{\theta_{wet} H_{fw}^*}{2\pi} \quad (3.49)$$

Por lo tanto, de las Ecs. (3.48) y (3.49) se puede asumir que los modelos planteados en la Tabla 3.5 toman en cuenta, en cierta medida, una ponderación parecida a la del modelo de Elsafi [85], solo cambia la manera en cómo se determinan los ángulos de secado y mojado. Es decir, en este trabajo se usan los modelos de la Tabla 3.5 y los ángulos de secado y mojado dados en la Sección 3.2.3.

### Transferencia de calor interfacial

Como puede verse en algunos mapas de PF, el PF dryout puede surgir después del flujo anular o del estratificado ondulado [85], por esta razón es difícil modelar solo el PF dryout, aun cuando se establezcan las condiciones en las cuales se garantice la presencia del dryout. Esto se debe a que para los modelos termohidráulicos, los cambios debido al estado transitorio son muy notorios, así que el hecho de establecer que se presentará un solo PF no es tan viable. Por lo anterior, en este trabajo se consideran los otros PF para poder transitar desde ellos al PF dryout, y a su vez, ampliar el rango de operación del código incluyendo otros PF y no restringiendo solo al dryout. Los flujos de calor en la interfase fluido-fluido se modelan usando la ley de enfriamiento de Newton [17]. Sin embargo, en este trabajo se considera equilibrio térmico por lo que el flujo de calor interfacial es cero, pero para evitar problemas en el código, es necesario asignarle a los coeficientes de transferencia de calor interfaciales los valores de la Tabla 3.6.

Tabla 3.6. Coeficientes de transferencia de calor interfacial.

Región	$H_{ig}$ (W/m <sup>3</sup> K)	$H_{if}$ (W/m <sup>3</sup> K)
Bifásica cerca del dryout	10 <sup>10</sup>	10 <sup>13</sup>
Vapor sobrecalentado	0	10 <sup>12</sup>

### 3.2.4.3 Ecuaciones constitutivas de transferencia de masa

En este caso no se incorporan ni fuentes ni sumideros de masa, así que toda la masa que se genera es debido al cambio de fase. Lo que lleva a la Ec. (3.2).

A su vez el modelo de masa interfacial asume que la transferencia de masa puede ser particionada en dos partes, una en la interfase y otra en la pared.

$$\Gamma_g = -\frac{[H_{ig}(T^s - T_g) + H_{if}(T^s - T_f)]}{h_g^* - h_f^*} + \Gamma_w \quad (3.50)$$

donde [111]:

$$h_g^* = \begin{cases} h_g^s & \text{para } \Gamma_g > 0 \\ h_g & \text{para } \Gamma_g \leq 0 \end{cases} \quad (3.51)$$

$$h_f^* = \begin{cases} h_f & \text{para } \Gamma_g > 0 \\ h_f^s & \text{para } \Gamma_g \leq 0 \end{cases} \quad (3.52)$$

Y la transferencia de masa en la pared está dada por las Ecs. (3.62) y (3.63), para evaporación [40] y para condensación, respectivamente.

$$\Gamma_w = \frac{q_f'' A_w}{V \left[ \max \left( h_g^s - h_f^s, 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) \right]} Mul \quad (3.53)$$

$$\Gamma_w = \frac{q_g'' A_w}{V \left[ \max \left( h_g - h_f^s, 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) \right]} \quad (3.54)$$

donde  $Mul$  es un multiplicador definido con la Ec. (3.55).

$$Mul = \frac{h_f - h_{cr}}{(h_f^s - h_{cr})(1 + \varepsilon)} \quad (3.55)$$

$$\varepsilon = \frac{\rho_f [h_f^s - \min(h_f, h_f^s)]}{\rho_g h_{fg}}$$

$$h_{cr} = \begin{cases} h_f^{sat} - \frac{St' C_{pf}}{0.0065} \\ h_f^{sat} - \frac{Nu' C_{pf}}{455} \end{cases} \quad \text{para } Pe \leq 70000$$

$$St' = \frac{Nu'}{Pe}$$

$$Nu' = \frac{q_f'' D}{k_f}$$

$$Pe = \frac{G_t D C_{pf}}{k_f}$$

Y finalmente, el término  $q_f''$  es el flujo de calor en la pared por unidad de área.

### 3.2.4.4 Relaciones constitutivas de estado

Las relaciones constitutivas de estado o simplemente ecuaciones de estado, especifican el estado termodinámico de las fases como una función de esas variables de estado que las determinan. Para las propiedades de cada fase se usan las tablas de agua/vapor obtenidas por el software EES. Las propiedades necesarias para resolver el modelo matemático son: temperatura  $T_g$ , entalpía  $h_g$ , densidad  $\rho_g$ , volumen específico  $v_g$ , coeficiente de expansión volumétrica  $\beta_g$ , calor específico a presión constante  $C_{pg}$ , calor específico a volumen constante  $C_{vg}$ , factor de compresibilidad isotérmica  $\kappa_g$ , viscosidad dinámica  $\mu_g$  y conductividad térmica  $\lambda_g$ . Las tablas de vapor fueron obtenidas con el software EES, el cual usa las formulaciones IAPWS. Lo mismo para la fase líquida.

Por otra parte, las relaciones de estado utilizadas aquí para la linealización de la densidad y temperatura se muestran en las Ecs. (3.56)-(3.61) (para la fase  $k$ ) [109].

$$\left(\frac{\partial \rho_k}{\partial U_k}\right)_P = \frac{-v_k \beta_k}{(C_{pk} - v_k \beta_k P) v_k^2} \quad (3.56)$$

$$\left(\frac{\partial T_k}{\partial U_k}\right)_P = \frac{1}{C_{pk} - v_k \beta_k P} \quad (3.57)$$

$$\left(\frac{\partial \rho_k}{\partial P}\right)_{U_k} = \frac{C_{pk} v_k \kappa_k - T_k v_k^2 \beta_k^2}{(C_{pk} - v_k \beta_k P) v_k^2} \quad (3.58)$$

$$\left(\frac{\partial T_k}{\partial P}\right)_{U_k} = \frac{-(P v_k \kappa_k - T_k v_k \beta_k)}{C_{pk} - v_k \beta_k P} \quad (3.59)$$

De manera particular la derivada parcial de la temperatura de saturación respecto a la presión está dada por la Ec. (3.60).

$$\frac{\partial T^s}{\partial P} = \frac{T^s(v_g^s - v_f^s)}{h_g^s - h_f^s} \quad (3.60)$$

Mientras que  $\left(\frac{\partial T^s}{\partial U_k}\right)_P = 0$ , ya que la temperatura de saturación solo depende de la presión.

Todos los parámetros empleados en las Ecs. (3.56)-(3.60) pueden ser obtenidos mediante las tablas termodinámicas, excepto el factor  $\kappa_k$  (compresibilidad isotérmica) que se obtiene mediante la relación de Mayer [135] para cualquier sustancia como se muestra en la Ec. (3.61).

$$\kappa_k = \frac{vT\beta^2}{C_{pk} - C_{vk}} \quad (3.61)$$

donde las unidades de  $\kappa_k$  son  $\{1/Pa\}$ .

### 3.3 SOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Para poder discretizar las ecuaciones de conservación presentadas en la Sección 3.2.1, se deben hacer adecuaciones a las mismas. Estas adecuaciones se describen en el Apéndice (Sección 9.5). Las ecuaciones resultantes de estas adecuaciones son las que se discretizan. Las cuales corresponden a las ecuaciones de suma y resta de conservación de masa ((9.70) y (9.71)), de suma y resta de conservación de momentum ((9.72) y (9.74)), y las ecuaciones de conservación de energía expandidas ((9.79) y (9.81)) para las fases gaseosa y líquida, respectivamente.

#### 3.3.1 Discretización

Para la discretización de las Ecs. (9.70), (9.71), (9.72), (9.74), (9.79) y (9.81), se emplea la técnica numérica de diferencias finitas con un esquema semi-implícito en el tiempo, siguiendo la metodología de RELAP5. Esta metodología ha mostrado ser estable y convergente [17]. Además, se incorpora una malla desfasada para la ecuación de conservación de momentum, introduciendo

el uso de celdas donantes para las variables vectoriales o de flujo (por ejemplo, la velocidad), además que añade los términos de viscosidades artificiales. En la Figura 3.4 se muestra la malla que se considera para las ecuaciones de conservación de masa y energía, mientras que en esa misma imagen se puede apreciar una malla desfasada, la cual se emplea para la ecuación de conservación de momentum. En general, las variables escalares se calculan en los centros de los volúmenes de control (VC), mientras que las variables vectoriales se calculan en las uniones entre VC.

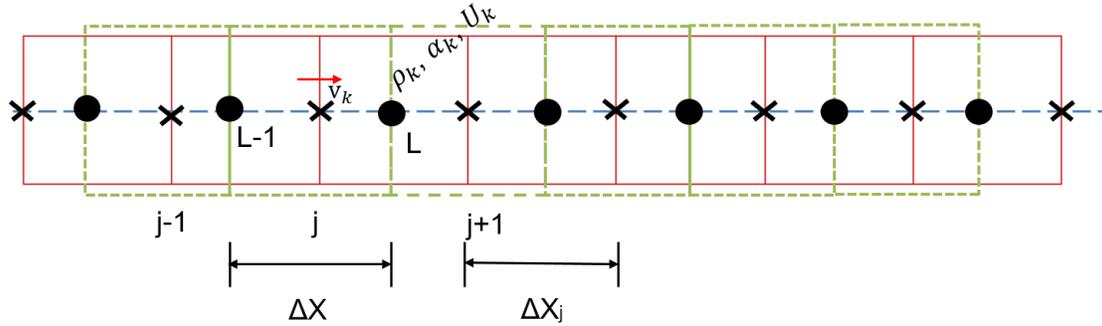


Figura 3.4. Malla numérica centrada y malla desfasada para el modelo termohidráulico.

Para las discretizaciones temporales y espaciales de las variables en los centros de los VC (presión, densidad y energía interna específica) se emplean los esquemas de las Ecs. (3.62) y (3.63), respectivamente.

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial t} = \frac{\tilde{\varphi}_{k,L}^{n+1} - \varphi_{k,L}^n}{\Delta t} \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial x} = \frac{\dot{\varphi}_{k,j+1}^n - \dot{\varphi}_{k,j}^n}{\Delta x} \quad (3.63)$$

Mientras que para las velocidades se usan las Ecs. (3.64) y (3.65).

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} = \frac{v_{k,j}^{n+1} - v_{k,j}^n}{\Delta t} \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial v_k^2}{\partial x} = \frac{(v_{k,L}^n)^2 - (v_{k,L-1}^n)^2}{\Delta x_j} \quad (3.65)$$

Nota:  $\dot{\varphi}_{k,j+1}^n$  y  $\dot{\varphi}_{k,j}^n$  son variables donadas, las cuales se obtienen mediante la Ec. (3.66).

$$\dot{\varphi}_j = \frac{1}{2}(\varphi_{L-1} + \varphi_L) + \frac{1}{2} \frac{|v_j|}{v_j} (\varphi_{L-1} - \varphi_L) \quad \text{para } v_j \neq 0 \quad (3.66)$$

Los términos de viscosidad artificial surgen debido a que los términos de flujo de momentum usan

una diferencia centrada sobre el cuadrado de la velocidad [17].

Con la finalidad de sintetizar la información, en la siguiente sección solo se presentan las formas finales de esta discretización.

### 3.3.2 Metodología de solución

Una vez hechas las discretizaciones, simplificaciones y agrupaciones de los términos semejantes, se obtienen dos sistemas matriciales, uno que resuelve las dos ecuaciones de conservación de masa y las dos ecuaciones de conservación de energía, y otro sistema matricial que resuelva las dos ecuaciones de conservación de momentum. Las variables a resolver son:  $\tilde{U}_{g,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{U}_{f,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1}$  y  $P_L^{n+1}$  para el primer sistema matricial. Mientras que  $v_{g,j}^{n+1}$  y  $v_{f,j}^{n+1}$  se determinan en el segundo sistema matricial. Las demás propiedades del vapor se determinan directamente de las tablas termodinámicas del agua y del vapor, a partir de  $P_L^{n+1}$  y  $U_L^{n+1}$ .

#### 3.3.2.1 Obtención de los sistemas matriciales

El primer sistema matricial queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & A_{1,4} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & A_{2,4} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & A_{3,4} \\ A_{4,1} & A_{4,2} & A_{4,3} & A_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_{g,L}^{n+1} - U_{g,L}^n \\ \tilde{U}_{f,L}^{n+1} - U_{f,L}^n \\ \tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1} - \alpha_{g,L}^n \\ P_L^{n+1} - P_L^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1^1 \\ g_2^1 \\ g_3^1 \\ g_4^1 \end{bmatrix} v_{g,j+1}^{n+1} + \begin{bmatrix} g_1^2 \\ g_2^2 \\ g_3^2 \\ g_4^2 \end{bmatrix} v_{g,j}^{n+1} + \begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ f_3^1 \\ f_4^1 \end{bmatrix} v_{f,j+1}^{n+1} + \begin{bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \\ f_3^2 \\ f_4^2 \end{bmatrix} v_{f,j}^{n+1} \quad (3.67)$$

O escrito de forma compacta:

$$[A][X] = [B] + [g^1]v_{g,j+1}^{n+1} + [g^2]v_{g,j}^{n+1} + [f^1]v_{f,j+1}^{n+1} + [f^2]v_{f,j}^{n+1} \quad (3.68)$$

Donde los coeficientes quedan definidos como

$$A_{1,1} = \left\{ \alpha_{g,L}^n \left[ U_{g,L}^n \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial U_g} \right)_L^n + \rho_{g,L}^n \right] - H_{ig,L}^n \left( \frac{h_{f,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left( \frac{\partial T_g}{\partial U_g} \right)_L^n \Delta t \right\} \Delta V$$

$$\begin{aligned}
 A_{1,2} &= -H_{if,L}^n \left( \frac{h_{g,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left( \frac{\partial T_f}{\partial U_f} \right)_L^n \Delta V \Delta t \\
 A_{1,3} &= (\rho_{g,L}^n U_{g,L}^n + P_L^n) \Delta V \\
 A_{1,4} &= \left\{ \alpha_{g,L}^n U_{g,L}^n \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial P} \right)_L^n + H_{ig,L}^n \left( \frac{h_{f,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left[ \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L^n - \left( \frac{\partial T_g}{\partial P} \right)_L^n \right] \Delta t \right. \\
 &\quad \left. + H_{if,L}^n \left( \frac{h_{g,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left[ \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L^n - \left( \frac{\partial T_f}{\partial P} \right)_L^n \right] \Delta t \right\} \Delta V \\
 A_{2,1} &= H_{ig,L}^n \left( \frac{h_{f,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left( \frac{\partial T_g}{\partial U_g} \right)_L^n \Delta V \Delta t \\
 A_{2,2} &= \left\{ \alpha_{f,L}^n \left[ U_{f,L}^n \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial U_f} \right)_L^n + \rho_{f,L}^n \right] + H_{if,L}^n \left( \frac{h_{g,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left( \frac{\partial T_f}{\partial U_f} \right)_L^n \Delta t \right\} \Delta V \\
 A_{2,3} &= -(\rho_{f,L}^n U_{f,L}^n + P_L^n) \Delta V \\
 A_{2,4} &= \left\{ \alpha_{f,L}^n U_{f,L}^n \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_L^n - H_{ig,L}^n \left( \frac{h_{f,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left[ \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L^n - \left( \frac{\partial T_g}{\partial P} \right)_L^n \right] \Delta t \right. \\
 &\quad \left. - H_{if,L}^n \left( \frac{h_{g,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left[ \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L^n - \left( \frac{\partial T_f}{\partial P} \right)_L^n \right] \Delta t \right\} \Delta V \\
 A_{3,1} &= \left[ \alpha_{g,L}^n \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial U_g} \right)_L^n - H_{ig,L}^n \left( \frac{2}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left( \frac{\partial T_g}{\partial U_g} \right)_L^n \Delta t \right] \Delta V \\
 A_{3,2} &= - \left[ \alpha_{f,L}^n \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial U_f} \right)_L^n + H_{if,L}^n \left( \frac{2}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left( \frac{\partial T_f}{\partial U_f} \right)_L^n \Delta t \right] \Delta V \\
 A_{3,3} &= (\rho_{g,L}^n + \rho_{f,L}^n) \Delta V \\
 A_{3,4} &= \left[ \alpha_{g,L}^n \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial P} \right)_L^n - \alpha_{f,L}^n \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_L^n \right] \Delta V \\
 &\quad + \left( \frac{2}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left\{ H_{ig,L}^n \left[ \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L^n - \left( \frac{\partial T_g}{\partial P} \right)_L^n \right] + H_{if,L}^n \left[ \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L^n - \left( \frac{\partial T_f}{\partial P} \right)_L^n \right] \right\} \Delta V \Delta t \\
 A_{4,1} &= \alpha_{g,L}^n \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial U_g} \right)_L^n \Delta V \\
 A_{4,2} &= \alpha_{f,L}^n \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial U_f} \right)_L^n \Delta V \\
 A_{4,3} &= (\rho_{g,L}^n - \rho_{f,L}^n) \Delta V \\
 A_{4,4} &= \left[ \alpha_{g,L}^n \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial P} \right)_L^n + \alpha_{f,L}^n \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_L^n \right] \Delta V \\
 B_1 &= \left\{ -H_{ig,L}^n \left( \frac{h_{f,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) (T_L^{s,n} - T_{g,L}^n) - H_{if,L}^n \left( \frac{h_{g,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) (T_L^{s,n} - T_{f,L}^n) + \left[ \left( \frac{1+\varepsilon}{2} \right) h'_{g,L} + \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right) h'_{f,L} \right] \Gamma_{w,L}^n \right. \\
 &\quad \left. + Q_{wg,L}^n + \Phi_{g,L}^n \right\} \Delta V \Delta t \\
 B_2 &= \left\{ H_{ig,L}^n \left( \frac{h_{f,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) (T_L^{s,n} - T_{g,L}^n) + H_{if,L}^n \left( \frac{h_{g,L}^{*,n}}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) (T_L^{s,n} - T_{f,L}^n) - \left[ \left( \frac{1+\varepsilon}{2} \right) h'_{g,L} + \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right) h'_{f,L} \right] \Gamma_{w,L}^n \right. \\
 &\quad \left. + Q_{wf,L}^n + \Phi_{f,L}^n \right\} \Delta V \Delta t \\
 B_3 &= \left\{ - \left( \frac{2}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} \right) \left[ H_{ig,L}^n (T_L^{s,n} - T_{g,L}^n) + H_{if,L}^n (T_L^{s,n} - T_{f,L}^n) \right] + 2 \Gamma_{w,L}^n \right\} \Delta V \Delta t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_4 &= 0 \\
G_1^1 &= -\dot{\alpha}_{g,j+1}^n (\dot{\rho}_{g,j+1}^n \dot{U}_{g,j+1}^n + P_L^n) A_{j+1} \Delta t \\
G_2^1 &= 0 \\
G_3^1 &= -\dot{\alpha}_{g,j+1}^n \dot{\rho}_{g,j+1}^n A_{j+1} \Delta t \\
G_4^1 &= -\dot{\alpha}_{g,j+1}^n \dot{\rho}_{g,j+1}^n A_{j+1} \Delta t \\
G_1^2 &= \dot{\alpha}_{g,j}^n (\dot{\rho}_{g,j}^n \dot{U}_{g,j}^n + P_L^n) A_j \Delta t \\
G_2^2 &= 0 \\
G_3^2 &= \dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n A_j \Delta t \\
G_4^2 &= \dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n A_j \Delta t \\
F_1^1 &= 0 \\
F_2^1 &= -\dot{\alpha}_{f,j+1}^n (\dot{\rho}_{f,j+1}^n \dot{U}_{f,j+1}^n + P_L^n) A_{j+1} \Delta t \\
F_3^1 &= \dot{\alpha}_{f,j+1}^n \dot{\rho}_{f,j+1}^n A_{j+1} \Delta t \\
F_4^1 &= -\dot{\alpha}_{f,j+1}^n \dot{\rho}_{f,j+1}^n A_{j+1} \Delta t \\
F_1^2 &= 0 \\
F_2^2 &= \dot{\alpha}_{f,j}^n (\dot{\rho}_{f,j}^n \dot{U}_{f,j}^n + P_L^n) A_j \Delta t \\
F_3^2 &= -\dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n A_j \Delta t \\
F_4^2 &= \dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n A_j \Delta t
\end{aligned}$$

Aquí todos los términos matriciales y vectoriales contienen valores conocidos, como puede notarse, ya que son parámetros del tiempo anterior. Así que el conjunto de ecuaciones que se ha construido tienen las siguientes incógnitas:  $\tilde{U}_{g,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{U}_{f,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1}$ ,  $P_L^{n+1}$ ,  $v_{g,j+1}^{n+1}$ ,  $v_{g,j}^{n+1}$ ,  $v_{f,j+1}^{n+1}$  y  $v_{f,j}^{n+1}$ .

Una vez que se ha construido la Ec. (3.67), se puede notar que tanto la energía interna como la presión, dependen de las incógnitas de las velocidades en el tiempo nuevo de dos nodos adyacentes, es decir, dependen de  $v_{g,j+1}^{n+1}$  y  $v_{g,j}^{n+1}$ , y viceversa. Es por ello, que la manera en que se resuelven estas ecuaciones es independizando la presión de la energía interna específica de cada fase y la fracción de vacío en el tiempo actual. De esta manera se obtiene una ecuación en el que la presión sólo depende de las velocidades de las fases. Este procedimiento es directo y se detalla a continuación.

Multiplicando la Ec. (3.67) por la inversa de la matriz  $[A]$ , es decir, multiplicándola por  $[A]^{-1}$  se tiene

$$\begin{bmatrix} \tilde{U}_{g,L}^{n+1} - U_{g,L}^n \\ \tilde{U}_{f,L}^{n+1} - U_{f,L}^n \\ \tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1} - \alpha_{g,L}^n \\ P_L^{n+1} - P_L^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & A_{1,4} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & A_{2,4} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & A_{3,4} \\ A_{4,1} & A_{4,2} & A_{4,3} & A_{4,4} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left( \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1^1 \\ g_2^1 \\ g_3^1 \\ g_4^1 \end{bmatrix} v_{g,j+1}^{n+1} + \begin{bmatrix} g_1^2 \\ g_2^2 \\ g_3^2 \\ g_4^2 \end{bmatrix} v_{g,j}^{n+1} + \begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ f_3^1 \\ f_4^1 \end{bmatrix} v_{f,j+1}^{n+1} + \begin{bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \\ f_3^2 \\ f_4^2 \end{bmatrix} v_{f,j}^{n+1} \right) \quad (3.69)$$

donde es notorio que sólo la última fila<sup>8</sup> de  $[A]^{-1}$ , es decir,  $[A]_{4,:}^{-1}$  es suficiente para obtener una ecuación para la presión que solo dependa de las velocidades, como sigue (de manera simplificada):

$$P_L^{n+1} = P_L^n + [A]_{4,:}^{-1} \{ [B] + [G^1] v_{g,j+1}^{n+1} + [G^2] v_{g,j}^{n+1} + [F^1] v_{f,j+1}^{n+1} + [F^2] v_{f,j}^{n+1} \} \quad (3.70)$$

De la misma manera se pueden obtener las ecuaciones para  $\tilde{U}_{g,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{U}_{f,L}^{n+1}$  y  $\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1}$ .

$$\tilde{U}_{g,L}^{n+1} = U_{g,L}^n + [A]_{1,:}^{-1} \{ [B] + [G^1] v_{g,j+1}^{n+1} + [G^2] v_{g,j}^{n+1} + [F^1] v_{f,j+1}^{n+1} + [F^2] v_{f,j}^{n+1} \} \quad (3.71)$$

$$\tilde{U}_{f,L}^{n+1} = U_{f,L}^n + [A]_{2,:}^{-1} \{ [B] + [G^1] v_{g,j+1}^{n+1} + [G^2] v_{g,j}^{n+1} + [F^1] v_{f,j+1}^{n+1} + [F^2] v_{f,j}^{n+1} \} \quad (3.72)$$

$$\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1} = \alpha_{g,L}^n + [A]_{3,:}^{-1} \{ [B] + [G^1] v_{g,j+1}^{n+1} + [G^2] v_{g,j}^{n+1} + [F^1] v_{f,j+1}^{n+1} + [F^2] v_{f,j}^{n+1} \} \quad (3.73)$$

donde las ecuaciones de (3.70)–(3.73) solo dependen de las velocidades y otros parámetros conocidos del tiempo anterior. A continuación, se detalla el procedimiento para el cálculo de las velocidades a partir de las ecuaciones de suma y resta de momentum. En forma matricial tenemos:

$$\begin{bmatrix} C_{1,1}^j & C_{1,2}^j \\ C_{2,1}^j & C_{2,2}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{g,j}^{n+1} \\ v_{f,j}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1^j \\ D_2^j \end{bmatrix} (P_L^{n+1} - P_{L-1}^{n+1}) + \begin{bmatrix} E_1^j \\ E_2^j \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

donde

$$C_{1,1} = [\alpha_{g,j}^n \rho_{g,j}^n (1 + FW_{g,j}^n \Delta t) + \Gamma_{g,j}^n \Delta t] \Delta z_j$$

$$C_{1,2} = [\alpha_{f,j}^n \rho_{f,j}^n (1 + FW_{f,j}^n \Delta t) - \Gamma_{g,j}^n \Delta t] \Delta z_j$$

$$C_{2,1} = \left[ 1 + \left( FW_{g,j}^n - \frac{1}{\alpha_{g,j}^n \rho_{g,j}^n} + \rho_{m,j}^n FI_j^n \right) \Delta t \right] \Delta z_j$$

$$C_{2,2} = \left[ -1 + \left( FW_{f,j}^n + \frac{1}{\alpha_{f,j}^n \rho_{f,j}^n} + \rho_{m,j}^n FI_j^n \right) \Delta t \right] \Delta z_j$$

$$D_1 = -\Delta t$$

<sup>8</sup> El subíndice "4,:" en  $A^{-1}$  indica que tenemos un vector que corresponde a la fila 4 de la matriz y abarca todas las columnas que la componen (en este caso, 4). Algo similar se debe tener en cuenta para la ecuación de la presión.

$$\begin{aligned}
D_2 &= -\frac{\rho_{f,j}^n - \rho_{g,j}^n}{\rho_{g,j}^n \rho_{f,j}^n} \Delta t \\
E_1 &= (\alpha_{g,j}^n \rho_{g,j}^n \Delta z_j) v_{g,j}^n + (\alpha_{f,j}^n \rho_{f,j}^n \Delta z_j) v_{f,j}^n - \frac{1}{2} \dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n [(v_{g,L}^n)^2 - (v_{g,L-1}^n)^2] \Delta t - \frac{1}{2} \dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n [(v_{f,L}^n)^2 - (v_{f,L-1}^n)^2] \Delta t \\
&\quad + \frac{1}{2} [(\dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n) \text{VISG}_j^n + (\dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n) \text{VISF}_j^n] \Delta t \\
E_2 &= (v_{g,j}^n - v_{f,j}^n) \Delta z_j - \frac{1}{2} \frac{\dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n}{\alpha_{g,j}^n \rho_{g,j}^n} [(v_{g,L}^n)^2 - (v_{g,L-1}^n)^2] \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n}{\alpha_{f,j}^n \rho_{f,j}^n} [(v_{f,L}^n)^2 - (v_{f,L-1}^n)^2] \Delta t \\
&\quad + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n}{\alpha_{g,j}^n \rho_{g,j}^n} \right) \text{VISG}_j^n - \left( \frac{\dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n}{\alpha_{f,j}^n \rho_{f,j}^n} \right) \text{VISF}_j^n \right] \Delta t - \frac{\Gamma_{g,j}^n \rho_{m,j}^n V I_j^n \Delta z_j \Delta t}{\alpha_{g,j}^n \rho_{g,j}^n \alpha_{f,j}^n \rho_{f,j}^n}
\end{aligned}$$

En las ecuaciones anteriores se ha eliminado el término de fuerzas de cuerpo (gravedad) por ser una tubería horizontal.

La ecuación anterior relaciona las velocidades de las fases (en el nodo  $j$ ) con la presión de dos nodos adyacentes, análogamente se puede obtener una expresión para las velocidades en el nodo  $j + 1$  como sigue:

$$\begin{bmatrix} C_{1,1}^{j+1} & C_{1,2}^{j+1} \\ C_{2,1}^{j+1} & C_{2,2}^{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{g,j+1}^{n+1} \\ v_{f,j+1}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1^{j+1} \\ D_2^{j+1} \end{bmatrix} (P_{L+1}^{n+1} - P_L^{n+1}) + \begin{bmatrix} E_1^{j+1} \\ E_2^{j+1} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Las Ecs. (3.74) y (3.75) pueden expresarse de forma más compacta:

$$[C_j] \begin{bmatrix} v_{g,j}^{n+1} \\ v_{f,j}^{n+1} \end{bmatrix} = [D_j] (P_L^{n+1} - P_{L-1}^{n+1}) + [E_j] \quad (3.76)$$

$$[C_{j+1}] \begin{bmatrix} v_{g,j+1}^{n+1} \\ v_{f,j+1}^{n+1} \end{bmatrix} = [D_{j+1}] (P_{L+1}^{n+1} - P_L^{n+1}) + [E_{j+1}] \quad (3.77)$$

Para las matrices de los coeficientes  $C_{j+1}$ ,  $D_{j+1}$  y  $E_{j+1}$ , se obtienen de la misma manera que  $C_j$ ,  $D_j$  y  $E_j$ , con la diferencia de que los términos están desfasados en dirección axial.

Si se despejan los vectores de velocidades de las Ecs. (3.76) y (3.77) se pueden obtener expresiones explícitas para  $v_{g,j+1}^{n+1}$ ,  $v_{g,j}^{n+1}$ ,  $v_{f,j}^{n+1}$  y  $v_{f,j+1}^{n+1}$ , las cuales son las siguientes:

$$v_{g,j}^{n+1} = [C_j]_{1,:}^{-1} \{ [D_j] (P_L^{n+1} - P_{L-1}^{n+1}) + [E_j] \} \quad (3.78)$$

$$v_{f,j}^{n+1} = [C_j]_{2,:}^{-1} \{ [D_j] (P_L^{n+1} - P_{L-1}^{n+1}) + [E_j] \} \quad (3.79)$$

$$v_{g,j+1}^{n+1} = [C_{j+1}]_{1,:}^{-1} \{ [D_{j+1}] (P_{L+1}^{n+1} - P_L^{n+1}) + [E_{j+1}] \} \quad (3.80)$$

$$v_{f,j+1}^{n+1} = [C_{j+1}]_{2,:}^{-1} \{ [D_{j+1}] (P_{L+1}^{n+1} - P_L^{n+1}) + [E_{j+1}] \} \quad (3.81)$$

Ahora se sustituyen las Ecs. (3.78)-(3.81) en la Ec. (3.70) para obtener una sola expresión explícita para la presión, y después de agrupar términos semejantes se tiene:

$$a_{W,L}P_{L-1}^{n+1} + a_{P,L}P_L^{n+1} + a_{E,L}P_{L+1}^{n+1} = B_{P,L} \quad (3.82)$$

donde los coeficientes quedan definidos como se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} a_{W,L} &= [A]_{4,:}^{-1} \left\{ [G^2][C_j]_{1,:}^{-1}[D_j] + [F^2][C_j]_{2,:}^{-1}[D_j] \right\} \\ a_{P,L} &= 1 + [A]_{4,:}^{-1} \left\{ [G^1][C_{j+1}]_{1,:}^{-1}[D_{j+1}] - [G^2][C_j]_{1,:}^{-1}[D_j] + [F^1][C_{j+1}]_{2,:}^{-1}[D_{j+1}] - [F^2][C_j]_{2,:}^{-1}[D_j] \right\} \\ a_{E,L} &= -[A]_{4,:}^{-1} \left\{ [G^1][C_{j+1}]_{1,:}^{-1}[D_{j+1}] + [F^1][C_{j+1}]_{2,:}^{-1}[D_{j+1}] \right\} \\ B_{P,L} &= P_L^n + [A]_{4,:}^{-1} \left\{ [B] + [G^1][C_{j+1}]_{1,:}^{-1}[E_{j+1}] + [G^2][C_j]_{1,:}^{-1}[E_j] + [F^1][C_{j+1}]_{2,:}^{-1}[E_{j+1}] + [F^2][C_j]_{2,:}^{-1}[E_j] \right\} \end{aligned} \quad (3.83)$$

Escribiendo de forma más compacta se tiene:

$$\begin{aligned} a_{W,L} &= [A]_{4,:}^{-1} [G^2|F^2][C_j]^{-1}[D_j] \\ a_{P,L} &= 1 + [A]_{4,:}^{-1} \left\{ [G^1|F^1][C_{j+1}]^{-1}[D_{j+1}] - [G^2|F^2][C_j]^{-1}[D_j] \right\} \\ a_{E,L} &= -[A]_{4,:}^{-1} [G^1|F^1][C_{j+1}]^{-1}[D_{j+1}] \\ B_{P,L} &= P_L^n + [A]_{4,:}^{-1} \left\{ [B] + [G^1|F^1][C_{j+1}]^{-1}[E_{j+1}] + [G^2|F^2][C_j]^{-1}[E_j] \right\} \end{aligned} \quad (3.84)$$

donde las matrices  $[G^1|F^1]$  y  $[G^2|F^2]$  son matrices aumentadas.

Se puede notar que la ecuación obtenida para la presión (Ec. (3.82)) forma un sistema tridiagonal, el cual se resuelve de manera directa usando el Algoritmo de Thomas (o mejor conocido como TDMA). Y de esta manera obtener todo el perfil longitudinal de presión en el tiempo nuevo. Dependiendo de las condiciones de frontera consideradas, los valores de los coeficientes en el primer volumen de control y el último volumen de control, tendrán un valor diferente. A continuación, se escriben las condiciones de frontera para el caso en el cual las velocidades de las fases son conocidas en la entrada, y la presión es conocida a la salida ( $P_{out}$ ):

Frontera Oeste

$$\begin{aligned} a_{W,1} &= 0 \\ a_{P,1} &= 1 + [A]_{4,:}^{-1} [G^1|F^1][C_1]^{-1}[D_1] \\ a_{E,1} &= -[A]_{4,:}^{-1} [G^1|F^1][C_1]^{-1}[D_1] \\ B_{P,1} &= P_1^n + [A]_{4,:}^{-1} [B] + [A]_{4,:}^{-1} [G^1|F^1][C_1]^{-1}[E_1] + [A]_{4,:}^{-1} [G^2]v_{g,0}^{n+1} + [A]_{4,:}^{-1} [F^2]v_{f,0}^{n+1} \end{aligned} \quad (3.85)$$

Frontera Este

$$\begin{aligned}
a_{W,NX} &= [A]_{4,:}^{-1} \{ [G^2|F^2][C_{NX-1}]^{-1}[D_{NX-1}] \} \\
a_{P,NX} &= 1 + [A]_{4,:}^{-1} \{ 2[G^1|F^1][C_{NX}]^{-1}[D_{NX}] - [G^2|F^2][C_{NX-1}][D_{NX-1}] \} \\
a_{E,NX} &= 0 \\
B_{P,NX} &= P_{NX}^n + [A]_{4,:}^{-1} \{ [B] + [G^1|F^1][C_{NX}]^{-1}[E_{NX}] + [G^2|F^2][C_{NX-1}]^{-1}[E_{NX-1}] \\
&\quad + 2[G^1|F^1][C_{NX}]^{-1}[D_{NX}]P_{out} \}
\end{aligned} \tag{3.86}$$

Una vez que se ha obtenido todo el perfil de presiones en el tiempo nuevo, es decir,  $P_L^{n+1}$ , se pueden resolver las Ecs. (3.78)-(3.81) para hallar los valores correspondientes de velocidades de las fases ( $v_{g,j+1}^{n+1}$ ,  $v_{g,j}^{n+1}$ ,  $v_{f,j+1}^{n+1}$  y  $v_{f,j}^{n+1}$ ).

Cuando ya se conocen la presión y las velocidades, se determinan los valores de  $\tilde{U}_{g,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{U}_{f,L}^{n+1}$  y  $\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1}$  de las Ecs. (3.71)-(3.73), respectivamente. Sin embargo, los valores de estas variables son provisionales en el tiempo nuevo y no representan los valores finales para estas variables. Para encontrar sus valores correctos, se sigue la metodología que se explica a continuación.

Se determina la generación de masa en el tiempo nuevo. La Ec. (3.87) muestra la forma discretizada de la ecuación de generación de masa:

$$\tilde{\Gamma}_{g,L}^{n+1} = - \frac{[H_{ig,L}^n(\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{g,L}^{n+1}) + H_{if,L}^n(\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{f,L}^{n+1})]}{h_{g,L}^{*,n} - h_{f,L}^{*,n}} + \Gamma_{w,L}^n \tag{3.87}$$

donde  $\tilde{T}_L^{s,n+1}$ ,  $\tilde{T}_{g,L}^{n+1}$  y  $\tilde{T}_{f,L}^{n+1}$  se calculan con las Ecs. (3.88)–(3.90).

$$\tilde{T}_L^{s,n+1} = T_L^{s,n} + \left( \frac{\partial T^s}{\partial P} \right)_L (P_L^{n+1} - P_L^n) \tag{3.88}$$

$$\tilde{T}_{g,L}^{n+1} = T_{g,L}^n + \left( \frac{\partial T_g}{\partial P} \right)_L (P_L^{n+1} - P_L^n) + \left( \frac{\partial T_g}{\partial U_g} \right)_L (\tilde{U}_{g,L}^{n+1} - U_{g,L}^n) \tag{3.89}$$

$$\tilde{T}_{f,L}^{n+1} = T_{f,L}^n + \left( \frac{\partial T_f}{\partial P} \right)_L (P_L^{n+1} - P_L^n) + \left( \frac{\partial T_f}{\partial U_f} \right)_L (\tilde{U}_{f,L}^{n+1} - U_{f,L}^n) \tag{3.90}$$

donde  $\tilde{U}_{g,L}^{n+1}$ ,  $\tilde{U}_{f,L}^{n+1}$  y  $P_L^{n+1}$  ya han sido determinadas.

Una vez hecho lo anterior, se emplean las ecuaciones diferenciales de conservación de masa (también llamadas suma y diferencia de densidad) y energía de cada fase, en la forma conservativa (o forma no expandida), para obtener las variables finales de  $U_{g,L}^{n+1}$ ,  $U_{f,L}^{n+1}$  y  $\alpha_{g,L}^{n+1}$ .

Calculando  $(\alpha_g \rho_g)_L^{n+1}$  y  $(\alpha_f \rho_f)_L^{n+1}$  de manera explícita con las Ecs. (3.93) y (3.94).

### Ecuación no expandida de densidad del vapor

$$\left[ (\alpha_g \rho_g)_L^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)_L^n \right] \Delta V + (\dot{\alpha}_{g,j+1}^n \dot{\rho}_{g,j+1}^n v_{g,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n v_{g,j}^{n+1} A_j) \Delta t = \tilde{\Gamma}_{g,L}^{n+1} \Delta V \Delta t \quad (3.91)$$

### Ecuación no expandida de densidad del líquido

$$\left[ (\alpha_f \rho_f)_L^{n+1} - (\alpha_f \rho_f)_L^n \right] \Delta V + (\dot{\alpha}_{f,j+1}^n \dot{\rho}_{f,j+1}^n v_{f,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n v_{f,j}^{n+1} A_j) \Delta t = -\tilde{\Gamma}_{g,L}^{n+1} \Delta V \Delta t \quad (3.92)$$

Tomando (3.91) y (3.92) se tiene lo siguiente:

$$(\alpha_g \rho_g)_L^{n+1} = (\alpha_g \rho_g)_L^n + \tilde{\Gamma}_{g,L}^{n+1} \Delta t - (\dot{\alpha}_{g,j+1}^n \dot{\rho}_{g,j+1}^n v_{g,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{g,j}^n \dot{\rho}_{g,j}^n v_{g,j}^{n+1} A_j) \frac{\Delta t}{\Delta V} \quad (3.93)$$

$$(\alpha_f \rho_f)_L^{n+1} = (\alpha_f \rho_f)_L^n - \tilde{\Gamma}_{g,L}^{n+1} \Delta t - (\dot{\alpha}_{f,j+1}^n \dot{\rho}_{f,j+1}^n v_{f,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{f,j}^n \dot{\rho}_{f,j}^n v_{f,j}^{n+1} A_j) \frac{\Delta t}{\Delta V} \quad (3.94)$$

Ahora bien, se toma la ecuación no expandida de energía del vapor para calcular  $(\alpha_g \rho_g U_g)_L^{n+1}$ , para después dividir este resultado entre  $(\alpha_g \rho_g)_L^{n+1}$ , y de esa manera obtener  $U_{g,L}^{n+1}$ . Lo mismo se hace para obtener  $U_{f,L}^{n+1}$  mediante la ecuación no expandida de energía del líquido.

### Ecuación no expandida de la energía del vapor

$$\begin{aligned} & \left[ (\alpha_g \rho_g U_g)_L^{n+1} - (\alpha_g \rho_g U_g)_L^n \right] \Delta V \\ & + [\dot{\alpha}_{g,j+1}^n (\dot{\rho}_{g,j+1}^n \dot{U}_{g,j+1}^n + P_L^n) v_{g,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{g,j}^n (\dot{\rho}_{g,j}^n \dot{U}_{g,j}^n + P_L^n) v_{g,j}^{n+1} A_j] \Delta t \\ & = -P_L^n (\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1} - \alpha_{g,L}^n) \Delta V \\ & + \left\{ -H_{ig,L}^n \left( \frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{g,L}^{n+1}) - H_{if,L}^n \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{f,L}^{n+1}) \right. \\ & \left. + \left[ \left( \frac{1+\varepsilon}{2} \right) h'_{g,L} + \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right) h'_{f,L} \right] \Gamma_{w,L}^n + Q_{wg,L}^n + \Phi_{g,L}^n \right\} \Delta V \Delta t \end{aligned} \quad (3.95)$$

### Ecuación no expandida de la energía del líquido

$$\begin{aligned} & \left[ (\alpha_f \rho_f U_f)_L^{n+1} - (\alpha_f \rho_f U_f)_L^n \right] \Delta V \\ & + [\dot{\alpha}_{f,j+1}^n (\dot{\rho}_{f,j+1}^n \dot{U}_{f,j+1}^n + P_L^n) v_{f,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{f,j}^n (\dot{\rho}_{f,j}^n \dot{U}_{f,j}^n + P_L^n) v_{f,j}^{n+1} A_j] \Delta t \\ & = P_L^n (\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1} - \alpha_{g,L}^n) \Delta V \\ & + \left\{ H_{ig,L}^n \left( \frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{g,L}^{n+1}) + H_{if,L}^n \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{f,L}^{n+1}) \right. \\ & \left. - \left[ \left( \frac{1+\varepsilon}{2} \right) h'_{g,L} + \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right) h'_{f,L} \right] \Gamma_{w,L}^n + Q_{wf,L}^n + \Phi_{f,L}^n \right\} \Delta V \Delta t \end{aligned} \quad (3.96)$$

Despejando  $(\alpha_g \rho_g U_g)_L^{n+1}$  y  $(\alpha_f \rho_f U_f)_L^{n+1}$  de las Ecs. (3.95) y (3.96), respectivamente, se tiene:

$$\begin{aligned}
 (\alpha_g \rho_g U_g)_L^{n+1} &= (\alpha_g \rho_g U_g)_L^n \\
 &\quad - [\dot{\alpha}_{g,j+1}^n (\dot{\rho}_{g,j+1}^n \dot{U}_{g,j+1}^n + P_L^n) v_{g,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{g,j}^n (\dot{\rho}_{g,j}^n \dot{U}_{g,j}^n + P_L^n) v_{g,j}^{n+1} A_j] \frac{\Delta t}{\Delta V} \\
 &\quad - P_L^n (\tilde{\alpha}_{g,L}^{n+1} - \alpha_{g,L}^n) \\
 &\quad + \left\{ -H_{ig,L}^n \left( \frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{g,L}^{n+1}) - H_{if,L}^n \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{f,L}^{n+1}) \right. \\
 &\quad \left. + \left[ \left( \frac{1+\varepsilon}{2} \right) h'_{g,L}{}^n + \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right) h'_{f,L}{}^n \right] \Gamma_{w,L}^n + Q_{wg,L}^n + \Phi_{g,L}^n \right\} \Delta t
 \end{aligned} \tag{3.97}$$

$$\begin{aligned}
 (\alpha_f \rho_f U_f)_L^{n+1} &= (\alpha_f \rho_f U_f)_L^n - [\dot{\alpha}_{f,j+1}^n (\dot{\rho}_{f,j+1}^n \dot{U}_{f,j+1}^n + P_L^n) v_{f,j+1}^{n+1} A_{j+1} - \dot{\alpha}_{f,j}^n (\dot{\rho}_{f,j}^n \dot{U}_{f,j}^n + P_L^n) v_{f,j}^{n+1} A_j] \frac{\Delta t}{\Delta V} \\
 &\quad + P_L^n (\tilde{\alpha}_{f,L}^{n+1} - \alpha_{f,L}^n) \\
 &\quad + \left\{ H_{ig,L}^n \left( \frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{g,L}^{n+1}) + H_{if,L}^n \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right)_L^n (\tilde{T}_L^{s,n+1} - \tilde{T}_{f,L}^{n+1}) \right. \\
 &\quad \left. - \left[ \left( \frac{1+\varepsilon}{2} \right) h'_{g,L}{}^n + \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right) h'_{f,L}{}^n \right] \Gamma_{w,L}^n + Q_{wf,L}^n + \Phi_{f,L}^n \right\} \Delta t
 \end{aligned} \tag{3.98}$$

Finalmente se calculan las propiedades del vapor a partir de las tablas de propiedades termodinámicas.

Es de esperarse que para el primer paso de tiempo ( $\Delta t$ ) no se alcance la convergencia temporal, así que el procedimiento anterior se realiza iterativamente hasta que las variables primarias no varíen en el tiempo. Y asimismo un criterio para el estado estacionario debe establecerse para detener las iteraciones y dar por finalizada la corrida del programa.

Como puede notarse, el código debe ser capaz de resolver matrices tridiagonales, así como calcular la inversa de la matriz, e incorporar las tablas termodinámicas. Todo esto se establece de manera general en el diagrama de flujo de la Figura 3.5.

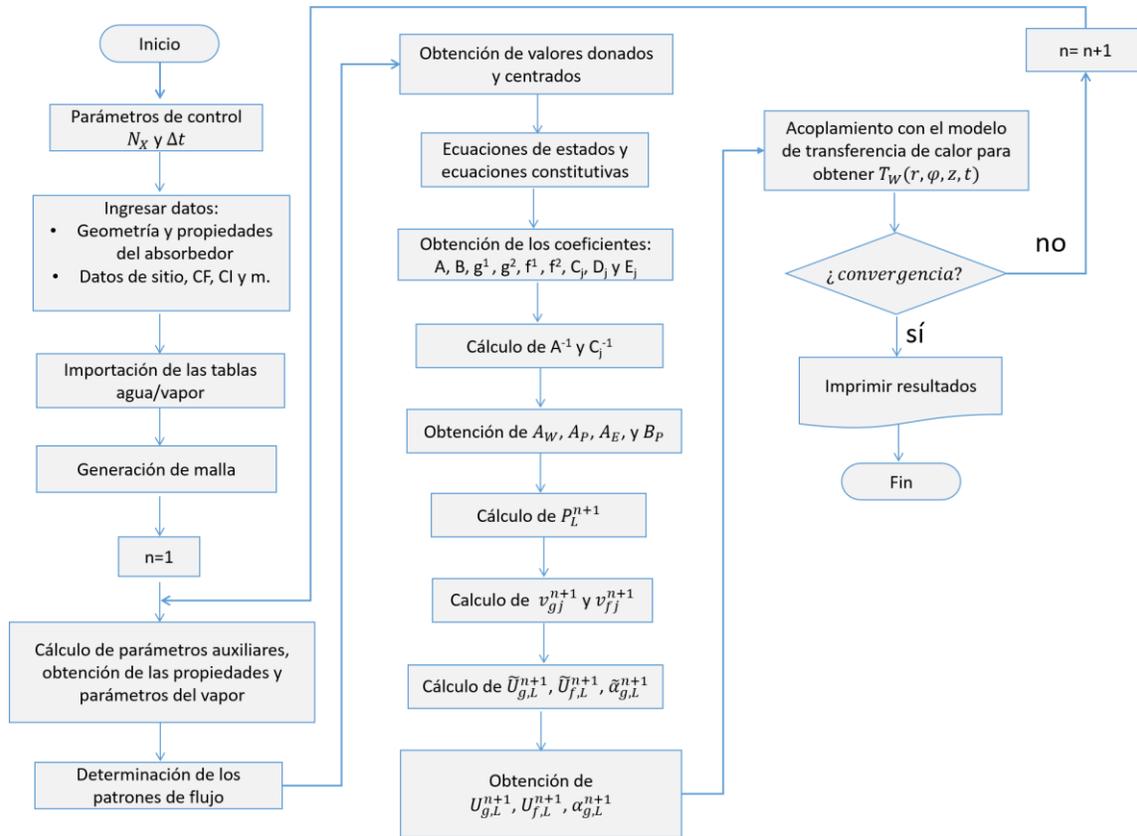


Figura 3.5. Algoritmo de solución del simulador para obtener los resultados termohidráulicos y térmicos.

### 3.3.2.2 Criterios de convergencia

El criterio de convergencia utilizado en el código para la ecuación de conservación de masa es la comparación de la densidad de la mezcla calculada con las ecuaciones de conservación en la forma no conservativa, con la de la forma conservativa de suma de masa. Otro criterio que se debe satisfacer para corroborar que el código desarrollado está correctamente implementado son las ecuaciones de salto o equilibrio en la interfase, la suma de esos términos deben ser cero. Adicionalmente, se introduce un criterio para establecer cuándo el estado estacionario ha sido alcanzado.

### 3.3.3 Estabilidad numérica

El modelo matemático implementado es incondicionalmente bien posicionado, lo cual origina que no existan inestabilidades numéricas. Lo anterior se debe gracias al uso de mallas desfasadas,

propiedades donantes, masa virtual y dos presiones (en el PF estratificado, ondulado y dryout). López de Bertodano *et al.* [96] y Ransom [17] han hecho un análisis de las características del modelo implementado en RELAP5/MOD3.3. También algo similar puede verse en el trabajo de Morales [100]. Para profundizar en el tema de los sistemas bien posicionados se puede consultar la referencia [106].

### **3.4 ACOPLAMIENTO DE LOS MODELOS TÉRMICO Y TERMOHIDRÁULICO**

El acoplamiento del MTC con el MTH, se realiza mediante el flujo de calor pared-fluido (producto del CTC y la diferencia de temperatura entre la pared y el fluido). Para el MTC esto se introduce mediante la condición de frontera en la pared interior, mientras que en el MTH se introduce en los términos de los flujos de calor volumétricos de cada una de las fases. Sin embargo, debido a que el esquema de discretización del modelo termohidráulico (esquema semi-implícito en el tiempo) se requiere de un proceso iterativo hasta alcanzar el estado estacionario.

A pesar de que las pérdidas de calor finales no se conocen y por ende tampoco el flujo de calor que le llega al fluido de trabajo (desde la pared interna del tubo), esto no es ningún impedimento para el acoplamiento entre ambos modelos, ya que están en estado transitorio, y las pérdidas de calor se determinan iterativamente en cada instante de tiempo. En el diagrama de flujo mostrado en la Figura 3.5, el modelo térmico ya está acoplado con el modelo termohidráulico. Así que la metodología de la solución del modelo termohidráulico no sufre ningún cambio, ni tampoco la forma de las matrices.

# **CAPÍTULO 4**

## **VERIFICACIÓN/ VALIDACIÓN DE LOS SIMULADORES DESARROLLADOS**

Se presenta la verificación/validación del simulador desarrollado, resultante del acoplamiento de los modelos térmico y termohidráulico que se plantearon en los capítulos previos. Esta verificación/validación se realiza primeramente en forma separada para cada uno de los modelos y posteriormente en forma acoplada. Además se incluyen los análisis de independencia de malla pertinentes, en tiempo y/o en espacio según sea el caso.

## 4.1 CÓDIGOS TÉRMICOS

Para el caso del modelo térmico, dos soluciones han sido encontradas (Capítulo 2), la primera es una solución analítica; mientras que la segunda es numérica, ambas en el estado transitorio.

Para la validación del simulador térmico los resultados analíticos de temperatura se comparan con los datos experimentales de Khanna *et al.* [61], en varias secciones transversales del tubo. El modelo analítico y su validación fue publicado en [92]. Una vez validada la solución analítica, se procede a comparar la solución numérica con la analítica.

### 4.1.1 Descripción del sistema físico usado para la validación del modelo térmico

Los resultados de la solución analítica transitoria (comportamiento transitorio y estado estacionario) se compararon con los datos experimentales del trabajo de Khanna *et al.* [61]. Estos autores llevaron a cabo un experimento en el cual midieron las temperaturas azimutales (cada 45°) para cada una de las 7 diferentes secciones transversales de prueba. Los autores consideraron que la fuente de calor estaba en el interior de la tubería, originando que la dirección del flujo vaya de adentro hacia afuera (una consideración contraria al funcionamiento de los CCP). Los datos empleados para esta validación se muestran en la Tabla 4.1, y corresponden al trabajo de Khanna *et al.* [61].

Tabla 4.1. Características del sistema físico (Khanna *et al.* [61]).

Parámetro	valor
Diámetro interno (m)	0.0389
Diámetro externo (m)	0.0422
Longitud (m)	5.86
Conductividad térmica (W/mK)	16.4
Calor específico (J/kgK)	500
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	8000
Potencia (W)	1000
Concentración de potencia (-)	$LCR = \begin{cases} 0 & 0 < \varphi < \pi \\ 1 & \pi < \varphi < 2\pi \end{cases}$

Es importante mencionar que en la Tabla 4.1 no se incluyen todos los datos necesarios para la solución del problema, por ejemplo, los autores no especifican si el tubo contiene algún fluido, ni tampoco indican los valores de los coeficientes de transferencia de calor por convección al interior

o exterior del tubo. De igual manera, los datos de la temperatura ambiente y la eficiencia de la fuente de calor no están definidos. Es por ello que se tuvieron que hacer algunas consideraciones adicionales para completar la información, así como adaptar el código para reproducir el fenómeno. Por un lado, se consideró que la fuente de calor está por fuera y en el interior del tubo hay un fluido desconocido (posiblemente aire a 40 °C). Mientras que el CTC se obtienen de los datos de las temperaturas experimentales y el flujo de calor mediante la Ec. (4.1). A manera de ilustrar el experimento de los autores, en la Figura 4.1 se muestra su banco de pruebas.

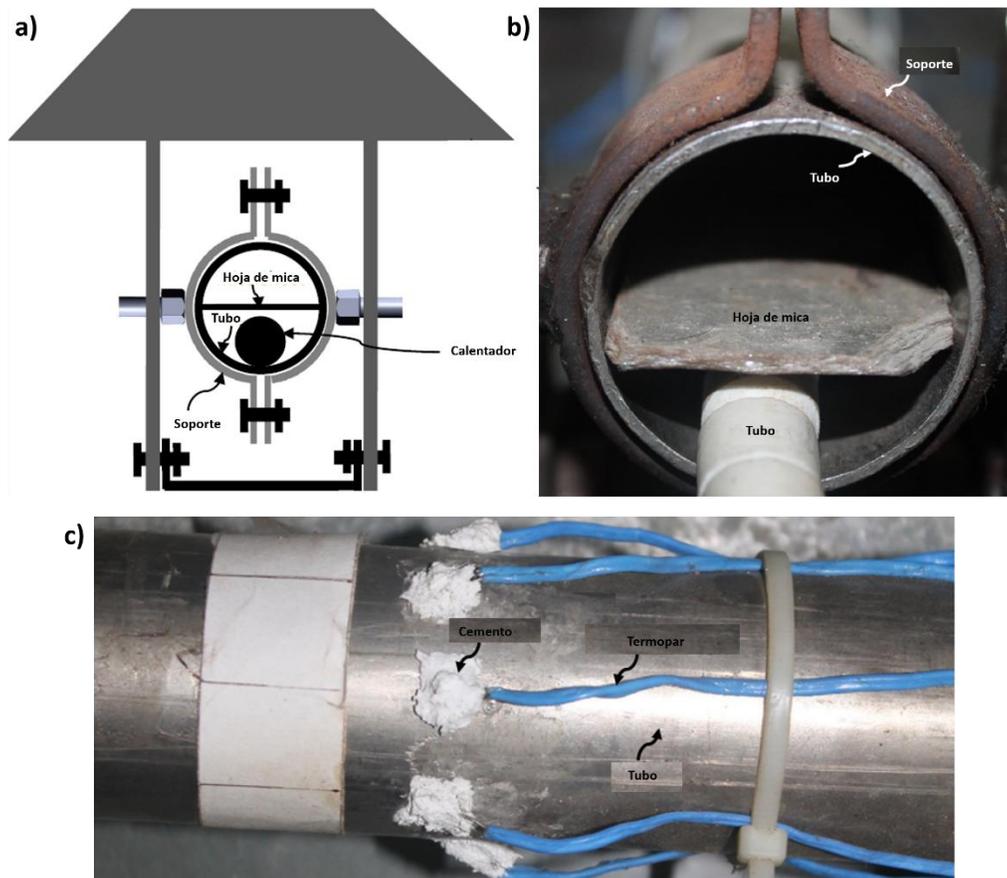


Figura 4.1. Banco de pruebas de Khanna *et al.* [61] (traducido): a) vista transversal del banco; b) tubo metálico con el calentador eléctrico en su interior y mica aislante; c) configuración de la distribución de los termopares en una sección de medición.

$$H_f = \frac{r_{a,e}}{2r_{a,i}\Delta T_{w,f}} \eta Q''_{ext} \quad (4.1)^9$$

<sup>9</sup> El número 2 se debe a que el flujo de calor solo incide en la parte inferior de la pared externa de la tubería.

### 4.1.2 Pruebas realizadas a la solución analítica

No obstante que la solución analítica es una expresión exacta, su solución depende de un número infinito de términos, y es imposible e innecesario determinar todos ellos (ver Ec. (2.21)). Estos términos consisten en los números de elementos en la integral numérica, así como de los términos a considerar en las sumatorias y los órdenes de las funciones de Bessel. Para la integral numérica se usa el método de Simpson y en la Sección 9.6 se agrega un criterio para determinar el número de elementos a utilizar en la integral numérica de acuerdo a la precisión que se desea tener. Por otra parte, un criterio de convergencia ( $\varepsilon \leq 10^{-12}$ ) o las 100 primeras raíces (aunque 10 podrían ser suficientes) de las ecuaciones de la Ec. (2.26)<sup>10</sup>. De esa manera, los criterios antes mencionados son aplicados en esta tesis. Sin embargo, es importante determinar los órdenes necesarios de las funciones de Bessel para tener una precisión aceptable.

Primeramente se analiza un intervalo grande de tiempo (cada 5 min) y luego un intervalo pequeño (cada 1 s). En la Figura 4.2 se muestran las variaciones temporales de la temperatura en tres diferentes puntos de la sección de prueba considerando un intervalo grande de tiempo. Donde se aprecia que el orden 0 es suficiente ya que no hay variación significativa con órdenes mayores. Sin embargo, para un intervalo pequeño de tiempo, el orden 0 de las funciones de Bessel no es suficiente, ya que la temperatura presenta una variación tan grande e ilógica en los primeros segundos (ver Figura 4.3a). Por otra parte, en la Figura 4.3b se presentan del orden 1 al 4 y se puede notar que hay una suavización del comportamiento de la evolución temporal de la temperatura. Pero para  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$  se presentan valores no realistas para pequeños periodos de tiempo. Este problema se arregla agregando más órdenes de las funciones de Bessel pero el tiempo de cómputo incrementa considerablemente. Así que, se puede concluir que el orden 3 es suficiente para obtener valores aceptables de temperatura para intervalos pequeños de tiempo.

---

<sup>10</sup> Para la obtención de las raíces se emplea el método de la bisección con  $\varepsilon \leq 10^{-8}$ .

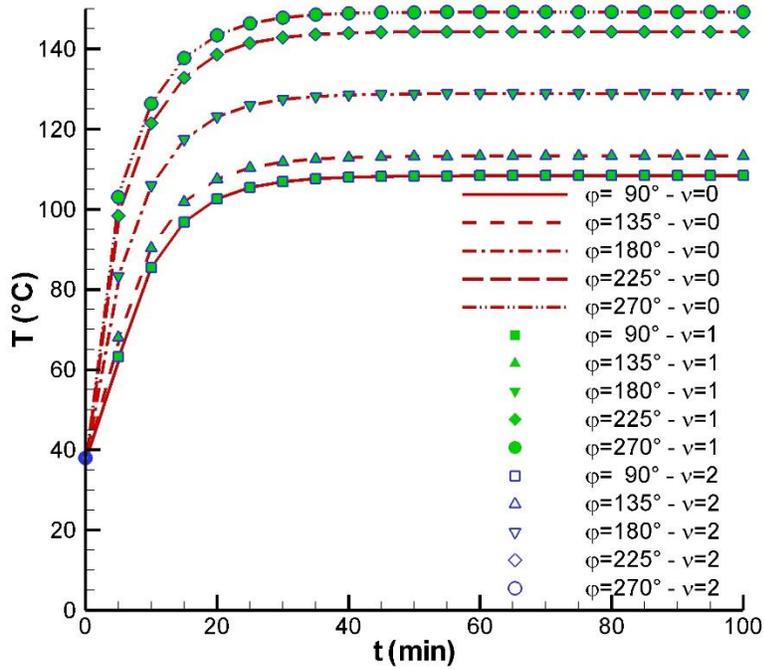


Figura 4.2. Evolución temporal (con grandes pasos de tiempo) de la temperatura en  $L = 0.2$  m considerando diferentes órdenes de las funciones de Bessel.

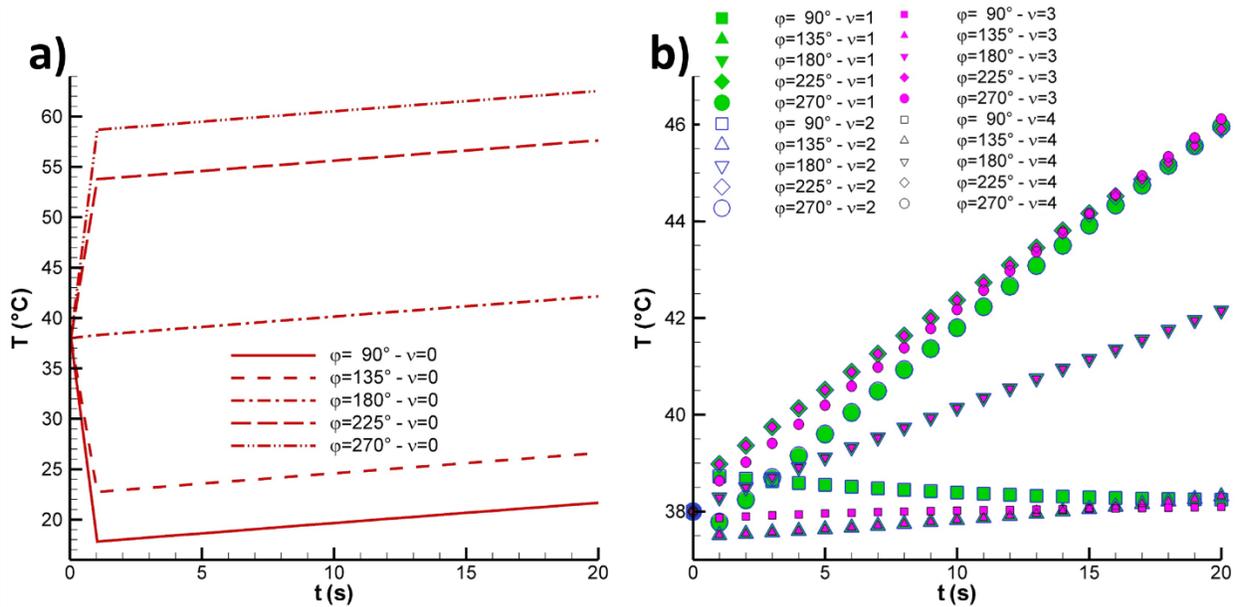


Figura 4.3. Evolución temporal (con pequeños pasos de tiempo) de la temperatura en  $L = 0.2$  m considerando diferentes órdenes de las funciones de Bessel: a) orden cero; y b) órdenes del 1 al 4.

### 4.1.3 Validación de la solución analítica

Los resultados obtenidos con la solución analítica se comparan con los datos experimentales de Khanna *et al.* [61] y se muestran en las Figuras 4.4–4.6.

En la Figura 4.4 se compara la evolución temporal de la temperatura en la parte superior ( $\varphi = 90^\circ$ ), media ( $\varphi = 180^\circ$ ) e inferior ( $\varphi = 270^\circ$ ), con los datos de Khanna *et al.* [61], para diferentes valores de eficiencias (desde 70 hasta 100 %), y en ambas secciones transversales ( $L = 0.2$  m y  $L = 5.7$  m). De manera general, todos los resultados muestran dos tipos de comportamientos, el primero es el transitorio que abarca desde el minuto 0 hasta los 60 min (aproximadamente) y la temperatura tiene una fuerte dependencia del tiempo; mientras que el segundo es el estacionario y tiene lugar después de los 60 min, a partir del cual la influencia del tiempo ha cesado. Además los resultados obtenidos siguen las mismas tendencias a los reportados por Khanna *et al.* [61].

En la región temporal mostrada en la Figura 4.4 (izquierda), se observa que los perfiles temporales se ajustan mejor conforme la eficiencia disminuye hasta 70 %. Y lo mismo ocurre en la región estacionaria, sin embargo se aleja más de los datos experimentales para el lado de mayor temperatura ( $\varphi = 270^\circ$ ). Las discrepancias de los resultados se deben a que, en la realidad, algunos parámetros no se mantienen constantes a lo largo del tiempo (por ejemplo, temperatura del fluido, coeficiente convectivo, pérdidas de calor, entre otros), en contraste con la solución planteada que considera condiciones de frontera independientes del tiempo. Además que en  $\varphi = 270^\circ$  los valores de Khanna *et al.* [61] alcanzan un valor pico mayor al esperado.

Por otra parte, la influencia que tiene la temperatura del fluido sobre la evolución temporal de la temperatura del tubo se observa en la Figura 4.4 (derecha). Conforme la temperatura del fluido es mayor, el estado estacionario se alcanza en un menor tiempo. Para la región transitoria, se nota que cuando la temperatura del fluido es menor se obtienen mejores aproximaciones con respecto a los datos experimentales para ambas zonas (concentrada y no concentrada). Por lo contrario en la región estacionaria, con una temperatura del fluido mayor se aproxima más a los valores experimentales en la zona de concentración, y caso contrario en la zona de no concentración. Lo anterior se debe a que originalmente se tiene un fluido (desconocido) a una temperatura inicial aproximadamente a 40 °C (dato inferido de las gráficas transitorias). Y conforme transcurre el tiempo este fluido incrementa su temperatura hasta un valor desconocido, sin embargo, es claro que en el estado estacionario un valor mayor de la temperatura del fluido puede ajustarse mejor a

los valores experimentales, al menos en la zona de no concentración y se esperaría que también en la zona de concentración.

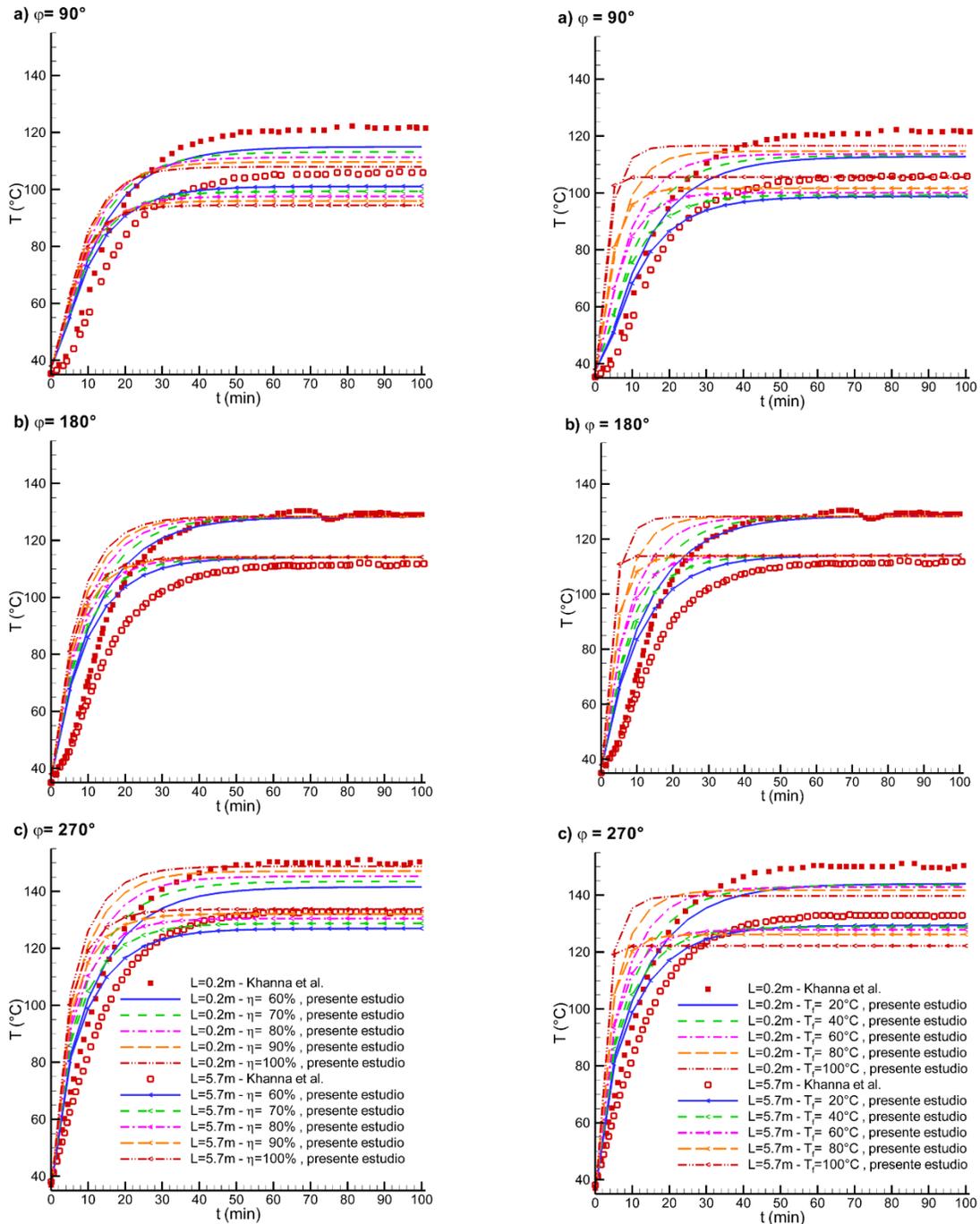


Figura 4.4. Perfiles temporales de temperaturas en tres posiciones azimutales de la tubería variando la eficiencia y la temperatura del fluido variando la eficiencia (izquierda) y la temperatura del fluido (derecha).

La Figura 4.5 (izquierda) muestra los perfiles azimutales de temperatura para diferentes eficiencias

del sistema en  $L = 0.2$  m y  $L = 5.7$  m. Ambos casos muestran el mismo comportamiento y se pueden distinguir dos zonas, una de baja temperatura en la parte superior de la tubería ( $0^\circ < \varphi < 180^\circ$ ) y otra de alta temperatura en la parte inferior ( $180^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ ). Para ambas zonas, conforme la eficiencia disminuye, se obtienen una mejor concordancia debido a las pérdidas de calor (que se presentaron en el experimento). Por otra parte, se observa que una eficiencia menor produce una temperatura mayor en la zona de baja temperatura, mientras que lo opuesto ocurre en la zona de alta temperatura. Lo anterior se explica con la Ec. (4.1), donde  $H_f$  se determina como una función de  $\eta$ . Aunque  $\Delta T_{w,f}$  es considerada constante en dicha ecuación, en realidad no lo es. Ya que  $H_f$  también cuando la eficiencia incrementa. Lo que ocasiona una mejor transferencia de calor entre el tubo y el fluido, lo cual es más notorio en la zona de baja temperatura. Por lo tanto, para obtener resultados más realistas se deben determinar las pérdidas de calor en lugar de asumir una eficiencia térmica. En  $\varphi = 180^\circ$  todos los casos se interceptan en  $128.5$  °C (en  $L = 0.2$  m) y  $113.7$  °C (en  $L = 5.7$  m) que coinciden con las temperaturas medias obtenidas de los datos experimentales.

La Figura 4.5 (derecha) muestra el efecto de la temperatura del fluido sobre el perfil azimutal de temperatura en  $L = 0.2$  m y  $L = 5.7$  m. Para este caso se considera una eficiencia del 70%, y el CTC se calcula con la Ec. (4.1). El comportamiento de la temperatura azimutal es similar la mostrado en la Figura 4.5 (derecha). La desviación es más pequeña conforme la temperatura del fluido es mayor porque la temperatura del fluido incrementa con el tiempo hasta alcanzar el estado estacionario. Aunque en este trabajo no se considera que la temperatura del fluido dependa del tiempo, es razonable pensar que el hecho de considerar una temperatura mayor del fluido resultará en resultados más cercanos a la realidad en el estado estacionario. Se espera que una temperatura mayor del fluido causa una temperatura mayor en el tubo si  $H_f$  se mantiene constante. Sin embargo, aquí  $H_f$  depende de la temperatura del fluido como se observa en la Ec. (4.1), donde  $H_f$  incrementa conforme  $T_f$  incrementa. En términos de la diferencia de temperatura entre el fluido y el tubo, conforme la temperatura del fluido incrementa la diferencia de temperatura local entre el tubo y el fluido disminuye en ambas zonas.

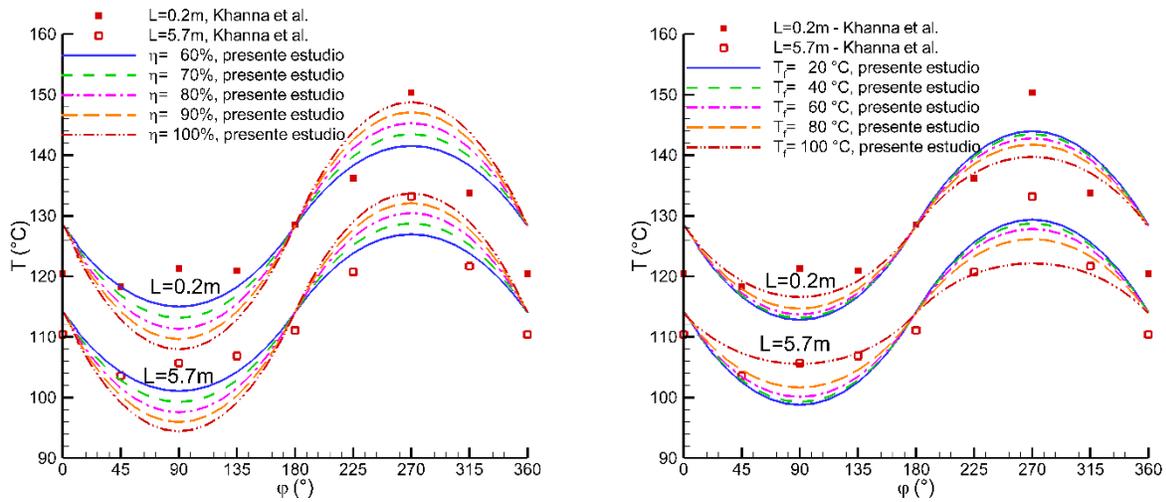


Figura 4.5. Perfiles azimutales de temperaturas al alcanzar el estado estacionario considerando diferentes eficiencias.

La Figura 4.6 muestra las temperaturas azimutales, para diferentes potencias (250, 500, 750 y 1000 W) y una temperatura del fluido de 40 °C, en las secciones transversales ubicadas en  $L = 0.2$  m y  $L = 5.7$  m. Para ambas secciones transversales, se usaron dos valores de eficiencias (70 % y 90 %). Los valores experimentales no muestran mucha simetría en  $L = 0.2$  m, pero en  $L = 5.7$  m hay una cierta simetría respecto al eje vertical (cf. [61]). Se puede afirmar que el perfil de temperatura obtenida con la solución analítica es completamente simétrica con respecto al eje vertical. Sin embargo, los resultados experimentales solo muestran simetría conforme las potencias son menores. Debido a la distribución del flujo de calor considerada se esperaría que el perfil azimutal de temperatura sea completamente simétrico. Teóricamente, para cada potencia hay una eficiencia que se ajusta mejor a los datos experimentales. En efecto, para una potencia mayor, se obtendría una eficiencia menor debido a que se producirían mayores pérdidas de calor. Por otra parte, en general, una eficiencia de 70 % da resultados más precisos que una eficiencia de 90 %.

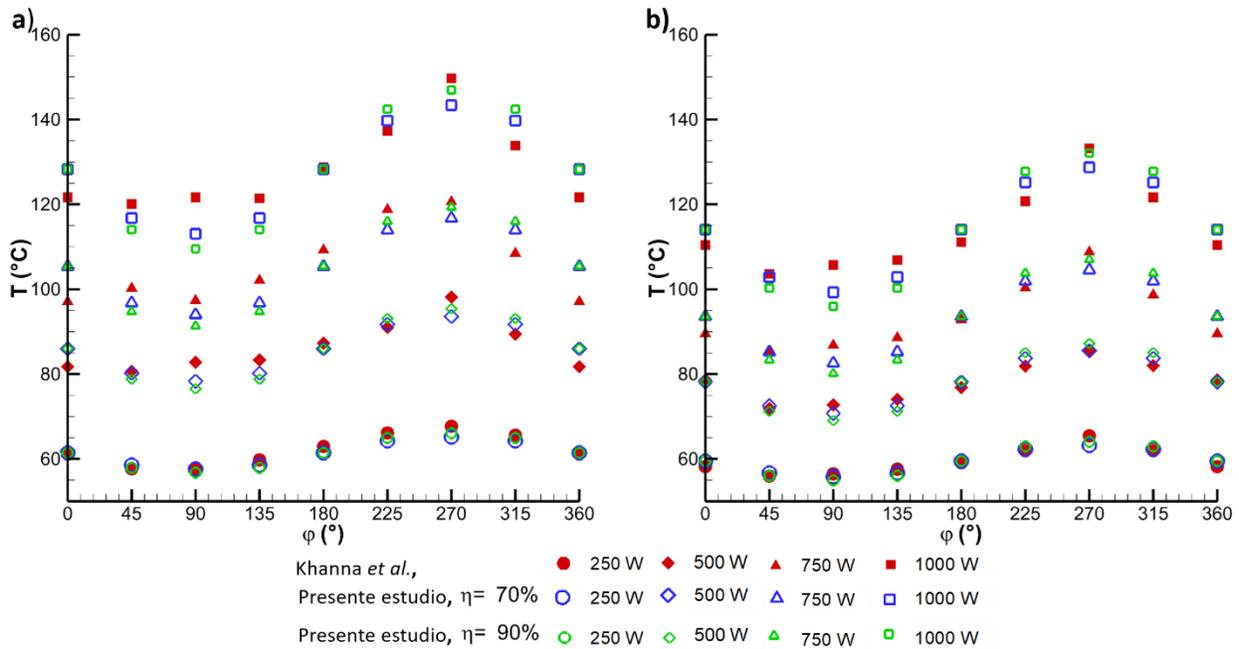


Figura 4.6. Perfiles azimutales de temperaturas al alcanzar el estado estacionario considerando diferentes potencias y eficiencias del 70 y 90 %: a)  $L = 0.2$  m; y b)  $L = 5.7$  m.

En la Tabla 4.2 se muestran los coeficientes de transferencia de calor en el interior del tubo. Como se mencionó anteriormente, dicho coeficiente no se reporta en el artículo de consulta [61], sin embargo, se tuvo que ingresar para cerrar la ecuación del modelo matemático.

Tabla 4.2. Coeficientes de transferencia de calor calculados en función del flujo de calor externo y la temperatura promedio de la pared interna del tubo.

Sección transversal	Potencia (W)	$Q_{\text{ext}}$ ( $\text{W}/\text{m}^2$ )	$T_{w,\text{exp}}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$T_f$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	$H_f$ ( $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ )
$L = 0.2$ m	1000	2574.36	128.46	40.02	15.79
	750	1930.77	105.68	40.02	15.95
	500	1287.18	86.33	40.02	15.08
	250	643.59	61.88	40.02	15.97
$L = 5.7$ m	1000	2574.36	113.74	40.57	19.08
	750	1930.77	93.33	40.57	19.85
	500	1287.18	77.98	40.57	18.66
	250	643.59	59.41	40.57	18.53

La manera en cómo se calculó el CTC fue a partir de los datos experimentales y la Ec. (4.1). La temperatura experimental es la temperatura promedio de las mediciones reportadas por Khanna *et*

al. [61] para cada caso. Como puede notarse en la Tabla 4.2, para una potencia de 1000 W,  $H_f$  no sigue la tendencia de los valores obtenidos para las otras potencias, lo cual se debe a un pico en un valor de la temperatura experimental en el caso de 1000 W.

#### 4.1.4 Validación de la solución numérica

Una vez hecha la validación de la solución analítica se prosigue a analizar la solución numérica y se compara contra la solución analítica<sup>11</sup>. Las pruebas que se realizan son los análisis de independencias de mallas (AIM) temporal y espacial.

##### 4.1.4.1 Análisis de independencia de malla temporal

El AIM temporal se emplea para analizar el paso de tiempo ( $\Delta t$ ) que mejor reproduzca el estado transitorio a un menor tiempo de cómputo. Este análisis no es importante si el modelo que se pretende estudiar está en el estado estacionario, sin embargo, debido a que la solución numérica del modelo térmico se acopla más adelante con el modelo termohidráulico, el cual también está planteado en el estado transitorio y por lo tanto es necesario evitar que el comportamiento transitorio del modelo térmico sea incongruente o cause fallas en el modelo termohidráulico. Por lo tanto, el AIM temporal se simuló en  $L = 0.2$  m y  $L = 5.7$  m, primeramente en el estado transitorio y hasta un tiempo de 60 min (del problema simulado). A los resultados obtenidos a los 60 min se consideran estar en el estado estacionario<sup>12</sup>. Asimismo se empleó una malla espacial de 64 VC en la dirección azimutal y 4 VC en la dirección radial, ya que resultó la mejor malla como se describe en la Sección 4.1.4.2.

En la Figura 4.7 se aprecia que la variación temporal de la temperatura para los tres puntos de la pared de la tubería presenta dos comportamientos, el primero es un comportamiento transitorio mientras que el otro es estacionario (como se ha visto anteriormente). El comportamiento transitorio presentado por la solución analítica es mejor representado cuando se considera  $\Delta t = 0.01$  y  $0.005$  s, como se observa en la Figura 4.7. Por otra parte, en el estado estacionario cualquier

---

<sup>11</sup> A esta comparación se le considera una validación ya que la solución analítica es exacta y además presenta la ventaja que no hay incertidumbres asociadas a los instrumentos de medición.

<sup>12</sup> Previamente ya se había realizado una prueba considerando un criterio de paro al llegar al estado estacionario (considerando un  $\varepsilon \leq 10^{-4}$ ), donde el estado estacionario se alcanzaba en un tiempo de  $40 \text{ min} \pm 2 \text{ min}$ .

$\Delta t$  se ajusta bastante bien a la solución analítica como se puede observar en la Figura 4.8 y en la parte estacionaria de la Figura 4.7. Así que el  $\Delta t$  solo impacta en el comportamiento transitorio y en el tiempo en que se alcanza el estado estacionario.

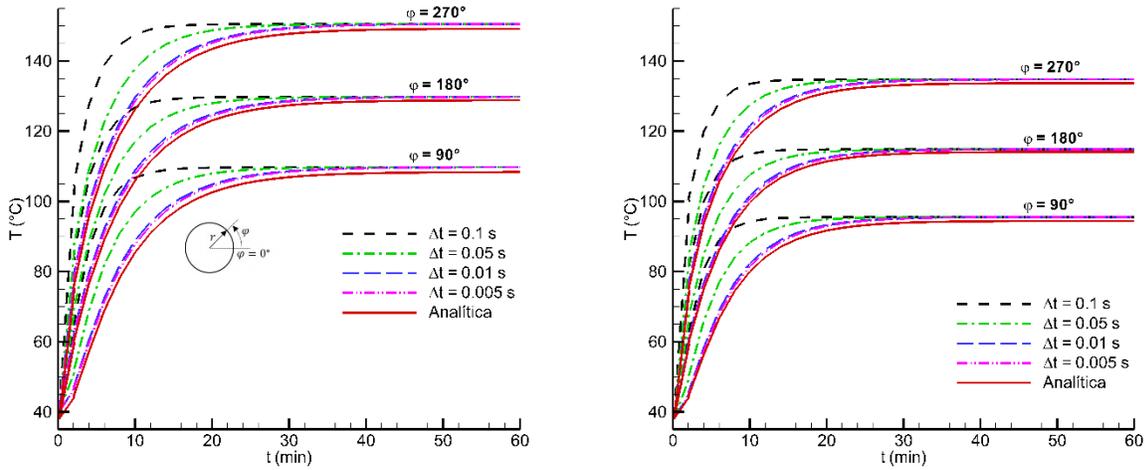


Figura 4.7. Evolución temporal de la temperatura numérica comparada contra la solución analítica considerando  $T_f = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 38 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\eta = 100 \%$  y diferentes pasos de tiempo en la solución numérica en:  $L = 0.2 \text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7 \text{ m}$  (derecha).

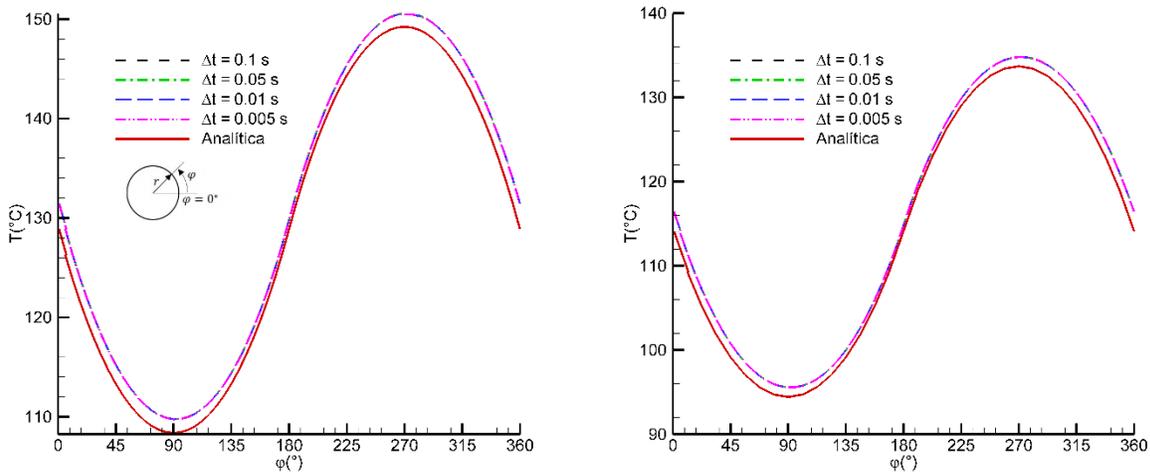


Figura 4.8. Perfil azimutal de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando  $T_f = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 38 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\eta = 100 \%$  y diferentes pasos de tiempo en la solución numérica en:  $L = 0.2 \text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7 \text{ m}$  (derecha).

Por otra parte, en términos de los gradientes de temperatura en la dirección azimutal en el estado

estacionario, las soluciones analítica y numérica coinciden bastante bien en ambas secciones transversales, para cualquier paso de tiempo, como se ve en la Figura 4.9. Cabe resaltar que en ambas secciones transversales se obtiene un máximo gradiente de temperatura en  $\varphi = 270^\circ$  de  $40^\circ\text{C}$  (aproximadamente). Lo anterior tiene sentido debido a que se tienen las mismas condiciones (flujo de calor y temperatura del fluido<sup>13</sup>) y lo único que cambia es el CTC del fluido, lo que hace que la distribución de temperatura en  $L = 0.2\text{ m}$  sea proporcional a la que se presenta en  $L = 5.7\text{ m}$  (ver Figura 4.8).

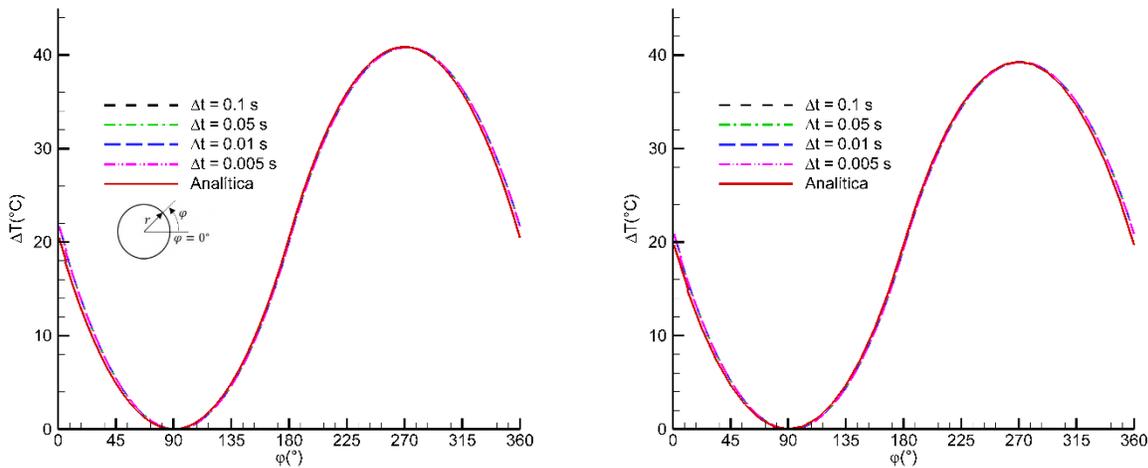


Figura 4.9. Perfil azimutal de los gradientes de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando  $T_f = 40^\circ\text{C}$ ,  $T_0 = 38^\circ\text{C}$ ,  $\eta = 100\%$  y diferentes pasos de tiempo en la solución numérica en:  $L = 0.2\text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7\text{ m}$  (derecha).

#### 4.1.4.2 Análisis de independencia de malla espacial

Una vez hecho el AIM temporal y habiendo seleccionado  $\Delta t = 0.01\text{ s}$  se procede a hacer el AIM espacial (uniforme) en las direcciones radial y azimutal. En cuanto a la dirección axial, esta no se analiza y solo se toman en cuenta 5 VC (con la finalidad de reducir el tiempo de cómputo y además porque el modelo térmico no ha sido discretizado en la dirección axial). De igual manera que como se hizo con el AIM temporal, se comparan los resultados del AIM espacial con la solución analítica en ambas secciones transversales ( $L = 0.2\text{ m}$  y  $L = 5.7\text{ m}$ ).

El AIM espacial en la dirección radial se llevó a cabo con 2, 4 y 6 VC en dicha dirección, mientras

<sup>13</sup> No es exactamente la misma pero se podría considerar que sí.

que en la dirección azimutal se mantuvo una malla constante de 64 VC. En la Figura 4.10 se presenta el comportamiento transitorio de la temperatura en diferentes posiciones angulares de ambas secciones transversales y comparando con la solución analítica. En dicha figura se observa que el comportamiento transitorio de la temperatura es un poco más sensible al tamaño de la malla que la temperatura cuando ha alcanzado el estado estacionario. También puede notarse claramente que la malla de 2 VC en la dirección radial no es la más adecuada ya que se aleja de las otras dos mallas, las cuales coinciden bastante bien entre sí. En ambas secciones transversales se presenta el mismo comportamiento.

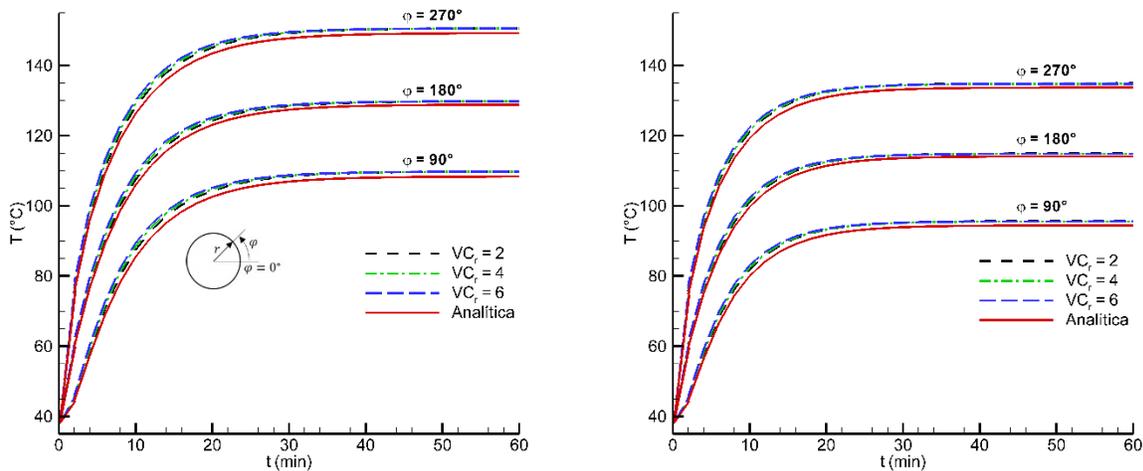


Figura 4.10. Evolución temporal de la temperatura numérica comparada contra la solución analítica considerando  $T_f = 40\text{ °C}$ ,  $T_0 = 38\text{ °C}$ ,  $\eta = 100\%$  y diferentes tamaños de mallas en la dirección radial para la solución numérica en:  $L = 0.2\text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7\text{ m}$  (derecha).

Por otro lado, ambas secciones transversales también muestran el mismo comportamiento en cuanto al perfil azimutal de temperatura en el estado estacionario (ver Figura 4.11). Se observa buena aproximación de las soluciones numérica con la solución analítica y sus comportamientos son los esperados, ya que se tienen las zonas de alta y baja temperatura concordando con la distribución del flujo de calor en la pared externa del tubo. La malla seleccionada es de 4 VC en la dirección radial, ya que no hay mucha diferencia entre los resultados y además la pared del tubo es muy delgada.

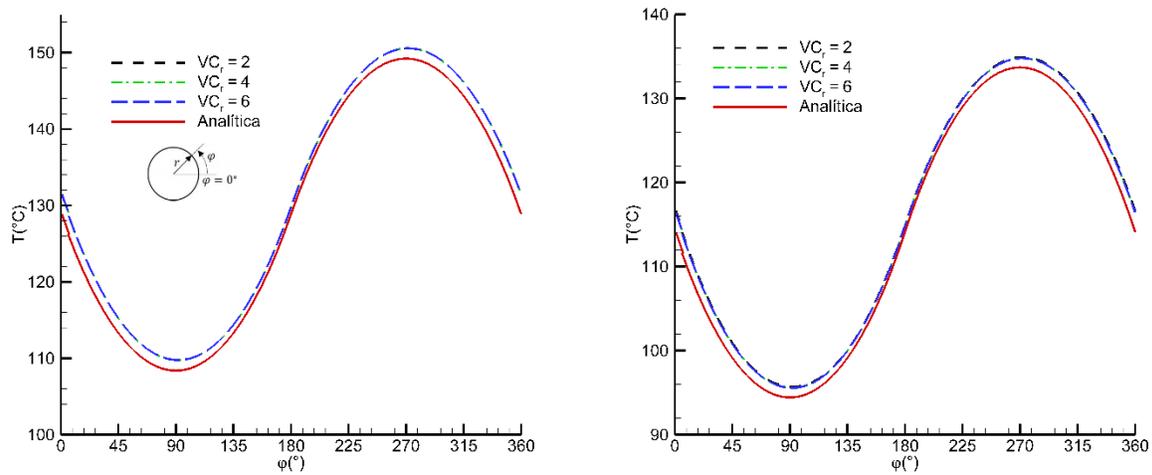


Figura 4.11. Perfil azimutal de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando  $T_f = 40\text{ °C}$ ,  $T_0 = 38\text{ °C}$ ,  $\eta = 100\%$  y diferentes tamaños de malla en la dirección radial para la solución numérica en:  $L = 0.2\text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7\text{ m}$  (derecha).

Una vez seleccionada la malla de 4 VC en la dirección radial se prosigue a efectuar el AIM en la dirección azimutal. Las mallas comparadas tienen 32, 48, 64 y 80 VC. Las mismas comparaciones en el AIM espacial en la dirección radial se hacen aquí.

Al igual que con el AIM en la dirección radial, el AIM en la dirección azimutal muestra buena concordancia con la solución analítica incluso en la región transitoria en ambas secciones transversales, como se muestra en la Figura 4.12.

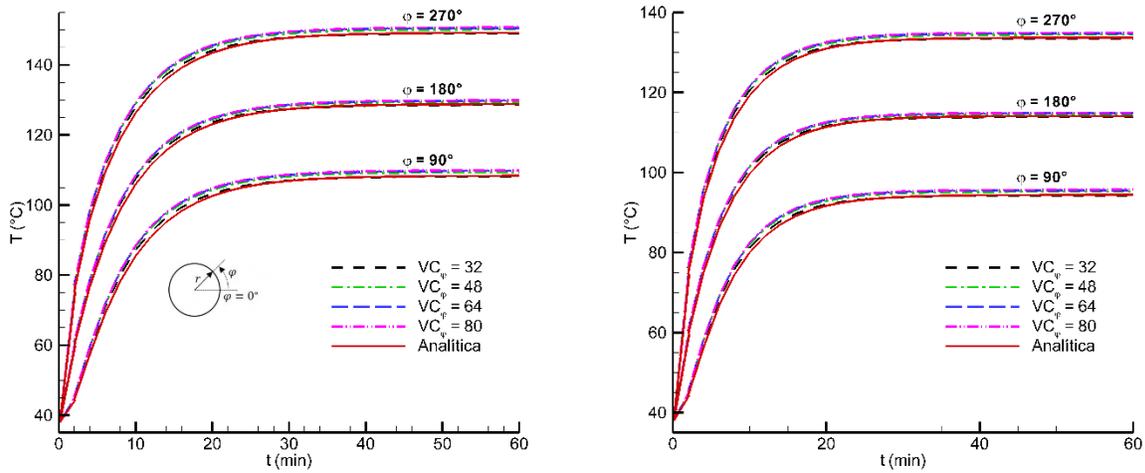


Figura 4.12. Evolución temporal de la temperatura numérica comparada contra la solución analítica considerando  $T_f = 40\text{ °C}$ ,  $T_0 = 38\text{ °C}$ ,  $\eta = 100\%$  y diferentes tamaños de mallas en la dirección azimutal para la solución numérica en:  $L = 0.2\text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7\text{ m}$  (derecha).

Respecto a los resultados en el estado estacionario (a los 60 min), también se aprecia en todos los perfiles azimutales de temperatura obtenidos con el modelo numérico concuerdan bien con la solución numérica en ambas secciones transversales (ver Figura 4.13).

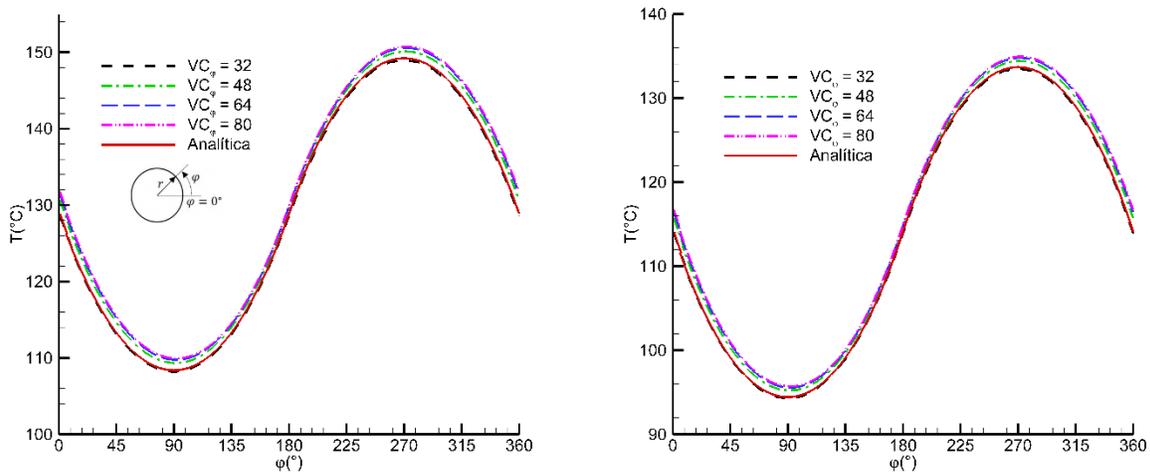


Figura 4.13. Perfil azimutal de temperatura (numérica y analítica) de la pared exterior del tubo en el estado estacionario considerando  $T_f = 40\text{ °C}$ ,  $T_0 = 38\text{ °C}$ ,  $\eta = 100\%$  y diferentes tamaños de malla en la dirección azimutal para la solución numérica en:  $L = 0.2\text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7\text{ m}$  (derecha).

A pesar de que la Figura 4.13 muestra que aparentemente una malla de 32 VC presenta una menor

desviación de la temperatura respecto a la solución analítica, esta malla no es la mejor opción, ya que como se ve en la Figura 4.14 y la Tabla 4.3, el tamaño de la malla tiene un impacto significativo con el flujo de calor por unidad de área que recibe el fluido. De hecho para que se conserve la energía, el flujo de calor lineal que recibe el tubo sobre la pared externa debe ser igual al flujo de calor lineal que se transfiere al fluido como se muestra en la Tabla 4.3. Con una malla de 32 VC el error en cuanto al balance de energía es del 3 % y la mejor opción es la malla de 64 VC ya que presenta un error menor al 1 %, lo cual es aceptable.

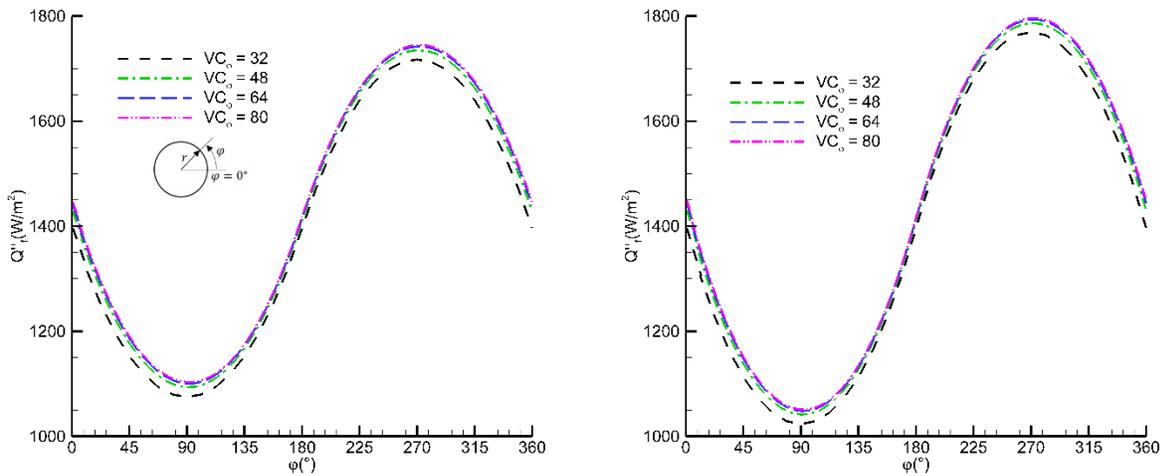


Figura 4.14. Perfil azimutal del flujo de calor por unidad de área hacia el fluido en el estado estacionario obtenido con la solución numérica considerando  $T_f = 40\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_o = 38\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\eta = 100\%$  y diferentes tamaños de malla en la dirección azimutal en:  $L = 0.2\text{ m}$  (izquierda) y  $L = 5.7\text{ m}$  (derecha).

Tabla 4.3. Errores porcentuales del flujo de calor lineal hacia el fluido ( $Q'_f$ ) respecto al flujo de calor lineal total ( $Q'_T$ ) con diferentes tamaños de malla en la dirección azimutal en ambas secciones transversales.

VC	$L = 0.2\text{ m}$			$L = 5.7\text{ m}$		
	$Q'_T\text{ (W/m)}$	$Q'_f\text{ (W/m)}$	% Error	$Q'_T\text{ (W/m)}$	$Q'_f\text{ (W/m)}$	% Error
32	175.98	170.62	3.0	175.98	170.64	3.0
48	175.83	173.06	1.6	175.83	173.08	1.6
64	175.56	173.99	0.9	175.56	174.01	0.9
80	175.39	174.37	0.6	175.39	174.40	0.6

De acuerdo al AIM espacial que se ha realizado, se selecciona una malla de 4 VC y 64 VC en las direcciones radial y azimutal, respectivamente.

Los modelos analítico y numérico discutidos tienen algunas ventajas y desventajas. Las ventajas de cada uno de estos modelos pueden aprovecharse condicionando el código según convenga. Por

ejemplo, si solo se requiere conocer la temperatura de la pared externa sin DNUFC, el modelo analítico puede presentar una mayor ventaja en cuanto al tiempo de cómputo. Pero si se requiere conocer toda la distribución de temperatura en el tubo y además se tiene una DNUFC, el modelo numérico debe ser empleado. Asimismo el modelo numérico es capaz de incluir las propiedades termofísicas del tubo dependientes de la temperatura así como condiciones de frontera no lineales (dependiente del tiempo) que describen mejor a los sistemas de CCP. Por lo anterior, la solución aplicada para los estudios posteriores en esta tesis es la numérica y con base a los resultados mostrados en la Figura 4.7 un  $\Delta t = 0.01$  s es adecuado.

## 4.2 CÓDIGO TERMOHIDRÁULICO

### 4.2.1 Descripción del sistema físico usado para la verificación y validación del modelo termohidráulico

Para verificar y validar el código termohidráulico desarrollado, se considera el caso 1 del trabajo numérico de Serrano-Aguilera *et al.* [28], cuyo sistema físico corresponde a una sección de 4.16 m de longitud del último tramo del lazo DISS, en condiciones de vapor sobrecalentado. Los datos del sistema físico se presentan en las Tablas 4.4 y 4.5. Ellos acoplaron el modelo térmico con el modelo termohidráulico considerando una DNUFC del tipo LCR (ver Figura 2.4). A su vez, este mismo estudio es utilizado para validar la temperatura del vapor sobrecalentado obtenida con el modelo acoplado. Los demás parámetros se verifican con los resultados obtenidos en la presente tesis mediante el simulador RELAP5.

Tabla 4.4. Datos relevantes del CCP (Serrano-Aguilera *et al.* [28,75]).

Parámetro	Valor
Longitud considerada (m)	4.06
Ancho del reflector de la parábola (m)	5.76
Diámetro interior/exterior el tubo absorbedor (m)	0.05/0.07
Rugosidad del absorbedor (m)	$1.365 \times 10^{-5}$
Conductividad térmica del absorbedor (W/mK)	38
Modificador del ángulo de incidencia <sup>14</sup> (-)	$1 - 1.88 \times 10^{-3} \theta_{inc} - 1.49206 \times 10^{-4} \theta_{inc}^2$

<sup>14</sup> Aquí el ángulo de incidencia debe estar en radianes.

Tabla 4.5. Datos experimentales reportados por Serrano-Aguilera *et al.* [28]<sup>15</sup>.

Casos	Datos				Experimentales	
	$P$ (MPa)	$T_{ent}$ (K)	$\dot{m}$ (kg/s)	$DNI$ (W/m <sup>2</sup> )	$T_{sal}$ (K)	$\Delta P$ (MPa)
1	6.188	560.0	0.64	921	565.0	0.0024
2	6.125	551.6	0.53	804	556.5	0.0017
6	6.113	585.5	0.53	823	592.1	0.0017

## 4.2.2 Verificación y validación

Se procede a la validación de los resultados de incremento de temperatura del vapor sobrecalentado y de caída de presión, comparándolos con los datos experimentales reportados por Serrano-Aguilera *et al.* [28] (ver Tabla 4.6). Para los tres casos comparados en la Tabla 4.6 se observa que los resultados obtenidos tienen una buena concordancia y las desviaciones máximas son del 4 % en el valor del incremento de temperatura, mientras que en términos de la caída de presión se tiene una desviación máxima del 5.9 %. Algunos de los factores que impactan en las desviaciones son las propiedades del vapor y la precisión de los instrumentos de medición (1.6 % para la temperatura y 1.1 % para la presión [28]).

Tabla 4.6. Comparación entre los resultados del código desarrollado y los datos experimentales reportados por Serrano-Aguilera *et al.* [28].

Casos	Datos				Experimentales		Código propio		% Desviación		
	$P$ (MPa)	$T_{ent}$ (K)	$\dot{m}$ (kg/s)	$DNI$ (W/m <sup>2</sup> )	$T_{sal}$ (K)	$\Delta P$ (MPa)	$T_{sal}$ (K)	$\Delta P$ (MPa)	$T_{sal}$	$\Delta T$	$\Delta P$
1	6.188	560.0	0.64	921	565.0	0.0024	564.8	0.0024	0.04	4.0	0.0
2	6.125	551.6	0.53	804	556.5	0.0017	556.3	0.0016	0.04	4.0	5.9
6	6.113	585.5	0.53	823	592.1	0.0017	592.1	0.0018	0.00	0.0	5.9

En el estudio numérico de Serrano-Aguilera *et al.* [28] solo se incluye un perfil axial de temperatura. Por esta razón también se realiza una simulación con RELAP5 para poder comparar los resultados del simulador desarrollado para esta y otras variables termohidráulicas. En la Figura 4.15 se comparan los perfiles de temperatura correspondientes comparados también con datos experimentales a la entrada y salida. En dicha figura se observa que en la entrada los resultados de los tres modelos numéricos están muy cerca de la temperatura experimental, pero en la salida, el modelo de Serrano-Aguilera *et al.* [28] se aleja más. Las temperaturas obtenidas con el código desarrollado y con RELAP5 se aproximan más a los valores experimentales y presentan un comportamiento lineal. El modelo de Serrano-Aguilera *et al.* [28] presenta un comportamiento

<sup>15</sup> Los demás datos necesarios para la simulación pueden encontrarse en la referencia [28].

irregular al inicio del tramo bajo estudio.

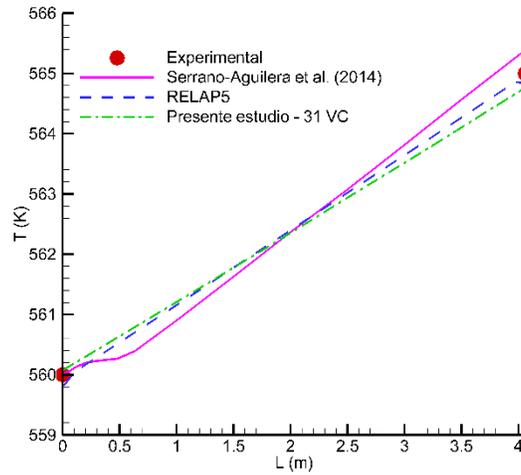


Figura 4.15. Comparación de los perfiles de temperatura (caso 1 de la Tabla 4.6) obtenidos en este trabajo con ambos simuladores y el perfil obtenido por Serrano-Aguilera *et al.* [28], y datos experimentales correspondientes al sistema DISS.

Considerando ahora el caso 6 de la Tabla 4.6, los perfiles longitudinales de presión, temperatura, velocidad del vapor y números de Reynolds, obtenidos mediante el simulador RELAP5 y con el simulador propio se presentan en las Figuras 4.16 y 4.17. En las respectivas gráficas se muestran las desviaciones porcentuales obtenidas, siendo la desviación máxima menor a 0.06 %, para la variable velocidad. La tendencia de los números de Reynolds obtenidos en este trabajo con el simulador propio y con RELAP5 son iguales aunque difieren en magnitud, prácticamente esto se debe a las propiedades del vapor, ya que las velocidades calculadas con el código desarrollado solo se desvían en 0.05 % (en promedio) con respecto a RELAP5.

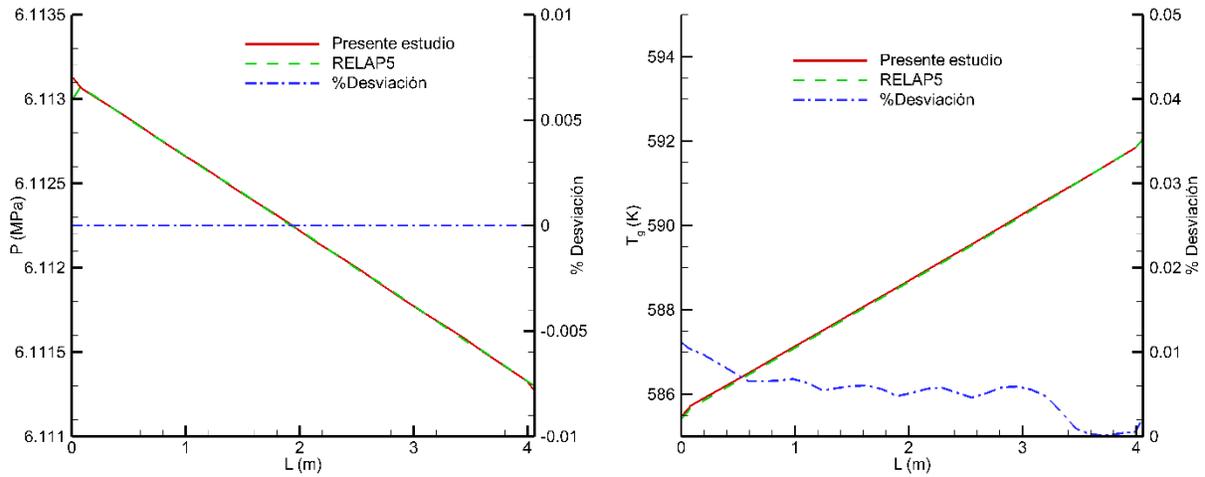


Figura 4.16. Comparación de perfiles longitudinales obtenidos con RELAP5 y con el simulador desarrollado. Presión (izquierda) y temperatura (derecha).

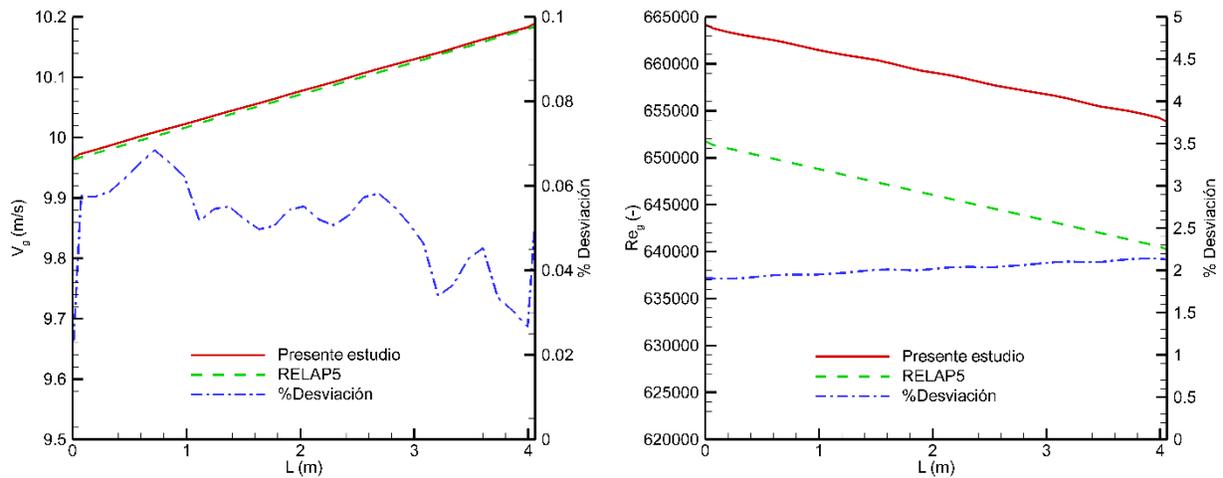


Figura 4.17. Comparación de perfiles longitudinales obtenidos con RELAP5 y con el simulador desarrollado. Velocidades (izquierda) y números de Reynolds (derecha).

### 4.3 VALIDACIÓN/VERIFICACIÓN DEL SIMULADOR ACOPLADO TÉRMICO-TERMOHIDRÁULICO

Una vez hechas las validaciones y verificaciones de los modelos térmico y termohidráulico de manera independiente, se procede a realizar pruebas del acoplamiento del modelo termohidráulico con el modelo térmico del tubo absorbedor, considerando el caso 1 de la Tabla 4.6, con una

DNUFC<sup>16</sup> dada por los datos discretos de la Figura 2.4.

De acuerdo al modelo termohidráulico 1D, el comportamiento termohidráulico será el mismo independientemente de la distribución del flujo de calor que reciba, siempre y cuando los flujos de calor globales (en toda la sección circunferencial) sean iguales. Es por esa razón que solo se presentan los resultados de la distribución de temperatura en el tubo absorbedor.

En la Figura 4.18 se presenta la distribución de temperatura en 3D en la pared del tubo absorbedor. Como se aprecia, hay una distribución no uniforme de la temperatura en las tres direcciones; en las direcciones azimutal y radial, se debe al LCR mientras que en la dirección axial se debe a que el fluido tiende a incrementar su temperatura conforme avanza a lo largo del tubo (ver Figura 4.15). Por lo que los resultados obtenidos son congruentes con la física del problema.

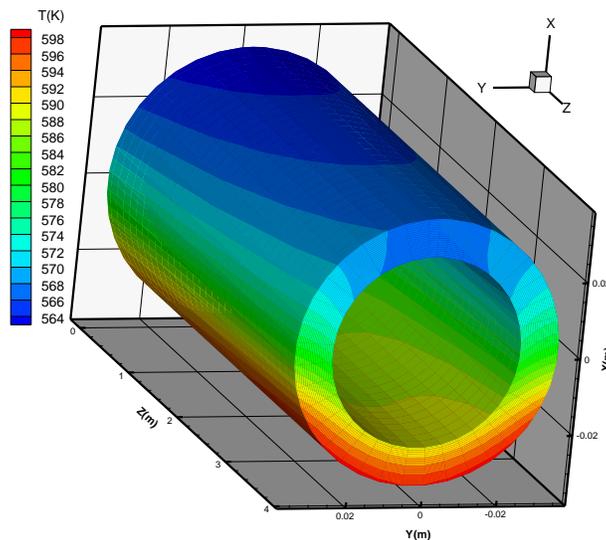


Figura 4.18. Campo de temperatura 3D en la pared del tubo absorbedor con una DNUFC y vapor sobrecalentado como fluido de trabajo.

Se procede ahora a realizar una comparación con los resultados numéricos de Serrano-Aguilera *et al.* [28], de la distribución de temperatura en 2D a la salida, como se muestra en la Figura 4.19. Se observan que los resultados se encuentran en los mismos órdenes de magnitud. De hecho ambos resultados muestran el mismo comportamiento cualitativo y la distribución de temperatura es predominante en la dirección azimutal, presentándose en esta dirección fuertes gradientes de

<sup>16</sup> El LCR del captador LS3 se obtuvo mediante el software SolTrace.

temperatura.

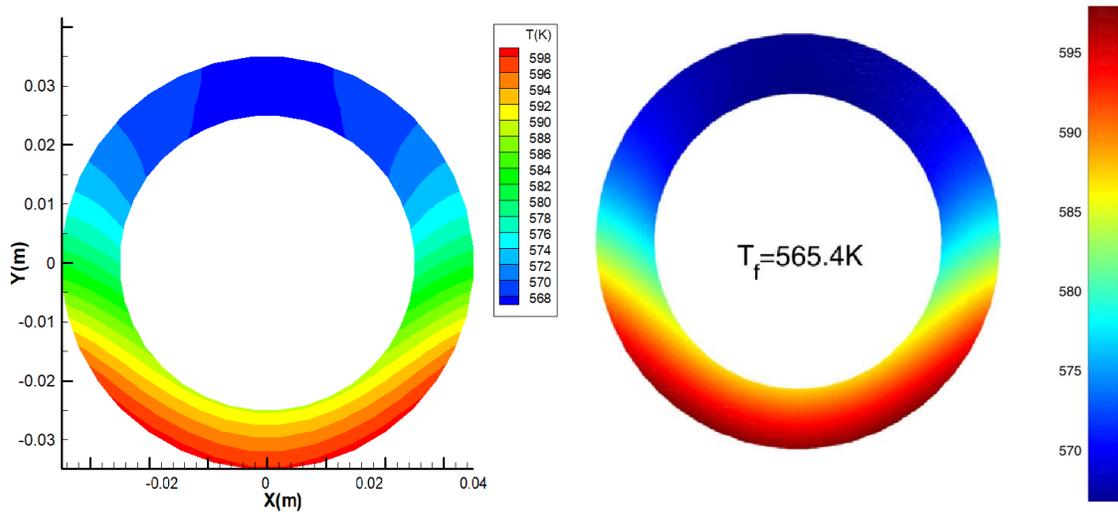


Figura 4.19. Comparación de los campos de temperatura (2D) obtenidos en este estudio (izquierda) y los obtenidos por Serrano-Aguilera *et al.* [28] (derecha).

No obstante la buena comparación cualitativa de la distribución de temperatura en 2D, se procede ahora a comparar los perfiles azimutales de las superficies interna y externa de la tubería (ver Figura 4.20). En este caso, se toman dos valores diferentes de la eficiencia global, el primer valor es de 64 % y el segundo de 69 %. Siendo estas las eficiencias experimental y numérica, respectivamente, reportadas por ellos.

En la Figura 4.20 se nota que para una eficiencia del 64 %, la temperatura externa obtenida en este trabajo es inferior a la de Serrano-Aguilera *et al.* [28], mientras que la temperatura interna es mayor (principalmente en la sección de mayor concentración solar). Los porcentajes de desviación con respecto a Serrano-Aguilera *et al.* [28] son del 6.0 % y 0 % entre los máximos gradientes de temperatura, en las superficies externa e interna, respectivamente (ver Tabla 4.7).

Por otra parte, para la eficiencia del 69 %, la temperatura externa obtenida aquí es mayor pero la temperatura interna sigue siendo menor (aunque incrementa un poco como era de esperarse). De esa manera la temperatura sobre la pared externa tiene una fuerte dependencia del flujo de calor total. Y aunque la temperatura de la pared interna también depende del flujo de calor total, el principal factor que repercute en estas diferencias es el CTC, ya que se tomaron diferentes correlaciones. En este trabajo se usó la correlación de Dittus-Boelter (obtenida de [105]), mientras que ellos usaron la correlación de Petukhov de 1970 (referencia [23] dentro del trabajo de Serrano-

Aguilera *et al.* [28]). Para este caso los porcentajes de desviación con respecto a Serrano-Aguilera *et al.* [28] son del 1.3 % y 3.4 % entre los máximos gradientes de temperatura, en las superficies externa e interna, respectivamente (ver Tabla 4.7).

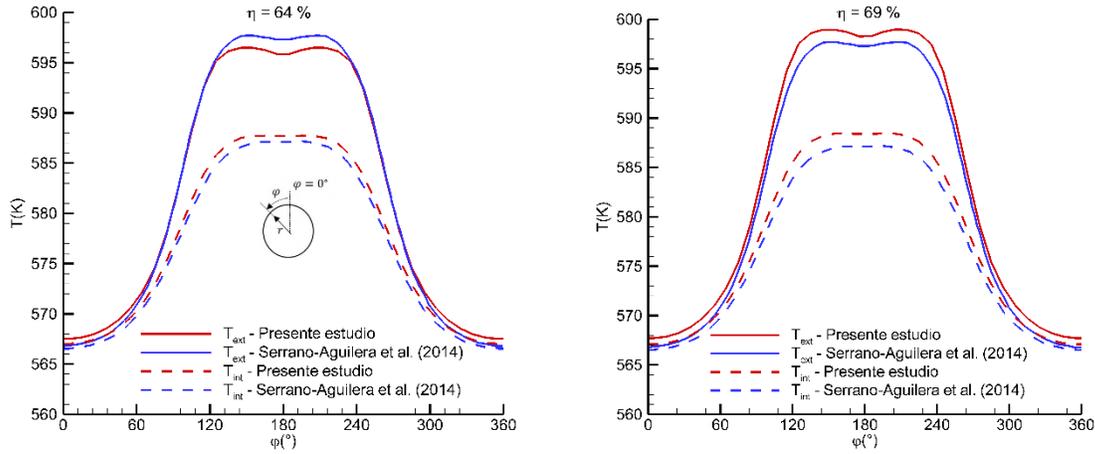


Figura 4.20. Perfiles de temperatura en la pared interna y externa del tubo absorbedor obtenidos con el código desarrollado, comparados con los de Serrano-Aguilera *et al.* [28], considerando dos eficiencias diferentes:  $\eta = 64 \%$  (izquierda) y  $\eta = 69 \%$  (derecha).

Tabla 4.7. Porcentajes de desviación entre las máximas diferencias de temperatura obtenidas en este trabajo con respecto a los resultados numéricos de Serrano *et al.* [28].

Superficie	Máxima diferencia de temperatura			% Desviación	
	Serrano <i>et al.</i> [28]	Presente estudio		$\eta = 64 \%$	$\eta = 69 \%$
		$\eta = 64 \%$	$\eta = 69 \%$		
Externa	30.9	29.0	31.3	6.0	1.3
Interna	20.7	20.7	21.4	0.0	3.4

# **CAPÍTULO 5**

## **PLANTEAMIENTO DE LOS CASOS DE ESTUDIO DEL PF DRYOUT**

En este capítulo se definen los captadores del sistema DISS y se establecen las condiciones de operación para los estudios del flujo bifásico dryout que se presentarán y discutirán en el Capítulo 6. Para tales establecimientos se recurre al simulador RELAP5 y los resultados son validados y verificados con datos del sistema DISS.

## 5.1 INTRODUCCIÓN

De acuerdo a la revisión de literatura, para las condiciones de operación manejadas en la GDV con CCP (por ejemplo en el sistema DISS), el flujo dryout tiende a abarcar entre el 1 y 2 % de la longitud total del lazo DISS (en el modo de operación de un solo paso). Esta longitud equivale a un tramo entre 5 y 10 m [57,85] al final de la región de evaporación de la fila de CCP, iniciando posteriormente la región de sobrecalentamiento. Lo anterior presenta una desventaja para el estudio de los parámetros termohidráulicos del PF dryout, ya que los efectos de la longitud de entrada reducen la sección longitudinal de estudio y a su vez demandan que el simulador desarrollado con base al modelo a dos fluidos sea robusto debido al proceso iterativo<sup>17</sup>. Por otra parte, como se discutió en la revisión de literatura, el PF dryout no ha sido estudiado propiamente en un sistema de GDV lo cual no permite validar el código directamente con datos experimentales en la región del flujo dryout. Sin embargo, sí es posible verificarlo en esta región comparando con resultados del código RELAP5/MOD3, bajo las mismas condiciones de operación. Ya que dicho simulador comercial permite evaluar diferentes parámetros que son difíciles obtener de manera experimental, como son las velocidades de cada una de las fases.

Con la finalidad de sobrellevar la problemática anterior y al mismo tiempo evaluar los diferentes aspectos del simulador desarrollado (modelo térmico, modelo termohidráulico y el acoplamiento entre ambos), se plantean diferentes escenarios en los cuales el PF dryout tiene lugar y de esa manera poder estudiarlo con la seguridad de que el simulador desarrollado está bien implementado.

Debido a lo impráctico que resulta en RELAP5 incluir una DNUFC, solo se utiliza, en esta sección, una DUFC simular toda la fila del sistema DISS y se delimita la región en la que se presenta el PF dryout, para posteriormente enfocar los estudios a esta región (Capítulo 6). Las condiciones de operación corresponden al estudio de Elsafi [85], cuyo modelo físico se presenta en la Figura 5.1.

---

<sup>17</sup> No obstante que el modelo a dos fluidos es bien comportado, es necesario involucrar correlaciones para las condiciones de cerradura para otros PF adicionales al dryout.

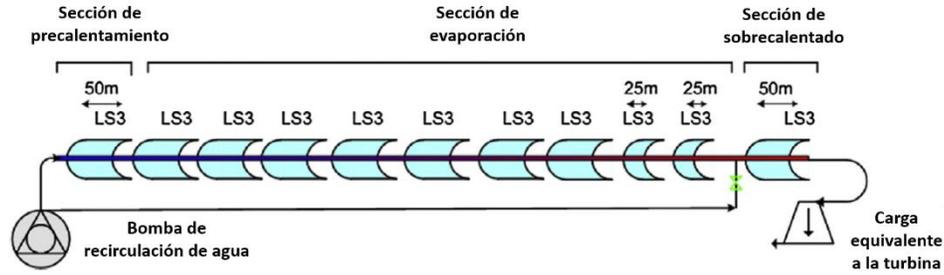


Figura 5.1. Modelo físico del lazo DISS empleado por Elsafi [85] (traducida).

## 5.2 REPRODUCCIÓN CON RELAP5 DEL CASO DE ESTUDIO DE ELSAFI [85]

En este primer caso se reproduce, mediante el simulador RELAP5/MOD3.2, un estudio realizado por Elsafi [85] del sistema DISS (Figura 5.1). En la Tabla 5.1 se presentan los datos considerados para la simulación de Elsafi [85] (tomados a su vez de Bonilla [136] y Zarza [8]). Los captadores 1–8 y 11 tienen 50 m de longitud, mientras que los captadores 9 y 10 tienen 25 m. Se ha considerado un tamaño de malla de 0.5556 m y 0.3472 m para los captadores de 50 m y 25 m, respectivamente.

Cabe mencionar que la temperatura ambiente ( $T_a$ ) y el factor de ensuciamiento ( $F_e$ ) no han sido reportados por Elsafi [85]. Por lo que se ha considerado una temperatura ambiente de 30 °C, mientras que el factor de ensuciamiento se infirió a prueba y error (91 %). Además se desprecian las pérdidas de calor a través de las uniones y de los soportes, así como las caídas de presión debido a las uniones y codos. Se emplea la metodología de Cundapí *et al.* [13] para determinar la eficiencia de cada CCP usando la ecuación experimental de pérdidas de calor del sistema DISS (Ec. (2.10)) para después obtener la eficiencia (en función del  $\Delta T^{18}$ ). Lo anterior se hace debido a que a primera instancia no se conoce la temperatura del tubo y debe seguirse un proceso iterativo hasta obtener las eficiencias de cada CCP (Figura 5.2 ). Esto es una desventaja de RELAP5 para sus aplicaciones en la GDV. Ya que hasta donde se sabe, el código RELAP5<sup>19</sup> no es capaz de determinar las pérdidas de calor, aunque puede involucrar un valor de la eficiencia térmica pero para ello se tendría que

<sup>18</sup> Aquí  $\Delta T$  es la diferencia entre la temperatura media del absorbedor y la temperatura ambiente (en °C o K).

<sup>19</sup> RELAP5 tiene la capacidad de ingresar una eficiencia a cada VC en el sistema, pero en la GDV, no siempre se conoce la eficiencia térmica.

saber de antemano ese valor.

Tabla 5.1. Datos del estudio del sistema DISS [8,85].

Parámetro	Valor
Longitud total (m)	500
Apertura del reflector de la parábola (m)	5.76
Diámetro interior/exterior el tubo absorbedor (m)	0.05/0.07
Rugosidad del absorbedor (m)	$4 \times 10^{-5}$
Radiación solar directa ( $W/m^2$ )	908.5
Eficiencia óptica (%)	63
Factor de ensuciamiento (%)	91
Flujo másico (kg/s)	0.62
Velocidad de masa ( $kg/m^2s$ )	316
Presión de salida (MPa)	9.92075
Material del absorbedor	Acero
Conductividad térmica del absorbedor ( $W/mK$ )	38
Longitud del VC en los captadores de 50 m (m)	0.5556 o
Longitud del VC en los captadores de 25 m (m)	0.3472
$\Delta t$ (s)	0.01

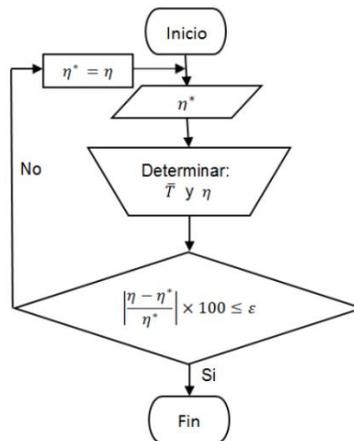


Figura 5.2. Diagrama de flujo para determinar  $\eta$ , usando la Ec (2.11), en cada captador [14].

Las comparaciones entre los perfiles axiales de temperatura y presión obtenidos con el simulador RELAP5 y los datos experimentales de Zarza [8] se muestran en la Figura 5.3. Mientras que en la Figura 5.4, se presentan los valores de las eficiencias térmicas de cada captador en las distintas iteraciones siguiendo la metodología planteada en la Figura 5.2.

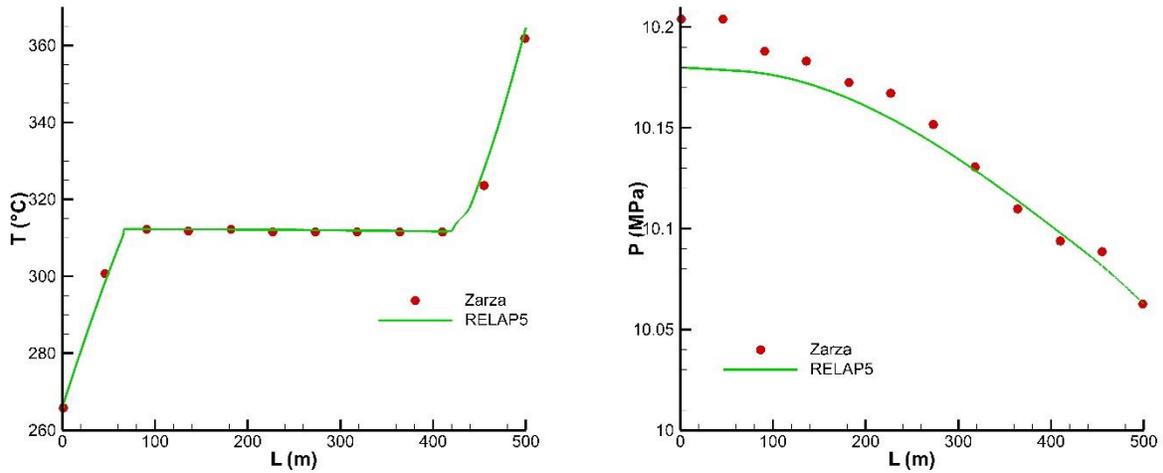


Figura 5.3. Validación de los resultados obtenidos con RELAP5 comparando con los datos experimentales de Zarza [8] para el DISS: temperatura (izquierda) y presión (derecha).

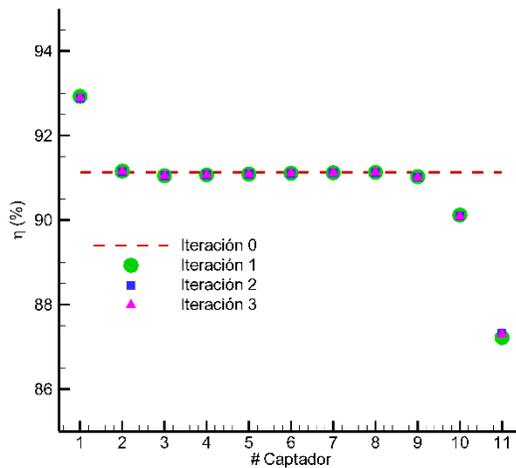


Figura 5.4. Comparaciones de las eficiencias obtenidas en cada iteración de cada captador de acuerdo a la metodología de la Figura 5.2.

Una vez validados los resultados con RELAP5 (Figura 5.3) para todo el lazo DISS, se determinan las condiciones para las cuales ocurre la transición al dryout, y posteriormente al sobrecalentado, en los captadores 9 y 10. Posteriormente, en el Capítulo 6, se estudia la termohidráulica del flujo bifásico en cada uno de estos dos captadores mediante el simulador RELAP5 y mediante el simulador desarrollado en este trabajo. Las condiciones de frontera del MTH para ambos captadores se establecen con base a los resultados de RELAP5 (Tabla 5.2). Es importante resaltar

que las condiciones de salida del captador 9 son las condiciones de entrada del captador 10.

Tabla 5.2. Condiciones de operación de los captadores 9 y 10.

Parámetro	Captador 9		Captador 10	
	Entrada	Salida	Entrada	Salida
$L$ (m)	400	425	425	450
$P$ (MPa)	10.1014	10.0926	10.0926	10.0835
$T$ (K)	584.85	584.79	584.79	597.17
$x_{flow}$ (-)	0.918	0.9885	0.9885	1.0

Para determinar en primera instancia, el PF más probable para las condiciones de operación involucradas, es posible usar el mapa de patrones de flujo de Elsafi [85] (Figura 5.5<sup>20</sup>), aunque otra opción es usar el mapa de RELAP5. Pero este último no considera el PF dryout como tal, sino que lo maneja como un PF estratificado.

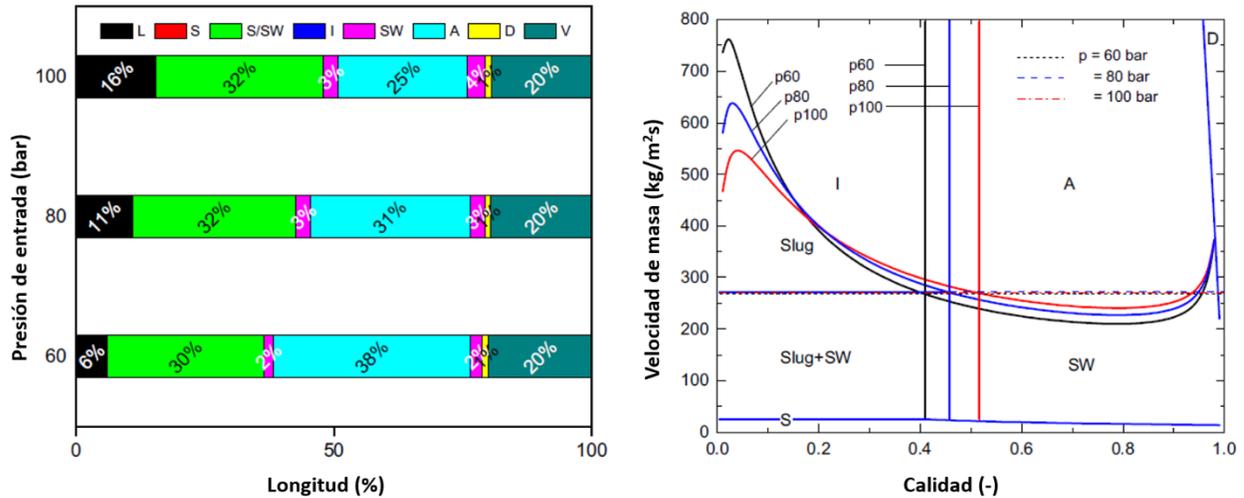


Figura 5.5. PF predichos por Elsafi [85] para el sistema DISS con base en su mapa de patrones de flujo<sup>21</sup>.

De acuerdo a la Figura 5.5, el PF dryout ocupa alrededor de 5 metros de la tubería (en la sección previa al vapor sobrecalentado), lo cual representa el 1 % de los 500 m del sistema DISS. Además, se observa que la transición al PF dryout se da desde el estratificado ondulado, pasando antes por anular. Esto, para velocidades de masa entre 200 kg/m<sup>2</sup>s y 400 kg/m<sup>2</sup>s (aproximadamente), que se encuentra dentro del rango de operación de la GDV.

En la Figura 5.6 se presentan los perfiles longitudinales de temperatura del fluido y del tubo,

<sup>20</sup> Consultar el trabajo de Elsafi para ver más información de su mapa de patrones de flujo.

<sup>21</sup> Nomenclatura de Elsafi: L=líquido subenfriado, S=estratificado liso u horizontal, S/SW=transición entre estratificado liso y ondulado, I=intermitente, SW=estratificado ondulado, A=anular, D=dryout y V=vapor sobrecalentado.

además del coeficiente convectivo y los modos de transferencia de calor. Respecto a la temperatura del fluido, es claro que el comportamiento es como se esperaba, debido a que tiene un incremento en la región de precalentamiento, es casi constante en la región de evaporación, e incrementa nuevamente en la sección de sobrecalentado. Y la temperatura del tubo es siempre superior a la del fluido, presentándose mayores diferencias en la transición entre el flujo bifásico y el vapor sobrecalentado, donde se puede apreciar la influencia del coeficiente convectivo, ya que justo en ese pequeño intervalo tiene una caída súbita.

Como se puede apreciar en la Tabla 5.3, los modos de transferencia de calor tienen una cierta relación con los patrones de flujo, principalmente en las transiciones. Por ejemplo, el modo 6 se presenta a aproximadamente los 440 m a causa de que la transferencia de calor que se lleva a cabo es una de transición saturada, por estar pasando a un modo de transferencia de calor de ebullición de película. Por otra parte, RELAP5 predice líquido subenfriado desde el inicio de la tubería hasta los 69.72 m aproximadamente, flujo estratificado<sup>22</sup> desde 69.72 hasta 463 m, y finalmente vapor sobrecalentado después de los 463 m. Esto difiere de Elsafi, que predice más PF debido a que aplica su propio mapa de patrones de flujo (Figura 5.5). Los modos de transferencia de calor influyen en cuanto a qué correlación para el CTC bifásico utilizar (Tabla 3.5). El CTC presenta dos brinco, uno cuando se pasa de tener líquido monofásico a flujo burbuja (modo 2), y otro cuando inicia el modo 6, que como se discute en la Sección 6.2.1 se encuentra en la región del PF dryout.

Tabla 5.3. Modos de transferencia de calor [14].

<b>Modo</b>	<b>Descripción</b>
2	Convección de líquido monofásico
3	Ebullición nucleada subenfriada
4	Ebullición nucleada saturada
6	Ebullición de transición saturada
8	Ebullición de película saturada
9	Convección de vapor sobrecalentado

<sup>22</sup> Esto se discute en la Sección 6.2.1.

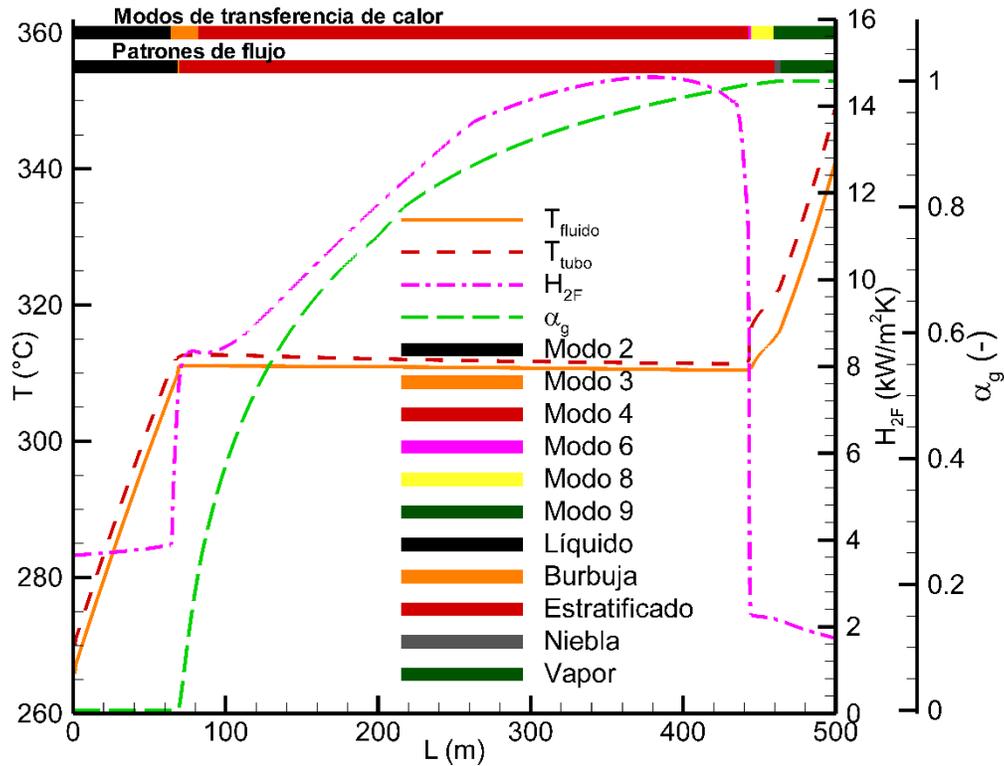


Figura 5.6. Resultados obtenidos con RELAP5 para el caso del sistema DISS operando a 10 MPa

Nuevamente, la importancia del estudio del PF dryout es evidenciado con el hecho de que este PF se presenta para la mayoría de condiciones de operación de la GDV en un solo paso, y que es inevitable.

En los estudios que se presentan en el Capítulo 6 se analiza el comportamiento termohidráulico en los captadores 9 y 10, los cuales se encuentran ubicados entre los 400 y los 450 m. En el captador 9 se presenta el PF dryout, como ya fue mencionado.

Por otra parte, para el caso de DNUFC se toman en cuenta todas las consideraciones de la Sección 5.2 y una DNUFC de la forma que se establece en la Sección 2.2.3 para un ángulo del seguidor solar de  $0^{\circ}$ .

# **CAPÍTULO 6**

## **ESTUDIOS DEL FLUJO BIFÁSICO DRYOUT**

Mediante el simulador térmico-termohidráulico desarrollado se estudia el comportamiento termohidráulico del PF dryout en el interior de los captadores 9 y 10 del sistema DISS, considerando las distribuciones uniforme y no uniforme del flujo de calor en la pared del tubo absorbedor. Además se presentan y discuten los resultados de una serie de estudios paramétricos para determinar su efecto sobre el comportamiento del flujo dryout y sobre los gradientes azimutales de temperatura a lo largo de los captadores.

## 6.1 INTRODUCCIÓN

El código fue desarrollado con la capacidad de analizar otros PF además del dryout, para poder analizar su evolución pre-dryout, dryout y post-dryout. Los PF que se pueden analizar con este código son: estratificado liso y ondulado, anular, dryout y vapor sobrecalentado (resultados presentados en la Sección 4.2.2).

En la primera parte de este capítulo (Sección 6.2) se estudia el efecto del tipo de distribución del flujo de calor (DUFC y DNUFC) sobre el comportamiento termohidráulico del flujo bifásico pre-dryout, dryout y post-dryout y la distribución de temperatura en la pared del tubo absorbedor. Se hace el análisis en los captadores 9 y 10 del lazo DISS (Figura 5.1), con los parámetros fijos indicados en la Tabla 6.1 (basados en la Tabla 5.1), y las condiciones de operación establecidas en la Tabla 5.2. Los resultados termohidráulicos del flujo bifásico obtenidos con el simulador desarrollado se comparan con los resultados obtenidos en este mismo trabajo mediante el simulador RELAP5 (como marco de referencia). Asimismo se estudia el efecto de la DNUFC sobre la distribución de temperatura en la pared del tubo absorbedor. Posteriormente (Sección 6.3) se analiza el fenómeno de secado de película del PF dryout. En la Sección 6.4 se hace un análisis del CTC para cada una de las fases. Este capítulo se finaliza presentando y discutiendo los resultados de una serie de estudios paramétricos del PF dryout para determinar su influencia sobre los gradientes de temperatura azimutales a lo largo de los dos captadores bajo estudio.

Tabla 6.1. Parámetros fijos utilizados en los estudios termohidráulicos, térmicos y paramétricos.

Parámetro	Valor
Longitud de cada captador (m)	25
Apertura del reflector de la parábola (m)	5.76
Diámetro interior/exterior el tubo absorbedor (m)	0.05/0.07
Rugosidad del absorbedor (m)	$4 \times 10^{-5}$
Ángulo del seguimiento solar (°)	0
Eficiencia térmica (%)	91.13
Eficiencia óptica (%)	63
Factor de ensuciamiento (%)	91
Flujo másico (kg/s)	0.62
Velocidad de masa (kg/m <sup>2</sup> s)	316
Longitud del VC en los captadores de 25 m (m)	0.3472
$\Delta t$ (s)	0.01

## **6.2 EFECTO DE LA DNUFC SOBRE EL COMPORTAMIENTO TERMOHIDRÁULICO Y TÉRMICO**

Se estudian los efectos que el tipo de distribución del flujo de calor tiene sobre el comportamiento termohidráulico dentro de los tubos absorbedores de los captadores 9 y 10 del lazo DISS, ya que en ellos se dan las condiciones para el PF dryout. En primer lugar, se analiza el captador 9 (Sección 6.2.1), y enseguida el captador 10 (Sección 6.2.2).

La manera de cómo la DNUFC puede afectar a algunos parámetros termohidráulicos está directamente relacionada con aquellos parámetros que dependen de la temperatura del tubo, por ejemplo el CTC. Ciertas correlaciones para el CTC utilizan algunas propiedades que dependen de la temperatura del tubo. Sin embargo, debido a que el modelo a dos fluidos considerado es 1D, promediado volumétricamente en el área transversal al flujo, se esperaría que esta variación fuera mínima y en teoría ambas consideraciones no deberían afectar los resultados de forma notoria (Figuras 6.1–6.5, 6.7–6.11).

### **6.2.1 Captador 9**

Para las condiciones establecidas en las Tablas 5.1 y 5.2 y en la Sección 5.2, en la salida del captador 9 se tienen condiciones muy cercanas al vapor sobrecalentado. Lo anterior hace que en este captador el PF dryout sea inevitable ya que se opera en el modo de operación de un solo paso. Es por ello que los resultados y su discusión se centran en este captador, discutiéndose los perfiles longitudinales de las diversas variables termohidráulicas. En las Figuras 6.1–6.5 se muestran los resultados obtenidos con el simulador desarrollado considerando una DUFC y una DNUFC y a su vez se comparan con los resultados obtenidos en este trabajo con RELAP5 considerando solamente una DUFC.

Como se observa en las Figuras 6.1–6.5, no hay impacto significativo del tipo de distribución del flujo de calor sobre el comportamiento termohidráulico. Lo anterior se debe a que el flujo de calor suministrado es el mismo, independientemente de que la distribución del flujo de calor sea diferente (ver Sección 2.2.3). Esto comprueba que el modelo a dos fluidos 1D ha sido correctamente implementado. Sin embargo, el tipo de distribución del flujo de calor sí impacta de manera importante sobre los campos y gradientes de temperatura en el tubo absorbedor, como se discutirá

más adelante.

Para el caso particular de la presión a la salida, la cual es una CF en ambos simuladores, los resultados coinciden bastante bien (Figura 6.1). Los resultados son consistentes con la física del problema, ya que la presión local tiende a disminuir conforme el fluido recorre la tubería. Sin embargo, el simulador desarrollado (con ambas distribuciones de flujo de calor) predice una presión ligeramente menor en la entrada con respecto al simulador RELAP5, lo que redundaría en una menor caída de presión subestimándola en 1.0 %. Es congruente que haya una menor caída de presión con el simulador desarrollado por las siguientes razones: (1) el simulador desarrollado predice una velocidad menor de la fase gaseosa (Figura 6.2, izquierda) lo que ocasiona que las caídas de presión a causa de las fuerzas de fricción en la pared resulten menores; (2) la velocidad de la fase líquida predicha con el simulador desarrollado es mayor que la predicha por RELAP5 (Figura 6.2, derecha), lo que hace que la velocidad relativa (diferencia de velocidades de las fases) calculada con el simulador desarrollado sea menor y por ende las pérdidas de presión debido a la fricción interfacial.

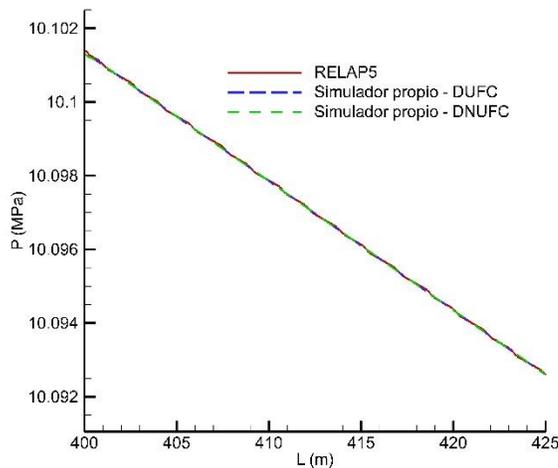


Figura 6.1. Comparación de perfiles de presión en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

Es necesario comentar que con ambos simuladores se considera que ambas fases entran a la tubería a la misma velocidad (condiciones de frontera, ver Sección 3.2.1.4). Conforme la mezcla bifásica fluye por el interior de la tubería calentada, la velocidad del vapor se incrementa y la velocidad de

la fase líquida disminuye (primero abruptamente y después de una manera más suave). El hecho de que la velocidad del vapor se incremente (contrariamente a la velocidad del líquido) se debe al incremento del flujo másico del vapor en virtud de la generación de vapor (evaporación de la fase líquida, ver Figuras 6.3 y 6.4). Los porcentajes de desviación entre de la velocidad a la salida obtenidos con el simulador propio y RELAP5 son del orden de 0 % y 5 % para las velocidades de las fases vapor y líquida, respectivamente.

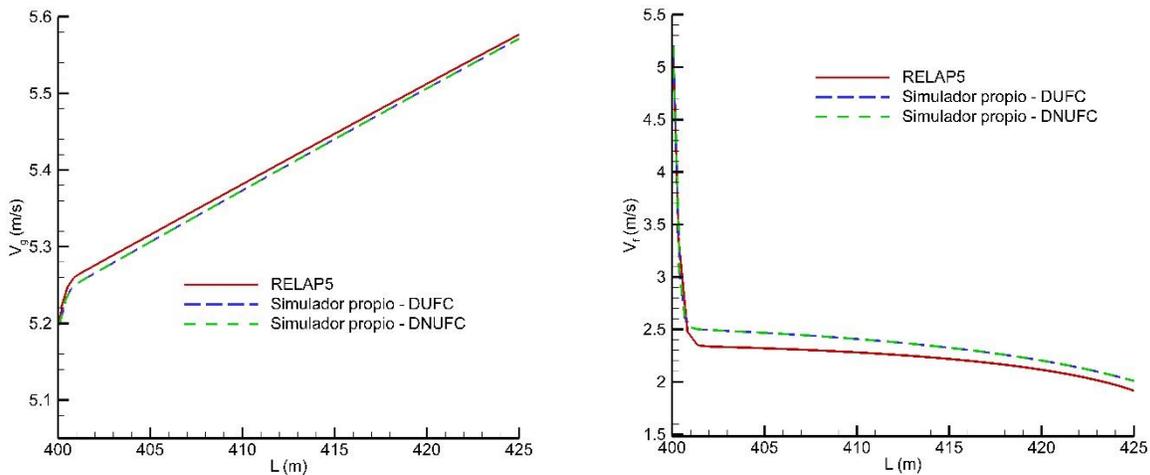


Figura 6.2. Comparación de los perfiles de las velocidades de cada fase en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor: vapor (izquierda) y líquido (derecha).

En la Figura 6.3 se observa que, en general, conforme el fluido fluye a través del tubo absorbedor se produce vapor, elevando la fracción de vacío y por ende la calidad del flujo. No obstante, la Figura 6.3 muestra también que al inicio del captador los perfiles de la fracción de vacío y la calidad presentan una caída abrupta, lo cual puede deberse al efecto de la longitud de entrada. Para el simulador desarrollado, esa caída es más abrupta que para RELAP5. La caída drástica de los valores de la fracción de vacío y la calidad, a la entrada de la tubería, se relaciona con la CF a la entrada, ya que la fracción de vacío a la entrada se calcula considerando una mezcla de agua/vapor en la que ambas fases tienen la misma velocidad a la entrada y por otra parte sus densidades son las correspondientes a la presión de entrada calculada. Para los siguientes volúmenes de control, la fracción de vacío se determina por medio de la metodología planteada en la Figura 3.5, siguiendo la tendencia esperada (incrementa) conforme el fluido avanza a lo largo de la tubería. Por otra parte, la calidad del flujo se determina a partir de los flujos másicos de ambas fases (producto de la

velocidad, densidad y fracción de vacío de la fase). Para ambos parámetros presentados en la Figura 6.3 se muestran los dos criterios que se tienen para determinar el comienzo del PF dryout, la fracción de vacío de  $0.99^{23}$  y la calidad del inicio del dryout ( $x_{di}$ ).

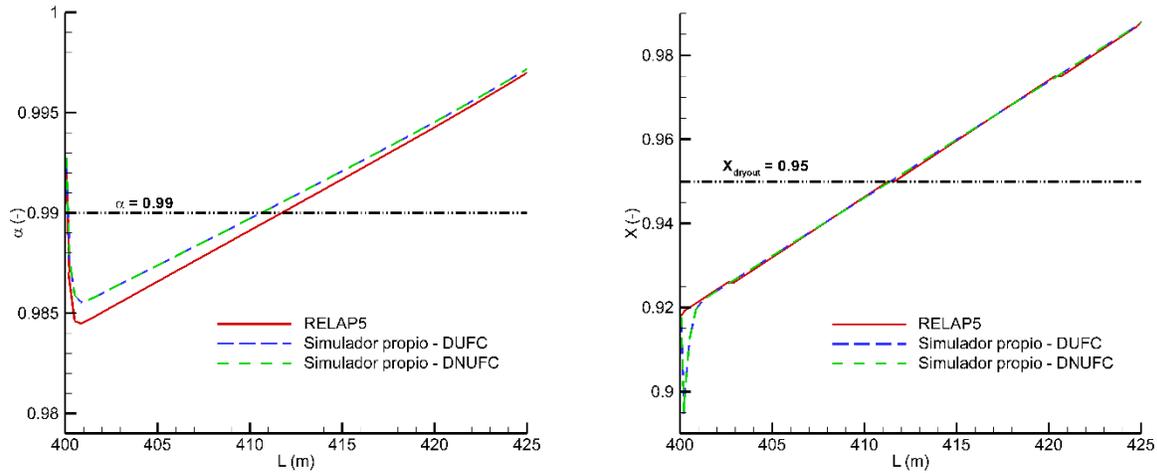


Figura 6.3. Comparación de los perfiles de la fracción de vacío (izquierda) y la calidad (derecha) en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

La generación de vapor es un término empleado directamente en las ecuaciones de conservación. En el modelo implementado solo se considera generación de vapor en la pared, ya que la transferencia de calor interfacial se asume despreciable y por ende la generación de vapor en la interfase. La generación de vapor obtenida con el simulador desarrollado es ligeramente mayor (Figura 6.4) que la obtenida con el simulador RELAP5, lo que produce que la fracción de vacío y calidad sean un poco mayores. La desviación entre la generación de masa promedio obtenida con respecto a RELAP5 es del 0.3 %.

<sup>23</sup> Este criterio se muestra en la Tabla 3.5.

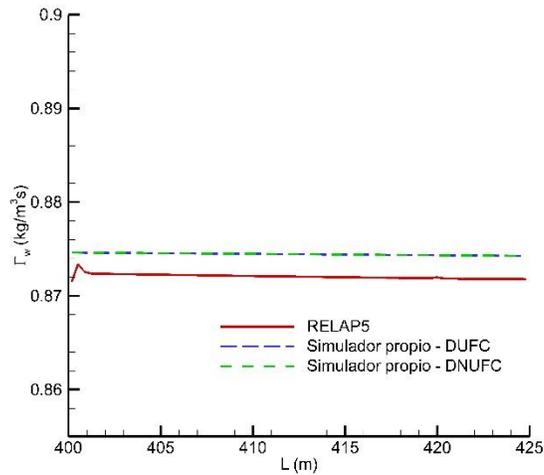


Figura 6.4. Comparación de los perfiles de la generación de vapor en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

La comparación de los perfiles del CTC obtenidos con ambos simuladores se muestra en la Figura 6.5, donde además se incorporan los valores de los CTC de cada fase. Mientras que las comparaciones de los modos de transferencia de calor y los PF se muestran en la Tabla 6.2. En la Figura 6.5 se aprecia que el CTC bifásico tiene un valor casi constante hasta los primeros 11 m (aproximadamente) y en los siguientes 10 m disminuye suavemente para después caer abruptamente a un valor muy bajo (PF dryout con un valor muy cercano al CTC del vapor sobrecalentado). En los primeros 11 m el valor del CTC de la fase gaseosa es cero ya que no está en contacto con la pared, posteriormente el CTC del vapor comienza a crecer mientras que lo contrario ocurre con la fase líquida (Figura 6.5, derecha). En el último tramo de este captador los valores del CTC del líquido han caído súbitamente mientras que los del vapor alcanzan sus valores máximos, pero estos valores son demasiados pequeños comparados con los que tenía la fase líquida al comienzo de la tubería e incluso en el tramo intermedio. También se observa un desfase de metro y medio en el inicio de la caída del CTC predicho por ambos simuladores, presentándose antes con el simulador RELAP5. Lo anterior se debe a que el simulador RELAP5, justo en la región entre la caída abrupta del CTC y la curva suave antes del comportamiento casi constante, predice el modo 6, mientras que el simulador desarrollado no lo predice y por eso cae abruptamente sin suavizarse (esto se explica un poco más detalladamente más abajo).

Por otra parte, de acuerdo al modelo de transferencia de calor empleado (Tabla 3.5), el simulador

desarrollado asume que la película líquida moja toda la superficie interior de la tubería (PF anular) hasta que el fluido alcanza una fracción de vacío de 0.99 dando inicio al PF dryout (conocido también como anular abierto), tal como lo sugieren Telabi *et al.* [40] y contemplado de la misma manera por RELAP5 (pero definiéndolo incorrectamente como PF estratificado horizontal o liso). Por esta razón, el modo de transferencia de calor de ebullición nucleada saturada (modo 4, ver Tabla 5.3) es predicho por ambos simuladores (ver la Tabla 6.2), cubriendo hasta los 420-421 m; alcanzando una fracción de vacío mayor a 0.99 (ver la Figura 6.3) desde los 410-411 m. El PF pasaría de estratificado (como lo predice RELAP) o anular (como se predice en este código considerando el mapa de patrones de flujo de Elsafi [85]) a dryout<sup>24</sup> (a los 420 m y 410.8 m, respectivamente). De esa manera, los criterios para identificar el comienzo del PF dryout son: 1)  $\alpha_g \geq 0.99$  con un modo de transferencia de calor de ebullición nucleada, y 2)  $x_{flow} \geq x_{di}$  determinada con la Ec. (3.22); ver Figura 6.3 (izquierda). Con el simulador desarrollado la caída del CTC es abrupta, pero con RELAP5 es más suave debido a que predice la ebullición de transición (modo 6), mientras que el simulador desarrollado no lo llega a predecir. Para ambos simuladores, los valores predichos del CTC son muy cercanos entre sí, antes del dryout, cuando el modo de transferencia de calor es de ebullición de película saturada (modo 4). Sin embargo, aunque ambos simuladores tienen de base las mismas ecuaciones para el cálculo del CTC, las diferencias entre ambos perfiles se deben a ciertos parámetros que RELAP5 emplea para suavizar el CTC, los cuales no son del todo claros [130] y afectan considerablemente el valor del CTC. La otra diferencia se debe a que RELAP5 contempla el modo de transferencia de calor de ebullición de transición, justo donde surge esa caída brusca, suavizando dicha caída.

---

<sup>24</sup> RELAP5 no predice propiamente dryout sino que lo cataloga como estratificado [57]. Sin embargo, si se toman en cuenta las condiciones para el dryout de una fracción de vacío arriba de 0.99 y el modo de transferencia de calor de ebullición de transición saturada, en la Tabla 6.2, RELAP5 predeciría el dryout entre 419.8 y 421.2 m.

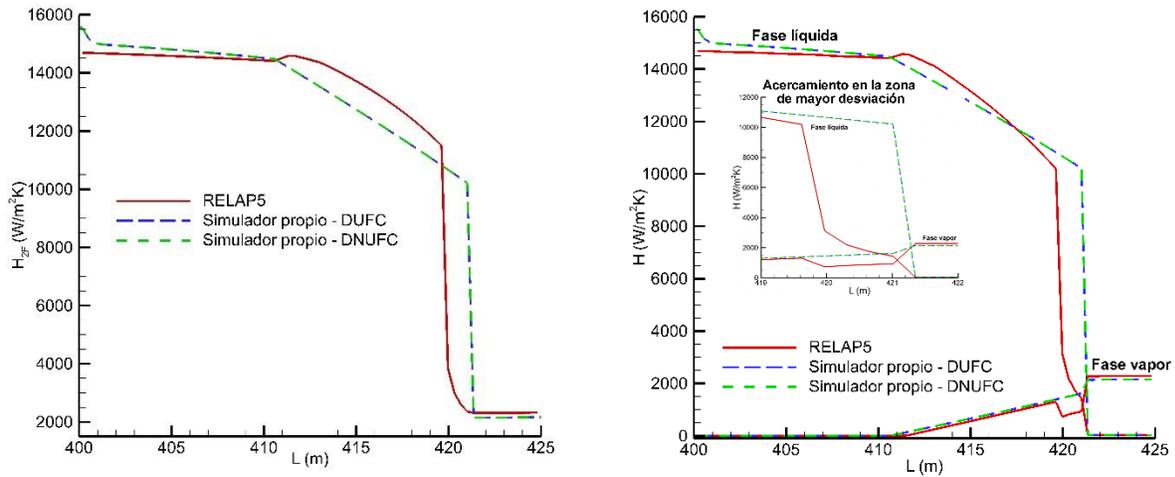


Figura 6.5. Comparación de los perfiles del CTC bifásico (izquierda) y de cada fase (derecha) en el captador 9 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

Tabla 6.2. Modos de transferencia de calor y patrones de flujo que se presentan en las diferentes secciones del tubo con ambos simuladores.

Parámetros	Resultados	RELAP5	RELAP5 (combinando con los criterios de la Tabla 3.5)	Simulador desarrollado
Modo de transferencia de calor	4	400 – 419.8 m	400 – 419.8 m	400 – 421 m
	6	419.8 – 421.2 m	419.8 – 421.2 m	N/A
	8	421.2 – 425 m	421.2 – 425 m	421 – 425 m
Patrón de flujo	Anular	N/A	400 – 410.8 m	400 – 410.8 m
	Estratificado liso	420 – 425 m	N/A	N/A
	Estratificado ondulado		410.8 – 419.8 m	N/A
	Dryout	N/A	419.8 – 425 m	410.8 – 425

De todos los parámetros comparados en este estudio para el captador 9, las desviaciones entre ambos simuladores son pequeñas, siendo la máxima desviación del 5 % con referencia a la velocidad del líquido a la salida. Las diferencias entre ambos simuladores pueden deberse a diferentes factores, por ejemplo, las correlaciones empleadas, errores de truncamiento tanto en las propiedades del agua/vapor (tablas termodinámicas) como del método numérico y a los criterios de convergencia empleados.

Por otra parte, de todos los parámetros termohidráulicos analizados, no hay afectación por la DNUFC, lo cual puede llegar a ser una prueba de que el acoplamiento MTH-MTC ha sido

implementado de manera correcta. Aunque es de esperarse que la DNUFC tenga un impacto muy significativo sobre la distribución de temperatura del absorbedor (Figura 6.6, arriba).

Para ambas distribuciones se distinguen claramente dos zonas, una desde el inicio de la tubería hasta cuando el CTC cae abruptamente, la otra zona sería durante y posterior a la caída abrupta (ver Figura 6.5). A pesar de que en la primera zona también el CTC sufre una pequeña caída (a partir de  $L=410$  m) su efecto no es tan brusco (ver Figura 6.5). De esa manera en esa zona el flujo de calor es predominante en la dirección radial para una DUFC mientras que es predominante en la dirección azimutal para una DNUFC. La transición entre ambas zonas presenta un fuerte gradiente de temperatura en la dirección axial con ambas distribuciones, en esta situación la conducción de calor en la dirección axial podría llegar a ser importante y debería ser tomada en cuenta en el MTC. Respecto a la segunda zona, nuevamente el flujo de calor es predominante en la dirección radial para una DUFC, pero para una DNUFC la transferencia de calor es predominante en la dirección azimutal. De esa manera, una DNUFC causará gradientes de temperatura en la dirección azimutal (Figura 6.6, abajo)<sup>25</sup> (a diferencia de una DUFC que no presenta gradientes térmicos azimutales). En la Figura 6.6 (abajo) se aprecia que conforme el fluido avanza en la tubería, el gradiente térmico máximo se mantiene casi constante hasta el punto que el coeficiente de transferencia de calor cae drásticamente elevando al gradiente térmico a un valor cerca de los 18 K. Aunque respecto a Zarza [8], el gradiente térmico crítico es 70 K. Lo anterior manifiesta que la presencia del patrón de flujo dryout con una DNUFC pudiera llegar a presentar condiciones críticas mayormente cuando el espejo reflector no esté enfocado paralelo al eje vertical o cuando se tiene tuberías con baja conductividad térmica o CTC bajos (que puede ser resultado de condiciones de flujos másicos muy pequeños o diámetros de tuberías grandes). Más estudios deben de ser hechos para poder definir con claridad bajo qué condiciones la presencia de PF dryout junto con la DNUFC pudieran llegar comprometer la seguridad del tubo absorbedor.

---

<sup>25</sup> Este gradiente térmico en la dirección azimutal es local y toma como referencia el valor de temperatura mínimo en cada VC axial.

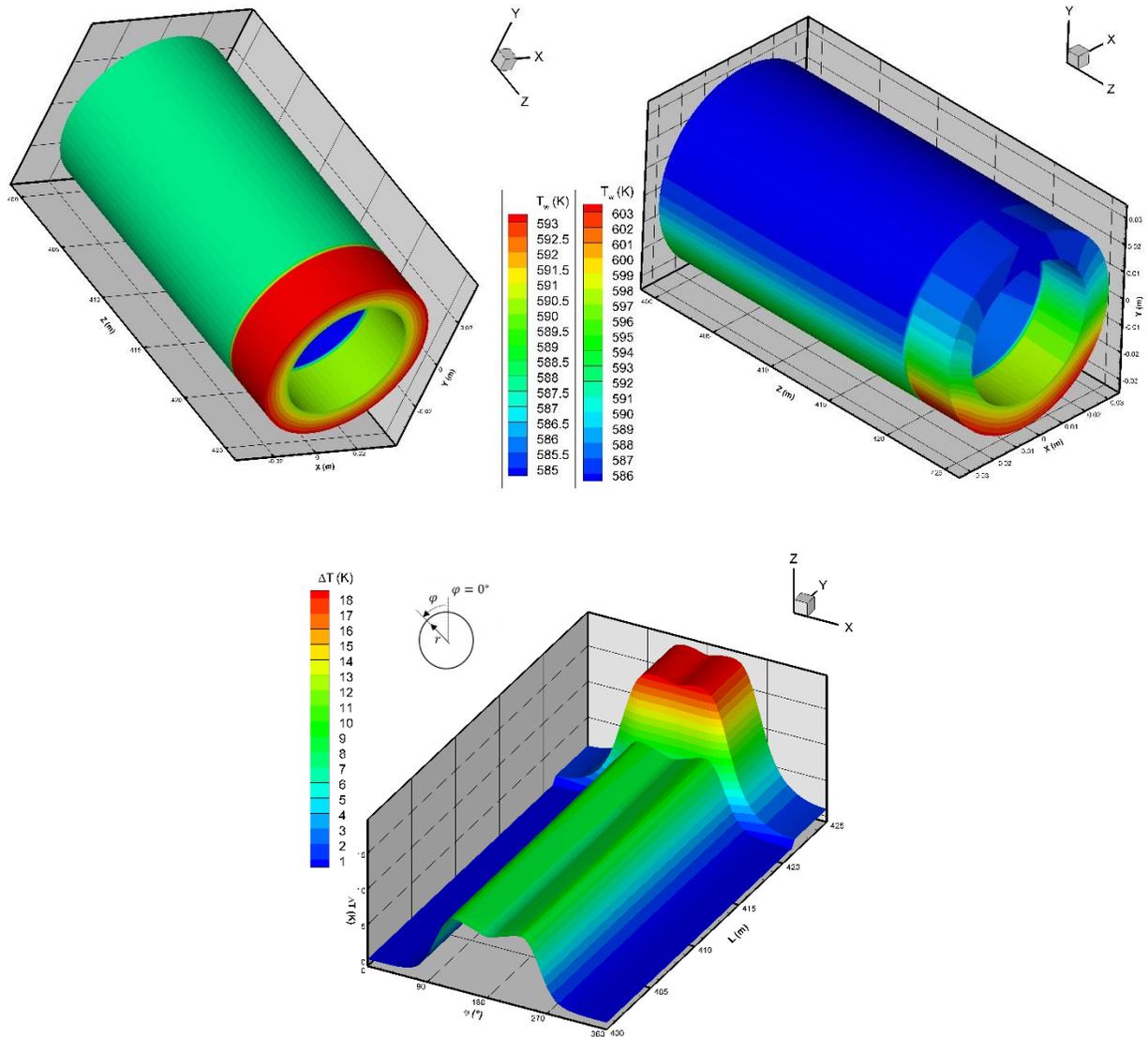


Figura 6.6. Distribución de la temperatura en el captador 9 con una DUFC (arriba e izquierda) y DNUFC (arriba y derecha) y gradiente de temperatura en la dirección azimutal de la superficie externa del tubo absorbedor considerando una DNUFC (abajo)<sup>26</sup>.

## 6.2.2 Captador 10

A continuación se presentan los resultados obtenidos para el captador 10 con el simulador desarrollado considerando ambas distribuciones del flujo de calor y de igual manera se comparan con los resultados obtenidos con el simulador RELAP5 (como referencia). En la Figura 6.7 se

<sup>26</sup> Se ha tomado para esta gráfica que  $0^\circ$  está justo arriba del tubo y el sentido del ángulo es en contra del movimiento de las manecillas del reloj. Lo mismo para la Figura 6.12.

puede ver que el perfil de presión presenta un comportamiento como era de esperarse. El simulador desarrollado predice una menor presión de entrada, lo que ocasiona una desviación de la caída de presión del 6.8 % respecto a la caída de presión de RELAP5. Como se discute más adelante, el simulador desarrollado no predice correctamente el comportamiento termohidráulico en la zona del vapor sobrecalentado cuando transita desde el flujo bifásico (aunque sí lo predice bien si se analiza solo el sobrecalentado), sin embargo sí predice de manera aceptable la región bifásica. Es por eso que se presenta un error muy grande en la caída de presión (ya que la velocidad del vapor calculada con el simulador desarrollado es mucho menor en la región del vapor sobrecalentado, ver Figura 5.6).

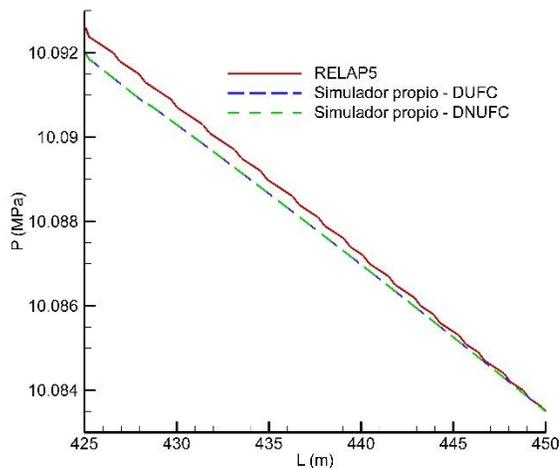


Figura 6.7. Comparación del perfil de presión en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

En el captador 10 surge la transición al vapor sobrecalentado como también puede verse en la Figura 5.6. En la Figura 6.8 se ve que la velocidad predicha en este trabajo coincide bastante con RELAP5 en la región bifásica. Justo a la entrada, ambas fases tienen la misma velocidad, y después cada uno se ajusta a su respectivo valor, como ya se ha explicado en la Sección 6.2.1. También la velocidad del líquido tiende a ser igual a la velocidad del vapor conforme la fracción de vacío tiende a uno. A pesar de que en la región de vapor sobrecalentado no hay fase líquida y por consiguiente su velocidad no tiene ningún sentido, más que el pensar que a fracciones de vacío cercanas a 1, las pequeñas gotas de líquido están siendo arrastradas por la fase vapor a la misma velocidad del vapor.

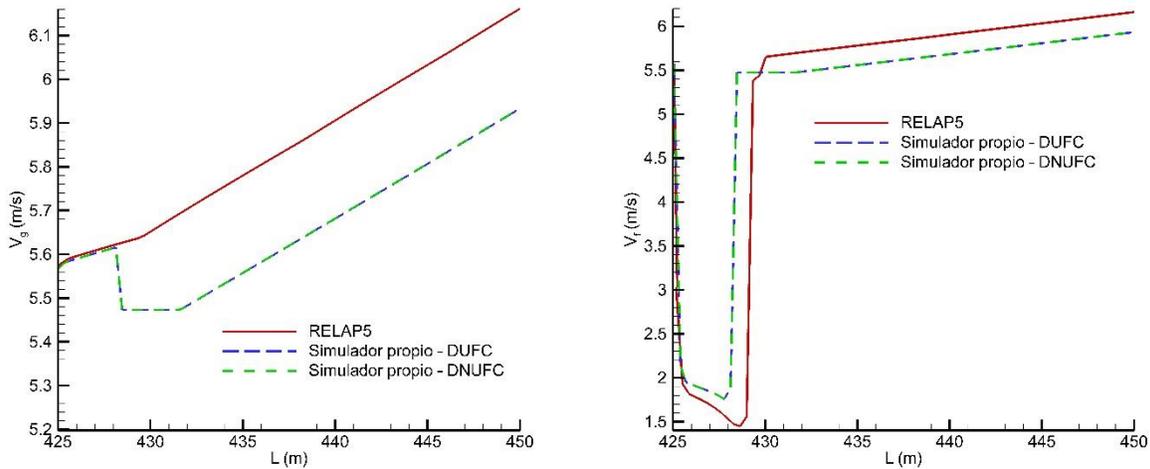


Figura 6.8. Comparación de los perfiles de la velocidad en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor: vapor (izquierda) y líquido (derecha).

Respecto a la fracción de vacío (Figura 6.9, izquierda), vemos que es afectada por la longitud de entrada de la tubería, donde tiene una caída abrupta para después crecer con una pendiente muy grande hasta alcanzar el vapor sobrecalentado, donde es uno. Algo similar pasa con la calidad (Figura 6.9, derecha), aunque el simulador desarrollado es afectado un poco más por la longitud de entrada de la tubería. Todos estos resultados a su vez concuerdan con el hecho de que la generación de vapor se vuelve cero cuando empieza el sobrecalentado (Figura 6.10). Adicionalmente, se puede observar que la generación de vapor predicha con el código desarrollado, tiene una caída abrupta, mientras que RELAP5 es más suave lo cual puede estar muy ligado con las propiedades locales y a los demás parámetros termohidráulicos. RELAP5 predice el secado completamente de líquido (generación de vapor) un poco después del predicho en esta tesis.

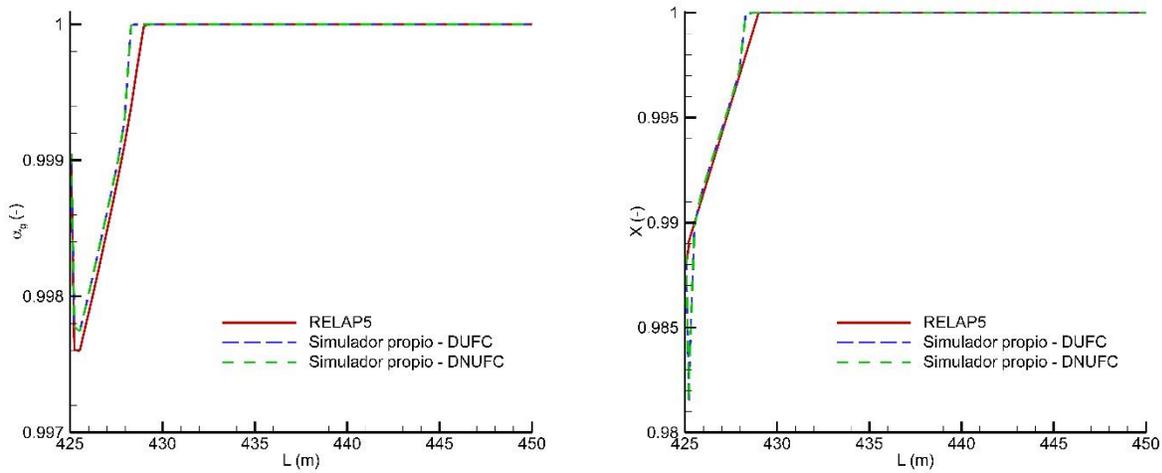


Figura 6.9. Comparación de los perfiles de la fracción de vacío (izquierda) y la calidad (derecha) en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

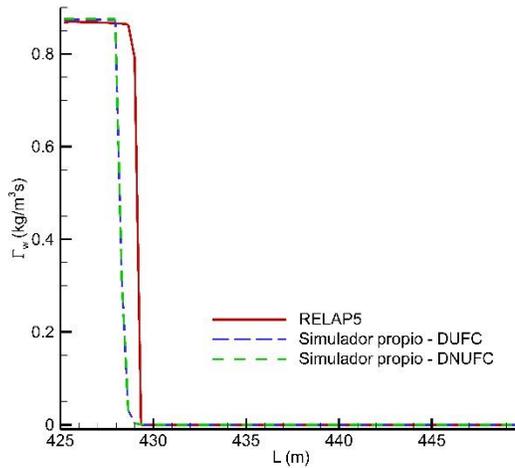


Figura 6.10. Comparación de los perfiles de la generación de vapor en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

A diferencia del captador 9, donde solamente se tiene flujo bifásico y las temperaturas de ambas fases son la temperatura de saturación a la presión local (modelo de equilibrio homogéneo), en el captador 10 está la transición al vapor sobrecalentado. Por lo anterior vale la pena mostrar la temperatura de la fase gaseosa (Figura 6.11, izquierda). En los primeros VC la temperatura del vapor es la temperatura de saturación a la presión local y es casi constante (en comparación a la

temperatura en la región de vapor sobrecalentado). Por otra parte, justo cuando comienza el vapor sobrecalentado, la temperatura del vapor tiende a incrementar, solo que en el código desarrollado el vapor sobrecalentado comienza antes y por eso la desviación en cuanto al incremento de la temperatura del simulador desarrollado respecto a RELAP5 alcanza un valor del 12.9 %, lo cual es un valor que puede disminuir haciendo mejoras en el simulador desarrollado para la transición entre flujo bifásico y vapor sobrecalentado. El CTC calculado en este trabajo difiere del valor predicho por RELAP5 (Figura 6.11, derecha) a pesar de utilizar la misma correlación en la zona del vapor sobrecalentado (Dittus-Boelter). Sin embargo, dos factores afectan la predicción del CTC, el primero de ellos está directamente relacionada con las tablas termodinámicas, ya que en esta tesis se usó el software EES para obtener unas tablas de propiedades y luego interpolar, mientras que RELAP5 utiliza las formulaciones de la IAPWS-97; el segundo factor, es que es muy probable que RELAP5 haya ajustado este valor mediante algún factor de “corrección”, el cual no lo mencionan tan claramente. Lo anterior ha sido corroborado mediante el análisis de la correlación de Dittus-Boelter usando los valores que proporciona RELAP5 en el archivo de resultados (gráfica no presentada), el cual no coincide con el CTC que el software imprime en el archivo de resultados.

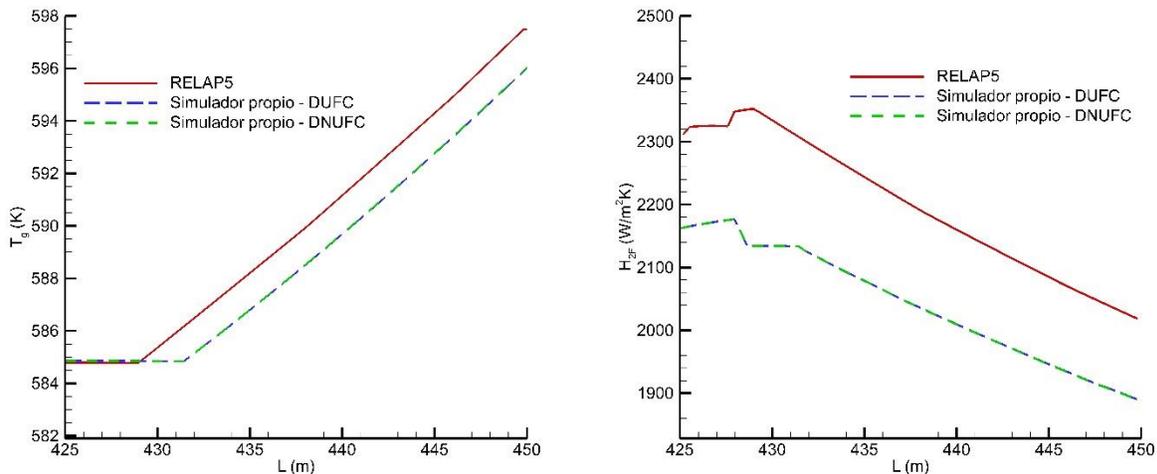


Figura 6.11. Comparación de los perfiles de la temperatura de vapor (izquierda) y del CTC bifásico (derecha) en el captador 10 obtenidos empleando ambos simuladores y ambas distribuciones del flujo de calor.

Al igual que el captador 9, en el captador 10 no hay afectación de la DNUFC sobre los parámetros termohidráulicos como se pueden apreciar en las Figuras 6.7–6.11. Y de igual manera que para el captador 9, el efecto de la distribución de temperatura depende del tipo de distribución del flujo de

calor. Sin embargo, a pesar de que con ambas distribuciones del flujo de calor (DUFC y DNUFC) se tienen el mismo perfil del CTC (ver Figura 6.11, derecha), la DNUFC afecta a la distribución de la temperatura en el tubo absorbedor como se aprecia en la Figura 6.12 (arriba), y por ende surgen importantes gradientes de temperatura en la dirección azimutal (Figura 6.12, abajo).

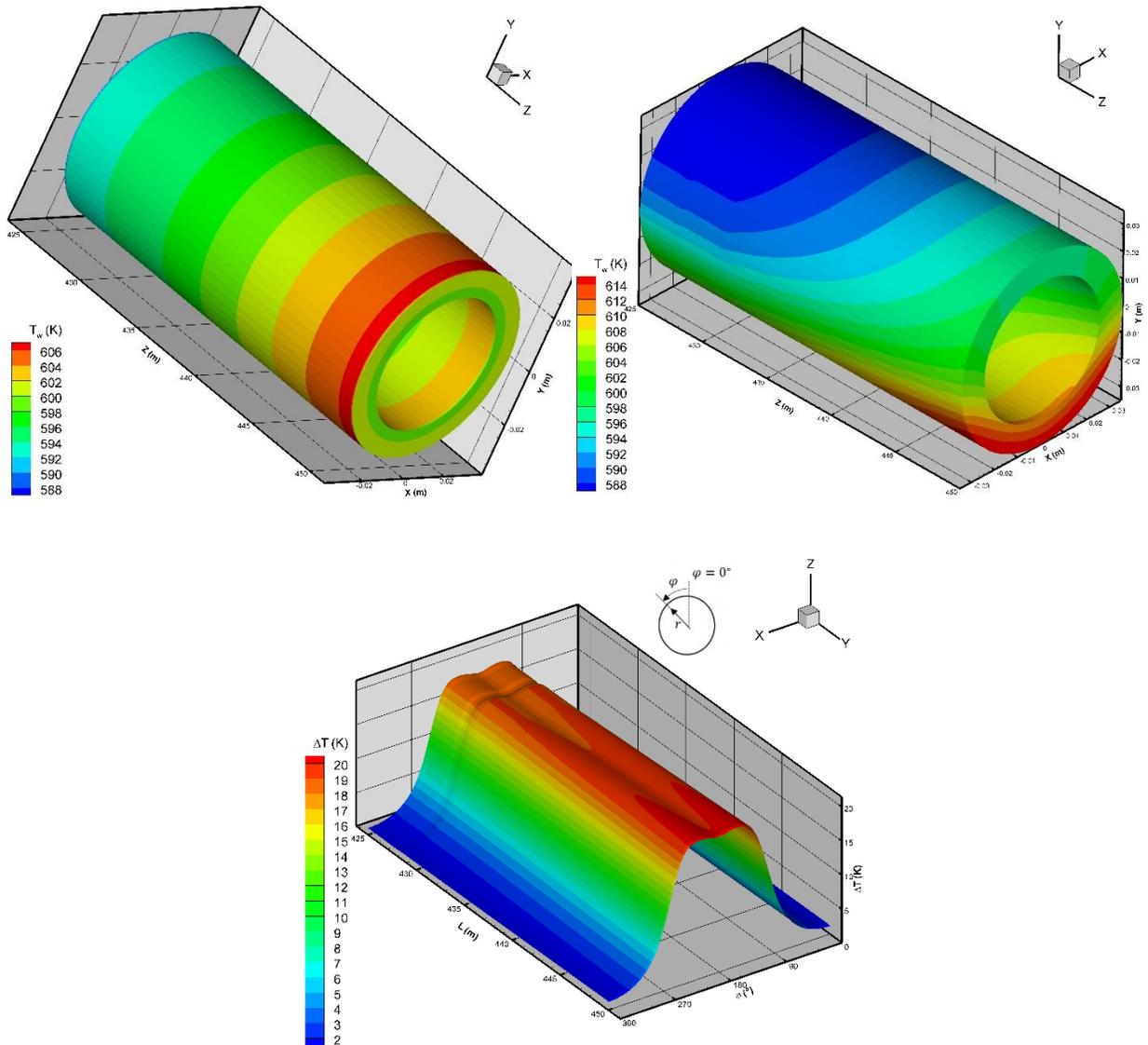


Figura 6.12. Distribución de la temperatura en el captador 10 con una DUFC (arriba e izquierda) y DNUFC (arriba y derecha) y gradiente de temperatura en la dirección azimutal de la superficie externa del tubo absorbedor considerando una DNUFC (abajo).

Los gradientes térmicos azimutales a lo largo del captador 10 no presentan cambios bruscos de un volumen de control axial a otro, a pesar de que en esta zona se pasa de tener un PF dryout a vapor

sobrecalentado. Esto se debe a que el fluido entra al captador 10 con un CTC bajo (ver Figura 6.11) manteniendo una pequeña caída a lo largo de la tubería y no experimenta una caída abrupta como en el captador 9. Así, el gradiente máximo azimutal es alrededor de 20 K a la salida del captador.

Hasta el momento se ha supuesto que el valor del CTC utilizado en el modelo de transferencia de calor en 2D es el mismo para cada fase y se ha supuesto que el fluido está completamente mezclado en el VC, así que una mezcla bifásica agua/vapor está en contacto con la pared en cada VC azimutal de la superficie interna del tubo. De esta manera las distribuciones de temperatura obtenidas solo dependen del tipo de distribución del flujo de calor. Sin embargo, en la Sección 6.4 se incluyen un análisis del impacto que tiene considerar un CTC para cada fase.

### 6.3 ANÁLISIS DEL PF DRYOUT

En la Figura 6.13 se presenta el mapa de patrones de flujo obtenido en este trabajo con el modelo de Elsafi [85] y Wojtan *et al.* [116–118], para las condiciones de calidad de vapor que se tienen en los captadores 9 y 10. Las líneas continuas representan las condiciones de transición entre PF específicos y la línea roja discontinua indica la velocidad de masa de la mezcla bifásica para el caso considerado en este estudio (ver Sección 3.2.2.2). Para este caso se tiene una velocidad de masa de  $315.76 \text{ kg/m}^2\text{s}$  (aproximadamente), para el cual los PF predichos son: 1) anular (primeros 13 m); 2) dryout (durante los siguientes 15 m); y 3) vapor sobrecalentado (para el resto de la tubería del captador 10<sup>27</sup>). Esto coincide con lo obtenido utilizando el criterio de RELAP5 (basado en los modos de transferencia de calor, ver Tabla 3.5), lo cual confirma que los PF predichos son correctos.

---

<sup>27</sup> El vapor sobrecalentado ya no se muestra en la Figura 6.13 ya que el eje horizontal solo llega hasta la calidad de 1 y a partir de ese valor ya es vapor sobrecalentado.

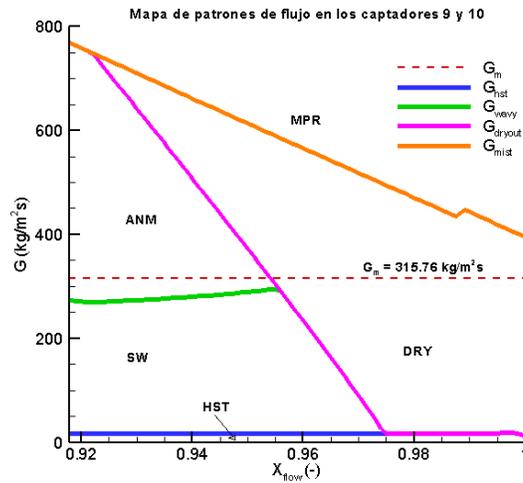


Figura 6.13. Mapa de patrones de flujo obtenido mediante el modelo de Wojtan *et al.* [116–118].

En la Figura 6.14 se observa que conforme se incrementa la fracción de vacío a lo largo de los captadores 9 y 10, el ángulo de mojado (fase líquida) disminuye marcadamente en la región del PF dryout. En cambio, se observa que la disminución del espesor de la película de líquido es más pronunciada en la región del PF anular. Es decir, conforme la fracción de vacío se incrementa, no hay afectación del ángulo de mojado en el PF anular ( $360^\circ$ ), pero sí disminuye el espesor de la película (ver también la Figura 6.16, izquierda). Sin embargo, en la región del PF dryout (donde el ángulo de mojado es menor que  $360^\circ$ ) pasa lo contrario (ver Figura 6.16, derecha), el ángulo de mojado disminuye mientras que el espesor de película sufre un pequeño engrosamiento, ya que el espesor de la película depende del ángulo de mojado y de la fracción de vacío (Ec. (3.19)), los cuales no cambian en la misma proporción y eso hace que la película del dryout se seque en dirección azimutal y no en dirección radial. Por otra parte, como se puede ver en la Tabla 3.1, el ángulo de secado para el PF dryout se calcula mediante una interpolación lineal de los ángulos de secado ( $\theta_{dry}^*$ ) de los PF previo y posterior (para este caso particular se tienen los PF anular y sobrecalentado, respectivamente). Para un mejor modelado de este espesor de película, se podría considerar que el ángulo de mojado tiene una disminución no lineal pero con concavidad hacia abajo, ya que eso ocasiona un menor incremento del ángulo de secado originando menor espesor de película.

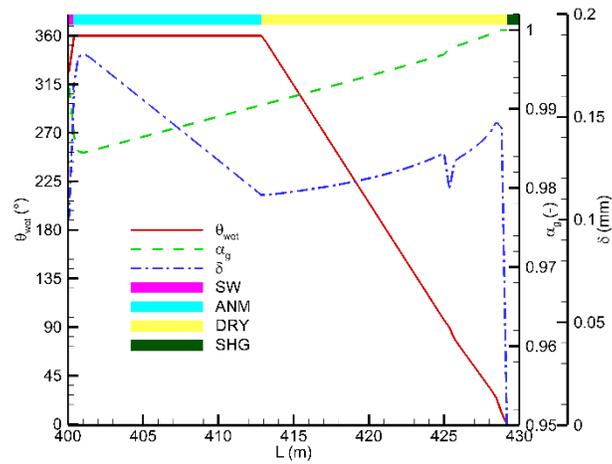


Figura 6.14. Perfiles axiales del ángulo de mojado, la fracción de vacío, del espesor de la película del líquido y de los PF predichos con el simulador desarrollado.

En la Figura 6.15 se presenta la evolución del secado de la película del líquido (y del ángulo de secado) así como la distribución de las fases en diferentes secciones transversales del tubo absorbedor. Dicha evolución es consistente con lo presentado en la Figura 6.14 y su discusión.

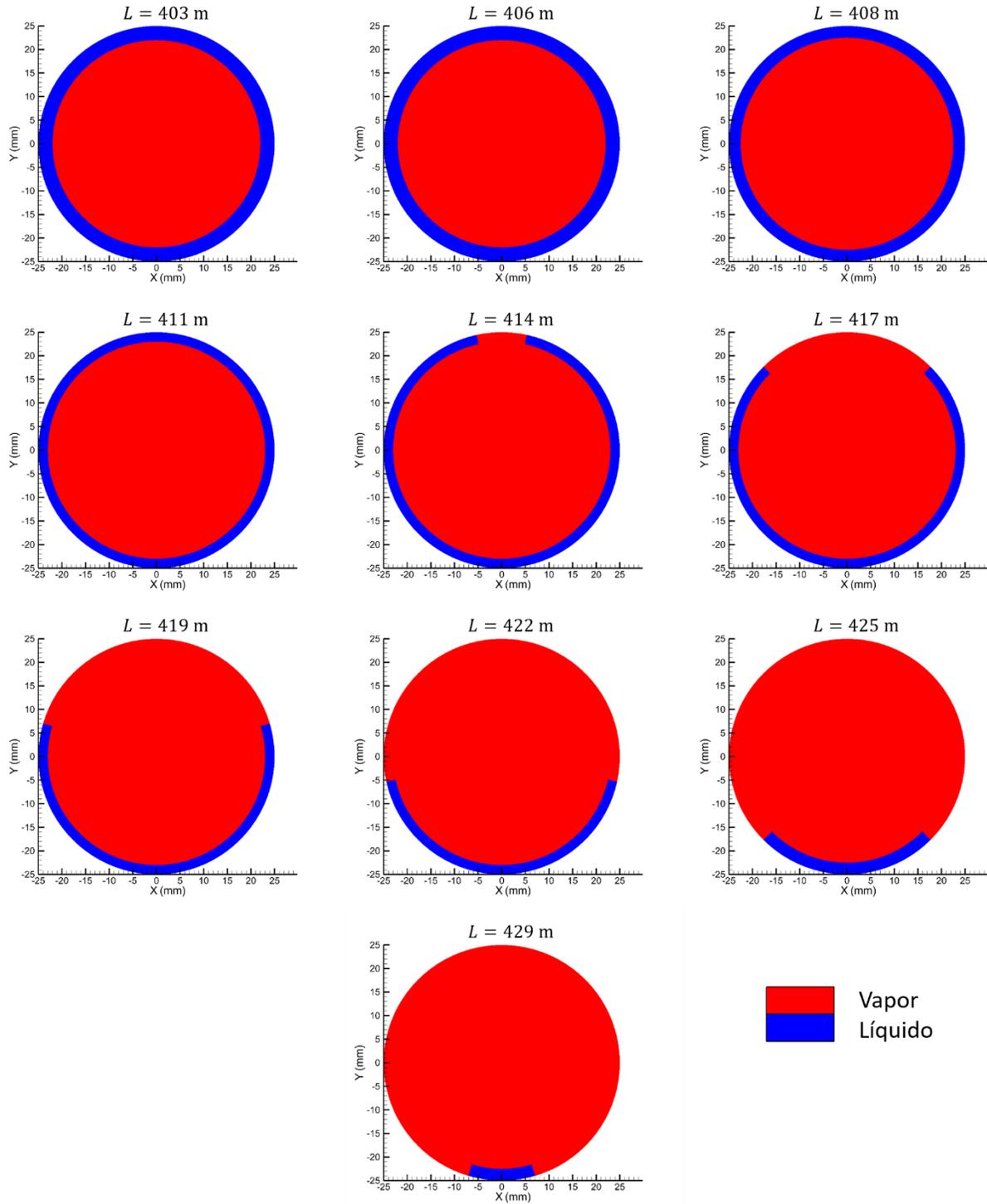


Figura 6.15. Evolución del espesor de la película (aumentado 20 veces) y del ángulo de secado a lo largo de los tubos absorbedores de los captadores 9 y 10.

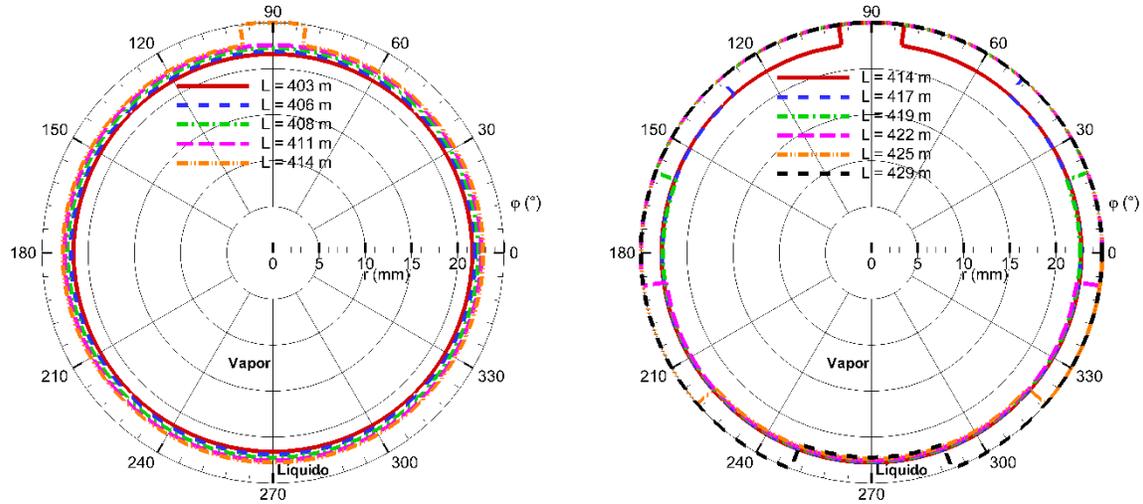


Figura 6.16. Espesores de película de líquido en diferentes secciones transversales a lo largo de las regiones ocupadas por PF anular (izquierda) y dryout (derecha), aumentados 20 veces.

Cabe destacar que el hecho de considerar al PF dryout con una geometría de semi película anular no afecta al modelo termohidráulico, pero sí al modelo térmico, porque el perímetro de contacto entre la superficie interna del absorbedor y cada fase sería diferente. La configuración geométrica del PF dryout no tiene en realidad un espesor de película constante en la dirección radial, por lo que un modelo más apegado a la verdadera configuración geométrica del PF dryout podría mejorar los resultados. Esto último conlleva a la necesidad de realizar más estudios, principalmente experimentales.

Debido a que se ha considerado que el valor del CTC utilizado en el modelo de transferencia de calor en 2D es el mismo para cada fase y que el fluido está completamente mezclado en el VC, se establece entonces que una mezcla bifásica agua/vapor está en contacto con la pared en cada VC azimutal de la pared interna del tubo. Sin embargo, siendo más rigurosos, en el modelo de conducción de calor del tubo se debe considerar que ambas fases tienen diferentes CTC así como diferentes temperaturas. La consideración de un CTC para cada fase sí fue establecida en los modelos termohidráulico y térmico desarrollados en esta tesis (Secciones 6.4 y 6.5), mientras que considerar diferentes temperaturas para cada fase está fuera del alcance de este trabajo.

La consideración de no equilibrio térmico afectaría a la energía transferida a cada fase (y a la transferencia de calor y masa en la interfase) y en cierta medida la temperatura del vapor sería mayor que la del líquido, como Cundapí *et al.* [14] lo muestran en sus resultados. A su vez, esto

traería como consecuencia una mayor temperatura en la pared del tubo en contacto con el vapor. Aunque en este trabajo se considera que ambas fases tienen la misma temperatura (temperatura de saturación a la presión local), el modelo de transferencia de calor en la pared es capaz de determinar un CTC para cada fase, que a su vez también son comparados con RELAP5.

#### **6.4 DETERMINACIÓN DE LOS CTC PARA CADA FASE**

En la literatura generalmente se considera que en la región de vapor sobrecalentado se presentan los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal [74], en algunos otros estudios afirman que es en la región del PF estratificado [8]. Sin embargo, como se puede observar para el caso analizado (que no será diferente para otros casos), los valores máximos de los gradientes de temperatura en la zona del PF dryout son mayores a los obtenidos en la región de vapor sobrecalentado (Figuras 6.6 y 6.12). El hecho de que en la zona de vapor sobrecalentado con una DNUFC se tengan grandes gradientes de temperatura se debe al bajo CTC del vapor y a la DNUFC, pero en el PF dryout se tienen dos fases con distintos CTC y eso ocasiona una transferencia de calor desigual entre la superficie interna del tubo y cada fase, influyendo sobre los gradientes de temperatura en la dirección azimutal. Así que, como en el PF dryout se tienen dos CTC (uno para cada fase), el valor del CTC es variable en las direcciones azimutal y axial. La variación azimutal del CTC se debe al valor del CTC de la fase en contacto con la pared (Figura 6.5, derecha), donde el ángulo de contacto de cada fase se determina mediante el enfoque presentado en la Sección 3.2.3. Para visualizar esta situación, en la Figura 6.17 (izquierda y derecha) se presenta la distribución del CTC en función de cada fase en contacto con la superficie interna del absorbedor. Además en esta imagen se distinguen dos PF, el primero correspondiente al anular, donde solo el líquido moja la pared del tubo, como también puede verse en la Figura 6.15; y el segundo al dryout, en donde el anillo no cubre completamente la superficie interna del absorbedor. Para este PF las dos fases están en contacto con la pared, donde el CTC del líquido y el área de contacto con la pared son mayores para el líquido que para el vapor; lo que hace que la transferencia de calor hacia el líquido sea mucho mayor con respecto al vapor. Conforme se avanza en el PF dryout, el flujo de calor hacia el vapor va incrementando y lo contrario sucede para el líquido. Pero llega un punto en el cual el ángulo de secado del PF dryout es bastante considerable y que para esas condiciones el CTC de la fase líquida es más pequeña que el del vapor y justo allí se alcanzan los valores máximos de

gradientes de temperatura (ver Figura 6.5). El CTC del líquido llega a ser muy inferior al del vapor en esta zona ya que la fracción de vacío de la fase líquida está cercana a cero.

Por otra parte, para ver cómo el hecho de considerar un CTC para cada fase afecta a los gradientes de temperatura del captador 9, compárese la Figura 6.6 (abajo) con la Figura 6.17 (abajo). Se aprecia un incremento del gradiente de temperatura máximo en la dirección azimutal desde 18 K (CTC uniforme) a 29 K (aunque este valor podría crecer más en algunos casos) al considerar un CTC para cada fase.

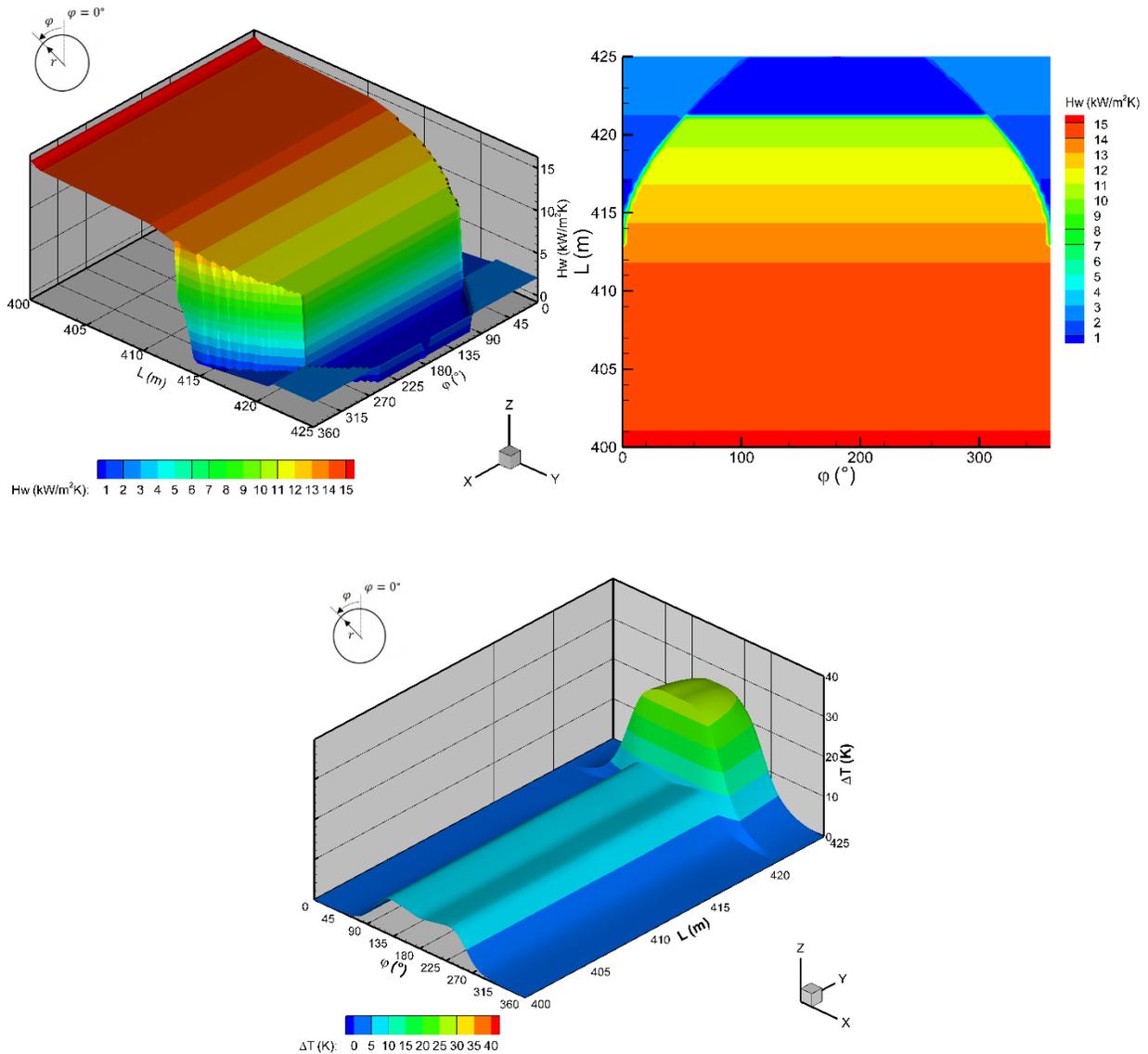


Figura 6.17. Distribución del CTC (izquierda y derecha) y del gradiente de temperatura (abajo) en la pared externa del absorbedor del captador 9.

Por otra parte, en los primeros 5 m del captador 10 se tiene un PF dryout (Figura 6.18). Pero justo allí se presentan unos valores atípicos del CTC debido a las influencia que la longitud de entrada (ver también Figura 6.12, derecha). Después del PF dryout se aprecia al vapor sobrecalentado con un CTC completamente uniforme. Observándose que los gradientes de temperatura en el absorbedor llegan a ser mayores en el PF dryout. Se aprecia un incremento del gradiente de temperatura máximo en la dirección azimutal desde 18 K a 25 K (aproximadamente) al considerar un CTC para cada fase en el PF dryout.

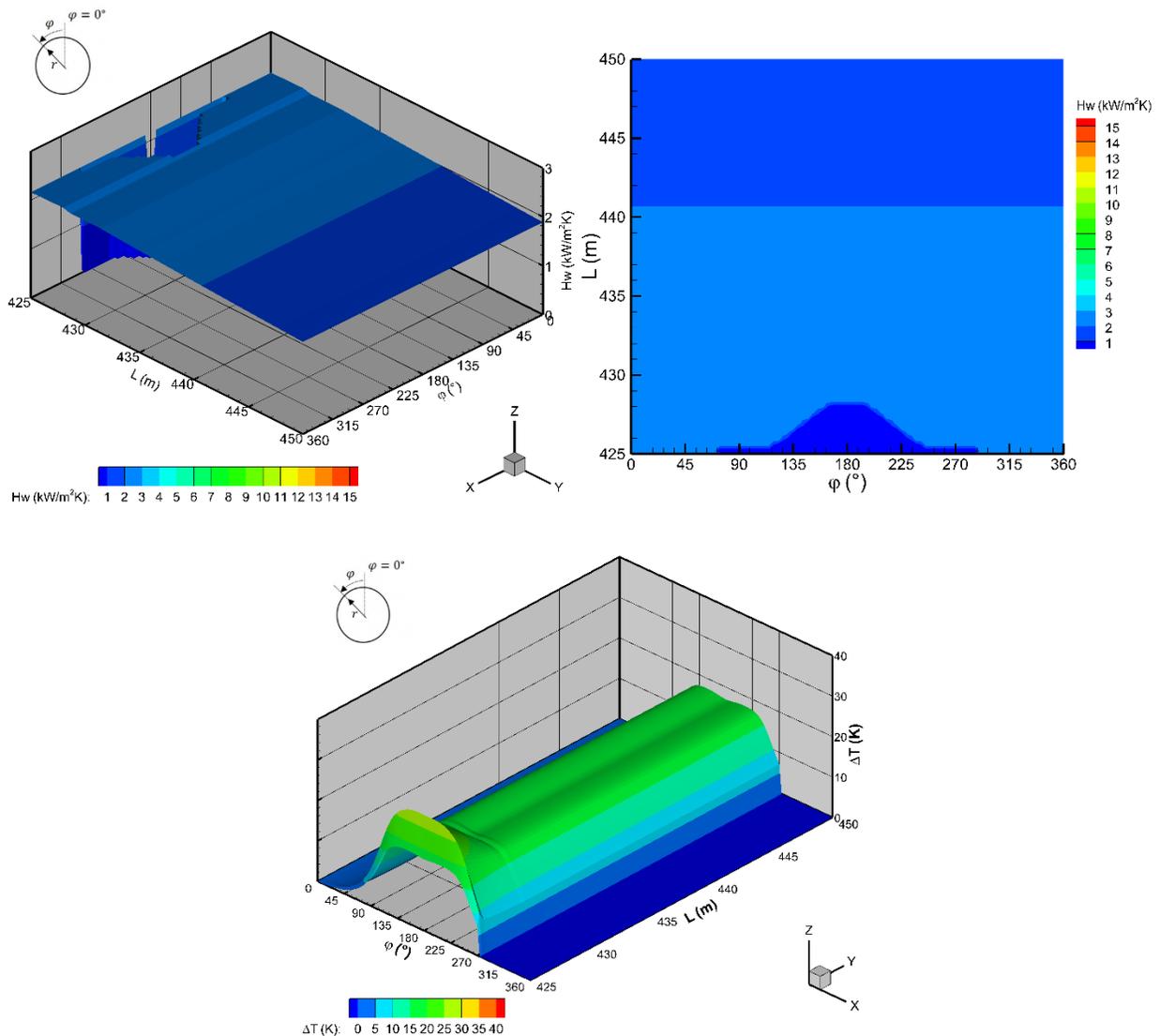


Figura 6.18. Distribución del CTC (izquierda y derecha) y del gradiente de temperatura (abajo) en la superficie externa del absorbedor del captador 10.

Adicionalmente se podría considerar que ambos fluidos tienen diferente temperatura, sin embargo,

esto está fuera del alcance de esta tesis<sup>28</sup>. De acuerdo a los estudios de Cundapí *et al.* [14], en la región bifásica cercana al vapor sobrecalentado el vapor puede presentar una temperatura alrededor de 5 K por arriba de la temperatura del líquido (en ciertos casos); para las condiciones que ellos estudiaron y para las cuales predijeron el flujo dryout. Entonces, de haberse considerado no equilibrio térmico en este trabajo, se hubiera obtenido una temperatura aún mayor en la pared del absorbedor en contacto con el vapor, elevando el gradiente de temperatura azimutal. Lo anterior indica que es necesario que se siga estudiando más a fondo el comportamiento de los gradientes de temperatura en el absorbedor en la zona del dryout, e incluso utilizar modelos más reales para el ángulo de secado y para los CTC en el flujo bifásico, y comparándolos con datos experimentales.

## 6.5 ESTUDIO PARAMÉTRICO CON DNUFC

Se presenta un estudio paramétrico para ambos captadores con la finalidad de determinar los máximos gradientes de temperatura que se presentan en los tubos absorbedores a causa de la presencia del PF dryout; ya que gradientes térmicos muy elevados ponen en riesgo la seguridad del sistema.

La primera parte de los estudios se centra en el captador 9, mientras que la segunda parte se enfoca en el captador 10.

En los casos analizados en la Sección 6.2 no se considera un CTC para cada fase. Sin embargo, cuando se presentan los PF dryout, estratificado liso o estratificado ondulado es importante que sean considerados. Es por ello que para el análisis paramétrico, se toma en cuenta un CTC para cada fase. El análisis paramétrico se hace para la conductividad térmica, el ángulo del seguimiento solar<sup>29</sup> y la DNI. Para el primero se consideran los materiales de la Tabla 6.3. Para el ángulo del seguidor solar se consideran 0, 30, 60 y 90° (ver Figura 2.5). Por otra parte, la DNI se varió de 708 a 958 W/m<sup>2</sup> cada 50 W/m<sup>2</sup>.

---

<sup>28</sup> Sin embargo, el código funcionaría también para no equilibrio térmico si se incorporaran las ecuaciones de cerradura del CTC interfacial para todos los PF y sus transiciones.

<sup>29</sup> Para este caso se considera que el ángulo del seguidor solar es independiente del ángulo de incidencia.

Tabla 6.3. Materiales considerados para el estudio del efecto de la conductividad térmica.

<b>Material</b>	<b><math>k_a</math> (W/mK)</b>
Material A	18
Material B	28
Material C	38
Acero ferrítico	Ec. (2.18)
Acero inoxidable	Ec. (2.19)

### **6.5.1 Estudio paramétrico para el captador 9**

Una vez verificados los resultados del MTH comparando con RELAP5, se analizaron los resultados del modelo desarrollado considerando flujo de calor uniforme y no uniforme. De lo anterior se observó que estas dos distribuciones de flujo de calor no afectan al MTH, siempre y cuando el flujo de calor neto sea el mismo para ambos casos (ver Sección 2.2.3). Es por ello que las variables analizadas en esta sección son, mayormente, las relacionadas con el MTC. Se emplea un valor de la eficiencia térmica del 91.13 %, y la DNUFC descrita en la Sección 2.2.3. Estas consideraciones son hechas para realizar el estudio paramétrico para la conductividad térmica del absorbedor, el ángulo del seguimiento solar independiente del ángulo de incidencia y la DNI.

#### **6.5.1.1 Efecto de la conductividad térmica del absorbedor**

Para los casos previamente analizados se consideró que la conductividad térmica del absorbedor es independiente de su temperatura, pero en la realidad no es así. De hecho la conductividad térmica considerada previamente (38 W/m<sup>2</sup>K) no corresponde a la del sistema DISS<sup>30</sup> en el rango de temperaturas que se obtuvieron en la Sección 6.2. Si la conductividad térmica es dependiente de la temperatura, el campo y los gradientes de temperatura serán afectados. A continuación se consideran diferentes materiales con conductividades térmicas diferentes (ver Tabla 6.3) para analizar de qué manera influyen estos sobre los gradientes térmicos del absorbedor. La eficiencia térmica se asume de 91.13 % en todos los casos, que es el valor de eficiencia térmica para el caso de flujo de calor uniforme.

En la Figura 6.19 se muestran los perfiles azimutales de temperatura en la superficie externa del absorbedor, a la salida del captador 9, considerando los materiales de la Tabla 6.3. Como era de esperarse, cuando la conductividad térmica es menor (Material A) se obtienen temperaturas

---

<sup>30</sup> En el trabajo de Serrano *et al.* [28] puede verse como han considerado una conductividad térmica del absorbedor de 38 W/m<sup>2</sup>K.

mayores en la zona de concentración ( $\varphi = 270^\circ$ ) y temperaturas menores en la zona de no concentración ( $\varphi = 90^\circ$ ). Esto último se debe a que una conductividad térmica mayor propicia un mayor flujo de calor en las direcciones azimutal y radial de la pared del absorbedor, lo cual disminuye los gradientes de temperatura azimutales, por ende en la zona de no concentración se presenta una menor diferencia de temperatura con respecto al lado de concentración. Cabe destacar que a pesar de que las conductividades térmicas de los aceros ferrítico e inoxidable dependen de la temperatura, para los intervalos de temperatura obtenidos las conductividades térmicas se mantienen casi constantes (ver Figura 6.20).

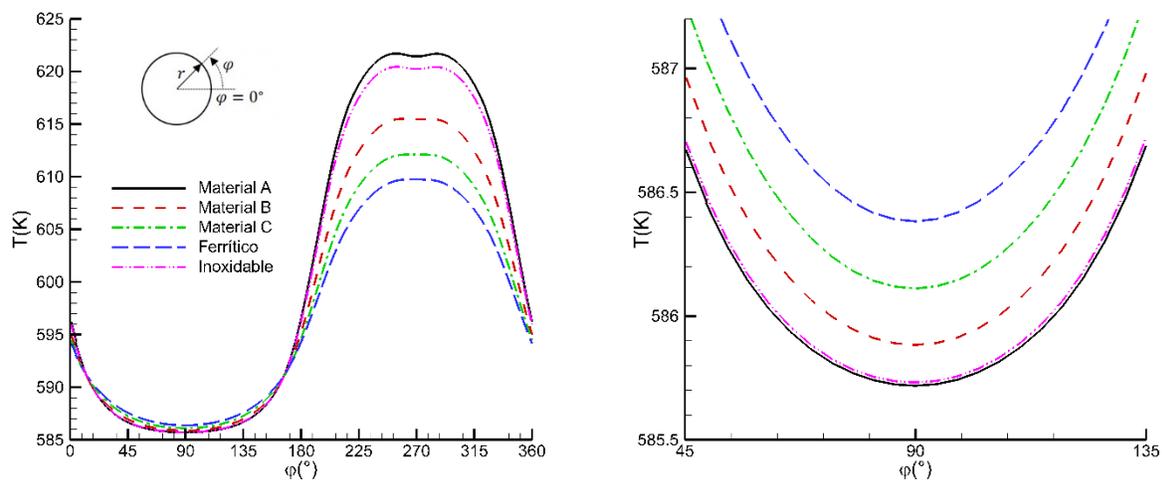


Figura 6.19. Perfiles de temperatura en la superficie externa del absorbedor a la salida del captador 9, considerando diferentes materiales (izquierda), y un acercamiento en la zona de no concentración (derecha).

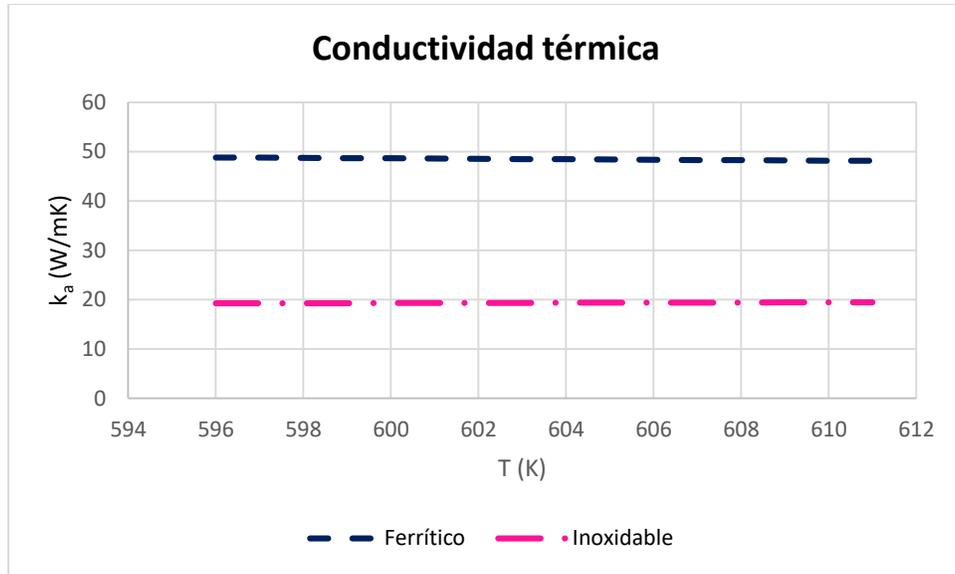


Figura 6.20. Conductividades térmicas para ambos aceros en el intervalo de temperaturas del captador 9 (ver la Figura 2.6 para un intervalo más amplio de temperaturas).

Respecto a la temperatura de la superficie interna del absorbedor, la conductividad térmica influye de igual manera. Solo que hay un incremento considerable de la temperatura en la zona de concentración (Figura 6.21, izquierda), ya que justo allí el perímetro de contacto de la pared con el líquido es menor con respecto al del vapor y la DFCNU es máxima. Sin embargo, en todo el perímetro, la temperatura de la superficie exterior es mayor que la superficie interior.

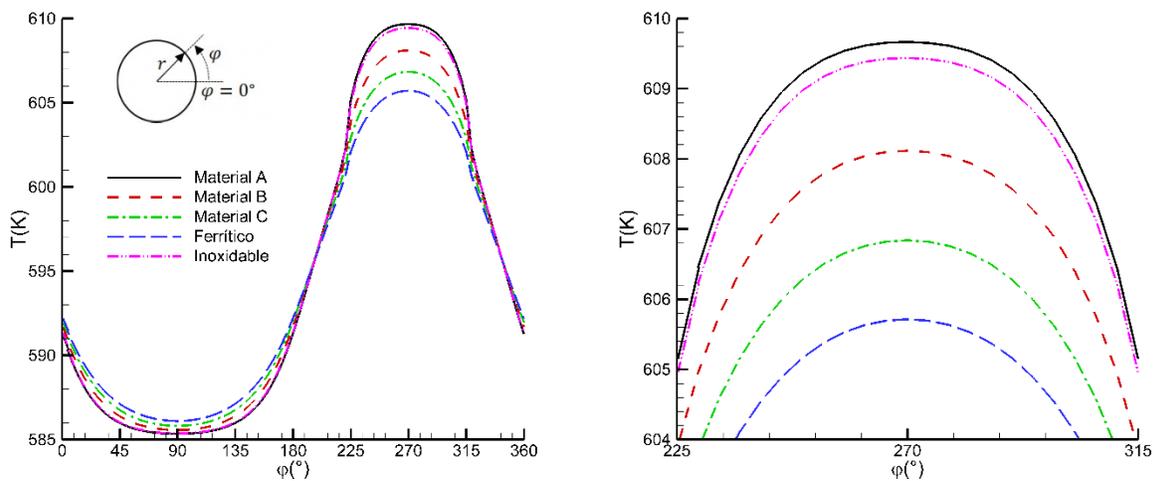


Figura 6.21. Perfiles de temperatura en la superficie interna del absorbedor a la salida del captador 9, considerando diferentes materiales (izquierda), y un acercamiento en la zona de concentración (derecha).

En la Figura 6.22 se nota como efectivamente la conductividad térmica afecta considerablemente el valor del máximo gradiente de temperatura en la dirección azimutal. Para la pared interna, una conductividad térmica menor origina mayores gradientes de temperatura en todo el captador 9, siendo aún más grandes en la zona del flujo dryout donde el CTC tiene su caída abrupta (ver Figura 6.17). Mientras que en la superficie interna con la presencia de los PF anular y comienzo del dryout, no parece haber afectaciones, sin embargo justo al final del flujo dryout los máximos gradientes de temperatura incrementan considerablemente para todos los materiales considerados. La Figura 6.23 muestra las distribuciones del gradiente térmico para la superficie externa e interna del captador 9 considerando acero ferrítico y acero inoxidable. Y como se aprecia en dicha imagen, el gradiente de temperatura casi se mantiene constante en los primeros 20 m (que corresponden a los PF anular y comienzo del dryout), sin embargo, al final del PF dryout esos gradientes térmicos crecen considerablemente, siendo mayores para el acero inoxidable, el cual alcanza valores cercanos a los 40 K en la superficie externa del absorbedor. Un comportamiento similar, aunque con magnitudes diferentes, sería obtenido con cualquiera de los otros materiales de la Tabla 6.3.

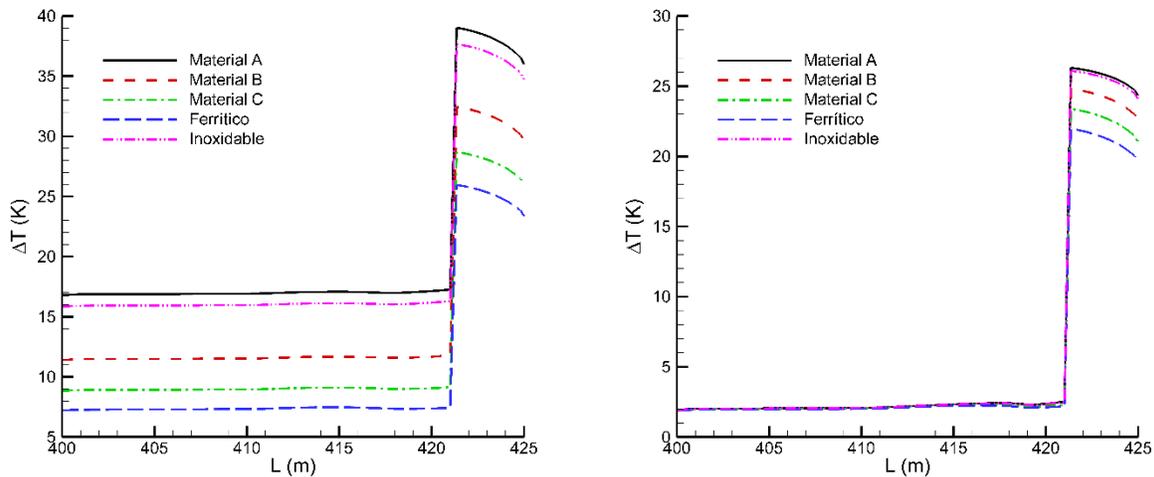


Figura 6.22. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 9, considerando diferentes materiales.

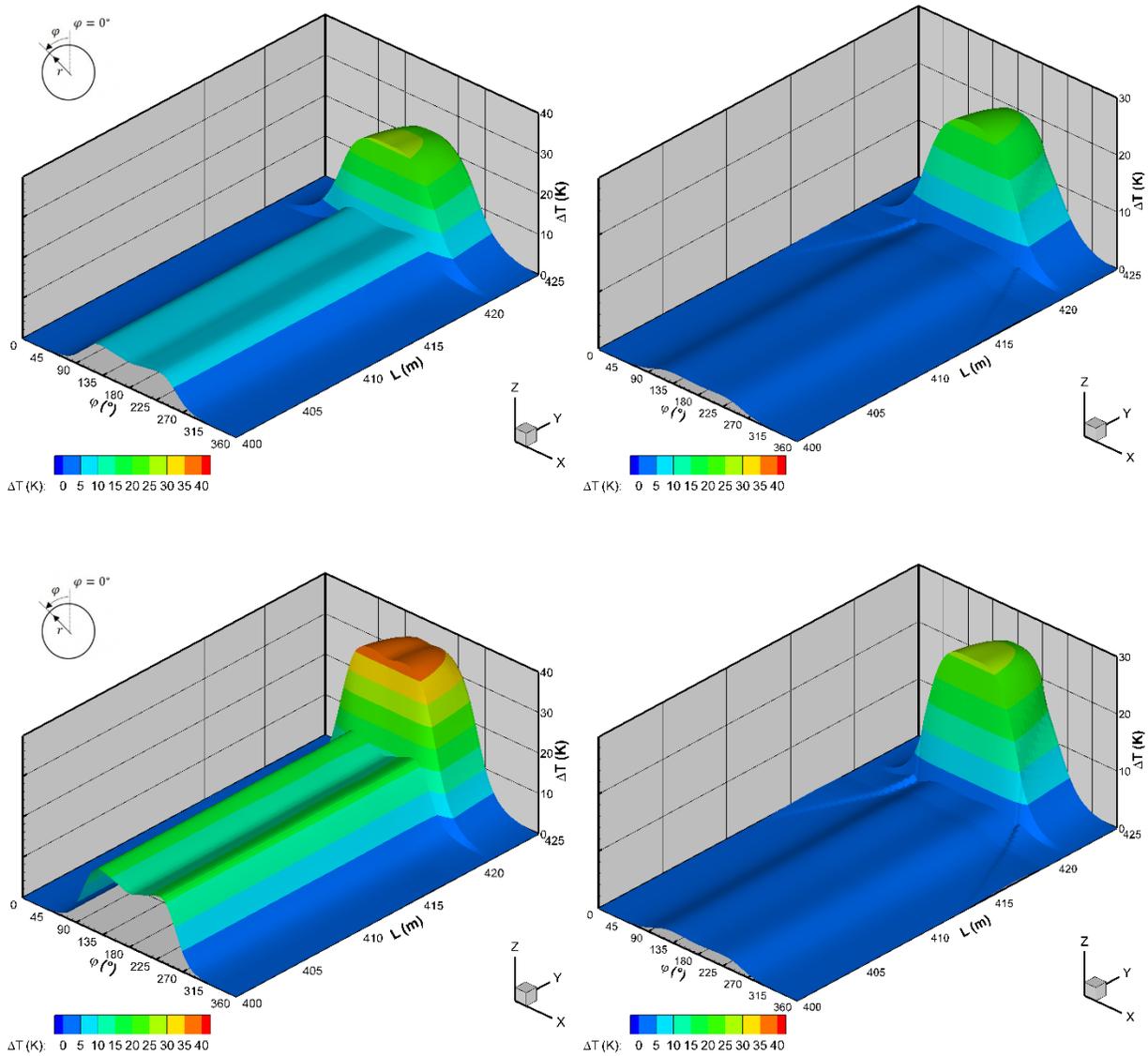


Figura 6.23. Distribución de temperatura 3D en la pared externa (izquierda) y en la pared interna (derecha) del absorbedor del captador 9 usando acero ferrítico.

### 6.5.1.2 Efecto del ángulo del seguidor solar ( $\psi$ )

En esta sección se supone que solo el espejo reflector se mueve y que la radiación solar directa y el ángulo de incidencia permanecen iguales. Esto con la finalidad de evaluar de una manera independiente la influencia que tendría la variación del seguidor solar. De otra manera, las influencias del coseno y del modificador del ángulo de incidencia afectarían el valor de la radiación

solar y el efecto del ángulo del seguidor solar no sería imparcial. Así, cuatro diferentes ángulos del seguidor solar son considerados  $\psi = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ , los cuales pueden verse en la Figura 2.5. Por otra parte, el material del absorbedor es acero ferrítico (conductividad térmica dada por la Ec. (2.18)).

Con base a la discusión del comportamiento del CTC en la Sección 6.3. Se nota que una DNUFC tiene una influencia muy fuerte en la distribución de la temperatura en el tubo y en consecuencia en el máximo gradiente de temperatura. A su vez, tomando como referencia la Figura 6.23, en la cual se considera acero ferrítico y  $\psi = 0^\circ$ , es de esperarse que  $\psi$  no afecte a la distribución de temperatura en la zona del flujo anular debido al CTC uniforme. Pero en la zona del flujo estratificado ondulado y del dryout, habrá una afectación de la distribución de temperatura. En la Figura 6.24 se presenta el perfil azimuthal de la temperatura a la salida del captador 9, en el cual se tiene flujo dryout. En dicha figura puede verse el efecto que  $\psi$  tiene sobre los valores de la temperatura y su distribución. Para  $\psi = 0^\circ$  y  $\psi = 30^\circ$  se llegan a tener la máxima temperatura en la zona de concentración en la superficie externa del absorbedor, aunque  $\psi = 0^\circ$  afecta más a los gradientes térmicos. Mientras que en la superficie interna, se presenta aún una mayor afectación (aunque de magnitud menor que en la superficie externa) en las temperaturas de la parte inferior del absorbedor debido al CTC y la DNUFC para todos los valores de  $\psi$ , alcanzando el valor máximo con  $\psi = 0^\circ$ .

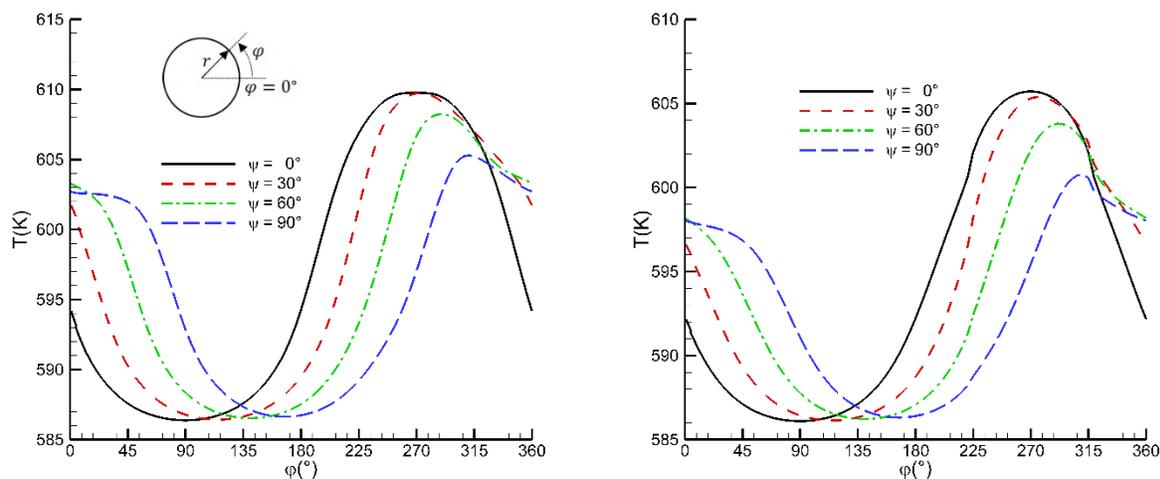


Figura 6.24. Perfiles azimuthales de la temperatura sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor a la salida captador 9, considerando diferentes ángulos del seguidor solar.

Por otra parte, en la Figura 6.25 se muestra la influencia que tiene  $\psi$  en el valor máximo del gradiente de temperatura en las superficies externa (izquierda) e interna (derecha). Como era de esperarse,  $\psi$  no muestra tener ninguna influencia sobre el gradiente máximo de temperatura en la zona con flujo anular (primeros 10 m aproximadamente) debido al CTC uniforme. Pero justo cuando comienza el PF dryout, hay un incremento de los gradientes de temperatura, siendo mayor para  $\psi = 90^\circ$ , en ambas superficies. Esto es debido a que el mínimo CTC (correspondiente al vapor) se encuentra en la parte superior del tubo, así que conforme  $\psi$  incrementa, la concentración de calor cerca de esa zona es cada vez mayor.

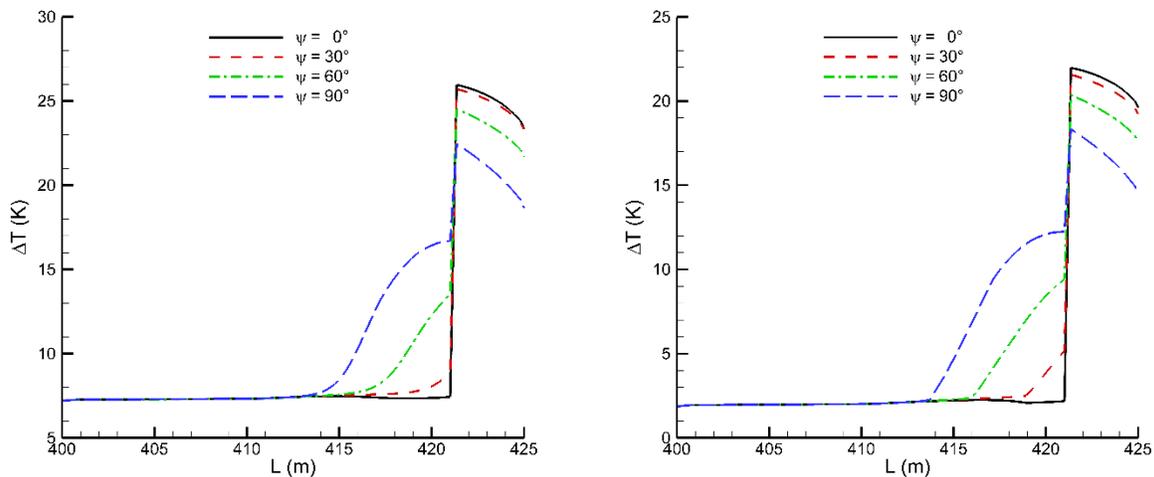


Figura 6.25. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 9, considerando diferentes ángulos del seguimiento solar.

### 6.5.1.3 Efecto del DNI

Cinco valores diferentes del DNI son considerados: 708, 758, 808, 858, 908 y 958 W/m<sup>2</sup>. Para este análisis se podría considerar que las pérdidas de calor dependen de la temperatura del tubo, lo cual haría que la eficiencia del captador sea menor a mayor DNI, sin embargo, en este caso se seguirá usando la eficiencia térmica constante. A su vez, se consideran los demás datos de las Tablas 5.1–5.2 y que el material del tubo es acero ferrítico (conductividad térmica dada por la Ec. (2.18)).

En la Figura 6.26 (izquierda) se aprecia el perfil de la presión para diferentes DNI, pero debido a

los valores de presión que se manejan, no se percibe cambio alguno. Es por eso, que en la Figura 6.26 (derecha) se presenta la caída de presión para cada DNI, en donde se nota que la caída de presión es mayor conforme la DNI se incrementa, lo cual era de esperarse ya que se produce más vapor. Cabe recordar que la presión a la salida se considera fija mientras que la presión a la entrada se calcula.

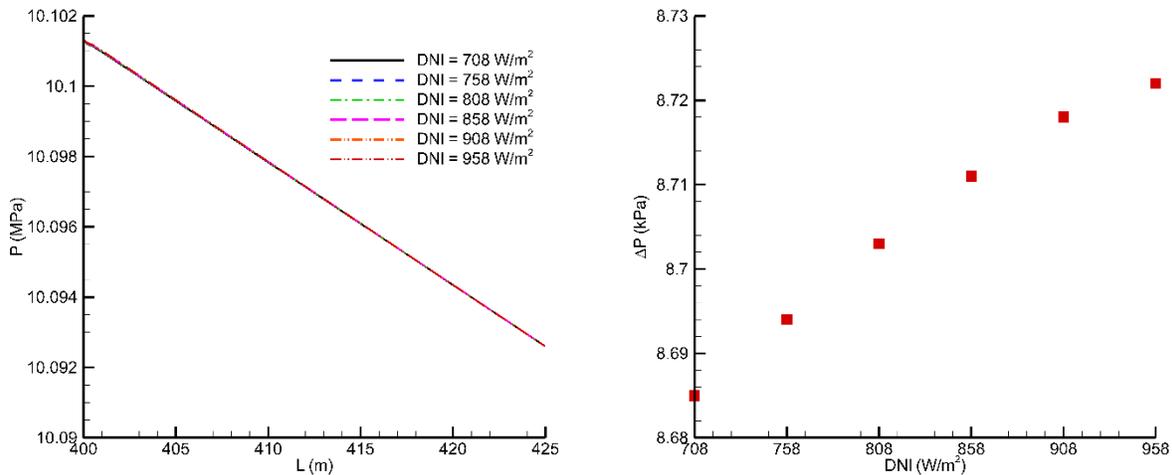


Figura 6.26. Efecto del DNI sobre el perfil axial de la presión (izquierda) y las caídas de presión totales (derecha) en el captador 9.

Por otra parte, la velocidad del vapor se incrementa conforme el DNI incrementa, mientras que lo contrario ocurre con la velocidad del líquido, como se muestra en la Figura 6.27, ya que una DNI mayor se genera una mayor generación de vapor. Lo anterior se ve en la Figura 6.28 (izquierda), observando además que la DNI impacta directamente en la generación de vapor, y por tanto en la calidad a la salida como se nota en la Figura 6.28 (derecha).

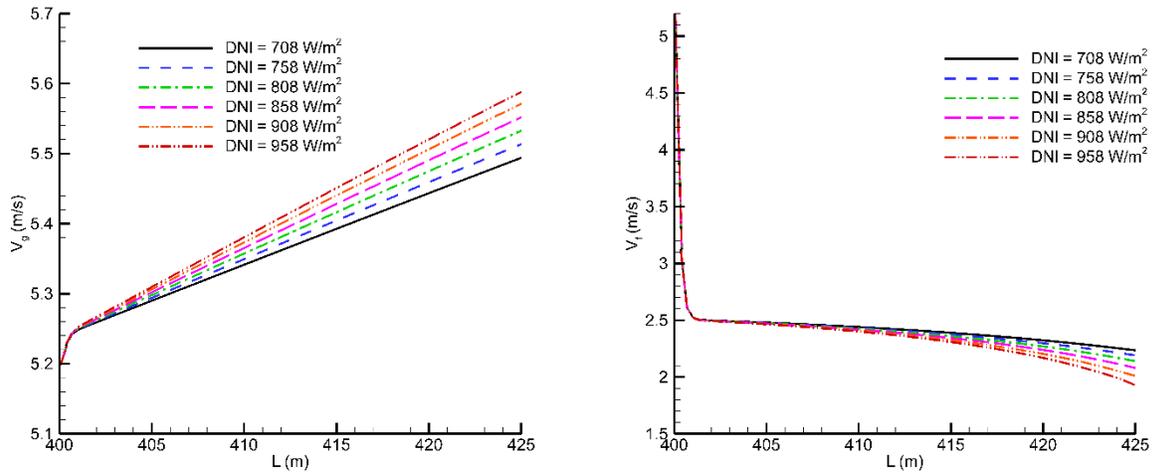


Figura 6.27. Perfiles axiales de las velocidades del vapor (izquierda) y líquido (derecha) en el captador 9 para diferentes DNI.

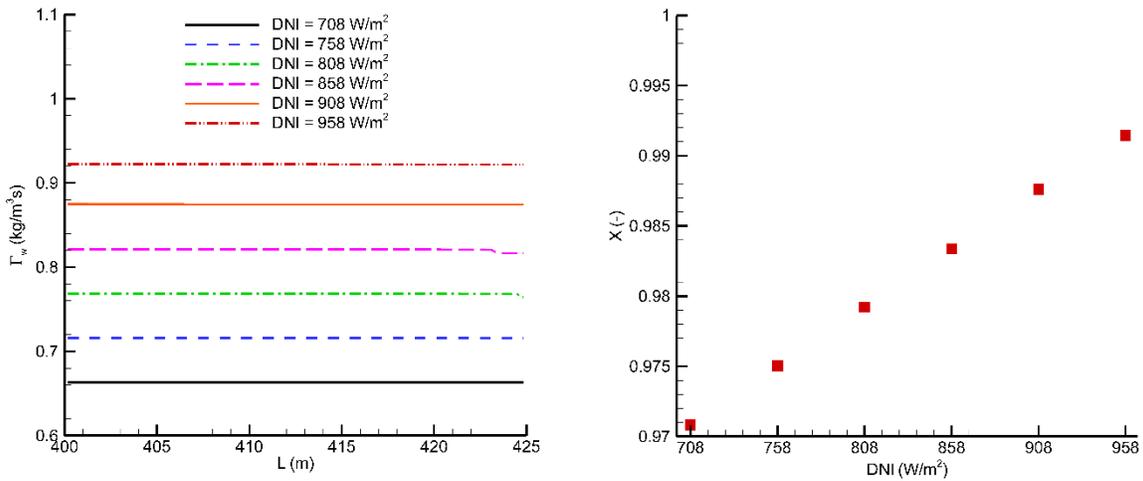


Figura 6.28. Perfiles axiales de la generación de masa (izquierda) y la calidad a la salida (derecha) del captador 9 para diferentes DNI.

Otra variable muy importante que es afectada con la DNI es el CTC, ya que los parámetros termohidráulicos son afectados y el CTC depende de ellos. En la Figura 6.29 (izquierda) se observa cómo la DNI afecta en las longitudes donde cada PF se presenta (anular y dryout) afectando por lo tanto el comportamiento del CTC (comienza a disminuir antes aunque con una pendiente similar aunque desfasados entre sí). En la Figura 6.29 (derecha) se aprecia el ángulo del secado de la

mezcla (nuevamente se distinguen los dos PF), apreciándose que a mayor DNI el incremento del ángulo de secado es mayor, ya que se incrementa la generación de vapor (ver Figura 6.28) y el comienzo del PF dryout se da a una menor longitud respecto a la entrada. De todos los valores de DNI analizados, para 708 y 758  $W/m^2$  no se cumplen las condiciones para las caídas críticas del CTC en el PF dryout en el captador 9. Aunque es de esperarse que en el captador 10, sí haya una caída abrupta del CTC.

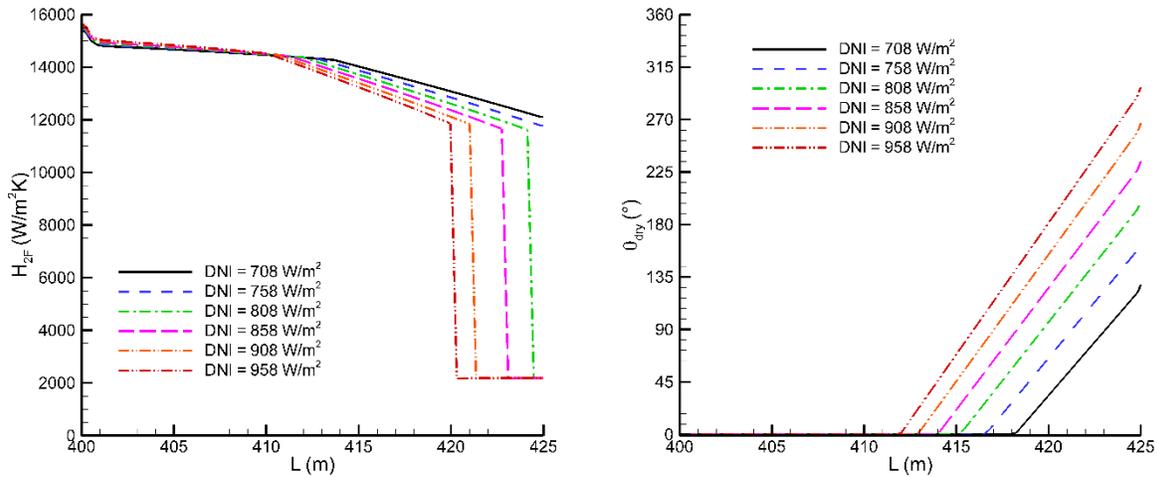


Figura 6.29. Perfiles axiales del CTC bifásico (izquierda) y del ángulo del dryout (derecha) del captador 9 para diferentes DNI.

En el modelo de la transferencia de calor pared-fluido utilizado y en el acoplamiento MTH/MTC, el espesor de la película no tiene impacto alguno sobre el CTC de cada fase, pero el ángulo de secado de la película sí, ya que a partir de él se determinan los VC de la pared en contacto con cada fase y así determinar el CTC local. Por otra parte, el punto donde se determina el inicio del flujo dryout está dado por el enfoque de Elsafi [85] combinado con el criterio de  $\alpha_g \geq 0.99$ , mientras las ecuaciones para el CTC se basan en el modo de transferencia de calor pared-fluido de la Tabla 3.5 y los ángulos de secado y mojado se determinan mediante las ecuaciones presentadas en la Sección 3.2.3.

El gradiente térmico azimutal máximo que se presenta a lo largo del captador 9 se muestra en la Figura 6.30. Relacionando esta figura con la Figura 6.29 (izquierda) se puede apreciar que cuando la DNI se incrementa, se tiene un menor CTC en el PF dryout, lo que causa que los gradientes de

temperatura máximos se incrementen. Generalmente los sistemas de GDV (por ejemplo el sistema DISS) regulan el flujo másico de entrada respecto a la DNI con la finalidad de incrementar el CTC y evitar el sobrecalentamiento de los tubos absorbedores. En la Figura 6.30 se presentan los gradientes de temperatura azimutales máximos respecto a la DNI, considerando que el flujo másico es 0.62 kg/s. Se aprecia que a mayor DNI el PF dryout inicia antes, lo que hace que los gradientes máximos que se producen estén presentes en una mayor parte de la tubería. Como una DNI mayor produce un CTC menor (Figura 6.29, izquierda) se obtienen gradientes de temperatura máximos mayores. Para los casos particulares de una DNI de 708 y 758 W/m<sup>2</sup>, la ausencia del PF dryout se manifiesta en un bajo gradiente de temperatura máximo en la dirección azimutal a lo largo de toda la tubería.

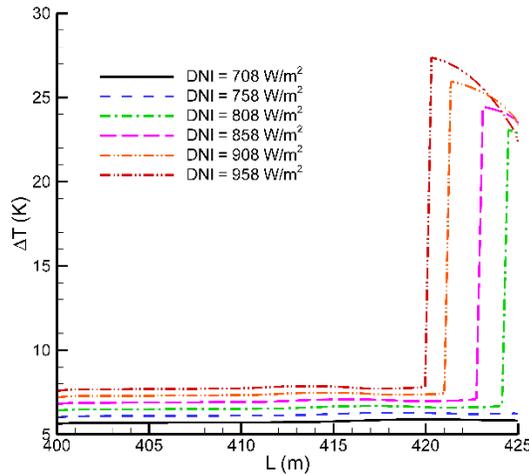


Figura 6.30. Perfiles axiales de los gradientes azimutales máximos de temperatura en la superficie exterior del absorbedor del captador 9 para diferentes DNI.

Como se puede observar, la conductividad térmica, el ángulo del seguidor solar y la DNI afectan a los gradientes máximos en la dirección azimutal. La conductividad térmica los afecta en cuanto a que a mayor conductividad térmica se tienen gradientes de temperatura menores. Mientras que el ángulo del seguidor solar impacta sobre los gradientes de temperatura siempre y cuando se coincida en que en la zona de mayor concentración se tenga un CTC menor en la fase al interior de la tubería. Por otra parte, el único parámetro, del estudio paramétrico, que además de afectar a los gradientes térmicos del absorbedor también afecta la presencia del PF dryout es la DNI. Este último parámetro cuando es mayor ocasiona que la presencia del PF dryout se adelante y que también disminuya su

CTC, generándose gradientes térmicos mayores. Además se afectan todos los demás parámetros termohidráulicos (presión, velocidades de las fases, generación de vapor, entre otros).

El hecho de considerar un CTC para cada fase repercute en que las temperaturas de los VC de la superficie interna del absorbedor, en contacto con la fase de menor CTC, se incrementen considerablemente. Estas temperaturas podrían ser aún mayores si además en esos VC se tuvieran las mayores concentraciones de energía solar.

## **6.5.2 Estudio paramétrico para el captador 10**

Se analiza el efecto de los mismos parámetros considerados para el captador 9 (Sección 6.5.1), con las condiciones establecidas en la Tabla 6.1 y las condiciones base de la Tabla 5.1. Recordando que la eficiencia térmica se considera constante e igual a 91.13 %.

### **6.5.2.1 Efecto de la conductividad térmica del absorbedor**

En la Figura 6.31 se muestran los perfiles azimutales de temperatura en la superficie externa a la salida del absorbedor 10, considerando los materiales de la Tabla 6.3. Ordenando los materiales de acuerdo a su conductividad térmica (de mayor a menor), resulta en el siguiente orden: acero ferrítico, material C, material B, acero inoxidable y material A. Se observa que a mayor conductividad térmica, las temperaturas alcanzadas en el absorbedor son menores en la zona de concentración; mientras que en la zona de no concentración ocurre lo contrario. Como se explicó en la Sección 6.5.1.1, una mayor conductividad térmica propicia el flujo de calor en ambas direcciones (azimutal y radial), lo que hace que los gradientes de temperaturas azimutales sean menores. Mismo comportamiento cualitativo que en el captador 9, pero obteniéndose mayores temperaturas por ser la región de vapor sobrecalentado para el cual el CTC es muy bajo y la temperatura del fluido es muy elevada.

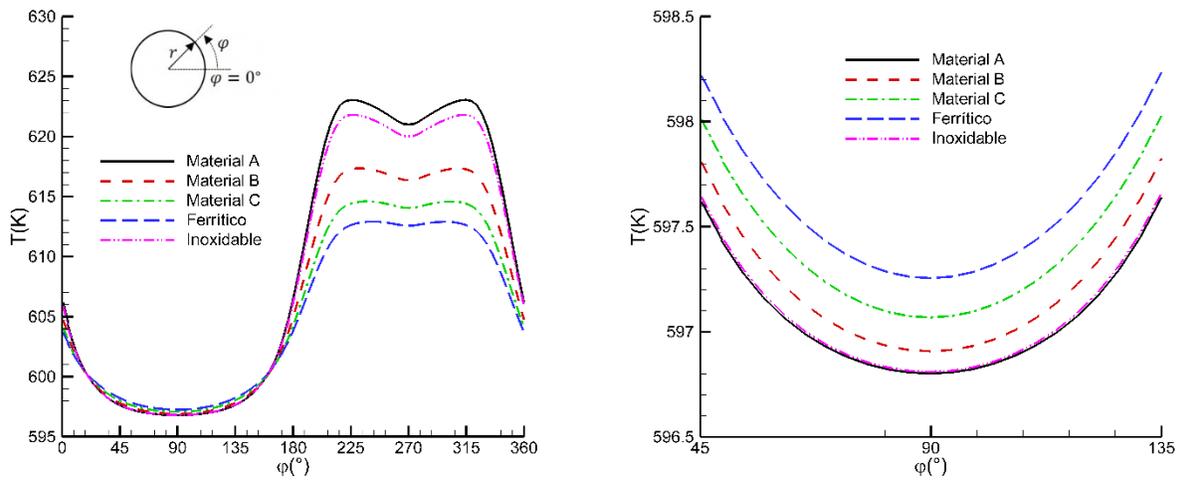


Figura 6.31. Perfiles azimutales de temperatura en la superficie externa del absorbedor del captador 10 a la salida, considerando diferentes materiales (izquierda), y una acercamiento en la zona de no concentración (derecha).

Para los intervalos de temperatura manejados en el captador 10, las conductividades térmicas de ambos aceros se mantienen casi constantes como se puede ver en la Figura 6.32.

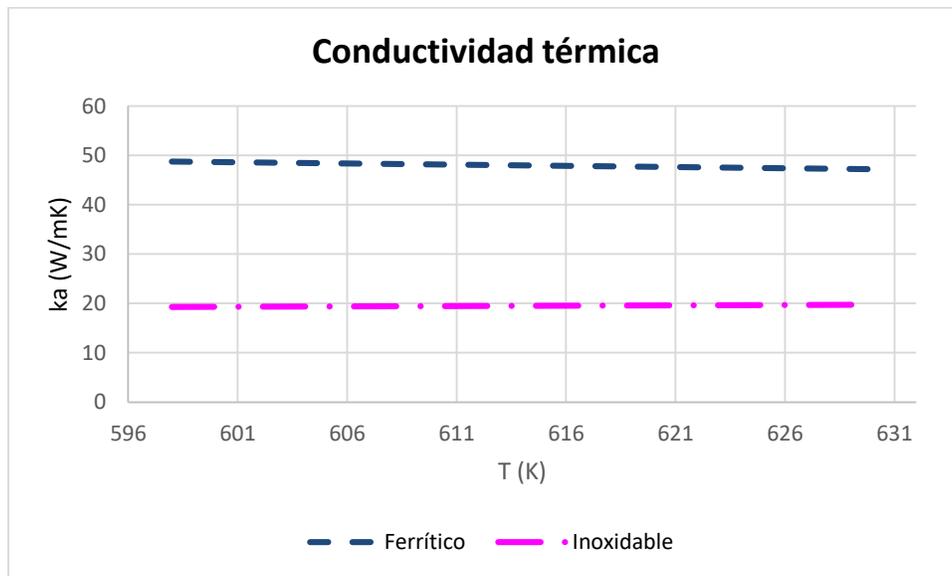


Figura 6.32. Conductividades térmicas para ambos aceros en el intervalo de temperaturas del captador 10 (ver la Figura 2.6 para un intervalo más amplio de temperaturas).

Respecto a la temperatura de la superficie interna del absorbedor, la conductividad térmica del material influye de igual manera que para la temperatura externa como puede apreciarse en la

Figura 6.33. El hecho de que se tenga vapor sobrecalentado a la salida evita que el perfil azimutal de temperatura tenga esas subidas tan pronunciadas que no coincide con el perfil LCR, a diferencia de lo que sucede en la sección a la salida del captador 9 (Figura 6.21), a pesar de que el vapor sobrecalentado tenga un CTC menor que el que se tiene en el PF dryout (Figura 6.11, derecha).

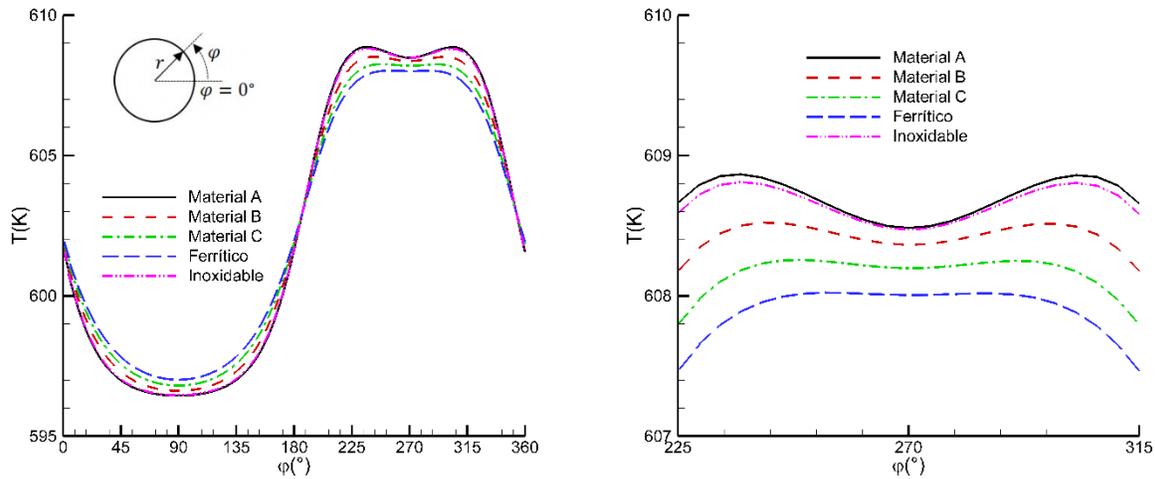


Figura 6.33. Perfiles azimutales de temperatura en la superficie interna del absorbedor en la sección de salida del captador 10, considerando diferentes materiales (izquierda), y un acercamiento en la zona de mayor concentración (derecha).

La influencia de la conductividad térmica del material sobre el perfil axial del máximo gradiente azimutal de temperatura se muestra en la Figura 6.34. Se observa claramente la presencia del PF dryout (en los primeros 4 m, aproximadamente) y del vapor sobrecalentado (en el resto de la tubería). Los máximos gradientes de temperatura en el PF dryout son mayores a los presentados en el vapor sobrecalentado (en ambas superficies del absorbedor). Estos gradientes son producidos por las caídas en los valores de los CTC de ambas fases en esta región (ver Figura 6.18). Lo anterior se debe a los diferentes CTC para cada fase del PF dryout, mientras que en el vapor sobrecalentado se tiene un solo CTC, lo cual uniformiza el flujo de calor pared-vapor. En la Figura 6.34 también se puede observar que una mayor conductividad térmica origina que los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sean menores.

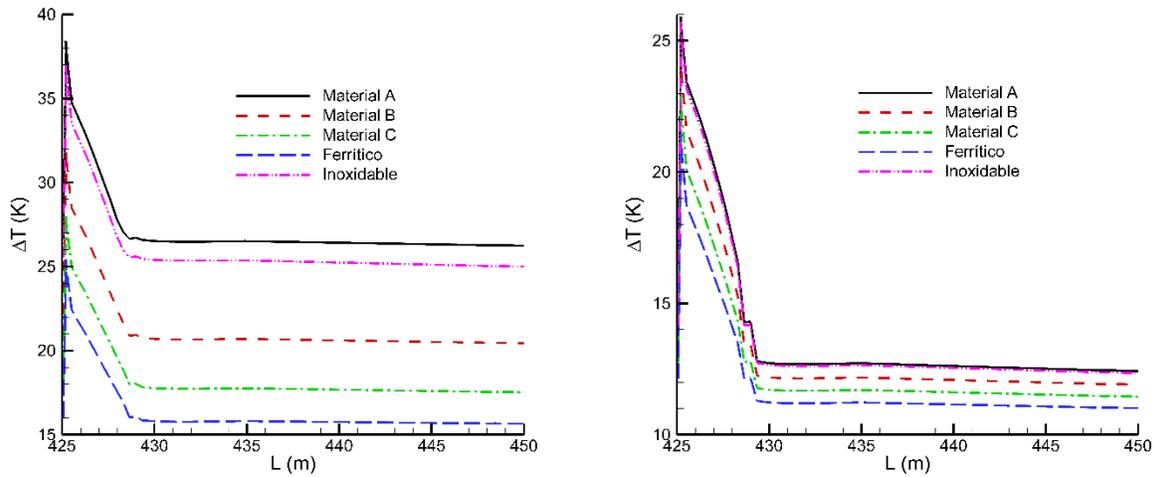


Figura 6.34. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 10, considerando diferentes materiales.

En función de los rangos de temperatura y los gradientes térmicos alcanzados en este estudio, se concluye que el acero ferrítico es el más recomendable entre los cinco materiales analizados y es por eso que solo para este caso se presenta el campo de los gradientes térmicos (Figura 6.35, arriba). En contraste con el acero inoxidable que presenta una menor conductividad térmica (menos de la mitad del acero ferrítico), lo cual origina gradientes de temperatura de casi 40 K (en la región dryout) y de 30 K en el vapor sobrecalentado (Figura 6.35, abajo)

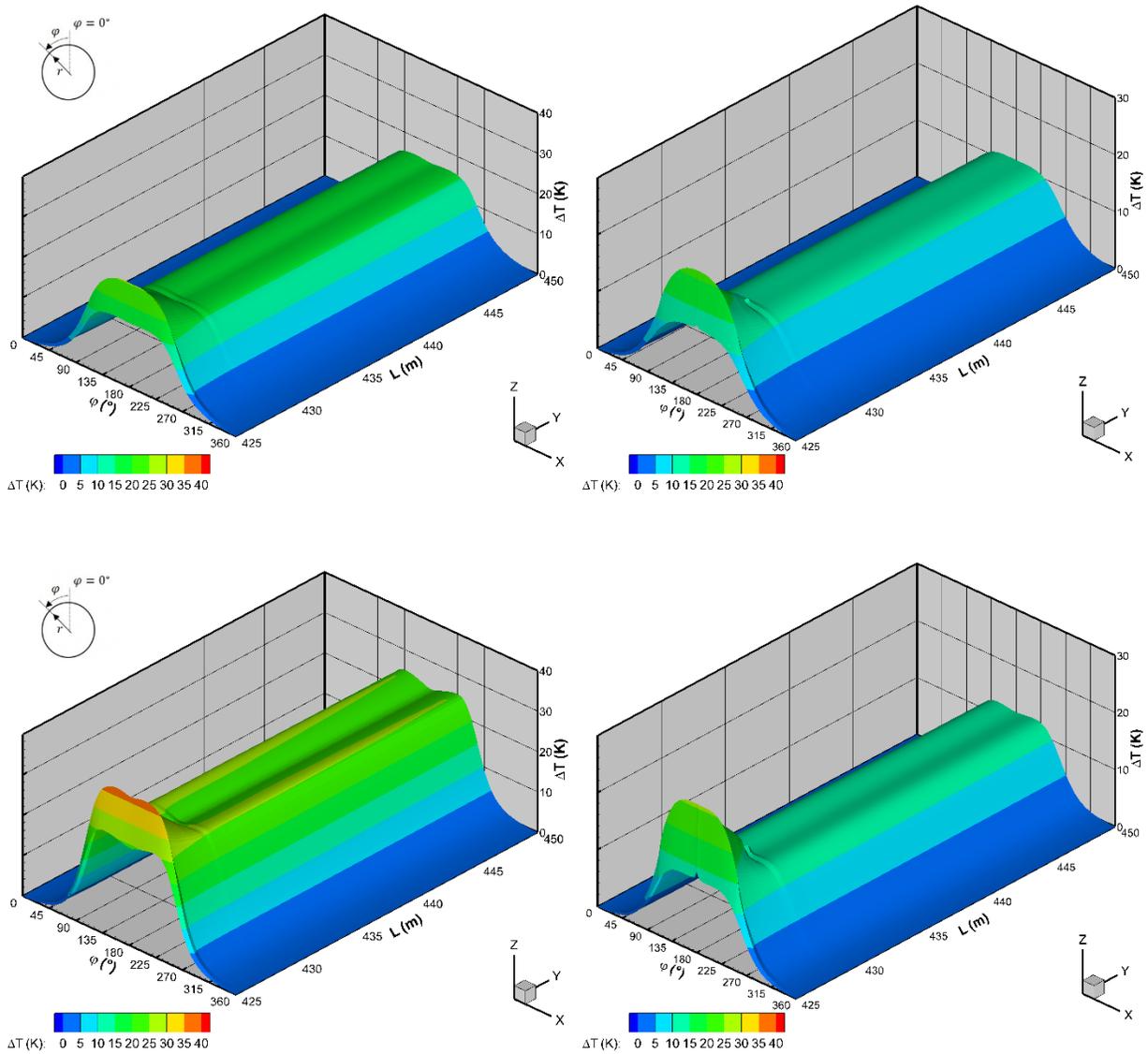


Figura 6.35. Distribución del gradiente de temperatura en las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 10: para los aceros ferrítico (arriba) e inoxidable (abajo).

### 6.5.2.2 Efecto del ángulo del seguidor solar ( $\psi$ )

La influencia de  $\psi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$  (Figura 2.5) es evaluada en esta sección, y de igual manera aquí se hacen las consideraciones que se hicieron para el captador 9.

Como se ha comentado anteriormente, en este captador 10 se presenta el PF dryout (alrededor de los primeros 4 m) y el vapor sobrecalentado (resto de la tubería). Solo hay afectación del perfil de

temperatura en el dryout cuando cambia  $\psi$ . En la Figura 6.36 se muestran los perfiles de temperatura en la sección de salida del captador 10, en donde se aprecia que  $\psi$  solo desfasa la distribución azimutal de la temperatura pero no altera sus valores. Diferente al efecto que causa en el captador 9 en el flujo dryout (Figura 6.24).

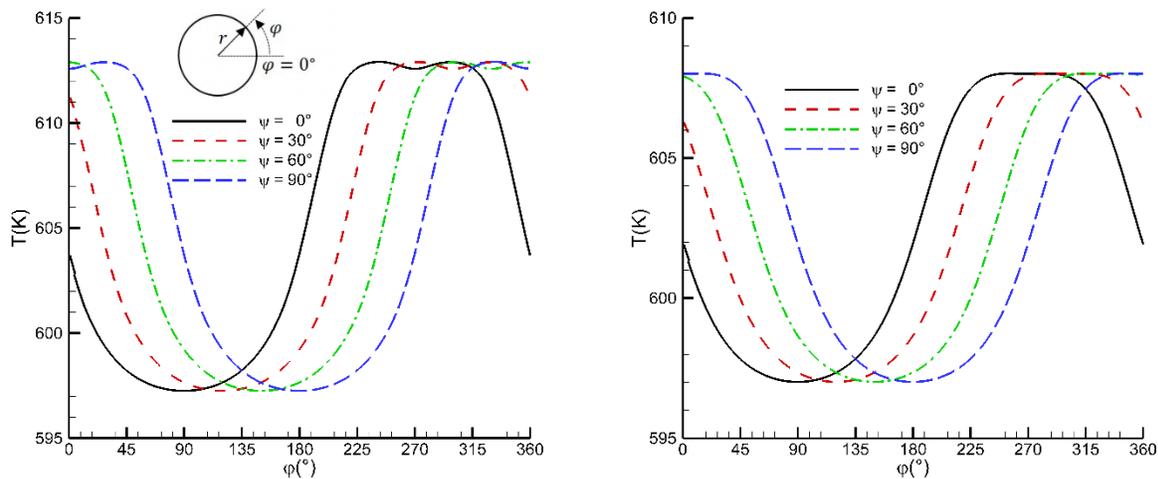


Figura 6.36. Perfiles azimutales de la temperatura sobre las superficies externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor a la salida del captador 10, considerando diferentes ángulos del seguidor solar.

En el inicio de la tubería del captador 10, la presencia del PF dryout tiene un CTC global decreciente, lo cual genera que surjan unos los máximos gradientes de temperatura en este PF de flujo y luego se mantienen constantes en la región del vapor sobrecalentado (Figura 6.37). De esa manera, en la zona del vapor sobrecalentado, no hay afectación por el valor de  $\psi$  sobre los máximos gradientes de temperatura, ya que la distribución del CTC es uniforme. Debido a que la temperatura del fluido incrementa considerablemente (axialmente), la temperatura del tubo también lo hace y en consecuencia los máximos gradientes de temperatura en la sección transversal se mantienen constantes de volumen de control a volumen de control axial. Sin embargo, sí hay afectación de  $\psi$  sobre los máximos gradientes de temperatura en la zona del PF dryout. De hecho, en la región del PF dryout se tiene un gradiente de temperatura de 10 K mayor que en la región del vapor sobrecalentado. Lo anterior evidencia la importancia de estudiar un poco más a detalle esta zona implementando nuevas correlaciones para la transferencia de calor entre la pared y cada una de las fases con el fin de obtener resultados más precisos.

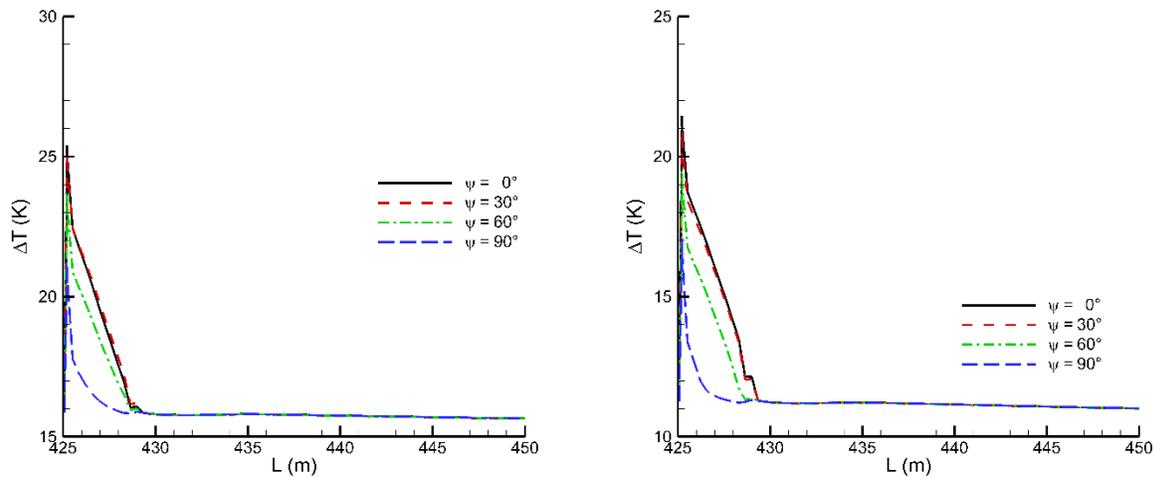


Figura 6.37. Perfiles axiales de los máximos gradientes de temperatura en la dirección azimutal sobre las paredes externa (izquierda) e interna (derecha) del absorbedor del captador 10, considerando diferentes ángulos del seguimiento solar.

### 6.5.2.3 Efecto del DNI

A continuación, se presenta un estudio paramétrico del DNI en el captador 10. Para ello, 6 valores diferentes del DNI son considerados 708, 758, 808, 858, 908 y 958  $\text{W}/\text{m}^2$ . Además, se toma en cuenta que el material del tubo es acero ferrítico (conductividad térmica dada por la Ec. (2.18)). Y los demás datos de la Tabla 6.1.

En la Figura 6.26 (izquierda) se aprecia el perfil de la presión para diferentes DNI, pero debido a las presiones que se manejan, no se percibe cambio alguno. Es por eso que en la Figura 6.26 (derecha) se presenta la caída de presión para cada DNI. Se nota que la caída de presión es mayor conforme la DNI incrementa, lo cual es de esperarse ya que se produce más vapor. Cabe destacar que la presión a la salida se considera fija (CF) y se calcula la presión a la entrada.

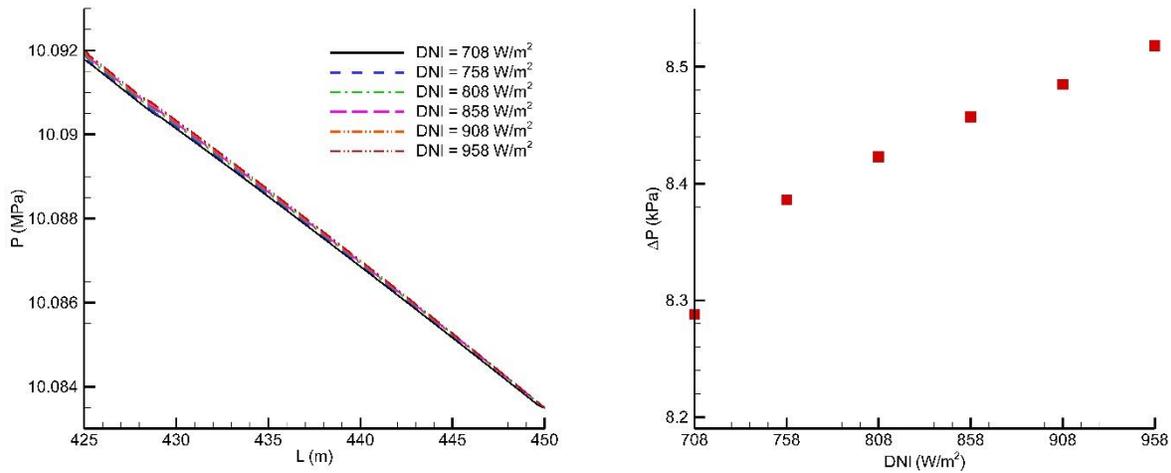


Figura 6.38. Efecto del DNI sobre el perfil axial de la presión (izquierda) y las caídas de presión total (derecha) en el captador 10.

Por otra parte, la velocidad del vapor incrementa conforme la DNI incrementa, mientras que lo contrario ocurre con la velocidad del líquido<sup>31</sup> como se muestra en la Figura 6.39, ya que una DNI mayor causa que exista una mayor evaporación y por esa razón la velocidad del vapor incrementa. Lo anterior se ve en la Figura 6.40, donde la DNI impacta directamente en la generación de vapor, el cual cae súbitamente cuando ya se ha evaporado todo el líquido y por ende se tiene solo vapor sobrecalentado. También se puede ver que a mayor DNI se produce una mayor generación de vapor y adelanta el fin del PF dryout o inicio del vapor sobrecalentado.

<sup>31</sup> Cabe destacar que en el vapor sobrecalentado no hay fase líquida, sin embargo debido al modelo numérico empleado se predice valores de la fase líquida solamente para poder aplicar el simulador no solo en la región bifásica sino también en la región del vapor sobrecalentado y en la transición.

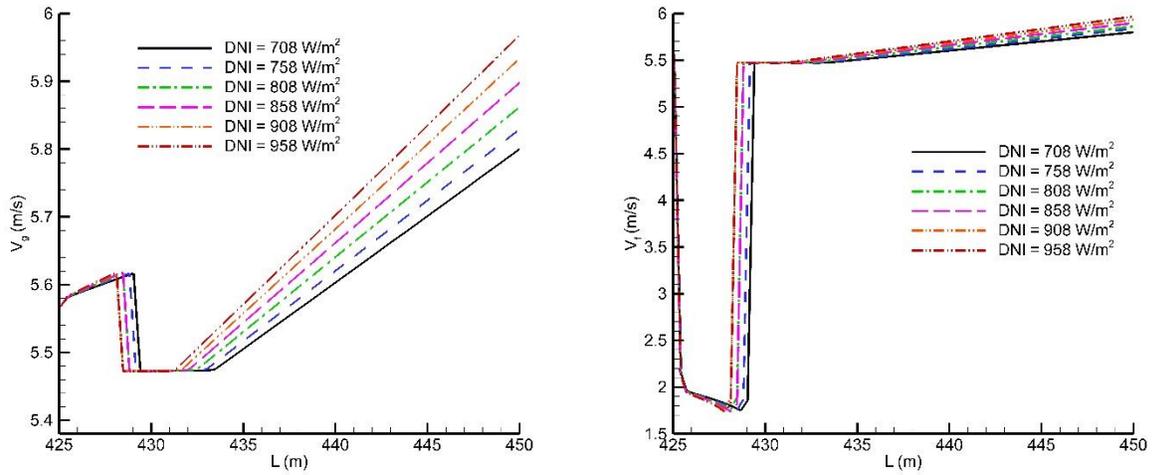


Figura 6.39. Perfiles axiales de las velocidades del vapor (izquierda) y líquido (derecha) en el captador 10 para diferentes DNI.

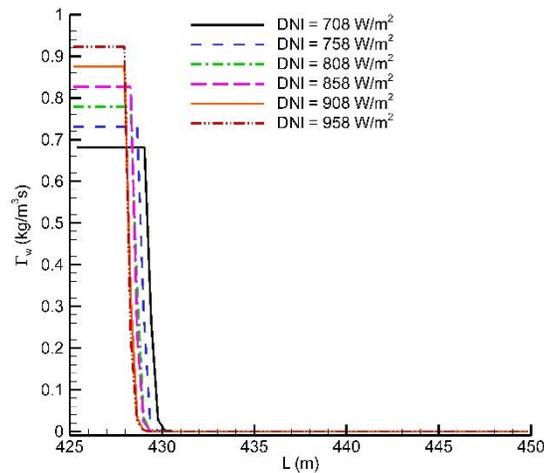


Figura 6.40. Perfiles axiales de la generación de vapor del captador 10 para diferentes DNI.

Al igual que en el captador 9, la DNI afecta al CTC. En la Figura 6.41 (izquierda) se observa que conforme el DNI incrementa el CTC disminuye, lo cual es desfavorable ya que la temperatura de la tubería incrementa y por ende los gradientes térmicos azimutales máximos (ver Figura 6.42). En la Figura 6.41 (derecha) se aprecia el ángulo del secado del líquido en función del DNI, donde al incrementar la DNI, el secado de la película del líquido tiene una mayor pendiente y esto ocasiona que la transición al vapor sobrecalentado se alcance a una longitud menor, como se esperaba.

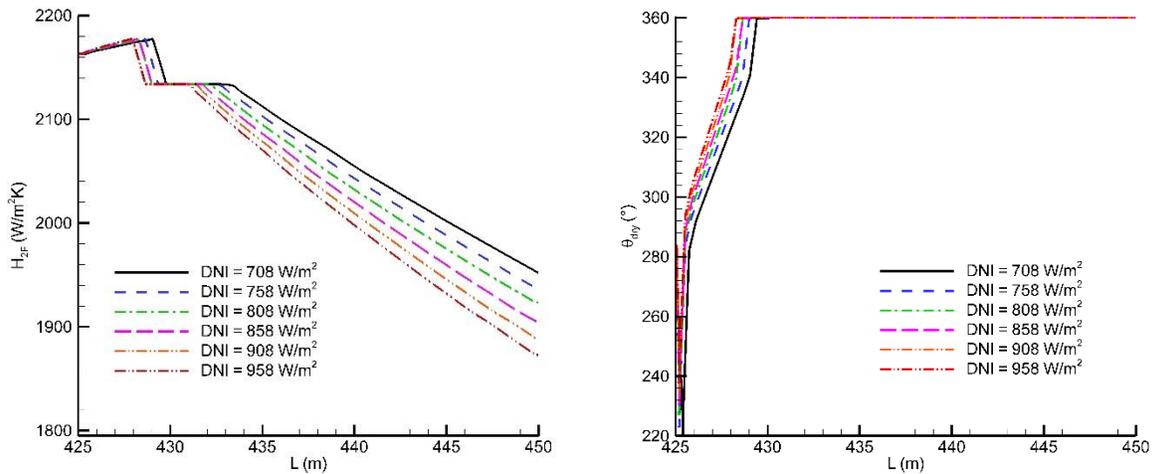


Figura 6.41. Perfiles axiales del CTC bifásico (izquierda) y el ángulo del dryout (derecha) del captador 10 para diferentes DNI.

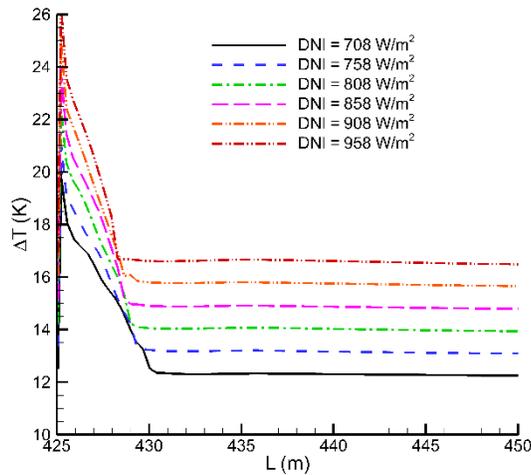


Figura 6.42. Perfiles axiales de los gradientes azimutales máximos de temperatura en el captador 9 para diferentes DNI.

### 6.5.3 Conclusiones del estudio paramétrico

Al igual que en el captador 9, en el captador 10, a mayor conductividad térmica se tienen gradientes de temperatura menores. Si el ángulo del seguidor solar hace coincidir la zona de mayor concentración (efecto del ángulo de inclinación del reflector,  $\psi$ ) con la zona que tenga menor CTC

de la fase al interior de la tubería los gradientes de temperatura serán aún más grandes de lo que serían si tuviéramos un CTC uniforme en la dirección azimutal. Por otra parte, el único parámetro (de los analizados en este estudio paramétrico) que además de afectar a los gradientes térmicos del absorbedor también afecta la presencia del PF dryout es la DNI. Cuando la DNI es mayor ocasiona que la presencia del PF dryout se adelante y a su vez disminuye el CTC, produciendo gradientes térmicos mayores, además que afecta a todos los demás parámetros termohidráulicos (presión, velocidades de las fases, generación de vapor, etc.)

El hecho de considerar un CTC para cada fase repercute sobre VC de la superficie interna del absorbedor en contacto con la fase de menor CTC, ya que estos VC incrementan ligeramente su temperatura. En la región del tubo absorbedor con PF dryout se tienen mayores gradientes de temperatura, independientemente de la DNI.

Finalmente, un tubo de acero ferrítico bajo las condiciones analizadas en esta tesis no se presentan gradientes térmicos excesivos. Sin embargo, lo anterior puede cambiar cuando se tiene un material con una conductividad térmica menor o un flujo másico pequeño o una DNI muy grande, entre otras cosas que deben ser analizadas, ya que para estos casos la presencia del PF dryout sería crítica e indeseable pero inevitable en el modo de operación de un solo paso.

# **CAPÍTULO 7**

## **CONCLUSIONES**

Se describen las principales conclusiones y contribuciones del trabajo realizado en esta tesis doctoral. Asimismo se resaltan las ventajas obtenidas con el simulador desarrollado respecto al simulador comercial RELAP5. Finalmente, se presentan una serie de recomendaciones para trabajos futuros con la finalidad de mejorar el simulador desarrollado, incrementado sus capacidades y extendiendo sus aplicaciones.

## 7.1 CONTRIBUCIONES DEL PRESENTE TRABAJO

Se desarrolló e implementó un simulador numérico transitorio en diferencias finitas para el estudio termohidráulico de la GDV en CCP aplicando el modelo a dos fluidos y acoplándolo al modelo de conducción de calor del tubo absorbedor bajo condiciones de concentración solar (DNUFC). El simulador fue desarrollado específicamente para el estudio del PF dryout, involucrando necesariamente los PF pre y post dryout. El simulador desarrollado tiene la capacidad de involucrar las propiedades termofísicas del material como dependientes de la temperatura y además determinar las pérdidas de calor globales. Ambos, el modelo térmico y el termohidráulico fueron verificados y validados satisfactoriamente, de forma independiente, mientras que el modelo acoplado ha sido verificado con resultados del simulador RELAP5 para condiciones de DUFC. El simulador desarrollado es estable y se obtuvieron soluciones convergentes para todos los casos analizados en esta tesis. Adicionalmente, se desarrolló una solución analítica de la ecuación de conducción de calor en estado transitorio en 2D, la cual se comparó con datos experimentales de la literatura y fue publicada en revista indizada en el JCR [92]. Dicha solución se usó para validar el modelo numérico térmico transitorio implementado.

El criterio empleado para establecer la aparición del dryout es una combinación de los criterios usados por Ransom [17] (base del simulador comercial RELAP5) y Wu [130] en función de los modos de transferencia de calor y el flujo de calor crítico; y por Elsafi [85] en función de una calidad de inicio del PF dryout. Por otra parte, el CTC para cada fase y el flujo de calor desde la pared hacia cada una de las fases se obtuvieron mediante el modelo de partición de RELAP5. Para la determinación de la fase en contacto con la pared se elaboró un algoritmo a partir de la geometría de los PF que se presentaron.

El modelo de transferencia de calor desarrollado involucra la DNUFC sobre la superficie exterior del tubo absorbedor, representativa de una concentración solar, y a su vez determina las pérdidas de calor hacia el ambiente mediante la ecuación global de pérdidas de calor. Se consideró la transferencia de calor conjugada (conducción-convección) y el acoplamiento con el perfiles axial y azimutal del CTC y fluido de trabajo, para determinar los máximos gradientes de temperatura azimutales en la pared del tubo ( $\Delta T_w$ ). Esto es muy relevante, ya que a partir de este gradiente azimutal puede establecerse si se rebasan las condiciones críticas para las cuales se podrían generar deformaciones del tubo (pandeo o deflexión), ocasionando la rotura de la cubierta de vidrio y/o que

el tubo se desvíe del eje focal reduciendo la eficiencia del sistema. Para las condiciones estudiadas de concentración solar (DNUFC) y con la presencia del PF dryout, se presentaron los mayores  $\Delta T_w$  aun cuando no rebasaron los 70 K, el cual es el valor crítico reportado en la literatura [8]. Respecto a los estudios paramétricos, se concluye que una menor conductividad térmica produce mayores gradientes térmicos azimutales y que el considerar la conductividad térmica dependiente de la temperatura tuvo poco impacto en el intervalo de temperatura analizado. El ángulo del seguidor solar tiene un efecto importante sobre el máximo gradiente de temperatura azimutal en la presencia del PF dryout, mientras que en los PF anular y vapor sobrecalentado no hay afectaciones. También se concluye que conforme se incrementa el DNI, las caídas de presión son más elevadas y el inicio del PF dryout ocurre a longitudes cada vez menores aguas abajo de la entrada del captador 9.

Finalmente, se determinó la evolución del espesor de la película líquida y el ángulo de mojado del PF dryout en diferentes secciones transversales a lo largo de la tubería, así como su impacto sobre los gradientes térmicos azimutales, a causa de la presencia de un CTC para cada fase.

## **7.2 VENTAJAS DEL CÓDIGO DESARROLLADO RESPECTO A RELAP5**

El modelo térmico del simulador nuclear RELAP5 es bastante completo, no obstante, no fue desarrollado para tomar en cuenta las características de la concentración solar que se presentan en sistemas solares como es la DNUFC. La modelación de la conducción de calor en RELAP5 es en dirección radial mientras que en este trabajo es en 2D y el cálculo de las pérdidas de calor se realiza en el mismo proceso iterativo; en RELAP5 se tiene que establecer una eficiencia de forma explícita. El simulador desarrollado en la presente tesis es capaz además de calcular el área de contacto de cada fase con la pared del tubo para determinar el CTC de cada fase, lo cual RELAP5 no hace. Otra diferencia muy relevante es que RELAP5 no identifica el PF dryout como tal sino que lo enmascara como un PF estratificado horizontal.

### **7.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

Para continuar con la línea de investigación relacionada con la simulación de los desarrollos de simuladores de GDV, se recomienda lo siguiente:

- Aplicar el modelo térmico de conducción de calor en forma tridimensional.
- Considerar la dependencia temporal de la DNUFC.
- Incorporar la condición de no equilibrio térmico para realizar estudios similares a los presentados en esta tesis.
- Incorporar la cubierta de vidrio del tubo receptor, involucrando los modelos térmicos y ópticos pertinentes.
- Adecuar el simulador desarrollado para analizar diferentes fluidos de trabajo (tablas de propiedades así como las ecuaciones constitutivas correspondientes).
- Analizar las deformaciones en el tubo absorbedor incorporando el modelo termoelástico pertinente.
- Realizar estudios experimentales para determinar correlaciones para los CTC en los CCP para todos los PF, incluyendo el dryout, y considerando una DNUFC.

# **CAPÍTULO 8.**

## **REFERENCIAS**

- [1] A.B. de Sá, V.C. Pigozzo Filho, L. Tadríst, J.C. Passos, Direct steam generation in linear solar concentration: Experimental and modeling investigation – A review, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 90 (2018) 910–936. doi:10.1016/j.rser.2018.03.075.
- [2] C. Marugán-Cruz, D. Serrano, J. Gómez-Hernández, S. Sánchez-Delgado, Solar multiple optimization of a DSG linear Fresnel power plant, *Energy Convers. Manag.* 184 (2019) 571–580. doi:10.1016/j.enconman.2019.01.054.
- [3] A. Giostri, M. Binotti, M. Astolfi, P. Silva, E. Macchi, G. Manzolini, Comparison of different solar plants based on parabolic trough technology, *Sol. Energy.* 86 (2012) 1208–1221. doi:10.1016/j.solener.2012.01.014.
- [4] C.K. Ho, *Software and codes for analysis of concentrating solar power technologies*, Albuquerque, NM, and Livermore, CA, 2008. doi:10.2172/946571.
- [5] Y. Qiu, M.J. Li, Y.L. He, W.Q. Tao, Thermal performance analysis of a parabolic trough solar collector using supercritical CO<sub>2</sub> as heat transfer fluid under non-uniform solar flux, *Appl. Therm. Eng.* 115 (2017) 1255–1265. doi:10.1016/j.applthermaleng.2016.09.044.
- [6] K. Wang, Y. He, Z. Cheng, A design method and numerical study for a new type parabolic trough solar collector with uniform solar flux distribution, *Sci. China Technol. Sci.* 57 (2014) 531–540. doi:10.1007/s11431-013-5452-6.
- [7] A. Sandá, S.L. Moya, L. Valenzuela, Modelling and simulation tools for direct steam generation in parabolic-trough solar collectors: A review, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 113 (2019) 109226. doi:10.1016/j.rser.2019.06.033.
- [8] E. Zarza Moya, *Generación directa de vapor con colectores solares cilindro parabólicos. Proyecto DIrect Solar Steam (DISS)*, Universidad de Sevilla, 2003. <http://www.tdx.cat/handle/10803/114351>.
- [9] M. Eck, E. Zarza, M. Eickhoff, J. Rheinlander, L. Valenzuela, Applied research concerning the direct steam generation in parabolic troughs, *Sol. Energy.* 74 (2003) 341–351. doi:10.1016/S0038-092X(03)00111-7.
- [10] L. Willwerth, J.F. Feldhoff, D. Krüger, L. Keller, M. Eickhoff, J. Krüger, Y. Pandian, J. Tiedemann, M. Succo, A. Khenissi, Experience of operating a solar parabolic trough direct steam generation power plant with superheating, *Sol. Energy.* 171 (2018) 310–319. doi:10.1016/j.solener.2018.06.089.
- [11] S. Ferchichi, H. Kessentini, S. Morales, L. Willwerth, J. Soares, J. Castro, C. Bouden, A. Oliveira, R. Ben Cheikh, Testing and modeling of direct steam generating parabolic trough collectors, in: *Proc. EuroSun 2018, International Solar Energy Society, Freiburg, Germany, 2018*: pp. 1–12. doi:10.18086/eurosun2018.10.02.
- [12] C. Ramos, R. Ramirez, J. Beltran, Potential assessment in Mexico for solar process heat applications in food and textile industries, *Energy Procedia.* 49 (2013) 1879–1884. doi:10.1016/j.egypro.2014.03.199.
- [13] R. Cundapí, Análisis termohidráulico de un sistema de generación directa de vapor mediante concentradores solares cilindro-parabólicos para calor de proceso industrial,

- Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica. Cenidet/TecNM, 2016.
- [14] R. Cundapí, S.L. Moya, L. Valenzuela, Approaches to modelling a solar field for direct generation of industrial steam, *Renew. Energy*. 103 (2017) 666–681. doi:10.1016/j.renene.2016.10.081.
- [15] C. Valenzuela, C. Felbol, G. Quiñones, L. Valenzuela, S.L. Moya, R.A. Escobar, Modeling of a small parabolic trough plant based in direct steam generation for cogeneration in the Chilean industrial sector, *Energy Convers. Manag.* 174 (2018) 88–100. doi:10.1016/j.enconman.2018.08.026.
- [16] M. Quirante, L. Valenzuela, Dimensioning a small-sized PTC solar field for heating and cooling of a hotel in Almería (Spain), *Energy Procedia*. 30 (2012) 967–973. doi:10.1016/j.egypro.2012.11.109.
- [17] V.H. Ransom, Course A - Numerical modeling of two-phase flows for presentation at ecole d'ete d'analyse numerique, 1989.
- [18] J.M. Quibén, L. Cheng, R.J. da Silva Lima, J.R. Thome, Flow boiling in horizontal flattened tubes: Part I - Two-phase frictional pressure drop results and model, *Int. J. Heat Mass Transf.* 52 (2009) 3634–3644. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.12.032.
- [19] J.G. Collier, J.R. Thome, Convective boiling and condensation, 3rd ed., Oxford : Clarendon Press ; New York : Oxford University Press, 1994.
- [20] F. Aguilar-Gastelum, S.L. Moya, O. Cazarez-Candia, L. Valenzuela, Theoretical study of direct steam generation in two parallel pipes, *Energy Procedia*. 57 (2014) 2265–2274. doi:10.1016/j.egypro.2014.10.234.
- [21] U. Minzer, D. Barnea, Y. Taitel, Evaporation in parallel pipes — splitting characteristics, *Int. J. Multiph. Flow*. 30 (2004) 763–777. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2004.04.006.
- [22] R. Almanza, G. Jiménez, A. Lentz, A. Valdés, A. Soria, DSG under two-phase and stratified flow in a steel receiver of a parabolic trough collector, *J. Sol. Energy Eng.* 124 (2002) 140. doi:10.1115/1.1463734.
- [23] A. Valdés, R. Almanza, A. Soria, Determining the deflection magnitude of a steel receiver from a DSG parabolic trough concentrator under stratified flow conditions, *Energy Procedia*. 57 (2014) 341–350. doi:10.1016/j.egypro.2014.10.039.
- [24] L. Li, Y. Li, J. Sun, Prospective fully-coupled multi-level analytical methodology for concentrated solar power plants: Applications, *Appl. Therm. Eng.* 118 (2017) 159–170. doi:10.1016/j.applthermaleng.2017.02.094.
- [25] A. Sandá, S.L. Moya, L. Valenzuela, R. Cundapí, Three-dimensional thermal modelling and heat transfer analysis in the heat collector element of parabolic-trough solar collectors, *Appl. Therm. Eng.* 189 (2021) 1–59. doi:10.1016/j.applthermaleng.2020.116457.
- [26] W. Heidemann, K. Spindler, E. Hahne, Steady-state and transient temperature field in the absorber tube of a direct steam generating solar collector, *Int. J. Heat Mass Transf.* 35

- (1992) 649–657. doi:10.1016/0017-9310(92)90124-B.
- [27] L. Li, J. Sun, Y. Li, Thermal load and bending analysis of heat collection element of direct-steam-generation parabolic-trough solar power plant, *Appl. Therm. Eng.* 127 (2017) 1530–1542. doi:10.1016/j.applthermaleng.2017.08.129.
- [28] J.J. Serrano-Aguilera, L. Valenzuela, L. Parras, Thermal 3D model for direct solar steam generation under superheated conditions, *Appl. Energy*. 132 (2014) 370–382. doi:10.1016/j.apenergy.2014.07.035.
- [29] Z. Wang, J. Ni, L. Zhao, S. Deng, D. Zhao, Simulation and optimization of parabolic trough receiver with non-uniform heat flux distribution: A review, *Energy Procedia*. 142 (2017) 700–707. doi:10.1016/j.egypro.2017.12.115.
- [30] J.A. Duffie, W.A. Beckman, *Solar engineering of thermal processes*, 4th ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, 2013. doi:10.1002/9781118671603.
- [31] S.A. Kalogirou, *Solar energy engineering: Processes and systems*, 2009. doi:10.1016/B978-0-12-374501-9.00014-5.
- [32] Y.-L. He, K. Wang, Y. Qiu, B.-C. Du, Q. Liang, S. Du, Review of the solar flux distribution in concentrated solar power: Non-uniform features, challenges, and solutions, *Appl. Therm. Eng.* 149 (2019) 448–474. doi:10.1016/j.applthermaleng.2018.12.006.
- [33] R. Silva, M. Pérez, A. Fernández-García, Modeling and co-simulation of a parabolic trough solar plant for industrial process heat, *Appl. Energy*. 106 (2013) 287–300. doi:10.1016/j.apenergy.2013.01.069.
- [34] T. Wendelin, A. Dobos, A. Lewandowski, T. Wendelin, A. Dobos, *SolTrace : A ray-tracing code for complex solar optical systems SolTrace: A ray-tracing code for complex solar optical systems*, Colorado, 2013. doi:10.2172/1260924.
- [35] W. Pei, X. Chang, C. Jiaru, G. Su, Z. Liang, W. Xiangyan, Application of field theory on the non-uniform thermal boundary condition analysis on a parabolic trough collectors, in: *2016 IEEE Int. Conf. Power Renew. Energy*, IEEE, 2016: pp. 589–593. doi:10.1109/ICPRE.2016.7871144.
- [36] I. Martínez, R. Almanza, M.D. Durán, M. Sánchez, Annular two-phase flow regimen in direct steam generation for a low-power solar system, in: J. Klapp, A. Medina (Eds.), *Exp. Comput. Fluid Mech.*, Springer International Publishing, Switzerland, 2014: pp. 157–174. doi:10.1007/978-3-319-00116-6.
- [37] S.M. Akbarimoosavi, M. Yaghoubi, 3D thermal-structural analysis of an absorber tube of a parabolic trough collector and the effect of tube deflection on optical efficiency, *Energy Procedia*. 49 (2013) 2433–2443. doi:10.1016/j.egypro.2014.03.258.
- [38] Z. Wu, D. Lei, G. Yuan, J. Shao, Y. Zhang, Z. Wang, Structural reliability analysis of parabolic trough receivers, *Appl. Energy*. 123 (2014) 232–241. doi:10.1016/j.apenergy.2014.02.068.
- [39] J.R. Thome, Post Dryout Heat Transfer, in: *Wolverine Tube Inc (Ed.), Eng. Data B. III*,

- 2010: pp. 1–31. <http://www.wlv.com/products/databook/db3/data/db3ch18.pdf>.
- [40] S. Talebi, H. Kazeminejad, H. Davilu, Prediction of dryout and post-dryout wall temperatures using film thickness model, *Nucl. Eng. Des.* 244 (2012) 73–82. doi:10.1016/j.nucengdes.2011.12.032.
- [41] A. Mosyak, G. Hetsroni, Analysis of dryout in horizontal and inclined tubes, *Int. J. Multiph. Flow.* 25 (1999) 1521–1543. doi:10.1016/S0301-9322(98)00081-0.
- [42] N. Hoyer, Calculation of dryout and post-dryout heat transfer for tube geometry, *Int. J. Multiph. Flow.* 24 (1998) 319–334. doi:10.1016/S0301-9322(97)00057-8.
- [43] J. Shi, B. Sun, G. Zhang, F. Song, L. Yang, Prediction of dryout and post-dryout wall temperature at different operating parameters for once-through steam generators, *Int. J. Heat Mass Transf.* 103 (2016) 66–76. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.07.027.
- [44] J. Shi, B. Sun, W. Han, G. Zhang, Y. Li, L. Yang, Numerical simulation of dryout and post-dryout heat transfer in a straight-pipe once-through steam generator, *Appl. Therm. Eng.* 105 (2016) 132–141. doi:10.1016/j.applthermaleng.2016.05.145.
- [45] S.S. Marathe, R.L. Webb, Prediction of dryout vapor quality for annular two-phase flow in tubes, *Appl. Therm. Eng.* 28 (2008) 691–698. doi:10.1016/j.applthermaleng.2007.06.012.
- [46] M. Eck, W.-D. Steinmann, Modeling and design of direct solar steam generating collector fields, in: *Int. Sol. Energy Conf.*, 2004: pp. 615–624. doi:10.1115/ISEC2004-65040.
- [47] M. Eck, W.-D. Steinmann, Modelling and design of direct solar steam generating collector fields, *J. Sol. Energy Eng.* 127 (2005) 371–380. doi:10.1115/1.1849225.
- [48] A.A. Hachicha, Numerical simulation of a parabolic trough solar collector for hot water and steam generation, in: *AIP Conf. Proc.*, 2016. doi:10.1063/1.4949160.
- [49] J. Lu, J. Ding, J. Yang, X. Yang, Nonuniform heat transfer model and performance of parabolic trough solar receiver, *Energy.* 59 (2013) 666–675. doi:10.1016/j.energy.2013.07.052.
- [50] D. Lei, X. Fu, Y. Ren, F. Yao, Z. Wang, Temperature and thermal stress analysis of parabolic trough receivers, *Renew. Energy.* 136 (2019) 403–413. doi:10.1016/j.renene.2019.01.021.
- [51] Y. Wang, Q. Liu, J. Lei, H. Jin, Performance analysis of a parabolic trough solar collector with non-uniform solar flux conditions, *Int. J. Heat Mass Transf.* 82 (2015) 236–249. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.11.055.
- [52] J. Lu, Q. Yuan, J. Ding, W. Wang, J. Liang, Experimental studies on nonuniform heat transfer and deformation performances for trough solar receiver, *Appl. Therm. Eng.* 109 (2016) 497–506. doi:10.1016/j.applthermaleng.2016.08.096.
- [53] Z.D. Cheng, Y.L. He, F.Q. Cui, R.J. Xu, Y.B. Tao, Numerical simulation of a parabolic trough solar collector with nonuniform solar flux conditions by coupling FVM and MCRT method, *Sol. Energy.* 86 (2012) 1770–1784. doi:10.1016/j.solener.2012.02.039.

- [54] M. Wirz, M. Roesle, A. Steinfeld, Three-dimensional optical and thermal numerical model of solar tubular receivers in parabolic trough concentrators, *J. Sol. Energy Eng.* 134 (2012) 041012. doi:10.1115/1.4007494.
- [55] Z. Wu, S. Li, G. Yuan, D. Lei, Z. Wang, Three-dimensional numerical study of heat transfer characteristics of parabolic trough receiver, *Appl. Energy.* 113 (2014) 902–911. doi:10.1016/j.apenergy.2013.07.050.
- [56] N. Abed, I. Afgan, An extensive review of various technologies for enhancing the thermal and optical performances of parabolic trough collectors, *Int. J. Energy Res.* 44 (2020) 5117–5164. doi:10.1002/er.5271.
- [57] S.L. Moya, L. Valenzuela, E. Zarza, Numerical study of the thermal-hydraulic behavior of water-steam flow in the absorber tube of the DISS system using RELAP, in: 17th SolarPACES Conf., Gradana, 2011: p. 8pp.
- [58] L. Valenzuela, J. Saynes, S.L. Moya, Análisis termo-hidráulico de captadores solares cilindroparábolicos para generación directa de vapor con RELAP5, *Tecnol. y Ciencias Del Agua.* VII (2016) 75–91. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=353546192005>.
- [59] M.H. Abedini-Sanigy, F. Ahmadi, E. Goshtasbirad, M. Yaghoubi, Thermal stress analysis of absorber tube for a parabolic collector under quasi-steady state condition, *Energy Procedia.* 69 (2015) 3–13. doi:10.1016/j.egypro.2015.03.002.
- [60] S. Khanna, S. Singh, S.B. Kedare, Explicit expressions for temperature distribution and deflection in absorber tube of solar parabolic trough concentrator, *Sol. Energy.* 114 (2015) 289–302. doi:10.1016/j.solener.2015.01.044.
- [61] S. Khanna, V. Sharma, S.B. Kedare, S. Singh, Experimental investigation of the bending of absorber tube of solar parabolic trough concentrator and comparison with analytical results, *Sol. Energy.* 125 (2016) 1–11. doi:10.1016/j.solener.2015.11.046.
- [62] S. Khanna, S. Newar, V. Sharma, P.K. Panigrahi, T.K. Mallick, Deformation of receiver in solar parabolic trough collector due to non uniform temperature and solar flux distribution and use of bimetallic absorber tube with multiple supports, *Energy.* 165 (2018) 1078–1088. doi:10.1016/j.energy.2018.09.145.
- [63] V. Flores, R. Almanza, Behavior of the compound wall copper-steel receiver with stratified two-phase flow regimen in transient states when solar irradiance is arriving on one side of receiver, *Sol. Energy.* 76 (2004) 195–198. doi:10.1016/j.solener.2003.08.015.
- [64] S. Khanna, S.B. Kedare, S. Singh, Deflection and stresses in absorber tube of solar parabolic trough due to circumferential and axial flux variations on absorber tube supported at multiple points, *Sol. Energy.* 99 (2014) 134–151. doi:10.1016/j.solener.2013.11.005.
- [65] O. Flores, C. Marugán-Cruz, D. Santana, M. García-Villalba, Thermal stresses analysis of a circular tube in a central receiver, *Energy Procedia.* 49 (2014) 354–362. doi:10.1016/j.egypro.2014.03.038.
- [66] C. Marugán-Cruz, O. Flores, D. Santana, M. García-Villalba, Heat transfer and thermal

- stresses in a circular tube with a non-uniform heat flux, *Int. J. Heat Mass Transf.* 96 (2016) 256–266. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.01.035.
- [67] W.C. Reynolds, Turbulent heat transfer in a circular tube with variable circumferential heat flux, *Int. J. Heat Mass Transf.* 6 (1963) 445–454. doi:10.1016/0017-9310(63)90119-4.
- [68] I.F. Okafor, J. Dirker, J.P. Meyer, Influence of circumferential solar heat flux distribution on the heat transfer coefficients of linear Fresnel collector absorber tubes, *Sol. Energy.* 107 (2014) 381–397. doi:10.1016/j.solener.2014.05.011.
- [69] I.F. Okafor, J. Dirker, J.P. Meyer, Influence of non-uniform heat flux distributions on the secondary flow, convective heat transfer and friction factors for a parabolic trough solar collector type absorber tube, *Renew. Energy.* 108 (2017) 287–302. doi:10.1016/j.renene.2017.02.053.
- [70] L. Xu, W. Stein, J.S. Kim, Y.C.S. Too, M. Guo, Z. Wang, Transient numerical model for the thermal performance of the solar receiver, *Appl. Therm. Eng.* 141 (2018) 1035–1047. doi:10.1016/j.applthermaleng.2018.05.112.
- [71] Z.D. Cheng, Y.L. He, J. Xiao, Y.B. Tao, R.J. Xu, Three-dimensional numerical study of heat transfer characteristics in the receiver tube of parabolic trough solar collector, *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 37 (2010) 782–787. doi:10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.05.002.
- [72] I. Martínez, R. Almanza, Experimental and theoretical analysis of annular two-phase flow regimen in direct steam generation for a low-power system, *Sol. Energy.* 81 (2007) 216–226. doi:10.1016/j.solener.2006.03.014.
- [73] Y. Wang, J. Xu, Q. Liu, Y. Chen, H. Liu, Performance analysis of a parabolic trough solar collector using Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/synthetic oil nanofluid, *Appl. Therm. Eng.* 107 (2016) 469–478. doi:10.1016/j.applthermaleng.2016.06.170.
- [74] L. Li, J. Sun, Y. Li, Prospective fully-coupled multi-level analytical methodology for concentrated solar power plants: General modelling, *Appl. Therm. Eng.* 118 (2017) 171–187. doi:10.1016/j.applthermaleng.2017.02.086.
- [75] J.J. Serrano-Aguilera, L. Valenzuela, L. Parras, Thermal hydraulic RELAP5 model for a solar direct steam generation system based on parabolic troughs collectors operating in once-through mode, *Energy.* 133 (2017) 796–807. doi:10.1016/j.energy.2017.05.156.
- [76] L. Xu, W. Stein, J.S. Kim, Z. Wang, Three-dimensional transient numerical model for the thermal performance of the solar receiver, *Renew. Energy.* 120 (2018) 550–566. doi:10.1016/j.renene.2017.12.055.
- [77] N. Özışık, *Heat Conduction*, Second, John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [78] D.W. Hahn, M.N. Özışık, *Heat Conduction*, Third Edit, John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [79] S. Khanna, V. Sharma, S. Singh, S.B. Kedare, Explicit expression for temperature distribution of receiver of parabolic trough concentrator considering bimetallic absorber tube, *Appl. Therm. Eng.* 103 (2016) 323–332. doi:10.1016/j.applthermaleng.2016.04.110.

- [80] H. Liang, S. You, H. Zhang, Comparison of different heat transfer models for parabolic trough solar collectors, *Appl. Energy*. 148 (2015) 105–114. doi:10.1016/j.apenergy.2015.03.059.
- [81] S.D. Odeh, G.L. Morrison, M. Behnia, Modelling of parabolic trough direct steam generation solar collectors, *Sol. Energy*. 62 (1998) 395–406. doi:10.1016/S0038-092X(98)00031-0.
- [82] A. Mohamad, J. Orfi, H. Alansary, Heat losses from parabolic trough solar collectors, *Int. J. Energy Res.* 38 (2014) 20–28. doi:10.1002/er.3010.
- [83] S.D. Odeh, M. Behnia, G.L. Morrison, Hydrodynamic analysis of direct steam generation solar collectors, *J. Sol. Energy Eng.* 122 (2000) 14. doi:10.1115/1.556273.
- [84] R. Xu, T.F. Wiesner, Closed-form modeling of direct steam generation in a parabolic trough solar receiver, *Energy*. 79 (2015) 163–176. doi:10.1016/j.energy.2014.11.004.
- [85] A.M. Elsafi, On thermo-hydraulic modeling of direct steam generation, *Sol. Energy*. 120 (2015) 636–650. doi:10.1016/j.solener.2015.08.008.
- [86] J.J. Serrano-Aguilera, L. Valenzuela, Transient validation of RELAP5 model with the DISS facility in once through operation mode, *AIP Conf. Proc.* 1734 (2016). doi:10.1063/1.4949097.
- [87] A. Hoffmann, B. Merk, T. Hirsch, Simulation of thermal fluid dynamics in parabolic trough receiver tubes with direct steam generation using the computer code ATHLET, *Kerntechnik*. 79 (2014) 175–186.
- [88] D.H. Lobón, E. Baglietto, L. Valenzuela, E. Zarza, Modeling direct steam generation in solar collectors with multiphase CFD, *Appl. Energy*. 113 (2014) 1338–1348. doi:10.1016/j.apenergy.2013.08.046.
- [89] D.H. Lobón, L. Valenzuela, E. Baglietto, Modeling the dynamics of the multiphase fluid in the parabolic-trough solar steam generating systems, *Energy Convers. Manag.* 78 (2014) 393–404. doi:10.1016/j.enconman.2013.10.072.
- [90] A.A. Hachicha, I. Rodríguez, C. Ghenai, Thermo-hydraulic analysis and numerical simulation of a parabolic trough solar collector for direct steam generation, *Appl. Energy*. 214 (2018) 152–165. doi:10.1016/j.apenergy.2018.01.054.
- [91] A.A. Hachicha, Thermo-hydraulic modelling for direct steam generation, *Energy Procedia*. 143 (2017) 705–712. doi:10.1016/j.egypro.2017.12.750.
- [92] R. Cundapí, S.L. Moya, O. Cazarez, Analytical solution of the transient heat conduction in the absorber tube of a parabolic trough solar collector under quasi-steady conditions, *J. Sol. Energy Eng.* 143 (2021) 1–43. doi:10.1115/1.4048549.
- [93] O.C. Benítez-Centeno, O. Cazarez-Candia, S.L. Moya-Acosta, Slug flow model using the two fluid approach, in: J. Klapp, A. Cros, O.V. Fuentes, C. Stern, M.A.R. Meza (Eds.), *Exp. Theor. Adv. Fluid Dyn.*, Springer Berlin Heidelberg, 2012: pp. 295–302. doi:10.1007/978-3-642-17958-7\_24.

- [94] O. Cazarez-Candia, G. Espinosa-Paredes, Numerical study of stratified gas-liquid flow, *Pet. Sci. Technol.* 26 (2008) 64–76. doi:10.1080/10916460600705774.
- [95] X. Wang, X. Sun, A characteristic analysis of one-dimensional two-fluid model with interfacial area transport equation, *J. Appl. Math.* 2010 (2010). doi:10.1155/2010/476839.
- [96] M. López de Bertodano, W. Fullmer, A. Clause, V.H. Ransom, Two-fluid model stability, simulation and chaos, Springer International Publishing, Cham, 2017. doi:10.1007/978-3-319-44968-5.
- [97] O.C. Benítez Centeno, Modelación de flujo bifásico a través de pozos petroleros, Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica. Cenidet/TecNM, 2004.
- [98] P. Mendoza Maya, Simulación de flujo bifásico con el modelo de uno y dos fluidos, Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica. Cenidet/TecNM, 2007.
- [99] M. Jerez-Carrizales, J.E. Jaramillo, D. Fuentes, Prediction of multiphase flow in pipelines: Literature review, *Ing. y Cienc.* 11 (2015) 213–233. doi:10.17230/ingciencia.11.22.10.
- [100] S. Morales-Ruiz, J. Rigola, I. Rodriguez, A. Oliva, Numerical resolution of the liquid-vapour two-phase flow by means of the two-fluid model and a pressure based method, *Int. J. Multiph. Flow.* 43 (2012) 118–130. doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2012.03.004.
- [101] R. Forristall, Heat transfer analysis and modeling of a parabolic trough solar receiver implemented in engineering equation solver, 2003. <http://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/34169.pdf>.
- [102] G.B. Arfken, H.J. Weber, *Mathematical methods for physicists*, Sixth, Elsevier Academic Press, San Diego, 2005.
- [103] M. Abramowitz, I.A. Stegun, D. Miller, *Handbook of Mathematical functions with formulas, graphs and Mathematical tables (National Bureau of Standards Applied Mathematics Series No. 55)*, *J. Appl. Mech.* 32 (1965) 239. doi:10.1115/1.3625776.
- [104] Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, RELAP5-3D© code manual volume I: Code structure, system models, and solution methods, Idaho Falls, 2002.
- [105] Idaho National Laboratory, RELAP5-3D© code manual. Volume IV: Models and correlations, Idaho Falls, 2012.
- [106] R.T.J. Lahey, ed., *Boiling heat transfer: Modern development and Advances*, Elsevier Science Publishers B.V., 1992.
- [107] U. S. Nuclear Regulatory Commission, RELAP5/MOD3.3 code manual volume I: Code structure, system models, and solution methods, Idaho Falls, 2001.
- [108] R.T. Lahey, D.A. Drew, The three-dimensional time and volume averaged conservation equations of two-phase flow, in: 1988: pp. 1–69. doi:10.1007/978-1-4613-9925-4\_1.
- [109] Idaho National Laboratory, RELAP5-3D © code manual volume I: Code structure, system models and solution methods, Idaho Falls, 2012.

- [110] V.H. Ransom, D.L. Hicks, Hyperbolic two-pressure models for two-phase flow, *J. Comput. Phys.* 53 (1984) 124–151. doi:10.1016/0021-9991(84)90056-1.
- [111] V.A. Mousseau, Implicitly balanced solution of the two-phase flow equations coupled to nonlinear heat conduction, 200 (2004) 104–132. doi:10.1016/j.jcp.2004.03.009.
- [112] G.A. Roth, F. Aydogan, Theory and implementation of nuclear safety system codes - Part I: Conservation equations, flow regimes, numerics and significant assumptions, *Prog. Nucl. Energy.* 76 (2014) 160–182. doi:10.1016/j.pnucene.2014.05.011.
- [113] J.J. Jeong, Constitutive equations, in: *Therm. WATER Cool. Nucl. React.*, Elsevier Ltd., 2017: pp. 549–594. doi:10.1016/B978-0-08-100662-7.00009-9.
- [114] U. S. Nuclear Regulatory Commission, RELAP5/MOD3.3 Code Manual Volume IV: Models and correlations, Nuclear Safety Analysis Division, Idaho Falls, 2001.
- [115] Y. Taitel, A.E. Dukler, A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-liquid Flow, *AIChE J.* 22 (1976) 47–55.
- [116] L. Wojtan, T. Ursenbacher, J.R. Thome, Investigation of flow boiling in horizontal tubes: Part I - A new diabatic two-phase flow pattern map, *Int. J. Heat Mass Transf.* 48 (2005) 2955–2969. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.12.012.
- [117] L. Wojtan, T. Ursenbacher, J.R. Thome, Investigation of flow boiling in horizontal tubes: Part II - Development of a new heat transfer model for stratified-wavy, dryout and mist flow regimes, *Int. J. Heat Mass Transf.* 48 (2005) 2970–2985. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.12.013.
- [118] L. Wojtan, Experimental and Analytical Investigation of Void Fraction and Heat Transfer During Evaporation in Horizontal Tubes, 2004. doi:10.5075/epfl-thesis-2978.
- [119] J.R. Thome, J. El Hajal, A. Cavallini, Condensation in horizontal tubes, part 2: New heat transfer model based on flow regimes, *Int. J. Heat Mass Transf.* 46 (2003) 3365–3387. doi:10.1016/S0017-9310(03)00140-6.
- [120] G.A. Roth, F. Aydogan, Theory and implementation of nuclear safety system codes - Part II: System code closure relations, validation, and limitations, *Prog. Nucl. Energy.* 76 (2014) 55–72. doi:10.1016/j.pnucene.2014.05.003.
- [121] D.H. Lee, D.-H. Lee, J.J. Jeong, K.D. Kim, On the Partition Method of Frictional Pressure Drop for Dispersed Two-Phase Flows in the RELAP5/MOD3, TRACE V5, and SPACE Codes, *Nucl. Technol.* 198 (2017) 79–84. doi:10.1080/00295450.2017.1287503.
- [122] A.K. Vij, W.E. Dunn, Modeling of two-phase flows in horizontal tubes, 1996.
- [123] N. Brauner, D. Moalem Maron, Stability analysis of stratified liquid-liquid flow, *Int. J. Multiph. Flow.* 18 (1992) 103–121. doi:10.1016/0301-9322(92)90009-6.
- [124] M. Bonizzi, P. Andreussi, S. Banerjee, Flow regime independent, high resolution multi-field modelling of near-horizontal gas-liquid flows in pipelines, *Int. J. Multiph. Flow.* 35 (2009) 34–46. doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.09.001.

- [125] T. Höhne, J. Mehlhoop, Validation of closure models for interfacial drag and turbulence in numerical simulations of horizontal stratified gas–liquid flows, *Int. J. Multiph. Flow.* 62 (2014) 1–16. doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2014.01.012.
- [126] V. Stevanovic, M. Studovic, A simple model for vertical annular and horizontal stratified two-phase flows with liquid entrainment and phase transitions: one-dimensional steady state conditions, *Nucl. Eng. Des.* 154 (1995) 357–379. doi:10.1016/0029-5493(94)00925-O.
- [127] S.S. Agrawal, G.A. Gregory, G.W. Govier, An Analysis of Horizontal Stratified Two Phase Flow in Pipes, *Chadian Ioirmrl Chem. Eng.* 51 (1973) 280–286. doi:https://doi.org/10.1002/cjce.5450510303.
- [128] N. Andritsos, T.J. Hanratty, Influence of Interfacial Waves in Stratified Gas-Liquid Flows, *AIChE J.* 33 (1987) 444–454. doi:10.1002/aic.690330310.
- [129] H. Staedtke, G. Franchello, B. Worth, U. Graf, P. Romstedt, A. Kumbaro, J. García-Cascales, H. Paillre, H. Deconinck, M. Ricchiuto, B. Smith, F. De Cachard, E.F. Toro, E. Romenski, S. Mimouni, Advanced three-dimensional two-phase flow simulation tools for application to reactor safety (ASTAR), *Nucl. Eng. Des.* 235 (2005) 379–400. doi:10.1016/j.nucengdes.2004.08.052.
- [130] P. Wu, X. Xiong, J. Shan, J. Gou, B. Zhang, B. Zhang, Improvement and validation of the wall heat transfer package of RELAP5/MOD3.3, *Nucl. Eng. Des.* 310 (2016) 418–428. doi:https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2016.10.049.
- [131] J.C. Chen, Correlation for boiling heat transfer to saturated fluids in convective flow, *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 5 (1966) 322–329.
- [132] J.C. Chen, A short review of dispersed flow heat transfer in post-dryout boiling, *Nucl. Eng. Des.* 95 (1986) 375–383.
- [133] W. Chen, X. Fang, A note on the Chen correlation of saturated flow boiling heat transfer, *Int. J. Refrig.* 48 (2014) 100–104. doi:10.1016/j.ijrefrig.2014.09.008.
- [134] D.C. Groeneveld, J.Q. Shan, A.Z. Vasić, L.K.H. Leung, A. Durmayaz, J. Yang, S.C. Cheng, A. Tanase, The 2006 CHF look-up table, *Nucl. Eng. Des.* 237 (2007) 1909–1922. doi:10.1016/j.nucengdes.2007.02.014.
- [135] Y.A. Çengel, M.A. Boles, *Termodinámica*, 7th ed., 2012.
- [136] J. Bonilla, L. Jose, Parabolic-trough solar thermal power plant simulation scheme , multi-objective genetic algorithm calibration and validation, 86 (2012) 531–540. doi:10.1016/j.solener.2011.10.025.
- [137] M. Ishii, T. Hibiki, *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow*, 2006. doi:10.1007/978-0-387-29187-1.
- [138] RELAP, VOLUME III: DEVELOPMENTAL ASSESSMENT PROBLEMS, III (2001).
- [139] V.H. Ransom, *Hyperbolic Two-Pressure Models for Two- Phase Flow Revisited*, J.

- Comput. Phys. 75 (1988) 498–504.
- [140] F.P. Incropera, D.P. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, Sixth, 2007. doi:10.1016/j.applthermaleng.2011.03.022.
- [141] S.A. Kalogirou, A detailed thermal model of a parabolic trough collector receiver, Energy. 48 (2012) 298–306. doi:10.1016/j.energy.2012.06.023.
- [142] A.A. Hachicha, I. Rodriguez, R. Capdevila, A. Oliva, Heat transfer analysis and numerical simulation of a parabolic trough solar collector, Appl. Energy. 111 (2013) 581–592. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.04.067.
- [143] R.V. Padilla, G. Demirkaya, D.Y. Goswami, E. Stefanakos, M.M. Rahman, Heat transfer analysis of parabolic trough solar receiver, Appl. Energy. 88 (2011) 5097–5110. doi:10.1016/j.apenergy.2011.07.012.
- [144] E. Guadamud, A. Oliva, O. Lehmkuhl, I. Rodriguez, I. González, Thermal analysis of a receiver for Linear Fresnel reflectors, Energy Procedia. 69 (2015) 405–414. doi:10.1016/j.egypro.2015.03.047.
- [145] J.H. Mathews, K.D. Fink, Métodos Numéricos con Matlab, 3rd ed., Prentice Hall, 2000.

# **CAPÍTULO 9.**

## **APÉNDICES**

## 9.1 APÉNDICE A: SOLUCIÓN ANALÍTICA DETALLADA DEL MODELO DE CONDUCCIÓN DE CALOR EN EL TUBO ABSORBEDOR

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = 0 \quad \text{para } r_{a,i} < r < r_{a,e}; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (9.1)^{32}$$

Que es la Ecuación Homogénea de conducción de calor en coordenadas cilíndricas. Siguiendo con la metodología encontrada en Özişik [77] y Hahn y Özişik [78], la Ec. (9.1) es una EDP que depende de las coordenadas  $r$  y  $\varphi$ , y es posible separarla en dos ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) en la que cada una depende de sólo una coordenada mediante el método de separación de variables. La Ec. (9.2) muestra la sustitución para efectuar la separación de variables.

$$T(r, \varphi) = R(r)\Phi(\varphi) \quad (9.2)$$

Sustituyendo la Ec. (9.2) en la Ec. (9.1) y después dividiendo entre la Ec. (9.2) tenemos:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{R(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\Phi(\varphi)} \frac{\partial^2 \Phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (9.3)$$

Si se hace que el tercer término de la Ec. (9.3) sea igual a una constante arbitraria  $-\frac{\nu^2}{r^2}$  se pueden obtener las dos EDO siguientes:

$$\frac{d^2 \Phi(\nu, \varphi)}{d\varphi^2} + \nu^2 \Phi(\nu, \varphi) = 0 \quad (9.4)$$

$$\frac{d^2 R_\nu(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_\nu(r)}{dr} - \frac{\nu^2}{r^2} R_\nu(r) = 0 \quad (9.5)$$

Donde la solución de la Ec. (9.4) tiene la siguiente forma:

---

<sup>32</sup> Debido a que este procedimiento fue obtenido antes de definir la nomenclatura final, aquí se maneja  $a$  y  $b$  como los radios internos y externos del tubo absorbedor en lugar de  $r_{a,i}$  y  $r_{a,e}$ , respectivamente. Lo mismo pasa con  $\nu$  para el caso estacionario, debe ser  $n$ .

$$\Phi(\nu, \varphi) = C_1 \text{sen}(\nu\varphi) + C_2 \cos(\nu\varphi) \quad \text{para } \nu = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (9.6)$$

Mientras que la solución para la Ec. (9.5) tiene dos formas posibles, dependiendo del valor de  $\nu$ :

$$R_\nu(r) = \begin{cases} C_3 + C_4 \ln r & \text{para } \nu = 0 \\ C_5 r^\nu + C_6 r^{-\nu} & \text{para } \nu \geq 1 \end{cases} \quad (9.7)$$

$$(9.8)$$

Donde los valores de  $\nu$  son enteros. Prácticamente lo que la Ec. (9.7) muestra es la parte de  $R_\nu(r)$  que es independiente de  $\nu$ , mientras que la Ec. (9.8) muestra la parte de  $R_\nu(r)$  que depende de  $\nu$ .

Ahora bien, la solución para  $T(r, \varphi)$  dada por la Ec. (9.2) es construida a partir de las Ecs. (9.6)-(9.8). Por otra parte, se debe tener en cuenta que la función es ortogonal en dirección  $\varphi$ , además que es periódica con periodo  $2\pi$ .

$$T(r, \varphi) = \sum_{\nu=0}^{\infty} R_\nu(r) \Phi(\nu, \varphi) \quad (9.9)$$

Donde las constantes de las Ecs. (9.6)-(9.8) se determinan a partir de las condiciones de frontera (CF) dadas en el problema. En general este problema puede contener 9 combinaciones distintas de CF-NH (aunque particularmente se pueden tener 36 – combinando NH-NH, NH-H, H-NH y H-H)<sup>33</sup>.

Para este estudio en particular se considera que la frontera interna de la tubería tiene convección hacia un fluido con coeficiente de transferencia de calor  $h_f$  constante y temperatura del fluido  $T_f(\varphi)$  variable en la dirección azimutal – ver Ec. (2.2); mientras que en la frontera externa se tiene un flujo de calor total  $Q_T(\varphi)$ , que resulta de la radiación solar menos las pérdidas hacia el ambiente por convección y radiación, y que depende de la dirección azimutal, debido a la distribución no uniforme de la radiación solar concentrada sobre el tubo absorbedor.

<sup>33</sup> H representa a una CF homogénea, mientras que NH representa a una CF no homogénea.

Considerando el caso particular que se muestra en la Figura 9.1 donde se tienen dos CF-NH en dirección  $r$ . Este problema puede ser resuelto usando el principio de superposición. Como se muestra en la Figura 9.2. Y las soluciones para cada caso se detallarán a continuación.

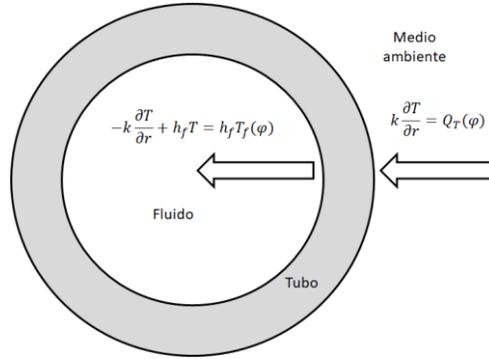


Figura 9.1. CF-NH en  $r = a$  y CF-NH en  $r = b$ .

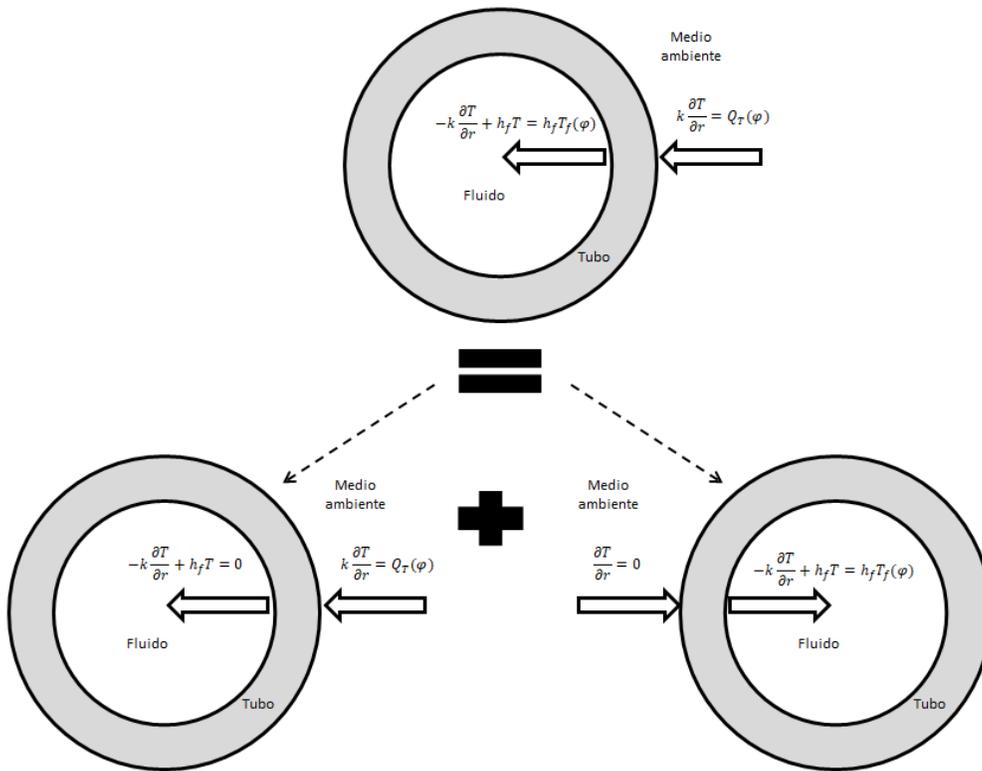


Figura 9.2. Separación de las dos CF-NH aplicando el principio de superposición.

### Parte 1. CF-H en $r = a$ y CF-NH en $r = b$

Tomando el caso de la Figura 9.2 (inferior izquierda), en donde se considera que en  $r = a$  se tiene una CF-H de tercera clase, mientras que en  $r = b$  se tiene una CF-NH de segunda clase, como se muestran en las Ecs. (2.2) y (2.3), respectivamente:

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} + h_f T = 0 \quad \text{en } r = a \quad (9.10)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = Q_T(\varphi) \quad \text{en } r = b \quad (9.11)$$

Con base en estas CF se obtendrán las constantes de las Ecs. (9.6)–(9.8).

Para el caso particular de  $\nu = 0$ , la Ec. (9.6) se simplifica a la Ec. (9.12) para  $\Phi(\nu, \varphi)$ , y para  $R_\nu(r)$  se toma la Ec. (9.7).

$$\Phi(\nu, \varphi) = C_2 \quad (9.12)$$

Considerando lo anterior la Ec. (9.9) queda:

$$T(r, \varphi) = C_{2,3} + C_{2,4} \ln r \quad (9.13)$$

donde  $C_{2,3} = C_2 C_3$  y  $C_{2,4} = C_2 C_4$ .

Sustituyendo la Ec. (9.13) en la Ec. (9.10) tenemos:

$$-C_{2,4} \frac{k}{a} + C_{2,3} h_f + C_{2,4} h_f \ln a = 0$$

Despejando  $\frac{C_{2,4}}{C_{2,3}}$  tenemos:

$$\frac{C_{2,4}}{C_{2,3}} = \frac{a h_f}{k - a h_f \ln a}$$

Sustituyendo en la Ec. (9.13) nos da:

$$T(r, \varphi) = C_{2,3} \left( 1 + \frac{ah_f}{k - ah_f \ln a} \ln r \right) \quad (9.14)$$

Ahora se sustituye la Ec. (9.14) en la Ec. (9.11)

$$k \left[ C_{2,3} \frac{ah_f}{k - ah_f \ln a} \left( \frac{1}{b} \right) \right] = Q_T(\varphi)$$

Multiplicando ahora por  $\int_{\varphi'=0}^{2\pi} d\varphi'$

$$\int_{\varphi'=0}^{2\pi} k \left[ C_{2,3} \frac{ah_f}{k - ah_f \ln a} \left( \frac{1}{b} \right) \right] d\varphi' = \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi'$$

Ahora se puede despejar  $C_{2,3}$ , lo que resulta:

$$C_{2,3} = \frac{b(k - ah_f \ln a)}{2\pi ah_f k} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi' \quad (9.15)$$

Sustituyendo la Ec. (9.15) en la Ec. (9.14) se obtiene la ecuación para la temperatura.

$$T(r, \varphi) = \frac{b}{2\pi ah_f k} \left( k + ah_f \ln \frac{r}{a} \right) \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi' \quad \text{para } v = 0 \quad (9.16)$$

Para este caso particular, se nota que si  $Q_T$  fuera constante, es decir no dependiera de  $\varphi$ , la temperatura sería independiente de la dirección azimutal, lo que nos daría isothermas concéntricas.

Para el caso en el que  $v \geq 1$  se seguirá un procedimiento un poco distinto debido a la ortogonalidad y periodicidad  $2\pi$  en la dirección azimutal. Para este caso se tomarán las Ecs. (9.6) y (9.8), y además se sustituye la Ec. (9.2) en la Ec. (9.10) para poder relacionar las constantes  $C_5$  y  $C_6$  de la Ec. (9.8), ya que solo tenemos CF en dirección  $r$ .

$$-k \frac{dR}{dr} + h_f R = 0 \quad \text{en } r = a \quad (9.17)$$

Mientras que la CF en  $r = b$  queda igualmente definida por la Ec. (9.11). Ahora bien, sustituyendo la Ec. (9.8) en la Ec. (9.17) tenemos:

$$-k \left( \frac{C_5 \nu a^\nu}{a} - \frac{C_6 \nu a^{-\nu}}{a} \right) + C_5 h_f a^\nu + C_6 h_f a^{-\nu} = 0$$

Despejado  $\frac{C_6}{C_5}$

$$\frac{C_6}{C_5} = \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu}$$

Factorizando  $C_5$  de la Ec. (9.8) y sustituyendo la ecuación anterior tenemos:

$$R_\nu(r) = C_5 \left( r^\nu + \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu} r^{-\nu} \right) \quad (9.18)$$

Construyendo la solución para  $T(r, \varphi)$  como en la Ec. (9.9), con base en las Ecs. (9.6) y (9.18) se tiene la Ec. (9.19).

$$T(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \left( r^\nu + \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu} r^{-\nu} \right) (C_{1,5} \sin \nu\varphi + C_{2,5} \cos \nu\varphi) \right] \quad (9.19)$$

donde  $C_{1,5} = C_1 C_5$  y  $C_{2,5} = C_2 C_5$ , lo que hace que agrupe la constante de  $R_\nu(r)$  restante con las constantes de  $\Phi(\nu, \varphi)$ .

Ahora bien, evaluando la Ec. (9.19) en la CF restante en  $r = b$  dada por la Ec. (9.11) se obtiene la Ec. (9.20).

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{k\nu}{b} \left( b^\nu - \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu} b^{-\nu} \right) (C_{1,5} \sin \nu\varphi + C_{2,5} \cos \nu\varphi) \right] = Q_T(\varphi) \quad (9.20)$$

Multiplicando ambos lados de la Ec. (9.20) por  $\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \text{sen } \nu\varphi' d\varphi'$  se tiene:

$$\begin{aligned} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{k\nu}{b} \left( b^\nu - \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu} b^{-\nu} \right) \left( C_{1,5} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \text{sen } \nu\varphi \text{sen } \nu\varphi' d\varphi' + C_{2,5} \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \cos \nu\varphi \text{sen } \nu\varphi' d\varphi' \right) \right] \\ = \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi) \text{sen } \nu\varphi' d\varphi' \end{aligned}$$

Aplicando la propiedad de ortogonalidad de la función seno se tiene que

$$\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \text{sen } \nu\varphi \text{sen } \nu\varphi' d\varphi' = \pi$$

$$\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \cos \nu\varphi \text{sen } \nu\varphi' d\varphi' = 0$$

Así obtenemos el valor de  $C_{1,5}$

$$C_{1,5} = \frac{1}{\pi} \frac{\int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \text{sen } \nu\varphi' d\varphi'}{\frac{k\nu}{b} \left( b^\nu - \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu} b^{-\nu} \right)} \quad (9.21)$$

Ahora bien, multiplicando la Ec. (9.20) por  $\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \cos \nu\varphi' d\varphi'$  y realizando un procedimiento análogo al que se hizo anteriormente, solo que usando la propiedad de ortogonalidad de la función coseno, se tiene  $C_{2,5}$

$$C_{2,5} = \frac{1}{\pi} \frac{\int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \cos \nu\varphi' d\varphi'}{\frac{k\nu}{b} \left( b^\nu - \frac{k\nu - ah_f}{k\nu + ah_f} a^{2\nu} b^{-\nu} \right)} \quad (9.22)$$

Sustituyendo las Ecs. (9.21) y (9.22) en la Ec. (9.19)

$$T(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{b}{\pi k \nu} \frac{(k \nu + a h_f) r^{\nu} + a^{2\nu} (k \nu - a h_f) r^{-\nu}}{(k \nu + a h_f) b^{\nu} - a^{2\nu} (k \nu - a h_f) b^{-\nu}} \right. \\ \left. \cdot \left( \sin \nu \varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \sin \nu \varphi' d\varphi' + \cos \nu \varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \cos \nu \varphi' d\varphi' \right) \right] \quad (9.23)$$

Recordando que la Ec. (9.23) solo es válida para  $\nu \geq 1$ . La solución final se obtiene al agrupar las Ecs. (9.16) y (9.23), lo que resuelta en:

$$T(r, \varphi) = \frac{b}{2\pi a h_f k} \left( k + a h_f \ln \frac{r}{a} \right) \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi' \\ + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{b}{\pi k \nu} \frac{(k \nu + a h_f) r^{\nu} + a^{2\nu} (k \nu - a h_f) r^{-\nu}}{(k \nu + a h_f) b^{\nu} - a^{2\nu} (k \nu - a h_f) b^{-\nu}} \right. \\ \left. \cdot \left( \sin \nu \varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \sin \nu \varphi' d\varphi' + \cos \nu \varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \cos \nu \varphi' d\varphi' \right) \right] \quad (9.24)$$

Que también puede simplificarse a:

$$T(r, \varphi) = \frac{b}{2\pi a h_f k} \left( k + a h_f \ln \frac{r}{a} \right) \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi' \\ + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{b}{\pi k \nu} \frac{(k \nu + a h_f) r^{\nu} + a^{2\nu} (k \nu - a h_f) r^{-\nu}}{(k \nu + a h_f) b^{\nu} - a^{2\nu} (k \nu - a h_f) b^{-\nu}} \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \cos \nu(\varphi - \varphi') d\varphi' \right] \quad (9.25)$$

La Ec. (9.26) es el caso particular de considerar que  $Q_T(\varphi)$  es constante, en la cual se ve que sólo sobrevive el primer término de la Ec. (9.24) debido a que las integrales se anulan, lo mismo es válido para la Ec. (9.25).

$$T(r, \varphi) = \frac{b}{a h_f k} Q_T \left( k + a h_f \ln \frac{r}{a} \right) \quad (9.26)$$

Note que la Ec. (9.26) es independiente al valor de  $\nu$ , aunque sea idéntico a la Ec. (9.16) con la única diferencia que sólo es válida para cuando  $\nu = 0$ . Por otra parte, recordando que la ecuación anterior se obtuvo al considerar CF-H en  $r = a$  y CF-NH en  $r = b$ . A continuación, se considera

el caso contrario.

**Parte 2. CF-NH en  $r = a$  y CF-H en  $r = b$**

Tomando el caso de la Figura 9.2 (parte inferior derecha), en donde se considera que en  $r = a$  se tiene una CF-NH de tercera clase, mientras que en  $r = b$  se tiene una CF-H de segunda clase, como se muestran en las Ecs. (9.27) y (9.28) , respectivamente:

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} + h_f T = h_f T_f(\varphi) \quad \text{en } r = a \quad (9.27)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{en } r = b \quad (9.28)$$

Con base en estas CF se obtendrán las constantes de las Ecs. (9.6)–(9.8). La Ec. (9.27) es el caso general de la CF-NH de tercera clase en el cual la temperatura del fluido puede variar en dirección  $\varphi$ .

Para resolver esta segunda parte de la solución analítica, se seguirá un procedimiento análogo al que se hizo previamente.

Para el caso particular de  $v = 0$ , la Ec. (9.6) se simplifica a la Ec. (9.12) para  $\Phi(v, \varphi)$ , como en el ejercicio previamente estudiado, y para  $R_v(r)$  se toma la Ec. (9.7). Ahora bien, considerando lo anterior la Ec. (9.9) nos queda:

$$T(r, \varphi) = C_{2,3} + C_{2,4} \ln r \quad (9.29)$$

donde  $C_{2,3} = C_2 C_3$  y  $C_{2,4} = C_2 C_4$ . Sustituyendo la Ec. (9.29) en la Ec. (9.28) y despejando  $C_{2,4}$  se obtiene:

$$C_{2,4} = 0 \quad (9.30)$$

Lo que reduce la Ec. (9.29) a:

$$T(r, \varphi) = C_{2,3} \quad (9.31)$$

Sustituyendo la Ec. (9.31) en la CF-NH de la Ec. (9.27) y despejando  $C_{2,3}$  se tiene:

$$C_{2,3} = T_f(\varphi) \quad (9.32)$$

Así que

$$T(r, \varphi) = T_f(\varphi) \quad \text{para } \nu = 0 \quad (9.33)$$

Para este caso particular, la el campo de temperatura solo depende de la temperatura del fluido, si la temperatura del fluido fuera constante  $T_f$ , el campo de temperatura del tubo absorbedor sería independiente de la dirección azimutal y la dirección radial, es decir, sería constante.

Ahora bien para el caso de  $\nu = 1, 2, 3, \dots$  el desarrollo de la solución es presentada a continuación con base a las Ecs. (9.6) y (9.8) y considerando la ortogonalidad en la dirección azimutal. En primer lugar, se sustituye la Ec. (9.2) en la CF-H de la Ec. (9.28), lo que resulta en la Ec. (9.34).

$$k \frac{dR_\nu}{dr} = 0 \quad \text{en } r = b \quad (9.34)$$

Sustituyendo la Ec. (9.8) en la Ec. (9.34) para la determinación de una de las constantes de la ecuación.

$$k(C_5 \nu b^{\nu-1} - C_6 \nu b^{-\nu-1}) = 0$$

Despejando a  $\frac{C_6}{C_5}$  se obtiene:

$$\frac{C_6}{C_5} = b^{2\nu} \quad (9.35)$$

Factorizando de la Ec. (9.8) y sustituyendo en la ecuación anterior se tiene:

$$R_\nu(r) = C_5(r^\nu + b^{2\nu}r^{-\nu}) \quad (9.36)$$

Construyendo la solución para  $T(r, \varphi)$  a partir de las sustituciones de las Ecs. (9.6) y (9.38) en la Ec. (9.9) se obtiene (pero considerando  $\nu \geq 1$ )

$$T(r, \varphi) = \sum_{\nu=1}^{\infty} [(r^\nu + b^{2\nu}r^{-\nu})(C_{1,5} \sin \nu\varphi + C_{2,5} \cos \nu\varphi)] \quad (9.37)$$

donde  $C_{1,5} = C_1 C_5$  y  $C_{2,5} = C_2 C_5$ , lo que hace que se agrupe la constante de  $R_\nu(r)$  restante con las constantes de  $\Phi(\nu, \varphi)$ .

Ahora bien, considerando la CF-NH en  $r = a$  de la Ec. (9.27), se obtiene la Ec. (9.38).

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \left[ \frac{-k\nu}{a} (a^\nu - b^{2\nu}a^{-\nu}) + h_f (a^\nu + b^{2\nu}a^{-\nu}) \right] (C_{1,5} \sin \nu\varphi + C_{2,5} \cos \nu\varphi) \right\} = h_f T_f(\varphi) \quad (9.38)$$

Multiplicando por  $\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \sin \nu\varphi' d\varphi'$  a cada miembro de la Ec. (9.38) y aplicando la propiedad de ortogonalidad de la función seno se tiene:

$$C_{1,5} = \frac{ah_f}{\pi} \frac{\int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \sin \nu\varphi' d\varphi'}{(ah_f - k\nu)a^\nu + (ah_f + k\nu)a^{-\nu}b^{2\nu}} \quad (9.39)$$

Ahora bien, multiplicando por  $\int_{\varphi'=0}^{2\pi} \cos \nu\varphi' d\varphi'$  a cada miembro de la Ec. (9.38) y aplicando la propiedad de ortogonalidad de la función coseno se tiene:

$$C_{2,5} = \frac{ah_f}{\pi} \frac{\int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \cos \nu\varphi' d\varphi'}{(ah_f - k\nu)a^\nu + (ah_f + k\nu)a^{-\nu}b^{2\nu}} \quad (9.40)$$

Sustituyendo las Ecs. (9.39) y (9.40) en la Ec. (9.37) y simplificando se tiene:

$$T(r, \varphi) = \frac{ah_f}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{r^{\nu} + b^{2\nu}r^{-\nu}}{(ah_f - k\nu)a^{\nu} + (ah_f + k\nu)a^{-\nu}b^{2\nu}} \cdot \left( \sin \nu\varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \sin \nu\varphi' d\varphi' + \cos \nu\varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \cos \nu\varphi' d\varphi' \right) \right] \quad (9.41)$$

Recordando que la Ec. (9.41) solo es válida para  $\nu \geq 1$ . La solución final (para esta segunda parte) se obtiene al agrupar las Ecs. (9.33) y (9.41), lo que resuelta en:

$$T(r, \varphi) = T_f(\varphi) + \frac{ah_f}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{r^{\nu} + b^{2\nu}r^{-\nu}}{(ah_f - k\nu)a^{\nu} + (ah_f + k\nu)a^{-\nu}b^{2\nu}} \cdot \left( \sin \nu\varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \sin \nu\varphi' d\varphi' + \cos \nu\varphi \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \cos \nu\varphi' d\varphi' \right) \right] \quad \text{para } \nu = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (9.42)$$

Compactando la ecuación anterior se tiene la Ec. (9.43).

$$T(r, \varphi) = T_f(\varphi) + \frac{ah_f}{\pi} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[ \frac{r^{\nu} + b^{2\nu}r^{-\nu}}{(ah_f - k\nu)a^{\nu} + (ah_f + k\nu)a^{-\nu}b^{2\nu}} \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \cos \nu(\varphi - \varphi') d\varphi' \right] \quad \text{para } \nu = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (9.43)$$

En el caso particular de que  $T_f(\varphi)$  sea constante solo sobrevive el primer término de la Ec. (9.42) debido a que las integrales se anulan (como ya se explicó para el caso anterior), lo que resulta en

$$T(r, \varphi) = T_f \quad \text{para } \nu = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (9.44)$$

### Acoplamiento de la parte 1 y parte 2

Finalmente, la solución general para  $T(r, \varphi)$  se forma combinando las Ecs. (9.25) y (9.43), que incorpora las soluciones para la parte 1 y 2 del problema.

$$\begin{aligned}
 T(r, \varphi) = T_f(\varphi) + \frac{ah_f}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} & \left[ \frac{r^v + b^{2v}r^{-v}}{(ah_f - kv)a^v + (ah_f + kv)a^{-v}b^{2v}} \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \cos v(\varphi - \varphi') d\varphi' \right] \\
 & + \frac{b}{2\pi ah_f k} \left( k + ah_f \ln \frac{r}{a} \right) \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi' \\
 & + \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{b}{\pi kv} \frac{(kv + ah_f)r^v + a^{2v}(kv - ah_f)r^{-v}}{(kv + ah_f)b^v - a^{2v}(kv - ah_f)b^{-v}} \right. \\
 & \left. \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') \cos v(\varphi - \varphi') d\varphi' \right] \quad \text{para } v = 0, 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{9.45}$$

Las Ecs. (9.46)–(9.48) son casos particulares del problema general (para  $v = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

### Casos particulares de la solución analítica

*Temperatura del fluido  $T_f$  constante:*

$$\begin{aligned}
 T(r, \varphi) = T_f + \frac{b}{2\pi ah_f k} \left( k + ah_f \ln \frac{r}{a} \right) & \int_{\varphi'=0}^{2\pi} Q_T(\varphi') d\varphi' \\
 + \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{b}{\pi kv} \frac{(kv + ah_f)r^v + a^{2v}(kv - ah_f)r^{-v}}{(kv + ah_f)b^v - a^{2v}(kv - ah_f)b^{-v}} \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} & Q_T(\varphi') \cos v(\varphi - \varphi') d\varphi' \right]
 \end{aligned} \tag{9.46}$$

*El flujo de calor total  $Q_T$  constante:*

$$\begin{aligned}
 T(r, \varphi) = T_f(\varphi) + \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{ah_f}{\pi} \frac{r^v + b^{2v}r^{-v}}{(ah_f - kv)a^v + (ah_f + kv)a^{-v}b^{2v}} \cdot \int_{\varphi'=0}^{2\pi} T_f(\varphi') \cos v(\varphi - \varphi') d\varphi' \right] \\
 + \frac{b}{ah_f k} Q_T \left( k + ah_f \ln \frac{r}{a} \right)
 \end{aligned} \tag{9.47}$$

*Temperatura del fluido  $T_f$  y flujo de calor total  $Q''_T$  constantes (independientemente de cualquier valor de  $v$ ):*

$$T(r, \varphi) = T_f + \frac{b}{ah_f k} Q_T \left( k + ah_f \ln \frac{r}{a} \right) \tag{9.48}$$

En este trabajo se emplean las Ecs. (9.46) y (9.48) que son las que se presentan en el capítulo 2.

## 9.2 APÉNDICE B: DISCRETIZACIÓN DE LA ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO TRANSITORIO

Los esquemas implementados son las que se presentan en las Ecs. (2.29) y (2.30), para las derivadas parciales de segundo orden. Para la derivada parcial de primer orden en dirección radial se aplica también un esquema central como se muestra en al Ec. (2.31). Mientras que la aproximación para el término temporal está dada por la Ec. (2.32). Sustituyendo las Ecs. (2.29)–(2.32) en la Ec. (2.28), y considerando un esquema completamente implícito se tiene:

$$\begin{aligned} k_{i,j}^n & \frac{2[\delta_{NP} T_{i,j+1}^{n+1} - (\delta_{NP} + \delta_{PS}) T_{i,j}^{n+1} + \delta_{PS} T_{i,j-1}^{n+1}]}{\delta_{NP} \delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} + \frac{1}{r_j} \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{\delta_{NP} + \delta_{PS}} \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{\delta_{NP} + \delta_{PS}} \\ & + \frac{k_{i,j}^n}{r_j^2} \frac{2[\delta_{EP} T_{i+1,j}^{n+1} - (\delta_{EP} + \delta_{PW}) T_{i,j}^{n+1} + \delta_{PW} T_{i-1,j}^{n+1}]}{\delta_{EP} \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} + \frac{1}{r^2} \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{\delta_{EP} + \delta_{PW}} \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{\delta_{EP} + \delta_{PW}} \\ & = \rho_{i,j}^n C_{P,i,j}^n \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} \end{aligned}$$

Desarrollando se tiene:

$$\begin{aligned} & \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} T_{i,j+1}^{n+1} - \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{NP} \delta_{PS}} T_{i,j}^{n+1} + \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{NP} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} T_{i,j-1}^{n+1} + \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} T_{i,j+1}^{n+1} \\ & - \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} T_{i,j-1}^{n+1} + \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} T_{i+1,j}^{n+1} - \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP} \delta_{PW}} T_{i,j}^{n+1} \\ & + \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} T_{i-1,j}^{n+1} + \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} T_{i+1,j}^{n+1} - \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} T_{i-1,j}^{n+1} \\ & = \frac{\rho_{i,j}^n C_{P,i,j}^n}{\Delta t} T_{i,j}^{n+1} - \frac{\rho_{i,j}^n C_{P,i,j}^n}{\Delta t} T_{i,j}^n \end{aligned}$$

Agrupando términos semejantes se obtiene:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\rho_{i,j}^n C_{P,i,j}^n}{\Delta t} + \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{NP} \delta_{PS}} + \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP} \delta_{PW}} \right) T_{i,j}^{n+1} - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} + \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} \right) T_{i,j+1}^{n+1} \\ & - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{NP} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} \right) T_{i,j-1}^{n+1} \\ & - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} + \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} \right) T_{i+1,j}^{n+1} \\ & - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} - \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} \right) T_{i-1,j}^{n+1} = \frac{\rho_{i,j}^n C_{P,i,j}^n}{\Delta t} T_{i,j}^n \end{aligned}$$

O escrito de otra manera:

$$A_P T_{i,j}^{n+1} + A_N T_{i,j+1}^{n+1} + A_S T_{i,-1}^{n+1} + A_E T_{i+1,j}^{n+1} + A_W T_{i-1,j}^{n+1} = B_{i,j}$$

donde

$$A_P = \left( \frac{\rho_{i,j}^n C_{Pi,j}^n}{\Delta t} + \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{NP} \delta_{PS}} + \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP} \delta_{PW}} \right)$$

$$A_N = - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} + \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} \right)$$

$$A_S = - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{\delta_{NP} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{k_{i,j+1}^n r_{j+1} - k_{i,j-1}^n r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} \right)$$

$$A_E = - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} + \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} \right)$$

$$A_W = - \left( \frac{2k_{i,j}^n}{r_j^2 \delta_{EP} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} - \frac{k_{i+1,j}^n - k_{i-1,j}^n}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} \right)$$

$$B_{i,j} = \frac{\rho_{i,j}^n C_{Pi,j}^n}{\Delta t} T_{i,j}^n$$

Que son las Ecs. (2.34)– (2.39) presentadas en la Sección 2.4.

Comprobando la sumatoria de los coeficientes vecinos:

$$A_N + A_S + A_E + A_W$$

$$= - \frac{2k_j}{\delta_{NP} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{k_{i,j+1} r_{j+1} - k_{i,j-1} r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2} - \frac{2k_j}{\delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} + \frac{k_{i,j+1} r_{j+1} - k_{i,j-1} r_{j-1}}{r_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})^2}$$

$$- \frac{2k_j}{r_j^2 \delta_{EP} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} - \frac{k_{i+1,j} - k_{i-1,j}}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2} - \frac{2k_j}{r_j^2 \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} + \frac{k_{i+1,j} - k_{i-1,j}}{r^2 (\delta_{EP} + \delta_{PW})^2}$$

Simplificando

$$A_N + A_S + A_E + A_W = - \frac{2k_j}{\delta_{NP} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{2k_j}{\delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{2k_j}{r_j^2 \delta_{EP} (\delta_{EP} + \delta_{PW})} - \frac{2k_j}{r_j^2 \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})}$$

Agrupando

$$A_N + A_S + A_E + A_W = - \frac{2k_j (\delta_{NP} + \delta_{PS})}{\delta_{NP} \delta_{PS} (\delta_{NP} + \delta_{PS})} - \frac{2k_j (\delta_{PE} + \delta_{PW})}{r_j^2 \delta_{EP} \delta_{PW} (\delta_{EP} + \delta_{PW})}$$

Finalmente se tiene

$$A_N + A_S + A_E + A_W = -\frac{2k_j}{\delta_{NP}\delta_{PS}} - \frac{2k_j}{r_j^2\delta_{EP}\delta_{PW}}$$

Que es parecido al negativo de  $-A_P$  sin el término  $\frac{\rho_j C_{Pj}}{\Delta t}$ .

### 9.3 APÉNDICE C: MODELO A DOS FLUIDOS

Con la finalidad de no saturar el cuerpo de la tesis, en esta sección se incluyen varios aspectos del modelo a dos fluidos, desde sus generalidades hasta la forma final que se utiliza para la tesis.

#### 9.3.1 Generalidades del modelo a dos fluidos

Existen tres enfoques para los estudios de flujos bifásicos, el modelo homogéneo, el modelo drift-flux (flujos relativos o flujos separados) y el modelo a dos fluidos. Entre ellos el más aceptado para la modelación de flujo bifásico es el modelo a dos fluidos. Este modelo fue planteado originalmente para flujos separados, sin embargo, también se aplica para la simulación de flujos dispersos [106].

El primer modelo bifásico con enfoque a dos fluidos (o Modelo a Dos Fluidos) se puede atribuir a Wallis en 1969. Sin embargo, fue Ishii en 1975 quien le dio la formalidad matemática en términos de los promediados en tiempo, desarrollando de esta manera una derivación matemáticamente rigurosa [96]. Seguido de ello también surgieron otras formulaciones, tales como las de Delhaye en 1977 y Lahey y Drew [108] que incorporan los promediados espaciales, los cuales han sido citados ampliamente en la literatura.

El interés que se ha dado al modelo a dos fluidos se debe a que es el modelo matemático más completo que gobierna el comportamiento del flujo bifásico, ya que establece las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, promediadas en espacio y tiempo, en estado transitorio para cada fase. El modelo incluye también las ecuaciones de conservación en la interfase, esfuerzos en la interfase y transferencia de energía interfacial líquido-vapor. Además se consideran los esfuerzos en la interfase pared-fluido (ver Figura 3.1), así como también la transferencia de calor fluido-pared (los términos de transferencia de calor no se incluyen en la Figura 9.3 pero sí en la Figura 3.1). Esta particularidad es una ventaja del modelo a dos fluidos ya que permite considerar no equilibrio mecánico (deslizamiento entre las fases) y no equilibrio térmico [114].

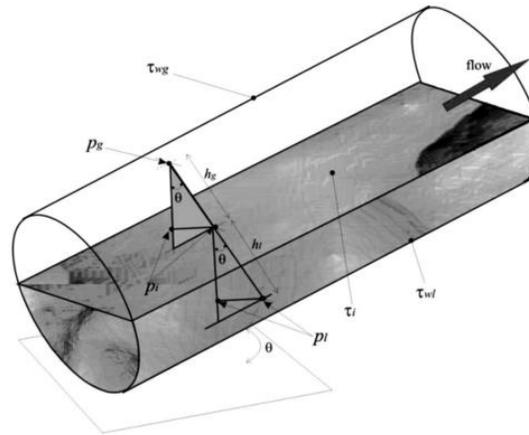


Figura 9.3. Presiones del gas, líquido e interfase, y esfuerzos cortantes en un flujo bifásico estratificado (para una apreciación mejor de las variables consulte la referencia [94]).

La formulación del modelo a dos fluidos unidimensional promediado en tiempo y espacio que aquí se utiliza, se basa en el modelo simplificado de RELAP5 [114] que parte del planteamiento de Lahey y Drew [108]. En dicho modelo se considera que ambas fases se encuentran separadas y que ambas fases son continuas, de esta forma las ecuaciones de conservación se establecen para cada fase. El sistema anterior está desacoplado pero al efectuar el análisis en la interfase, se obtienen un sistema acoplado.

Por otra parte, Ishii e Hibiki [137] (extendiendo el trabajo de Ishii de 1975) presentan un diagrama del concepto del modelo a dos fluidos (ver Figura 9.4), en donde se establecen las ecuaciones de conservación (masa, momentum y energía) para cada fase (considerando el axioma del continuo), acopladas entre sí mediante los balances en la interfase (condiciones de salto). Además que establecen que para que el sistema esté cerrado se deben de incorporar modelos constitutivos, tales como ecuaciones de estado y correlaciones empíricas o semi-empíricas, de los esfuerzos y la transferencia de calor en las interfases pared-fluido y líquido-vapor, entre otros parámetros (por ejemplo tensión superficial). En las formulaciones donde se hace un promediado en espacio, éste se realiza antes del promediado en tiempo tal y como lo han hecho Lahey y Drew [108].

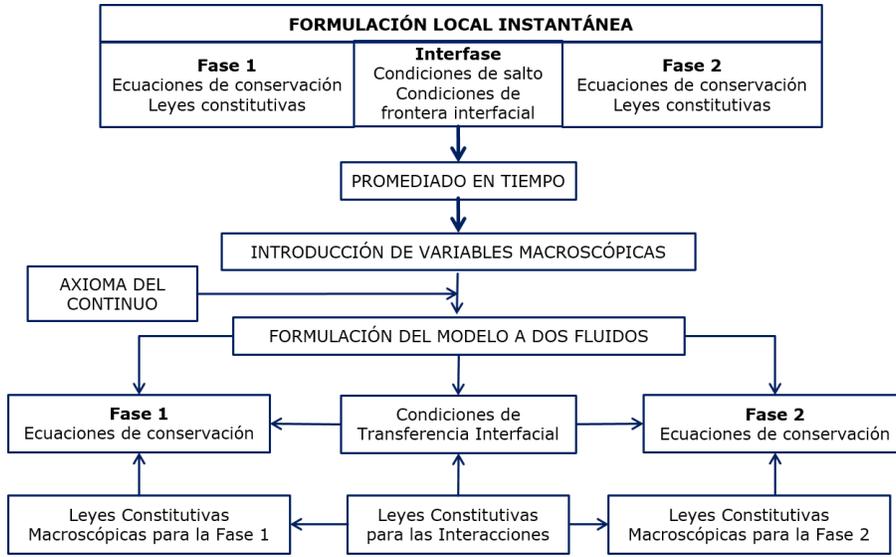


Figura 9.4. Formulación del modelo a dos fluidos [137].

### 9.3.2 Modelo a dos fluidos unidimensional de Lahey y Drew [108]

Como punto de partida se transcriben las ecuaciones generales del modelo a dos fluidos unidimensional de Lahey y Drew [108], que son ecuaciones promediadas en espacio y tiempo.

#### Ecuación de Conservación de Masa

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(A \alpha_k \rho_k v_k) = \Gamma_k \quad (9.49)$$

donde  $\rho_k$  denota la densidad de cada fase,  $\alpha_k$  la fracción volumétrica,  $A$  es el área transversal al flujo,  $v_k$  es la velocidad,  $\Gamma_k$  es la transferencia de masa en la interfase;  $t$  y  $z$  son las variables independientes temporal y espacial, respectivamente. El primer término de la ecuación de conservación de masa de la fase  $k$  expresa la variación temporal de masa en el volumen de control, mientras que el segundo expresa el flujo neto de masa a través del volumen de control. Respecto al término que aparece en el lado derecho, representa la transferencia de masa en la interfase debido a la evaporación o condensación.

#### Ecuación de Conservación de Cantidad de Movimiento

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k v_k) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}(A C_k \alpha_k \rho_k v_k^2) \\ = -\alpha_k \frac{\partial p_k}{\partial z} - \Delta p_{ki} \bar{S}_{ki}''' \cdot \hat{n}_z - \Delta p_{kw} \bar{S}_{kw}''' \cdot \hat{n}_z + \bar{\tau}_{ki} \cdot \bar{S}_{ki}''' \cdot \hat{n}_z \\ + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z}[A \alpha_k (\tau_{zzk} + \tau_{zzk}^{Re})] - \alpha_k \rho_k g_k \text{sen } \beta + \Gamma_k \bar{v}_{ki}^\Gamma \cdot \hat{n}_z + \bar{M}_{ki}^{nd} \cdot \hat{n}_z \\ + \bar{M}_{ki}^d \cdot \hat{n}_z + \bar{M}_{kw}^{nd} \cdot \hat{n}_z + \bar{M}_{kw}^d \cdot \hat{n}_z \end{aligned} \quad (9.50)$$

Considerando las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned} v_k &= \vec{v}_k \cdot \hat{n}_z \\ g_k &= \vec{g}_k \cdot \hat{n}_z \\ \bar{v}_{ki}^\Gamma &= \frac{\iint_{a_i(\bar{x},t)} \rho_k (\vec{v}_k - \vec{v}_i) \cdot \vec{v}_k ds}{\iint_{a_i(\bar{x},t)} \rho_k (\vec{v}_k - \vec{v}_i) \cdot \hat{n}_z ds} \end{aligned} \quad (9.51)$$

$$\vec{M}_{ki}^{nd} = -\frac{1}{V} \iint_{a_i(\vec{x},t)} \Delta \tilde{p}_{ki}^{nd} \hat{n}_z ds$$

$$\vec{M}_{ki}^d = -\frac{1}{V} \iint_{a_i(\vec{x},t)} (\Delta \tilde{p}_{ki}^d \bar{\Gamma} - \Delta \tilde{\tau}_{ki}) \cdot \hat{n}_z ds$$

$$\vec{M}_{kw}^{nd} = -\frac{1}{V} \iint_{a_{kw}(\vec{x},t)} \Delta \tilde{p}_{kw} \hat{n}_{kw} ds$$

$$\vec{M}_{kw}^d = -\frac{1}{V} \iint_{a_{kw}(\vec{x},t)} \bar{\tau}_k \cdot \hat{n}_{kw} ds$$

donde  $C_k$  representa el tensor de correlación de cuarto orden<sup>34</sup> covariante ( $C_k = 1$ , ver Tabla 9.1),  $p$  la presión,  $\vec{S}_{ki}'''$  es el vector de área interfacial promedio por unidad de volumen,  $\vec{S}_{kw}'''$  es el vector de área promedio en la pared por unidad de volumen,  $\bar{\tau}$  el tensor de esfuerzos,  $\vec{g}_k$  la fuerza de gravedad,  $\beta$  el ángulo de inclinación de la tubería respecto a la horizontal,  $\vec{v}_{ki}^\Gamma$  la velocidad interfacial,  $\vec{M}_{kw}^{nd}$  y  $\vec{M}_{ki}^{nd}$  las fuerzas volumétricas de no arrastre,  $\vec{M}_{kw}^d$  y  $\vec{M}_{ki}^d$  las fuerzas volumétricas de arrastre,  $\hat{n}_z$  el vector unitario en dirección del flujo. El símbolo  $\tilde{\phantom{x}}$  representa la variable fluctuante. Las combinaciones de subíndices  $ki$  y  $kw$  representan a las variables de la fase  $k$  en la interfase y la pared, respectivamente. El superíndice  $Re$  indica que es turbulento o de Reynolds.

Los términos del lado izquierdo de la Ec. (9.50) representan los cambios temporales y convectivos, respectivamente. Los términos del lado derecho son (en orden de aparición): el gradiente de presión, el gradiente de presión interfacial, el gradiente de presión en la pared, el esfuerzo interfacial, los esfuerzos viscosos y de Reynolds, las fuerzas de cuerpo (gravedad), la transferencia de momentum en la interfase debido al cambio de fase, las fuerzas volumétricas de no arrastre en la interfase, las fuerzas volumétricas de arrastre en la interfase, las fuerzas volumétricas de no arrastre en la pared y finalmente las fuerzas volumétricas de arrastre en la pared.

### Ecuación de Conservación de Energía

<sup>34</sup> Este tensor relaciona el tensor de esfuerzos turbulento de la fase con el promedio espacial del tensor de esfuerzos de Reynolds.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} [\alpha_k \rho_k (e_k + e_k^T)] + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} [AK_k \alpha_k \rho_k (e_k + e_k^T) v_k] \\
& = -p_{ki} \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k p_k) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} [A \alpha_k (\vec{q}_k'' + \vec{q}_k''^T) \cdot \hat{n}_z] \\
& + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} [A \alpha_k \hat{n}_z \cdot (\bar{\tau}_{zzk} + \bar{\tau}_k^{Re}) \cdot \vec{v}_z] + \alpha_k \rho_k \vec{g}_k \cdot \vec{v}_z + \alpha_k q_k''' + \Gamma_k e_{ki} \\
& + \vec{M}_{ki}^{nd} \cdot \vec{v}_{ki}^{nd} + q_{ki}'' A_i''' + \vec{M}_{ki}^d \cdot \vec{v}_{ki}^d + \vec{v}_{ki}^\tau \cdot \bar{\tau}_{ki} \cdot \vec{S}_{ki}''' + q_{kw}'' A_{kw}''' - \Gamma_k \left( \frac{\Delta \tilde{p}_k^d}{\rho_k} \right)_i
\end{aligned} \tag{9.52}$$

donde

$$\begin{aligned}
e_k & = h_k + \frac{v_k^2}{2} = h_k + \frac{\vec{v}_k \cdot \vec{v}_k}{2} \\
e_{ki} & = \frac{\iint_{\alpha_i(\vec{x},t)} \rho_k \hat{n}_z \cdot (\vec{v}_k - \vec{v}_i) e_k ds}{\iint_{\alpha_i(\vec{x},t)} \rho_k \hat{n}_z \cdot (\vec{v}_k - \vec{v}_i) ds}
\end{aligned} \tag{9.53}$$

donde  $e_k$  es la energía interna específica,  $e_{ki}$  la energía interna específica en la interfase asociada al intercambio de masa interfacial,  $K_k$  es para la ecuación de conservación de energía lo que  $C_k$  es para la ecuación de conservación de momentum – ver Ec.(9.50),  $\vec{q}_k''$  es el flux de calor fásico,  $\vec{q}_k''^T$  es el flujo de calor turbulento que es una combinación de muchos efectos de Reynolds (flujo de energía medible a causa de la turbulencia),  $q_k'''$  generación interna volumétrica de calor,  $q''$  flux de calor,  $A_i'''$  densidad de área interfacial (área interfacial por unidad de volumen),  $A_{kw}'''$  área de transferencia de calor fásico por unidad de volumen,  $h_k$  entalpía y  $\vec{v}_{ki}^\tau$  es la velocidad interfacial.

Los términos del lado izquierdo en la Ec. (9.52) son el término temporal y convectivo de la energía interna específica incluyendo efectos turbulentos, respectivamente. Por otra parte, los términos del lado derecho representan (en orden de aparición): el trabajo de la presión interfacial, es otro término que involucra el trabajo de la presión de la fase, el cambio de energía en la dirección del flujo debido a la transferencia de calor, el trabajo realizado por los esfuerzos viscosos y de Reynolds, el trabajo realizado por las fuerzas de cuerpo, la generación de calor interna, transferencia de energía interfacial debido a la transferencia de masa, trabajo realizado por la fuerza interfacial volumétrica de no arrastre, transferencia de calor en la interfase, trabajo efectuado por la fuerza interfacial volumétrica de arrastre, trabajo producido por los esfuerzos en la interfase líquido-vapor, transferencia de calor por convección fluido-pared, y finalmente, el trabajo efectuado por las

fluctuaciones de presión en la interface debido a la transferencia de masa.

### 9.3.3 Modelo a dos fluidos unidimensional del simulador RELAP5

Lahey y Drew [108] establecen que algunos términos del modelo descrito anteriormente pueden despreciarse a causa de su bajo impacto en relación a los otros términos. En la Tabla 9.1 y la Tabla 9.2 se muestran los términos que son generalmente despreciados en las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y de conservación de la energía. Tales simplificaciones conducen al modelo matemático que soporta al simulador RELAP5 como se discutirá más adelante.

Tabla 9.1. Principales consideraciones hechas a la ecuación de momentum del modelo a dos fluidos de Lahey y Drew [108].

Consideración	Término matemático que afecta	Justificación	Referencias
Si el conducto es recto y sección transversal constante	$\vec{S}_{kw}''' \cdot \hat{n}_z = 0$	$\vec{S}_{kw}'''$ y $\hat{n}_z$ son normales	[108]
Se desprecia el tensor de esfuerzo interfacial	$\bar{\tau}_{ki} \approx 0$	Este término puede despreciarse si se asume estado estacionario o se asume ser igual a $\bar{\tau}_k + \bar{\tau}_k^{Re}$	[108]
Los tensores de concentración covariantes son unitarios	$\bar{C}_k = 1$	El tensor covariante de momentum y todos los tensores covariantes de energía se asumen ser tensores unitarios	[107,108,114]
Los esfuerzos viscosos de cada fase se desprecian	$\tau_{zzk} \approx 0$	Para este flujo la tensión viscosa es pequeña y por tanto se desprecia	[114,138]
Se desprecia el tensor de esfuerzos de Reynolds	$\tau_{zzk}^{Re} \approx 0$	Para este flujo la tensión viscosa es pequeña y por tanto se desprecia	[107,108]
Las presiones de las fases se asumen iguales y la presión interfacial se asume igual a las presiones de las fases	$p_i = p_f = p_g$ $\Delta p_{ki} = 0$	El gradiente entre ambos es muy pequeño (excepto para el flujo estratificado)	[105,109]
La diferencia de presión entre el fluido y la pared es cero	$\Delta p_{kw} = 0$	Las presiones se asumen ser iguales	[105,109]
Si el conducto es recto y sección transversal constante	$\Delta p_{ki} (\vec{S}_{ki}''' \cdot \hat{n}_z)$ $= \Delta p_{ki} \left( -\frac{\partial \alpha_k}{\partial z} \right) = 0$	El gradiente entre ambos es muy pequeño	[105,108,109]
Se asume que todas las velocidades las interfaces son iguales	$\vec{v}_{ki}^r = \vec{v}_{ki}^{nd} = \vec{v}_{ki}^d = \vec{v}_{ki}^t$ $= \vec{v}_i + \left( \frac{\Gamma_k}{\rho_k A_i'''} \right) \hat{n}_z$	Debido a la consideración de equilibrio de momentum interfacial	[108]
Se desprecia la fuerza de no arrastre en la pared	$\vec{M}_{kw}^{nd} \approx 0$	Este término solo es importante cuando el flujo presenta grandes aceleraciones.	[108]

Tabla 9.2. Principales consideraciones hechas a la ecuación de conservación de energía del modelo a dos fluidos de Lahey y Drew [108].

Consideración	Término matemático que afecta	Justificación	Referencias
Los tensores de concentración son unitarios	$\bar{K}_k = 1$	Universalmente son despreciables sin embargo se le asigna un valor unitario	[105,108,109]
Se desprecia la energía cinética turbulenta	$e_k^T \approx 0$	Normalmente no es un término muy importante	[108]
Se desprecia el flux de calor de ambas fases	$\vec{q}_k'' \approx 0$	Es relativamente pequeño porque solo involucra la conducción	[108]
El flux de calor turbulento de cada fase se desprecia	$\vec{q}_k''^T \approx 0$	Normalmente se desprecia en el análisis de ingeniería de flujo bifásico debido a la carencia de un modelo constitutivo	[108,109]
El gradiente de presión fluctuante en la interfase se asume cero	$\langle \frac{\Delta \tilde{p}_k^d}{\rho_k} \rangle_i = 0$	No se tienen relaciones constitutivas para este término	[108]
Se desprecia el almacenamiento energía interfacial	<i>No se especifica</i>	No se especifica	[105,109]
Se desprecia la generación interna de calor volumétrica de la fase	$\vec{q}_k''' \approx 0$	No se especifica	[105,109]

Al hacer las consideraciones anteriores y al extraer la ecuación de conservación de masa de la ecuación de conservación de momentum se llega al sistema de ecuaciones gobernantes que sustenta al simulador RELAP5. Es un modelo general para los patrones de flujo burbuja, slug, anular-niebla y niebla, y que se aplicará también para el patrón de flujo dryout.

Las ecuaciones resultantes considerando fluido newtoniano, flujo desarrollado y turbulento son las que se presentan a continuación.

### Ecuación de Conservación de Masa

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_k \rho_k v_k A) = \Gamma_k \quad (9.54)$$

### Ecuación de Conservación de Cantidad de Movimiento

$$\begin{aligned}
 \alpha_k \rho_k A \frac{\partial v_k}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_k \rho_k A \frac{\partial v_k^2}{\partial z} \\
 = -\alpha_k A \frac{\partial p}{\partial z} + \alpha_k \rho_k g_z A - (\alpha_k \rho_k A) FW_k(v_k) - \Gamma_k A (v_{kl} - v_k) \cdot (-1)^{k*} \\
 + (\alpha_k \rho_k A) FI_k (v_g - v_f) \cdot (-1)^{k*} \\
 + C \alpha_g \alpha_f \rho_m A \left[ \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial z} - v_f \frac{\partial v_f}{\partial z} \right] \cdot (-1)^{k*}
 \end{aligned} \tag{9.55}$$

donde el exponente  $k^*$  tiene el valor de 1 para  $k = g$  y 2 para  $k = f$ .

Los términos del lado izquierdo de la Ec. (9.55) representan los términos temporales y convectivos, respectivamente. Los términos del lado derecho son, respectivamente, el gradiente longitudinal de presión, las fuerzas de cuerpo, la fricción en la pared, la transferencia de momentum en la interfase, la fricción en la interfase, y las fuerzas de masa virtual. Donde el término  $FW_k$  es parte del arrastre friccional en la intercara fluido-pared, el coeficiente  $FI_k$  denota la fricción de arrastre en la interfase (obtenida por el método del coeficiente de arrastre),  $C$  es el coeficiente de masa virtual ( $C > 0.5$  para todos los patrones de flujo).

### Ecuación de Conservación de Energía

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \rho_k e_k) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_k \rho_k e_k v_k A) = -p \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} - \frac{p}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_k v_k A) + Q_{kw} + Q_{ki} \\
 - \Gamma_{ki} h_k^* \cdot (-1)^{k*} + \Gamma_w h'_k \cdot (-1)^{k*} + \Phi_k
 \end{aligned} \tag{9.56}$$

donde  $e_k$  es la energía interna específica,  $Q_{kw}$  y  $Q_{ki}$  denotan los flujos de calor volumétricos en la interfase fluido-pared y en la interfase líquido-vapor, respectivamente;  $\Phi_k$  es el término de disipación de energía,  $h_k^*$  es la entalpía asociada con la transferencia de masa en la interfase, y  $h'_k$  es la entalpia de fase asociada con la transferencia de masa en la intercara fluido-pared.

Los términos de energía del lado izquierdo de la Ec. (9.56) representan los términos temporales y convectivos, respectivamente. En el lado derecho se corresponden, en orden de aparición, los términos de presión, el flujo de calor en la pared, el flujo de calor en la interfase, la transferencia de energía debido al cambio de fase en la interfase, la transferencia de energía debido al cambio de

fase cerca de la pared y el término de disipación.

La transferencia de calor total por unidad de volumen ( $Q$ ) a través de la pared de la tubería hacia el fluido es igual a la suma de la transferencia de calor para cada fase, es decir:

$$Q = Q_{gw} + Q_{lw} \quad (9.57)$$

Las entalpías para cada fase ( $h_g^*$  y  $h_f^*$ ) asociadas con la transferencia de masa en la interfase en la Ec.(9.56), son definidas de tal forma que las condiciones de salto de energía en la interfase vapor-líquido se satisfagan. En particular,  $h_g^*$  y  $h_f^*$  son sustituidas por  $h_g^s$  y  $h_f^s$  respectivamente para el caso de evaporación, y  $h_g$  y  $h_f^s$  para el caso de condensación. De igual forma ocurre para las entalpías de fase ( $h_g'$  y  $h_f'$ ) asociadas con la transferencia de masa en la interfase fluido-pared.

Como puede ser visto, el modelo de RELAP5 es similar al modelo general de Lahey y Drew [108] bajo las mismas consideraciones enunciadas en la Tabla 9.1 y la Tabla 9.2. A continuación, en la Tabla 9.3 y la Tabla 9.4 se presentan la comparación de algunos términos en las ecuaciones de conservación de momentum y conservación de energía, respectivamente.

Tabla 9.3. Comparación de algunos términos entre la ecuación de conservación de momentum de Lahey y Drew [108], y Ransom [139] (que es la de RELAP5).

Término	Lahey y Drew	RELAP
Fuerza de arrastre volumétrica interfacial / Fuerza de fricción interfacial $\vec{M}_{gi}^d = -\vec{M}_{ii}^d$	$\frac{1}{8} A_i''' C_D \rho_c  \vec{v}_g - \vec{v}_l  (\vec{v}_g - \vec{v}_l)$	$FI_k (v_g - v_l) = \frac{1}{8} A_i''' C_D \rho_c \cdot  v_g - v_l  \cdot (v_g - v_l)$
Fuerza de arrastre volumétrica fluido-pared / Fuerza de fricción en la pared $\vec{M}_{kw}^d$	$-\frac{1}{8} f_k \rho_k \vec{v}_k  \vec{v}_k  \left(\frac{P_f}{P_H}\right) A_{kw}'''$	$FW_k (\alpha_k \rho_k v_k) A = f_k \frac{\rho_k v_k^2}{2} P_k$
Fuerza volumétrica interfacial de no arrastre $\vec{M}_{2i}^{nd} = -\vec{M}_{1i}^{nd}$	$\vec{M}_{2i}^{vm} + \vec{M}_{2i}^L + \vec{M}_{2i}^R$	$\vec{M}_{ki}^{vm}$
Fuerza de masa virtual $\vec{M}_{gi}^{vm} = -\vec{M}_{1i}^{vm}$	Si el líquido es la fase continua: $-\alpha_2 \rho_1 C_{vm} \left[ \left( \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + v_g \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} \right) - \left( \frac{\partial \vec{v}_l}{\partial t} + v_l \frac{\partial \vec{v}_l}{\partial z} \right) \right]$	$C \alpha_g \alpha_l \rho_m A \left[ \frac{\partial (v_g - v_l)}{\partial t} + v_g \frac{\partial v_g}{\partial z} - v_l \frac{\partial v_l}{\partial z} \right]$ Donde $\rho_m = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2$
Fuerza de sustentación $\vec{M}_{2i}^L = -\vec{M}_{1i}^L$	Si el líquido es la fase continua: $\frac{1}{8} \rho_1 \bar{C}_L \cdot  \vec{v}_1 - \vec{v}_2  (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$ donde $\bar{C}_L = 8 C_{vm} \alpha_2 \frac{[V \vec{v}_1 - (\nabla \vec{v}_1)^T]}{ \vec{v}_1 - \vec{v}_2 }$	(no se considera)
Fuerza de masa virtual radial $\vec{M}_{2i}^R = -\vec{M}_{1i}^R$	$\frac{3}{R_b} \alpha_2 C_{vm} \rho_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \left( \frac{\partial R_b}{\partial t} + v_2 \frac{\partial R_b}{\partial z} \right)$	(no se considera)

Tabla 9.4. Comparación de algunos términos entre la ecuación de conservación de energía de Lahey y Drew [108], y la de [107].

Término	Lahey y Drew	RELAP5[107]
Energía interna específica interfacial	$e_{li} = h_f + \frac{[\bar{u}_i^2 + 2\bar{u}_i \hat{n}_k (\frac{\Gamma_1 A_i'''}{\rho_1}) + (\frac{\Gamma_1 A_i'''}{\rho_1})^2]}{2}$ $e_{gi} = h_g + \frac{[\bar{u}_i^2 + 2\bar{u}_i \hat{n}_k (\frac{\Gamma_2 A_i'''}{\rho_2}) + (\frac{\Gamma_2 A_i'''}{\rho_2})^2]}{2}$	(no se considera)
Flux de calor interfacial $q''_{ki}$	$H_{ik} [T_k (h_k, P_k) - T_{SAT}]$ $H_{ik}$ coeficiente convectivo de transferencia de calor interfacial	$H_{ik} (T^s - T_k)$ donde: $T_k = T_k (e_k, P_k)$
Flux de calor fluido-pared $q''_{kw}$	$H_k [T_w - T_k (h_k, P_k)] + \kappa_k (T_w - T_{SAT})^m$ Donde $H_k$ , $\kappa_k$ y $m$ dependen del patrón de flujo	$H_{wk} (T_w - T_k)$

## 9.4 APÉNDICE D: CORRELACIONES PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y DEL NÚMERO DE NUSSELT

Este mecanismo de transferencia de calor no es tan sencillo de determinar ya que existen varios casos que pueden presentarse con respecto al estado en el que se encuentre el fluido: líquido monofásico, mezcla líquido-gas y gas monofásico. El flujo monofásico puede darse en convección forzada (laminar, en transición o turbulenta) y en convección natural (laminar o turbulenta). El flujo bifásico podría también ser laminar o turbulento. Para los casos de la termohidráulica de los CCP, mayormente son flujos turbulentos.

### 9.4.1 Monofásicos líquido y vapor

Este caso no es sencillo ya que el régimen de flujo (laminar, en transición o turbulento) juega un papel muy importante, y se debe de identificar primero para después aplicar las correlaciones para el cálculo de  $H_f$ .

De manera general, la transferencia de calor por convección está dada por:

$$Q_w = H_f \pi D_{a,i} (T_{a,i} - T_f) \quad (9.58)$$

donde el coeficiente convectivo  $H_f$  está dado por:

$$H_f = Nu_{D_{a,i}} \frac{k_f}{D_{a,i}} \quad (9.59)$$

#### Correlaciones para Nusselt en flujo interno desarrollado laminar

Considerando que se tiene flujo desarrollado, el número de Nusselt puede tener un valor contante dependiendo de la condición de frontera térmica que se tenga. Así el número de Nusselt será 4.36 y 3.66 para los casos de flujos de calor constante y temperatura constante, respectivamente [140].

#### Correlación de Petukhov

La correlación de Petukhov de 1970 es la siguiente [140]:

$$Nu_{D_{a,i}} = \frac{\frac{f_{a,i}}{8} Re_{D_{a,i}} Pr_f}{1.07 + 12.7 \sqrt{f_{a,i}/8} (Pr_f^{2/3} - 1)} \quad (9.60)$$

La correlación es válida para  $0.5 < Pr < 2000$  y  $10^4 < Re_{D_{a,i}} < 5 \times 10^6$ . Por otra parte,  $f_{a,i}$  puede ser obtenido del diagrama de Moody o para tuberías suaves la siguiente ecuación [30,140]:

$$f_{a,i} = \left(0.790 \ln Re_{D_{a,i}} - 1.64\right)^{-2} \quad \text{para} \quad 3000 < Re_{D_{a,i}} < 5 \times 10^6 \quad (9.61)$$

### Correlación de Gnielinski

El número de Nusselt depende del tipo de flujo a través del tubo absorbedor. Suponiendo flujo turbulento, se utiliza la correlación de Gnielinski de 1976 [30,33,85,140]

$$Nu_{D_{a,i}} = \frac{\frac{f_{a,i}}{8} (Re_{D_{a,i}} - 1000) Pr_f}{1.07 + 12.7 \sqrt{f_{a,i}/8} (Pr_f^{2/3} - 1)} \quad (9.62)$$

y

$$f_{a,i} = \left(0.790 \ln Re_{D_{a,i}} - 1.64\right)^{-2} \quad (9.63)$$

para  $0.5 < Pr_f < 2000$  y  $3000 < Re_{D_{a,i}} < 5 \times 10^6$

Una variante más de la correlación de Gnielinski para las mismas condiciones de arriba es la que Kalogirou [141] y Liang *et al.* [80] citan:

$$Nu_{D_{a,i}} = \frac{\frac{f_{a,i}}{8} (Re_{D_{a,i}} - 1000) Pr_f}{1 + 12.7 \sqrt{f_{a,i}/8} (Pr_f^{2/3} - 1)} \left(\frac{Pr_f}{Pr_{a,i}}\right)^{0.11} \quad (9.64)$$

con

$$f_{a,i} = \left[1.82 \log(Re_{D_{a,i}}) - 1.64\right]^{-2} \quad (9.65)$$

donde  $Pr_f$  es el número de Prandtl evaluado a la temperatura del HTF ( $T_f$ ) y es el número de Prandtl evaluado a la temperatura del lado interno del absorbedor ( $T_{a,i}$ ).

Otra correlación de Gnielinski equivalente a la de arriba es la que sigue (que considera el coeficiente de fricción  $C$  en lugar del factor de fricción  $f_{a,i}$  [142,143]):

$$Nu_{D_{a,i}} = \frac{(C/2)(Re_{D_{a,i}} - 1000)Pr_f}{1 + 12.7\sqrt{C/2}(Pr_f^{2/3} - 1)} \left(\frac{Pr_f}{Pr_{a,i}}\right)^{0.11} \quad (9.66)$$

Con  $C = [1.82 \log(Re_{D_{a,i}}) - 1.64]^{-2}$  [142,144]

O  $C = [1.58 \ln(Re_{D_{a,i}}) - 3.28]^{-2}$  [143]

El factor de fricción  $f_{a,i}$ , también llamado como *factor de fricción de Moody* (o Darcy), no debe ser confundido con el coeficiente de fricción (que a veces es llamado *factor de fricción de Fanning*), sin embargo, ambos se relacionan entre sí mediante la Ec. (9.67) [140]:

$$C = \frac{f_{a,i}}{4} \quad (9.67)$$

### Correlación de Dittus-Boelter

Para el caso de agua líquida o vapor monofásico a régimen turbulento, una ecuación muy aceptable para el cálculo del número Nusselt es la correlación de Dittus-Boelter [82]:

$$Nu_{D_{a,i}} = 0.023 Re_{D_{a,i}}^{0.8} Pr_{a,i}^{1/3} \quad (9.68)$$

## 9.5 APÉNDICE E: ADECUACIONES AL MODELO A DOS FLUIDOS

Para la discretización de las ecuaciones del modelo dos fluidos, es necesario hacer unas adecuaciones al modelo que garanticen obtener resultados correctos y un comportamiento estable del simulador. Dichas adecuaciones se basan en la metodología planteada por RELAP5 y Ransom [17], debido a que ha mostrado ser muy conveniente en cuanto al tratamiento de las ecuaciones de conservación y además porque permite que el modelo bifásico pueda volverse un modelo monofásico fácilmente. En primer lugar, se consideran las ecuaciones de suma y resta de conservación de masa, luego las ecuaciones de suma y resta de momentum, y finalmente las ecuaciones de energía para cada fase en la forma expandida (en los términos de derivadas temporales).

### 9.5.1 Ecuación de suma de conservación de masa

Esta ecuación también es llamada ecuación de suma de densidad, y se obtiene de expandir el término temporal de las ecuaciones de conservación de masa de cada una de las fases (sustituir  $k = g$  o  $k = f$ , según sea el caso, en la Ec. (3.1)) y sumarlas como sigue:

$$\alpha_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \rho_g \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g v_g A) + \alpha_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial \alpha_f}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f v_f A) = \Gamma_g + \Gamma_f$$

donde

$$\frac{\partial \alpha_f}{\partial t} = -\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} \quad (9.69)$$

Sustituyendo las Ecs. (3.2) y (9.69) y reordenando se tiene:

$$\alpha_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \alpha_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + (\rho_g - \rho_f) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g v_g A + \alpha_f \rho_f v_f A) = 0 \quad (9.70)$$

### 9.5.2 Ecuación de resta de conservación de masa

Esta ecuación también es llamada ecuación de resta de densidad, y se obtiene de expandir el término temporal de las ecuaciones de conservación de masa de cada una de las fases (sustituir  $k = g$  o  $k = f$ , según sea el caso, en la Ec. (3.1)) y restar la ecuación de conservación de masa de la fase líquida de la fase vapor:

$$\alpha_g \frac{\partial}{\partial t} (\rho_g) + \rho_g \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g v_g A) - \alpha_f \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f) - \rho_f \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f v_f A) = \Gamma_g - \Gamma_f$$

Nuevamente usando las Ecs. (3.2) y (9.69) se tiene:

$$\alpha_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} - \alpha_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + (\rho_g + \rho_f) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g v_g A - \alpha_f \rho_f v_f A) = 2\Gamma_w$$

Sustituyendo la Ec. (3.50) en la ecuación anterior se obtiene la Ec. (9.71).

$$\begin{aligned} \alpha_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} - \alpha_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + (\rho_g + \rho_f) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g v_g A - \alpha_f \rho_f v_f A) \\ = - \frac{2[H_{ig}(T^s - T_g) + H_{if}(T^s - T_f)]}{h_g^* - h_f^*} + 2\Gamma_w \end{aligned} \quad (9.71)$$

donde  $h_g^*$  y  $h_f^*$  son definidas en la Sección 3.2.4.3.

### 9.5.3 Ecuación de suma de momentum

La ecuación de suma de momentum se obtiene mediante la adición de las ecuaciones de conservación de momentum de ambas fases, y tomando en cuenta las condiciones de balance en la interfase en la ecuación de suma de momentum:

vapor:

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g A \frac{\partial v_g}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_g \rho_g A \frac{\partial v_g^2}{\partial z} \\ = -\alpha_g A \frac{\partial P}{\partial z} + \alpha_g \rho_g g_z A - (\alpha_g \rho_g A) F W_g(v_g) + \Gamma_g A (v_l - v_g) - (\alpha_g \rho_g A) F I_g(v_g - v_f) \\ - C_{VM} \alpha_g \alpha_f \rho_m A \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} \end{aligned}$$

líquido:

$$\begin{aligned} \alpha_f \rho_f A \frac{\partial v_f}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_f \rho_f A \frac{\partial v_f^2}{\partial z} \\ = -\alpha_f A \frac{\partial P}{\partial z} + \alpha_f \rho_f g_z A - (\alpha_f \rho_f A) F W_f(v_f) - \Gamma_g A (v_l - v_f) + (\alpha_f \rho_f A) F I_f(v_g - v_f) \\ + C_{VM} \alpha_g \alpha_f \rho_m A \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} \end{aligned}$$

Suma de momentum

$$\begin{aligned}
 & \alpha_g \rho_g A \frac{\partial v_g}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_g \rho_g A \frac{\partial v_g^2}{\partial z} + \alpha_f \rho_f A \frac{\partial v_f}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_f \rho_f A \frac{\partial v_f^2}{\partial z} \\
 & = -\alpha_g A \frac{\partial P}{\partial z} + \alpha_g \rho_g g_z A - (\alpha_g \rho_g A) FW_g(v_g) + \Gamma_g A (v_l - v_g) - (\alpha_g \rho_g A) FI_g(v_g - v_f) \\
 & - C_{VM} \alpha_g \alpha_f \rho_m A \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} - \alpha_f A \frac{\partial p}{\partial z} + \alpha_f \rho_f g_z A - (\alpha_f \rho_f A) FW_f(v_f) - \Gamma_g A (v_l - v_f) \\
 & + (\alpha_f \rho_f A) FI_f(v_g - v_f) + C_{VM} \alpha_g \alpha_f \rho_m A \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t}
 \end{aligned}$$

Simplificando y dividiendo entre A

$$\begin{aligned}
 & \alpha_g \rho_g \frac{\partial v_g}{\partial t} + \alpha_f \rho_f \frac{\partial v_f}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha_g \rho_g \frac{\partial v_g^2}{\partial z} + \frac{1}{2} \alpha_f \rho_f \frac{\partial v_f^2}{\partial z} \\
 & = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_m g_z - (\alpha_g \rho_g) FW_g(v_g) - (\alpha_f \rho_f) FW_f(v_f) - \Gamma_g (v_g - v_f)
 \end{aligned} \tag{9.72}$$

donde  $B_z$  es la componente en dirección  $z$  del vector de la fuerza de cuerpo (en este caso la gravedad).

#### 9.5.4 Ecuación de resta de momentum

Antes de restar las ecuaciones de conservación de momentum, es necesario dividir las ecuaciones de momentum de vapor y de líquido entre  $\alpha_g \rho_g$  y  $\alpha_f \rho_f$ , respectivamente (sustituir  $k = g$  o  $k = f$ , según sea el caso en la Ec. (3.4)). Además de que se aplican las condiciones en la interfase fluido-fluido, los términos adicionales de la consideración de dos presiones y se dividirá entre A.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v_g^2}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial v_f^2}{\partial z} \\
 & = -\left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f}\right) \frac{\partial P}{\partial z} - FW_g v_g + FW_f v_f + \frac{\Gamma_g (v_{gl} - v_g)}{\alpha_g \rho_g} + \frac{\Gamma_g (v_{fl} - v_f)}{\alpha_f \rho_f} \\
 & - \rho_m FI (v_g - v_f) - C_{VM} \frac{\rho_m^2}{\rho_g \rho_f} \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{9.73}$$

Agrupando términos semejantes (agregando el término adicional de dos presiones para flujo estratificado) se tiene:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v_g^2}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial v_f^2}{\partial z} \\
&= - \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f} \right) \frac{\partial P}{\partial z} - FW_g v_g + FW_f v_f + \frac{\Gamma_g [\rho_m v_l - (\alpha_f \rho_f v_g + \alpha_g \rho_g v_f)]}{\alpha_g \alpha_f \rho_g \rho_f} - \rho_m FI(v_g - v_f) \\
&- C_{VM} \frac{\rho_m^2}{\rho_g \rho_f} \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} + \frac{\rho_m}{\rho_g \rho_f} (\rho_f - \rho_g) B_y \frac{\partial y}{\partial x}
\end{aligned}$$

Expandiendo el término diferencial del término de masa virtual y agrupando los términos temporales de las velocidades se tiene:

$$\begin{aligned}
& \left( 1 + \frac{C_{VM} \rho_m^2}{\rho_g \rho_f} \right) \left( \frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_f}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial v_g^2}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial v_f^2}{\partial z} \\
&= - \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f} \right) \frac{\partial P}{\partial z} - FW_g v_g + FW_f v_f \\
&+ \frac{\Gamma_g [\rho_m v_l - (\alpha_f \rho_f v_g + \alpha_g \rho_g v_f)]}{\alpha_g \alpha_f \rho_g \rho_f} - \rho_m FI(v_g - v_f) \\
&+ \frac{\rho_m}{\rho_g \rho_f} (\rho_f - \rho_g) B_y \frac{\partial y}{\partial x}
\end{aligned} \tag{9.74}$$

donde

$$\begin{aligned}
B_y &= -g \operatorname{sen}(\beta) \\
y &= \frac{D}{2} \cos(\theta_{dry})
\end{aligned}$$

### 9.5.5 Ecuación de energía expandida (fase gaseosa)

Sustituyendo  $k = g$  en la Ec. (3.5) se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g U_g) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g U_g v_g A) \\
&= -P \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} - \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g v_g A) + Q_{wg} + Q_{ig} + \Gamma_{ig} h_g^* + \Gamma_w h_g' + \Phi_g
\end{aligned} \tag{9.75}$$

Expandiendo el término temporal y acomodando se tiene:

$$\begin{aligned}
& (\rho_g U_g + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_g U_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g \frac{\partial U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g U_g v_g A) + P \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g v_g A) \right] \\
&= Q_{wg} + Q_{ig} + \Gamma_{ig} h_g^* + \Gamma_w h_g' + \Phi_g
\end{aligned} \tag{9.76}$$

Ahora bien sustituyendo las siguientes ecuaciones

$$Q_{ig} = H_{ig} (T^s - T_g) - \left( \frac{1 - \varepsilon}{2} \right) \Gamma_w (h_g' - h_f') \tag{9.77}$$

$$\Gamma_{ig} = - \frac{[H_{ig} (T^s - T_g) + H_{if} (T^s - T_f)]}{h_g^* - h_f^*} \tag{9.78}$$

$$\begin{aligned}
 & (\rho_g U_g + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_g U_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g \frac{\partial U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g U_g v_g A) + P \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g v_g A) \right] \\
 & = H_{ig}(T^s - T_g) - \left( \frac{1 - \varepsilon}{2} \right) \Gamma_w (h'_g - h'_f) - \frac{[H_{ig}(T^s - T_g) + H_{if}(T^s - T_f)]}{h_g^* - h_f^*} h_g^* + \Gamma_w h'_g + Q_{wg} \\
 & + \Phi_g \\
 & (\rho_g U_g + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_g U_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g \frac{\partial U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g U_g v_g A) + P \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g v_g A) \right] \\
 & = H_{ig}(T^s - T_g) - \left( \frac{1 - \varepsilon}{2} \right) \Gamma_w (h'_g - h'_f) - \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right) H_{ig}(T^s - T_g) - \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right) H_{if}(T^s - T_f) \\
 & + h'_g \Gamma_w + Q_{wg} + \Phi_g
 \end{aligned}$$

Simplificando se tiene:

$$\begin{aligned}
 & (\rho_g U_g + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_g U_g \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g \frac{\partial U_g}{\partial t} + \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g U_g v_g A) + P \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g v_g A) \right] \\
 & = - \left( \frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*} \right) H_{ig}(T^s - T_g) - \left( \frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*} \right) H_{if}(T^s - T_f) \\
 & + \left[ \left( \frac{1 + \varepsilon}{2} \right) h'_g + \left( \frac{1 - \varepsilon}{2} \right) h'_f \right] \Gamma_w + Q_{wg} + \Phi_g
 \end{aligned} \tag{9.79}$$

### 9.5.6 Ecuación de energía expandida (fase líquida)

Sustituyendo  $k = f$  en la Ec. (3.5) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f U_f) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f U_f v_f A) = -P \frac{\partial \alpha_f}{\partial t} - \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f v_f A) + Q_{wf} + Q_{if} - \Gamma_{ig} h_f^* - \Gamma_w h'_f + \Phi_f$$

Expandiendo el término de derivada temporal de la ecuación de conservación de energía de la fase líquida, sustituyendo la ecuación de derivada parcial de la fracción de vacío de la fase líquida y agrupando términos semejantes se tiene:

$$\begin{aligned}
 & -(\rho_f U_f + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_f U_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \alpha_f \rho_f \frac{\partial U_f}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f U_f v_f A) + \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f v_f A) \\
 & = Q_{wf} + Q_{if} - \Gamma_{ig} h_f^* - \Gamma_w h'_f + \Phi_f
 \end{aligned}$$

Usando las siguiente ecuación y la definición de  $\Gamma_{ig}$  dada por Ec. (9.77)

$$Q_{if} = H_{if}(T^s - T_f) - \left( \frac{1 + \varepsilon}{2} \right) \Gamma_w (h'_g - h'_f) \tag{9.80}$$

Se tiene:

$$\begin{aligned}
& -(\rho_f U_f + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_f U_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \alpha_f \rho_f \frac{\partial U_f}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f U_f v_f A) + \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f v_f A) \\
& = H_{if}(T^s - T_f) - \left(\frac{1 + \varepsilon}{2}\right) \Gamma_w (h'_g - h'_f) + \frac{[H_{ig}(T^s - T_g) + H_{if}(T^s - T_f)]}{h_g^* - h_f^*} h'_f - \Gamma_w h'_f + Q_{wf} \\
& + \Phi_f \\
& -(\rho_f U_f + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_f U_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \alpha_f \rho_f \frac{\partial U_f}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f U_f v_f A) + \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f v_f A) \\
& = H_{if}(T^s - T_f) - \left(\frac{1 + \varepsilon}{2}\right) \Gamma_w (h'_g - h'_f) + \left(\frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{ig}(T^s - T_g) + \left(\frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{if}(T^s - T_f) \\
& - \Gamma_w h'_f + Q_{wf} + \Phi_f
\end{aligned}$$

Agrupando términos semejantes se tiene:

$$\begin{aligned}
& -(\rho_f U_f + P) \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \alpha_f U_f \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \alpha_f \rho_f \frac{\partial U_f}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f U_f v_f A) + \frac{P}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f v_f A) \quad (9.81) \\
& = \left(\frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{ig}(T^s - T_g) + \left(\frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{if}(T^s - T_f) \\
& - \left[\left(\frac{1 + \varepsilon}{2}\right) h'_g + \left(\frac{1 - \varepsilon}{2}\right) h'_f\right] \Gamma_w + Q_{wf} + \Phi_f
\end{aligned}$$

### 9.5.7 Ecuación de energía no expandida

El procedimiento seguido para la obtención de los valores de las variables independientes, emplea las ecuaciones de energía en la forma expandida, sin embargo, esto genera un error en el cálculo de la energía debido a la linealización en la derivada temporal. Este error puede solucionarse si se utilizan las ecuaciones de la energía de cada fase, en la forma no expandida en la sustitución hacia atrás. Para ambas fases, solo se agrupan los términos relacionados con la derivada temporal del producto de  $\alpha_g \rho_g U_g$  y  $\alpha_f \rho_f U_f$  de las Ecs. (9.79) y (9.81), respectivamente; y se obtienen las Ecs. (9.82) y (9.83), para el vapor y el líquido, respectivamente.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g U_g) + \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g \rho_g U_g v_g A) + P \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_g v_g A) \right] \\
& = -P \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} - \left(\frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{ig}(T^s - T_g) - \left(\frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{if}(T^s - T_f) \quad (9.82) \\
& + \left[\left(\frac{1 + \varepsilon}{2}\right) h'_g + \left(\frac{1 - \varepsilon}{2}\right) h'_f\right] \Gamma_w + Q_{wg} + \Phi_g
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_f \rho_f U_f) + \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f \rho_f U_f v_f A) + P \frac{\partial}{\partial z} (\alpha_f v_f A) \right] \quad (9.83) \\
& = P \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + \left(\frac{h_f^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{ig}[T^s - T_g] + \left(\frac{h_g^*}{h_g^* - h_f^*}\right) H_{if}(T^s - T_f) \\
& - \left[\left(\frac{1 + \varepsilon}{2}\right) h'_g + \left(\frac{1 - \varepsilon}{2}\right) h'_f\right] \Gamma_w + Q_{wf} + \Phi_f
\end{aligned}$$

## 9.6 APÉNDICE E: CRITERIO PARA EL MÉTODO DE SIMPSON (INTEGRACIÓN NUMÉRICA)

Las funciones dadas por las Ecs. (9.84) y (9.85) permiten calcular el número de intervalos para alcanzar la precisión deseada [145] para las integrales numéricas por los métodos de los trapecios y Simpson, respectivamente.

$$E_T(f, h) = -\frac{(b-a)f^{(2)}(c)h^2}{12} \quad (9.84)$$

$$E_S(f, h) = -\frac{(b-a)f^{(4)}(c)h^4}{180} \quad (9.85)$$

Los órdenes de los errores son  $O(h^2)$  y  $O(h^4)$  para las reglas del trapecio y de Simpson, respectivamente. Es por ello que se requiere un mayor número de elementos usando la regla del trapecio. Hay otros métodos más precisos que la de Simpson, por ejemplo Boole y Rumberg, sin embargo no se consideran en este presente trabajo, ya que no es la finalidad del mismo.