



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Instituto Tecnológico de Hermosillo

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E
INVESTIGACIÓN
DESARROLLO DE UNA ESTACIÓN DE MONITOREO
BASADA EN OBSERVADORES DE ESTADO PARA UN
PROCESO DE TANQUES ACOPLADOS

TESIS

Presentada como requisito parcial para obtener el grado de:

Maestría en Ingeniería Electrónica

Ing. Fernando Joaquín Ramírez Coronel

Director

Dr. Guillermo Valencia Palomo

Codirector

Dr. Jorge Alberto Orrante Sakanassi

Hermosillo, Sonora

Septiembre de 2017



*Dedicado a
mi familia*

Agradecimientos

A mis padres y hermanos, por darme todo su apoyo y la motivación que me hace seguir avanzando, ya que ellos guían mi camino y me enseñaron el valor del esfuerzo, la perseverancia y rectitud.

A mi director de tesis Dr. Guillermo Valencia Palomo, quien es una inspiración para mí por todos sus logros académicos y de vida. Es un honor poder aprender de alguien con su conocimiento y destrezas. De verdad, mi más profundo agradecimiento por todos los momentos que dedicó a instruirme y guiarme en este reto que supone el proceso de convertirse en maestro.

A mi codirector de tesis Dr. Jorge Alberto Orrante Sakanassi, por su apoyo incondicional y por ser un ejemplo para mí, no solo como un académico investigador, si no como una persona humilde y trabajadora. Gracias por dedicar parte de su tiempo a enseñarme y corregir mis errores. Gracias por todo.

A mis revisores de tesis por sus comentarios constructivos y acertadas sugerencias: Dra. Rosalía del Carmen Gutiérrez Urquídez y M.C. José Manuel Chávez.

A mis compañeros de generación: Horacio Valencia Cordova, Leonor García Gámez, Jesús Naím León Ortega, Adrián Francisco Gallardo Tullez, Juan Antonio Borboa Griego, Jesus Alejandro Medellín; por todo el tiempo que pasamos juntos, el apoyo que me han dado y todo lo que he aprendido de cada uno de ustedes.

Al M.C. Carlos Alberto Pereyda Pierre, quien no solo es un gran maestro y modelo a seguir, si no que es uno de mis mejores amigos y ha creído en mí, aun cuando yo no lo hice.

Al personal del Instituto Tecnológico de Hermosillo, el cual me ha dado su apoyo de forma incondicional.

A CONACyT, por proporcionar los medios económicos para realizar mis estudios de maestría.

Resumen

Esta tesis trata el desarrollo de una estación de monitoreo basada en observadores de estado para un proceso de tanques acoplados. La motivación surge del hecho de que muchos procesos multivariables no lineales de la industria cuentan con muchas variables de difícil medición. Siendo un claro ejemplo de esto el caso de los tanques acoplados en procesos de destilación. Además, la enorme cantidad de sensores implica costos más elevados de mantenimiento y una mayor dificultad en la detección de fallas. El no tener acceso a ciertas variables del proceso puede implicar el no poder hacer uso de controladores modernos, los cuales representan técnicas de control más eficientes para sistemas multivariables que las ya conocidas técnicas de control clásico, pero las cuales requieren un mayor conocimiento del sistema.

El propósito de esta tesis es entonces el desarrollo de una estación que permita monitorear las variables de un proceso multivariable no lineal, mitigando las dificultades de medición, los problemas que conlleva el desgaste físico y la cantidad de sensores. Para lograr todo esto, se desarrollan cuatro sensores de software (también llamados observadores de estados), los cuales se aplican a un proceso de tanques cuádruples acoplados que cuenta con dos sensores en sus tanques inferiores pero que no dispone de los sensores de los tanques superiores. Los observadores son: un observador de Luenberger, un filtro extendido de Kalman, un observador de alta ganancia y un observador por modos deslizantes. Dichos observadores se eligieron por su anterior aplicación en procesos similares a los cuatro tanques acoplados y por sus diferentes propiedades de convergencia y velocidad. Se hace una comparativa de los cuatro observadores en base a el error cuadrático medio de estimación, velocidad de convergencia, facilidad de implementación, etc. Se elige al observador con mayor puntaje y se implementa en un software de instrumentación, de tal manera que se llega a una estación de monitoreo que proporciona las alturas de los cuatro tanques del proceso haciendo uso de solo dos sensores

instalados en los tanques inferiores y usando el observador de estados para estimar las alturas de los tanques superiores.

De este trabajo resulta un análisis y desarrollo de cuatro observadores aplicados a un proceso de tanques cuádruples acoplados, una estación de monitoreo basada en un observador de estados de Luenberger y una estimación en el sistema real prevista en las simulaciones del sistema. Se concluye la viabilidad del uso de observadores de estado como base para el desarrollo de sistemas de monitoreo y creación de plataformas para la subsecuente aplicación de controladores modernos en la industria.

Abstract

This thesis deals with the development of an observer based monitoring station for a quadruple tank process. The motivation arises for the fact that many nonlinear multivariable processes in the industry account for many variables of difficult measurement. Being a clear example of this, the case of coupled tanks in distillation processes. Moreover, the huge amount of sensors implicates greater maintenance costs and difficulty in fault detection. Not having access to certain variables of the process can implicate not using modern controllers, which represent more efficient control techniques for multivariable systems than the well known classical control techniques. But which require more knowledge of the system.

The objective of this thesis is then, the development of a station that allows monitoring the variables of a nonlinear multivariable process mitigating the difficulties of measurement, the problems of physical wear and the number of sensors. For achieving all of this, four state observers were developed, which are applied to a quadruple tank process that accounts with two sensors in the two lower tanks and no sensors in the two upper tanks. The observers are: a Luenberger observer, an extended Kalman Filter, a high gain observer and a sliding mode observer. These observers were chosen due to their previous application in similar processes to the four coupled tanks and their different properties of convergence and speed. A comparison of the four observers is made based on the mean squared error of estimation, speed of convergence, ease of implementation, etc. The observer with the highest score is chosen and implemented in an instrumentation software, such that a monitoring station is reached that provides the heights of the four tanks process using only two sensors installed in the lower tanks and using the state observer to estimate the heights of the upper tanks. This work results in an analysis and development of four observers applied to a quadruple tank process, a monitoring station based in a Luenberger state observer and an

estimate in the actual system provided in the system simulations. It concludes the feasibility of using state observers as a basis for the development of monitoring systems and platform creation for the subsequent application of modern controllers in the industry.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| Lista de figuras | III |
| Lista de tablas | v |
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Antecedentes | 1 |
| 1.2. Planteamiento del problema | 6 |
| 1.3. Hipótesis | 8 |
| 1.4. Objetivo | 8 |
| 1.4.1. Objetivo general | 8 |
| 1.4.2. Objetivos específicos | 8 |
| 1.5. Justificación | 8 |
| 1.6. Metas y alcances | 9 |
| 1.7. Descripción de la estructura de la Tesis | 9 |
| 2. Modelado del sistema | 11 |
| 2.1. Antecedentes del caso de estudio | 11 |
| 2.2. Modelado matemático del sistema físico | 12 |
| 2.3. Linealización | 18 |
| 2.4. Consideraciones adicionales del modelo | 22 |
| 2.4.1. Función de transferencia | 22 |
| 2.5. Parámetros y especificaciones técnicas | 23 |
| 2.6. Conclusiones | 24 |
| 3. Observadores de estado | 25 |
| 3.1. Observadores desarrollados | 25 |
| 3.2. Observador de estados de Luenberger | 27 |
| 3.3. Filtro Extendido de Kalman | 29 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 3.4. | Observador de Alta Ganancia | 32 |
| 3.5. | Observador en Modos Deslizantes | 36 |
| 3.6. | Conclusiones | 37 |
| 4. | Interfaz gráfica y sistema | 39 |
| 4.1. | Descripción de la interfaz gráfica | 39 |
| 4.2. | Funcionamiento del diagrama de bloques | 42 |
| 4.2.1. | Configuraciones de tanques | 42 |
| 4.3. | Conclusiones | 43 |
| 5. | Validación experimental | 49 |
| 5.1. | Metodología | 49 |
| 5.2. | Validación por simulación y comparativa | 50 |
| 5.2.1. | Observador de Luenberger | 50 |
| 5.2.2. | Filtro extendido de Kalman | 52 |
| 5.2.3. | Observador de alta ganancia | 52 |
| 5.2.4. | Observador por modos deslizantes | 56 |
| 5.2.5. | Comparativa | 56 |
| 5.3. | Implementación de la estación basada en el observador de es- tados de Luenberger | 61 |
| 5.4. | Especificaciones técnicas | 62 |
| 5.5. | Conclusiones | 63 |
| 6. | Conclusiones | 66 |
| 6.1. | Conclusiones finales | 66 |
| 6.2. | Aportaciones | 67 |
| 6.3. | Trabajos futuros y recomendaciones | 67 |
| | Referencias | 69 |

Índice de figuras

| | |
|---|----|
| 1.1. Indicador de cristal tubular. | 3 |
| 1.2. Sensor eléctrico por flotador. | 4 |
| 1.3. Sensor ultrasónico en funcionamiento. | 4 |
| 1.4. Sensor de presión instalado en un tanque de líquido y su proyección. | 5 |
| 1.5. Sistema de inspección de nivel de líquido en una banda de llenado de botellas. | 6 |
| 2.1. Sistema de tanques cuádruples acoplados. | 12 |
| 2.2. Sistema de tanques cuádruples acoplados. | 13 |
| 2.3. Representación esquemática de los flujos entrante y saliente del tanque inferior izquierdo (Tanque 1). | 16 |
| 2.4. Representación esquemática de los flujos entrante y saliente del tanque superior izquierdo (Tanque 3). | 18 |
| 3.1. Diagrama de bloques de un observador de estados. | 26 |
| 4.1. Diagrama de flujo de actividades ejecutadas en forma paralela. | 44 |
| 4.2. Rutina de lectura-escritura a la tarjeta de adquisición de datos. | 45 |
| 4.3. Componentes del panel frontal. | 45 |
| 4.4. Interfaz Gráfica: pestaña 1. | 46 |
| 4.5. Interfaz Gráfica: pestaña 2. | 46 |
| 4.6. Interfaz Gráfica: pestaña 3. | 47 |
| 4.7. Interfaz Gráfica: pestaña 4. | 47 |
| 4.8. Interfaz Gráfica: pestaña 5. | 48 |
| 5.1. Gráfica de la dinámica del observador de Luenberger. | 52 |
| 5.2. Gráfica de la dinámica del filtro extendido de Kalman (EKF). | 54 |
| 5.3. Gráfica de la dinámica del observador de alta ganancia. | 56 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.4. | Gráfica de la dinámica del tanque tres para distintas ganancias del observador de estados de alta ganancia. | 58 |
| 5.5. | Gráfica de la dinámica del observador de estados por modos deslizantes. | 59 |
| 5.6. | Observador de estados por modos deslizantes con ruido gaussiano. | 60 |
| 5.7. | Estación de monitoreo basada en el observador de Luenberger. | 62 |
| 5.8. | Módulo de tanques acoplados, con reservorio, bomba y manguera. | 64 |
| 5.9. | Módulos de dos tanques acoplados, módulo de acondicionamiento y tarjeta de adquisición de datos. | 65 |

Lista de tablas

| | |
|--|----|
| 2.1. Parámetros del modelo matemático de los tanques acoplados . | 24 |
| 5.1. Error cuadrático medio para el observador de estados de Luenberger. | 51 |
| 5.2. Error cuadrático medio para el filtro extendido de Kalman (EKF). | 53 |
| 5.3. Error cuadrático medio para el observador de alta ganancia (HGO). | 55 |
| 5.4. Error cuadrático medio para el observador de estados por modos deslizantes (SMO). | 57 |
| 5.5. Tabla de matriz de pesos para la elección de observadores. . . | 60 |
| 5.6. Componentes del sistema. | 63 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Uno de los problemas más antiguos de control es la regulación del nivel de líquido en depósitos. Ya que de hecho, los primeros sistemas retroalimentados construidos fueron sistemas de relojes por goteo en donde el nivel de líquido daba una referencia del tiempo. Un ejemplo de este sistema es el construido por Tesibio hacia el año 300 a.C. En este sistema, se usaba un tanque adicional cuyo nivel de agua debía mantenerse para un goteo constante, lo cual se lograba mediante un flotador [1]. En general, el control era intuitivo y seguía reglas heurísticas. Ejemplos destacados fueron los relojes por goteo y depósitos de agua. Con la llegada de la revolución industrial, donde comenzó la producción a gran escala y se llega a la necesidad de controlar el nivel de flujo, concentración y otras variables de fluidos en procesos industriales, se desarrolla la teoría de control clásica y moderna. En la actualidad, existen innumerables procesos de la industria que requieren el control y monitoreo tanto de nivel como de flujo para tanques contenedores de líquidos. Algunos ejemplos de estas industrias son: la petroquímica, farmacéutica, de bebidas y las plantas tratadoras de agua [2]. Estos ejemplos dan cuenta de la importancia del control de nivel de líquidos para procesos industriales y para sostener la actividad humana diaria (como el consumo de agua, combustible, alimentos, fármacos, etc.). Esto nos habla del hecho de que el control y monitoreo de líquidos en tanques es de suma importancia para las economías y mercados.

Un caso relevante de control de nivel en tanques es el control de tanques

acoplados y entre éstos, el caso de tanques cuádruples acoplados, ya que además de servir como modelo de procesos no lineales y multivariantes en plantas industriales reales, son una excelente plataforma para poner a prueba distintas estrategias de control. Estrategias que al implementarse, podrían pasar del ámbito académico o de investigación al ámbito industrial [3], [4].

En los casos de tanques acoplados, las técnicas de control clásicas se vuelven más difíciles de implementar con el aumento de entradas y salidas. Por lo tanto, técnicas de control modernas que manejan sistemas de múltiples entradas y salidas (MIMO) de forma natural, se están volviendo cada vez más comunes. Las técnicas de control moderno hacen uso de un mayor conocimiento de las variables de la planta a tratar y permiten manejar sistemas MIMO con una complejidad que no cambia al aumentar el número de entradas y/o salidas. Pero esa mayor información implica la necesidad de obtener todas las variables necesarias para el conocimiento total de la dinámica del sistema [5]. Por ende, el uso de sensores adecuados cobra mayor importancia al emplear técnicas de control moderno. Además del uso de sensores para la aplicación de controladores modernos en tanques acoplados se destaca el monitoreo de los mismos, es decir, el supervisar variables críticas de las sustancias contenidas en dichos tanques.

Para el caso específico del monitoreo de nivel en sistemas de tanques de líquido se tiene una gran variedad de métodos de medición de nivel, cuya elección depende de las características de las sustancias que se manejan.

En el caso de la medición de nivel de líquidos existe una gran variedad de métodos. Los más utilizados tanto en entornos industriales como académicos son: de punto, continuos, directos e indirectos y de visión.

Los dispositivos de sensado de nivel deben cumplir el ser de fácil acceso para inspección, mantenimiento y reemplazo [6].

A continuación se tratan los distintos tipos de sensores de nivel englobados en cada una de las categorías ya mencionadas.

a) Sensado de nivel directo.

Método que consiste en el monitoreo real y directo (a simple vista) del nivel de líquido. Entre los tipos de sensores de esta categoría se encuentran los indicadores, los flotadores y también, aunque distando un poco de los anteriores, los sensores ultrasónicos.

El **indicador de cristal** es el método más simple para la lectura visual.

Normalmente, el indicador o visor de cristal se monta de forma vertical en el contenedor o depósito del líquido. Sus extremos se conectan a los extremos del depósito de líquido por medio de válvulas de cierre, como se muestra en la Figura 1.1.

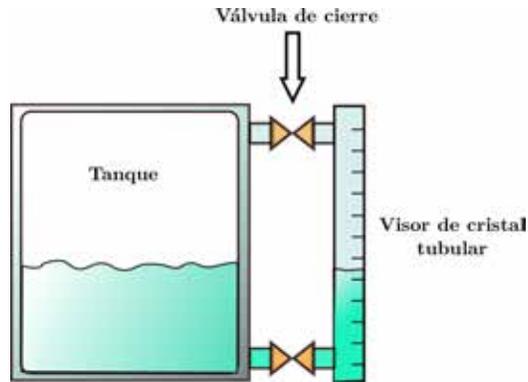


Figura 1.1: Indicador de cristal tubular.

Los **sensores flotadores** pueden ser de dos tipos: los angulares y los de polea. Las ventajas de los sensores flotadores son el ser independientes de las densidades de los líquidos monitoreados, el ser precisos, robustos y el dar una salida lineal de la altura de nivel. Sin embargo, la precisión se afecta por la corrosión y si la superficie del material que se monitorea es turbulenta, la lectura puede variar de forma excesiva [6].

En la Figura 1.2 se muestra un sensor flotador que hace uso de una sencilla transmisión para generar un movimiento circular de un potenciómetro que proporciona un voltaje de proporción lineal al nivel de líquido. Dicho voltaje se puede procesar para mostrar la altura en un *display* o pantalla.

Los **sensores ultrasónicos** pueden ser usados para mediciones de punto fijo o nivel continuo. Operan basados en un principio muy simple: el tiempo que tarda el sonido en viajar una distancia determinada. Estos sensores tienen la habilidad de generar un sonido y la capacidad de interpretar el lapso de tiempo de llegada del eco reflejado, el cual convierten en una medida de la distancia mediante un transductor [6], [7]. Entre las ventajas de los sensores ultrasónicos está el hecho de que al no haber contacto con el líquido cuyo nivel se desea monitorear, pueden usarse con líquidos corrosivos. Además son baratos y precisos.

Entre las desventajas están el hecho de que la vibración y el ruido en

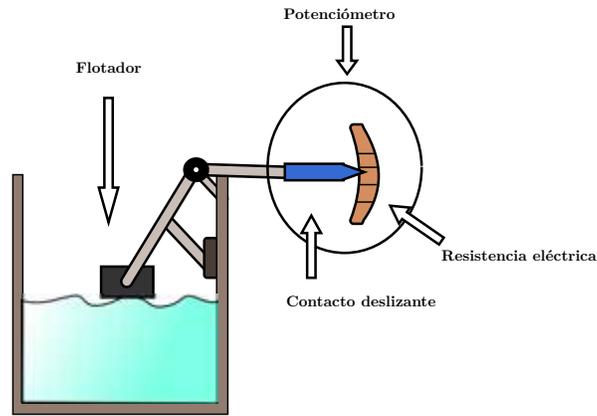


Figura 1.2: Sensor eléctrico por flotador.

general los afectan. También se debe tener cuidado de la humedad y la temperatura de operación.

En la Figura 1.3 se muestra un sensor ultrasónico de tipo no industrial y de uso típico en proyectos educativos. Se observa cómo el emisor envía ondas que al chocar con el agua rebotan al receptor. La circuitería interna de dicho sensor proporciona el nivel basado en la velocidad de las ondas y en el tiempo de salida y llegada.

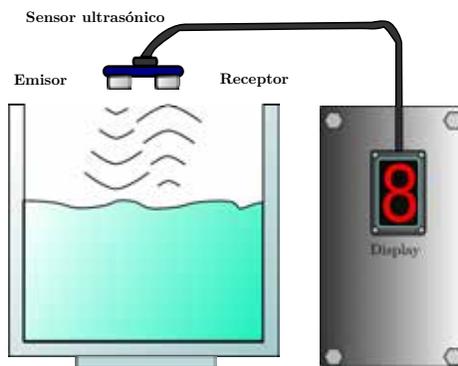


Figura 1.3: Sensor ultrasónico en funcionamiento.

b) Sensado de nivel indirecto

Los sensores de esta categoría miden una propiedad como la presión, y en base a ella y el peso específico del líquido determinan la altura. Dichos sensores son colocados en el fondo de los contenedores.

Una de las desventajas de los sensores de presión es que se deben calibrar constantemente para evitar errores en la medición.

Entre los dispositivos de presión están los de desplazamiento, los capacitivos, los de burbuja, los de cinta resistiva y los de uso del peso. Los sensores desplazadores hacen uso del cambio en la fuerza boyante aplicada a un objeto para medir los cambios en el nivel de líquido [6].

La Figura 1.4 muestra un sensor de presión en un tanque de agua y un acercamiento a éste. Se aprecia que la salida de dicho sensor va hacia una tarjeta de adquisición de datos en la que se procesa para su posterior envío a una computadora.

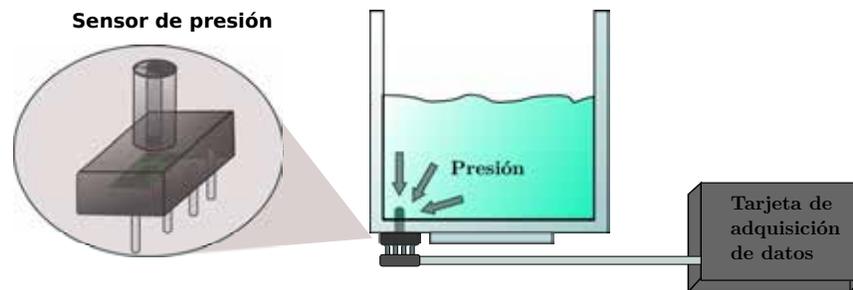


Figura 1.4: Sensor de presión instalado en un tanque de líquido y su proyección.

c) Sensores de punto fijo

La función de estos sensores únicamente consiste en detectar la presencia o ausencia de líquido a un determinado nivel. El sensado de punto fijo se puede usar con sondas conductivas, térmicas y de haz de ruptura [6].

d) Sensores de nivel por visión

Gracias a la miniaturización de los componentes electrónicos, ahora es posible hacer uso de cámaras digitales como un medio para detectar el nivel de líquido en depósitos. La llamada visión por computadora es un proceso que

emula la visión humana captando una imagen a través del sensor óptico de la cámara, procesándola para tomar características distintivas y realizando una acción en base a ello. En el caso del nivel de líquidos, la visión por computadora suele usarse en entornos industriales para realizar inspección por visión artificial, que no es otra cosa más que usar el sistema de visión para detectar que la botella o contenedor se llenó hasta el punto requerido. La Figura 1.5 muestra un ejemplo de sistema de visión para la inspección en llenado de líquidos y la secuencia del proceso mismo. En la Figura 1.5 se representa un sistema industrial de inspección de botellas que puede ser visto como un sensor que consta de iluminación, una cámara y una computadora con el software necesario para procesar la imagen y emitir un resultado.

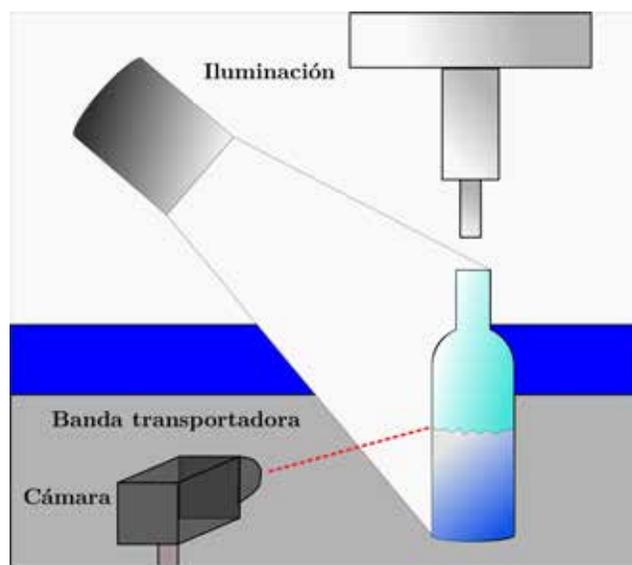


Figura 1.5: Sistema de inspección de nivel de líquido en una banda de llenado de botellas.

1.2. Planteamiento del problema

Entre las dificultades que se presentan con depósitos de líquidos acoplados, una de enorme importancia es que existen variables que son muy difíciles de estimar (como la concentración molar, molal, normal, etc.) y por ello es necesario encontrar formas no convencionales de sensado para así poder con-

trolar dichos procesos. Además, incluso con variables comunes y para las cuales existen distintos tipos de sensores se tienen que hacer estudios y una buena selección del sensor. La razón de esto es que en industrias que trabajan con contenedores se manejan líquidos de una gran variedad de propiedades, siendo algunos corrosivos e inclusive contaminados con radiación. Por lo tanto, se debe elegir un tipo de sensor adecuado para cada tipo de proceso [4].

Los sensores suelen tener problemas de ruido producido por vibraciones y dependiendo del líquido que se maneje, un desgaste considerable, por lo que el funcionamiento se va deteriorando a lo largo del tiempo hasta acabar su vida útil. De ello se desprende que no hay certeza de cual sea la causa de un desperfecto y que además, en muchos casos simplemente se opta por cambiar el sensor. En el mejor de los casos se tiene un sensor de larga duración que se debe calibrar constantemente para proporcionar la medición adecuada de la variable. Además, se tiene una gran masa de cables producto de los variados tipos de sensores que se puedan tener en sistemas de alta complejidad.

En los sistemas de tanques acoplados se busca tener un control y monitoreo de variables como la presión, el caudal, la temperatura y la altura del líquido. De las anteriores, el monitoreo y regulación de la altura de líquido en tanques constituye un problema de suma importancia.

A lo largo de la historia de la industria moderna se han utilizado técnicas de control clásico para la regulación y seguimiento en tanques acoplados de procesos industriales como los que se ven en la industria petroquímica, farmacéutica, de alimentos, etc. Con la llegada del control moderno, se tienen técnicas más eficientes y que permiten manejar sistemas MIMO de una forma natural como lo es, por dar un ejemplo, la técnica de realimentación de estados. Sin embargo, existen algunas razones para la resistencia al cambio, siendo una de ellas, el que las técnicas de control moderno necesitan la disponibilidad de todas las variables de estado. En base a esto último, el problema para los procesos de tanques resulta porque a pesar de que los tanques finales del proceso están instrumentados con sensores de nivel, no se tienen mediciones de algunos tanques que intervienen en el proceso y que son necesarios para la incorporación de algunas técnicas de control moderno, así como por cuestiones de monitoreo y seguridad.

1.3. Hipótesis

Es posible desarrollar una estación de monitoreo basada en observadores de estado para un proceso de tanques acoplados, de tal manera que se puedan obtener las alturas de líquido de los tanques superiores haciendo uso de las entradas y las alturas de líquido de los tanques inferiores proporcionados por los sensores de presión instalados.

1.4. Objetivo

Este trabajo tiene los siguientes objetivos general y específicos.

1.4.1. Objetivo general

Diseñar una estación de monitoreo basada en observadores de estado para el proceso de tanques cuádruples acoplados.

1.4.2. Objetivos específicos

1. Diseñar cuatro observadores de estados utilizando técnicas distintas para calcular el nivel de líquido en los tanques superiores del sistema.
2. Hacer una comparativa de los observadores diseñados tomando en cuenta las características más relevantes para su implementación.
3. Implementar uno de los observadores en una estación de monitoreo, que acorde al desempeño previsto en simulaciones y validación realizada, permita el monitoreo de las alturas de líquido en el sistema de tanques cuádruples acoplados.
4. Validar la estación de monitoreo con la realidad utilizando el equipo de tanques cuádruples acoplados de la marca QUANSER.

1.5. Justificación

Entre las razones para abordar el tema de las estaciones de monitoreo basadas en observadores de estado para tanques acoplados están:

1. El desarrollo de observadores de estado para el proceso de tanques cuádruples acoplados puede devenir en reducción de costos por sensores y en el desarrollo de técnicas de estimación de variables aplicables a procesos de tanques industriales.
2. Las estaciones de monitoreo permiten reducir costos de instrumentación, grandes cantidades de cables y prevenir fallas en el sistema.
3. El control de nivel en tanques acoplados es fundamental en procesos industriales como la destilación, la industria petroquímica, de lácteos, etc [2].
4. El conocer variables de estado en un proceso de múltiples entradas y salidas no lineal, como el proceso de tanques cuádruples acoplados, permite implementar controladores modernos, los cuales tienen un mejor desempeño que los controladores clásicos.
5. El tener una estación de monitoreo implementada en un software fácil de utilizar como LabVIEW permitirá el desarrollo de una plataforma para el diseño e implementación de controladores.

1.6. Metas y alcances

El sistema debe proporcionar de forma continua el nivel de agua de los dos tanques superiores de tal manera que esté dentro de un rango elegido respecto a lo medido por sensores de nivel en dichos tanques.

1.7. Descripción de la estructura de la Tesis

Esta tesis cuenta con seis capítulos:

En el Capítulo 2 se obtiene el modelo matemático no lineal del sistema de tanques cuádruples acoplados usando la ecuación de Bernoulli y el balanceo de masas. A continuación se linealiza el modelo usando expansión por series de Taylor para ponerlo en la forma del espacio de estados. Se obtiene la función de transferencia del modelo lineal, se dan los parámetros del sistema real y se presenta la validación de dicho modelo.

En el Capítulo 3 se desarrolla un observador lineal de Luenberger y tres observadores no lineales; el filtro extendido de Kalman, el observador de alta ganancia y un observador de modos deslizantes basado en el de alta ganancia.

En el Capítulo 4 se desarrolla una interfaz gráfica en Labview para poner a prueba el observador de Luenberger.

En el Capítulo 5 se validan los modelos de los observadores tanto en simulación como en forma experimental.

En el Capítulo 6 se dan las conclusiones y planteamientos futuros sobre este proyecto de investigación.

Capítulo 2

Modelado del sistema

En este capítulo se presentan el modelado matemático del proceso de tanques cuádruples acoplados, consideraciones sobre la función de transferencia, parámetros del modelo y simulaciones. Todo ello con la finalidad de tener una base matemática para el desarrollo de los observadores de estado en el Capítulo 3. En la Sección 2.1 se presenta el primer sistema tanques cuádruples acoplados creado con fines didácticos y académicos. En la Sección 2.2 se desarrolla el modelo matemático no lineal del proceso de tanques cuádruples acoplados a partir del balance de masas y la ecuación de Bernoulli aplicada a los tanques acoplados. En la Sección 2.3 se linealiza el modelo no lineal obtenido en la Sección 2.2 mediante la expansión por series de Taylor para obtener un modelo en el espacio de estados con las matrices A , B , C y D que componen la representación lineal en el espacio de estados. En la Sección 2.4 se deriva la matriz de transferencia y se concluyen resultados sobre la relación física entre las válvulas de tres vías y la ubicación de los ceros en el semiplano complejo. Por último, en la Sección 2.5 se dan las conclusiones pertinentes a este capítulo.

2.1. Antecedentes del caso de estudio

El primer sistema de tanques cuádruples acoplados y dos bombas fue diseñado por Karl Henrik Johansson, y cuya finalidad fue la de servir a laboratorios y universidades como un medio didáctico para representar, analizar y controlar un sistema multivariable con no linealidades. Desde entonces, este sistema se ha utilizado para probar y diseñar controladores que pueden

utilizarse en otros procesos de mayor complejidad [8].

La Figura 2.1 muestra el primer sistema de tanques cuádruples acoplados diseñado por Karl Henrik Johansson [8].



Figura 2.1: Sistema de tanques cuádruples acoplados.

En el proceso de tanques cuádruples acoplados, los tanques inferiores usualmente son controlados por dos bombas, y la posición del cero multivariable en el modelo linealizado se determina por la posición de dos válvulas de tres vías [8].

2.2. Modelado matemático del sistema físico

Para investigar el comportamiento de sistemas ante perturbaciones externas y modificación de sus variables así como consecuentemente el diseño de controladores u observadores se usan dos enfoques diferentes. Uno es el experimental y el otro es el teórico. En el enfoque teórico es requerida una representación del sistema con la finalidad de investigar su comportamiento dinámico. Esta representación viene dada por un conjunto de ecuaciones matemáticas cuya solución lleva a obtener el comportamiento dinámico del proceso [9].

Para la obtención de las ecuaciones que describen la dinámica de sistemas de tanques de líquidos se hace uso del principio de conservación de la masa

y de la ecuación de Bernoulli. Siendo esta última desprendida de el principio de conservación de la energía.

El principio de conservación de la masa lleva al hecho de que la suma de caudales entrantes menos los salientes son iguales a la variación del volumen de líquido en el tanque. Por ello es necesario analizar detalladamente los flujos que entran y salen. Esto último implica que para tanques acoplados el modelado del sistema se complica con el aumento de las interconexiones entre ellos porque se aumenta el número de flujos que entran y salen.

El proceso de tanques cuádruples acoplados es un sistema compuesto de cuatro tanques interconectados el cual consta de dos bombas como entradas y las alturas de los tanques inferiores como salida del sistema, tal y como puede verse en la Figura 2.2.

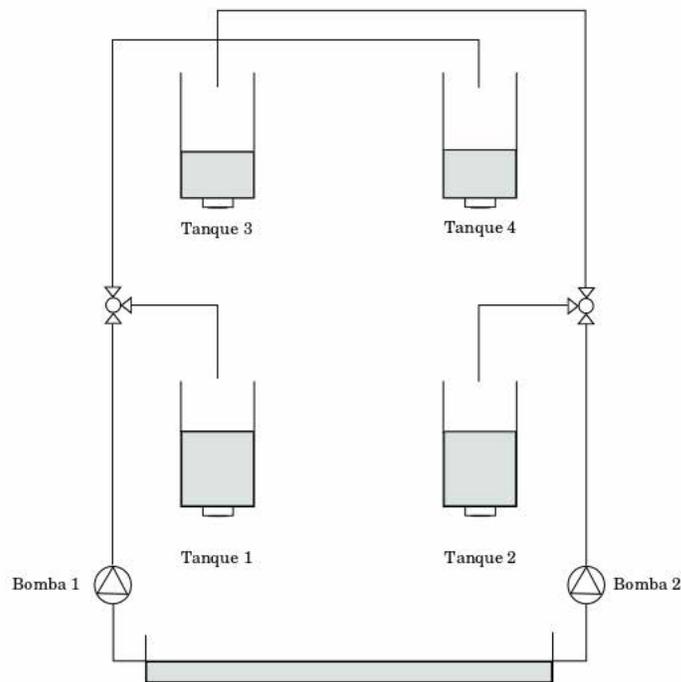


Figura 2.2: Sistema de tanques cuádruples acoplados.

Para modelar dicho sistema se debe obtener una ecuación dinámica para cada tanque, de tal forma que se tengan cuatro ecuaciones diferenciales que muestren el comportamiento dinámico de la altura del líquido en los cuatro

tanques [8], [10]. Entonces, se busca obtener cuatro ecuaciones que representen la dinámica de las alturas de líquido en los tanques, siendo estas alturas, los estados del sistema, que de conocerse describen completamente su comportamiento. Para saber cómo aumenta o disminuye la altura de líquido en un tanque necesitamos saber el flujo entrante y el saliente, por lo que se parte de la ecuación de Bernoulli, la cual representa la conservación de la energía en un fluido moviéndose a lo largo de un trayecto. La ecuación de Bernoulli aplicada a cada uno de los tanques es,

$$\frac{1}{2}\rho v_i^2 + \rho g h_i + P_i = \frac{1}{2}\rho v_o^2 + \rho g h_o + P_o; \quad (2.1)$$

donde ρ representa la densidad, v_i la velocidad a la entrada, g la gravedad, h_i la altura a la entrada, P_i la presión a la entrada, v_o es la velocidad a la salida, h_o es la altura a la salida y P_o es la presión a la salida. Cabe destacar que el subíndice i (del inglés input) se refiere a la sección de entrada del tanque y o (del inglés output) se refiere al orificio de salida del tanque [11].

A cada lado de la ecuación (2.1) se tienen tres términos. El primer término de cada lado de la ecuación depende de la energía cinética, el segundo de la energía potencial y el tercero de la llamada energía de presión. Los términos del lado izquierdo representan las energías a la entrada del trayecto y los términos del lado derecho representan las energías a la salida del trayecto.

Si se toma uno de los tanques y se aplica (2.1), se tiene que por el hecho de que la parte superior de los tanques está en contacto con el medio, las presiones P_i y P_o son iguales a las de la atmosfera, es decir

$$P_i = P_o = 1atm. \quad (2.2)$$

Dado que la diferencia de rapidez del líquido en la parte superior del tanque con respecto al orificio inferior de salida es muy grande se puede suponer la velocidad a la que se mueve el líquido en la sección transversal como cero.

Sustituyendo (2.2) en (2.1) y tomando en cuenta lo anteriormente dicho, además de que $h_o = 0$, se obtiene

$$\rho g h_i = \frac{1}{2}\rho v_o^2. \quad (2.3)$$

Simplificando y despejando v_o de (2.3) se obtiene:

$$v_o = \sqrt{2gh_i}. \quad (2.4)$$

Así se llega a la ecuación (2.4) la cual permite obtener los flujos de salida de los tanques en relación con la altura de líquido en ellos.

Haciendo uso del balance de masas se tiene que el cambio de masa con respecto al tiempo para cualquier tanque es igual a la diferencia del flujo saliente respecto al entrante, expresado por:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dm_i}{dt} - \frac{dm_o}{dt} \quad (2.5)$$

donde m es la masa de agua acumulada en el tanque en un instante de tiempo dado, $\frac{dm_i}{dt}$ es la cantidad de masa que entra al tanque por instante de tiempo, $\frac{dm_o}{dt}$ hace referencia a la cantidad de masa que sale del tanque por instante de tiempo y $\frac{dm}{dt}$ es el cambio de masa con respecto al tiempo en el interior del tanque.

Como ρ es igual en todos los puntos del líquido y además se tiene que

$$m = \rho V; \quad (2.6)$$

se llega a

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV_i}{dt} - \frac{dV_o}{dt}, \quad (2.7)$$

donde $\frac{dV}{dt}$ es el caudal y V es el volumen de líquido en el tanque.

Como el área es constante a lo largo de la altura del cilindro y los cuatro tanques son iguales, (2.7) se representa como:

$$A \frac{dh}{dt} = (q_i - q_o). \quad (2.8)$$

Aplicando (2.8) al Tanque 1 de la Figura 2.2 se obtiene:

$$A \frac{dh}{dt} = (q_{i1} - q_{o1}), \quad (2.9)$$

donde q_{i1} es el flujo de entrada al Tanque 1, γ_1 es la constante de abertura de la válvula, q_{b1} es el flujo total suministrado por la Bomba 1 y q_{o3} representa el flujo de agua que sale del Tanque 3 y cae en el Tanque 1. Pero q_{i1} es igual al flujo de salida del Tanque 3 más el flujo de la bomba hacia el Tanque 1. Este último se obtiene del flujo de líquido (caudal) que suministra la bomba multiplicado por una constante γ_1 que representa la abertura de la válvula de tres vías y que viene dado por:

$$q_{i1} = (\gamma_1)(q_{b1}) + q_{o3}. \quad (2.10)$$

Pero el flujo suministrado por la Bomba 1 es directamente proporcional al voltaje aplicado. Por lo tanto:

$$q_{b1} = (K_1)V_1. \quad (2.11)$$

donde K_1 es la constante de proporcionalidad que relaciona el voltaje aplicado a la bomba (dado en volts V) con respecto al flujo producido a su salida (dado en $\frac{cm^3}{s}$) y sus unidades son $\frac{cm^3}{sV}$.

En la Figura 2.3 se muestra un diagrama del Tanque 1 (inferior izquierdo), salidas y relaciones físicas utilizadas. Cabe destacar que el proceso para modelar los dos tanques inferiores es el mismo, por lo que dicho diagrama sirve como referencia a cualquiera de los tanques 1 o 2. De esto se desprende que las expresiones matemáticas para el Tanque 2 solo cambian los subíndices 1 por 2 y 3 por 4. También se aprecia cómo se tienen dos flujos de entrada y uno de salida; siendo los flujos de entrada, el flujo proveniente del tanque superior correspondiente y el otro, el flujo proveniente de la válvula de tres vías correspondiente.

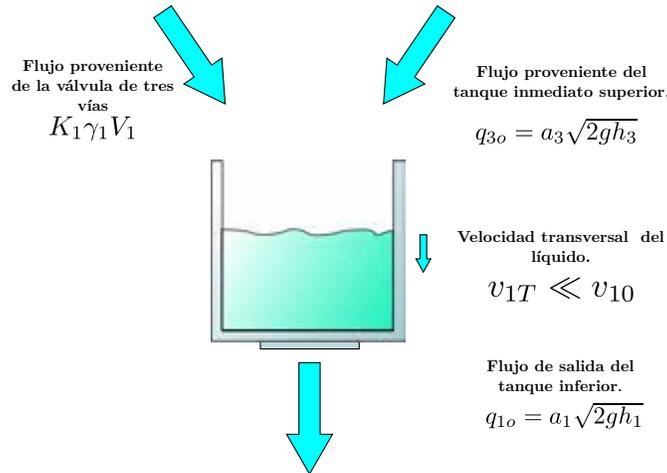


Figura 2.3: Representación esquemática de los flujos entrante y saliente del tanque inferior izquierdo (Tanque 1).

De la ecuación de Torricelli (2.4) y sustituyendo (2.11) en (2.10) se tiene:

$$q_{i1} = K_1\gamma_1 V_1 + a_3\sqrt{2gh_3}. \quad (2.12)$$

En este caso el segundo término resulta del hecho de que al Tanque 1 también llega el flujo del Tanque 3, como se ve en la Figura 2.2. Entonces, para el

Tanque 1 se tiene que:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = K_1 \gamma_1 V_1 + a_3 \sqrt{2gh_3} - a_1 \sqrt{2gh_1}. \quad (2.13)$$

Para el Tanque 2, cuya ecuación se obtiene de la misma forma que se obtiene (2.13) se tiene:

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = K_2 \gamma_2 V_2 + a_4 \sqrt{2gh_4} - a_2 \sqrt{2gh_2}. \quad (2.14)$$

Los Tanques 3 y 4 se obtienen de una forma más sencilla ya que sólo tienen un entrada.

Para el caso del Tanque 3 y como se aprecia en la Figura 2.4, la cual describe a cualquiera de los tanques superiores, el flujo entrante es igual al flujo suministrado por la Bomba 2, el cual es el flujo total proveído por la Bomba 2 $K_2 V_2$ menos el flujo que se desvía al Tanque 2 $\gamma_2 K_2 V_2$:

$$q_{i3} = K_2 V_2 - \gamma_2 K_2 V_2 \quad (2.15)$$

$$= K_2 V_2 (1 - \gamma_2). \quad (2.16)$$

Por lo tanto se llega a:

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = q_{i3} - q_{o3}. \quad (2.17)$$

De aquí se desprenden dos ecuaciones análogas a (2.13) y (2.15) pero para los Tanques 3 y 4.

La ecuación para el Tanque 3 finalmente viene dada por:

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = K_2 V_2 (1 - \gamma_2) - a_3 \sqrt{2gh_3}. \quad (2.18)$$

La ecuación para el Tanque 4 viene da por:

$$A_4 \frac{dh_4}{dt} = K_1 V_1 (1 - \gamma_1) - a_4 \sqrt{2gh_4}. \quad (2.19)$$

De (2.13) , (2.15), (2.18) y (2.19) se obtiene el modelo no lineal que describe al sistema de tanques cuádruples acoplados.

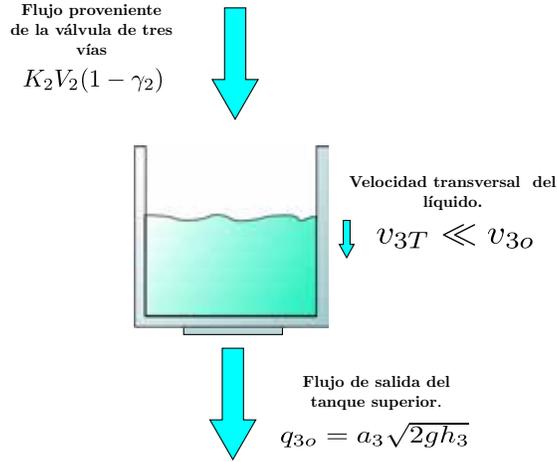


Figura 2.4: Representación esquemática de los flujos entrante y saliente del tanque superior izquierdo (Tanque 3).

$$\begin{aligned}
 \frac{dh_1}{dt} &= \frac{K_1 \gamma_1 V_1 + a_3 \sqrt{2gh_3} - a_1 \sqrt{2gh_1}}{A_1} \\
 \frac{dh_2}{dt} &= \frac{K_2 \gamma_2 V_2 + a_4 \sqrt{2gh_4} - a_2 \sqrt{2gh_2}}{A_2} \\
 \frac{dh_3}{dt} &= \frac{K_2 V_2 (1 - \gamma_2) - a_3 \sqrt{2gh_3}}{A_3} \\
 \frac{dh_4}{dt} &= \frac{K_1 V_1 (1 - \gamma_1) - a_4 \sqrt{2gh_4}}{A_4}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

2.3. Linealización

La no linealidad debida a las raíces cuadradas en (2.20) hace difícil el diseño de observadores y controladores para el proceso de tanques cuádruples acoplados. Pero dicho modelo es de gran utilidad si se desean realizar controladores u observadores que converjan en un amplio rango de puntos de operación y entradas. Por otro lado, en la mayoría de casos y como se puede ver en la mayoría de los sistemas industriales, se pueden realizar sen-

cillos controladores sobre un modelo lineal del sistema, lo que simplifica el costo del cálculo por computadora y además permite usar controladores u observadores estandar y probados [10].

Dado un modelo no lineal representado en su forma vectorial

$$\dot{x} = f(x, u) \quad y = h(x, u) ; \quad (2.21)$$

se busca un modelo lineal sobre los alrededores de un punto de operación (x_0, u_0) .

Se tiene que

$$x = x_0 + \delta x \quad u = u_0 + \delta u ; \quad (2.22)$$

por lo tanto, tomando la derivada de δx y usando (2.22) se llega a:

$$\begin{aligned} \delta \dot{x} &= \dot{x} - \dot{x}_0 \\ &= \dot{x} \\ &= f(x_0 + \delta x, u_0 + \delta u) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Usando la expansión por Series de Taylor para aproximar la dinámica del sistema en un punto de operación se tiene que:

$$\dot{x} = f(x_0, u_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, u_0)\delta x + \frac{\partial f}{\partial u}(x_0, u_0)\delta u. \quad (2.24)$$

La ecuación (2.24) permite linealizar la dinámica del sistema para obtener un modelo lineal en la vecindad de un punto de operación [5].

Usando la expansión por Series de Taylor para obtener una linealización de la matriz de salida en un punto de operación se tiene:

$$y = h(x_0, u_0) + \frac{\partial h}{\partial x}(x_0, u_0)\delta x + \frac{\partial h}{\partial u}(x_0, u_0)\delta u. \quad (2.25)$$

De (2.24) y (2.25) se obtienen los llamados Jacobianos, que son matrices en derivadas parciales que al sustituir el punto de operación se convierten en las clásicas matrices del sistema representado en el espacio de estados [5].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Así que, se busca obtener matrices A, B, C y/o D para tener una representación lineal de el sistema en la forma de espacio de estados. Los Jacobianos pueden ser calculados como sigue:

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, u_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

$$B = \frac{\partial f}{\partial u}(x_0, u_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_n} \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

$$C = \frac{\partial h}{\partial x}(x_0, u_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_p}{\partial x_1} & \frac{\partial h_p}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_p}{\partial x_n} \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

$$D = \frac{\partial h}{\partial u}(x_0, u_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial u_1} & \frac{\partial h_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial h_2}{\partial u_1} & \frac{\partial h_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_n}{\partial u_1} & \frac{\partial h_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial h_n}{\partial u_m} \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

Aplicando (2.27) al sistema de tanques cuádruples acoplados se llega a una matriz $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ dada por:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{pmatrix}; \quad (2.31)$$

y que al sustituir los valores correspondientes a las derivadas parciales resulta en:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-a_1 g}{A_1 \sqrt{h_{10} 2g}} & 0 & \frac{a_3 g}{A_1 \sqrt{h_{30} 2g}} & 0 \\ 0 & \frac{-a_2 g}{A_2 \sqrt{h_{20} 2g}} & 0 & \frac{a_4 g}{A_2 \sqrt{h_{40} 2g}} \\ 0 & 0 & \frac{-a_3 g}{A_3 \sqrt{h_{30} 2g}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{a_4 g}{A_4 \sqrt{h_{40} 2g}} \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Aplicando (2.28) al sistema de tanques cuádruples acoplados se llega a una matriz $B \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ dada por:

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial u_1} & \frac{\partial f_3}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} & \frac{\partial f_4}{\partial u_2} \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

y que al sustituir los valores correspondientes a las dervadas parciales resulta en:

$$B = \begin{pmatrix} \frac{K_1 \gamma_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{K_2 \gamma_1}{A_2} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Aplicando (2.29) al sistema de tanques cuádruples acoplados se llega a una matriz $C \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ dada por:

$$C = \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

En el caso de la matriz D, se tiene una matriz cero $D \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ dada por:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Por lo que se obtiene la siguiente representación en el espacio de estados del sistema de tanques cuádruples acoplados:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -\frac{a_1g}{A_1\sqrt{h_{10}2g}} & 0 & \frac{a_3g}{A_1\sqrt{h_{30}2g}} & 0 \\ 0 & -\frac{a_2g}{A_2\sqrt{h_{20}2g}} & 0 & \frac{a_4g}{A_2\sqrt{h_{40}2g}} \\ 0 & 0 & -\frac{a_3g}{A_3\sqrt{h_{30}2g}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{a_4g}{A_4\sqrt{h_{40}2g}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_1\gamma_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{K_2\gamma_1}{A_2} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

$$y = \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

2.4. Consideraciones adicionales del modelo

2.4.1. Función de transferencia

En el caso del modelo en espacio de estados general (2.26), al ser aplicado al sistema de tanques cuádruples acoplados resulta en un sistema.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Tomando la transformada de Laplace de la primera ecuación de (2.39) y realizando las siguientes operaciones.

$$\begin{aligned} sX(s) &= AX(s) + BU(s) \\ (sI - A)X(s) &= BU(s) \\ X(s) &= (sI - A)^{-1}BU(s) \\ Y(s) &= C(sI - A)^{-1}BU(s); \end{aligned}$$

se llega a la definición de lo que se conoce generalmente como la matriz de transferencia, que no es más que una matriz en el dominio de la frecuencia dada por:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B. \quad (2.40)$$

Haciendo uso de el planteamiento en [8] se obtiene la siguiente representación del sistema.

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_1 \gamma_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{K_2 \gamma_1}{A_2} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

$$y = \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

donde $T_1 = \frac{A_1 \sqrt{h_{10} 2g}}{a_1 g}$, $T_2 = \frac{A_2 \sqrt{h_{20} 2g}}{a_2 g}$, $T_3 = \frac{A_1 \sqrt{h_{30} 2g}}{a_3 g}$ y $T_4 = \frac{A_4 \sqrt{h_{40} 2g}}{a_4 g}$.

Por último, sustituyendo las matrices de (2.41) y (2.42) en (2.40) obtenemos la matriz de funciones de transferencia,

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{K_c T_1 K_1 \gamma_1}{A_1 (T_1 s + 1)} & -\frac{K_c T_1 K_2 (\gamma_2 - 1)}{A_1 (T_1 s + 1)(T_3 s + 1)} \\ -\frac{K_c T_2 K_1 (\gamma_1 - 1)}{A_2 (T_2 s + 1)(T_4 s + 1)} & \frac{K_c T_2 K_2 \gamma_2}{A_2 (T_2 s + 1)} \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

donde cada elemento G_{ij} de (2.43), es la función de transferencia que relaciona la entrada i con la salida j .

2.5. Parámetros y especificaciones técnicas

Todas las simulaciones y experimentos en el sistema físico que se llevan a cabo tanto en éste, como en subsecuentes capítulos (salvo que se indique lo contrario), se realizan utilizando los parámetros mostrados en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Parámetros del modelo matemático de los tanques acoplados

| Parámetros | Descripción | Valor |
|----------------------|--|----------------------|
| A_1, A_2, A_3, A_4 | Área transversal de los tanques | $15.5179cm^2$ |
| a_1, a_2, a_3, a_4 | Área del orificio inferior | $0.1781cm^2$ |
| K_p | Constante de flujo de la bomba | $3.3 \frac{cm^3}{s}$ |
| K_L | Constante de los sensores de presión | $6.1 \frac{cm}{V}$ |
| γ_1 | Abertura de la valvula 1 de tres vías | 0.6 |
| γ_2 | Abertura de la valvula 2 de tres vías | 0.5 |
| g | Gravedad | $981 \frac{cm}{s^2}$ |
| V_{1o} | Voltaje de Bomba 1 en punto de operación | 6V |
| V_{2o} | Voltaje de Bomba 2 en punto de operación | 6V |
| h_{1o} | Altura del Tanque 1 en el punto de operación | 7.548cm |
| h_{2o} | Altura del Tanque 2 en el punto de operación | 5.160cm |
| h_{3o} | Altura del Tanque 3 en el punto de operación | 1.543cm |
| h_{4o} | Altura del Tanque 4 en el punto de operación | 1.001cm |

2.6. Conclusiones

En el capítulo se presentó el desarrollo de los modelos matemáticos lineal y no lineal que describen al sistema de los tanques cuádruples acoplados. Para la obtención del modelo no lineal se hizo uso de la ecuación de Bernoulli y el balance de masas, con la finalidad de obtener las ecuaciones de la dinámica del sistema para cada uno de los tanques. Después se linealizaron dichas ecuaciones sobre un punto de operación con la finalidad de tener dos modelos. Uno que describe al sistema a lo largo de su rango de operación pero que por su naturaleza no lineal es complicado de tratar en software y otro que describe al sistema en las cercanías de un punto de operación pero que al estar expresado en forma matricial para sistemas lineales invariantes en el tiempo, es fácil de simular y tratar en software. También se trató el tema de la matriz de transferencia del sistema, ya que de dicho análisis se desprende la relación física entre la abertura de las válvulas y la posición de los ceros del sistema. Por último, la razón de obtener los modelos del sistema es tener la base matemática del modelo sobre el cual se implementarán los observadores de estado.

Capítulo 3

Observadores de estado

En este capítulo se presenta el desarrollo matemático de cuatro observadores de estado aplicados al proceso de tanques cuádruples acoplados. En la Sección 3.1 se presentan las razones para elegir desarrollar cuatro observadores de estado, los cuales son: el observador de Luenberger, el filtro extendido de Kalman, el observador de alta ganancia y el observador en modos deslizantes basado en el de alta ganancia. En la Sección 3.2 se desarrolla el observador de Luenberger, el cual es el observador más fácil de implementar. En la Sección 3.3 se desarrolla el filtro extendido de Kalman, el cual es uno de los observadores más utilizados en la industria e ingeniería en general. En la Sección 3.4 se desarrolla un observador de alta ganancia. En la Sección 3.5 se desarrolla una variación en modos deslizantes del observador de alta ganancia. Por último, en la Sección 3.6 se dan las conclusiones pertinentes a este capítulo.

3.1. Observadores desarrollados

Los observadores de estado, también llamados sensores de software, permiten estimar variables que pueden ser de difícil medición. En esencia son un modelo matemático que imita al sistema a partir de mediciones disponibles a su salida [12].

En la práctica es muy raro obtener mediciones en tiempo real de todas las variables de estado de un sistema. En tales casos se puede obtener información confiable de dichas variables de estado de difícil o muy costosa medición haciendo uso de los observadores de estado [13].

En la Figura 3.1 tomada de [12] se observa el diagrama de bloques usual del sistema y el subsistema llamado observador de estados.

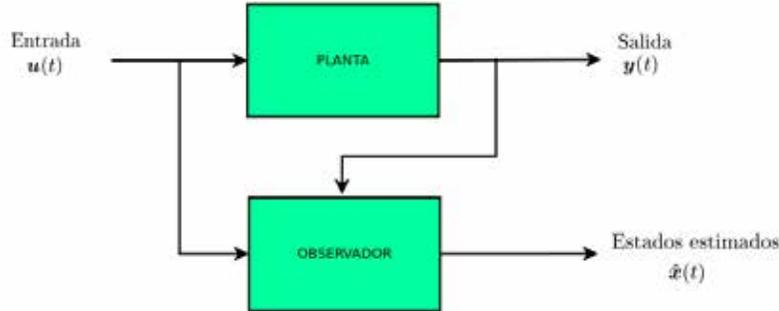


Figura 3.1: Diagrama de bloques de un observador de estados.

Los observadores de estado pertenecen al grupo de los llamados estimadores de estado, los cuales pueden ser sistemas dinámicos determinísticos o estocásticos diseñados en base al modelo matemático del sistema y tienen la capacidad de reconstruir estados variables, pero para los cuales no se tienen sensores físicos que los puedan medir de forma correcta. Cuando un estimador es determinístico es llamado observador de estados [13], [14].

Para este trabajo se desarrollan cuatro observadores para el sistema de cuatro tanques acoplados. Un observador lineal de Luenberger, un filtro extendido de Kalman, un observador de alta ganancia y un observador en modos deslizantes basado en el de alta ganancia.

Las razones para elegir desarrollar los cuatro observadores para el modelo de los tanques cuádruples acoplados son:

1. El observador de Luenberger es un estimador lineal de fácil implementación tanto en LabView como en MATLAB que sirve como referencia para la comparación con otros observadores de una forma similar al controlador proporcional integral derivativo (PID) para el análisis comparativo entre controladores.
2. El filtro extendido de Kalman es uno de los estimadores de mayor utilización y esto es debido a que como se plantea en [14], el filtro extendido de Kalman es un buen -casi óptimo- observador local aunque no es un buen observador convergente.
3. El observador de alta ganancia es un buen observador no lineal convergente, lo que significa que permite estimar las variables de estado aún

en el caso en que la estimación inicial se encuentre muy alejada de la real y se tengan perturbaciones [14].

4. El observador en modos deslizantes basado en el de alta ganancia presenta robustez a la variación de parámetros e insensibilidad a las entradas desconocidas. [14].

El sistema de tanques cuádruples acoplados pertenece a una clase de sistemas denominada afín al control, que se puede representar como:

$$\dot{x} = f(x) + gu \quad (3.1)$$

$$y = x^1 \quad (3.2)$$

donde el vector de estados $x = [x^1, x^2]^T \in \mathbb{R}^n$; $x^1 \in \mathbb{R}^{n_1}$, $x^2 \in \mathbb{R}^{n_2}$, la salida o estados medidos del sistema $y \in \mathbb{R}^{n_2}$ y la entrada de control $u \in \mathbb{R}^m$. En esta definición, los estados x^1 son aquellos medibles y los estados x^2 son aquellos con los que no se cuenta y se desean medir.

Entonces, al descomponer el modelo no lineal (2.20) en la forma (3.2) se tiene la representación matricial de (3.2) dada por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a_1g}{A_1}\sqrt{h_{10}2g} + \frac{a_3g}{A_1}\sqrt{h_{30}2g} \\ -\frac{a_2g}{A_2}\sqrt{h_{20}2g} + \frac{a_4g}{A_2}\sqrt{h_{40}2g} \\ -\frac{a_3g}{A_3}\sqrt{h_{30}2g} \\ -\frac{a_4g}{A_4}\sqrt{h_{40}2g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_1\gamma_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{K_2\gamma_1}{A_2} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$y = \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

De la pertenencia a esta clase de sistema también se justifica el uso de los observadores desarrollados, ya que dichos observadores son también utilizables en sistemas afines al control.

3.2. Observador de estados de Luenberger

Para los sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI por sus singlas en inglés) de la forma (2.39) el observador de Luenberger en su forma clásica [15]

viene dado por:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (3.5)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es la matriz de estado, $B \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ es la matriz de entrada, $C \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ es la matriz de salida y \hat{x} es el vector de estados estimados por el observador. La matriz $L \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ es la matriz de ganancias representada por:

$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \\ L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Cabe destacar que la matriz (3.6) puede ser obtenida por métodos como el de asignación de polos o el método de Ackerman.

La ecuación (3.5) puede reacomodarse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + Ly - LC\hat{x} \\ &= (A - LC)\hat{x} + Ly + Bu \end{aligned}$$

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly. \quad (3.7)$$

Dado que la ecuación (3.7) representa al observador de estados de Luenberger y las entradas de este son las entradas y salidas del sistema dinámico denotadas por u y y , se tiene que se pueden unir en un solo vector de entradas para formar un sistema en la forma de espacio de estados dada por:

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + B_o u_o. \quad (3.8)$$

donde $(A - LC)$ es la matriz de estados del observador, B_o es la matriz de entrada del observador dada por

$$B_o = \begin{pmatrix} \frac{K_1 \gamma_1}{A_1} & 0 & L_{11} & L_{12} \\ 0 & \frac{K_2 \gamma_1}{A_2} & L_{21} & L_{22} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} & L_{31} & L_{32} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 & L_{41} & L_{42} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

y u_o es el vector de entradas del observador de estados dado por

$$u_o = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

La ecuación (3.8) se encuentra en una forma más fácil de implementar en programas de cómputo del tipo MATLAB o LabVIEW.

De los parámetros del sistema y (3.8) se obtienen las matrices que representan al observador de estados dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} - L_{11}Kc & -L_{12}Kc & \frac{A_3}{A_1T_3} & 0 \\ -L_{21}Kc & -\frac{1}{T_2} - L_{12}Kc & 0 & \frac{A_4}{A_2T_4} \\ -L_{31}Kc & -L_{12}Kc & \frac{-1}{T_3} & 0 \\ -L_{41}Kc & -L_{12}Kc & 0 & \frac{-1}{T_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \frac{K_1\gamma_1}{A_1} & 0 & L_{11} & L_{12} \\ 0 & \frac{K_2\gamma_1}{A_2} & L_{21} & L_{22} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} & L_{31} & L_{32} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 & L_{41} & L_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

El observador de estados (3.11) es del tipo lineal y cuya matriz de estados ($A - LC$) es estable. Esto implica que se asegura su convergencia mientras las condiciones iniciales del observador sean cercanas a las del sistema que se observa. Es decir, en las cercanías de su punto de operación.

3.3. Filtro Extendido de Kalman

El filtro (observador) de Kalman es usado por ingenieros para estimar estados de sistemas lineales. Para sistemas no lineales se ha introducido exitosamente el filtro extendido de Kalman, ya sea para sistemas estocásticos o determinísticos [14].

De [16] se obtiene el modelo del filtro extendido a utilizar, el cual viene dado por:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + gu + PC^T R^{-1}(y - \hat{y}) \quad (3.12)$$

$$\dot{P} = [f_x(\hat{x})]P + P[f_x(\hat{x})]^T + Q + PC^T R^{-1}P \quad (3.13)$$

$$\hat{y} = \hat{x}^1 \quad (3.14)$$

donde \hat{y} son los estados estimados para los tanques inferiores. Además Q y R son matrices diagonales definidas positivas que para un sistema determinístico funcionan como parámetros de sintonización que se representan por:

$$Q = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

en el caso de Q y por,

$$R = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

en el caso de la matriz R .

La matriz de pesos P 3.13, que es parte de la solución, se determina haciendo uso de las condiciones iniciales $\hat{x}(0)$, Q , R y el proceso no lineal para resolver lo que se conoce como la ecuación de Riccati dada por la ecuación (3.13). Esta última provee la dinámica de P y por lo tanto proporciona su valor. El valor de P es usado como parte de la ganancia del término corrector en (3.12). Por último, la matriz $f_x(\hat{x})$ representa la derivada parcial de la dinámica no lineal del sistema y es obtenida por:

$$f_x(\hat{x}) = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}) = \begin{pmatrix} -\frac{a_1 g}{A_1 \sqrt{h_{10} 2g}} & 0 & \frac{a_3 g}{A_1 \sqrt{h_{30} 2g}} & 0 \\ 0 & -\frac{a_2 g}{A_2 \sqrt{h_{20} 2g}} & 0 & \frac{a_4 g}{A_2 \sqrt{h_{40} 2g}} \\ 0 & 0 & -\frac{a_3 g}{A_3 \sqrt{h_{30} 2g}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{a_4 g}{A_4 \sqrt{h_{40} 2g}} \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Al sustituir las matrices C , g , P , Q , R , $f_x(\hat{x})$, así como los vectores u y y en las ecuaciones que componen el filtro extendido de Kalman (3.12) se tiene que:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} = & \begin{pmatrix} -\frac{a_1g}{A_1}\sqrt{\hat{x}_1 2g} + \frac{a_3g}{A_1}\sqrt{\hat{x}_3 2g} \\ -\frac{a_2g}{A_2}\sqrt{\hat{x}_2 2g} + \frac{a_4g}{A_2}\sqrt{\hat{x}_4 2g} \\ -\frac{a_3g}{A_3}\sqrt{\hat{x}_3 2g} \\ -\frac{a_4g}{A_4}\sqrt{\hat{x}_4 2g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_1\gamma_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{K_2\gamma_1}{A_2} \\ 0 & \frac{K_1(1-\gamma_2)}{A_3} \\ \frac{K_1(1-\gamma_1)}{A_4} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_c \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 - \hat{y}_1 \\ y_2 - \hat{y}_2 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
\dot{P} = & \begin{pmatrix} -\frac{a_1g}{A_1\sqrt{\hat{x}_1 2g}} & 0 & \frac{a_3g}{A_1\sqrt{\hat{x}_3 2g}} & 0 \\ 0 & -\frac{a_2g}{A_2\sqrt{\hat{x}_2 2g}} & 0 & \frac{a_4g}{A_2\sqrt{\hat{x}_4 2g}} \\ 0 & 0 & -\frac{a_3g}{A_3\sqrt{\hat{x}_3 2g}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{a_4g}{A_4\sqrt{\hat{x}_4 2g}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{a_1g}{A_1\sqrt{\hat{x}_1 2g}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a_2g}{A_2\sqrt{\hat{x}_2 2g}} & 0 & 0 \\ \frac{a_3g}{A_1\sqrt{\hat{x}_3 2g}} & 0 & -\frac{a_3g}{A_3\sqrt{\hat{x}_3 2g}} & 0 \\ 0 & \frac{a_4g}{A_2\sqrt{\hat{x}_4 2g}} & 0 & -\frac{a_4g}{A_4\sqrt{\hat{x}_4 2g}} \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 \end{pmatrix} \\
& + \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_c \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_c & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\hat{y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{pmatrix}, \tag{3.20}$$

donde los elementos \hat{x} y \dot{P} se expresan como:

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{pmatrix}$$

$$\dot{P} = \begin{pmatrix} \dot{P}_{11} & \dot{P}_{12} & \dot{P}_{13} & \dot{P}_{14} \\ \dot{P}_{21} & \dot{P}_{22} & \dot{P}_{23} & \dot{P}_{24} \\ \dot{P}_{31} & \dot{P}_{32} & \dot{P}_{33} & \dot{P}_{34} \\ \dot{P}_{41} & \dot{P}_{42} & \dot{P}_{43} & \dot{P}_{44} \end{pmatrix}$$

En este caso, las ecuaciones (3.18), (3.19) y (3.20), que conforman el filtro extendido de Kalman pueden simplificarse a un vector, pero esto termina en elementos compuestos de una gran cantidad de sumandos, por lo que no se plantean en esta tesis. Además, si se requiere simular dichas ecuaciones se introducen a MATLAB tal como aparecen.

3.4. Observador de Alta Ganancia

Para poder desarrollar el observador de alta ganancia primero se necesita realizar un cambio de coordenadas llamado difeomorfismo Liptzshiciano que permite poner (2.39) en la forma:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + \varphi(u, z) ; \\ y &= Cz \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde

$$z = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]^T \in \mathbb{R}^4$$

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & A_p & \end{pmatrix}, \quad A_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\varphi(u, z) = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix}$$

Dicho difeomorfismo es un cambio de variable, el cual, para el caso de los tanques cuádruples acoplados en configuración de Johansson se eligió de forma arbitraria como:

$$\begin{aligned} z_1 &= h_1 \\ z_2 &= h_2 \\ z_3 &= c\sqrt{h_3} \\ z_4 &= c\sqrt{h_4} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Al derivar (3.22) y sustituir (2.20) nuevamente (3.22) se obtiene la dinámica del sistema representado en la forma (3.21):

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_3 + -c\sqrt{z_1} + \frac{K_1\gamma_1V_1}{A} \\ \dot{z}_2 &= z_4 + -c\sqrt{z_2} + \frac{K_2\gamma_2V_2}{A} \\ \dot{z}_3 &= \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_2)K_2V_2}{2Az_3} \\ \dot{z}_4 &= \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_1)K_1V_1}{2Az_4} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Que se puede representar en la forma matricial como:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_4 \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_2 \\ z_4 \\ z_1 \\ z_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c\sqrt{z_2} + \frac{K_2\gamma_2V_2}{A} \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_1)K_1V_1}{2Az_4} \\ -c\sqrt{z_1} + \frac{K_1\gamma_1V_1}{A} \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_2)K_2V_2}{2Az_3} \end{pmatrix}, \\ y &= \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_c & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_2 \\ z_4 \\ c \\ z_1 \\ z_3 \\ c \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Los valores del vector \hat{z} están cambiados debido a que se busca poner al sistema de tal forma que A esté en la forma por bloques como en (3.21). En [14] se propone un observador de alta ganancia para sistemas MIMO, de la forma (3.21) esta escrito por:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{\varphi}(u, \hat{z}) - S_\theta^{-1}C^T(C\hat{z} - y). \quad (3.25)$$

En dicho observador, la matriz S_θ es una matriz diagonal por bloques dada por

$$S_\theta = \begin{pmatrix} S_{\theta^{\delta^1}} & & \\ & \ddots & \\ & & S_{\theta^{\delta^p}} \end{pmatrix}, \quad (3.26)$$

donde cada uno de los bloques $S_{\theta^{\delta^k}}$ puede ser obtenido de la siguiente ecuación matricial:

$$\theta^{\delta^k} S_{\theta^{\delta^k}} + A_k^T S_{\theta^{\delta^k}} + S_{\theta^{\delta^k}} A_k = C_k^T C_k. \quad (3.27)$$

donde $k = 1, \dots, p$, siendo p el número de salidas del sistema. θ^{δ^k} es un parámetro que representa la ganancia de cada bloque y el cual puede ser ajustado para obtener mayor rapidez de convergencia entre los estados del sistema y los estados estimados por el observador.

La matriz $S_{\theta^{\delta^k}}$ en (3.27) es una matriz simétrica y definida positiva para todo $\theta^{\delta^k} > 0$. Dicha matriz puede calcularse como:

$$S_{\theta^{\delta^k}} = \frac{1}{\theta^{\delta^k}} \Delta_k(\theta) S_{1k} \Delta_k(\theta); \quad (3.28)$$

donde $S_{1k} = S_{\theta^{\delta^k}} |_{\theta=1}$, y

$$\Delta_k(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \frac{1}{\theta^{\delta^k}} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{\theta^{\delta^k(n_k-1)}} \end{pmatrix}, k = 1, \dots, p.$$

Dado que se tienen dos salidas en el proceso de tanques cuádruples acoplados se tiene una matriz por bloques $S_\theta \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ con dos bloques $S_{\theta^{\delta^k}}$ para $k = 1$ y $k = 2$ que resultan de resolver (3.27) y vienen dados por:

$$S_{\theta^{\delta^1}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\theta^{\delta_{k_1}}} & -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_1}^2}} \\ -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_1}^2}} & \frac{2}{\theta^{\delta_{k_1}^3}} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

y

$$S_{\theta^{\delta^2}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\theta^{\delta_{k_2}}} & -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_2}^2}} \\ -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_2}^2}} & \frac{2}{\theta^{\delta_{k_2}^3}} \end{pmatrix}, \quad (3.30)$$

que al sustituirse en (3.26) dan como resultado la matriz

$$S_\theta = \begin{pmatrix} \frac{1}{\theta^{\delta_{k_1}}} & -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_1}}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_1}^2}} & \frac{2}{\theta^{\delta_{k_1}^3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\theta^{\delta_{k_2}}} & -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_2}^2}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\theta^{\delta_{k_2}^2}} & \frac{2}{\theta^{\delta_{k_2}^3}} \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Después de sustituir (3.31) y las matrices de (3.24) en (3.25) se obtiene el modelo del observador para el difeomorfismo de las alturas de los tanques, el cual viene dado por:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{z}}_2 \\ \dot{\hat{z}}_4 \\ \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{z}_2 \\ \hat{z}_4 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c\sqrt{y_2} + \frac{K_2\gamma_2 V_2}{A} \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_1)K_1 V_1}{2A\hat{z}_4} \\ -c\sqrt{y_1} + \frac{K_1\gamma_1 V_1}{A} \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_2)K_2 V_2}{2A\hat{z}_3} \end{pmatrix} - K_c \begin{pmatrix} 2\theta & 0 \\ \theta^2 & 0 \\ 0 & 2\theta \\ 0 & \theta^2 \end{pmatrix} (C_T \hat{z} - y),$$

$$\hat{y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{z}_2 \\ \hat{z}_4 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_3 \end{pmatrix}; \quad (3.32)$$

donde:

$$C_T = \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_c & 0 \end{pmatrix}$$

y

$$\hat{z} = \begin{pmatrix} \hat{z}_2 \\ \hat{z}_4 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_3 \end{pmatrix}$$

En la matriz $(C_T \hat{z} - y)$ del sistema 3.32 se cambian z_1 y z_2 por y_1 y y_2 puesto que se hace una inyección de la salida del sistema a la dinámica del observador.

Simplificando el sistema a un vector, donde cada uno de sus términos es la suma resultante de las multiplicaciones de matrices y vectores de (3.32) se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{z}}_2 \\ \dot{\hat{z}}_4 \\ \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{z}_4 - c\sqrt{y_2} + \frac{K_2\gamma_2 V_2}{A} - 2K_c^2\theta(\hat{z}_2 - y_2) \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_1)K_1 V_1}{2A\hat{z}_4} - K_c^2\theta^2(\hat{z}_2 - y_2) \\ \hat{z}_3 - c\sqrt{y_1} + \frac{K_1\gamma_1 V_1}{A} - 2K_c^2\theta(\hat{z}_1 - y_1) \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_2)K_2 V_2}{2A\hat{z}_3} - K_c^2\theta^2(\hat{z}_1 - y_1) \end{pmatrix}. \quad (3.33)$$

Resolviendo para las alturas en el difeomorfismo (3.22) y sustituyendo en (3.33) se tiene el observador de estados de alta ganancia para el sistema de tanques cuádruples acoplados.

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{h}}_1 \\ \dot{\hat{h}}_2 \\ \dot{\hat{h}}_3 \\ \dot{\hat{h}}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\sqrt{\hat{h}_3} - c\sqrt{y_1} + \frac{K_1\gamma_1 V_1}{A} - 2K_c^2\theta(\hat{h}_1 - y_1) \\ c\sqrt{\hat{h}_4} - c\sqrt{y_2} + \frac{K_2\gamma_2 V_2}{A} - 2K_c^2\theta(\hat{h}_2 - y_2) \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_2)K_2 V_2}{2Ac\sqrt{\hat{h}_3}} - K_c^2\theta^2(\hat{h}_1 - y_1) \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_1)K_1 V_1}{2Ac\sqrt{\hat{h}_4}} - K_c^2\theta^2(\hat{h}_2 - y_2) \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

Dicho observador puede ser implementado en MATLAB o Labview. Si se desea saber más acerca del transfondo teórico del observador de alta ganancia en el que se basa este observador se puede consultar [14] donde también se hace la demostración de su convergencia mediante el enfoque de Lyapunov.

3.5. Observador en Modos Deslizantes

Los observadores en modos deslizantes son una de las alternativas existentes para estimar variables en sistemas con perturbaciones. Siendo el caso particular de los observadores en modos deslizantes de orden superior exitoso debido a su alta precisión y a su robustez ante la incertidumbre y variación de parámetros [17].

Los observadores de modos deslizante buscan lograr la estabilidad asintótica del error de estimación llevando los estados del sistema a la llamada “superficie deslizante”. Podría decirse que se usa una función de switcheo como la función signo aplicada a la parte de corrección del observador que se desea volver en modo deslizante para tomar las propiedades de robustez ante perturbaciones de un sistema digital y aplicarlo a el observador base. De hecho, los observadores en modos deslizantes nacen de la aplicación de las técnicas de control discontinua [17], [18].

La función signo se define como:

$$Sign(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z > 0 \\ 0 & \text{si } z = 0 \\ -1 & \text{si } z < 0 \end{cases}.$$

Esta función puede ser usada para reemplazar $(C\hat{z} - y)$ en el observador de alta ganancia definido en (3.25) y obtener:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z}\varphi(u, \hat{z}) - S_\theta^{-1}C^T Sign(C\hat{z} - y). \quad (3.35)$$

Pero debido a que la función signo es discontinua, se utiliza una función continua que aproxime su comportamiento y pueda ser implementada en una computadora, tal como la función arcotangente [16]. Haciendo esto último, se obtiene un observador en modos deslizantes de la forma:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z}\varphi(u, \hat{z}) - S_\theta^{-1}C^T \arctan(C\hat{z} - y). \quad (3.36)$$

Al sustituir las matrices en (3.36) de la misma forma que se hizo con (3.34) se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{h}}_1 \\ \dot{\hat{h}}_2 \\ \dot{\hat{h}}_3 \\ \dot{\hat{h}}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\sqrt{\hat{h}}_3 - c\sqrt{y_1} + \frac{K_1\gamma_1 V_1}{A} - 2K_c\theta \arctan(K_c(\hat{h}_1 - y_1)) \\ c\sqrt{\hat{h}}_4 - c\sqrt{y_2} + \frac{K_2\gamma_2 V_2}{A} - 2K_c\theta \arctan(K_c(\hat{h}_2 - y_2)) \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_2)K_2 V_2}{2Ac\sqrt{\hat{h}}_3} - K_c\theta^2 \arctan(K_c(\hat{h}_1 - y_1)) \\ \frac{-c^2}{2} + \frac{c^2(1-\gamma_1)K_1 V_1}{2Ac\sqrt{\hat{h}}_4} - K_c\theta^2 \arctan(K_c(\hat{h}_2 - y_2)) \end{pmatrix}. \quad (3.37)$$

3.6. Conclusiones

En este capítulo se desarrollaron los modelos matemáticos de cuatro observadores de estados aplicados al proceso de tanques cuádruples acoplados. El primero fue el observador de Luenberger, el cual es lineal y no tiene muy buenas propiedades de convergencia y rechazo a perturbaciones. Dado que

es un observador desarrollado sobre el modelo linealizado del sistema se garantizará su mejor desempeño en la vecindad del punto de operación y el ser más fácil de implementar mediante herramientas de software. Los otros tres observadores de estado se desarrollan sobre el modelo no lineal del sistema. Las propiedades de convergencia y rechazo a perturbaciones se esperan mejores debido a que no se trabaja sobre un punto de operación y la dinámica del modelo sobre el cual se desarrollan se aproxima más a la realidad.

Capítulo 4

Interfaz gráfica y sistema

En este capítulo se desarrolla la interfaz gráfica de la estación de monitoreo basada en observadores, implementada en software de instrumentación especializado. Se usa uno de los observadores como herramienta para la estimación de variables en el proceso de tanques cuádruples acoplados, de tal forma que se puedan obtener las dos alturas de los tanques superiores y llevar a cabo pruebas de monitoreo y control.

En la Sección 4.1 se hace una descripción de componentes de la interfaz gráfica y un resumen de los componentes del sistema, los cuales se verán a fondo en el capítulo 5. También se presenta un diagrama de flujo y la explicación de los procesos que se llevan a cabo en forma paralela en la ejecución de la interfaz. En la Sección 4.2 se explica el funcionamiento del diagrama de bloques interno de LabVIEW, el cual contiene al observador de estados que se pretende aplicar. También se presentan las configuraciones de tanques acoplados elegibles en la interfaz gráfica. En la Sección 4.3 se describen a fondo las configuraciones presentadas en la sección anterior. Por último, en la Sección 4.4 se presentan las conclusiones pertinentes a este capítulo.

4.1. Descripción de la interfaz gráfica

El objetivo principal de esta tesis es la de presentar una estación de monitoreo basada en observadores que muestre la gráfica de las alturas de los tanques contra las proveídas por el observador de estados. Esto permite que se tenga un sistema con el que se pueda obtener variables de un sistema complejo, multivariable y no lineal de tal manera que se ponga a prueba el uso

de observadores como sensores de software en procesos de flujo de líquidos como podrían ser las columnas de destilación en un proceso industrial. Pero como en todo proceso industrial, se necesita una interfaz gráfica que permita al usuario hacer uso de los datos obtenidos del monitoreo del sistema. Debido a su facilidad de uso y de librerías llamadas *toolkits*, que permiten aumentar sus capacidades, LabVIEW es utilizado como la herramienta para el desarrollo de la interfaz gráfica. Dicho programa es usado para el desarrollo de instrumentos virtuales, de tal forma que se puede simular instrumentos físicos como osciloscopios, controladores, dispositivos médicos y, mediante tarjetas de adquisición de datos, conectarlos con el exterior. De esta manera LabVIEW permite reemplazar una gran variedad de equipos ahorrando espacio y cableado mediante software.

Un programa hecho en LabVIEW recibe el nombre de instrumento virtual (VI por sus siglas en inglés) debido a que consta de una parte análoga a los controles de un instrumento llamado panel frontal y una parte análoga al interior del instrumento llamada diagrama de bloques. En el panel frontal se agregan controles como botones, perillas y palancas. También se agregan indicadores como LEDs, displays y gráficas, entre muchos más.

En el diagrama de bloques se programa la lógica del instrumento cableando los elementos necesarios para lograr su funcionamiento. Entonces desarrollar un programa o instrumento virtual en LabView consiste en colocar los controles que se necesitan en el panel frontal y agregar y cablear los elementos necesarios en el diagrama de bloques para conseguir el funcionamiento deseado.

LabVIEW es un lenguaje de programación gráfica basado en flujo de datos, por lo que los nodos o elementos del diagrama de bloques no se ejecutarán hasta tener datos en todas las entradas necesarias. Esto significa que no enviará información alguna hasta no tener datos en sus respectivas entradas.

La interfaz se desarrolló haciendo uso del *toolkit* de control y las herramientas proporcionadas por la empresa Quanser, la cual entre otras cosas, se dedica al desarrollo de plataformas didácticas de control. Dichas herramientas comprenden un paquete de funciones para el control y comunicación de componentes físicos con la interfaz gráfica.

A grandes rasgos y para entender de una mejor manera el funcionamiento de la interfaz gráfica, se mencionan los tres elementos principales del sistema de tanques cuádruples acoplados proporcionados por Quanser:

1. Dos módulos de tanques acoplados.
2. Las tarjetas de adquisición de datos y sus módulos de acondicionamiento.
3. La computadora con la interfaz gráfica.

Las especificaciones concretas de los módulos y las tarjetas se exponen a fondo en el Capítulo 5. A continuación, se presenta el diagrama de flujo de la interfaz y su relación con los demás elementos en la Figura 4.1.

1. **Manejo de eventos de controladores en el panel frontal:**

El programa maneja una estructura de eventos para los botones del panel frontal, de tal manera que al introducir un valor o presionar un botón, se activa cierto evento y se manda un valor a la estructura manejadora de tal forma que emite una respuesta para cada evento que se seleccione. Dicha respuesta puede ser la ejecución de uno o varios subVIs (subrutinas de LabVIEW).

2. **Ejecución de los procesos del VI:**

En esta rutina se llevan a cabo los procesos internos del VI; como lo es el manejo de datos en el diagrama de bloques del programa, asignación de variables, estimación de variables, etc.

3. **Lectura y escritura de la tarjeta de adquisición de datos:**

La tarjeta de adquisición de datos permite comunicar los módulos de tanques acoplados con la interfaz gráfica desarrollada. En el VI se tiene una rutina de lectura-escritura de datos como se ve en el diagrama de flujo de la Figura 4.2 .

En la Figura 4.3 aparecen los componentes principales del panel frontal. Cabe destacar que el control tabular, el cual es la estructura con pestañas que contiene los controladores e indicadores en el panel frontal y se puede apreciar en las Figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8 es utilizado para separar las distintas configuraciones de tanques acoplados con las que se puede trabajar. Además, solo la pestaña 4 tiene un observador de estados aplicado. Las demás configuraciones muestran las salidas de los cuatro sensores de presión instalados en los tanques, por lo que solo con la configuración de los cuatro tanques

de Johansson es posible estudiar el observador. El agregar o no observadores para las demás configuraciones queda abierto para futuros trabajos.

4.2. Funcionamiento del diagrama de bloques

El diagrama de bloques contiene un lazo de simulación que permite la resolución de ecuaciones diferenciales lineales y el poder implementar bloques y funciones que facilitan la aplicación de observadores lineales. Al trabajar con la interfaz gráfica el programa espera hasta llegar a las cercanías del punto de operación para inicializar el bloque del observador. Una vez llegado aquí, se comienza la estimación de las alturas del sistema. Los valores del punto de operación y demás constantes son enviadas a través de arreglos y/o matrices hacia el lazo de control, donde son incluidas en las ecuaciones diferenciales a resolver.

En las Figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 se muestran las cinco pestañas que conforman el panel frontal. En cada una se muestra una configuración de tanques, ya sea dobles o cuádruples y las gráficas correspondientes.

4.2.1. Configuraciones de tanques

Configuración 1

En la Figura 4.4 se muestra una configuración de un solo tanque a utilizar, aunque se muestra el tanque inferior. Ésta es una configuración de una entrada y una salida, SISO por sus siglas en inglés (Single-Input Single-Output). La bomba que alimenta al tanque superior y el tanque inferior no se usa para nada.

Configuración 2 La Figura 4.5 de la segunda pestaña del panel frontal muestra a un sistema de tanques en una configuración de estados acoplados y una salida SISO. La bomba alimenta al tanque superior, el cual a su vez alimenta al tanque inferior. Se pueden diseñar controladores para regular o seguir el nivel del líquido del tanque inferior.

Configuración 3 La Figura 4.6 de la tercera pestaña del panel frontal muestra un sistema de entradas acopladas y estados acoplados del tipo SISO. Se puede diseñar un controlador para regular o seguir el nivel del tanque

inferior.

Configuración 4 La Figura 4.7 de la tercera pestaña del panel frontal muestra el sistema de tanques cuádruples acoplados desarrollado por K.H Johansson.

Configuración 5 La Figura 4.8 de la tercera pestaña del panel frontal muestra el sistema de tanques cuádruples acoplados. El cual tiene un acoplamiento más complejo y presenta mayor dificultad a la hora de desarrollar controladores y observadores.

4.3. Conclusiones

En éste capítulo se presentó la interfaz gráfica para el proceso de tanques cuádruples acoplados desarrollada el LabView. Se dió una explicación básica del software LabView y de los elementos que lo conforman. También se mencionaron tres elementos físicos en los cuales se puede dividir el sistema completo de los tanques para poder explicar la interfaz gráfica. Se trató el funcionamiento interno de los diagramas de bloques y finalmente se presentaron las diferentes pestañas que conforman la interfaz gráfica resultante. Cabe destacar que se usó el observador de Luenberger debido a que LabView cuenta con paquetes de control y simulación que permiten implementar controladores y observadores lineales de una manera rápida y sencilla. Por otro lado, se llega a la conclusión de que es mucho más difícil implementar observadores no lineales como el de alta ganancia, pues Labview no dispone de un paquete de funciones que proporcionen estructuras de control y observación no lineal para su rápida implementación.

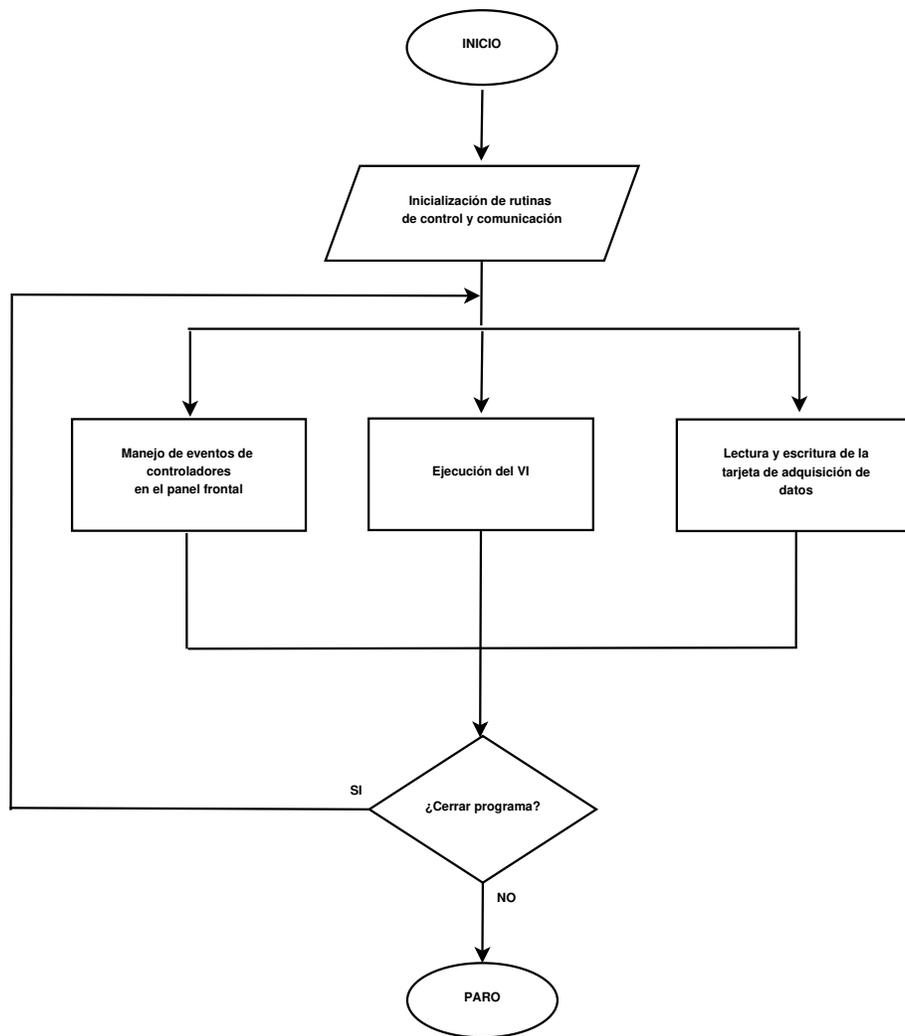


Figura 4.1: Diagrama de flujo de actividades ejecutadas en forma paralela.

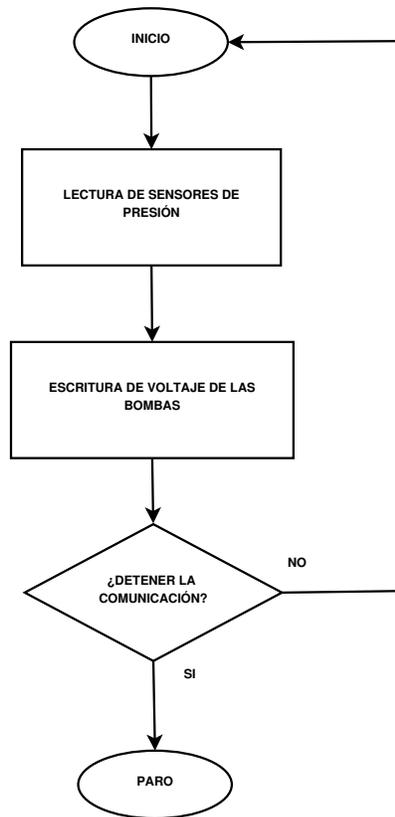


Figura 4.2: Rutina de lectura-escritura a la tarjeta de adquisición de datos.

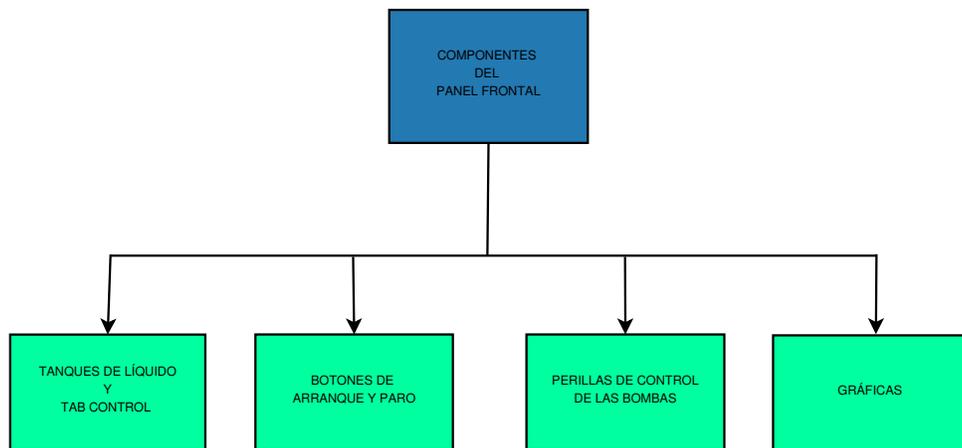


Figura 4.3: Componentes del panel frontal.

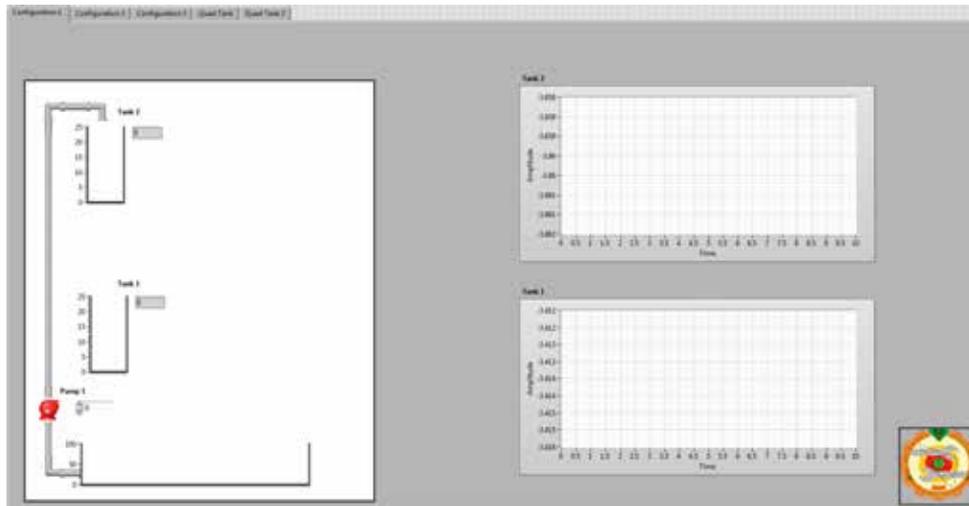


Figura 4.4: Interfaz Gráfica: pestaña 1.

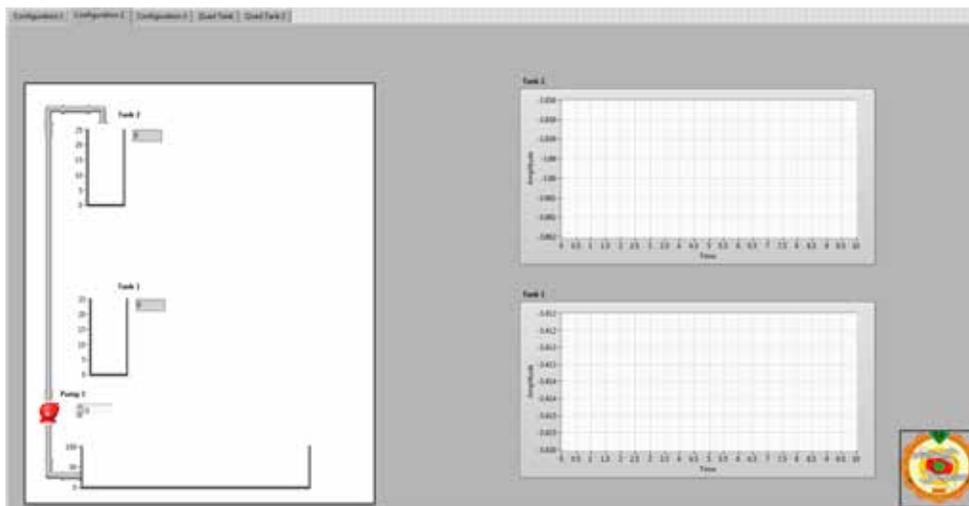


Figura 4.5: Interfaz Gráfica: pestaña 2.

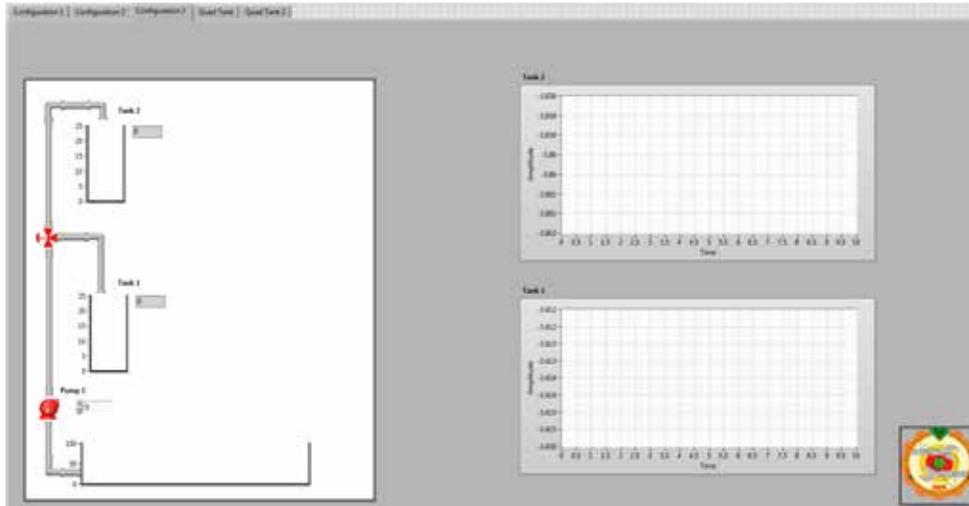


Figura 4.6: Interfaz Gráfica: pestaña 3.

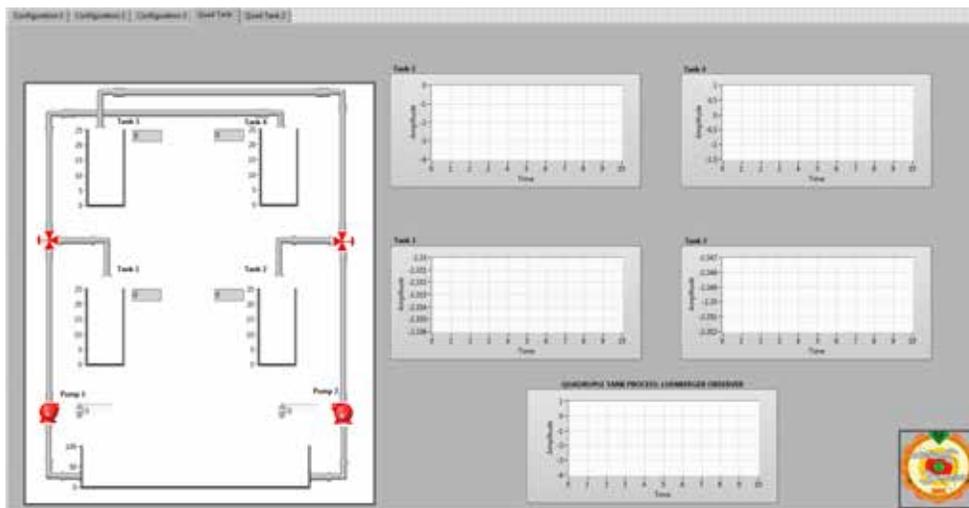


Figura 4.7: Interfaz Gráfica: pestaña 4.

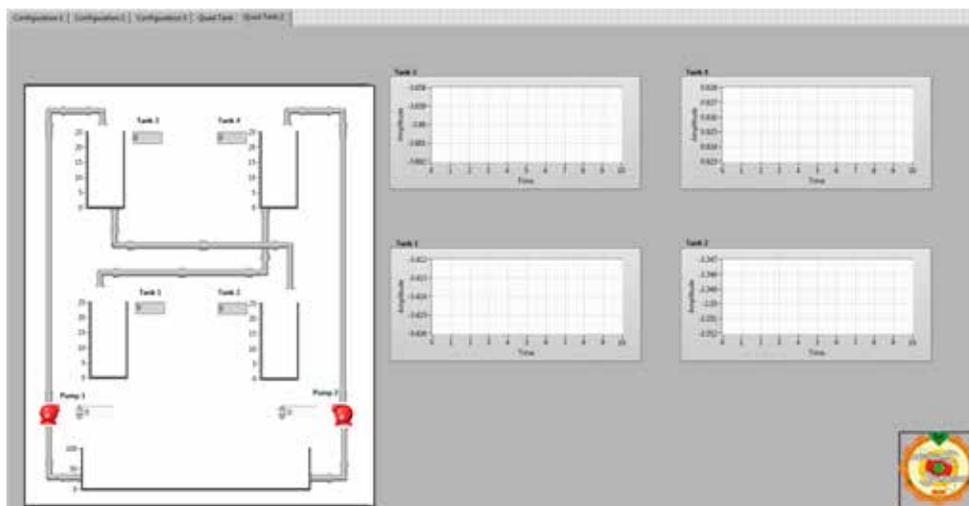


Figura 4.8: Interfaz Gráfica: pestaña 5.

Capítulo 5

Validación experimental

En este capítulo se presenta la validación teórica y experimental de los observadores desarrollados en el Capítulo 3 y del observador implementado en el Capítulo 4. También se presenta una descripción detallada de los componentes del sistema de tanques cuádruples acoplados. En la Sección 5.1 se presenta la metodología utilizada para obtener un parámetro que permita hacer comparaciones entre observadores. En la Sección 5.2 se presentan las simulaciones desarrolladas en SimuLink para entradas del tipo escalón. Además, se hace la comparativa entre los observadores de estado desarrollados en el Capítulo 3. En la Sección 5.3 se muestran los resultados de la estación de monitoreo funcionando en el sistema físico. En la Sección 5.4 se presentan las especificaciones de los componentes del sistema de tanques cuádruples acoplados. Por último, se presentan las conclusiones de este capítulo.

5.1. Metodología

La validación de los observadores y la puesta a prueba de la estación de monitoreo se lleva a cabo tanto en simulación como en el sistema de cuatro tanques desarrollado por Quanser. Se usa el error cuadrático medio para tener una medida estandar del error de estimación entre los cuatro observadores desarrollados. El error cuadrático medio es una herramienta estadística que mide el promedio de los errores al cuadrado, siendo el error la diferencia entre los valores reales dados por los sensores y los valores estimados dados por el observador de estado. El error cuadrático medio viene denotado por e_{rms} y viene dado por:

$$e_{rms} = \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{x}_k - x_k)^2}{N}; \quad (5.1)$$

donde \hat{x}_k es el estado estimado y x_k el estado real. Las validaciones se presentan acompañadas de gráficas que muestren la diferencia entre estados estimados y reales.

Las simulaciones de los cuatro observadores se desarrollaron en MATLAB, haciendo uso de la herramienta de simulación Simulink, que permite trabajar mediante bloques de elementos que se interconectan para formar sistemas dinámicos, de los cuales se pueden obtener las respuestas y gráficas de sus entradas, salidas y variables de estado de forma sencilla.

Para el estudio del error cuadrático medio y su posterior comparación entre observadores se hace uso de entradas escalón de seis volts con un retardo de un segundo antes de cambiar de estado. El tiempo de simulación es de cien segundos y el tiempo de muestreo es de 0.005 segundos, por lo que se tienen 20001 muestras contando a partir del cero. Esto último se lleva a cabo de forma arbitraria.

Para cada observador de estados a comparar, se toma el error cuadrático medio con tres condiciones iniciales diferentes del sistema y cuyos valores aparecen en la tablas que se presentan para cada observador. La razón de estas tres condiciones se relaciona con los posibles casos de un sistema industrial y es la de tener una perspectiva de su comportamiento dinámico en las cercanías de cero, de su valor en estado estable y de un escenario en el que el sistema ya tiene líquido antes de comenzar el proceso de monitoreo.

Las condiciones iniciales del observador para todas las simulaciones son:

$$I_{ob} = [0.5, 0.5, 0.3, 0.3] \quad (5.2)$$

Esto es de suma importancia, ya que dependiendo del tipo de observador que se tenga, puede o no converger para una distancia entre condiciones iniciales de observador y sistema dadas.

5.2. Validación por simulación y comparativa

5.2.1. Observador de Luenberger

En el caso del observador de Luenberger se utilizó el método de asignación de polos para obtener la matriz de ganancias [1], [5]. Cabe destacar que los

Tabla 5.1: Error cuadrático medio para el observador de estados de Luenberger.

| OBSERVADOR DE LUENBERGER | | |
|--------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| TANQUE | CONDICIÓN INICIAL(<i>cm</i>) | ECM(<i>cm</i> ²) |
| | [0, 0, 0, 0] | |
| Tanque1 | | 9.6342×10^{-5} |
| Tanque2 | | 1.4418×10^{-4} |
| Tanque3 | | 2.7276 |
| Tanque4 | | 1.1007 |
| | [7.5, 5.2, 1.5, 1.0] | |
| Tanque1 | | 0.0176 |
| Tanque2 | | 0.0107 |
| Tanque3 | | 21.4589 |
| Tanque4 | | 4.6965 |
| | [18, 18, 10, 10] | |
| Tanque1 | | 0.1100 |
| Tanque2 | | 0.1474 |
| Tanque3 | | 114, 1872 |
| Tanque4 | | 46.5970 |

polos se asignaron de forma en -5 , -6 , -7 y -8 . Dando como resultado la siguiente matriz de ganancias:

$$L = \begin{pmatrix} 0.0886 & 0 \\ 0 & 0.064 \\ 1.5595 & 0 \\ 0 & 0.6466 \end{pmatrix}. \quad (5.3)$$

El error cuadrático medio para cada uno de los tanques dados en las tres condiciones iniciales diferentes del sistema de tanques se muestran en la Tabla 5.1.

En la Figura 5.1 se muestra el sistema y observador para el caso de condiciones iniciales de observador $[\hat{h}_1, \hat{h}_2, \hat{h}_3, \hat{h}_4] = [0.7, 0.5, 0.3, 0.3]$ y de sistema $[h_1, h_2, h_4, h_4] = [18, 18, 10, 10]$, donde h_i se refiere a la altura del i -ésimo tanque y \hat{h}_i se refiere a la altura estimada del i -ésimo tanque. Se aprecia

que dicho sistema tiene un error en el estado estable para las alturas de los Tanques superiores 3 y 4.

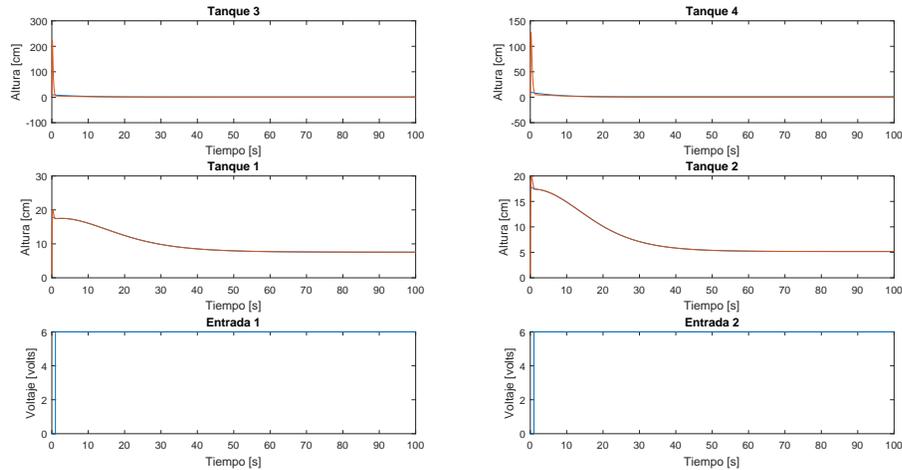


Figura 5.1: Gráfica de la dinámica del observador de Luenberger.

5.2.2. Filtro extendido de Kalman

Para el filtro extendido de Kalman se utilizaron matrices Q y R unitarias.

En la Tabla 5.2 se muestra el error cuadrático medio para el filtro extendido de Kalman y sistema con condiciones iniciales dadas.

En la Figura 5.2 se muestra el sistema y observador para el caso de condiciones iniciales de observador $[0.7, 0.5, 0.3, 0.3]$ y de sistema $[18, 18, 10, 10]$.

5.2.3. Observador de alta ganancia

En el caso del observador de alta ganancia, no sólo se toman en cuenta las tres condiciones iniciales del sistema sino que además se toma en cuenta el valor de la ganancia dado por la variable θ . Al aumentar θ se puede aumentar o disminuir el error cuadrático medio pero siempre aumenta la velocidad de convergencia. Esto puede ser muy benéfico, ya que en muchas ocasiones, los errores cuadráticos medios grandes se dan por picos muy altos. Pero en muchas ocasiones esto no es relevante ya que ocurren bastante rápido.

Tabla 5.2: Error cuadrático medio para el filtro extendido de Kalman (EKF).

| EKF | | |
|---------|--------------------------------|-------------------------------|
| TANQUE | CONDICIÓN INICIAL(<i>cm</i>) | ECM(<i>cm</i> ²) |
| | [0, 0, 0, 0] | |
| Tanque1 | | 0.0065 |
| Tanque2 | | 0.0063 |
| Tanque3 | | 4.5515×10^{-4} |
| Tanque4 | | 4.5135×10^{-4} |
| | [7.5, 5.2, 1.5, 1.0] | |
| Tanque1 | | 2.3475 |
| Tanque2 | | 0.8586 |
| Tanque3 | | 0.0232 |
| Tanque4 | | 0.0065 |
| | [18, 18, 10, 10] | |
| Tanque1 | | 30.0767 |
| Tanque2 | | 30.5228 |
| Tanque3 | | 3.1175 |
| Tanque4 | | 2.9990 |

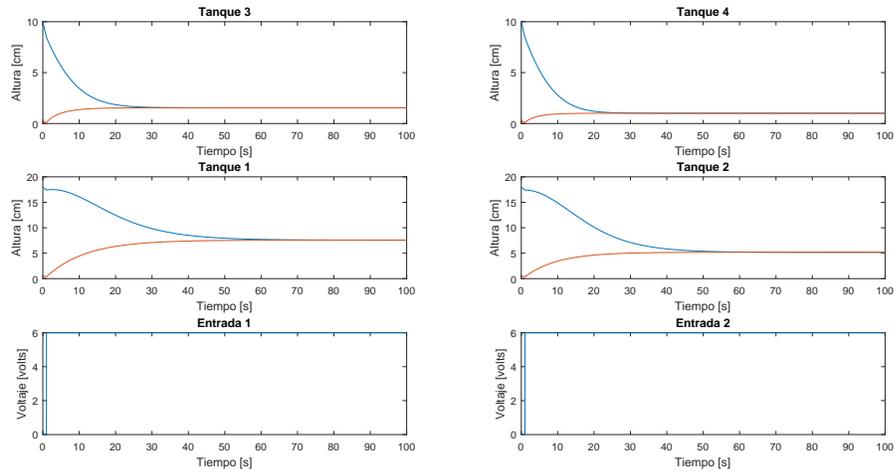


Figura 5.2: Gráfica de la dinámica del filtro extendido de Kalman (EKF).

En la Tabla 5.3 se muestra el error cuadrático medio para diferentes condiciones y ganancias. Las ganancias $\theta = 0.5$ y $\theta = 10$ se eligieron como casos límites. El caso de $\theta = 1.2$ se elige ya que es una ganancia óptima, como se aprecia en el observador de alta ganancia desarrollado en [16].

Se destaca el hecho que para condiciones iniciales cercanas a cero del sistema y observador se puede obtener un error en la simulación para altas ganancias, como sucede para las ganancias 1.2 y 10 de la primera condición inicial en la Tabla 5.3. Esto es debido a que entre más alta es la ganancia, más grandes son los picos y rebotes del observador; por lo que si las condiciones iniciales son cercanas a cero, alguna de las alturas estimadas puede tener un sobreimpulso negativo y por consiguiente resultar en una raíz cuadrada negativa.

En la Figura 5.3 se muestra la gráfica del sistema para condiciones de sistema y observador lejanas entre sí y para una $\theta = 1.2$. Además en la Figura 5.4 se presentan las altura para condiciones iniciales lejanas y las tres ganancias. Esto último con la finalidad de mostrar como disminuye el tiempo de convergencia con el aumento de la ganancia.

Tabla 5.3: Error cuadrático medio para el observador de alta ganancia (HGO).

| HGO | | | | |
|---------|--------------------------------|----------------|----------------|----------------------------|
| TANQUE | CONDICIÓN INICIAL(<i>cm</i>) | | ECM | (<i>cm</i> ²) |
| | [0, 0, 0, 0] | $\theta = 0.5$ | $\theta = 1.2$ | $\theta = 10$ |
| Tanque1 | | 0.0698 | Error | Error |
| Tanque2 | | 0.0025 | Error | Error |
| Tanque3 | | 0.0258 | Error | Error |
| Tanque4 | | 0.0053 | Error | Error |
| | [7.5, 5.2, 1.5, 1.0] | | | |
| Tanque1 | | 2.039 | 0.7815 | 0.1085 |
| Tanque2 | | 0.1113 | 0.0464 | 0.0061 |
| Tanque3 | | 0.0320 | 0.3135 | 4.9282 |
| Tanque4 | | 0.0125 | 0.1534 | 10.8085 |
| | [18, 18, 10, 10] | | | |
| Tanque1 | | 25.503 | 10.2670 | 1.0582 |
| Tanque2 | | 1.6920 | 0.6682 | 0.0846 |
| Tanque3 | | 3.4067 | 6.5356 | 134.6434 |
| Tanque4 | | 1.4964 | 3.8580 | 132.852 |

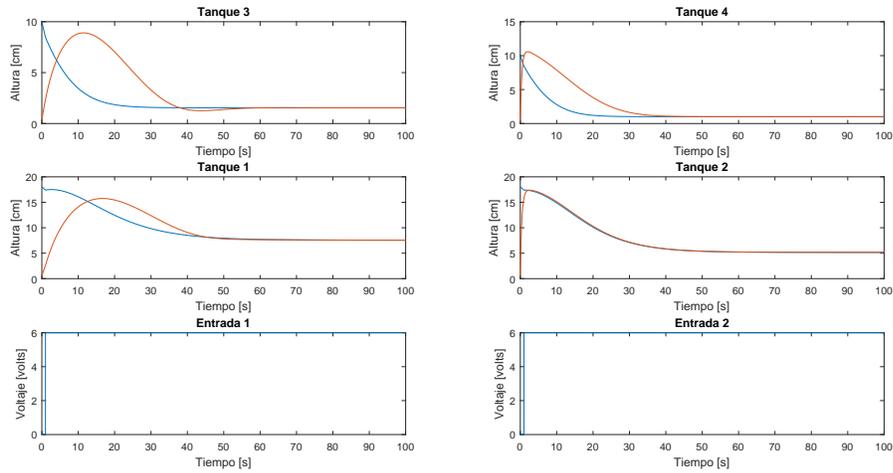


Figura 5.3: Gráfica de la dinámica del observador de alta ganancia.

5.2.4. Observador por modos deslizantes

En el caso del observador por modos deslizantes se sigue el mismo camino que con el observador de alta ganancia puesto que el primero se basa en el segundo.

En la Tabla 5.4 se aprecia que en este caso se tiene error de simulación en las ganancias superiores para condiciones iniciales de observador y sistema cercanas entre si y cercanas a cero.

En la Figura 5.5 se muestra la gráfica del sistema para condiciones de sistema y observador lejanas entre si y para una $\theta = 1.2$. Por otro lado, en la Figura 5.6 se muestra la reacción del sistema ante una entrada del tipo escalón y ruido gaussiano.

5.2.5. Comparativa

Con lo ya visto para los observadores de estado y sus simulaciones se pueden hacer comparaciones entre los cuatro para elegir el más adecuado para su implementación. Lo primero es que el Observador de Luenberger presenta un error en estado estable para las alturas de los tanques superiores que rebasa un centímetro para las condiciones iniciales elegidas y los polos asignados. Si bien esto ocurre para los parámetros elegidos se sabe que el

Tabla 5.4: Error cuadrático medio para el observador de estados por modos deslizantes (SMO).

| SMO | | | | |
|---------|---------------------------|----------------|----------------|---------------|
| TANQUE | CONDICIÓN INICIAL(cm) | | ECM | (cm^2) |
| | [0, 0, 0, 0] | $\theta = 0.5$ | $\theta = 1.2$ | $\theta = 10$ |
| Tanque1 | | 0.0700 | Error | Error |
| Tanque2 | | 0.0026 | Error | Error |
| Tanque3 | | 0.0259 | Error | Error |
| Tanque4 | | 0.0053 | Error | Error |
| | [7.5, 5.2, 1.5, 1.0] | | | |
| Tanque1 | | 2.039 | 0.8884 | 0.1193 |
| Tanque2 | | 0.1113 | 0.1461 | 0.0177 |
| Tanque3 | | 0.0320 | 0.3129 | 12.9188 |
| Tanque4 | | 0.0125 | 0.1394 | 4.7523 |
| | [18, 18, 10, 10] | | | |
| Tanque1 | | 25.503 | 14.1547 | 1.3409 |
| Tanque2 | | 1.6920 | 9.6483 | 0.08772 |
| Tanque3 | | 3.4067 | 7.2586 | 133.1763 |
| Tanque4 | | 1.4964 | 6.4499 | 124.7828 |

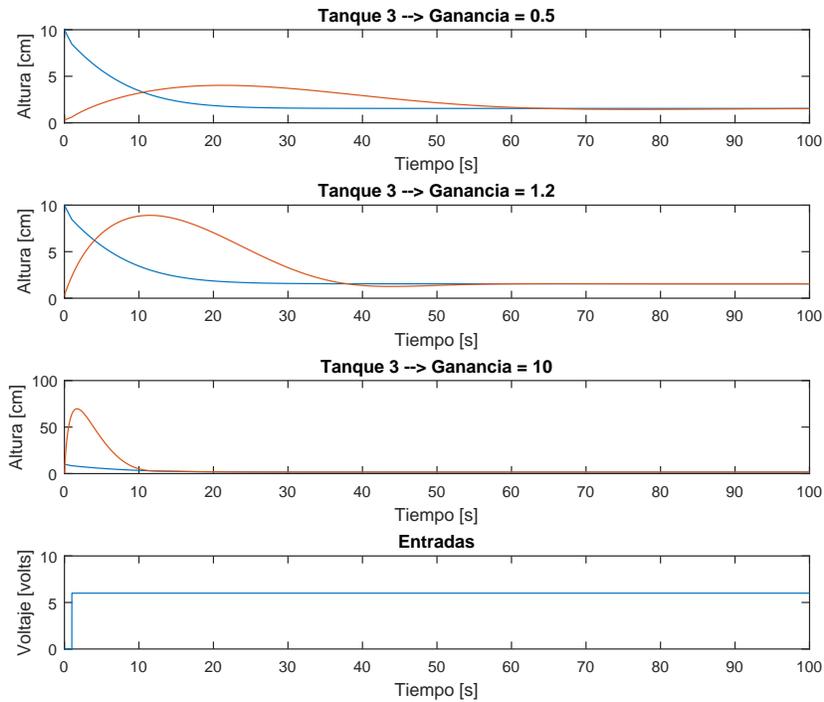


Figura 5.4: Gráfica de la dinámica del tanque tres para distintas ganancias del observador de estados de alta ganancia.

observador de Luenberger es un observador local y que al trabajar cerca de su punto de operación presenta buenos resultados siempre y cuando no se presente mucho ruido en las mediciones. Por otro lado, el filtro extendido de Kalman presenta el error cuadrático medio más reducido de los cuatro. Se sabe que dicho observador tiene buenas propiedades locales de convergencia. Pero el elegirlo para un proyecto por delante de los demás no solo depende del error cuadrático medio.

Una diferencia entre controladores y observadores es que en los observadores se pueden tener ganancias muy elevadas sin afectar (posiblemente dañar) a los sistemas físicos sobre los que trabajan. Esto hace que no se pueda descartar al observador de alta ganancia como una opción para el desarrollo de la estación de monitoreo, ya que un factor de suma importancia es que el

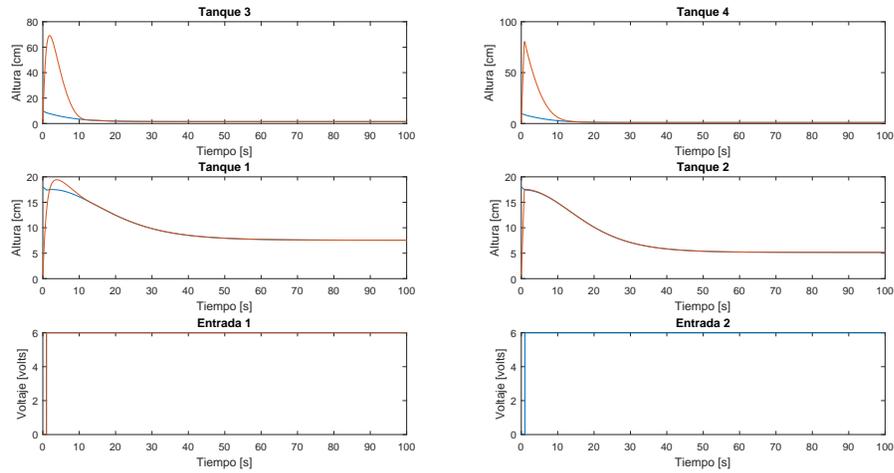


Figura 5.5: Gráfica de la dinámica del observador de estados por modos deslizantes.

observador converja y que lo haga rápido. Lo cual puede ser logrado incrementando el valor de θ en el observador de alta ganancia, como se aprecia en la Figura 5.4 para el caso del Tanque 3 siendo estimado a distintas ganancias. Cabe destacar que se hace un intercambio entre el error cuadrático medio y el tiempo de convergencia, lo cual implica que si se disminuye el error cuadrático medio se aumenta el tiempo de convergencia y viceversa.

Se observa que los resultados para el observador de alta ganancia y el de modos deslizantes no difieren mucho uno del otro cuando se trabaja sin perturbaciones.

Un punto de suma importancia es que el observador sea de fácil implementación. En este caso el observador de Luenberger supera a los demás con creces debido a la facilidad para implementar algoritmos de control lineal en distintos tipos de software. Lo sigue el filtro extendido de Kalman, que si bien es un algoritmo un tanto complejo en el caso continuo, cuenta con su contraparte digital, la cual es bastante estudiada e implementada en entornos de robótica y aeroespacial. Al final quedan relegados el observador de alta ganancia y el de modos deslizantes basado en el primero. Una razón que resulta evidente se puede apreciar en las Tablas 5.3 y 5.4, que muestran errores producidos por alturas negativas debido a la cercanía con cero en condiciones iniciales y sobreimpulsos negativos.

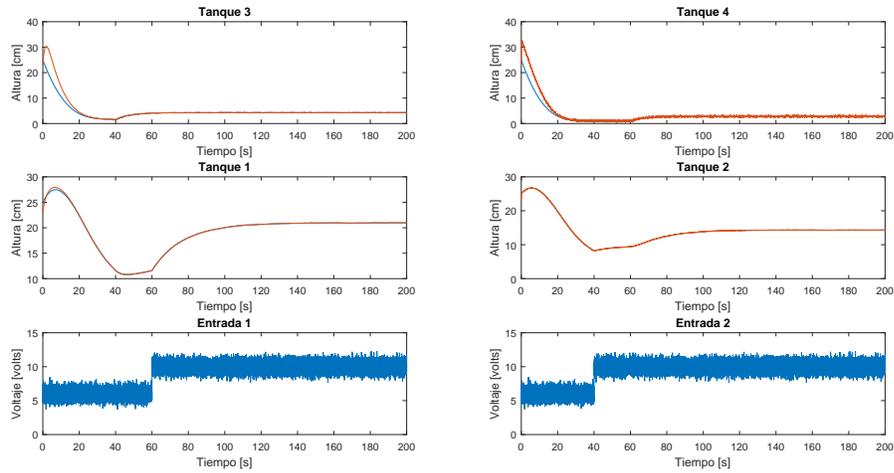


Figura 5.6: Observador de estados por modos deslizantes con ruido gaussiano.

Por lo anteriormente dicho y con la información de las tablas y modelos se presenta la tabla de sistema de decisión basado en una matriz de pesos en la cual se asignan pesos a las distintas características deseadas del observador a implementar.

Analizando la Tabla 5.5 no se debe llegar a la conclusión errónea de que los observadores de Luenberger y de Kalman son los mejores y que los observadores de alta ganancia y modos deslizantes tienen un desempeño pobre. Esta tabla se realiza con la finalidad de, en base a los objetivos planteados, elegir el observador de estados adecuado para posteriormente implementarse

Tabla 5.5: Tabla de matriz de pesos para la elección de observadores.

| Características | Peso | Luenberger | EKF | HGO | SMO |
|---------------------------|------|------------|-----|-----|-----|
| Implementación | 0.3 | 1 | 0 | -1 | -1 |
| Error en estado estable | 0.1 | -1 | 1 | 1 | 1 |
| Error cuadrático medio | 0.2 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| Velocidad de convergencia | 0.2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| Sometido a pruebas | 0.1 | 1 | 1 | -1 | -1 |
| Rechazo a perturbaciones | 0.1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| Total | 1.0 | 0.5 | 0.5 | 0.2 | 0.2 |

en un software de instrumentación como LabView. De ahí que se le de más peso a la facilidad de implementarse y menos a otras características que en muchos otros casos serían de igual importancia, como lo es la velocidad de convergencia.

5.3. Implementación de la estación basada en el observador de estados de Luenberger

El observador que se eligió para ser probado en la estación de monitoreo es el observador de Luenberger. De los dos observadores de estado que tienen mayor puntaje en la Tabla 5.5, el observador de Luenberger gana en la facilidad de implementación, lo cual es factor detonante para haber sido elegido, puesto que por su facilidad de implementación en software como LabView se ahorra tiempo. Dado que la finalidad es probar la viabilidad de observadores como medio de monitoreo en entornos industriales, utilizar el observador con menos prestaciones en velocidad y error en estado estable es hacer valer el principio del peor de los casos, lo cual implica que de obtener los mismos resultados que se tienen en simulación para el caso del observador de Luenberger, se está mostrando que el peor observador en términos de convergencia y rechazo a perturbaciones se comporta como lo simulado.

Cabe destacar que dado que ya se validaron los observadores, el desempeño esperado del observador de Luenberger concuerda con el mostrado en la práctica, el cual resulta en errores en estado estacionado para las variables estimadas. Además del error estacionario se espera la posibilidad de comportamiento errático debido al ruido por la caída en chorro en los tanques y a los errores de calibración que puedan surgir por la configuración de las válvulas de tres vías.

En la Figura 5.7 se muestra la estación de monitoreo basada en el observador de estados de Luenberger funcionando. Las alturas estimadas de los Tanques 1 y 2 ya han alcanzado a las alturas reales y las alturas estimadas de los Tanques 3 y 4 presentan un error en estado estable con respecto a las alturas reales, como sucedió con las simulaciones.

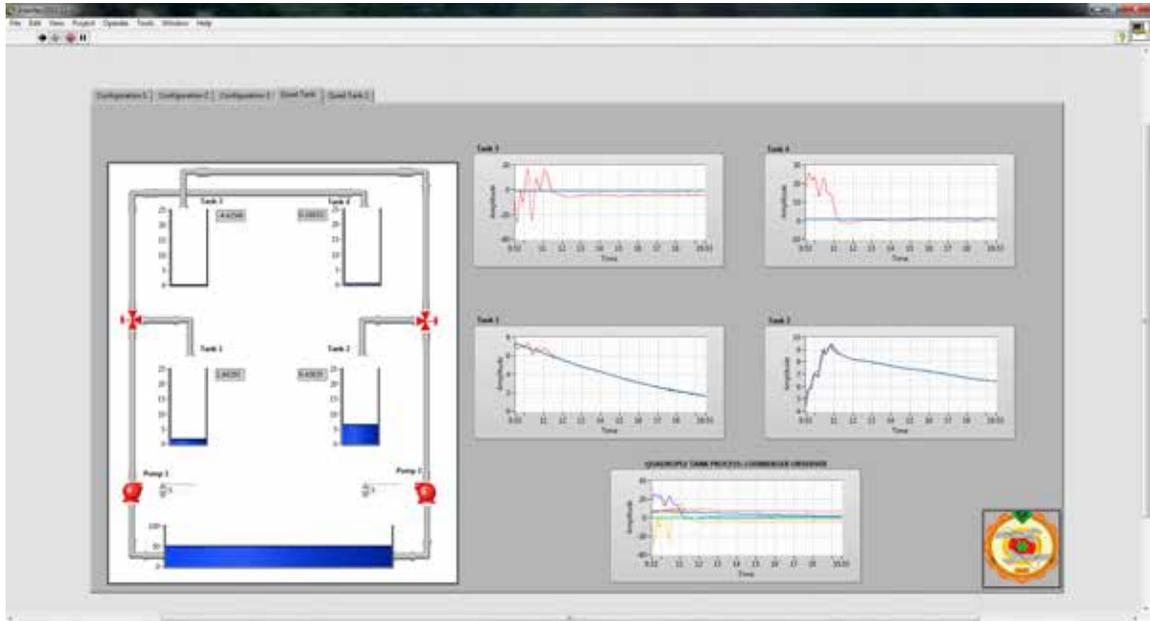


Figura 5.7: Estación de monitoreo basada en el observador de Luenberger.

5.4. Especificaciones técnicas

El sistema de tanques cuádruples acoplados consta de dos módulos; donde cada uno cuenta con dos tanques, una bomba y un contenedor sumidero donde el agua es reciclada. Los dos tanques están montados en una estructura de tal forma que el flujo del tanque superior va hacia el inferior y el flujo del tanque inferior va hacia el reservorio, donde es retomado por la bomba. En cada uno de los tanques el flujo sale por el fondo mediante un orificio en un inserto enroscado en el tanque. Se pueden insertar diferentes orificios cambiando los insertos enroscados.

Se pueden introducir perturbaciones mediante una llave de drenado en el tanque inferior del módulo, que al ser abierta, drena toda el agua hacia el reservorio.

En la la Tabla 5.6 se muestran los componentes principales del sistema.

En la Figura 5.8 se muestra un ejemplo del módulo que se usa para realizar la configuración de cuatro tanques. En el se aprecian, además de los ya mencionados elementos, una escala visual en cada tanque y las mangueras que se usan para interconectar los tanques.

Tabla 5.6: Componentes del sistema.

| Componentes | Cantidad |
|---|----------|
| Marco donde se soportan dos tanques | 2 |
| Tanque de Plexiglas transparente | 4 |
| Reservorio | 2 |
| Bomba de agua con motor de 12 Volts | 2 |
| Tubos flexibles de plástico | variable |
| Insertos de salida pequeños hexagonales | 4 |
| Insertos de salida medianos hexagonales | 4 |
| Insertos de salida grandes hexagonales | 4 |
| Tapa de perturbación | 2 |
| Sensor de presión | 4 |
| Mangueras | variable |
| Tarjeta de calibración y acondicionamiento de señal | 2 |
| Cable para sensores de presión 6-PIN-Mini-Din | 2 |
| Conectores para motor 4-PIN-DIN | 2 |
| Scala de nivel del tanque(en cm) | 4 |

La Figura 5.9 muestra a dos de los ya mencionados módulos que se interconectaron mediante la configuración de Johansson para tener el sistema de cuatro tanques acoplados.

5.5. Conclusiones

En este capítulo se presentó la validación de los cuatro observadores de estado y de la estación de monitoreo. Se utilizó el error cuadrático medio como una herramienta de validación y comparación para los observadores de estado. También se mostraron los componentes que forman el sistema de tanques cuádruples acoplados. Se notó como el observador de Luenberger presenta un desempeño en robustez y convergencia menor a los otros tres observadores desarrollados, pero una facilidad de implementación que lo hizo ser elegido para desarrollar la estación de monitoreo. El observador de Luenberger fue además el único observador lineal que se trabajó.



Figura 5.8: Módulo de tanques acoplados, con reservorio, bomba y manguera.



Figura 5.9: Módulos de dos tanques acoplados, módulo de acondicionamiento y tarjeta de adquisición de datos.

Capítulo 6

Conclusiones

6.1. Conclusiones finales

En este proyecto de tesis se desarrolló un sistema de monitoreo de las alturas de líquido para un proceso de tanques cuádruples acoplados en fase mínima. Para ello se estudiaron, desarrollaron e implementaron cuatro observadores de estados para el proceso de tanques cuádruples acoplados en la configuración de Johansson, los cuales son: observador de Luenberger, filtro extendido de Kalman (EKF), observador de alta ganancia (HGO) y el observador en modos deslizantes (SMO). Posteriormente, se eligió el observador de Luenberger para desarrollar y poner a prueba una estación de monitoreo que muestra diferentes configuraciones y para el caso de la configuración de cuatro tanques se aplicó el observador de Luenberger desarrollado para la estimación de las alturas de los tanques superiores. Esta estación permite estudiar y aplicar controladores así como monitorear las alturas de los tanques, y en el caso de la configuración de cuatro tanques compararla con la entrada. Por último, se validaron los cuatro observadores haciendo uso de Matlab Simulink y en el caso del observador de Luenberger del sistema físico. Se estudiaron sus ventajas, desventajas y se compararon mediante el error cuadrático medio para condiciones iniciales definidas.

El resultado más importante de este proyecto es el hecho de que demuestra la utilidad de los observadores de estado como sensores de software y una ayuda para el monitoreo de sistemas industriales.

Como era de esperarse por la validación en tiempo real y simulación, el observador de Luenberger mostró errores en estado estable y una gran sen-

sibilidad al ruido del sistema, por lo que no es confiable para el desarrollo de una estación de monitoreo útil. Aunque se eligió para la demostración de la estación de monitoreo debido a las herramientas proporcionadas por LabView. Es decir que, el observador elegido mostró el resultado esperado en la estación de monitoreo en tiempo real desarrollada en LabView, el cual coincide con los resultados vistos tanto en simulación haciendo uso de Simulink.

6.2. Aportaciones

Las aportaciones presentadas en este trabajo de investigación son:

1. El desarrollo, modelado y simulación de tres observadores de estado no lineales para el proceso de tanques cuádruples acoplados en la configuración inicial propuesta en [8].
2. La validación experimental en tiempo real del observador de Luenberger.
3. La comparación entre los cuatro observadores de estado.

6.3. Trabajos futuros y recomendaciones

Queda para futuros trabajos de investigación el aplicar el filtro extendido de Kalman, el observador de alta ganancia y el observador en modos deslizantes a la estación de monitoreo. Para ello se recomienda implementar los observadores en Matlab Simulink y comunicar las salidas con la interfaz gráfica hecha en LabView por medio de comunicación serie virtual o un servidor OPC.

Referencias

- [1] Norman S Nise and Jorge Humberto Romo. *Sistemas de control para ingeniería*. Cecsca, 2002.
- [2] K Asan Mohideen, K Valarmathi, and TK Radhakrishnan. Differential evolution algorithm for system identification and tuning of a fuzzy modified model reference adaptive controller for a coupled tank level process. 2014.
- [3] Daniel T Desautel. Digital state space control of the quadruple-tank process. 2014.
- [4] Jesús Chacón Sombría, José Sánchez Moreno, Antonio Visioli, and Sebastián Dormido Bencomo. Decentralised control of a quadruple tank plant with a decoupled event-based strategy. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(3):424–429, 2012.
- [5] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003.
- [6] William C Dunn. *Introduction to instrumentation, sensors and process control*. Artech House, 2006.
- [7] Stephen Milligan, Henry Vandelinde, and Michael Cavanagh. *Understanding Ultrasonic Level Measurement*. Momentum Press, 2013.
- [8] Karl Henrik Johansson. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on control systems technology*, 8(3):456–465, 2000.
- [9] J Jayaprakash, D Davidson, P Subha Hency Jose, et al. Comparison of controller performance for mimo process. 2013.

- [10] J Jayaprakash, T SenthilRajan, and T Harish Babu. Analysis of modelling methods of quadruple tank system. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, 3(8), 2014.
- [11] Richard C Dorf and Robert H Bishop. *Modern control systems*. Pearson, 2011.
- [12] A Téllez. *Supervisión electrónica de columnas de destilación basada en modelos*. PhD thesis, Tesis doctoral. CENIDET. México, 2010.
- [13] Masoud Soroush. Nonlinear state-observer design with application to reactors. *Chemical Engineering Science*, 52(3):387–404, 1997.
- [14] Gildas Besançon. *Nonlinear observers and applications*, volume 363. Springer, 2007.
- [15] D Luenberger. Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(2):190–197, 1966.
- [16] Salim Hadj Said and Faouzi M’Sahli. A set of observers design to a quadruple tank process. In *Control Applications, 2008. CCA 2008. IEEE International Conference on*, pages 954–959. IEEE, 2008.
- [17] Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, and Arie Levant. *Sliding mode control and observation*. Springer, 2014.
- [18] M Farza, M M’saad, and M Sekher. A set of observers for a class of nonlinear systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1):765–770, 2005.