



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

**Estrategias de sincronización en una microrred
mediante el paradigma de sistemas multiagente
y consenso neuronal**

presentado por

Ing. Miguel Arturo Meneses Arcos

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis

Dr. Carlos Daniel García Beltrán

Codirector de tesis

Dr. Juan Reyes Reyes

Cuernavaca, Morelos, México. Marzo de 2023.



Cuernavaca,
Mor.,
No. de Oficio:
Asunto:

09/mayo/2023

DIE/018/2023

Aceptación de documentos de
tesis

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Miguel Arturo Meneses Arcos, con número de control M21CE037 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Estrategias de sincronización en una microrred mediante el paradigma de sistemas multiagente y consenso neuronal" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Carlos Daniel García Beltrán
Doctor en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 8699605

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Juan Reyes Reyes
Doctor en Ciencias en la Especialidad de
Control Automático
Cédula profesional 4214833

REVISOR 1

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez
Doctor en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 8031070

REVISOR 2

Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 5992003

C.p. Lic. Silvia del Carmen Ortiz Fuentes- jefa del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante
JCM/kmqh



Cuernavaca, Mor.,
No. De Oficio:
Asunto:

09/mayo/2023
SAC/064/2023
Autorización de
impresión de tesis

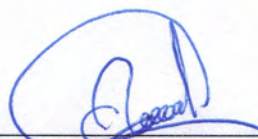
**MIGUEL ARTURO MENESES ARCOS
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"ESTRATEGIAS DE SINCRONIZACIÓN EN UNA MICRORRED MEDIANTE EL PARADIGMA DE SISTEMAS MULTIAGENTE Y CONSENSO NEURONAL"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

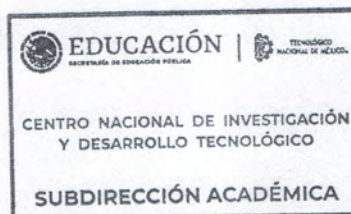
*Excelencia en Educación Tecnológica®
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"*



**CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**

C. c. p. Departamento de Ingeniería Electrónica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/LMZ



Resumen

La presente tesis aborda el tema de estrategias de sincronización de las unidades de generación dentro de una microrred de CD, las estrategias de sincronización analizadas son protocolos distribuidos de consenso con base lineal y base neuronal. El objetivo de la tesis es desarrollar el protocolo neuronal de consenso para una microrred con incertidumbre y no linealidades. Para lograr el objetivo, se presenta el estado del arte, en el que se abordan temas de consenso de sistemas no lineales o con incertidumbre. Asimismo, se abordan temas sobre el consenso en microrredes de CD. También, se presentan conceptos sobre teoría de grafos, redes neuronales, sistemas multi-agente y sus métodos de sincronización.

La microrred de CD es modelada como un sistema multiagente interconectado, cuyos agentes son unidades de generación distribuida (UGD) con una carga del tipo resistivo. La UGD está compuesta por un convertidor reductor *Buck*, un filtro de acoplamiento *RLC* y una carga resistiva. Se presentan dos vertientes para el consenso de las UGDs, la primera es el consenso de voltajes en el punto de acoplamiento común (PAC) y la segunda, consenso de corrientes por unidad para la distribución de corrientes. Los protocolos se encargan de modificar la referencia de voltaje de las UGDs para lograr el consenso. Con las dos vertientes, se realizaron pruebas de simulación con los protocolos lineal y neuronal. Se presentan varios escenarios, como: UGDs con incertidumbre, diferentes topologías de comunicación, diferente número de UGDs en la microrred, desconexión de un agente y dinámicas no lineales. El protocolo neuronal presenta resultados satisfactorios, por lo que se considera que se cumple el objetivo de desarrollo del protocolo neuronal para la sincronización de las unidades de generación dentro de una microrred.

Abstract

This thesis addresses the issue of synchronization strategies for generation units within a DC microgrid. The analyzed synchronization strategies include distributed consensus protocols with a linear and neural basis. The objective of the thesis is to develop a neural consensus protocol for a microgrid with uncertainties and nonlinearities. To achieve this objective, the state of the art is presented, which addresses consensus issues in non-linear or uncertain systems. Additionally, topics on consensus in DC microgrids are discussed, as well as concepts about graph theory, neural networks, multi-agent systems, and their synchronization methods.

The DC microgrid is modeled as an interconnected multi-agent system, with its agents being distributed generation units (DGUs) with a resistive load. Each DGU consists of a Buck converter, a coupling filter RLC , and a resistive load. Two aspects are presented for the consensus of the DGUs: the consensus of voltages at the point of common coupling (PCC) and the consensus of currents per unit for the distribution of currents. The protocols are responsible for changing the voltage reference of the DGUs to achieve consensus. Simulation tests were carried out with the linear and neural protocols, which considered several scenarios, including DGUs with uncertainties, different communication topologies, different numbers of DGUs in the microgrid, disconnection of an agent, and non-linear dynamics. The neural protocol presented satisfactory results, so it is considered that the objective of developing a neural protocol for the synchronization of generation units within a microgrid with uncertainties and nonlinearities has been met.

Dedicatoria

Para M.A.M.A.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el patrocinio proporcionado al aceptarme como becario de tiempo completo y permitir el desarrollo de este trabajo de investigación.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), a los docentes y personal por la formación académica y apoyo para el estudio de una maestría en ciencias en ingeniería electrónica.

A mi director de tesis Dr. Carlos Daniel García Beltrán, por el tiempo, tutoría y guía brindados a lo largo de este camino.

A mi codirector de tesis Dr. Juan Reyes Reyes por la formación académica y apoyo para el desarrollo de este trabajo de investigación.

A mis revisores Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez y Dr. Manuel Adam Medina por sus comentarios y sugerencias para mejorar el presente trabajo.

A mis compañeros y amigos, Arturo, Efraín, Kenia, Ricardo G, Ricardo R y Sharon, con quienes compartí esta travesía.

A Janeth por gi ñmiqñ, ñavzc, ñzvghñq m ñsrphc eir pcajvfhvrfca rghñ ñjrahifñ ra ñytc rgdrp-vñy ñy pczdñfhvfyñ pca ñzcf. 14/27

A mi familia, mi madre, mi padre, mi hermano y mis abuelos por su cariño, apoyo incondicional y moral que siempre me han brindado. Por haberme formado y educado para enfrentarme a los obstáculos que se presentan y seguir mis sueños.

A la Dra. Manuela Calixto Rodríguez por haberme apoyado y motivado a estudiar un posgrado.

Nomenclatura

Acrónimos	
SMI	Sistema multiagente interconectado
UGD	Unidad de generación distribuida
FPE	Fuente primaria de energía
PAC	Punto de acoplamiento común
FVE	Fuente de voltaje externa
CC	Controlador central
Operaciones y nomenclatura general	
$ (conjunto) $	Cardinal de un conjunto
$\ \cdot\ $	Norma <i>Euclidiana</i>
\otimes	Producto de <i>Kronecker</i>
\mathbb{R}	conjunto de números reales
t	Tiempo
T	Intervalo de tiempo
\mathbf{I}_N	Matriz identidad de dimensiones $N \times N$
$\mathbf{1}_N$	Vector con elementos iguales a 1 y de dimensiones $N \times 1$
Teoría de grafos	
f	Superíndice referente al grafo de acoplamiento físico
c	Superíndice referente al grafo de comunicación
\mathcal{G}^f	Grafo de acoplamiento físico
\mathcal{G}^c	Grafo de comunicación
\mathcal{V}	Conjunto de vértices o nodos
v_i	i -ésimo vértice o nodo
N	Número de agentes en el sistema multiagente
n	Número de estados de los agentes

\mathcal{E}^f	Conjunto de aristas del grafo de acoplamiento físico
e_{ij}^f	Arista ij del grafo de acoplamiento físico
\mathcal{E}^c	Conjunto de aristas del grafo de comunicación
e_{ij}^c	Arista ij del grafo de comunicación
\mathcal{W}^f	Conjunto de pesos de interconexión del grafo de acoplamiento físico
w_{ij}^f	Peso de interconexión ij del grafo de acoplamiento físico
\mathcal{W}^c	Conjunto de pesos de interconexión del grafo de acoplamiento físico
w_{ij}^c	Peso de interconexión ij del grafo de acoplamiento físico
\mathcal{N}_i^f	Conjunto de vecinos del grafo de acoplamiento físico
\mathcal{N}_i^c	Conjunto de vecinos del grafo de comunicación
\mathcal{N}_i^c	Cardinal del conjunto de vecinos del grafo de comunicación
Δ	Matriz de grados de un grafo
δ_{ij}	Elementos de la matriz de grados
A	Matriz de adyacencia de un grafo
a_{ij}	Elementos de la matriz de adyacencia
\mathcal{L}^f	Matriz <i>Laplaciana</i> del grafo de acoplamiento físico
\mathcal{L}^c	Matriz <i>Laplaciana</i> del grafo de comunicación
λ	Valores propios de la matriz <i>Laplaciana</i>
Λ	Matriz triangular con diagonal principal con valores propios λ
\mathcal{J}^c	Forma canónica de <i>Jordan</i> de la matriz <i>Laplaciana</i> \mathcal{L}^c
<hr/> <hr/>	
Sistema multiagente	
x_i	Vector de estados del i -ésimo agente
u_i	Entrada del i -ésimo agente
y_i	Salida del i -ésimo agente
A	Matriz de estados de un agente
B	Matriz de entrada de un agente
C	Matriz de salida de un agente
A^f	Matriz de acoplamiento físico
$f_i(x_i)$	Vector de funciones de los estados de un agente
X	Vector de estados del sistema multiagente
U	Vector de entradas del sistema multiagente
<hr/> <hr/>	
Sincronización de sistemas dinámicos	
h	Función de sincronización
ϖ	Número muy pequeño
ξ	Error de sincronización
Ξ	Vector de errores de sincronización

E	Vector de errores de consenso
e_i	Error de consenso
e_a	Error acumulado
e_f	Error final
ζ	Error promedio de consenso
τ	Ganancia de acoplamiento
d_c	Desviación de consenso
k	Ganancia de realimentación de estados
<hr/> <hr/>	
Microrred	
<hr/>	
R_{Li}	Resistencia de carga de la i -ésima UGD
R_{ij}	Resistencia de línea de interconexión ij
V_i	Voltaje de la i -ésima UGD
k_c	Ganancia de controlador primario
k_V	Ganancia de protocolo de consenso para voltaje
k_I	Ganancia de protocolo de consenso para corriente
V_{ref}	Voltaje de referencia de la microrred
$V_{ref,i}$	Voltaje de referencia de la i -ésima UGD
v_p	Voltaje promedio de la microrred
I_i	Corriente de la i -ésima UGD
I_i^{nom}	Corriente nominal de la i -ésima UGD
v_{ci}	Estado del controlador de primario de la i -ésima UGD
R_i	Resistencia del filtro de acoplamiento de la i -ésima UGD
L_i	Inductancia del filtro de acoplamiento de la i -ésima UGD
C_i	Capacitancia del filtro de acoplamiento de la i -ésima UGD
ΔV_i	Incremento del voltaje de la i -ésima UGD
ϕ	Enlaces de flujo magnético
<hr/> <hr/>	
Red neuronal	
<hr/>	
W	Vector de pesos sinápticos
w	Peso sináptico
ω	Cota del vector de pesos sinápticos
s	Función de activación
S	Vector de funciones de activación
z	Entrada de la red neuronal
y_{rn}	Salida de la red neuronal
m	Número de neuronas
ϵ	Error de aproximación

g	Función <i>Gaussiana</i>
μ	Centro de la función <i>Gaussiana</i>
σ	Ancho de la función <i>Gaussiana</i>
γ	Factor de suavidad de la función <i>sat</i>
k_v	Ganancia de convergencia
k_a	Ganancia del algoritmo de aprendizaje
κ	Ganancia de amortiguamiento del algoritmo de aprendizaje
L	Constante de <i>Lipschitz</i>
ρ_{ei}	Función con dinámica deseada del error
ρ_i	Función de agrupamiento para la dinámica del error
ι_e	Cota positiva de la función <i>sat</i>
Ψ_e	Conjunto compacto del error de consenso

Índice general

Resumen	i
Abstract	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Nomenclatura	v
Índice general	ix
Índice de figuras	xii
Índice de tablas	xv
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Hipótesis	2
1.3. Objetivo	2
1.3.1. Objetivo específicos	2
1.4. Alcances y limitaciones	3
1.5. Aportaciones	3
1.6. Justificación	3
1.7. Estado del arte	4
1.7.1. Sistemas multiagente no lineales con incertidumbre	4
1.7.2. Consenso en microrredes	5
1.7.3. Discusión del estado del arte	7

2. Marco Conceptual	9
2.1. Teoría de grafos	9
2.2. Sistema multiagente interconectado	11
2.3. Sincronización de sistemas dinámicos	12
2.3.1. Métodos de sincronización	13
2.4. Sincronización mediante protocolo de consenso	14
2.5. Red neuronal	15
2.5.1. Red neuronal de base radial	17
3. Protocolos de Consenso	19
3.1. Protocolo de consenso lineal	20
3.1.1. Prueba de estabilidad del protocolo lineal	21
3.2. Protocolo Neuronal de Consenso	22
3.2.1. Red neuronal para protocolo de consenso	24
3.2.2. Prueba de estabilidad del protocolo neuronal	25
3.3. Ejemplos	31
3.3.1. Sistema lineal con incertidumbre	32
3.3.2. Sistema no lineal	34
4. Caso de estudio: Microrred de CD	38
4.1. Modelo de convertidor reductor (<i>Buck</i>)	39
4.2. Modelo de una microrred de CD	41
4.3. Consenso en una microrred	42
4.3.1. Protocolo lineal para consenso de voltajes en una microrred de CD	43
4.3.2. Protocolo lineal para consenso de corrientes por unidad en una microrred de CD	43
4.4. No linealidad del inductor	44
5. Pruebas y Resultados	50
5.1. Incertidumbre paramétrica	53
5.1.1. Escenario 1: consenso para voltajes ante incertidumbre paramétrica	54
5.1.2. Escenario 2: consenso para corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica	57
5.2. Topologías de redes de comunicación	60
5.2.1. Escenario 3: consenso para voltajes ante topologías de comunicación	62
5.2.2. Escenario 4: consenso para corrientes por unidad ante topologías de comunicación	64

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	xi
5.3. Incrementos de agentes	68
5.3.1. Escenario 5: consenso para voltajes ante incremento de agentes	68
5.3.2. Escenario 6: consenso para corrientes por unidad ante incremento de agentes	71
5.4. Desconexión de un agente	74
5.4.1. Escenario 7: consenso para voltajes ante desconexión de un agente	75
5.4.2. Escenario 8: consenso para corrientes por unidad ante desconexión de un agente	77
5.5. Dinámica no lineal	80
5.5.1. Escenario 9: consenso para voltajes ante dinámica no lineal	81
5.5.2. Escenario 10: consenso para corrientes por unidad ante dinámica no lineal .	84
6. Conclusiones	88
Referencias	91
Anexos	96
A. Expansión del estado del arte	97
B. Artículo: Estrategias de consenso para microrred de CD	99
C. Combinaciones de parámetros	106
D. Incertidumbre paramétrica aleatoria	108
D.1. Consenso para voltajes	108
D.2. Consenso para corrientes por unidad	111

Índice de figuras

2.1. Ejemplo de grafo no dirigido \mathcal{G}^1	11
2.2. Grafos \mathcal{G}^c y \mathcal{G}^f de un SMI.	12
2.3. Métodos de sincronización.	14
2.4. Diagrama de una neurona artificial.	16
2.5. Diagrama de una red neuronal artificial.	16
3.1. Diagrama a bloques de un agente con protocolo de consenso.	20
3.2. Estabilidad uniforme finalmente acotada.	31
3.3. Sistema masa resorte.	32
3.4. Posición con protocolos de consenso e incertidumbre.	33
3.5. Error de sincronización con protocolos de consenso e incertidumbre.	34
3.6. Péndulo.	34
3.7. Posición con protocolos de consenso e incertidumbre.	36
3.8. Error de sincronización con protocolos de consenso e incertidumbre.	37
4.1. Diagrama de una microrred.	38
4.2. Diagrama de control jerárquico en una microrred.	39
4.3. Diagrama del convertidor reductor <i>Buck</i>	39
4.4. Diagramas equivalentes del convertidor reductor <i>Buck</i>	40
4.5. Estados de convertidor reductor (circuito y modelo promediado).	40
4.6. Diagrama de UGD y carga	41
4.7. Diagrama a bloques de UGD con protocolo de consenso para voltajes.	43
4.8. Diagrama a bloques de UGD con protocolo de consenso para corrientes por unidad.	44
4.9. Corriente contra enlaces de flujo.	46
4.10. UGDs con y sin no linealidad en el inductor.	46

5.1. Diagrama a bloques del protocolo neuronal de consenso con UGD para voltajes. . .	52
5.2. Diagrama a bloques del protocolo neuronal de consenso con UGD para corrientes por unidad.	53
5.3. Grafos de una microrred con tres agentes.	54
5.4. Voltajes de las UGDs con protocolos de consenso ante incertidumbre paramétrica. .	55
5.5. Error de sincronización en voltajes ante incertidumbre paramétrica.	56
5.6. Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante incertidumbre paramétrica.	58
5.7. Error de sincronización en corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica. .	59
5.8. Topologías de comunicación.	61
5.9. Voltajes de las UGDs con protocolos de consenso ante topologías de comunicación.	62
5.10. Error de sincronización en voltajes ante topologías de comunicación.	63
5.11. Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante topologías de comunicación.	65
5.12. Error de sincronización en corrientes por unidad ante topologías de comunicación.	66
5.13. Grafo en serie para aumento de agentes.	68
5.14. Voltajes de las UGDs con protocolos de consenso ante incremento de agentes. . . .	69
5.15. Error de sincronización en voltajes ante incremento de agentes.	69
5.16. Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante incremento de agentes.	72
5.17. Error de sincronización en corrientes por unidad ante incremento de agentes. . . .	72
5.18. Grafos para desconexión de un agente.	75
5.19. Estados de UGDs con protocolos de consenso para voltaje ante desconexión de un agente.	76
5.20. Potencias de la microrred con protocolos de consenso para voltaje ante desconexión de un agente.	76
5.21. Error de sincronización en voltajes ante desconexión de un agente.	77
5.22. Estados de UGDs con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante desconexión de un agente.	78
5.23. Potencias de la microrred con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante desconexión de un agente.	79
5.24. Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante desconexión de un agente.	79
5.25. Error de sincronización en corrientes por unidad ante desconexión de un agente. . .	80
5.26. Grafos de una microrred con tres agentes.	81
5.27. Estados de UGDs con protocolos de consenso para voltaje ante dinámica no lineal.	82

5.28. Potencias de la microrred con protocolos de consenso para voltaje ante dinámica no lineal.	83
5.29. Error de sincronización en voltajes ante dinámica no lineal.	83
5.30. Estados de UGDs con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante dinámica no lineal.	84
5.31. Potencias de la microrred con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante dinámica no lineal.	85
5.32. Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante dinámica no lineal.	86
5.33. Error de sincronización en corrientes por unidad ante dinámica no lineal.	86
D.1. Grafos de una microrred con tres agentes.	109
D.2. Voltajes con incertidumbre paramétrica.	109
D.3. Error de sincronización en voltajes con incertidumbre paramétrica.	110
D.4. Corrientes por unidad con incertidumbre paramétrica.	111
D.5. Error de sincronización en corrientes por unidad con incertidumbre paramétrica. . .	112

Índice de tablas

5.1. Parámetros de las UGDs.	54
5.2. Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en voltaje ante incertidumbre paramétrica.	56
5.3. Errores de sincronización en voltaje ante incertidumbre paramétrica.	57
5.4. Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica.	58
5.5. Errores de sincronización en corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica.	59
5.6. Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en voltaje ante topologías de comunicación.	63
5.7. Errores promedio en estado estacionario e_f para voltaje ante topologías de comunicación.	64
5.8. Errores de sincronización acumulados e_a para voltaje ante topologías de comunicación.	64
5.9. Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en corrientes por unidad ante topologías de comunicación.	66
5.10. Errores promedio en estado estacionario e_f para corrientes por unidad ante topologías de comunicación.	67
5.11. Errores de sincronización acumulados e_a para corrientes por unidad ante topologías de comunicación.	67
5.12. Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en voltaje ante incremento de agentes.	70
5.13. Errores promedio en estado estacionario e_f para voltaje ante incremento de agentes.	70
5.14. Errores de sincronización acumulados e_a para voltaje ante incremento de agentes. .	71
5.15. Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en corrientes por unidad ante incremento de agentes.	73

5.16. Errores promedio en estado estacionario e_f para corrientes por unidad ante incremento de agentes.	73
5.17. Errores de sincronización acumulados e_a para corrientes por unidad ante incremento de agentes.	74
A.1. Consenso de sistemas dinámicos	97
A.2. Sincronización de una microrred	98
C.1. Combinaciones de parámetros del filtro de acoplamiento y resistencia de carga de las UGDs.	106
D.1. Parámetros de las UGDs.	108
D.2. Tiempos de convergencia del error de sincronización en voltaje a banda de 0.02.	110
D.3. Errores de sincronización en voltaje con incertidumbre paramétrica.	111
D.4. Tiempos de convergencia del error de sincronización en corriente a banda de 0.02.	112
D.5. Errores de sincronización en corrientes por unidad con incertidumbre paramétrica.	113

Introducción

En la búsqueda de optimización de generación y distribución de energía eléctrica, se ha optado de por el concepto de generación distribuida, el cual, hace referencia a pequeñas unidades de producción de energía eléctrica localizadas cerca de las cargas, lo que disminuye las pérdidas por transporte, aun si estas unidades son de baja potencia. Recientemente, las energías renovables se están convirtiendo en el principal paradigma de generación de energía eléctrica a nivel mundial, lo cual está cambiando forma de distribución y almacenamiento de este tipo de energía. Con excepción de las centrales hidroeléctricas y geotérmicas, la mayor parte de las fuentes de energías renovables se asocian a una generación descentralizada (Trigo *et al.* 2019). Las unidades de generación distribuida se pueden integrar en la red eléctrica individualmente o en microrred. Esta última solución ha sido considerado como el mejor camino para aprovechar el potencial de la generación distribuida (Shahbazitabar *et al.* 2021). Una microrred se definen como un conjunto de fuentes de generación distribuida, cargas y sistemas de almacenamiento conectados a una red de distribución eléctrica de servicio local, que puede estar configurada en CD o CA, en otras palabras una microrred es un subsistema dinámico que puede operar como carga, generador o apoyo para red principal. El reto principal en las microrredes es mantener la coordinación entre las unidades de generación para garantizar la estabilidad en la red, por lo tanto, la integración de fuentes de generación distribuida a la red principal representa tanto una solución como un problema.

Una microrred puede considerarse como una entidad controlable, constituida por diversas fuentes de generación, cargas y sistemas de almacenamiento, los cuales pueden conceptualizarse como un sistema multiagente, en la medida en que se les asocie cierto grado de inteligencia. La sincronización de sistemas multiagente se ha analizado ampliamente por diversos autores como (Blekhman *et al.* 1997), (Spanos *et al.* 2005), (Olfati Saber *et al.* 2007), (Qin *et al.* 2017), por lo que la conceptualización de una microrred como un sistema multiagente presenta una gran oportunidad de desarrollo, gracias a la gran flexibilidad y facilidad de expansión de los sistemas multiagente, lo

que presenta una gran ventaja en comparación con otros métodos de sincronización. El control de sistemas multiagente partió de conceptos de la inteligencia computacional y de estrategias de control descentralizado, el cual fue adaptado con la interacción de diversos tipos de controladores a través de canales de comunicación en un esquema no jerárquico. Sin embargo, esta distribución de controladores presentan retos interesantes para su diseño, como la topología de comunicación, incertidumbres paramétricas, la dinámica no homogénea, la aparición de perturbaciones en diversos puntos del sistema multiagente, la variación de número de agentes, las no linealidades de los modelos matemáticos y de manera global, la forma de garantizar la estabilidad del sistema.

1.1. Planteamiento del problema

Aplicar a un esquema multiagente a un microrred, aporta flexibilidad y facilidad de expansión, pero también genera la necesidad poder sincronizar las unidades de generación, lo cual es el principal problema en la microrred. La sincronización de las unidades de generación es importante para poder mantener el balance de voltajes y corrientes, lo que afecta a las cargas en la microrred. Para lograr la sincronización en la microrred con un esquema multiagente, se suelen usar protocolos de consenso con los que se presentan obstáculos, como el uso de generadores de diferentes fabricantes con parámetros distintos en los modelos dinámicos o con dinámicas no modeladas, además de incertidumbres en las cargas.

1.2. Hipótesis

La adaptación de un protocolo de consenso basado en redes neuronales permitirá hacer frente a los problemas de sincronización entre unidades de generación distribuida con dinámica no lineal e incertidumbre paramétrica.

1.3. Objetivo

El objetivo de esta tesis es desarrollar una estrategia de sincronización controlada para una microrred en CD, mediante protocolos de consenso basados en redes neuronales, para hacer frente a las incertidumbres y la dinámica no lineal de los agentes.

1.3.1. Objetivo específicos

1. Desarrollar una estrategia de sincronización por protocolos de consenso basados en redes neuronales, que haga frente a incertidumbres en el modelado de los agentes.

2. Desarrollar una estrategia de sincronización mediante protocolos de consenso basados en redes neuronales, que haga frente a dinámicas no lineales en los agentes.
3. Implementar en simulación las estrategias desarrolladas para el caso de una microrred.

1.4. Alcances y limitaciones

Se propone una estrategia de sincronización con protocolo de consenso basado en redes neuronales para sistemas multiagente con no linealidades e incertidumbre. Para hacer validación de la estrategia propuesta, se utilizó un modelo de una microrred en CD, reportado por Tucci *et al.* (2015). Para propósitos de este trabajo se consideran unidades de generación de distinta potencia, sin saturación y con una dinámica relativamente alta con relación a la dinámica del filtro de acoplamiento, por lo que la dinámica dominante en el sistema será la asociada a los filtros de acoplamiento. Se considera la incertidumbre paramétrica en los elementos del filtro y la saturación en el inductor. Los algoritmos de consenso y aprendizaje neuronal fueron programados en *Scilab* y todas las pruebas para la validación de la estrategia propuesta fueron realizadas en simulación, utilizando el modelo matemático del sistema.

1.5. Aportaciones

El principal aporte de esta tesis es la adaptación de una estrategia de consenso para sistemas no afines al control, específicamente para la sincronización de una microrred en CD. Esta estrategia es particularmente valiosa porque aborda la complejidad del sistema sin necesidad de conocer su dinámica completa, sino solamente algunas de sus propiedades, como su condición de *Lipschitz* y su continuidad diferenciable. En otras palabras, esta estrategia tiene en cuenta la incertidumbre inherente al desconocimiento de la dinámica precisa del sistema, lo que la hace especialmente útil en contextos en los que la complejidad del sistema puede ser muy elevada.

1.6. Justificación

Los sistemas multiagente, a nivel investigación, están teniendo gran relevancia para el control de microrredes, por la flexibilidad y facilidad de expansión que este paradigma aporta. Sin embargo, la mayor parte de las investigaciones sobre los sistemas multiagente y su consenso se ha enfocado en sistemas lineales, por ejemplo cadenas de integradores en los que se tiene completo conocimiento de las características del sistema. Pero está demostrado que la mayor parte de los sistemas que se encuentran físicamente son no lineales. En estos sistemas no siempre es posible

aplicar técnicas lineales de consenso, además puede intervenir incertidumbre al momento de crear el modelo matemático de estos. Lo que deja una gran oportunidad de investigación con sistemas multiagente con agentes no lineales o con incertidumbre en el modelado.

1.7. Estado del arte

La presente tesis se centra en el consenso dentro de una microrred de CD con no linealidades e incertidumbre paramétrica. A lo largo de los años se han realizado investigaciones que han ayudado en la comprensión sobre el consenso en general y sobre la sincronización dentro de una microrred. Se realizó una revisión sobre el estado del arte en la que se analizaron los trabajos de investigación mostrados en el Anexo A. Seguidamente, se muestran los trabajos de investigación que se consideraron más relevantes para el desarrollo de esta tesis.

1.7.1. Sistemas multiagente no lineales con incertidumbre

Los sistemas multiagente han recibido atención por su amplio campo de aplicación, por ejemplo: sistemas informáticos, vehículos aéreos no tripulados, redes de sensores, redes eléctricas, entre otras. Considerando el control distribuido, los sistemas multiagente presentan grandes ventajas por su flexibilidad y capacidad de expansión. Pero las principales investigaciones de estrategias de control distribuido de sistemas multiagente, se concentran en sistemas lineales, en los cuales se asume completo conocimiento del comportamiento dinámico de los agentes. A continuación se presenta una revisión del estado del arte, en el que considera el consenso de sistemas multiagente no lineales con incertidumbre.

Zhang *et al.* (2018) presenta un problema de consenso y tolerancia a fallas. Considera un sistema multiagente con dinámica no lineal afín a la entrada, pérdida de efectividad del actuador y desviación de la señal de control. Asimismo, los agentes tienen dinámicas no lineales desconocidas. Para resolver el problema de sincronización, se propone una estrategia de control adaptable basada en redes neuronales. La red neuronal que se propone es una red con función de base radial, la cual estima las no linealidades y la pérdida de efectividad del actuador, los realimenta por medio de la señal de control para poder cancelarlos en lazo cerrado, de tal manera que la red neuronal actúa de forma local, una ley de consenso lineal logra la sincronización de los agentes. La estrategia propuesta se probó en simulación, se consideraron cuatro osciladores de Chen con incertidumbre paramétrica en cada sistema.

Qin *et al.* (2019) presenta el problema de consenso de sistemas multiagente con agentes de dinámica no lineal no afines a la entrada y con fallas en la pérdida parcial de la efectividad del actuador. También, se consideran agentes heterogéneos con dinámica desconocida. Se presenta una estrategia de consenso basada en redes neuronales para solucionar el problema de sincronización. El protocolo de consenso se basa en el análisis de *Lyapunov* para garantizar la estabilidad y convergencia al consenso del sistema multiagente. Se propone una red neuronal de función de base radial, con funciones *Gaussianas* como función de activación. La entrada de la red neuronal son los estados de cada agente y su error de consenso. La red neuronal estima la entrada ideal de control con la que se consigue el consenso con un error residual acotado. La estrategia propuesta fue probada en simulación con cuatro agentes, cuya dinámica consiste en un conjunto de funciones no lineales diferentes para cada agente.

Ran *et al.* (2020) considera el problema de consenso en agentes no lineales de alto orden con incertidumbre en el modelado y perturbaciones. Los agentes cuentan con una cadena de integradores que incorpora estados no medibles con dinámica no lineal desconocida. La estrategia propuesta es consenso basado en el observador, se propone un observador de estados extendido, el cual, en los estados extendidos, estima los estados no medibles y la incertidumbre total del agente. La estrategia de consenso usa los estados extendidos para eliminar los términos no lineales y con incertidumbre en la realimentación en lazo cerrado. La estrategia de consenso propuesta fue puesta a prueba en simulación, se consideraron cinco agentes homogéneos con cuatro estados, dos estados tienen una combinación de funciones no lineales diferentes y los otros dos estados son una cadena de integradores. Se consideran dos estados medibles y dos estados no medibles, de los cuales uno tiene una función no lineal desconocida. Se comprobó que la estrategia propuesta logró llegar al consenso con un pequeño error residual.

1.7.2. Consenso en microrredes

El desarrollo de los sistemas de comunicación e intercambio de información ha facilitado la aplicación de algoritmos distribuidos en ámbitos de operación y control de sistemas multiagente. Un ejemplo es la administración de una microrred, en donde se encuentran generadores distribuidos a diferentes distancias entre ellos. Con el intercambio de información inalámbrica y redes de comunicación es posible intercambiar información local entre los generadores en tiempo real, lo que permite lograr la sincronización de la microrred. Generalmente, las estrategias de sincronización empleadas en las microrredes son estrategias lineales en un esquema de control jerárquico. A continuación se muestran algunos de los artículos en los que se presentan protocolos de consenso en la segunda capa de control en una microrred.

Han *et al.* (2018) presenta un controlador no lineal distribuido para la segunda capa de control de una microrred de CD. El objetivo del controlador propuesto es distribuir la corriente y la regulación del voltaje. Esto se planea hacer con la realimentación de la diferencia entre las corrientes por unidad de los generadores multiplicada por el voltaje del punto de acoplamiento común y una ganancia. La microrred está formada por convertidores, los cuales, se asumen como fuentes ideales con un filtro de acoplamiento a los se les cambia la referencia de voltaje. También, se consideran las impedancias en cada línea eléctrica entre los generadores. Se propone un modelo general de la microrred naturalmente estable para diseñar el principio activado por eventos y garantizar la estabilidad del sistema. La estrategia propuesta se compara con un controlador de tipo *V-I droop* dando como resultado un comportamiento parecido en términos de estabilidad. El controlador fue probado experimentalmente, se demostró robustez ante retrasos en la comunicación y activación por eventos, lo que disminuye el tráfico en las redes de comunicación.

Tucci *et al.* (2018) proponen un controlador distribuido basado en consenso para la segunda capa de control de una microrred de CD. El controlador se encarga de la distribución de cargas y balance de voltaje de la microrred de CD. Esto se hace realimentando la integral de la diferencia entre las corrientes por unidad de los generadores. Como caso de estudio proponen una microrred en la que se asume que todas las fuentes de generación son unidades de generación distribuida con incertidumbre paramétrica, las cuales cuentan con un controlador descentralizado en su primera capa de control para garantizar la estabilidad del voltaje. También, se aplican reguladores *Plug-and-Play* para diseñar el controlador secundario de tal forma que permite añadir o eliminar unidades de generación a la microrred. La estrategia propuesta fue puesta a prueba en simulación en una microrred con 7 unidades de generación y de forma experimental con una microrred con 3 unidades de generación. En las pruebas, tanto en simulación como de forma experimental, se realizaron pruebas añadiendo y eliminando unidades de generación a la microrred. En todos los casos fue posible distribuir la carga entre toda la microrred. También, el voltaje promedio quedo igual que el voltaje nominal, demostrando el balance de voltaje en la microrred.

Turan *et al.* (2021) presenta un análisis sobre la consensuabilidad de sistemas lineales interconectados. La consensuabilidad denota la existencia de un controlador distribuido capaz de llevar al consenso los agentes de sistema multiagente. Se presenta un estudio sobre la capacidad de consenso en sistemas interconectados, es decir, que tienen un acoplamiento físico. El análisis es puesto a prueba en dos escenarios, el primero es el consenso de un arreglo de supercapacitores, donde el objetivo de control es manipular la corriente de carga para que los voltajes de los supercapacitores llegue al consenso. El segundo escenario es una microrred de CD con unidades de generación dis-

tribuida. Cada unidad de generación se considera que tiene su propio controlador descentralizado para el seguimiento de una referencia de voltaje. El objetivo de control es lograr el consenso de voltaje en el punto de acoplamiento en común. La estrategia de consenso en los dos escenarios, fue realimentar la diferencia entre los voltajes de los agentes multiplicada por una ganancia. En los dos escenarios se demostró que la consensuabilidad es más fácil cumpliendo dos condiciones, considerar grafos de comunicación y de acoplamiento físico densamente conectados o un acoplamiento físico débil, es decir, que la dinámica de los agentes no se ve afectada por la de sus vecinos, por lo que el acoplamiento físico se puede ver como una perturbación.

1.7.3. Discusión del estado del arte

En la descripción del estado del arte, sobre consenso de sistemas multiagente de sistemas no lineales con incertidumbre, se encontraron dos artículos en los que se aplican redes neuronales y uno que aplica una estrategia basada en el observador para consenso de sistemas no lineales con incertidumbre. Zhang *et al.* (2018) y Qin *et al.* (2019) proponen redes neuronales para enfrentar un tipo de incertidumbre en la entrada del sistema, el cual es la pérdida de efectividad en el actuador, uno con sistemas afines a la entrada y el otro con sistemas no afines a la entrada. Ambos utilizan redes neuronales de base radial para hacer aproximaciones y darlas como entrada de control a cada agente. Con las redes neuronales no es necesario tener conocimiento completo del sistema para lograr el consenso. Ran *et al.* (2020) propone un observador extendido para enfrentar otro tipo de incertidumbre, las dinámicas no lineales no modeladas de los agentes. En este caso es necesario tener conocimiento parcial del sistema para poder desarrollar el observador extendido. En los artículos encontrados, los agentes en los que se logra el consenso son sistemas de corte académicos sin aplicación real.

Sobre el consenso en microrredes se encontraron tres artículos. Tucci *et al.* (2018) y Turan *et al.* (2021) presentan estrategias de consenso lineales, una para la distribución de corrientes y el otro para el consenso de voltajes de la microrred de CD. Los dos modelan sus agentes como unidades de generación distribuida de forma independiente, pero solo uno considera la incertidumbre paramétrica. Han *et al.* (2018) modela la microrred completa y presenta una estrategia de consenso no lineal para la distribución de la carga entre todos los agentes en una microrred de CD. Aunque solo en un artículo considera las incertidumbres, en una microrred se encuentran incertidumbres, principalmente en las líneas de interconexión, en las cargas y en los parámetros de los modelos dinámicos de las unidades de generación. Considerando la afirmación anterior, se plantea el uso de las redes neuronales para lograr el consenso dentro la microrred, ya que las estrategias de consenso basadas en redes neuronales no necesitan conocimiento completo del sistema para lograr el

consenso, lo que permite hacer frente a las incertidumbres. Asimismo, se prueban las estrategias de consenso basadas en redes neuronales, las cuales por lo general se aplican a sistemas de corte académico a forma de demostración de su funcionamiento.

Conclusiones del capítulo

En este capítulo se plantea el panorama desde el cual se parte para hacer la presente tesis. Se presentó el planteamiento del problema, los objetivos, los aportes del trabajo de investigación y se detallaron los alcances y limitaciones. Asimismo, se mostró el estado del arte, donde se abordaron temas de consenso y sobre el consenso en microrredes. En el siguiente capítulo se presentarán conceptos clave para el desarrollo de la tesis.

Marco Conceptual

En este capítulo se presentan conceptos clave para el desarrollo de la presente tesis. El primer tema en 2.1 Teoría de grafos es fundamental para comprender a los sistemas multiagente, los cuales se representan con grafos no dirigidos. Dentro de los sistemas multiagente, existe un tipo de sistema en el que los agentes están acoplados físicamente, estos sistemas se presentan en 2.2 sistema multiagente interconectado, en esta sección se explica con ayuda de la teoría de grafos el acoplamiento físico y los enlaces de comunicación entre agentes. Uno de los principales objetivos dentro de los sistemas multiagente, se presenta en 2.3 Sincronización de sistemas dinámicos. En esta sección se presentan definiciones de sistemas multiagente y los métodos que se emplean para lograr la sincronización. Dentro de estos métodos de sincronización se encuentra los protocolos de consenso, estos protocolos por lo general tienen un desarrollo lineal, el cual es presentado en 2.4 Sincronización mediante protocolos de consenso. Finalmente, en 2.5 Red neuronal, se presentan conceptos como base para comprender las redes neuronales y la aproximación de funciones, conceptos que son utilizados para el desarrollo del protocolo neuronal de consenso.

2.1. Teoría de grafos

Un grafo es un conjunto de nodos o vértices que están unidos por aristas. Los grafos son empleados para la representación y análisis de las interrelaciones entre dichos nodos. Un grafo $\mathcal{G} = (\mathfrak{V}, \mathcal{E}, \mathfrak{W})$ está conformado por un conjunto \mathfrak{V} de N nodos o vértices, un conjunto de aristas \mathcal{E} y un conjunto de pesos de ponderación \mathfrak{W} en cada arista. Los nodos están denotados por $\mathbf{v}_i \in \mathfrak{V}$ y cada arista $\epsilon_{ij} = (\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)$ ponderada por un peso w_{ij} , donde $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ y $j \in J \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$. Los extremos de la arista ϵ_{ij} son \mathbf{v}_i y \mathbf{v}_j , se considera que estos nodos son vecinos. Usualmente, se considera que los grafos son no dirigidos, un grafo no dirigido es aquel en el que las aristas \mathcal{E} no tienen una dirección, se puede ir del vértice \mathbf{v}_i al vértice \mathbf{v}_j y viceversa, es

decir, las aristas \mathfrak{E} tienen un flujo bidireccional y los pesos de ponderación \mathfrak{w}_{ij} , \mathfrak{w}_{ji} serán iguales. El conjunto de vecinos del nodo \mathfrak{v}_i está denotado por $\mathfrak{N}_i = \{j : ij \in \mathfrak{E}\}$ (Zhao *et al.* 2014). El grado del nodo \mathfrak{v}_i es el número de sus vecinos, denotado por el cardinal del conjunto de vecinos $\mathcal{N}_i = |\mathfrak{N}_i|$.

La matriz *Laplaciana* $\mathcal{L} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ es la representación matricial de un grafo y está definida por $\mathcal{L} = \Delta - \mathcal{A}$, donde la matriz de grados $\Delta \in \mathbb{R}^{N \times N}$ de un grafo no dirigido es una matriz diagonal:

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_{11}, \delta_{22}, \dots, \delta_{NN}\} \quad (2.1)$$

con entradas:

$$\delta_{ij} := \begin{cases} \sum_{j \in \mathfrak{N}_i} \mathfrak{w}_{ij}, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.2)$$

La matriz de adyacencia $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ de un grafo no dirigido:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

cuyas entradas son:

$$a_{ij} := \begin{cases} \mathfrak{w}_{ij}, & \text{si } ij \in \mathfrak{E} \\ 0, & \text{si } ij \notin \mathfrak{E} \end{cases} \quad (2.4)$$

La matriz *Laplaciana* tiene la propiedad de que todas las sumas de sus filas son iguales a 0, por lo tanto, tiene un vector propio con elementos iguales a 1 asociado al valor propio de 0 con multiplicidad 1. Si es un grafo no dirigido, entonces todos sus valores propios son reales positivos (Olfati Saber & Murray 2003).

Ejemplo de un grafo no dirigido

Un ejemplo de un grafo no dirigido $\mathfrak{G}^1 = (\mathfrak{N}^1, \mathfrak{E}^1, \mathfrak{W}^1)$ se puede ver en la Figura 2.1, el cual tiene tres nodos, tres aristas y seis pesos de ponderación. El conjunto de nodos $\mathfrak{N}^1 = \{\mathfrak{v}_1^1, \mathfrak{v}_2^1, \mathfrak{v}_3^1\}$, el conjunto de aristas $\mathfrak{E}^1 = \{(\mathfrak{v}_1^1, \mathfrak{v}_2^1), (\mathfrak{v}_1^1, \mathfrak{v}_3^1), (\mathfrak{v}_2^1, \mathfrak{v}_3^1)\}$. El conjunto de pesos de ponderación $\mathfrak{W}^1 = \{\mathfrak{w}_{12}^1, \mathfrak{w}_{13}^1, \mathfrak{w}_{21}^1, \mathfrak{w}_{23}^1, \mathfrak{w}_{31}^1, \mathfrak{w}_{32}^1\}$, considerando un grafo no dirigido y por simplicidad se considera $\mathfrak{w}_{12}^1 = \mathfrak{w}_{21}^1 = 1$, $\mathfrak{w}_{13}^1 = \mathfrak{w}_{31}^1 = 1$ y $\mathfrak{w}_{23}^1 = \mathfrak{w}_{32}^1 = 1$. Por lo tanto, la matriz de grados Δ ,

de adyacencia \mathcal{A} y *Laplaciana* \mathcal{L} serán:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \mathcal{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

La matriz *Laplaciana* contiene la información de interconexión de los nodos de un grafo, por

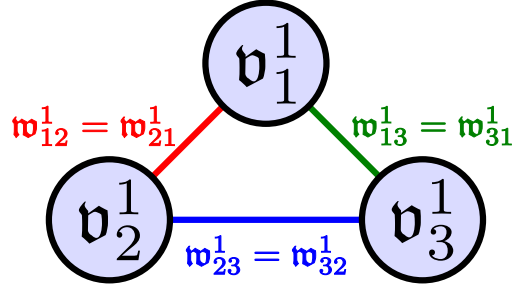


Figura 2.1: Ejemplo de grafo no dirigido \mathcal{G}^1 .

lo que sus elementos dependerán de la topología del grafo, en el caso de un grafo dirigido, los elementos de la matriz *Laplaciana* podrán tener valores positivos o negativos, dependiendo de si las aristas en el conjunto \mathcal{E} tienen.

2.2. Sistema multiagente interconectado

Un sistema multiagente está compuesto por agentes con dinámica propia que interactúan entre ellos por medio de una red de comunicación, la cual está representada por un grafo de comunicación $\mathcal{G}^c = (\mathcal{V}, \mathcal{E}^c, \mathcal{W}^c)$, donde \mathcal{V} es el conjunto de nodos o vértices que representan a cada agente, \mathcal{E}^c es el conjunto de aristas de comunicación y \mathcal{W}^c es el conjunto de los pesos de las aristas, los cuales son iguales a 1 si se considera comunicación bidireccional (Olfati Saber & Murray 2003). Los sistemas multiagente interconectados (SMI) son aquellos en los cuales sus agentes, además de tener una interconexión por comunicación, tienen un acoplamiento físico. Esta se representa con el grafo de acoplamiento físico $\mathcal{G}^f = (\mathcal{V}, \mathcal{E}^f, \mathcal{W}^f)$, donde \mathcal{E}^f y \mathcal{W}^f son el conjunto de aristas y el conjunto de sus pesos de acoplamiento físico. Como se muestra en la Figura 2.2, los grafos \mathcal{G}^c y \mathcal{G}^f comparten el mismo conjunto de nodos $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^N$, donde N es el número de agentes y los conjuntos de vecinos del nodo v_i están denotados por \mathcal{N}_i^c para el grafo de comunicación y \mathcal{N}_i^f para el grafo de acoplamiento físico. Asimismo, cada grafo puede ser representado por su propia matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c y \mathcal{L}^f que representa matemáticamente su topología de interconexión. En los SMI, el comportamiento dinámico del i -ésimo agente se ve afectada por sus vecinos \mathcal{N}_i^f . Si se considera

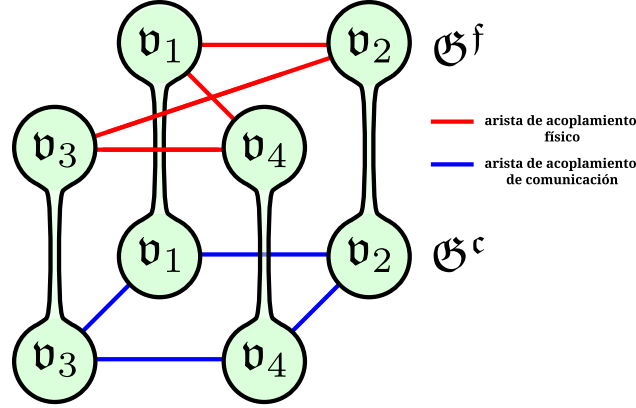


Figura 2.2: Grafos \mathcal{G}^c y \mathcal{G}^f de un SMI.

un SMI con N agentes homogéneos con dinámica lineal, su modelo puede ser descrito como:

$$\dot{x}_i = Ax_i + A_f \sum_{j \in \mathcal{N}_i^f} w_{ij}^f (x_i - x_j) + Bu_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.5)$$

donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del agente i , $x_j \in \mathbb{R}^n$ pertenece al vector de estados de los agentes vecinos, $u_i \in \mathbb{R}$ es la entrada de control, $w_{ij}^f = w_{ji}^f \in \mathbb{R}$ es el peso de acoplamiento físico y $A_f \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de acoplamiento físico entre los agentes (Turan *et al.* 2021).

2.3. Sincronización de sistemas dinámicos

La sincronización en sistemas multiagente es un acuerdo en el tiempo entre dos o más sistemas dinámicos (agentes), en el que los agentes convergen para operar en el mismo instante de tiempo. Para determinar en que momento llegan a la sincronización, se separan las dinámicas en subsistemas o estados, con la finalidad de poder cuantificar y comparar las dinámicas semejantes (Blekhman *et al.* 1997). Considerando un sistema multiagente con los sistemas dinámicos:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_2) \\ &\vdots \\ \dot{x}_N &= f_N(x_N) \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ y $f_i(x_i) = [f_{i1}(x_i), \dots, f_{in}(x_i)]$, $i = 1, 2, \dots, N$.

Se define y_i como el resultado de medir numéricamente algún estado o conjunto de estados de interés del i -ésimo agente. Se define un intervalo de tiempo T y una función independiente h que

compara los valores de las propiedades de interés medidas, es decir, compara las salidas y_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Para el caso de interés de este trabajo de tesis se define $y_i := C[x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T$, donde C es la matriz de salidas del sistema. De acuerdo con Brown & Kocarev (2000), los agentes en (2.6) están *sincronizados* respecto a y_i en el intervalo de tiempo T si existe una función h tal que:

$$\|h(y_1, y_2, \dots, y_N)\| \equiv 0, \forall t \in T \quad (2.7)$$

los agentes en (2.6) están *aproximadamente sincronizados* respecto con y_i en el intervalo T si:

$$\|h(y_1, y_2, \dots, y_N)\| \leq \varpi, \forall t \in T \quad (2.8)$$

donde ϖ es un número muy pequeño. Se dice que los agentes en (2.6) están *asintóticamente sincronizados* respecto con y_i si:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|h(y_1, y_2, \dots, y_N)\| = 0, \forall t \in T \quad (2.9)$$

Considerando un sistema multiagente con N agentes en 2.6, se considera el error de sincronización para cada agente como:

$$\Xi = [\xi_1^T, \dots, \xi_N^T], \quad \xi_i = x_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \quad (2.10)$$

donde Ξ es un ejemplo de la función h . Siendo $\|\Xi\|$ el error de sincronización global de un sistema multiagente con agentes homogéneos (Zhongkui & Zhisheng 2015).

2.3.1. Métodos de sincronización

La sincronización de sistemas puede tener 3 diferentes esquemas de control: descentralizado, centralizado y distribuido. En la Figura 2.3, se muestran estos esquemas, en la parte superior en rojo, se muestra el grafo \mathcal{G}^f de acoplamiento físico de los agentes y en la parte inferior en azul, el grafo \mathcal{G}^c de comunicación. El esquema descentralizado en la Figura 2.3a, emplea solo el controlador local y no tiene ningún tipo de intercambio de información entre los sistemas, usa información local para lograr la sincronización, por lo que este esquema tiene una precisión limitada. El esquema centralizado, mostrado en la Figura 2.3b, ocupa un controlador centralizado (CC) que recopila información de todos los agentes para lograr la sincronización. Este esquema tiene grandes ventajas en la controlabilidad y observabilidad del sistema, pero tiene una gran desventaja, si alguna parte del sistema llega a fallar, todo el sistema falla, esto lo hace poco flexible y reduce su capaci-

dad de expansión, por lo que este método suele usarse en sistemas a pequeña escala. Finalmente, el esquema distribuido, presentado en la Figura 2.3c, es usado para suplir las carencias de los métodos anteriores, emplea ampliamente enfoques basados en consenso para lograr el control, ya que proporciona una operación más simple y directa. Los protocolos de consenso se instalan en el controlador local y permite a los agentes realizar una tarea de manera conjunta mediante intercambio de información.

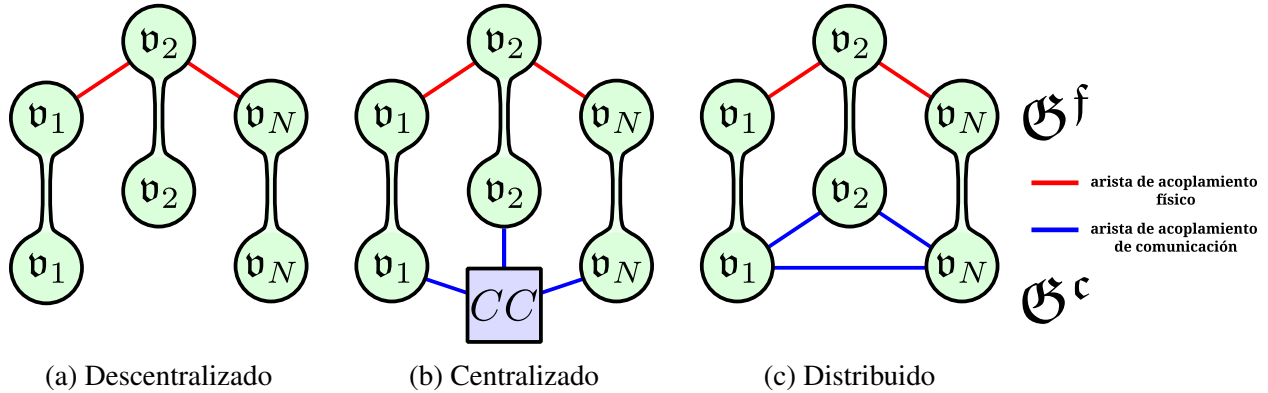


Figura 2.3: Métodos de sincronización.

2.4. Sincronización mediante protocolo de consenso

En un sistema multiagente, se denomina consenso al hecho de alcanzar un acuerdo en uno, varios o todos los estados de los agentes. Considerando un sistema multiagente en el que cada agente tiene acceso a sus propios estados y a los de sus vecinos, además, con una topología de comunicación en un grafo \mathcal{G}^c con N agentes homogéneos con el comportamiento dinámico lineal:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= Ax_i + Bu_i \\ y_i &= Cx_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$. El acuerdo de consenso en todos los estados de los agentes está definido como:

$$\|x_i - x_j\| \equiv 0 \quad \forall i, j \in \mathfrak{A}$$

Para lograr este acuerdo se emplean protocolos de consenso, los cuales son reglas de interacción en el intercambio de información entre los agentes vecinos (Wangl *et al.* 2013). Al aplicar un protocolo lineal de consenso, en donde se consideran todos los estados de los agentes, la entrada

de control u_i de cada agente que resuelve el problema de consenso está definida por:

$$u_i = \tau k \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} (x_i - x_j) + d_c \quad (2.12)$$

El primer término de (2.12), es el error de consenso multiplicado por una ganancia de acoplamiento $\tau \in \mathbb{R}$ y una ganancia de retroalimentación $k \in \mathbb{R}^{1 \times n}$. El segundo término $d_c \in \mathbb{R}$ es la desviación del consenso (Olfati Saber *et al.* 2007). Para garantizar que el sistema multiagente sea estable y converja al consenso, el conjunto de matrices $A + \tau \lambda_i^c B k$, $i = 1, 2, \dots, N$ tiene que ser *Hurwitz*. λ_i^c representa el i -ésimo valor propio de la matriz *Laplaciana* del grafo de comunicación \mathcal{L}^c (Zhongkui & Zhisheng 2015).

2.5. Red neuronal

El cerebro humano contiene una masiva red de neuronas interconectadas, entre 10^{10} a 10^{11} neuronas. Las señales se propagan como diferencias de potencial entre el interior y exterior de las células. La información es recibida por las dendritas, se multiplica por un coeficiente de ponderación de transferencia y es transportada al cuerpo de la neurona, llamado soma. Ahí, la capacitancia celular integra las señales acumulándolas, cuando la señal acumulada excede el umbral celular, se transmite una señal no lineal a través del axón. El axón se conecta por sinapsis con dendritas de otras neuronas. En la sinapsis, se descargan sustancias químicas neurotransmisoras, las cuales pueden ser excitatorias o inhibitorias, es decir, que tienden a activar o evitan la activación de la siguiente neurona (Lewis *et al.* 2020). Las neuronas artificiales son modeladas imitando a las neuronas biológicas al procesar información. Pero no son exactamente iguales a las reales, porque su comportamiento es muy complejo y desde un punto de vista técnico, podría no ser tan eficiente simular el comportamiento completo de una neurona real. Además, las redes neuronales artificiales son diseñadas para solucionar problemas específicos, por lo que sus características dependen del problema a resolver. Existen diferentes modelos de una neurona artificial, los cuales se asemejan más o menos a una neurona real. Una neurona se puede modelar de forma básica con el modelo de *McCulloch-Pitts*, el cual considera múltiples entradas z ponderadas con pesos sinápticos w . El soma o cuerpo de la neurona, se representa con una función de activación no lineal s , algunos de los ejemplos de la función de activación son: función sigmoide, función signo o funciones de base radial. El modelo más básico de una neurona artificial, suma las entradas ponderadas por los pesos sinápticos y pasa el resultado como argumento de la función de activación, dando como resultado:

$$y_{na} = s \left(\sum_{l=0}^r w_l z_l \right) \quad (2.13)$$

donde w_0 es un umbral externo cuya entrada es $z_0 = 1$ para mantener el valor de w_0 . En la Figura 2.4 se muestra el diagrama de una neurona artificial (Cochocki & Unbehauen 1993). Las redes

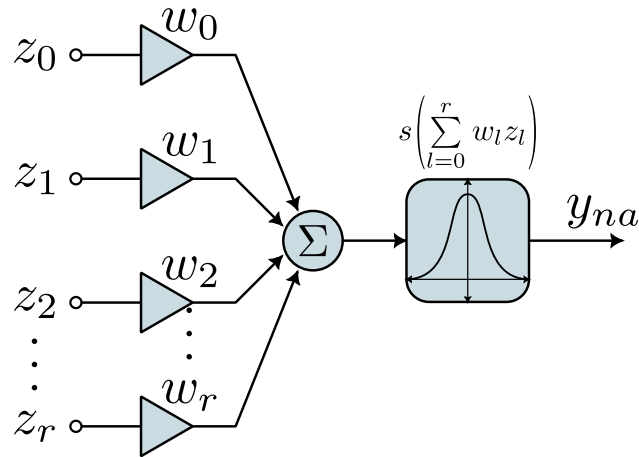


Figura 2.4: Diagrama de una neurona artificial.

neuronales artificiales se componen de varias neuronas artificiales, estas pueden formar múltiples estructuras con varias entradas y salidas. Las redes neuronales se componen de capas, la capa de salida y las capas ocultas, estas últimas son las que se encuentran antes de la capa de salida. En la Figura 2.5 se muestra el diagrama de una red neuronal artificial con una neurona en la capa de salida y m neuronas en la primera capa oculta. Si se considera que la capa de salida hace una

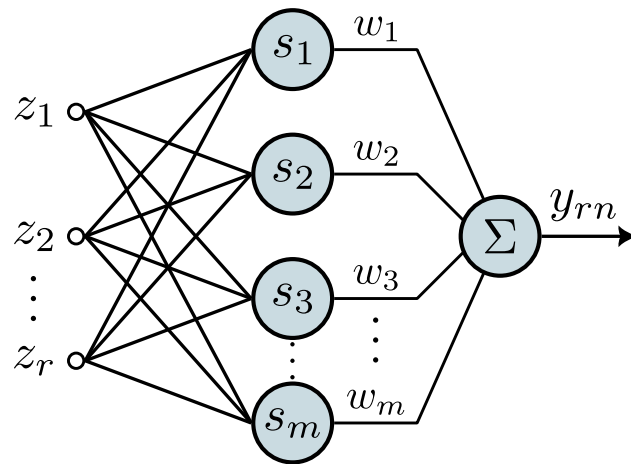


Figura 2.5: Diagrama de una red neuronal artificial.

combinación lineal de las neuronas en la primera capa, la salida de la red neuronal de la Figura 2.5 está dada por:

$$y_{rn} = \sum_{l=1}^m w_l s_l = WS \quad (2.14)$$

donde $W = [w_1, w_2, \dots, w_l]$ y $S = [s_1, s_2, \dots, s_l]$

Uno de los aspectos más importantes de las neuronas es su capacidad de aprender. Las neuronas artificiales aprenden ajustando los pesos sinápticos, estos se adaptan de acuerdo con un algoritmo de aprendizaje para obtener la salida deseada con las entradas apropiadas. Para ajustar los pesos sinápticos se tienen dos propuestas, la primera toma como base el análisis de estabilidad y la segunda, toma técnicas de optimización (Esfandiari *et al.* 2022). Los algoritmos de aprendizaje por lo general se basan en minimizar funciones de costos, por ejemplo el error medio cuadrado. Uno de los algoritmos de aprendizaje más utilizado es de propagación hacia atrás.

2.5.1. Red neuronal de base radial

En una red neuronal de base radial, la función de activación de las neuronas es una función de base radial, estas funciones calculan su salida dependiendo de una función simétrica radial. Se obtiene una señal de salida mayor cuando la entrada está cerca del centro de la función (Park & Sandberg 1991). Una red neuronal de base radial se puede considerar como una red de dos capas. En la capa oculta, se transforma de forma no lineal las entradas y en la capa de salida, se combina de forma lineal las salidas de las neuronas en la primera capa (Ge *et al.* 1999), quedando su salida como:

$$y_{rn} = \sum_{l=1}^m w_l \cdot s_l \left(\frac{\|z - \mu_l\|}{\sigma_l} \right) \quad (2.15)$$

donde μ_l es el centro y σ_l es el factor de suavidad o el ancho de la función de base radial. Usualmente, se emplea una función *Gaussiana* como función de activación (Liu 2013):

$$g = \exp \left(\frac{-\|z - \mu\|^2}{\sigma^2} \right) \quad (2.16)$$

Este tipo de red neuronal es utilizada para aproximar funciones continuas, toma como base la idea que alguna función arbitraria $f(x)$, puede ser aproximada por la combinación lineal de un conjunto de funciones de base radial, llegando a la aproximación universal (Taylor & Taylor 1996), la cual está descrita por:

$$f(x) = y_{rn}^* + \epsilon \quad (2.17)$$

donde y_{rn}^* es la salida de la red neuronal con los pesos sinápticos que minimizan el error de aproximación ϵ , es decir $W^* = \arg \min \{f(x) - y_{rn}\}$. Si se aumenta el número de neuronas en la segunda capa, ϵ puede llegar a ser arbitrariamente pequeño.

Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se expusieron conceptos importantes para la comprensión de los protocolos de consenso y las redes neuronales. Se abordaron temas sobre teoría de grafos, sistemas multiagente y sus métodos de sincronización y sobre la estructura general de las redes neuronales. Estos conceptos sirven de base para el siguiente capítulo, donde se abordan los protocolos lineal y neuronal de consenso.

Protocolos de Consenso

Los protocolos de consenso son reglas de interacción para el intercambio de información entre agentes vecinos de un sistema multiagente. Estas reglas de interacción, tienen el objetivo de lograr el consenso entre los agentes por medio de una entrada de control. Para explicar formalmente el concepto de protocolo de consenso, considere un sistema multiagente de N agentes con comportamiento dinámico del tipo:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= f_i(x_i, u_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \\ y_i &= x_{iq}, \quad q \in \{1, 2, \dots, n\}\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u_i \in \mathbb{R}$ es la entrada del sistema, y_i es la salida del sistema y x_{iq} es la q -ésima entrada del vector de estados x_i del i -ésimo agente. Asimismo, considere la topología de comunicación del sistema multiagente en el grafo:

$$\mathfrak{G}^c = (\mathfrak{N}, \mathfrak{E}^c, \mathfrak{W}^c)\tag{3.2}$$

el cual puede ser representado por su propia matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c .

El objetivo de control consiste en lograr por medio de un protocolo distribuido de consenso, como el que se muestra en la Figura 3.1, que las salidas $y_i := x_{iq}$ de los agentes lleguen a un valor en común, es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_{iq} - x_{jq}| \leq \varpi, \quad \forall i, j \in \mathfrak{N}\tag{3.3}$$

donde ϖ es un número muy pequeño.

Considerando el concepto de consenso en (3.3), se define el error de consenso para cada agente

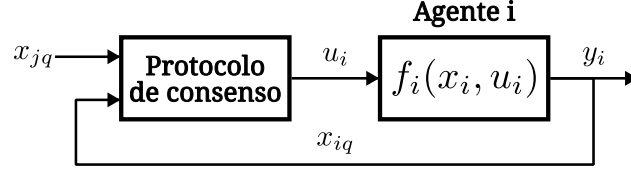


Figura 3.1: Diagrama a bloques de un agente con protocolo de consenso.

como:

$$e_i := \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} (x_{iq} - x_{jq}), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

Note que si se extrae la i -ésima fila de la matriz *Laplaciana* $\mathcal{L}^c = \Delta - \mathcal{A}$ y se multiplica por $X_q = [x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{Nq}]^T$ se obtiene el error e_i

$$e_i = \text{fila}_i\{\Delta - \mathcal{A}\}X_q \quad (3.5)$$

Por lo tanto, si se toman los errores de todos los agentes, entonces el vector de errores de consenso del sistema multiagente es:

$$E := \mathcal{L}^c X_q \quad (3.6)$$

donde $E = [e_1, \dots, e_N]$.

3.1. Protocolo de consenso lineal

Una de las estrategias de consenso más fáciles de implementar y de las más usadas, es el protocolo lineal de consenso. El cual es empleado y analizado para sistemas lineales, los cuales suelen ser homogéneos. Para desarrollar el protocolo de consenso lineal, considere la dinámica del sistema en (3.1) tiene una forma lineal:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= Ax_i + Bu_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ y_i &= x_{iq}, \quad q \in \{1, 2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde $x_i \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ y $u_i \in \mathbb{R}$.

También, se considera que cada agente tiene acceso a sus propios estados i y los de sus vecinos j . Con esto en cuenta, el protocolo lineal de consenso por realimentación de estados es:

$$u_i = \tau k \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} (x_i - x_j) + d_c \quad (3.8)$$

donde $k \in \mathbb{R}^n$ es una ganancia de retroalimentación, τ es una ganancia de acoplamiento y por simplicidad, la desviación de consenso se considera como $d_c = 0$. Partiendo de la representación en espacio de estados del sistema multiagente:

$$\dot{X} = [\mathbf{I}_N \otimes A]X + U \otimes B \quad (3.9)$$

donde $X = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]$, $U = [u_1, u_2, \dots, u_N]$, $\mathbf{I}_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ es una matriz identidad y \otimes denota el producto de *Kronecker*. Considerando el protocolo lineal en (3.8) y el sistema multiagente en (3.9), el lazo cerrado del sistema multiagente con el protocolo de consenso es:

$$\dot{X} = [\mathbf{I}_N \otimes A + \tau \mathcal{L}^c \otimes Bk]X \quad (3.10)$$

3.1.1. Prueba de estabilidad del protocolo lineal

Con la finalidad de tener un vector de errores que involucre a todos los estados de los agentes, se presenta el vector de errores promedio de consenso del sistema multiagente:

$$\zeta = [(\mathbf{I}_N - \frac{1}{N} \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T) \otimes \mathbf{I}_n]X = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N]^T \quad (3.11)$$

donde $\mathbf{1}_N \in \mathbb{R}^N$ es un vector columna cuyos elementos son 1 y $\zeta_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_i - x_j)$. El comportamiento dinámico de ζ se obtiene a partir de (3.10) y (3.11), teniendo como resultado:

$$\dot{\zeta} = [\mathbf{I}_N \otimes A + \tau \mathcal{L}^c \otimes Bk]\zeta \quad (3.12)$$

Considerando la forma canónica de *Jordan* de la matriz *Laplaciana* :

$$\mathcal{T}^{-1} \mathcal{L}^c \mathcal{T} = \mathcal{J}^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda^c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

donde \mathcal{T} es la matriz que transforma la matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c a la forma canónica de *Jordan* \mathcal{J}^c , Λ^c es una matriz triangular superior, cuya diagonal principal contiene los valores propios diferentes de cero λ_i^c de la matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c . Si se considera $\bar{\zeta} = [\mathcal{T}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n]\zeta$, entonces (3.12) se puede escribir en términos de $\bar{\zeta}$ como:

$$\dot{\bar{\zeta}} = [\mathbf{I}_N \otimes A + \tau \mathcal{J}^c \otimes Bk]\bar{\zeta} \quad (3.14)$$

A continuación, para comprobar la estabilidad y convergencia al consenso del sistema multi-

agente con el protocolo lineal de consenso, se propone la función de *Lyapunov* :

$$V_{el} = \frac{1}{2} \bar{\zeta}^T \bar{\zeta} \quad (3.15)$$

al derivar (3.15) se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{el} &= \bar{\zeta}^T \dot{\bar{\zeta}} \\ &= \bar{\zeta}^T [\mathbf{I}_N \otimes A + \tau \mathcal{J}^c \otimes Bk] \bar{\zeta} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Se sabe que $V_{el} > 0$ es positiva definida y su derivada $\dot{V}_{el} < 0$ va a ser negativa definida, si la matriz $[\mathbf{I}_N \otimes A + \tau \mathcal{J}^c \otimes Bk] < 0$ es negativa definida, esto solo se logra si el conjunto de matrices $A + \tau \lambda_i^c Bk < 0$ son negativas definidas, por lo que depende de la ganancia de realimentación y la ganancia de acoplamiento que el sistema sea estable y converja al consenso (Zhongkui & Zhisheng 2015).

3.2. Protocolo Neuronal de Consenso

El protocolo lineal de consenso presentado en la sección anterior, está ampliamente estudiado y es utilizado en múltiples aplicaciones, pero mantiene un análisis lineal, el cual, no es aplicable a sistemas no lineales o con incertidumbres, por lo que se propone el desarrollo de un protocolo de consenso basado en redes neuronales. Para el desarrollo del protocolo neuronal de consenso, se considera un modelo matemático general de los agentes, como el expresado en (3.1):

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i, u_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \\ y_i &= x_{iq}, \quad q \in [1, \dots, n] \end{aligned}$$

Los elementos de la función $f_i(x_i, u_i) = [f_{i1}(x_i, u_i), f_{i2}(x_i, u_i), \dots, f_{in}(x_i, u_i)]$ se asumen continuamente diferenciables con respecto a u_i , cumplen con la condición de existencia y unicidad, se consideran como funciones *Lipschitz*, es decir, para toda (x_a, x_b) pertenecientes al dominio de $f(x)$ existe una constante L tal que:

$$\|f_i(x_a) - f_i(x_b)\| \leq L \|x_a - x_b\|$$

Se define la función $sat(e_i)$ como:

$$sat(e_i) := \begin{cases} 1 - \exp(-e_i/\gamma), & e_i \geq 0 \\ -1 + \exp(e_i/\gamma), & e_i < 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

donde γ es una constante positiva pequeña. Conforme $\gamma \rightarrow 0$, $sat(e_i)$ se aproxima a una función $sgn(e_i)$, pasando de -1 cuando $-e_i \rightarrow 0$, a 1 cuando $e_i \rightarrow 0$.

Considerando el error de consenso en (3.4) y la función de saturación en (3.17), se asume que existe una entrada $u_i = u_i^*$ que permite que el consenso de los agentes se cumpla al forzar el comportamiento dinámico del error con la forma:

$$\dot{e}_i^* = -k_v e_i - k_v sat(e_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.18)$$

donde k_v es una constante positiva que modifica la tasa con que el error decae a 0. Para demostrar la estabilidad al forzar la dinámica del error como en (3.18), a continuación, se presenta el siguiente *Lema* propuesto por Ge *et al.* (1999), en el que se propone una función candidata de *Lyapunov* para demostrar la estabilidad y convergencia al consenso.

Lema 1. *Se propone la función candidata de Lyapunov:*

$$V_{e0} = \frac{1}{2} E^T E \quad (3.19)$$

Donde E está definido en (3.6).

Derivando (3.19) y considerando (3.18) se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{e0} &= E^T \dot{E}^* = \sum_{i=1}^N e_i (\dot{e}_i^*) \\ &= \sum_{i=1}^N -k_v e_i^2 - k_v e_i sat(e_i) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Ya que $e_i sat(e_i) \geq 0$, se tiene que $V_{e0} \geq 0$ y $\dot{V}_{e0} \leq 0$, lo que demuestra la estabilidad y convergencia del consenso en el sentido de *Lyapunov*.

Para lograr que la dinámica del error e_i sea la dinámica deseada en (3.18), se deriva el error de consenso en (3.4), se suma y se resta $k_v e_i + k_v sat(e_i)$ para tener un cero artificial:

$$\dot{e}_i = \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} (f_{iq}(x_i, u_i) - f_{jq}(x_j, u_j)) + k_v e_i + k_v sat(e_i) - k_v e_i - k_v sat(e_i) \quad (3.21)$$

Si se considera $\rho_i = -\sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} (f_{jq}(x_j, u_j^*)) + k_v e_i + k_v sat(e_i)$, $|\mathfrak{N}_i^c| = \mathcal{N}_i^c$ como el cardinal del conjunto de vecinos del i -ésimo agente; (3.21) se puede reescribir como:

$$\dot{e}_i = \mathcal{N}_i^c f_{iq}(x_i, u_i^*) + \rho_i - k_v e_i - k_v sat(e_i) \quad (3.22)$$

Considerando $z_i = [x_{iq}, \rho_{ei}(e_i)]^T$, $\rho_{ei}(e_i) = k_v e_i + k_v sat(e_i)$ y de acuerdo con el teorema de

función implícita, se asume que existe una entrada de control $u_i(z_i) = u_i^*(z_i)$ tal que:

$$\mathcal{N}_i^c f_{iq}(x_i, u_i^*) + \rho_i = 0 \quad (3.23)$$

Si (3.23) se cumple en (3.22), entonces el comportamiento dinámico del error será (3.18), lo que permite que se logre el consenso. Por lo que el objetivo es encontrar la entrada de control $u_i^*(z_i)$.

3.2.1. Red neuronal para protocolo de consenso

Para encontrar la entrada u_i^* se propone usar una red neuronal con la forma:

$$u_{rn,i}(z_i) = W_i^T S_i(z_i) \quad (3.24)$$

donde z_i es la entrada de la red neuronal, $W_i \in \mathbb{R}^m$ es el vector de pesos sinápticos, $S_i(z_i) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de funciones de activación, con funciones *Gaussianas* como elementos:

$$s_l(z_i) = \exp\left(\frac{-\|z_i - \mu_l\|^2}{\sigma_l^2}\right), \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.25)$$

donde μ_l es el punto central y σ_l es el ancho de la función *Gaussiana*. Si se considera u_i^* como una función continua, es posible aproximarla con la red neuronal $u_{rn,i}(z_i)$ tal que:

$$u_i^* = u_{rn,i}(z_i) + \epsilon_i(z_i) \quad (3.26)$$

donde $\epsilon_i(z_i)$ es el error de aproximación. Se define el vector de pesos sinápticos W_i^* como aquel que minimiza el error de aproximación, es decir:

$$W_i^* := \arg \min \{ \sup \|u_i^* - W_i S_i(z_i)\| \} \quad (3.27)$$

Se asume que existe una constante positiva ω_i de valor desconocido, que acota la norma de los pesos sinápticos W_i^* , es decir, los pesos sinápticos de la red neuronal satisfacen:

$$\|W_i^*\| \leq \omega_i \quad (3.28)$$

Para estimar los pesos W_i^* , se presentan los pesos sinápticos estimados \hat{W}_i y el algoritmo de aprendizaje obtenido de Ge *et al.* (1999):

$$\dot{\hat{W}}_i = -(k_{a0} \|\hat{W}_i\| + k_{a1} |e_i| + k_{a2}) S_i(z_i) e_i - \kappa (\|\hat{W}_i\| + |e_i| + 1) \|S_i(z)\| |e_i| \hat{W}_i \quad (3.29)$$

donde el primer término es el algoritmo modificado de propagación hacia atrás, en el que se le añadieron grados de libertad con las ganancias k_a . El segundo término corresponde al del *e-modificado* para añadir amortiguamiento al algoritmo de aprendizaje. Se presenta el error de estimación de los pesos:

$$\tilde{W}_i = \hat{W}_i - W_i^* \quad (3.30)$$

3.2.2. Prueba de estabilidad del protocolo neuronal

A continuación se presentan propiedades útiles solo para la prueba de estabilidad. Las siguientes propiedades presentan constantes positivas que acotan a algunas funciones, pero no es necesario conocer los valores numéricos de dichas constantes, solo saber de su existencia, ya que se ocuparán en el análisis de estabilidad.

Propiedad 1

Si se considera la entrada de control de la red neuronal como $u_{rn,i}^* = W^{*T}S(z)$, se tiene una aproximación de $f_{iq}(x, u_i^*)$ con la expansión de la serie de *Taylor*:

$$f_{iq}(x, u_i^*) = f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*) + \Delta f_{u_{rn,i}^*}^1 (u_i^* - u_{rn,i}^*) + O(\cdot)(u_i^* - u_{rn,i}^*) \quad (3.31)$$

donde

$$\Delta f_{u_{rn,i}^*}^k = \left. \frac{\partial^k f_{iq}(x, u)}{k! \partial u^k} \right|_{u=u_{rn,i}^*}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$O(\cdot) = \Delta f_{u_{rn,i}^*}^2 (u_i^* - u_{rn,i}^*) + \dots + f_{u_{rn,i}^*}^\infty (u_i^* - u_{rn,i}^*)^{\infty-1}$$

Considerando el error de aproximación $\epsilon_i(z) = u_i^* - u_{rn,i}^*$ se tiene:

$$f_{iq}(x, u^*) = f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*) + \Delta f_{u_{rn,i}^*}^1 (\epsilon_i(z_i)) + O(\cdot)(\epsilon_i(z_i)) \quad (3.32)$$

Asumiendo que $f_{iq}(x, u_i^*)$ es *Lipschitz* y que los pesos sinápticos cumplen con $\|W_i^*\| \leq \omega_i$. Además, ya que u_i^* es función de x_{iq} , se tiene que deben existir las constantes positivas α_{1i} , α_{2i} , α_{3i} tal que:

$$|f_{iq}(x, u^*) - f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*)| = |\Delta f_{u_{rn,i}^*}^1 (\epsilon_i(z_i)) + O(\cdot)(\epsilon_i(z_i))| \leq \alpha_{1i} \epsilon_i \|x_{iq}\| + \alpha_{2i} \epsilon_i \|\rho_i\| + \alpha_{3i} \epsilon_i \quad (3.33)$$

Considerando que x_{iq} y ρ_i dependen de e_i se tiene:

$$|x_{iq}| \leq \mathcal{P}_{1i} + \mathcal{P}_{2i}|e_i| \quad (3.34)$$

$$|\rho_i| \leq \mathcal{P}_{3i} + \mathcal{P}_{4i}|e_i| \quad (3.35)$$

donde las constantes \mathcal{P}_{1i} , \mathcal{P}_{2i} , \mathcal{P}_{3i} y \mathcal{P}_{4i} son positivas. Tomando en cuenta (3.34), (3.35) y al multiplicar ambos lados de (3.33) por \mathcal{N}_i^c , entonces existen las constantes positivas $\mathcal{Q}_{1i} = \mathcal{N}_i^c \alpha_{1i} (\mathcal{P}_{2i} + \mathcal{P}_{4i})$ y $\mathcal{Q}_{2i} = \mathcal{N}_i^c (\alpha_{1i} \mathcal{P}_{1i} + \alpha_{3i} \mathcal{P}_{3i} + \alpha_{3i})$ tales que:

$$|\mathcal{N}_i^c f_{iq}(x, u^*) - \mathcal{N}_i^c f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*)| \leq \mathcal{Q}_{1i} \epsilon_i |e_i| + \mathcal{Q}_{2i} \epsilon_i \quad (3.36)$$

De (3.36) y considerando (3.23) se tiene:

$$|\mathcal{N}_i^c f_{iq}(x, u^*) - \mathcal{N}_i^c f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*)| = |\mathcal{N}_i^c f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*) + \rho_i| \leq \mathcal{Q}_{1i} \epsilon_i |e_i| + \mathcal{Q}_{2i} \epsilon_i$$

Por lo tanto, si (3.28) se satisface y $f_i(x_i, u_i)$ es *Lipschitz*, entonces se mantiene siguiente la desigualdad:

$$|\mathcal{N}_i^c f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*) + \rho_i| \leq \mathcal{Q}_{1i} \epsilon_i |e_i| + \mathcal{Q}_{2i} \epsilon_i \quad (3.37)$$

Propiedad 2

Para establecer el comportamiento dinámico de la función $f_{iq}(x_i, u_i)$ con la señal de control $u_{rn,i}^* = W_i^* S_i(z_i)$ de la red neuronal. Se presenta una aproximación con la expansión de la serie de *Taylor* con $\hat{u}_{rn,i} = \hat{W}_i S_i(z_i)$:

$$f_{iq}(x_i, u_{rn,i}^*) = f_{iq}(x_i, \hat{u}_{rn,i}) - \Delta f_{\hat{u}_{rn,i}}^1 \tilde{W}_i^T S_i(z_i) + O(\cdot) \quad (3.38)$$

donde

$$\Delta f_{\hat{u}_{rn,i}}^k = \left. \frac{\partial^k f_i(x, u)}{k! \partial u^k} \right|_{u=\hat{u}_{rn,i}}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$O(\cdot) = \Delta f_{\hat{u}_{rn,i}}^2 (-\tilde{W}_i^T S_i(z_i))^2 + \dots + f_{\hat{u}_{rn,i}}^k (-\tilde{W}_i^T S_i(z_i))^k, \quad k = 1, 2, \dots$$

Considerando que $f_i(x_i, u_i)$ es *Lipschitz* se presenta las siguientes desigualdades en las que se les añadió grados de libertad con las constantes positivas $L_{0,i}$, $L_{1,i}$, $L_{2,i}$, $L_{3,i}$, $L_{4,i}$, $L_{5,i}$:

$$|O_i(\cdot)| \leq (L_{0,i} \|\hat{W}_i\| + L_{1,i} |e_i| + L_{2,i}) |\tilde{W}_i^T S_i(z_i)| \quad (3.39)$$

$$|\Delta f_{\hat{u}_{rn,i}}^1| \leq L_{3,i} \|\hat{W}_i\| + L_{4,i} |e_i| + L_{5,i} \quad (3.40)$$

Función de *Lyapunov*

Para demostrar la estabilidad y convergencia al consenso del sistema con la red neuronal, se presenta la función candidata de *Lyapunov* :

$$V_{e1} = \frac{1}{2} E^T E + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \hat{W}_i^T \hat{W}_i \quad (3.41)$$

Al derivar (3.41), sustituir los respectivos términos con las ecuaciones (3.22), (3.29) (3.38) y aplicando operaciones algebraicas se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{e1} &= \sum_{i=1}^N e_i(\dot{e}_i) + \sum_{i=1}^N \hat{W}_i^T \dot{\hat{W}}_i \\ &= \sum_{i=1}^N e_i(\mathcal{N}_i^c f_{id}(x_i, \hat{u}_{rn,i}) + \rho_i - k_v e_i - k_v \text{sat}(e_i)) \\ &\quad - \hat{W}_i^T [(k_{a0} \|\hat{W}_i\| + k_{a1} |e_i| + k_{a2}) S_i(z_i) e_i \\ &\quad + \kappa(\|\hat{W}_i\| + |e_i| + 1) \|S_i(z)\| |e_i| \|\hat{W}_i\|] \\ &= \sum_{i=1}^N e_i(\mathcal{N}_i^c(f_{id}(x_i, u_{rn,i}^*) + \Delta f_{\hat{u}_{rn,i}}^1 \tilde{W}_i^T S_i(z_i) \\ &\quad - O(\cdot)) + \rho_i - k_v e_i - k_v \text{sat}(e_i)) \\ &\quad - (k_{a0} \|\hat{W}_i\| + k_{a1} |e_i| + k_{a2}) \hat{W}_i^T S_i(z_i) e_i \\ &\quad - \kappa(\|\hat{W}_i\| + |e_i| + 1) \|S_i(z)\| |e_i| \|\hat{W}_i\|^2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Al sustituir (3.30), (3.37), (3.39) y (3.40) en (3.42) se tiene la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{e1} &\leq \sum_{i=1}^N (\mathcal{Q}_{1i} \epsilon_i |e_i| + \mathcal{Q}_{2i} \epsilon_i) |e_i| \\ &\quad + \mathcal{N}_i^c (L_{3,i} \|\hat{W}_i\| + L_{4,i} |e_i| + L_{5,i}) |\hat{W}_i^T S_i(z_i) e_i| \\ &\quad - (k_{a0} \|\hat{W}_i\| + k_{a1} |e_i| + k_{a2}) |\hat{W}_i^T S_i(z_i) e_i| \\ &\quad + (L_{0,i} \|\hat{W}_i\| + L_{1,i} |e_i| + L_{2,i}) |\hat{W}_i^T S_i(z_i) e_i| \\ &\quad + \mathcal{N}_i^c (L_{3,i} \|\hat{W}_i\| + L_{4,i} |e_i| + L_{5,i}) |W_i^{*T} S_i(z_i) e_i| \\ &\quad + (L_{0,i} \|\hat{W}_i\| + L_{1,i} |e_i| + L_{2,i}) |W_i^{*T} S_i(z_i) e_i| \\ &\quad - k_v e_i^2 - k_v e_i \text{sat}(e_i) \\ &\quad - \kappa(\|\hat{W}_i\| + |e_i| + 1) \|S_i(z)\| |e_i| \|\hat{W}_i\|^2 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Asumiendo que los pesos sinápticos están acotados $\|W_i^*\| \leq \omega_i$ y reordenando se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{e1} \leq & \sum_{i=1}^N (\mathcal{Q}_{1i}\epsilon_i|e_i| + \mathcal{Q}_{2i}\epsilon_i)|e_i| \\
& + (|\mathcal{N}_i^c L_{3,i} - k_{a0}| + L_{0,i})\|\hat{W}_i\| \\
& + (|\mathcal{N}_i^c L_{4,i} - k_{a1}| + L_{1,i})|e_i| \\
& + (|\mathcal{N}_i^c L_{5,i} - k_{a2}| + L_{2,i})\|\hat{W}_i^T S_i(z_i)e_i| \\
& + ((\mathcal{N}_i^c L_{3,i} + L_{0,i})\omega_i)\|\hat{W}_i\| \\
& + (\mathcal{N}_i^c L_{4,i} + L_{1,i})\omega_i|e_i| \\
& + (\mathcal{N}_i^c L_{5,i} + L_{2,i})\omega_i\|S_i(z_i)\||e_i| \\
& - k_v e_i^2 - k_v|e_i| + k_v e_i \iota_e \\
& - \kappa(\|\hat{W}_i\| + |e_i| + 1)\|S_i(z)\||e_i|\|\hat{W}_i\|^2
\end{aligned} \tag{3.44}$$

donde

$$\iota_e := \begin{cases} \exp(-e_i/\gamma), & e_i \geq 0 \\ -\exp(e_i/\gamma), & e_i < 0 \end{cases} \tag{3.45}$$

Se declaran las siguientes constantes positivas:

$$\mathcal{R}_{1,i} = |\mathcal{N}_i^c L_{3,i} - k_{a0}| + L_{0,i} \tag{3.46}$$

$$\mathcal{R}_{2,i} = |\mathcal{N}_i^c L_{4,i} - k_{a1}| + L_{1,i} \tag{3.47}$$

$$\mathcal{R}_{3,i} = |\mathcal{N}_i^c L_{5,i} - k_{a2}| + L_{2,i} + (\mathcal{N}_i^c L_{3,i} + L_{0,i})\omega_i \tag{3.48}$$

$$\mathcal{R}_{4,i} = (\mathcal{N}_i^c L_{5,i} + L_{2,i})\omega_i \tag{3.49}$$

$$\mathcal{R}_{5,i} = (\mathcal{N}_i^c L_{4,i} + L_{1,i})\omega_i \tag{3.50}$$

$$\mathcal{R}_{s,i} = \sup\{\|S_i(z_i)\|\} \tag{3.51}$$

Considerando las constantes en (3.46)-(3.51), entonces (3.44) se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{e1} &\leq \sum_{i=1}^N -(k_v - \mathcal{Q}_{1i}\epsilon_i - \mathcal{R}_{5,i}\mathcal{R}_{s,i})e_i^2 - (k_v - \mathcal{Q}_{2i}\epsilon_i - \mathcal{R}_{4,i}\mathcal{R}_{s,i})|e_i| + k_v e_i l_e \\
&\quad - (\kappa|e_i| \|\hat{W}_i\|^3 + \kappa e_i^2 \|\hat{W}_i\|^2 + \kappa|e_i| \|\hat{W}_i\|^2) \mathcal{R}_{s,i} \\
&\quad + (\mathcal{R}_{1,i}|e_i| \|\hat{W}_i\|^2 + \mathcal{R}_{2,i}e_i^2 \|\hat{W}_i\| + \mathcal{R}_{3,i}|e_i| \|\hat{W}_i\|) \mathcal{R}_{s,i} \\
&\leq \sum_{i=1}^N -(k_v - \mathcal{Q}_{1i}\epsilon_i - \mathcal{R}_{5,i}\mathcal{R}_{s,i})e_i^2 - (k_v - \mathcal{Q}_{2i}\epsilon_i - \mathcal{R}_{4,i}\mathcal{R}_{s,i})|e_i| + k_v e_i l_e \\
&\quad - [[\kappa \|\hat{W}_i\|^3 - \mathcal{R}_{1,i} \|\hat{W}_i\|^2] |e| \\
&\quad + [\frac{\kappa}{2} \|\hat{W}_i\|^2] |e| \\
&\quad + [\frac{\kappa}{2} \|\hat{W}_i\|^2 - \mathcal{R}_{3,i} \|\hat{W}_i\|] |e| \\
&\quad + (\kappa \|\hat{W}_i\|^2 - \mathcal{R}_{2,i} \|\hat{W}_i\|) e_i^2] \mathcal{R}_{s,i}
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Con manipulaciones algebraicas para completar los cuadrados se tiene la desigualdad:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{e1} &\leq \sum_{i=1}^N -(k_v - \mathcal{Q}_{1i}\epsilon_i - \mathcal{R}_{5,i}\mathcal{R}_{s,i})e_i^2 - (k_v - \mathcal{Q}_{2i}\epsilon_i - \mathcal{R}_{4,i}\mathcal{R}_{s,i})|e_i| + k_v e_i l_e \\
&\quad - \kappa \mathcal{R}_{s,i} e_i^2 \left[\left(\|\hat{W}_i\| - \frac{\mathcal{R}_{2,i}}{2\kappa} \right)^2 - \left(\frac{\mathcal{R}_{2,i}}{2\kappa} \right)^2 \right] \\
&\quad - \kappa \mathcal{R}_{s,i} |e_i| \|\hat{W}_i\| \left(\|\hat{W}_i\| - \frac{\mathcal{R}_{1,i}}{2\kappa} \right)^2 \\
&\quad - \frac{\kappa}{2} \mathcal{R}_{s,i} |e_i| \left[\left(\|\hat{W}_i\| - \frac{\mathcal{R}_{1,i}^2}{4\kappa^2} \right)^2 - \left(\frac{\mathcal{R}_{1,i}^2}{4\kappa^2} \right)^2 \right] \\
&\quad - \frac{\kappa}{2} \mathcal{R}_{s,i} |e_i| \left[\left(\|\hat{W}_i\| - \frac{\mathcal{R}_{3,i}}{\kappa} \right)^2 - \left(\frac{\mathcal{R}_{3,i}}{\kappa} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Considerando que $e_i \cdot \exp(-e_i/\gamma)$ va a tener su máximo valor cuando $e_i = \gamma$, es decir, γ/e_0 , donde $e_0 = e = 2.718281$, se tiene $k_v e_i l_e \leq k_v \gamma / e_0$. Tomando esto en cuenta y de (3.53) se presentan las

siguientes constantes:

$$\mathcal{S}_{1,i} = k_v - \mathcal{Q}_{1i}\epsilon_i - \left(\mathcal{R}_{5,i} + \frac{\mathcal{R}_{2,i}^2}{4\kappa} \right) \mathcal{R}_{s,i} \quad (3.54)$$

$$\mathcal{S}_{2,i} = k_v - \mathcal{Q}_{2i}\epsilon_i - \left(\mathcal{R}_{4,i} + \frac{\mathcal{R}_{1,i}^4}{32\kappa^3} + \frac{\mathcal{R}_{3,i}^2}{2\kappa} \right) \mathcal{R}_{s,i} \quad (3.55)$$

$$\mathcal{S}_{3,i} = k_v \frac{\gamma}{e_0} \quad (3.56)$$

Considerando las constantes en (3.54)-(3.56) y (3.53) se tiene la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{e1} &\leq \sum_{i=1}^N -\mathcal{S}_{1,i}e_i^2 - \mathcal{S}_{2,i}|e_i| + \mathcal{S}_{3,i} \\ &\leq -\mathcal{S}_1\|E\|^2 - \mathcal{S}_2\|E\| + \mathcal{S}_3 \end{aligned} \quad (3.57)$$

donde $\mathcal{S}_1 = \min_i(\mathcal{S}_{1,i})$, $\mathcal{S}_2 = \min_i(\mathcal{S}_{2,i})$ y $\mathcal{S}_3 = \sum_{i=1}^N \mathcal{S}_{3,i}$. Se define \mathcal{S}_0 como una constante positiva y k_0 como:

$$\begin{aligned} k_0 = \min_i \left(\max \left\{ \mathcal{Q}_{1i}\epsilon_i + \left(\mathcal{R}_{5,i} + \frac{\mathcal{R}_{2,i}^2}{4\kappa} \right) \mathcal{R}_{s,i} + \mathcal{S}_0, \right. \right. \\ \left. \left. \mathcal{Q}_{2i}\epsilon_i - \left(\mathcal{R}_{4,i} + \frac{\mathcal{R}_{1,i}^4}{32\kappa^3} + \frac{\mathcal{R}_{3,i}^2}{2\kappa} \right) \mathcal{R}_{s,i} + \mathcal{S}_0 \right\} \right) \end{aligned} \quad (3.58)$$

Las constantes \mathcal{S}_1 , \mathcal{S}_2 y \mathcal{S}_3 serán positivas, si se escoge $k_v > k_0$, entonces se garantiza que $\mathcal{S}_1 > \mathcal{S}_0$ y $\mathcal{S}_2 > \mathcal{S}_0$. Tomando en cuenta la afirmación anterior, se considera el siguiente conjunto:

$$\Psi_e := \left\{ E(t) \left| \|E(t)\| \leq \max \left(\sqrt{\frac{\mathcal{S}_3}{\mathcal{S}_1}}, \frac{\mathcal{S}_3}{\mathcal{S}_2} \right) \right. \right\} \quad (3.59)$$

El conjunto Ψ_e caracteriza la convergencia del error $E(t)$, se tiene que la derivada de la función de *Lyapunov* es negativa definida, $\dot{V}_{e1} \leq 0$, cuando $E(t) \notin \Psi_e$, es decir, el sistema será estable y convergerá al consenso, siempre que el error $E(t)$ se mantenga fuera del conjunto Ψ_e , lo cual no puede ser garantizado si $E(t) \in \Psi_e$. Esto es conocido como *estabilidad uniforme finalmente acotada* (UUB por sus siglas en inglés) (Aleksandrov *et al.* 2012) (Kwon & Won 2014). Se dice que es uniforme porque el conjunto Ψ_e no depende de las condiciones iniciales del error y es finalmente acotado porque la norma del error $\|E(t)\|$ se mantendrá dentro del conjunto compacto Ψ_e después de un intervalo de tiempo T . Esto implica que la norma del error $\|E(t)\|$ con condiciones iniciales $\|E(t_0)\|$ va a decrecer en el tiempo hasta converger al conjunto compacto Ψ_e . Esto se puede ver de forma gráfica en la Figura 3.2a. Si se aborda desde el sentido de *Lyapunov*, en la Figura 3.2b

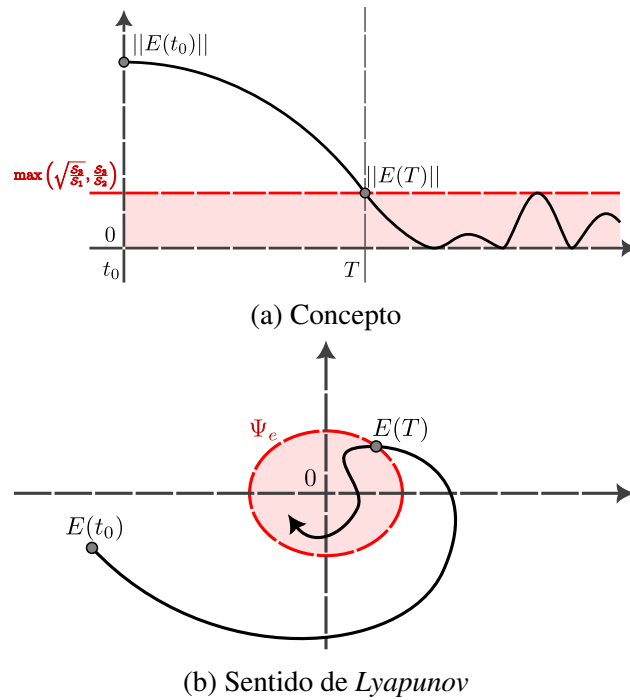


Figura 3.2: Estabilidad uniforme finalmente acotada.

se muestra que partiendo desde el punto de condiciones iniciales del error $E(t_0)$, la trayectoria del error converge al espacio del conjunto Ψ_e .

3.3. Ejemplos

A continuación, en esta sección se presentan dos ejemplos para ejemplificar la aplicación de los protocolos de consenso desarrollados en esta sección. Se realizaron simulaciones en *Scilab* y se contemplan dos sistemas, un sistema lineal con incertidumbre y un sistema no lineal. Los sistemas tienen una topología de comunicación descrita por un grafo $\mathcal{G}^c = (\mathcal{N}, \mathcal{E}^c, \mathcal{W}^c)$, el cual tiene una matriz Laplaciana $\mathcal{L}^c = N\mathbf{I}_N - \mathbf{1}_N\mathbf{1}_N^T$.

Para poder observar con más detalle el comportamiento de los protocolos de consenso, utiliza el error de sincronización $\|\Xi\|$. Se utiliza el superíndice cn para referirse al protocolo neuronal y cl para el protocolo lineal.

3.3.1. Sistema lineal con incertidumbre

Considere un conjunto de sistemas masa resorte sin fricción como el que se muestra en la Figura 3.3 donde el i -ésimo sistema tiene un comportamiento dinámico:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i1} &= x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} &= \frac{k_{ri}}{m_{si}}x_{i1} + \frac{1}{m_{si}}u_i \end{aligned} \quad (3.60)$$

En este conjunto de sistemas masa resorte se considera incertidumbre paramétrica. Por lo que cada

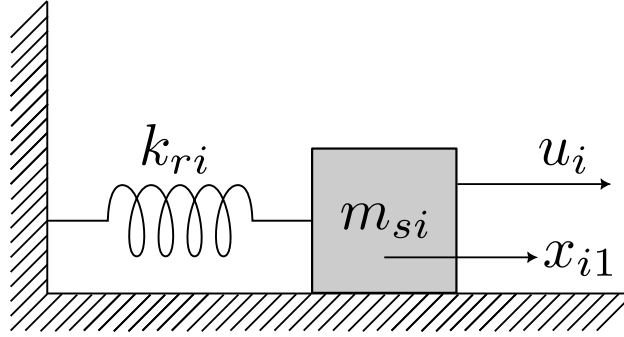


Figura 3.3: Sistema masa resorte.

parámetro es diferente en cada sistema masa resorte. Para el consenso de este conjunto de sistemas se toma en cuenta la posición de la masa, por lo que el objetivo de control es lograr el consenso en la posición de las masas, es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_{i1} - x_{j1}| \rightarrow 0, \forall i, j \in \mathfrak{N} \quad (3.61)$$

Por lo tanto, el error de consenso es:

$$e_{vi} = \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} (x_{i1} - x_{j1}), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.62)$$

Si se considera el conjunto de sistemas masa resorte y el protocolo de consenso lineal, se tiene que la i -ésima entrada de control para el consenso es:

$$u_i = k \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} ([x_{i1}, x_{i2}]^T - [x_{j1}, x_{j2}]^T), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.63)$$

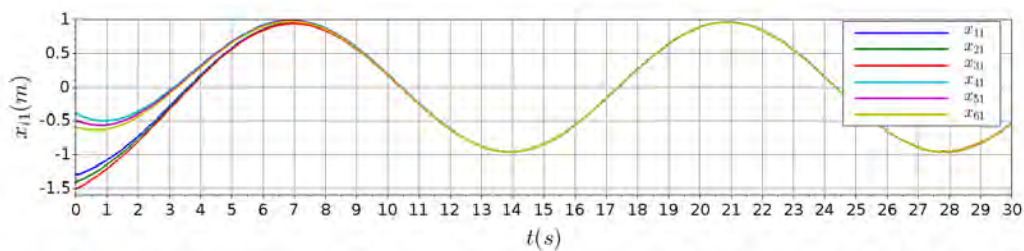
donde $k = [-2.9274, -6.6994]$ es una ganancia de realimentación de estados y de acuerdo con lo descrito en la Sección 3.1 Protocolo de consenso lineal, k fue calculada considerando que el conjunto de los sistemas masa resorte son *Hurwitz*, .

Ahora, considerando el protocolo neuronal, se tiene que la i -ésima entrada de control para lograr el consenso es:

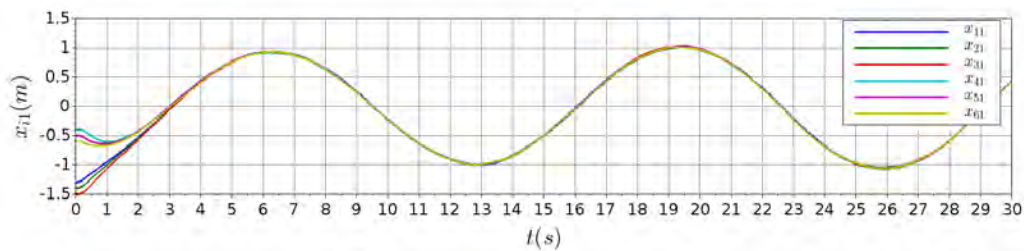
$$u_i = \hat{W}_i^T S_i(z_i) \quad (3.64)$$

donde $z_i = [x_{i1}, v_{ei}(e_{ci})]$, $S_i(z_i)$ es un vector de funciones *Gaussianas* y \hat{W}_i son los pesos sinápticos estimados con el algoritmo de aprendizaje en (3.29).

En la Figura 3.4 se muestran las posiciones de los sistemas con los protocolos lineal y neuronal. Con ambos protocolos se logra el consenso, aunque se puede ver que el protocolo neuronal es más rápido.



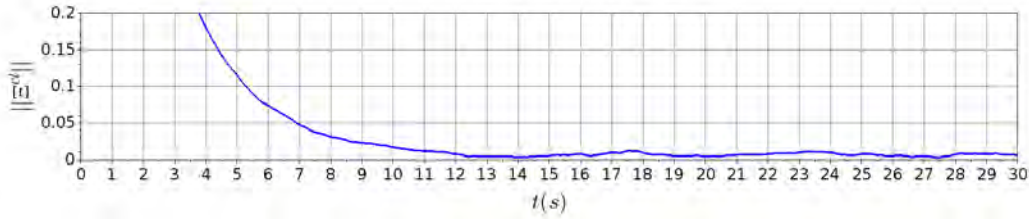
(a) Protocolo lineal



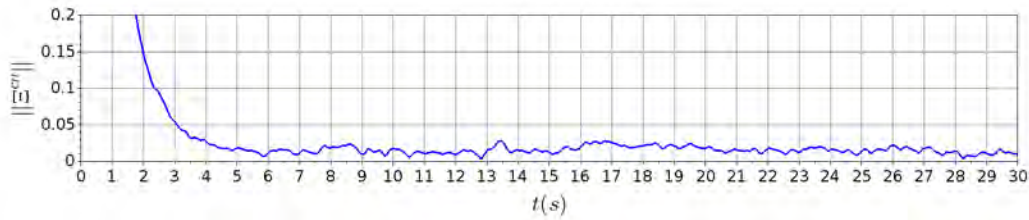
(b) Protocolo neuronal

Figura 3.4: Posición con protocolos de consenso e incertidumbre.

En la Figura 3.5 se muestran los errores de sincronización $\|\Xi\|$ con el protocolo lineal y el protocolo neuronal. Igualmente, se puede ver a simple vista como el protocolo neuronal es más rápido en lograr un consenso, sin embargo, presenta un error mayor en estado estable en comparación con el protocolo lineal.



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 3.5: Error de sincronización con protocolos de consenso e incertidumbre.

3.3.2. Sistema no lineal

Considere un conjunto de péndulos como el que se muestra en la Figura 3.6, donde el i -ésimo péndulo tiene un comportamiento dinámico descrito en:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i1} &= x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} &= -\frac{g_r}{l_{p,i}} \text{sen}(x_{i1}) + \frac{1}{m_{s,i} l_{p,i}} u_i \end{aligned} \quad (3.65)$$

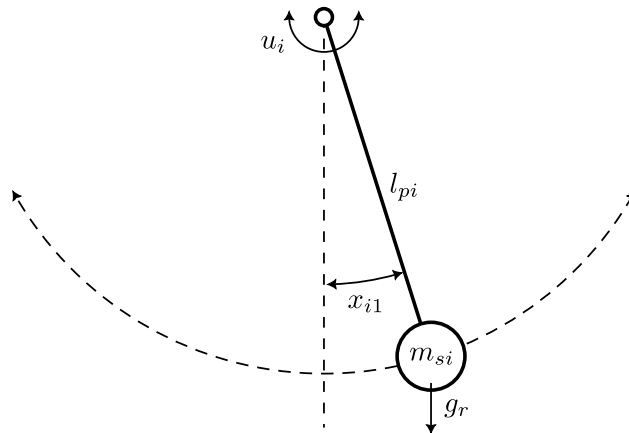


Figura 3.6: Péndulo.

Considere la condición de *Lipschitz*

$$\|f_i(x_a) - f_i(x_b)\| \leq L \|x_a - x_b\|$$

y el subespacio D_p :

$$D_p := \{(x_{i1}, x_{i2}) : |x_{i1}| < \frac{\pi}{2}, |x_{i2}| < \infty\} \quad (3.66)$$

Para todo $(x_{i1a}, x_{i2a}), (x_{i1b}, x_{i2b}) \in D_p$ se puede demostrar que los agentes en (3.65) son *Lipschitz* :

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{bmatrix} x_{i2a} \\ -\frac{g_r}{l_{p,i}} \text{sen}(x_{i1a}) + \frac{1}{m_{s,i} l_{p,i}} u_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{i2b} \\ -\frac{g_r}{l_{p,i}} \text{sen}(x_{i1b}) + \frac{1}{m_{s,i} l_{p,i}} u_i \end{bmatrix} \right\| \\ &= \left\| \begin{bmatrix} x_{i2a} - x_{i2b} \\ \frac{g_r}{l_{p,i}} (-\text{sen}(x_{i1a}) + \text{sen}(x_{i1b})) \end{bmatrix} \right\| \end{aligned}$$

Dado que x_{i1} está acotado, se tiene la siguiente desigualdad $-\text{sen}(x_{i1a}) + \text{sen}(x_{i1b}) < 2$. por lo tanto:

$$\left\| \begin{bmatrix} x_{i2a} - x_{i2b} \\ \frac{g_r}{l_{p,i}} (-\text{sen}(x_{i1a}) + \text{sen}(x_{i1b})) \end{bmatrix} \right\| < \left\| \begin{bmatrix} x_{i2a} - x_{i2b} \\ 2 \frac{g_r}{l_{p,i}} \end{bmatrix} \right\|$$

Ahora al tomar en cuenta la condición de *Lipschitz* , se tiene:

$$\left\| \begin{bmatrix} x_{i2a} - x_{i2b} \\ 2 \frac{g_r}{l_{p,i}} \end{bmatrix} \right\| \leq L_p \left\| \begin{bmatrix} x_{i2a} - x_{i2b} \\ x_{i1a} - x_{i1b} \end{bmatrix} \right\| \quad (3.67)$$

De (3.67) es fácil ver que si se selecciona una constante de *Lipschitz* L_p lo suficientemente grande, la condición se mantiene para cualquier punto del subespacio D_p .

Una vez demostrado que los agentes en (3.65) son *Lipschitz* , se prosigue con los protocolos de consenso. Para el consenso de los péndulos, se toma en cuenta la posición angular del péndulo, por lo que el objetivo de control es lograr el consenso en la posición angular, es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_{i1} - x_{j1}| \rightarrow 0, \forall ij \in \mathfrak{A} \quad (3.68)$$

y de igual forma, el error de consenso es:

$$e_{vi} = \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} (x_{i1} - x_{j1}), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.69)$$

Si se considera el conjunto de péndulos y el protocolo lineal, la i -ésima entrada de control para el consenso es:

$$u_i = k \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} ([x_{i1}, x_{i2}]^T - [x_{j1}, x_{j2}]^T), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.70)$$

Como se puede ver, el sistema es no lineal, por lo que no se puede aplicar directamente la meto-

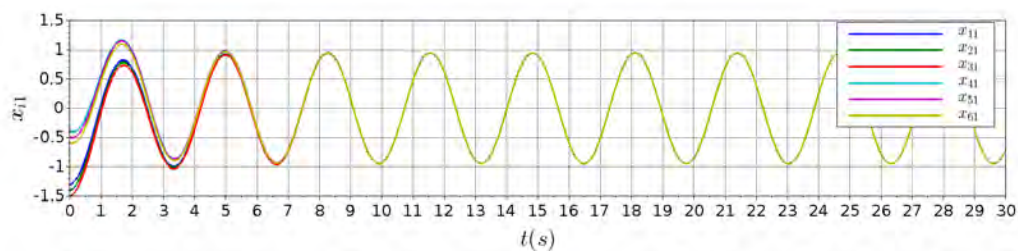
dología lineal para calcular la ganancia de realimentación k , es necesario aplicar otros métodos de sistemas no lineales, pero por simplicidad se considera como $k = [1, 1]$.

Ahora si se aplica la red neuronal para el protocolo de consenso, en este caso es posible construir la entrada de control directamente porque el protocolo neuronal está diseñado para sistemas no lineales, por lo que considerando el protocolo neuronal, la entrada de control para el consenso es:

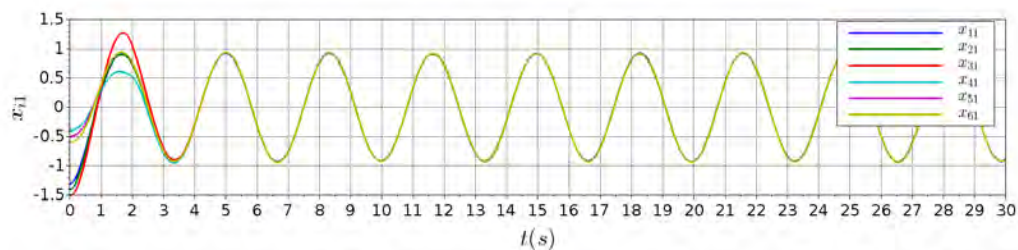
$$u_i = \hat{W}_i^T S_i(z_i) \quad (3.71)$$

donde $z_i = [x_{i1}, v_{ei}(e_{ci})]$, $S_i(z_i)$ es un vector de funciones *Gaussianas* y \hat{W}_i son los pesos de sinápticos estimados con el algoritmo de aprendizaje en (3.29).

En la Figura 3.7 se muestra la posición del conjunto de péndulos con el protocolo neuronal y el protocolo lineal, como se puede ver, con el protocolo lineal es posible lograr el consenso, aunque con el protocolo neuronal se logra llegar al consenso un poco más rápido.



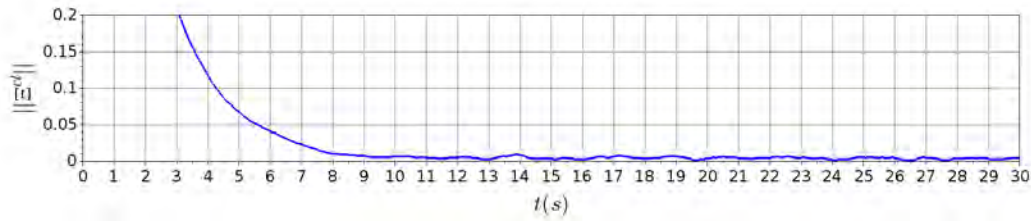
(a) Protocolo lineal



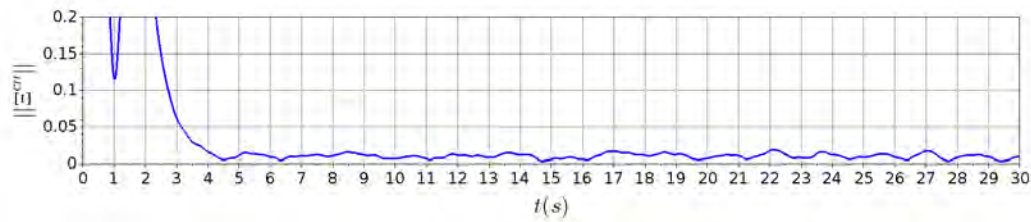
(b) Protocolo neuronal

Figura 3.7: Posición con protocolos de consenso e incertidumbre.

En la Figura 3.8, se puede observar que con el protocolo neuronal se llega más rápido a un error de sincronización bajo, pero tiene la desventaja que mantiene un mayor error de sincronización en estado estable.



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 3.8: Error de sincronización con protocolos de consenso e incertidumbre.

Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentaron los protocolos lineal y neuronal de consenso. Con cada protocolo se desarrolló su prueba de estabilidad por el método de *Lyapunov* y se explicaron sus características. Finalmente, se presentaron dos ejemplos para demostrar el funcionamiento de los protocolos de consenso ante incertidumbre y no linealidades. En el siguiente capítulo se presentan los protocolos con mayor detalle para sincronización de una microrred de CD.

Caso de estudio: Microrred de CD

Una microrred es un conjunto finito de cargas y fuentes de energía distribuida interconectadas eléctricamente que actúan como una entidad controlable (Ton & Smith 2012). Una microrred puede considerarse como un sistema multiagente con interconexión física, en el que cada generador distribuido o sistema de almacenamiento es un agente y las líneas eléctricas son las interconexiones. En la Figura 4.1 se muestra el diagrama de una microrred, en donde cada agente es considerado como una unidad de generación distribuida (UGD), la cual es el conjunto de una fuente primaria de energía (*FPE*), un convertidor reductor (*Buck*), un filtro de interconexión *RLC* y su carga R_{Li} . Las líneas eléctricas de acoplamiento físico están representados por las resistencias en rojo.

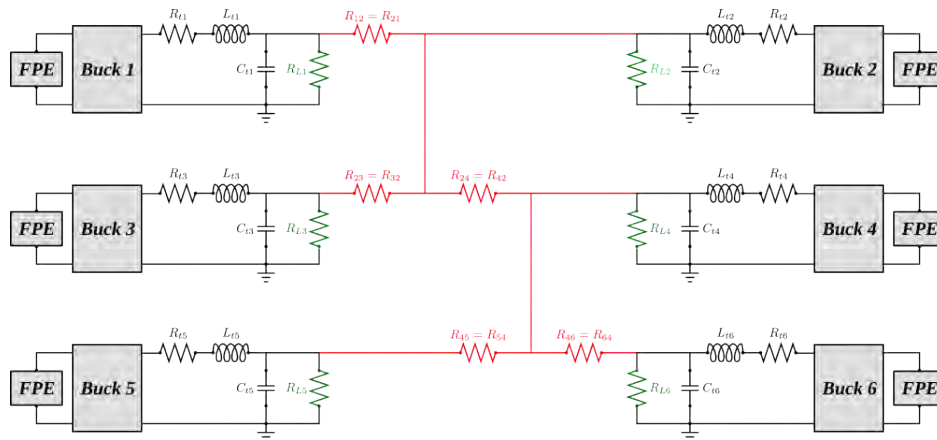


Figura 4.1: Diagrama de una microrred.

El control de la microrred suele tener un esquema jerárquico, constituido por tres capas de control, como se muestra en la Figura 4.2. La primera capa se encarga de la regulación local de voltaje y corriente de las UGD, sus puntos de referencia están definidos por los controladores de la segunda capa. La segunda capa de control se encarga de la coordinación entre las UGDs, pudiendo llegar a la sincronización de forma centralizada, distribuida o descentralizada. Finalmente, la

tercera capa regula y optimiza la generación de potencia en la microrred (Bhargavi *et al.* 2021).

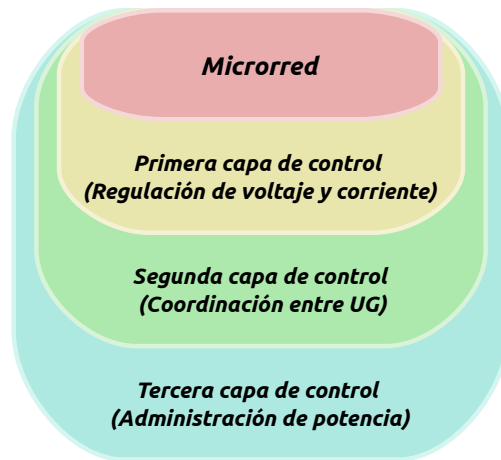


Figura 4.2: Diagrama de control jerárquico en una microrred (Bhargavi *et al.* 2021).

4.1. Modelo de convertidor reductor (*Buck*)

Un convertidor reductor, mejor conocido en inglés como *Buck*, es una fuente de alimentación conmutada. Es utilizado ampliamente para convertir o reducir un voltaje en su entrada a un voltaje menor en su salida (Ejury 2013). En la Figura 4.3 se muestra el diagrama eléctrico del convertidor *Buck*, donde V_e es el voltaje de entrada, R_{bL} es la resistencia de carga, s es un interruptor y los componentes R_b , L_b , C_b conforman un filtro para el voltaje de salida v_{ci} . Este convertidor funciona por modulación de ancho de pulso (*PWM*, siglas en inglés) (Rahman 2007). La señal *PWM* regula el tiempo en que el interruptor s está cerrado o abierto.

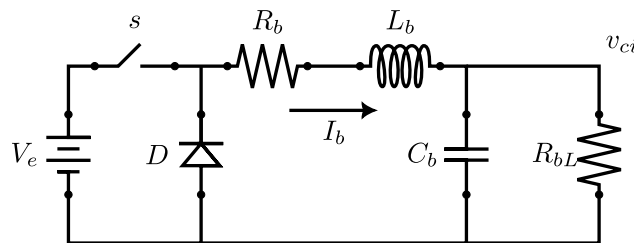


Figura 4.3: Diagrama del convertidor reductor *Buck*.

Cuando el interruptor s se encuentra cerrado se considera que tiene un valor igual a 1, el diodo D tiene polarización inversa, por lo que no conduce y la corriente circula por el filtro *RLC* hasta la carga R_{bL} . El diagrama equivalente se encuentra en la Figura 4.4a y las ecuaciones dinámicas correspondientes son:

$$\begin{aligned} C_b \frac{dv_{ci}}{dt} &= I_b - \frac{v_{ci}}{R_{bL}} \\ L_b \frac{dI_b}{dt} &= -R_b I_b - v_{ci} + V_e \end{aligned} \quad (4.1)$$

Cuando el interruptor s se encuentra abierto es considerado que tiene valor igual a 0. En este caso, se desconecta el voltaje de entrada V_e y el diodo D cierra el circuito para que el inductor L_b libere la energía almacenada hacia la resistencia de carga R_{bL} . El diagrama equivalente se muestra en la Figura 4.4b y las ecuaciones correspondientes son:

$$\begin{aligned} C_b \frac{dv_{ci}}{dt} &= I_b - \frac{v_{ci}}{R_{bL}} \\ L_b \frac{dI_b}{dt} &= -R_b I_b - v_{ci} \end{aligned} \quad (4.2)$$

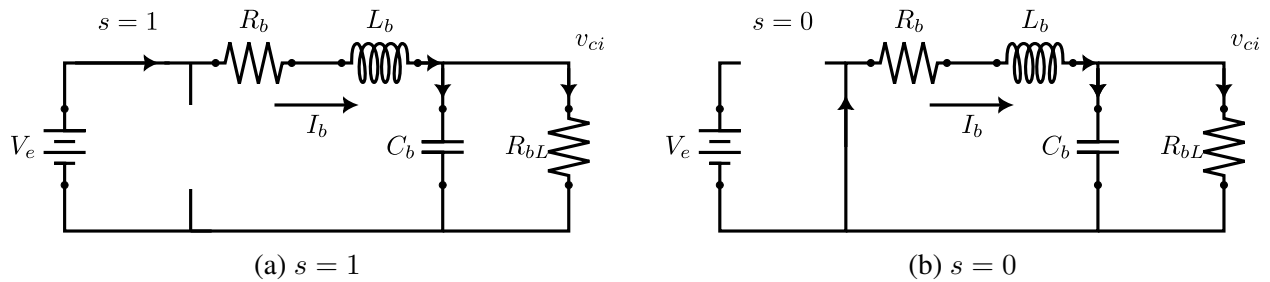


Figura 4.4: Diagramas equivalentes del convertidor reductor *Buck*.

Considerando los dos estados del convertidor *Buck*, se pueden unificar las ecuaciones en (4.1) y (4.2) para obtener el modelo dinámico promediado del convertidor *Buck*, quedando como:

$$\begin{aligned} C_b \frac{dv_{ci}}{dt} &= I_b - \frac{v_{ci}}{R_{bL}} \\ L_b \frac{dI_b}{dt} &= -R_b I_b - v_{ci} + sV_e \end{aligned} \quad (4.3)$$

En la Figura 4.5 se muestra una comparación entre el modelo dinámico promediado en (4.3) y el circuito del convertidor *Buck* en simulación. Se puede apreciar que el comportamiento dinámico, tanto como en el voltaje de salida v_{ci} (Figura 4.5a) como en la corriente I_{bc} (Figura 4.5b) son iguales en ambos casos. El convertidor *Buck* tiene una respuesta de salida muy rápida, casi instantánea, 0.11s en llagar al estado estable.

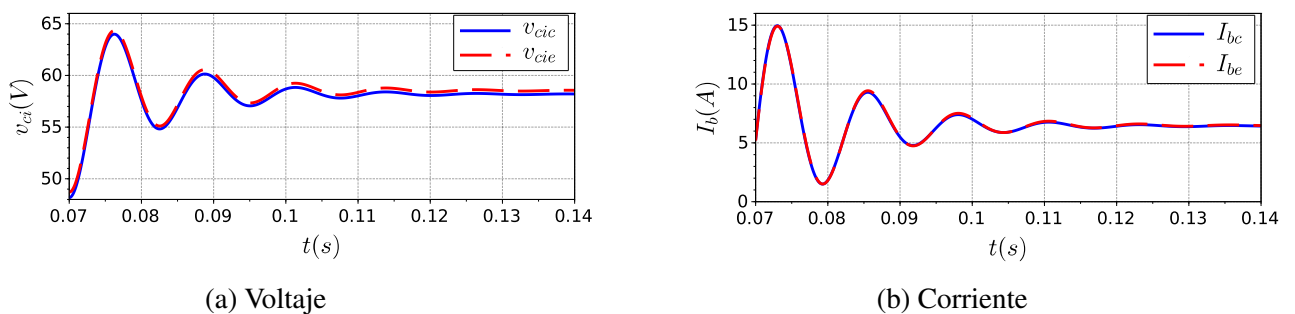


Figura 4.5: Estados de convertidor reductor (circuito y modelo promediado).

4.2. Modelo de una microrred de CD

En este trabajo se tomó el modelo de una microrred de CD reportado en (Tucci *et al.* 2015), se considera una microrred de CD con N UGDs, la i -ésima unidad es modelada como una fuente de voltaje ideal y un convertidor reductor (*Buck*) con un filtro RLC conectado a una carga R_{Li} , donde $i = 1, 2, \dots, N$. El acoplamiento físico de las UGDs vecinas está representado por medio de una resistencia R_{ij} , la cual tiene relación con el calibre y extensión del cable que conecta las UGDs; la salida de voltaje de cada UGD vecino es identificado como V_j (Figura 4.6). Se asume que el convertidor *Buck* cuenta con su propio controlador. Como se mostró en la Sección 4.1, la dinámica de este convertidor reductor es muy rápida, la dinámica de la microrred en comparación es muy lenta. Además, el nivel de tensión no está acotado; esto permite considerar al bloque del convertidor *Buck* como ideal en lo subsecuente. Cada convertidor a su vez es controlado mediante una estrategia de retroalimentación de estados con ganancia $k_c = [k_{c1}, k_{c2}, k_{c3}]$ más una acción integral que regula el sistema y permite el seguimiento de referencia V_{ref} , lo que evita que V_i en el punto de acoplamiento común (PAC) llegue a niveles críticos (Nahata *et al.* 2020). El controlador primario manipula el voltaje de referencia v_{ci} del convertidor *Buck* para ajustar la corriente del inductor L_i , de esta forma controla el voltaje V_i de salida del capacitor C_i .

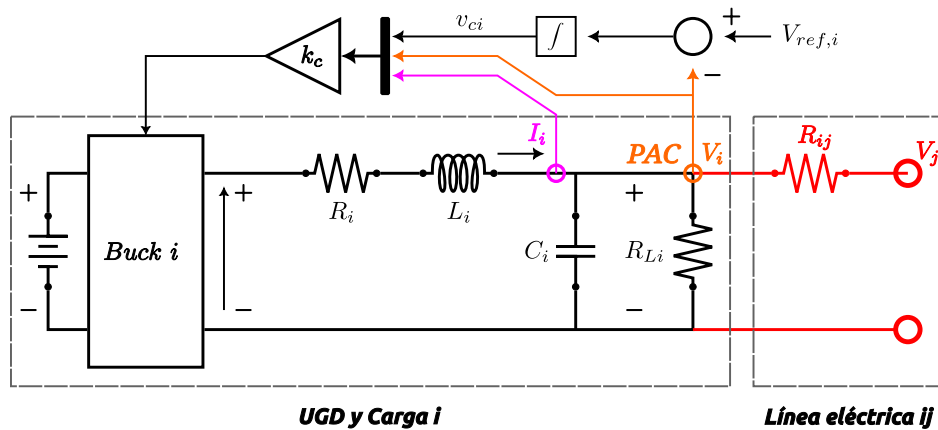


Figura 4.6: Diagrama de UGD y carga (Nahata *et al.* 2020).

El modelo matemático del filtro de acoplamiento se obtiene utilizando las leyes de corriente y voltaje de *Kirchoff* para el diagrama de la Figura 4.6, obteniendo el siguiente sistema dinámico que considera el controlador proporcional con acción integral:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_i &= \frac{1}{C_i} \left(-\frac{V_i}{R_{Li}} + I_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i^f} \frac{1}{R_{ij}} (V_i - V_j) \right) \\
 \dot{I}_i &= \frac{1}{L_i} \left((k_{c1} - 1)V_i + (k_{c2} - R_i)I_i + k_{c3}v_{ci} \right) \\
 \dot{v}_{ci} &= -V_i + V_{ref,i}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

El modelo en ecuaciones diferenciales de la i -ésima UGD en (4.4), se puede representar en espacio de estados como en (2.5) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1/(R_{Li}C_i) & 1/C_i & 0 \\ (k_{c1} - 1)/L_i & (k_{c2} - R_i)/L_i & k_{c3}/L_i \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} 1/C_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^f} \frac{1}{R_{ij}} \left(\begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \\ x_{j3} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde $x_i \triangleq [V_i, I_i, v_{ci}]^T = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]^T$ y $u = V_{ref,i}$, cada peso de interconexión $w_{ij}^f = \frac{1}{R_{ij}}$ y el índice $j \in \mathfrak{N}_i^f$ denota a las UGDs vecinas de la i -ésima UGD.

4.3. Consenso en una microrred

Considerando una microrred conformada por N UGDs con la dinámica en (4.5) y topología de acoplamiento físico de un grafo \mathfrak{G}^f . El objetivo del controlador secundario es sincronizar alguno de los estados de las UGDs, por lo general el voltaje V_i o la corriente I_i . El control secundario modifica la referencia de voltaje $V_{ref,i}$ para cada agente, con la finalidad de lograr la sincronización de las UGDs. Esta modificación se hace mediante el incremento ΔV_i , el cual, cambia el voltaje de referencia $V_{ref,i}$ en cada UGD, el cambio se hace sumando ΔV_i al voltaje nominal de referencia de la microrred V_{ref} :

$$V_{ref,i} = V_{ref} + \Delta V_i \quad (4.6)$$

Para la sincronización de las UGDs en un esquema de control distribuido, usualmente, se usan protocolos de consenso. Considerando el protocolo de consenso descrito en (2.12):

$$u_i = \tau k \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} (x_i - x_j) + d_c$$

ΔV_i será igual al error de consenso y V_{ref} es la desviación del protocolo de consenso d_c . Considerando que la microrred tiene una topología de comunicación de un grafo \mathfrak{G}^c y la i -ésima UGD tiene un conjunto de vecinos \mathfrak{N}_i^c . A continuación se presentan protocolos de consenso para voltajes y corrientes por unidad.

4.3.1. Protocolo lineal para consenso de voltajes en una microrred de CD

Una microrred tiene un voltaje nominal, todas las UGDs tienen que dicho voltaje. Para el consenso de voltajes en el PAC, se presenta el siguiente protocolo:

$$V_{ref,i} = V_{ref} + k_V \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} (V_i - V_j) \quad (4.7)$$

donde $K_V \in \mathbb{R}$ es una ganancia de realimentación. La Figura 4.7 muestra el diagrama a bloques de una UGD y la segunda capa de control con un protocolo de consenso de voltajes en el PAC.

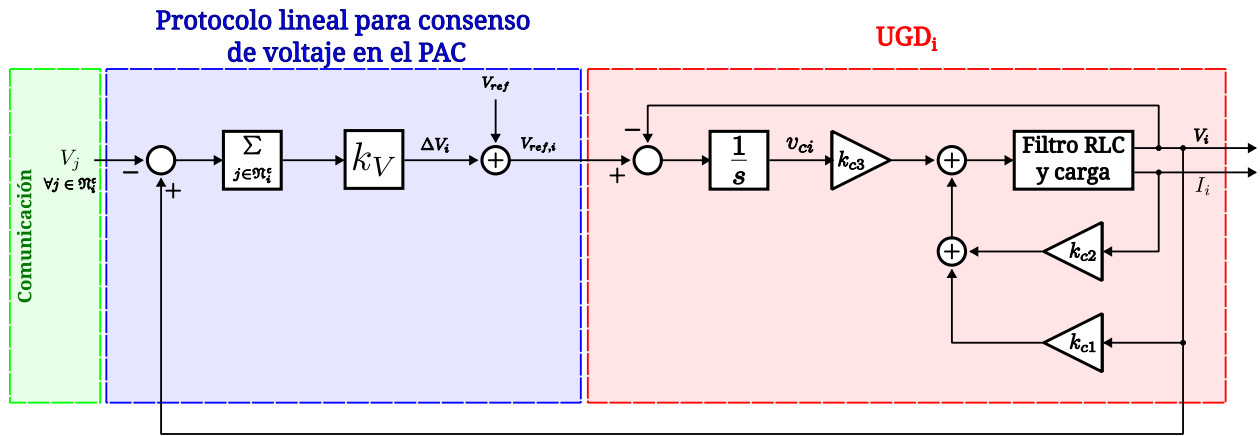


Figura 4.7: Diagrama a bloques de UGD con protocolo de consenso para voltajes.

4.3.2. Protocolo lineal para consenso de corrientes por unidad en una microrred de CD

En una microrred pueden existir escenarios donde una UGD no sea capaz de abastecer a su carga local, por lo que requiera potencia de otra UGD. Uno de los principales objetivos dentro de una microrred es el compartir la corriente de salida de cada generador. Esto se logra si en estado estable, la corriente de carga total se comparte en proporción a la capacidad de cada generador, es decir, en corriente por unidad ($I_{p.u.}$):

$$\frac{I_i}{I_i^{nom}} = \frac{I_j}{I_j^{nom}} \quad \forall i, j \in \mathfrak{N} \quad (4.8)$$

donde $I_i^{nom} > 0$ es la corriente nominal de cada UGD. Para resolver el consenso de corrientes por unidad en la microrred se presenta el siguiente protocolo de consenso propuesto por Tucci *et al.*

(2018):

$$V_{ref,i} = V_{ref} + k_I \int \sum_{j \in \mathfrak{N}_i^c} \left(\frac{I_i}{I_i^{nom}} - \frac{I_j}{I_j^{nom}} \right) dt \quad (4.9)$$

donde $k_I \in \mathbb{R}$ es una ganancia de realimentación que acopla las unidades de corriente para poder ser sumado al voltaje. En la Figura 4.8 se muestra el diagrama de una UGD y la segunda capa de control con un protocolo de consenso de corrientes por unidad. Para el consenso de corrientes

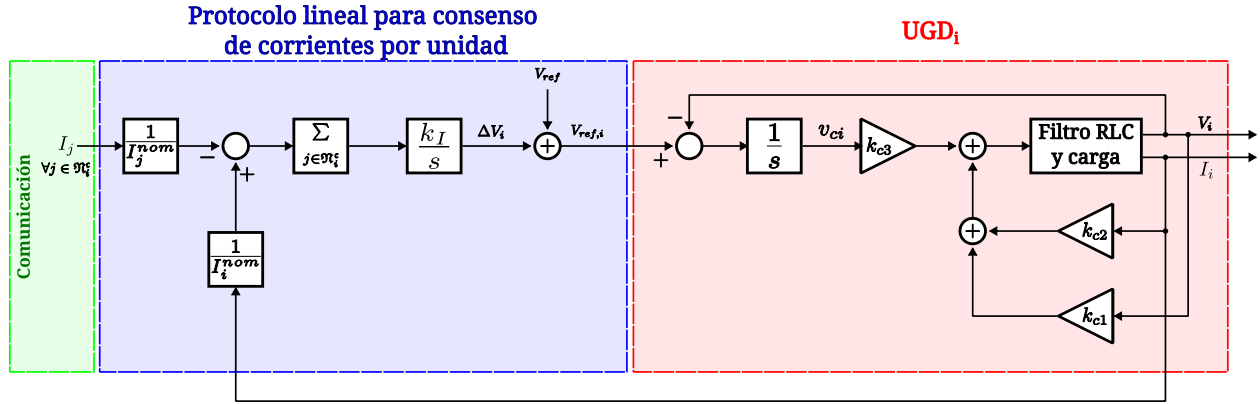


Figura 4.8: Diagrama a bloques de UGD con protocolo de consenso para corrientes por unidad.

por unidad, el voltaje de las UGDs no puede ser el mismo, pero en la microrred el voltaje está balanceado si el promedio de los voltajes de las UGDs es igual al voltaje nominal, es decir:

$$v_p := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i = V_{ref} \quad (4.10)$$

4.4. No linealidad del inductor

La inductancia es la magnitud de oposición a los cambios en la corriente de un inductor. Se define como la relación que hay entre los enlaces de flujo ϕ y la corriente I que fluye por el inductor, los cuales tienen la relación:

$$L = \frac{\phi}{I} \longleftrightarrow \phi = L \cdot I \quad (4.11)$$

Los enlaces de flujo tienen la siguiente relación con el voltaje:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(LI)}{dt} = V \quad (4.12)$$

Considerando el comportamiento dinámico de una UGD en (4.4) pero sin interconexión física y la relación de los enlaces de flujo y el voltaje en (4.12), se presenta el siguiente modelo de una UGD:

$$\begin{aligned} C_i \frac{dV_i}{dt} &= I_i - \frac{V_i}{R_{Li}} \\ \frac{d\phi_i}{dt} &= (k_{c1} - 1)V_i + (k_{c2} - R_i)I_i + k_{c3}v_{ci} \\ \frac{dv_{ci}}{dt} &= -V_i + V_{ref,i} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Un inductor tiene una no linealidad de saturación en los enlaces de flujo, la cual ocurre en valores altos de corriente. Esta no linealidad se aproxima mediante una función de saturación, mencionada en Mastromauro *et al.* (2008) como:

$$\phi(I) = sat_a(I) = \begin{cases} LI_{sat}, & I > I_{sat} \\ LI, & I_{sat} \geq I \geq -I_{sat} \\ -LI_{sat}, & -I_{sat} > I \end{cases} \quad (4.14)$$

donde I_{sat} es el valor de saturación de la corriente. Con base en esta aproximación, se propone una aproximación derivable con una función sigmoide:

$$\phi(I) = sat_m(I) = \frac{a}{1 + e^{-pL_i I_i + c}} \quad (4.15)$$

donde a , p y c son parámetros que ajustan la amplitud, pendiente y cruce por 0 de la función sigmoide. El modelo matemático de la UGD con la no linealidad en términos de la derivada de la corriente I_i es:

$$\begin{aligned} C_i \frac{dV_i}{dt} &= I_i - \frac{V_i}{R_{Li}} \\ \frac{dI_i}{dt} &= \frac{(1+e^{-pL_i I_i + c})^2}{apL_i e^{-pL_i I_i + c}} ((k_{c1} - 1)V_i + (k_{c2} - R_i)I_i + k_{c3}v_{ci}) \\ \frac{dv_{ci}}{dt} &= -V_i + V_{ref,i} \end{aligned} \quad (4.16)$$

En la Figura 4.9 se muestra como cambian los enlaces de flujo con respecto a la corriente con la aproximación en (4.14) y con (4.15).

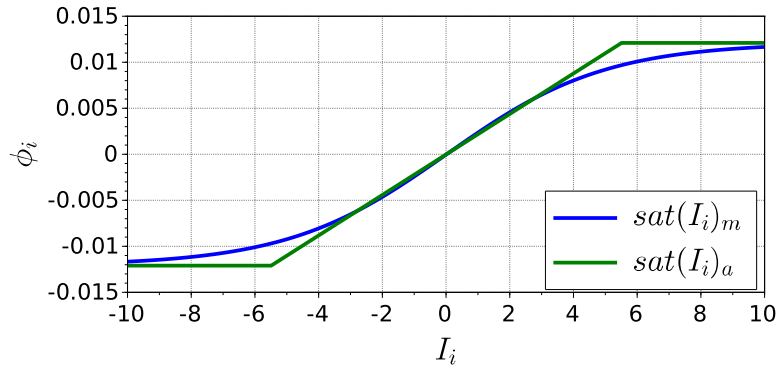


Figura 4.9: Corriente contra enlaces de flujo.

En estado estable, un inductor real en CD se considera como una resistencia, porque no hay cambios de voltaje. Es en el transitorio donde la no linealidad muestra su efecto. En la Figura 4.10, se muestra una comparación del modelo lineal de una UGD en (4.4) y el modelo de una UGD en (4.13) considerando la aproximación no lineal de la saturación de los enlaces de flujo en (4.15), como se puede apreciar, no hay prácticamente diferencia en el comportamiento dinámico del modelo lineal al no lineal, solo una ligera diferencia en el transitorio.

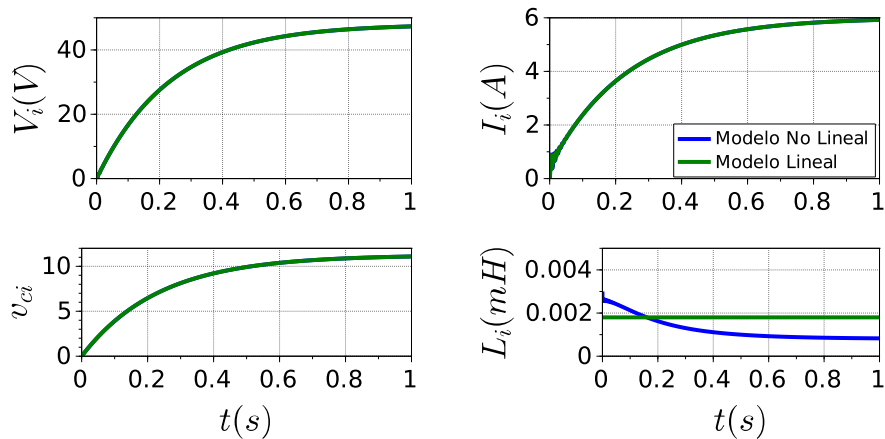


Figura 4.10: UGDs con y sin no linealidad en el inductor.

Como se demostró en las pruebas de estabilidad del protocolo neuronal, para garantizar la estabilidad es un requisito contar con un sistema *Lipschitz*. El modelo dinámico de la UGD en (4.5) es lineal y como todo sistema lineal es *Lipschitz*, no es necesario demostrarlo. Pero el modelo en (4.13) contempla una función sigmoide, la cual no es lineal, por lo tanto, para demostrar que una UGD con no linealidad en el inductor con la función sigmoide es un sistema *Lipschitz*, considere el subespacio D_{buck} :

$$D_{buck} := \{(V_i, I_i, v_{ci}) : I_i \in (0, I_i^{max})\} \quad (4.17)$$

donde I_i^{max} es la corriente máxima de la i -ésima UGD. Considerando el subespacio D_{buck} se tiene la siguiente constante:

$$G_s = \sup \left\{ \frac{(1 + e^{-pL_i(0)+c})^2}{apL_i e^{-pL_i(0)+c}}, \frac{(1 + e^{-pL_i I_i^{max}+c})^2}{apL_i e^{-pL_i I_i^{max}+c}} \right\} \quad (4.18)$$

La constante G_s acota el valor de la función no lineal. Por lo tanto para todo $(V_{ia}, I_{ia}, v_{cia}), (V_{ib}, I_{ib}, v_{cib}) \in D_{buck}$ se puede demostrar que los agentes en (4.16) son *Lipschitz*. A continuación se presenta la demostración, empezando con el término izquierdo de la condición de *Lipschitz* se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{bmatrix} \frac{I_{ia}}{C_i} - \frac{V_{ia}}{R_{Li}C_i} \\ ((k_{c1} - 1)V_{ia} + (k_{c2} - R_i)I_{ia} + k_{c3}v_{cia})G_s \\ -V_{ia} + V_{ref,i} \end{bmatrix} \right\| \\ & - \left\| \begin{bmatrix} \frac{I_{ib}}{C_i} - \frac{V_{ib}}{R_{Li}C_i} \\ ((k_{c1} - 1)V_{ib} + (k_{c2} - R_i)I_{ib} + k_{c3}v_{cib})G_s \\ -V_{ib} + V_{ref,i} \end{bmatrix} \right\| \\ & = \left\| \begin{bmatrix} \frac{1}{C_i}(I_{ia} - I_{ib}) - \frac{1}{R_{Li}C_i}(V_{ia} - V_{ib}) \\ ((k_{c1} - 1)(V_{ia} - V_{ib}) + (k_{c2} - R_i)(I_{ia} - I_{ib}) + k_{c3}(v_{cia} - v_{cib}))G_s \\ (V_{ib} - V_{ia}) \end{bmatrix} \right\| \quad (4.19) \end{aligned}$$

Al desarrollar la norma euclidiana de (4.19), con manipulaciones algebraicas y empleando la desigualdad de la media cuadrática con la media aritmética y la desigualdad de la media geométrica con la media aritmética se tiene la siguiente desigualdad:

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{bmatrix} \frac{1}{C_i}(I_{ia} - I_{ib}) - \frac{1}{R_{Li}C_i}(V_{ia} - V_{ib}) \\ ((k_{c1} - 1)(V_{ia} - V_{ib}) + (k_{c2} - R_i)(I_{ia} - I_{ib}) + k_{c3}(v_{cia} - v_{cib}))G_s \\ (V_{ib} - V_{ia}) \end{bmatrix} \right\| \\ & \leq \left[\left(\frac{2}{(R_{Li}C_i)^2} + 3G_s^2(k_{c1} - 1)^2 + 1 \right) (V_{ia} - V_{ib})^2 \right. \\ & \quad \left. + 3G_s^2 k_{c3}^2 (v_{cia} - v_{cib})^2 \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{2}{C_i^2} + 3G_s^2(k_{c2} - R_i)^2 \right) (I_{ia} - I_{ib})^2 \right]^{1/2} \quad (4.20) \end{aligned}$$

Ahora al aplicar la desigualdad de *Minkowski* se tiene:

$$\begin{aligned}
& \left[\left(\frac{2}{(R_{Li}C_i)^2} + 3G_s^2(k_{c1} - 1)^2 + 1 \right) (V_{ia} - V_{ib})^2 \right. \\
& + 3G_s^2k_{c3}^2(v_{cia} - v_{cib})^2 \\
& \left. + \left(\frac{2}{C_i^2} + 3G_s^2(k_{c2} - R_i)^2 \right) (I_{ia} - I_{ib})^2 \right]^{1/2} \\
& \leq \left| \sqrt{\left(\frac{2}{(R_{Li}C_i)^2} + 3G_s^2(k_{c1} - 1)^2 + 1 \right) (V_{ia} - V_{ib})} \right| \\
& + \left| \sqrt{3G_s^2k_{c3}^2(v_{cia} - v_{cib})} \right| \\
& + \left| \sqrt{\left(\frac{2}{C_i^2} + 3G_s^2(k_{c2} - R_i)^2 \right) (I_{ia} - I_{ib})} \right|
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Finalmente, aplicado la desigualdad de *Cauchy-Schwarz* se tiene:

$$\begin{aligned}
& \left| \sqrt{\left(\frac{2}{(R_{Li}C_i)^2} + 3G_s^2(k_{c1} - 1)^2 + 1 \right) (V_{ia} - V_{ib})} \right| \\
& + \left| \sqrt{3G_s^2k_{c3}^2(v_{cia} - v_{cib})} \right| \\
& + \left| \sqrt{\left(\frac{2}{C_i^2} + 3G_s^2(k_{c2} - R_i)^2 \right) (I_{ia} - I_{ib})} \right| \\
& \leq \left[\left(\frac{2}{(R_{Li}C_i)^2} + 3G_s^2(k_{c1} - 1)^2 + 1 \right) + 3G_s^2k_{c3}^2 \right. \\
& \left. + \left(\frac{2}{C_i^2} + 3G_s^2(k_{c2} - R_i)^2 \right) \right]^{1/2} \left\| \begin{bmatrix} (V_{ia} - V_{ib}) \\ (I_{ia} - I_{ib}) \\ (v_{cia} - v_{cib}) \end{bmatrix} \right\|
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Al comparar (4.22) con la condición de *Lipschitz* :

$$||f_i(x_a) - f_i(x_b)|| \leq L||x_a - x_b||$$

es fácil ver que la UGD con el modelo en (4.16) es un sistema *Lipschitz* , con una constante de

Lipschitz :

$$\left[\left(\frac{2}{(R_{Li}C_i)^2} + 3G_s^2(k_{c1} - 1)^2 + 1 \right) + 3G_s^2k_{c3}^2 + \left(\frac{2}{C_i^2} + 3G_s^2(k_{c2} - R_i)^2 \right) \right]^{1/2} \quad (4.23)$$

Conclusiones del capítulo

En el presente capítulo se describió el concepto y modelo de una microrred de CD. En la que sus agentes son UGDs, las cuales tienen un convertidor reductor con un filtro de acoplamiento conectado a una carga y a otras UGDs. Asimismo, se prestaron protocolos lineales y neuronales para el consenso de voltajes o de corrientes por unidad. Dichos protocolos permiten la sincronización de las UGDs dentro de la microrred. En el siguiente capítulo se presentan una serie de pruebas bajo diferentes escenarios, para comprobar el comportamiento del protocolo neuronal contra el protocolo lineal.

Pruebas y Resultados

El protocolo neuronal de consenso propuesto en el Capítulo 3. Protocolos de Consenso, se probó en simulación en *Scilab*, considerando diferentes escenarios y ruido *Gaussiano* para simular ruido de medición a la entrada de cada protocolo de consenso. En todos los escenarios, se compara el protocolo neuronal de consenso con el protocolo lineal de consenso, con la finalidad de tener un punto de referencia del comportamiento del protocolo neuronal de consenso aplicado a microredes de CD. La microrred está compuesta por unidades de generación distribuida (UGD) cuyo comportamiento dinámico es:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_i &= \frac{1}{C_i} \left(-\frac{V_i}{R_{Li}} + I_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i^f} \frac{1}{R_{ij}} (V_i - V_j) \right) \\
 \dot{I}_i &= \frac{1}{L_i} \left((k_{c1} - 1)V_i + (k_{c2} - R_i)I_i + k_{c3}v_{ci} \right)^S \\
 \dot{v}_{ci} &= -V_i + V_{ref,i}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Tal como se especificó en el Capítulo 4 Caso de estudio: Microrred de CD, las UGDs son consideradas como los agentes dentro de la microrred.

El objetivo de control es lograr el consenso de las UGDs de la microrred de CD. Se consideran dos vertientes posibles para el consenso. La primera, consenso en voltajes en el punto de acoplamiento común, es decir $V_i = V_j, \forall (i, j) \in \mathfrak{A}$; la segunda vertiente, consenso en corriente por unidad para distribuir la carga total entre todas las UGD, es decir: $I_i/I_i^{nom} = I_j/I_j^{nom}, \forall (i, j) \in \mathfrak{A}$, donde I_i^{nom} y I_j^{nom} son las corrientes nominales de cada UGD. Se asume que la entrada de control para el consenso de cada UGD es ΔV_i con una desviación de $48V$ que es el voltaje nominal de la microrred, esto es:

$$V_{ref,i} = 48 + \Delta V_i \tag{5.2}$$

Para poder medir el rendimiento de los protocolos de consenso se considera el error de sincroniza-

ción global de un sistema multiagente $||\Xi||$, para consenso en voltajes, el error de sincronización en voltaje $||\Xi_v||$ se define como:

$$||\Xi_v|| := ||[\xi_{v1}^T, \xi_{v2}^T, \dots, \xi_{vN}^T]||, \quad \xi_{vi} = V_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_j \quad (5.3)$$

y para consenso en corrientes por unidad, el error de sincronización en corrientes por unidad $||\Xi_c||$ se define como:

$$||\Xi_c|| := ||[\xi_{c1}^T, \xi_{c2}^T, \dots, \xi_{cN}^T]||, \quad \xi_{ci} = \frac{I_i}{I_i^{nom}} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{I_j}{I_j^{nom}} \quad (5.4)$$

Asimismo, se considera el error de sincronización acumulado como un índice de desempeño, el cual se define como la integral del error de sincronización:

$$e_a = \int_0^T ||\Xi|| dt \quad (5.5)$$

Y el error promedio en estado estacionario:

$$e_f = \frac{1}{T - t_1} \int_{t_1}^T ||\Xi|| dt \quad (5.6)$$

donde T es tiempo final de la simulación y t_1 es el 80 % de T .

Se usa el superíndice cn para hacer referencia al protocolo neuronal de consenso, por lo tanto: e_a^{cn} , e_f^{cn} , $||\Xi_v^{cn}||$ y $||\Xi_c^{cn}||$ son los errores en la microrred con el protocolo neuronal de consenso. De igual forma, el superíndice cl hace referencia a los protocolos lineales de consenso, por lo que e_a^{cl} , e_f^{cl} , $||\Xi_v^{cl}||$ y $||\Xi_c^{cl}||$ son los errores en la microrred con el protocolo lineal de consenso.

Para el protocolo neuronal de consenso se considera $v_{ei}(e_i) = k_v e_i + k_v \text{sat}(e_i)$ y una red neuronal con la forma:

$$\Delta V_i = \hat{W}_i^T S_i(z_i) \quad (5.7)$$

en donde las funciones de activación $S_i(z_i)$ son funciones *Gaussianas* y los pesos sinápticos \hat{W}_i son estimados con el algoritmo de aprendizaje:

$$\dot{\hat{W}}_i = -(\kappa_0 ||\hat{W}_i|| + \kappa_1 |e_i| + \kappa_2) S_i(z_i) e_i - \delta (||\hat{W}_i|| + |e_i| + 1) ||S_i(z)|| |e_i| \hat{W}_i \quad (5.8)$$

Para el consenso en voltajes se considera una red neuronal con 120 neuronas y entrada $z_i =$

$[V_i, v_{ei}(e_{vi})]$. Se define el error de consenso en voltajes e_{vi} como:

$$e_{vi} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} (V_i - V_j), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.9)$$

El diagrama a bloques del protocolo neuronal de consenso de voltajes y la i -ésima UGD se muestra en la Figura 5.1.

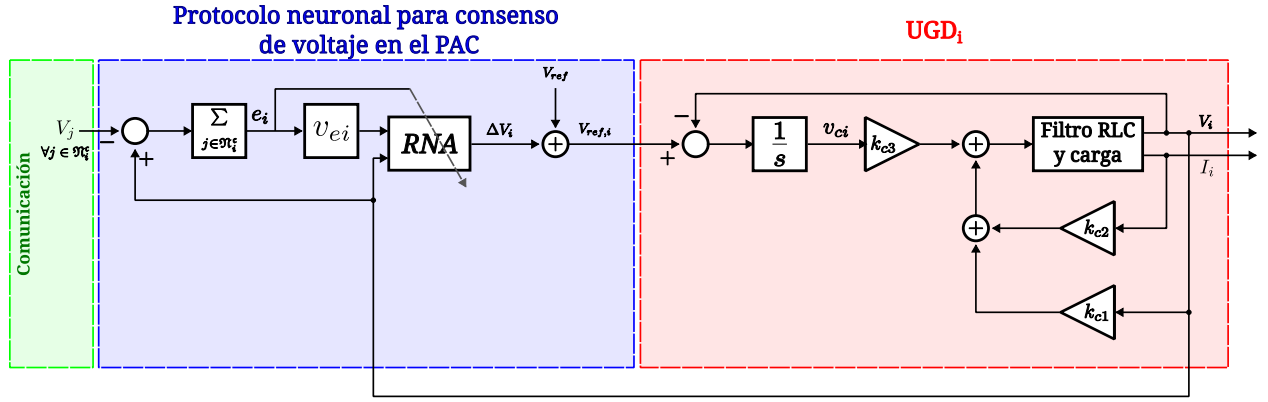


Figura 5.1: Diagrama a bloques del protocolo neuronal de consenso con UGD para voltajes.

Para el consenso en corrientes por unidad se considera una red neuronal con 32 neuronas y entrada $z_i = [I_i/I_i^{nom}, v_{ei}(e_{ci})]$. Se define el error de consenso en corrientes por unidad e_{ci} como:

$$e_{ci} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} \left(\frac{I_i}{I_i^{nom}} - \frac{I_j}{I_j^{nom}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5.10)$$

El diagrama a bloques del protocolo neuronal de consenso de corrientes por unidad y la i -ésima UGD se muestran en la Figura 5.2.

Para el consenso con protocolos lineales, se ocupan los descritos en la "Sección 4.3. Consenso en una microrred", el protocolo lineal de consenso para el voltaje es:

$$V_{ref,i} = V_{ref} + k_V \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} (V_i - V_j)$$

y el protocolo lineal de consenso para la corriente por unidad es:

$$V_{ref,i} = V_{ref} + k_I \int \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} \left(\frac{I_i}{I_i^{nom}} - \frac{I_j}{I_j^{nom}} \right) dt$$

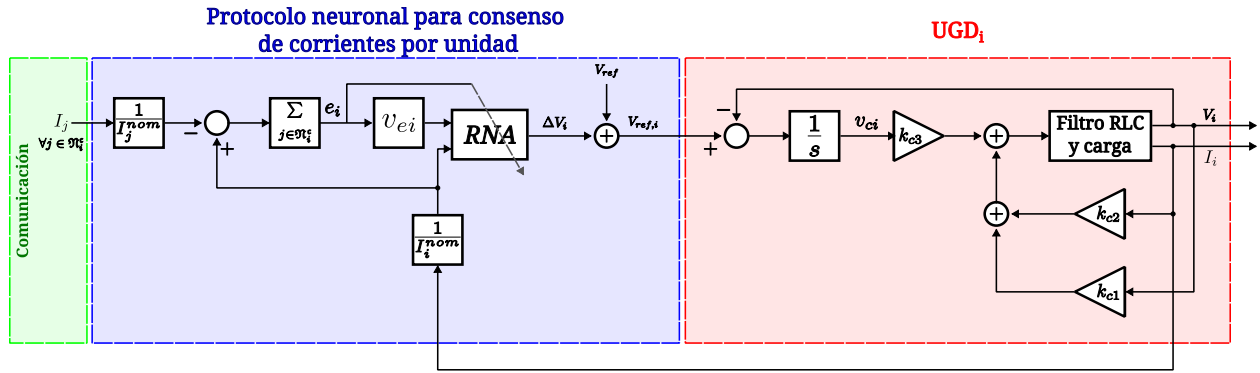


Figura 5.2: Diagrama a bloques del protocolo neuronal de consenso con UGD para corrientes por unidad.

donde las ganancias de realimentaci3n son $k_V = K_I = 1$. Pruebas enfocadas al protocolo lineal de consenso en la microrred se presentan en el art3culo titulado: Estrategias de consenso en microrred de CD, publicado en la 9ª jornada de ciencia y tecnolog3a, el cual se presenta en el Anexo B.

5.1. Incertidumbre paramétrica

En las microrredes se pueden encontrar UGDs con el mismo modelo dinámico, pero con comportamiento un poco diferente, esto se debe a la incertidumbre paramétrica que se encuentra en las UGDs, incluso siendo del mismo fabricante. La incertidumbre paramétrica se entiende como la variaci3n del valor del mismo parámetro dentro de las UGDs, por ejemplo, los valores de los parámetros del filtro de acoplamiento. La incertidumbre está presente principalmente en las resistencias de carga e interconexi3n de la microrred. Para la validaci3n del protocolo neuronal de consenso propuesto ante incertidumbre paramétrica, se realizaron una serie de simulaciones, en las que se consideraron las tolerancias máximas y mínimas de desviaci3n del valor nominal en los componentes de las UGD, dichas tolerancias fueron escogidas de acuerdo con el valor de tolerancia estándar especificado por los fabricantes. Se considera el parámetro de resistencia R , con una tolerancia de desviaci3n del $\pm 10\%$ del valor nominal, la inductancia L y la capacitancia C , con una tolerancia de desviaci3n del $\pm 30\%$ de su valor nominal en sus respectivas unidades y R_L con una desviaci3n del $\pm 50\%$ de su valor. Las resistencias de interconexi3n R_{ij} están ligadas al cable de interconexi3n y a la distancia entre las unidades de generaci3n, se consideró que hay una distancia mínima con la que la resistencia del cable es de 0.5Ω y una distancia máxima con la que la resistencia es de 1Ω . En la Tabla 5.1 se muestran los parámetros nominales, máximos y mínimos considerando sus respectivas tolerancias. Para esta prueba se realizó una combinaci3n entre los parámetros, dando un total de 32 combinaciones, las cuales se muestran en el Anexo C.

Tabla 5.1: Parámetros de las UGDs.

Parámetro	Tolerancia	mínimo	nominal	máximo
$R(m\Omega)$	$\pm 10\%$	1.80	2.00	2.20
$L(mH)$	$\pm 30\%$	1.26	1.80	2.34
$C(mF)$	$\pm 30\%$	1.54	2.20	2.86
$R_L(\Omega)$	$\pm 50\%$	16	32	48
$R_{ij}(\Omega)$	np	0.5	0.75	1

Tomando en cuenta las pruebas de estabilidad, el protocolo neuronal de consenso no necesita conocer por completo el modelo matemático del sistema. Asimismo, al contemplar las tolerancias máximas y mínimas, se valora que las 32 simulaciones resultantes de la combinación de los parámetros en la Tabla 5.1, son suficientes para demostrar el funcionamiento de los protocolos de consenso ante incertidumbre paramétrica. Porque al trabajar con los límites de la incertidumbre, se estima que los protocolos tendrán un comportamiento semejante con valores intermedios. Adicionalmente, en el Anexo D se muestran algunas pruebas de los protocolos de consenso con parámetros aleatorios.

Como escenario de prueba se considera una microrred con tres UGDs, los cuales tienen el comportamiento dinámico en (5.1) y su topología de comunicación y acoplamiento físico se muestra en la Figura 5.3 con los grafos \mathcal{G}^c y \mathcal{G}^f . Las líneas rojas en el grafo de acoplamiento físico \mathcal{G}^f representan las resistencias de interconexión R_{ij} .

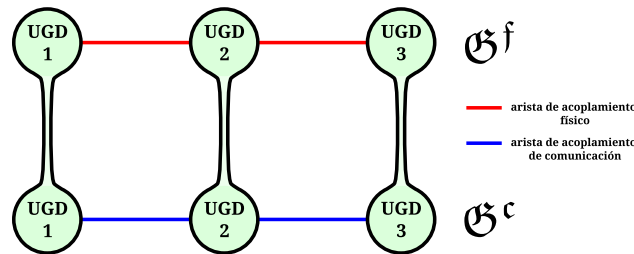


Figura 5.3: Grafos de una microrred con tres agentes.

5.1.1. Escenario 1: consenso para voltajes ante incertidumbre paramétrica

Se probó primero el consenso en voltajes, se realizaron simulaciones consecutivas en las que se combinaron los diferentes parámetros máximos y mínimos de las UGDs, dando como resultado 32 simulaciones usando protocolo lineal y 32 simulaciones con el protocolo neuronal. En la Figura 5.4, se muestran tres de las 32 simulaciones con cada protocolo de consenso, cada gráfica es una simulación diferente, la primera gráfica es la primera simulación, en la que se toman las tolerancias mínimas de los parámetros de las UGDs, en la siguiente, se cambia a la tolerancia máxima de las

resistencias R y R_{ij} , por último, en la tercera gráfica se contempla la tolerancia máxima de C . Como se puede observar en todos los casos se logró el consenso de voltajes, tanto con el protocolo neuronal, como con el protocolo lineal, llegando siempre al voltaje nominal $48V$ en todas las simulaciones.

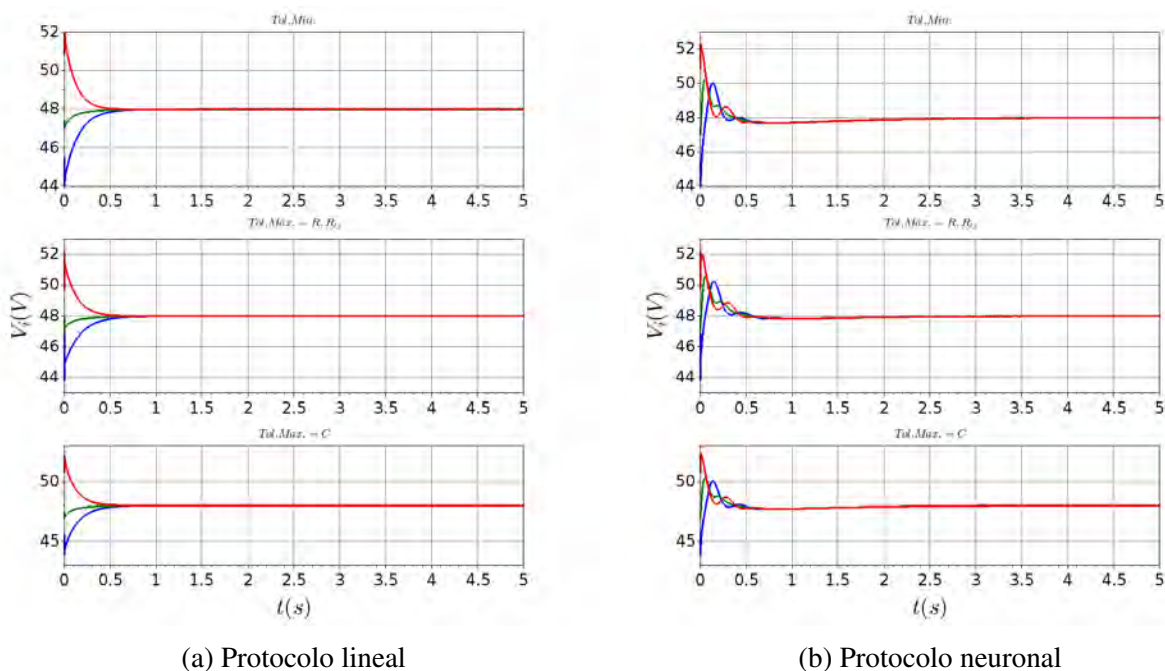
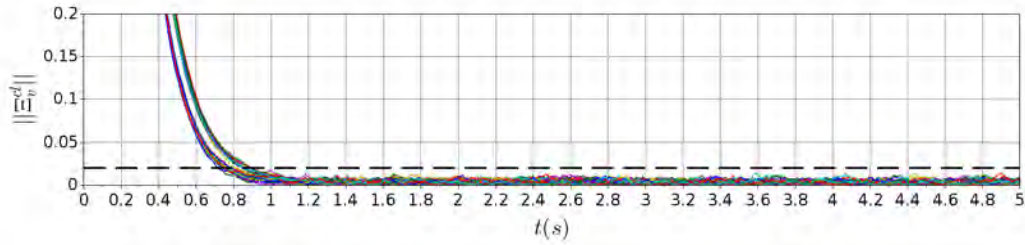


Figura 5.4: Voltajes de las UGDs con protocolos de consenso ante incertidumbre paramétrica.

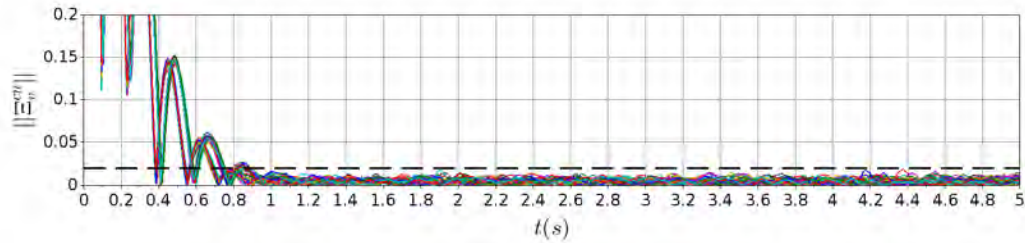
En la Figura 5.5 se muestran los errores de sincronización $\|\Xi_v\|$ de cada simulación, la línea punteada marca una banda de error 0.02. Como se puede ver, el protocolo neuronal muestra una respuesta oscilante, en contraste con el protocolo lineal que tiene una respuesta suave. Con ambos protocolos, en todas las simulaciones se logra reducir el error de sincronización a menos de 0.02, con un tiempo promedio de $0.76s$ para el protocolo neuronal y de $0.81s$ para el protocolo lineal.

En la Tabla 5.2 se muestran los tiempos en los que cada protocolo de consenso llegó a la banda de error de 0.02. Los tiempos máximos y mínimos en los que llegaron a esta banda son: $0.89s$ y $0.68s$ para el protocolo neuronal; $0.91s$ y $0.71s$ para el protocolo lineal. La desviación estándar de los tiempos en los que llegan a la banda son: $0.091s$ para el protocolo neuronal y $0.061s$ para el protocolo lineal.

Para comparar ambos consenso de forma numérica, se considera el error de sincronización acumulado e_a en (5.5), en el cual se muestra en la Tabla 5.3, donde se puede apreciar que el



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 5.5: Error de sincronización en voltajes ante incertidumbre paramétrica.

Tabla 5.2: Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en voltaje ante incertidumbre paramétrica.

Tiempo	protocolo lineal	protocolo neuronal
Máximo	0.91s	0.89s
Promedio	0.81s	0.76s
Mínimo	0.71s	0.68s
Desviación estándar	0.061s	0.091s

protocolo neuronal presenta un menor error de sincronización acumulado en todas las simulaciones. El protocolo neuronal tiene un promedio de error de sincronización acumulado en voltaje de 3516.88, mientras que el protocolo lineal tiene un promedio de error de sincronización acumulado de 7182.58. La desviación estándar del error de sincronización acumulado del protocolo neuronal es de 30.58 y del protocolo lineal es de 13.67. Finalmente, el promedio del error promedio en estado estacionario e_f en (5.6), para el protocolo neuronal es 0.004766 y con el protocolo lineal es 0.003535.

Como se pudo apreciar en las simulaciones anteriores, el protocolo neuronal propuesto es capaz de lidiar ante la incertidumbre paramétrica. Se logró llegar al consenso considerando la tolerancia máxima y mínima de desviación del valor nominal de los parámetros en la microrred. En el consenso de voltajes con incertidumbre, la diferencia de tiempo promedio en el que ambos protocolos reducen el error de sincronización no es grande. Pero el protocolo neuronal, presentó un error de

Tabla 5.3: Errores de sincronización en voltaje ante incertidumbre paramétrica.

Error acumulado	protocolo lineal	protocolo neuronal
Máximo	7213.56	3570.69
Promedio	7182.58	3516.88
Mínimo	7154.70	3450.54
Desviación estándar	13.67	30.58
Error estado estacionario e_f	0.003535	0.004766

sincronización acumulado menor al error de sincronización del protocolo lineal. Sin embargo, con el error en estado estable es lo contrario, el error del protocolo neuronal es mayor que con el protocolo lineal. Lo que significa que el protocolo neuronal reduce mejor los errores en el transitorio.

5.1.2. Escenario 2: consenso para corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica

Para el consenso de corrientes por unidad para la distribución de las cargas en toda la microrred, se tomó el mismo escenario, considerando 32 simulaciones para el protocolo lineal y 32 para el protocolo neuronal, en las cuales se tomaron los valores máximos y mínimos de los parámetros de la microrred. De las simulaciones, se obtuvo la Figura 5.6, en la cual se puede ver las corrientes por unidad de las UGDs en tres de las 32 simulaciones con cada protocolo de consenso. De igual forma que con el consenso de voltajes, en la primera gráfica se toman todas las tolerancias mínimas de los parámetros de las UGDs, en las siguientes gráficas, las tolerancias máximas de las resistencias R , R_{ij} y finalmente, la tolerancia máxima de C . Como se puede apreciar, en todas las simulaciones se llega a un consenso en corrientes por unidad. Asimismo, el protocolo neuronal tiene una respuesta oscilatoria en comparación con el protocolo lineal, aun en estado estacionario.

En la Figura 5.7 se muestran los errores de sincronización $||\Xi_c||$ de cada simulación, donde, la línea punteada marca la banda de error de 0.02. Se puede observar que el protocolo neuronal tiene un comportamiento semejante en todas las simulaciones, mientras que el protocolo lineal presenta un comportamiento un poco diferente en cada simulación. También, el protocolo neuronal logra reducir el error de sincronización más rápido que el protocolo lineal. Pero, con ambos protocolos se logra reducir el error de sincronización a menos de 0.02, con un tiempo promedio de 1.87s para el protocolo neuronal y de 3.21s para el protocolo lineal. En la Tabla 5.4 se muestran los tiempos en los que los protocolos de consenso llegaron a la banda de error de 0.02. Los tiempos máximos y mínimos son: 3.27s y 1.06s para el protocolo neuronal; 4.54s y 1.94s para el protocolo lineal. La desviación estándar de los tiempos en los que llegan a la banda de error son: 0.71s para el

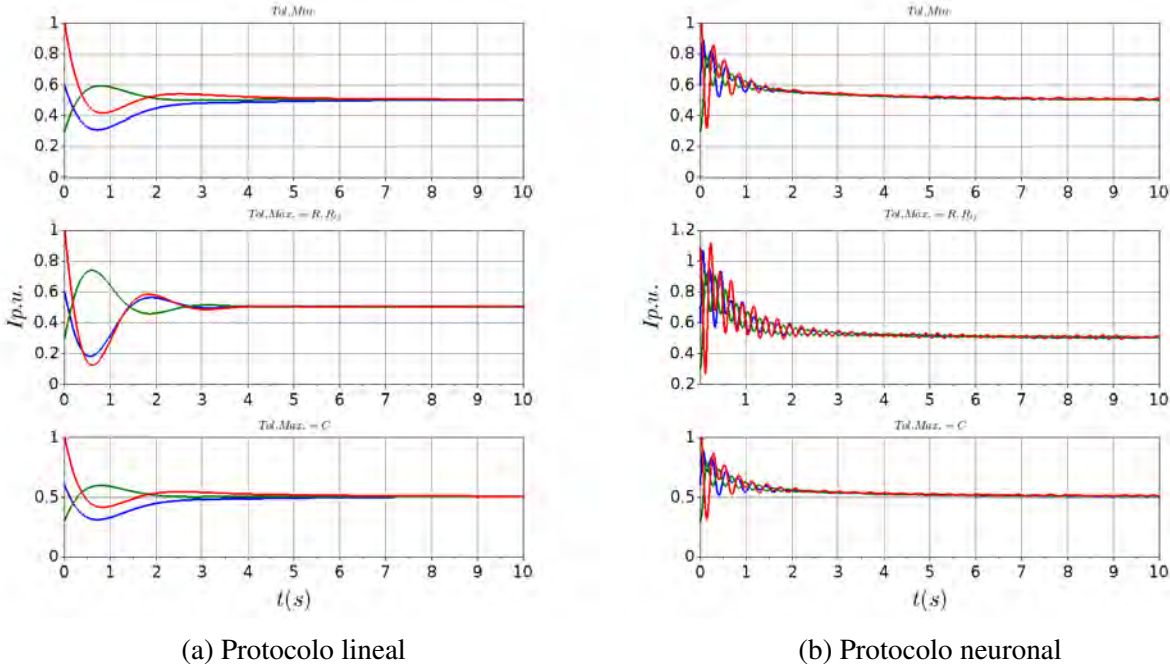


Figura 5.6: Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante incertidumbre paramétrica.

protocolo neuronal y $0.98s$ para el protocolo lineal.

Tabla 5.4: Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica.

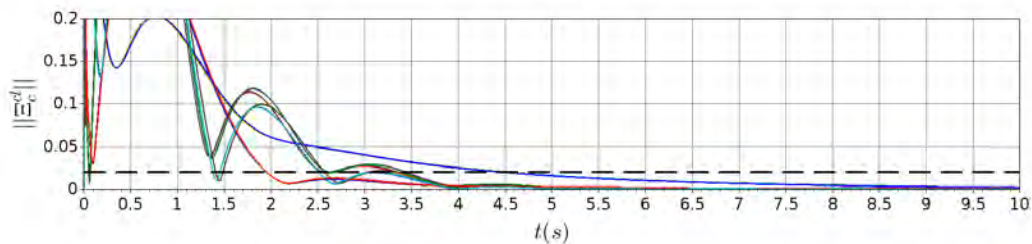
Tiempo	protocolo lineal	protocolo neuronal
Máximo	$4.54s$	$3.27s$
Promedio	$3.21s$	$1.87s$
Mínimo	$1.94s$	$1.06s$
Desviación estándar	$0.98s$	$0.71s$

De igual forma, para comparar numéricamente los protocolos de consenso, se emplea el error de sincronización acumulado e_a en cada simulación, los cuales se muestran en la Tabla 5.5. El protocolo neuronal tiene un promedio de error de sincronización acumulado de 1568.05 y el protocolo lineal de 4848.69 . De los errores de sincronización acumulados, se puede ver que el protocolo neuronal tiene un menor error de sincronización acumulado y con valores cercanos entre sí, mientras que el protocolo lineal tiene errores de sincronización acumulados más altos y con una dispersión mayor entre todas las simulaciones. Esto se puede ver más claramente con la desviación estándar del error de sincronización acumulado, para el protocolo neuronal es de 478.95 y para el protocolo lineal es de 821.58 . El promedio del error promedio en estado estacionario e_f con el protocolo

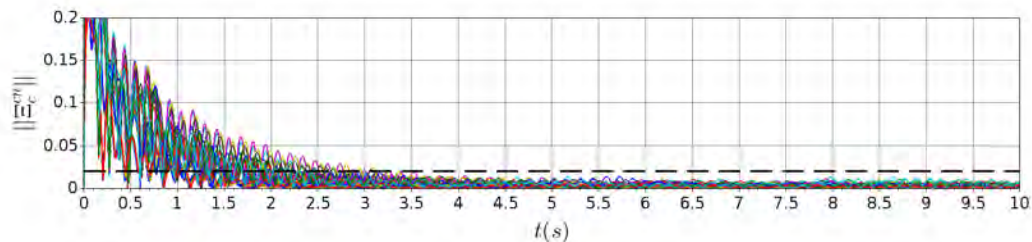
neuronal es 0.003212 y con el protocolo lineal es de 0.001144.

Tabla 5.5: Errores de sincronización en corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica.

Error acumulado	protocolo lineal	protocolo neuronal
Máximo	6007.05	2399.80
Promedio	4848.69	1568.05
Mínimo	3698.52	873.44
Desviación estándar	821.58	478.95
Error estado estacionario e_f	0.001144	0.003212



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 5.7: Error de sincronización en corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica.

Con el consenso de corrientes por unidad con incertidumbre, se observó con mayor claridad una característica importante en el protocolo neuronal, en todas las simulaciones se observó un comportamiento parecido en la dinámica del error de sincronización, lo que significa que no se ve tan afectado por la variación de los parámetros de las UGDs. Por otra parte, con el protocolo lineal, sí se presentó una variación notable en el comportamiento dinámico del error de sincronización, tendiendo hacia cuatro tipos de comportamiento dinámico. Esto, también se puede observar en los tiempos de convergencia a la banda de error de 0.02. Tanto en el consenso de voltajes como el de corrientes por unidad, los errores acumulados muestran el mismo comportamiento, el protocolo neuronal mostró un menor error de sincronización acumulado y un mayor error en estado estable en comparación con el protocolo lineal. Con los datos obtenidos de las simulaciones, se puede

decir que ambos protocolos pueden llegar al consenso considerando la incertidumbre paramétrica, el protocolo neuronal mantiene un comportamiento semejante entre sí y puede reducir el error de sincronización más rápido, pero mantiene un error en estado estacionario mayor al del protocolo lineal.

5.2. Topologías de redes de comunicación

Los sistemas multiagente con estrategias distribuidas de sincronización, tienen la característica fundamental de tener redes de intercambio de información. La topología de estas redes está representada por un grafo \mathcal{G}^c y puede tener diferentes estructuras. Dependiendo de la estructura del grafo de comunicación \mathcal{G}^c , los protocolos de consenso pueden ser más o menos efectivos. Esto dependerá de las conexiones que existan entre los agentes. Un grafo completo, es decir, que todos los agentes están comunicados entre sí, tiene mejor desempeño de llegar al consenso, en comparación a uno que tiene pocos enlaces de comunicación. Si se ve desde un punto de vista matemático, en un grafo no dirigido, el desempeño con que los protocolos consigan el consenso, dependerá de los valores propios de la matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c del grafo \mathcal{G}^c y su relación propia φ , la cual está se considera como:

$$\varphi := \frac{\lambda_{max}^c}{\lambda_{min}^c}, \lambda_{min}^c \neq 0 \quad (5.11)$$

donde λ_{max}^c y λ_{min}^c son el mayor y menor valor propio diferentes de cero de la matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c . Una relación propia con un valor grande tendrá peor desempeño en llegar al consenso y a relación propia con un menor valor tendrá un mejor desempeño para los protocolos en llegar al consenso (Turan *et al.* 2021), dicho de otra forma, mientras mejor comunicados estén los agentes, será más fácil llegar al consenso por tener mayor información. Para probar el protocolo neuronal de consenso propuesto, se considera una microrred con UGDs con el comportamiento dinámico expresado en (5.1) y con diferentes topologías de comunicación. Las diferentes topologías se presentan en los grafos de la Figura 5.8, los cuales presentan diferente relación propia, por lo tanto, cada grafo tiene diferente nivel de desempeño en lograr el consenso para los protocolos. Cada par de grafos cuenta con seis UGDs con la misma topología en el grafo de acoplamiento físico \mathcal{G}^f , pero diferente topología en el grafo de comunicación \mathcal{G}^c .

El grafo en la Figura 5.8a se muestra un grafo completo, con el que se espera el mejor desempeño para llegar al consenso, porque todas UGDs están comunicadas entre sí, lo que da como resultado que la relación propia sea $\varphi = 1$, la cual es la mínima posible, por lo tanto, con el mejor desempeño para los protocolos de consenso. El grafo completo tiene una matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c con

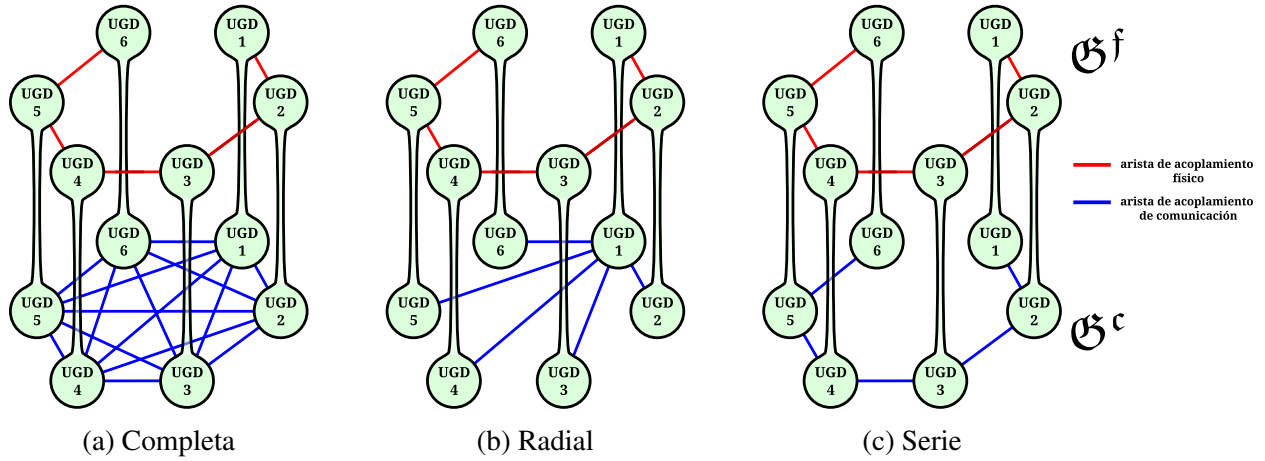


Figura 5.8: Topologías de comunicación.

relación propia:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 5 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 5 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \varphi = 1 \tag{5.12}$$

En la Figura 5.8b se muestra un grafo con una topología de tipo radial, en el que una sola UGD tiene comunicación con todas las demás UGDs, con este grafo se presenta una dificultad más alta para que los protocolos lleguen al consenso, ya que la relación propia de este grafo es mayor. El grafo tipo radial tiene una matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c y relación propia:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \varphi = 6 \tag{5.13}$$

Finalmente, en la Figura 5.8c se muestra un grafo con una topología tipo serie, en el que la comunicación fluye de la primera UGD hasta la sexta UGD y viceversa. Este grafo tiene la mayor dificultad para los protocolos en llegar al consenso, porque tiene la mayor relación propia φ de las

tres topologías presentadas. El grafo tipo serie tiene una matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^s y relación propia:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \varphi = 13.93 \quad (5.14)$$

5.2.1. Escenario 3: consenso para voltajes ante topologías de comunicación

Primero se probó con el consenso de voltajes en el PAC, se probó el protocolo neuronal y lineal con todas las topologías de comunicación de la Figura 5.8, dando como resultado seis simulaciones. Las respuestas en voltaje de la microrred con las diferentes topologías y protocolos de consenso, se muestran en la Figura 5.9. Cada gráfica es una simulación. Como se puede apreciar, tanto el protocolo neuronal como el lineal, logran llegar al consenso de voltaje y convergen al voltaje nominal de $48V$. Con el grafo completo, no se presentó ningún problema, pero con los grafos con topología del tipo radial y serie, el protocolo neuronal presenta un sobre tiro en el voltaje, de $2V$ para la topología radial y $7V$ para la topología serie.

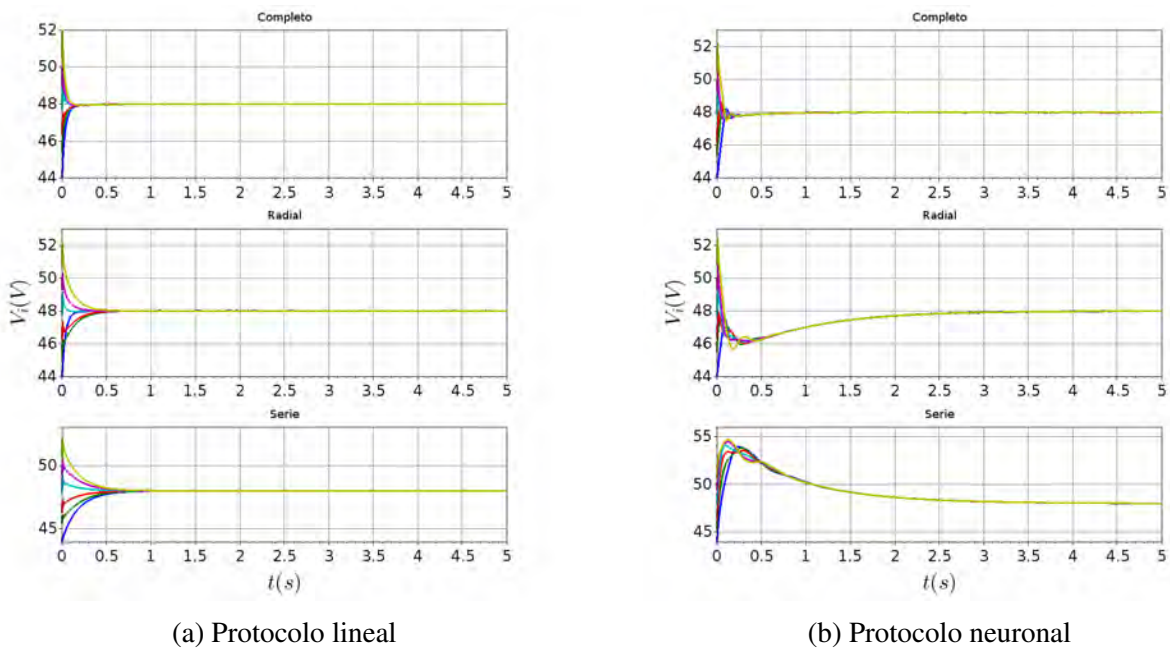
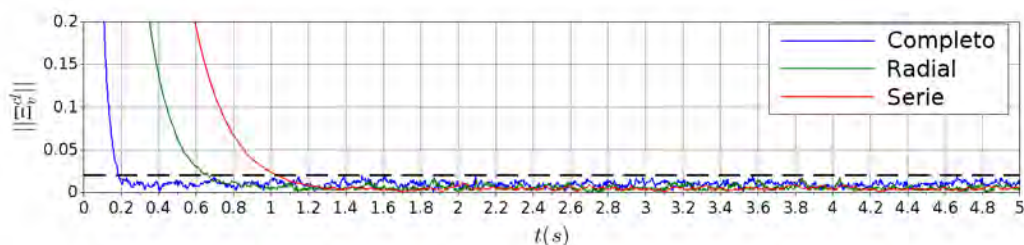


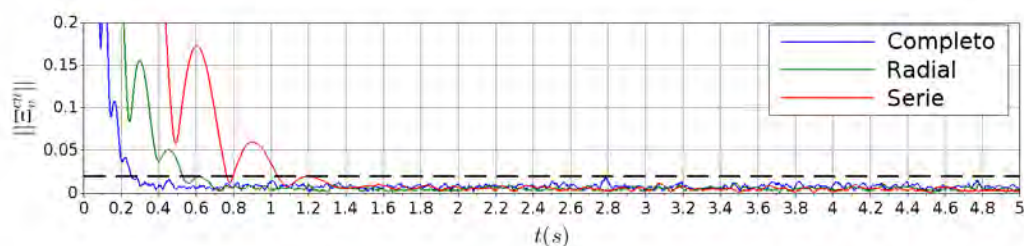
Figura 5.9: Voltajes de las UGDs con protocolos de consenso ante topologías de comunicación.

En la Figura 5.10 se muestran los errores de sincronización $||\Xi_v||$ de cada simulación, la línea

negra punteada representa una banda de error de 0.02. Como se puede ver y como era esperado, cada topología de comunicación representa diferente grado de dificultad para que los protocolos lleguen al consenso. Los dos protocolos tuvieron semejantes dificultades para llegar al consenso con las diferentes topologías. Esto se puede ver en la Tabla 5.6, donde se muestra que tiempo pro-



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 5.10: Error de sincronización en voltajes ante topologías de comunicación.

medio para el protocolo neuronal es de $0.60s$ y el del protocolo lineal es de $0.62s$, prácticamente, no hay diferencia entre los tiempos de convergencia e incluso con la topología de serie, la que tiene mayor dificultad para el consenso, ambos protocolos tuvieron el mismo tiempo de convergencia a la banda de error.

Tabla 5.6: Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en voltaje ante topologías de comunicación.

Grafo	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
Completo	$0.18s$	$0.26s$
Radial	$0.66s$	$0.53s$
Serie	$1.03s$	$1.03s$
Promedio	$0.62s$	$0.60s$

En la Tabla 5.7 se muestran el error promedio en estado estacionario e_f de los protocolos de consenso con las diferentes topologías de comunicación. Como se puede observar, al igual que con los tiempos de convergencia, los protocolos presentaron valores parecidos. Con un promedio en

el error promedio en estado estacionario de 0.0055 para el protocolo neuronal y de 0.0063 para el protocolo lineal.

Tabla 5.7: Errores promedio en estado estacionario e_f para voltaje ante topologías de comunicación.

Grafo	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
Completo	0.0096	0.0076
Radial	0.0050	0.0049
Serie	0.0041	0.0040
Promedio	0.0063	0.0055

Para comparar los protocolos de consenso, también se considera el error de sincronización acumulado e_a , el cual se muestra en la Tabla 5.8. En ella se puede ver que el protocolo neuronal presenta un menor error de sincronización acumulado en comparación con el protocolo lineal. El promedio del error de sincronización acumulado con las diferentes topologías de comunicación es de 2803.76 para el protocolo neuronal y de 5211.90 para el protocolo lineal.

Tabla 5.8: Errores de sincronización acumulados e_a para voltaje ante topologías de comunicación.

Grafo	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
Completo	2056.47	1678.08
Radial	4670.41	2134.80
Serie	8908.81	4598.40
Promedio	5211.90	2803.76

Con las simulaciones realizadas de los protocolos neural y lineal, se puede observar que con los dos protocolos es posible llegar al consenso de voltajes ante diferentes topologías de comunicación. Los protocolos neuronal y lineal presentaron una respuesta parecida, menos en dos aspectos. El protocolo neuronal presentó sobre tiros en los voltajes de las UGDs, pero tuvo errores menores. Lo que indica que tiene un mejor desempeño en el consenso, en comparación con el protocolo lineal.

5.2.2. Escenario 4: consenso para corrientes por unidad ante topologías de comunicación

También se probó con el consenso de corrientes por unidad y las diferentes topologías de la Figura 5.8. De igual forma que como con el consenso de voltaje, se hicieron seis simulaciones con cada topología y protocolo de consenso. Las respuestas en corriente por unidad se presentan en la

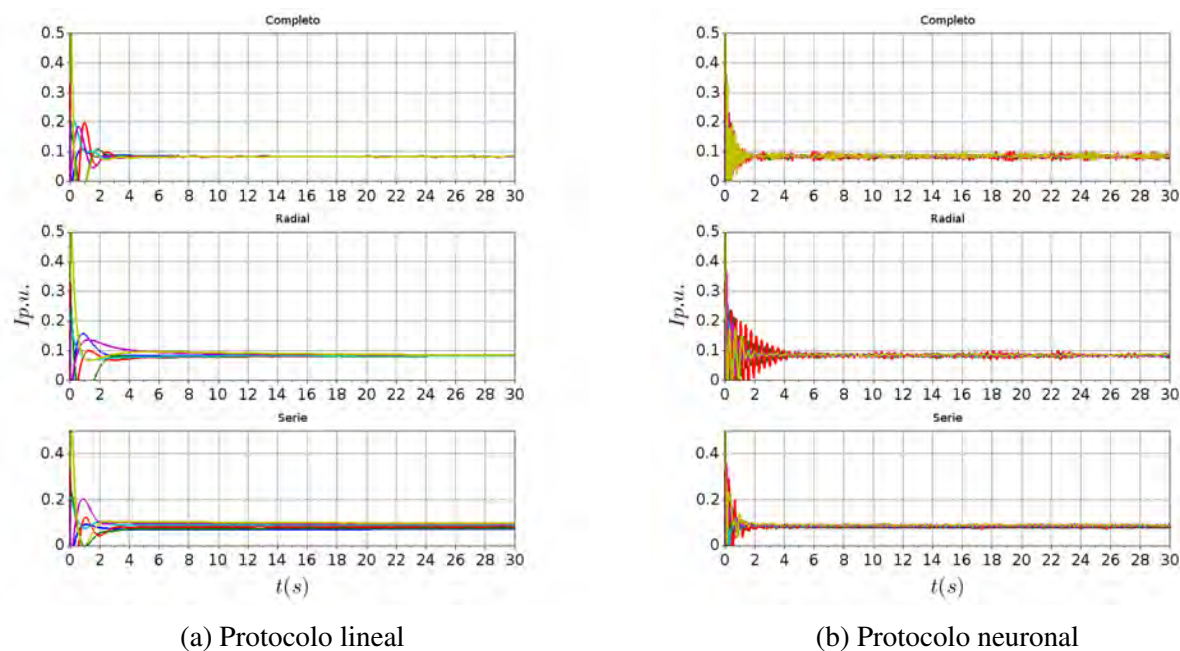
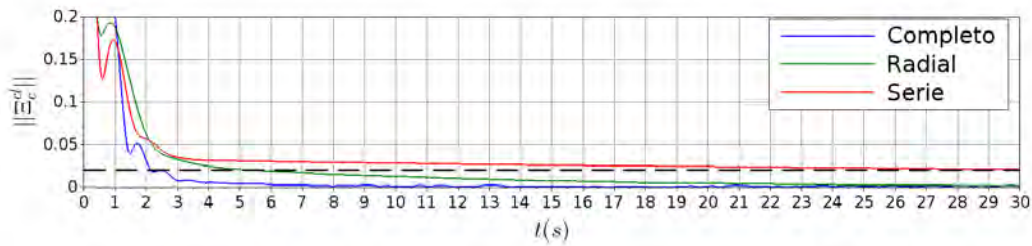


Figura 5.11: Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante topologías de comunicación.

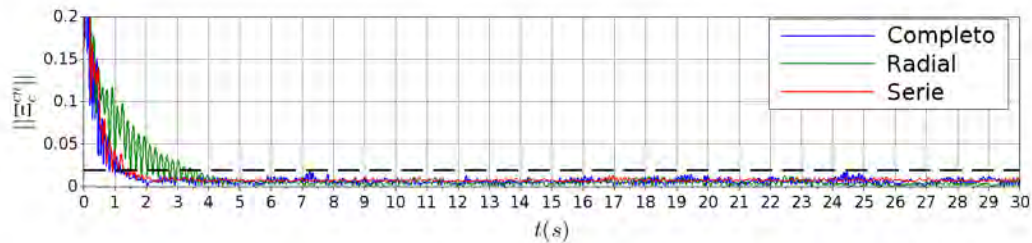
Figura 5.11, en la que cada gráfica es una simulación. Como se puede apreciar, el protocolo neuronal tiene una respuesta muy oscilatoria, en comparación, el protocolo lineal, presenta respuestas más sobreamortiguadas. No obstante, ambos protocolos logran llegar a un consenso de corrientes por unidad.

En la Figura 5.12 se muestran los errores de sincronización $||\Xi_c||$ de todas las simulaciones para el consenso de corrientes por unidad considerando las diferentes topologías y protocolos de consenso. De igual forma, la línea negra punteada representa la banda de error de 0.02. En este caso, al igual que con el consenso en voltajes, el protocolo lineal presenta dificultades notables en llegar al consenso con las diferentes topologías de comunicación, incluso en el mismo orden de dificultad, siendo el grafo con la topología serie con la que se presentó la mayor dificultad. En cambio, el protocolo neuronal, con las topologías de los grafos completo y serie, tienen un comportamiento semejante, prácticamente igual a simple vista. Algo a destacar, con el grafo con la topología radial, el protocolo neuronal tuvo mayor dificultad en llegar al consenso, incluso cuando no es el que representa la mayor dificultad para conseguir el consenso. De acuerdo con la relación propia $\varphi = 6$, la topología radial es el que tiene la segunda dificultad para que los protocolos consigan el consenso.

En la Tabla 5.9, se muestran los tiempos de convergencia a la banda de error de 0.02. Donde



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 5.12: Error de sincronización en corrientes por unidad ante topologías de comunicación.

se puede observar que el protocolo neuronal tiene menores tiempos de convergencia a la banda de error. El tiempo promedio del protocolo neuronal en alcanzar la banda de error es de $2.09s$, contra el tiempo del protocolo lineal de $12.65s$. Como se puede apreciar, el protocolo neuronal, con la topología radial, tiene el mayor tiempo de $3.59s$, aunque sigue siendo menor al tiempo de convergencia del protocolo lineal, el cual es de $5.46s$. Con el protocolo neuronal, los tiempos de los grafos con las topologías completo y serie tienen $0.19s$ de diferencia y como se esperaba, la topología serie, tiene el mayor tiempo de convergencia. También, con la topología de serie, el protocolo lineal tiene el mayor tiempo, $29.45s$ en alcanzar la banda de error.

Tabla 5.9: Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en corrientes por unidad ante topologías de comunicación.

Grafo	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
Completo	$2.50s$	$1.24s$
Radial	$5.46s$	$3.59s$
Serie	$29.49s$	$1.43s$
Promedio	$12.65s$	$2.09s$

En la Tabla 5.10 se muestran los errores promedio en estado estacionario e_f de los protocolos de consenso con las diferentes topologías de comunicación. En esta tabla, se puede observar otro dato interesante, con la topología radial, que es con la que se ha observado mayor dificultad de llegar al consenso para el protocolo neuronal, con el error promedio en estado estacionario es lo contrario,

ya que tiene el menor error en estado estacionario en comparación con las otras topologías de comunicación. Si se comparan los errores promedio en estado estacionario del protocolo lineal con los del protocolo neuronal, el que tiene los mayores errores es el protocolo neuronal, a excepción del error con la topología serie, en el que el error promedio en estado estacionario es muy superior, ya que se encuentra en los límites de la banda de error. Por esta razón, el promedio del error promedio en estado estacionario del protocolo lineal es de 0.0086, siendo mayor que el promedio del error promedio en estado estacionario del protocolo neuronal, el cual es de 0.0059.

Tabla 5.10: Errores promedio en estado estacionario e_f para corrientes por unidad ante topologías de comunicación.

Grafo	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
Completo	0.0013	0.0067
Radial	0.0024	0.0034
Serie	0.0220	0.0077
Promedio	0.0086	0.0059

Los errores de sincronización acumulados e_a de los protocolos de consenso con las diferentes topologías se muestran en la Tabla 5.11. En esta tabla se puede ver que los errores de sincronización acumulados del protocolo neuronal son menores a los errores del protocolo lineal, el cual tiene un error de sincronización acumulado promedio de 7743.02, por otra parte, el protocolo neuronal tiene un error de sincronización acumulado promedio de 3418.67. Con el error de sincronización acumulado, se puede ver otra vez que con la topología serie, el protocolo neuronal tiene mayor dificultad para llegar al consenso.

Tabla 5.11: Errores de sincronización acumulados e_a para corrientes por unidad ante topologías de comunicación.

Grafo	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
Completo	4877.39	3025.17
Radial	6959.06	3653.02
Serie	11392.60	3577.82
Promedio	7743.02	3418.67

Como se pudo observar, las diferentes topologías de comunicación pueden ayudar o hacer más difícil para los protocolos llegar al consenso de la microrred. Sin embargo, ambos protocolos lograron llegar al consenso de corrientes por unidad ante diferentes topologías de comunicación. El protocolo neuronal presentó una respuesta muy oscilatoria en las corrientes por unidad, en comparación con el protocolo lineal, que tiene una respuesta más sobreamortiguada. Por otra parte,

el protocolo neuronal tiene mayor resistencia al cambio de la topología de comunicación. Tuvo mejor desempeño que el protocolo lineal, el cual tuvo mayor dificultad en llegar al consenso con la topología serie.

5.3. Incrementos de agentes

Una de las características de los protocolos distribuidos de consenso es tener la factibilidad de escalar los sistemas multiagente, es decir, tener la facilidad de añadir o quitar agentes del sistema. En una microrred con unidades de generación distribuida (UGD), es común que se presente la necesidad de ir añadiendo o de ser necesario, quitar algunas UGDs. Para probar el protocolo neuronal con la escala de una microrred, se realizaron una serie de simulaciones, en las que en cada simulación se fue añadiendo una UGD, hasta llegara a un total de seis UGDs. La topología de la microrred se presenta el grafo en la Figura 5.13.

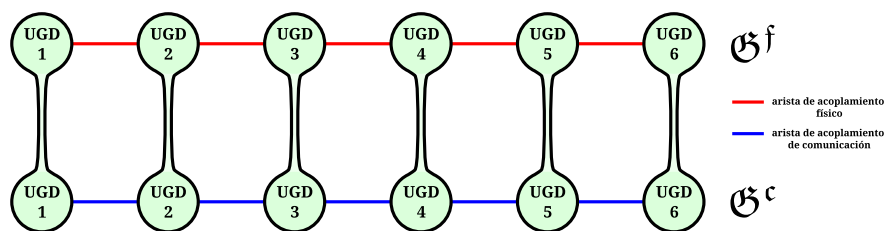


Figura 5.13: Grafo en serie para aumento de agentes.

5.3.1. Escenario 5: consenso para voltajes ante incremento de agentes

Se empezó con el consenso en voltajes en el PAC, con cada protocolo se realizaron cuatro simulaciones, la primera simulación con tres UGD y se fue añadiendo una UGD hasta llegar a un total de seis UGDs. Un total de ocho simulaciones, dando como resultado las gráficas de la Figura 5.14, donde cada gráfica es una simulación. Como se puede apreciar, con ambos protocolos es posible llegar al consenso en voltajes y llegar al voltaje nominal de $48V$ de la microrred. Como se ha visto en casos anteriores, el protocolo neuronal presenta un sobretiro en el voltaje y en este caso el sobretiro aumenta, conforme aumenta el número de UGDs en la microrred. Con tres UGDs el sobretiro es de $3v$, con cuatro UGDs es de $4v$, con cinco UGDs es de $5.5v$ y con seis es de $6v$.

Los errores de sincronización en voltaje $||\Xi_v||$ se muestran en la Figura 5.15. La línea negra punteada representa una banda de error de 0.02 . Como se puede ver, al protocolo lineal le cuesta más llegar al consenso al aumentar el número de UGDs. Con el protocolo neuronal no queda tan

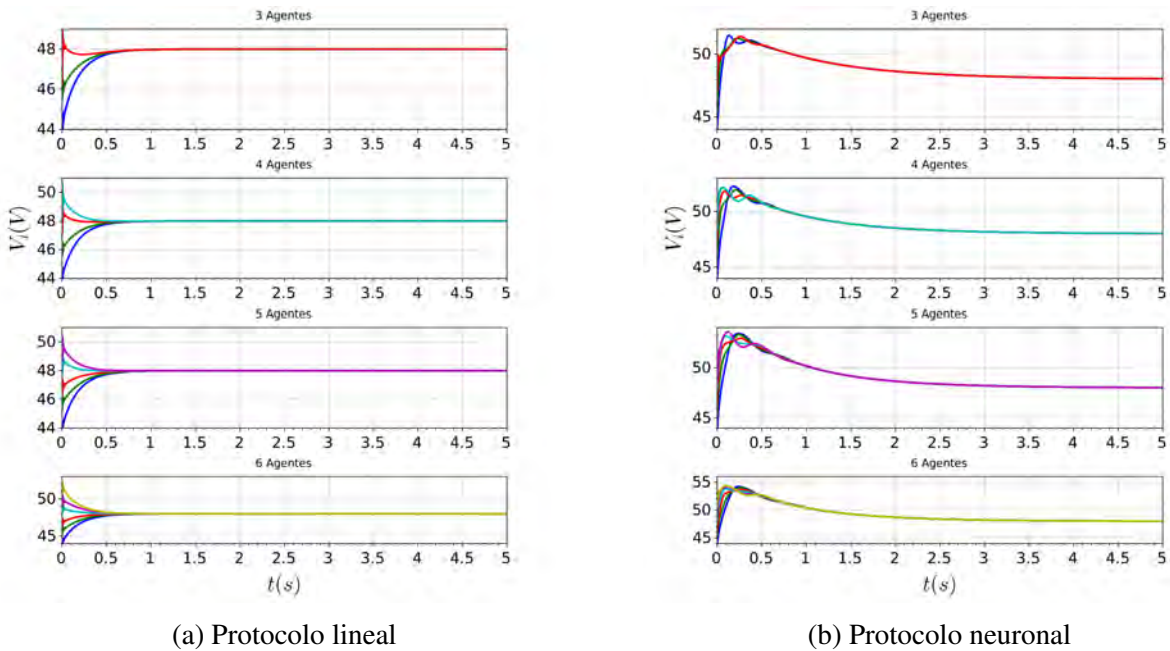


Figura 5.14: Voltajes de las UGDs con protocolos de consenso ante incremento de agentes.

claro debido a su respuesta oscilatoria.

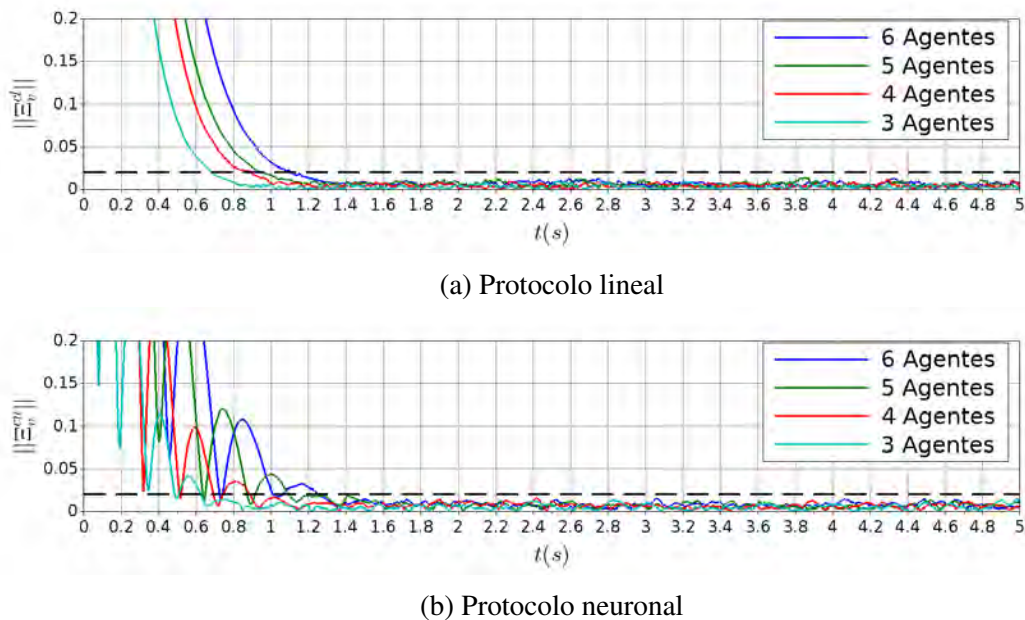


Figura 5.15: Error de sincronización en voltajes ante incremento de agentes.

Para ver con más detalle como los protocolos llegan al consenso, en la Tabla 5.12 se muestran los tiempos de los protocolos en converger a la banda del error. Como se puede observar, conforme

aumentan las UGDs en la microrred, también aumenta el tiempo de convergencia de ambos protocolos. Con los tiempos de convergencia a la banda de error, se puede ver que al protocolo neuronal le cuesta más trabajo llegar al consenso conforme aumenta el número de UGDs en la microrred. Ambos protocolos presentaron tiempos semejantes en llegar a la banda de error, esto se puede ver en el tiempo promedio de cada protocolo en llegar a la banda de error, para el protocolo neuronal el tiempo promedio es de $0.96s$ y para el protocolo lineal es de $0.91s$.

Tabla 5.12: Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en voltaje ante incremento de agentes.

No. Agentes	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
3 Agentes	$0.68s$	$0.62s$
4 Agentes	$0.89s$	$0.89s$
5 Agentes	$0.95s$	$1.09s$
6 Agentes	$1.10s$	$1.25s$
Promedio	$0.91s$	$0.96s$

En la Tabla 5.13 se muestran los errores promedio en estado estacionario e_f . Como se esperaba, conforme aumenta el número de UGDs, también aumenta el error promedio en estado estacionario. El protocolo neuronal presentó un mayor error promedio en estado estacionario, ya que tiene un promedio del error promedio en estado estacionario de 0.0066 , mientras que el protocolo lineal tienen un promedio del error promedio en estado estacionario 0.0045 .

Tabla 5.13: Errores promedio en estado estacionario e_f para voltaje ante incremento de agentes.

No. Agentes	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
3 Agentes	0.0030	0.0055
4 Agentes	0.0044	0.0063
5 Agentes	0.0047	0.0067
6 Agentes	0.0060	0.0079
Promedio	0.0045	0.0066

En la Tabla 5.14, se muestran los errores de sincronización acumulados e_a de los protocolos de consenso. En este caso, al contrario que con el error promedio en estado estacionario e_f , el protocolo neuronal presenta menores errores de sincronización acumulados que el protocolo lineal, esto es más claro al ver el promedio del error de sincronización acumulado, el cual es de 4724.70 para el protocolo neuronal y de 7756.22 para el protocolo lineal.

Tabla 5.14: Errores de sincronización acumulados e_a para voltaje ante incremento de agentes.

No. Agentes	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
3 Agentes	4117.37	1957.42
4 Agentes	6982.01	4049.50
5 Agentes	8026.62	5615.80
6 Agentes	11898.89	7276.09
Promedio	7756.22	4724.70

Considerando diferente número de UGDs en la microrred, los protocolos neuronal y lineal son capaces de llegar a un consenso en voltajes. Los protocolos neuronal y lineal presentaron una respuesta semejante entre sí. Aunque el protocolo neuronal presenta un sobretiro en el voltaje de las UGDs. En cuanto al tiempo de convergencia, ambos protocolos tienen un tiempo de convergencia muy cercano entre sí. Pero en los errores de sincronización acumulados y errores promedio en estado estacionario, se puede observar que el protocolo neuronal reduce mejor el error en el transitorio, mientras que en el estado estacionario, el protocolo lineal reduce más el error.

5.3.2. Escenario 6: consenso para corrientes por unidad ante incremento de agentes

También, se probó con el consenso en corrientes por unidad, de la misma forma que como con el consenso de voltajes, con el consenso de corrientes por unidad se realizaron cuatro simulaciones con cada protocolo, en las que en cada simulación se fue añadiendo una UGD, hasta llegar a un total de seis UGDs. En la Figura 5.16 se muestran las respuestas de las corrientes por unidad de las UGDs con los protocolos de consenso. Con ambos protocolos es posible llegar a un consenso en corrientes por unidad. Como se puede observar, el protocolo neuronal presenta una respuesta oscilatoria en las corrientes por unidad, especialmente, con cuatro UGDs tienen una respuesta más oscilatoria. En cambio, el protocolo lineal tiene una respuesta sobreamortiguada en todas las simulaciones.

El error de sincronización $||\Xi_c||$ se puede ver en la Figura 5.17, donde la línea negra punteada representa una banda de error de 0.02. Como se puede ver en esta figura, el protocolo lineal tiene una respuesta dinámica del error diferente conforme se van añadiendo UGDs, por el contrario, el protocolo neuronal tiene una respuesta semejante con diferente número de UGDs, a excepción de que con cuatro UGDs tiene mayor dificultad para llegar al consenso y mantiene una respuesta más oscilatoria que con otros números de UGDs. Caso contrario es el del protocolo lineal, el cual parece que con cuatro UGDs llega más rápido a la banda de error. En el consenso de corrientes por unidad, no se nota una relación entre la dinámica del error de sincronización y el número de

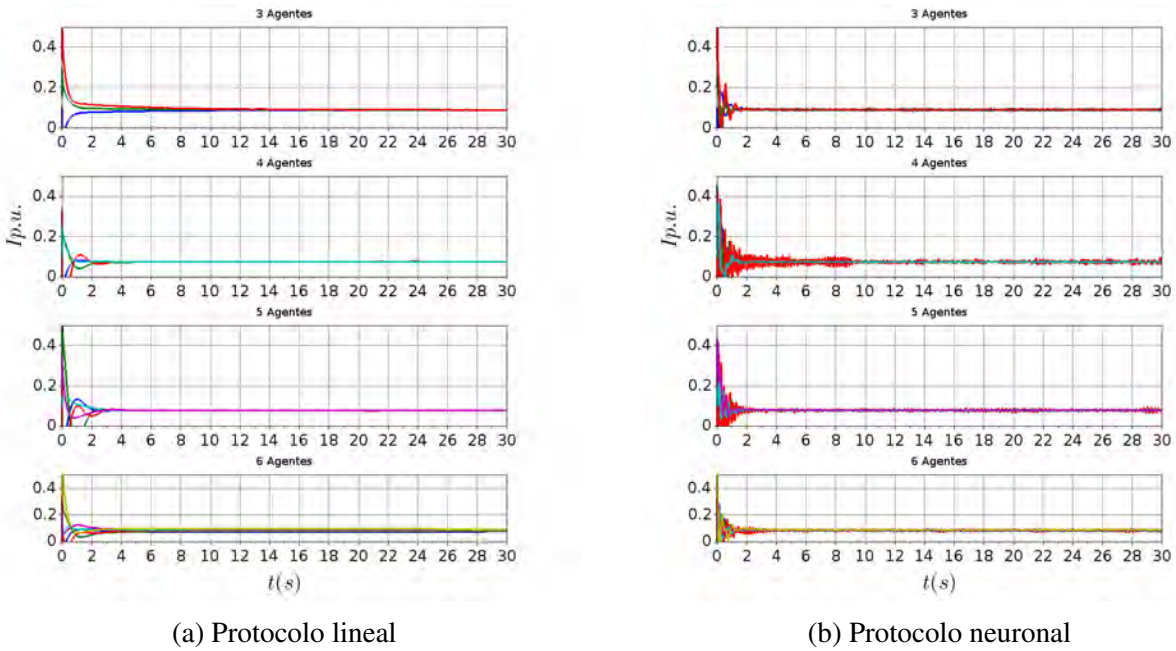


Figura 5.16: Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante incremento de agentes.

UGDs, como era el caso del consenso de voltajes.

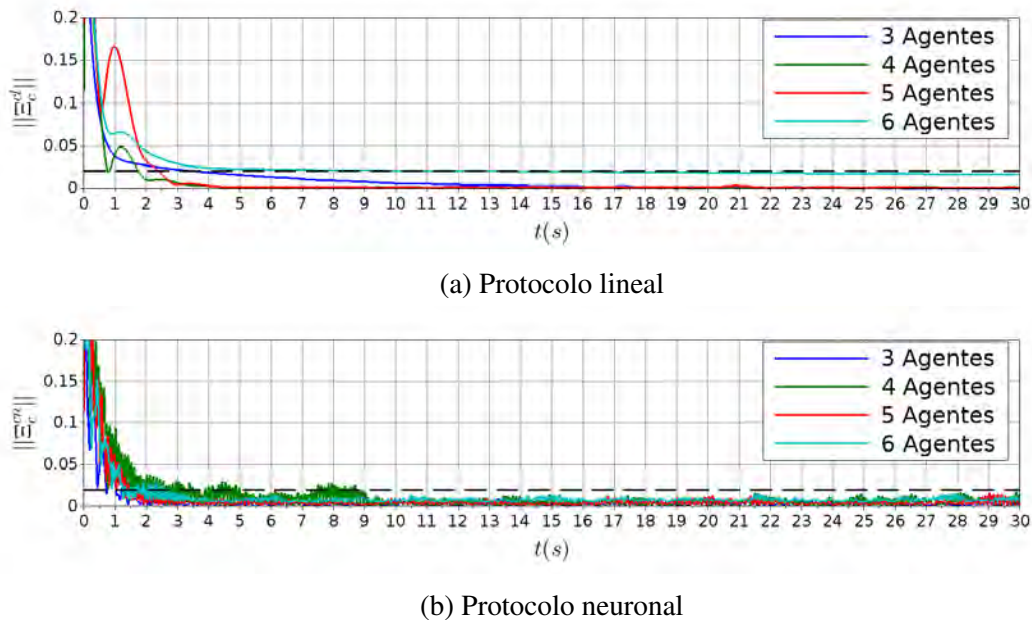


Figura 5.17: Error de sincronización en corrientes por unidad ante incremento de agentes.

En la Tabla 5.15 se muestran los tiempos de convergencia a la banda de error de 0.02. En forma

general, el protocolo neuronal es más rápido en llegar a la banda de error, tienen un promedio de tiempo de $3.59s$ en llegar a la banda de error, mientras que el protocolo lineal tiene un promedio de tiempo de $5.18s$ en llegar a la banda de error. De igual forma, con los tiempos de convergencia a la banda de error, se puede ver que con cuatro UGDs, al protocolo neuronal le cuesta trabajo en llegar al consenso, pues tiene un tiempo de $8.90s$, esto debido a las altas oscilaciones que presenta el protocolo neuronal, por el contrario, con cuatro UGDs, el protocolo lineal tiene su menor tiempo, el cual es de $1.74s$. En contraste, con seis UGDs, el protocolo lineal tuvo problemas para llegar al consenso, ya que su tiempo de convergencia a la banda de error fue de $13.06s$, mientras que el protocolo neuronal llegó a la banda en $2.54s$.

Tabla 5.15: Tiempos de convergencia a la banda de 0.02 del error de sincronización en corrientes por unidad ante incremento de agentes.

No. Agentes	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
3 Agentes	$3.53s$	$1.25s$
4 Agentes	$1.74s$	$8.90s$
5 Agentes	$2.38s$	$1.65s$
6 Agentes	$13.06s$	$2.54s$
Promedio	$5.18s$	$3.59s$

Los errores promedio en estado estacionario e_f se muestran en la Tabla 5.16. En este caso, el protocolo lineal tiene un menor error promedio en estado estacionario, en promedio tiene un error de 0.0048 , mientras que el protocolo neuronal tiene un promedio del error promedio en estado estacionario de 0.0055 . En cuanto a los errores promedio en estado estacionario, con cuatro UGDs, el protocolo lineal tuvo su mejor desempeño, con un error de $e_f^{cl} = 0.0009$, mientras que el protocolo neuronal, no tuvo su peor desempeño, en este caso su error promedio en estado estacionario es de $e_f^{cn} = 0.0067$. Con seis UGDs, los dos protocolos tuvieron el mayor error, $e_f^{cl} = 0.0168$ para el protocolo lineal y de $e_f^{cn} = 0.0079I$ para el protocolo neuronal.

Tabla 5.16: Errores promedio en estado estacionario e_f para corrientes por unidad ante incremento de agentes.

No. Agentes	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
3 Agentes	0.0004	0.0028
4 Agentes	0.0009	0.0067
5 Agentes	0.0011	0.0045
6 Agentes	0.0168	0.0079
Promedio	0.0048	0.0055

Finalmente, el error de sincronización acumulado e_a se muestra en la Tabla 5.17. El protocolo neuronal presenta un menor error de sincronización acumulado que el protocolo lineal. El promedio del error de sincronización acumulado del protocolo neuronal es de 3142.29, mientras que el protocolo lineal tiene un promedio de 4183.27. En este caso, el protocolo neuronal tuvo su mayor error de sincronización acumulado con cuatro UGDs, con un error de $e_a^{cn} = 4126.20$, mientras que el protocolo lineal tuvo un error de $e_a^{cl} = 2027.58$. Por el contrario, con seis UGDs, el protocolo neuronal tuvo menor error de sincronización acumulado, $e_a^{cn} = 3642.89$, en comparación con el error del protocolo lineal de $e_a^{cl} = 7947.79$.

Tabla 5.17: Errores de sincronización acumulados e_a para corrientes por unidad ante incremento de agentes.

No. Agentes	Protocolo lineal	Protocolo neuronal
3 Agentes	3029.36	1851.79
4 Agentes	2027.58	4126.20
5 Agentes	3728.35	2948.26
6 Agentes	7947.79	3642.89
Promedio	4183.27	3142.29

Con el consenso en corrientes por unidad, los protocolos lograron llegar al consenso ante diferente número de UGDs en la microrred, aunque presentaron diferencias entre sí. El protocolo lineal tiene diferentes comportamientos dinámicos del error de sincronización al variar el número de UGDs en la microrred, mientras que el protocolo neuronal, presentó una dinámica más uniforme en el error de sincronización y tiende a reducir más rápido dicho error. Esto se puede ver con los tiempos de convergencia a la banda de error y el error de sincronización acumulado. Por otra parte, el protocolo lineal mantiene un menor error promedio en estado estacionario que el error del protocolo neuronal.

5.4. Desconexión de un agente

Una microrred es muy común que esté conformada por fuentes de energía distribuida, las cuales pueden funcionar sin la necesidad de las fuentes vecinas y puede existir la posibilidad en la que se tenga que desconectar una UGD de la microrred, el protocolo de consenso debe de tener la capacidad de mantener el consenso de las UGDs restantes en la microrred. Para probar este escenario con el protocolo neuronal, se plantea hacer una simulación, en la que en una microrred con la topología en la Figura 5.18, se le desconecta la cuarta UGD, tanto del acoplamiento físico como con la comunicación con las demás UGDs, pero la carga de la cuarta UGD se mantiene dentro de la

microrred. La simulación empieza con la microrred ya sincronizada, un segundo después, la cuarta UGD se desconecta, por lo que deja de aportar potencia a la microrred. También se considera una fuente de voltaje externa (FVE 1) de 48V, la cual está acoplada físicamente con la primera UGD, pero que no mantiene comunicación con ninguna de las UGDs en la microrred.

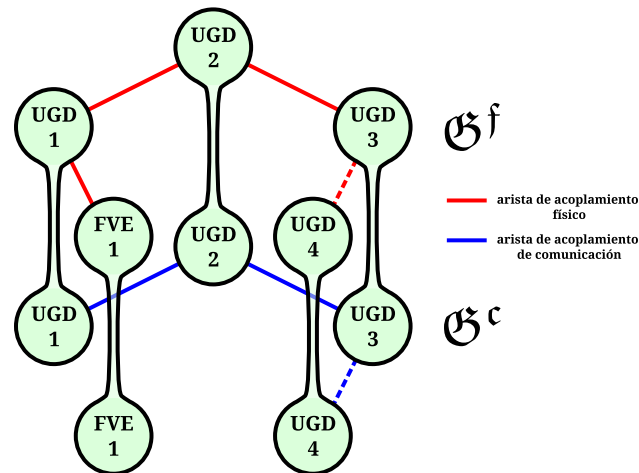


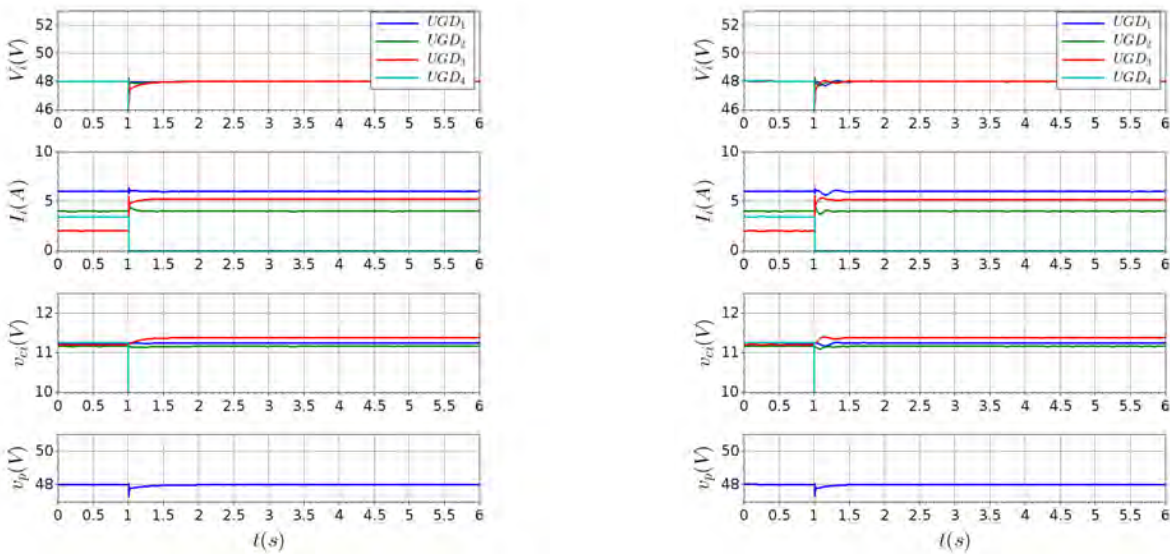
Figura 5.18: Grafos para desconexión de un agente.

5.4.1. Escenario 7: consenso para voltajes ante desconexión de un agente

Primero se probó con el consenso en voltajes en el PAC. Se realizó una simulación con el protocolo lineal y una con el protocolo neuronal. Los estados de las UGDs con los dos protocolos y la desconexión de la cuarta UGD se muestra en la Figura 5.19. En $t = 1s$ la cuarta UGD se desconecta de la microrred. Como se puede ver, los dos protocolos logran llegar al consenso en voltajes, pero el protocolo neuronal, presenta pequeñas oscilaciones en el voltaje de las UGDs, por ende también en el resto de sus estados. Ambos protocolo logran mantener al voltaje nominal de la microrred, esto se puede ver más claro en la gráfica del voltaje promedio v_p .

En la Figura 5.20 se muestran las potencias dentro de la microrred con los protocolos neuronal y lineal. En esta figura, se observa que la carga R_{L4} se mantiene consumiendo la misma potencia, aun después de que se desconecte la cuarta UGD en $t = 1s$. También, se puede ver que la tercera UGD, es la que se encarga principalmente de alimentar a la carga R_{L4} . En este caso, la FVE no aporta ni consume potencia a la microrred en estado estable. En esta gráfica también se puede ver las oscilaciones que produce el protocolo neuronal.

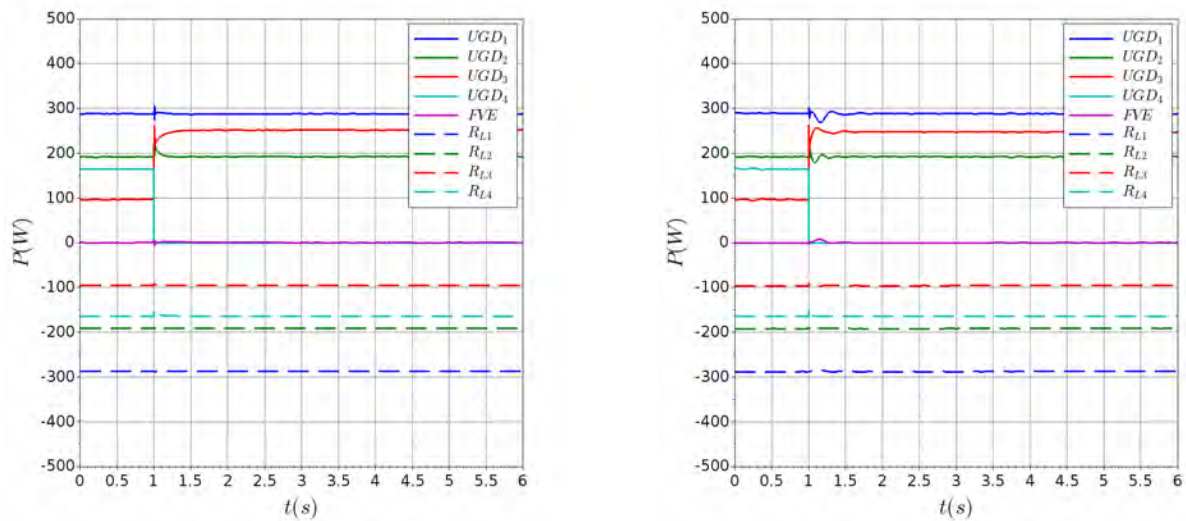
En la Figura 5.21 se muestra el error de sincronización $||\Xi_v||$, en donde la línea negra punteada representa una banda de error de 0.02. En esta gráfica se puede ver que con el protocolo neuronal,



(a) Protocolo lineal

(b) Protocolo neuronal

Figura 5.19: Estados de UGDs con protocolos de consenso para voltaje ante desconexión de un agente.



(a) Protocolo lineal

(b) Protocolo neuronal

Figura 5.20: Potencias de la microrred con protocolos de consenso para voltaje ante desconexión de un agente.

el error de sincronización presenta un comportamiento oscilatorio, por el contrario, el protocolo lineal presenta un comportamiento sobreamortiguado. El protocolo neuronal tarda $0.55s$ en volver a la banda de error después de la desconexión de la cuarta UGD. En el caso del protocolo lineal,

este es más rápido, tarda $0.43s$ en volver a la banda de error después de la desconexión de la cuarta UGD . En cuanto el error promedio en estado estacionario, el protocolo lineal tiene un menor error, $e_f^{cl} = 0.0036$, contra el error de $e_f^{cn} = 0.0058$ del protocolo neuronal. Por el contrario, el error de sincronización acumulado del protocolo neuronal es $e_a^{cn} = 912.65$, mientras que el error de sincronización acumulado del protocolo lineal es menor, $e_a^{cl} = 868.81$. Lo que significa que el protocolo neuronal tarda más en llegar a la banda de error y reduce menos el error inicial.

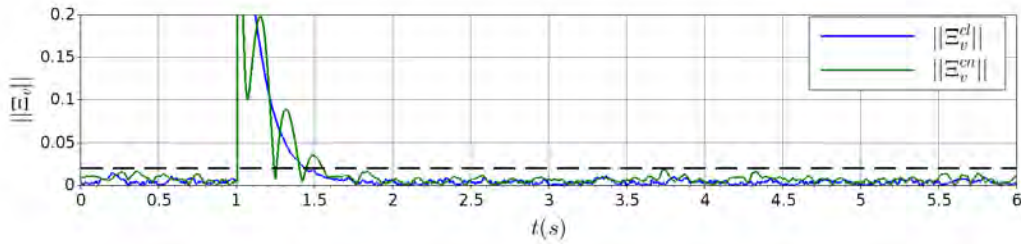


Figura 5.21: Error de sincronización en voltajes ante desconexión de un agente.

Al probar en simulación la desconexión de una UGD de la microrred con los protocolos neuronal y lineal, se observó que en el consenso de voltajes, ambos protocolos lograron llegar al consenso y tuvieron un desempeño semejante, salvo que el protocolo neuronal presentó oscilaciones en los estados de las UGDs. Asimismo, tuvo peor desempeño en el transitorio que el protocolo lineal, por otra parte, este último, reduce más el error de sincronización en el estado estacionario.

5.4.2. Escenario 8: consenso para corrientes por unidad ante desconexión de un agente

Se realizaron simulaciones para el consenso en corrientes por unidad. Una simulación con el protocolo lineal y una con el protocolo neuronal, para el consenso en corrientes por unidad, la cuarta UGD se desconecta en $t = 1s$. Los estados de las UGDs con cada protocolo de consenso se muestran en la Figura 5.22. Como se puede ver, el protocolo neuronal también presentó oscilaciones en los estados de las UGDs, pero en este caso fue menor en comparación al consenso en voltajes. Aunque en mantener al voltaje nominal de $48V$ después de la desconexión, tienen un comportamiento parecido. Esto se aprecia mejor en la gráfica del voltaje promedio v_p . Con el protocolo neuronal, se observa que las corrientes I_i tienen una respuesta muy rápida para llegar a un estado estacionario.

En la Figura 5.23 se puede ver que el comportamiento de las UGDs considerando el consenso en corrientes por unidad, cambia con respecto a cuando se considera el consenso en voltajes, esto se

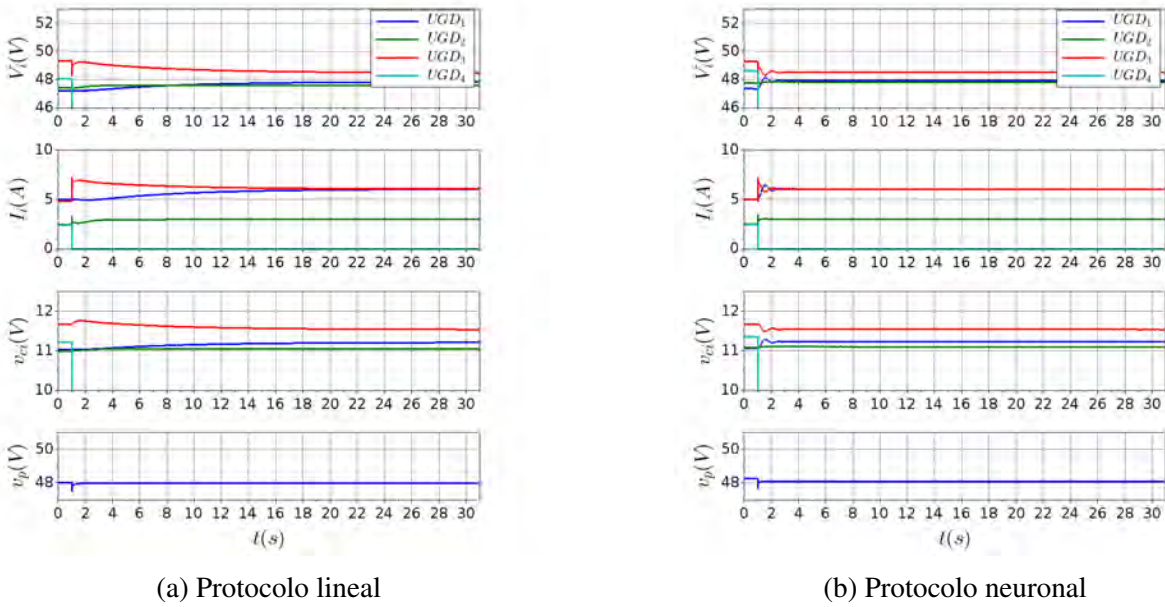


Figura 5.22: Estados de UGDs con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante desconexión de un agente.

debe a que tienen que mantener diferente nivel de voltaje y por ende una diferente de potencia para mantener el consenso en corrientes por unidad y distribuir la carga total de la microrred entre todas las UGDs. Con el consenso en corrientes por unidad, el protocolo neuronal tiene una respuesta oscilatoria al principio, pero llega rápido a un estado estacionario. Por el contrario, el protocolo lineal tiene una respuesta más sobreamortiguada y tarda más en llegar al estado estacionario. La FVE tiene un comportamiento interesante en la potencia que genera, con el protocolo lineal, tiene mayor interacción en la microrred, mientras que con el protocolo neuronal, su participación es mínima al aportar potencia a la microrred. Como se esperaba, después de la desconexión de la cuarta UGD, el resto de las UGDs aportan potencia para alimentar a la carga R_{l4} , esto se observa, ya que las UGDs aumentan la potencia generada, pero la potencia de las cargas R_{Li} se mantiene igual.

Las corrientes por unidad de las UGDs se muestra en la Figura 5.24, como se puede observar, ambos protocolos logran llegar al consenso en corrientes por unidad después de la desconexión de la cuarta UGD en $t = 1s$. El protocolo neuronal tiene una respuesta muy oscilatoria en comparación a la respuesta del protocolo lineal, especialmente, al principio, pero llega rápidamente al consenso de corrientes por unidad. Por el contrario, protocolo lineal tiene una repuesta más sobreamortiguada y lenta.

Finalmente, en la Figura 5.25 se muestra el error de sincronización $||\Xi_c||$. La línea negra pun-

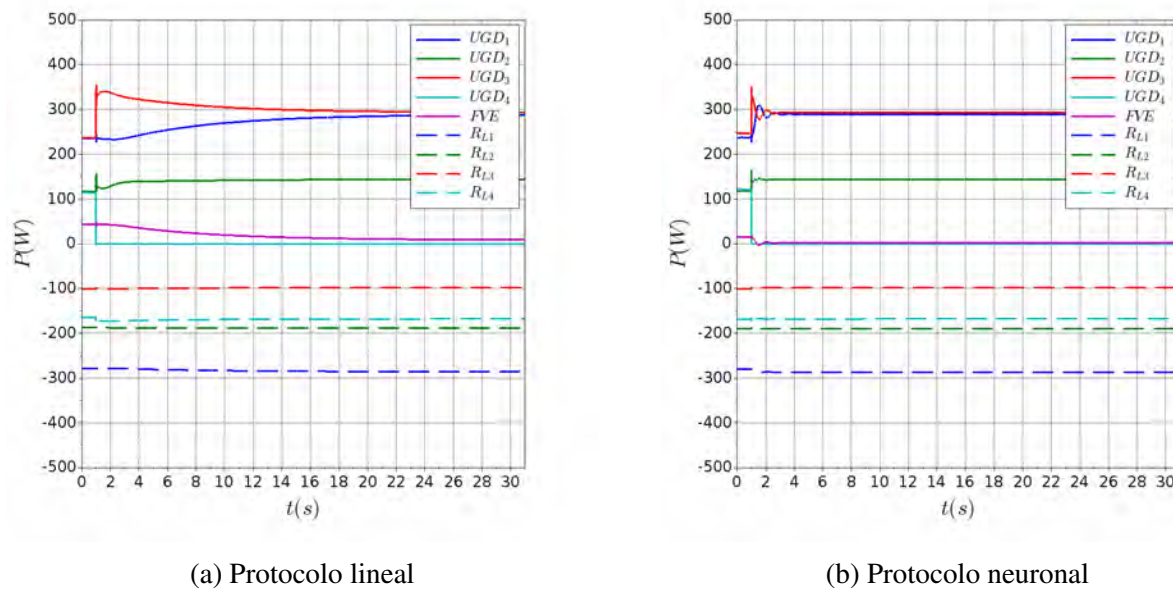


Figura 5.23: Potencias de la microrred con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante desconexión de un agente.

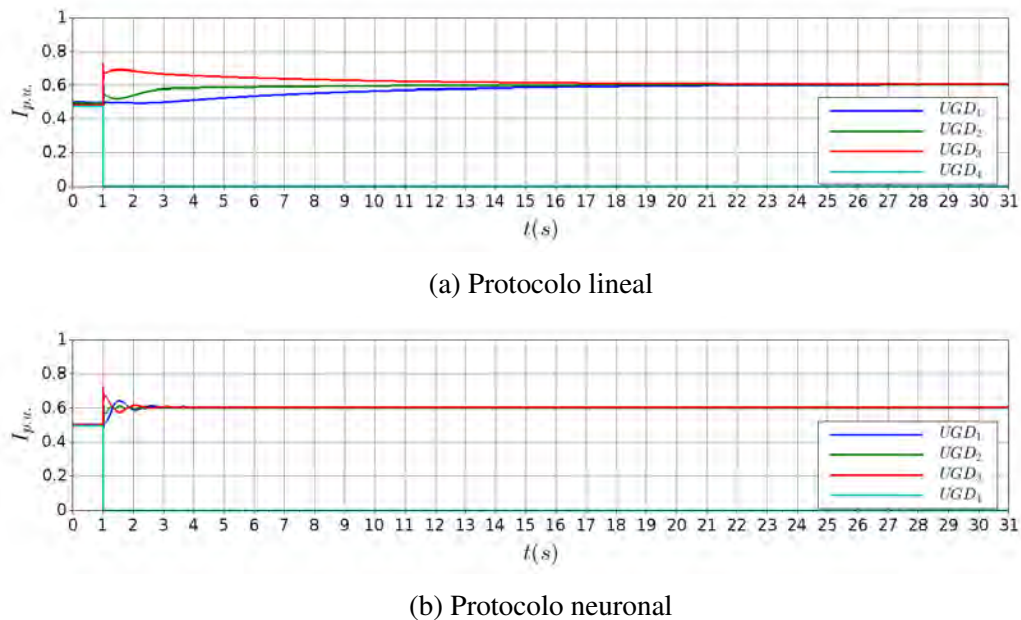


Figura 5.24: Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante desconexión de un agente.

teada representa una banda de error de 0.02. En esta gráfica se puede ver que el protocolo lineal tiene una dinámica del error más lenta, mientras que el protocolo neuronal tiene una respuesta dinámica del error más rápida. El protocolo neuronal logra regresar a la banda de error con un tiempo

0.74s, mientras que el protocolo lineal tardó 14.13s en regresar a la banda de error después que se desconecta la cuarta UGD . El protocolo lineal tuvo un error promedio en estado estacionario de $e_f^{cl} = 0.0032$, el protocolo neuronal tuvo un menor error promedio en estado estacionario, el cual es de $e_f^{cn} = 0.0034$. Por el contrario, con el error de sincronización acumulado, el protocolo neuronal tuvo un error menor, $e_a^{cn} = 1430.58$, contra el error $e_a^{cl} = 10937.29$ del protocolo lineal. Esto se debe a la lentitud del protocolo lineal.

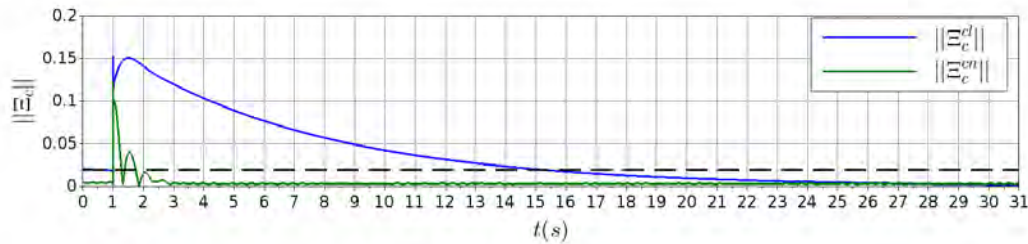


Figura 5.25: Error de sincronización en corrientes por unidad ante desconexión de un agente.

De las simulaciones con desconexión de una UGD , se puede observar que ambos protocolos logran mantener el consenso dentro de la microrred aún después de la desconexión de la cuarta UGD . En el consenso en corrientes por unidad, fue notable la diferencia entre los protocolos de consenso. El protocolo lineal presentó una respuesta más lenta pero sobreamortiguada, mientras que el protocolo neuronal una respuesta oscilatoria, pero más rápida y con menor error de sincronización acumulado. En el error promedio en estado estacionario, los protocolos tuvieron un resultado muy cercano entre ellos. Un aspecto interesante, con el protocolo lineal, la FVE tuvo mayor participación al alimentar las cargas de la microrred, en comparación con el protocolo neuronal. Con estas simulaciones se concluye que el protocolo neuronal, es capaz de volver al consenso si se van desconectando UGDs de la microrred tanto en acoplamiento físico como en comunicación, teniendo resultados parecidos a las pruebas de incremento de agentes. En el caso de consenso de corrientes por unidad, se debe acotar que las UGDs en estas pruebas no están saturadas, es decir, no tienen límite en la generación de potencia, por lo tanto, las UGDs restantes en la microrred pueden alimentar las cargas de la microrred al quitar UGDs.

5.5. Dinámica no lineal

Los sistemas lineales no existen, si se considera rigurosamente, el concepto lineal, puesto que en la realidad todos los sistemas son no lineales en cierto grado. Los sistemas que son considerados lineales solo tienen un comportamiento lineal dentro de un intervalo de operación, en el cual es válido el principio de superposición. Pero, si se extiende más allá del dicho intervalo lineal, el

sistema podría tener un comportamiento en el cual dejaría de ser considerado como lineal. Dicho esto, las UGDs tienen comportamiento no lineal, el cual no suele ser contemplado en el modelo matemático. Para probar el protocolo neuronal propuesto con un tipo de no linealidad en las UGDs, se plantea una simulación de una microrred con tres UGDs con la no linealidad de saturación en el inductor del filtro de acoplamiento. Se considera el comportamiento dinámico no lineal de los enlaces de flujo descrito en la Sección 4.4 No linealidad del inductor, el cual es aproximado con la función sigmoide:

$$\phi(I) = \text{sat}_m(I) = \frac{14L_i}{-1 + e^{-0.4I_i + L_i}} \quad (5.15)$$

El comportamiento dinámico de las UGDs considerando los enlaces de flujo con dinámica no lineal es:

$$\begin{aligned} C_i \frac{dV_i}{dt} &= I_i - \frac{V_i}{R_{L_i}} \\ \frac{d\phi_i}{dt} &= (k_{c1} - 1)V_i + (k_{c2} - R_i)I_i + k_{c3}V_{ci} \\ \frac{dv_{ci}}{dt} &= -V_i + V_{ref,i} \end{aligned} \quad (5.16)$$

La topología de la microrred es de tipo línea, la cual se muestra en la Figura 5.26. Dentro de la microrred, también, se considera una fuente de voltaje externa (FVE 1), la cual está acoplada físicamente con la primera UGD, pero no mantiene ningún tipo de comunicación con las UGDs de la microrred.

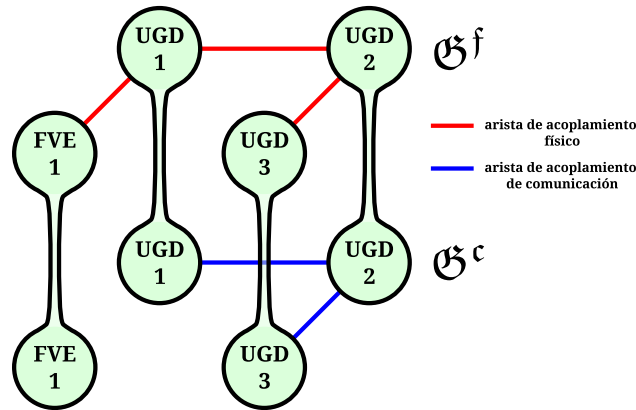


Figura 5.26: Grafos de una microrred con tres agentes.

5.5.1. Escenario 9: consenso para voltajes ante dinámica no lineal

Los protocolos de consenso se probaron en el consenso de voltajes en el PAC, se realizó una simulación con el protocolo lineal y otra con el protocolo neuronal, las respuestas de los estados de las UGDs no lineales se muestra en la Figura 5.27. Cómo se puede ver, con ambos protocolos es posible llegar a un consenso en voltajes. El protocolo neuronal presenta su característica respuesta

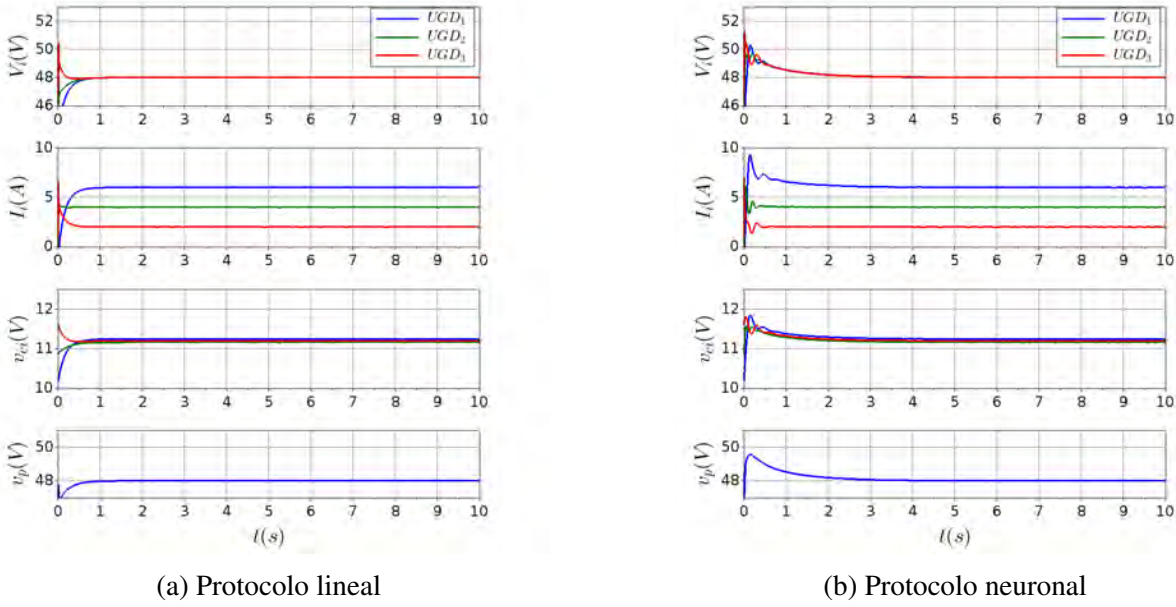


Figura 5.27: Estados de UGDs con protocolos de consenso para voltaje ante dinámica no lineal.

oscilatoria y con sobretiro, en comparación, el protocolo lineal tiene una respuesta más sobreamortiguada. Asimismo, ambos protocolos logran llegar al voltaje nominal de $48V$ de la microrred. El protocolo lineal logra llegar más rápido al voltaje nominal, mientras que al protocolo neuronal tarda más en llegar al voltaje nominal por el sobretiro inicial, esto se puede ver con mayor claridad en la gráfica del voltaje promedio v_p .

En la Figura 5.28 se puede ver las potencias de la microrred con UGDs no lineales y los protocolos de consenso. Se puede ver en las gráficas el sobretiro inicial del protocolo neuronal, en comparación de la respuesta sobreamortiguada del protocolo lineal. En estado estable no se presenta ningún comportamiento anormal en las potencias de la microrred. Asimismo, la FVE 1 no tiene participación en cuanto a alimentar las cargas de la microrred.

En la Figura 5.29 se muestran los errores de sincronización de voltaje $\|\Xi_v\|$. La línea negra punteada representa una banda de error de 0.02. Cómo se puede ver, el protocolo neuronal presenta una respuesta oscilatoria, mientras que el protocolo lineal no presenta una respuesta oscilatoria. Ambos protocolos de consenso logran llegar a la banda de error, el protocolo neuronal llega en $0.84s$ y el protocolo lineal llega a la banda en $0.76s$. El error promedio en estado estacionario del protocolo neuronal es de $e_f^{cn} = 0.0052$ y del protocolo lineal es $e_f^{cl} = 0.0026$. En cuanto a los errores de sincronización acumulados, el protocolo lineal tuvo un error de sincronización acumulado de $e_a^{cl} = 5487.95$ y el protocolo neuronal tuvo un error de $e_a^{cn} = 3483.90$.

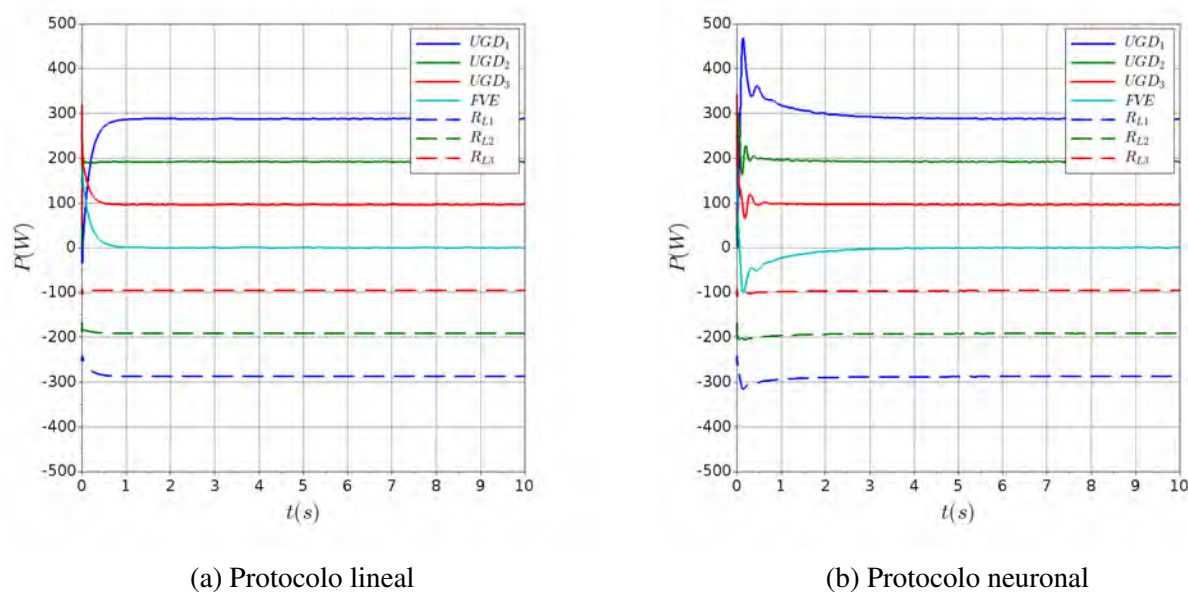


Figura 5.28: Potencias de la microrred con protocolos de consenso para voltaje ante dinámica no lineal.

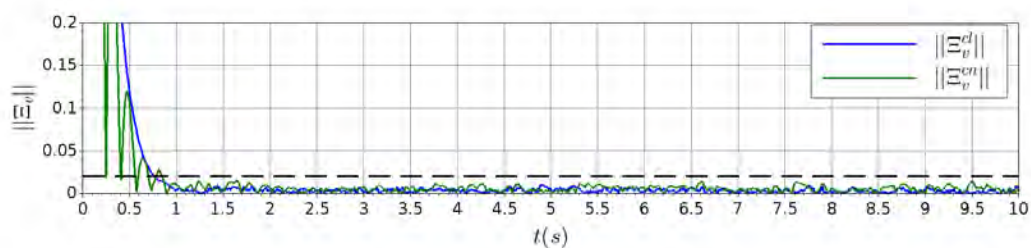


Figura 5.29: Error de sincronización en voltajes ante dinámica no lineal.

De acuerdo con las simulaciones hechas con las UGDs considerando la saturación en el inductor, los protocolos lineal y neuronal son capaces de llegar al consenso de voltajes. Los protocolos presentaron un desempeño semejante, a excepción de que con el protocolo neuronal se presentan sobretiros en los estados de las UGDs no lineales. Sin embargo, los protocolos de consenso no se ven afectados por la no linealidad, esto se puede ver al comparar la dinámica de los voltajes de las UGDs no lineales con la dinámica de los voltajes de las UGDs lineales en las simulaciones de las secciones anteriores, en especial con los voltajes en la Figura 5.4.

5.5.2. Escenario 10: consenso para corrientes por unidad ante dinámica no lineal

En la microrred con UGDs no lineales, también se probó con el consenso en corrientes por unidad. Se hizo una simulación con el protocolo lineal y otra con el protocolo neuronal. En la Figura 5.30 se muestran los estados de las UGDs no lineales con los protocolos de consenso. Como se puede ver, el protocolo neuronal, como con el consenso en voltajes, también presenta un sobretiro inicial, en comparación con el protocolo lineal que no tiene sobretiro, pues tiene una respuesta sobreamortiguada. Ambos protocolos logran llegar al voltaje nominal de la microrred, aunque debido al sobretiro del protocolo neuronal, este tarda más en llegar al voltaje nominal de 48V. Esto se puede ver en la gráfica del voltaje promedio v_p .

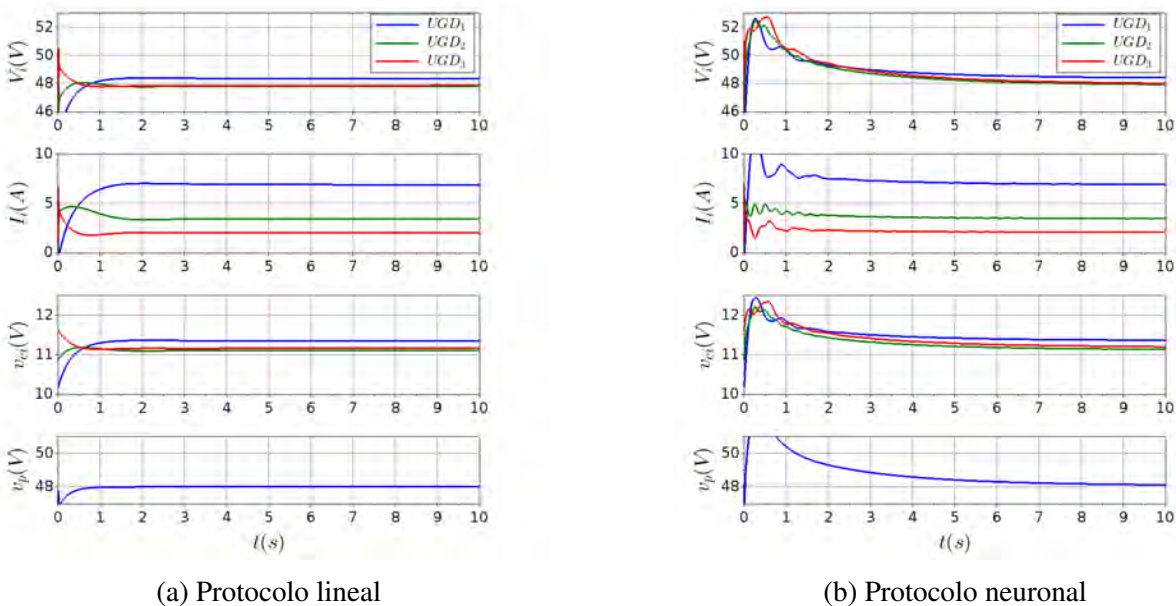


Figura 5.30: Estados de UGDs con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante dinámica no lineal.

En la Figura 5.31 se muestran las potencias dentro de la microrred con UGDs no lineales y los protocolos de consenso. En esta gráfica se puede ver el sobretiro que produce el protocolo neuronal en los elementos de la microrred. Aunque, en estado estable, las UGDs producen las mismas potencias, tanto con el protocolo lineal como con el protocolo neuronal. En este caso, en el consenso de corrientes por unidad, los dos protocolos le entregan potencia a la FVE 1. Con el protocolo neuronal, la FVE 1 absorbe el sobretiro inicial de las UGDs, después, las UGDs y la FVE convergen a una menor potencia. La misma que con el protocolo lineal.

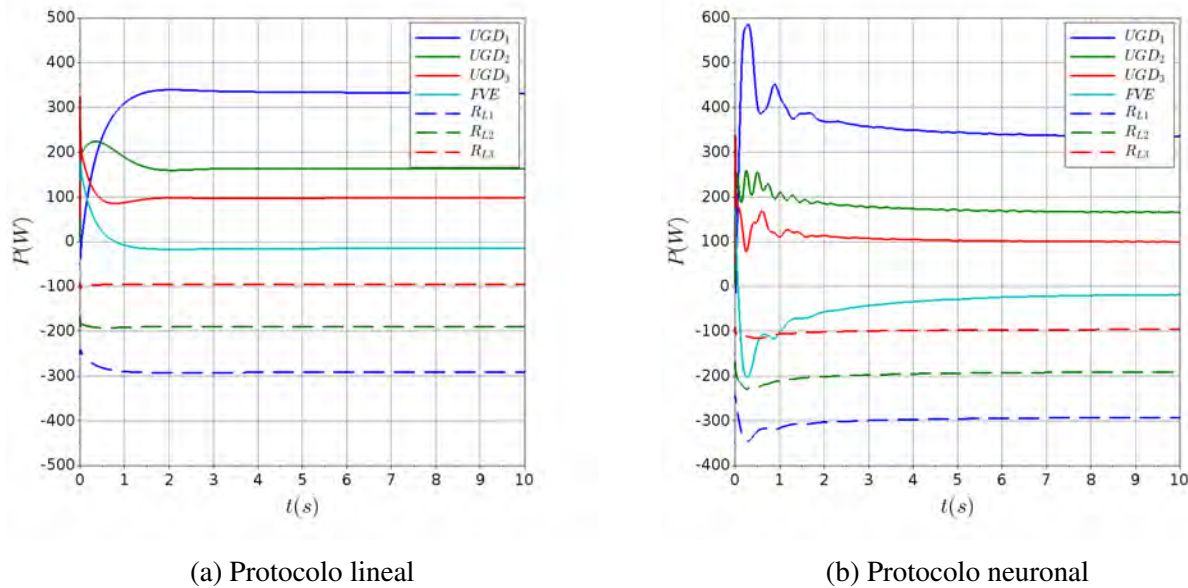
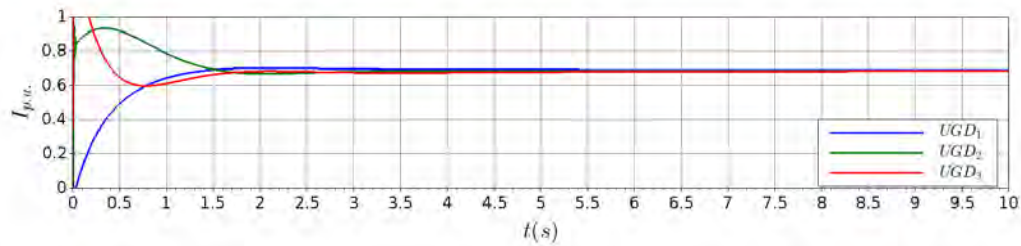


Figura 5.31: Potencias de la microrred con protocolos de consenso para corrientes por unidad ante dinámica no lineal.

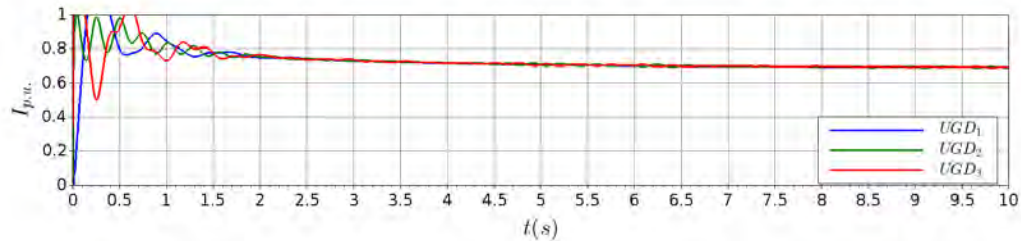
En la Figura 5.32 se muestran las corrientes por unidad de las UGDs no lineales con los protocolos de consenso. Como se puede ver en las gráficas, los protocolos lineal y neuronal logran llegar a un consenso en corrientes por unidad. El protocolo neuronal presenta una respuesta oscilatoria y con un sobretiro en las corrientes por unidad, por el contrario, y como se esperaba, el protocolo lineal, presenta una respuesta sobreamortiguada y lenta. De acuerdo con las simulaciones de las secciones anteriores, no se nota diferencia en el comportamiento dinámico en el consenso de corrientes por unidad de las UGDs no lineales.

Finalmente, en la Figura 5.33 se muestran los errores de sincronización en corrientes por unidad $\|\Xi_c\|$ con los protocolos lineal y neuronal. La línea negra punteada representa una banda de error de 0.02. Cómo se puede ver, ambos protocolos logran llegar a la banda de error. El protocolo neuronal tarda 1.65s y el protocolo lineal tarda 2.43s en llegar a la banda de error. El error promedio en estado estacionario del protocolo neuronal es $e_f^{cn} = 0.0024$, mientras que el protocolo lineal tiene un error promedio en estado estacionario de $e_f^{cl} = 0.0032$. En cuanto al error de sincronización acumulado, el protocolo lineal tuvo un error de sincronización acumulado de $e_a^{cl} = 4965.82$ y el protocolo neuronal tuvo un error de $e_a^{cn} = 2354.24$.

En consenso de corrientes por unidad, en términos de consenso, se observó un mejor desempeño con el protocolo neuronal. Pero igual que con el consenso de voltajes, el protocolo neuronal



(a) Protocolo lineal



(b) Protocolo neuronal

Figura 5.32: Corrientes por unidad de las UGDs con protocolos de consenso ante dinámica no lineal.

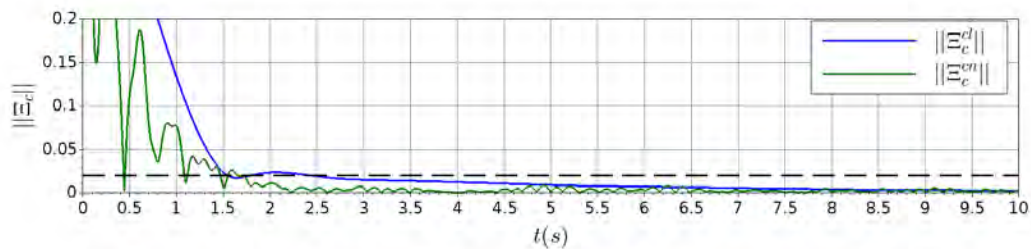


Figura 5.33: Error de sincronización en corrientes por unidad ante dinámica no lineal.

presenta oscilaciones y sobretiros en los estados de las UGDs. Por otra parte, el protocolo lineal presenta una respuesta más lenta, pero sobreamortiguada. Si se comparan las respuestas dinámicas de las UGDs no lineales y de las UGDs lineales, especialmente las corrientes por unidad en la Figura 5.6, con los protocolos de consenso no se nota ninguna diferencia significativa. Se puede concluir que los protocolos de consenso, lineal y neuronal, son capaces de llegar al consenso de las UGDs con la no linealidad de saturación en el inductor.

Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentaron pruebas de simulación con el protocolo neuronal y lineal en una microrred. Se plantearon diferentes escenarios, como: UGDs con incertidumbre paramétrica, diferentes topologías de comunicación, variación en el número de UGDs en la microrred, desco-

nexión de una UGD de la microrred y UGDs con inductores no lineales. En dichos escenarios, se logró el consenso para voltajes y corrientes por unidad. En el siguiente capítulo se presentan las conclusiones generales de la tesis.

Conclusiones

En el presente documento se propuso un protocolo de consenso basado en redes neuronales para lograr la sincronización de sistemas multiagente, siendo el caso de estudio una microrred de CD. Se presentaron conceptos base sobre sistemas multiagente con acoplamiento físico, sincronización, redes neuronales y microrredes de CD. Con base con estos conceptos, se adaptó una estrategia basada en una red neuronal para lograr el consenso de sistemas multiagente. Como parte del diseño se realizó un análisis de estabilidad adecuado a la microrred de CD. La estrategia fue probada en diferentes escenarios, comparando su desempeño con el obtenido a través de protocolos lineales de consenso reportados en la literatura. Con apoyo de lo descrito en los capítulos 3 y 5, se afirma que se han cumplido los objetivos específicos de esta tesis:

1. Desarrollar una estrategia de sincronización por protocolos de consenso con incertidumbre en el modelado de los agentes en una microrred.

Se demostró que el protocolo de consenso basado en redes neuronales logró hacer frente a las incertidumbres paramétricas en el modelado de las UGDs, las cuales fueron establecidas con tolerancia de $\pm 30\%$ para las inductancias y capacitancias y de $\pm 10\%$ para resistencias.

2. Desarrollar una estrategia de sincronización mediante protocolos de consenso para una microrred con agentes de dinámica no lineal.

Se demostró que considerando la no linealidad de saturación del inductor, el protocolo neuronal fue capaz de lograr el consenso tanto de voltajes como de corrientes de una microrred de CD.

3. Implementar en simulación las estrategias desarrolladas para el caso de una microrred.

Se realizaron las simulaciones correspondientes, tanto para la estrategia neuronal, como para la estrategia lineal.

Asimismo, se considera que se cumplió con el objetivo general:

- El objetivo de esta tesis es desarrollar una estrategia de sincronización controlada para una microrred en CD mediante protocolos de consenso basados en redes neuronales para atacar la incertidumbre y la dinámica no lineal de los agentes.

Como se menciona en los objetivos particulares, el protocolo neuronal fue probado con incertidumbre paramétrica y agentes no lineales. Sin embargo, se añadieron algunas pruebas relacionadas con la flexibilidad obtenida a partir del uso del paradigma multiagente y protocolo neuronal de consenso en una microrred, como cambio de topología en el grafo de comunicación, incremento de agentes y desconexión de agentes. En todas las pruebas el protocolo neuronal tuvo un resultado satisfactorio al llegar al consenso, tanto en voltajes como en corrientes por unidad de las UGDs de la microrred.

Durante las pruebas en simulación, se comparó el protocolo lineal con el neuronal, dando diferentes resultados en cada escenario propuesto. En las pruebas con incertidumbre paramétrica, se consideró la tolerancia máxima y mínima de los componentes del filtro de acoplamiento. En el escenario 1 de consenso de voltajes, el protocolo lineal y neuronal tuvieron una respuesta semejante, pero el protocolo neuronal tuvo un mejor desempeño en el transitorio. En el escenario 2 de consenso de corrientes por unidad, el protocolo neuronal presentó un comportamiento semejante en todas sus simulaciones con incertidumbre paramétrica, también mantuvo un error de sincronización acumulado menor al del protocolo lineal.

Al considerar diferentes topologías de comunicación, en el escenario 3 de consenso de voltajes, igualmente, los protocolos de consenso presentaron un comportamiento semejante, pero el protocolo neuronal mantuvo mejor desempeño en el sentido del consenso, al mantener menores errores de sincronización, aunque presentó sobretiros en los voltajes de las UGDs. En el escenario 4 de consenso de corrientes por unidad, el protocolo neuronal, igualmente, presentó sobretiros, pero se mantuvo robusto ante el cambio de la topología de comunicación, en comparación con el protocolo lineal, que tuvo dificultades, en el sentido del tiempo que le tomó para llegar al consenso con la topología serie.

Considerando el escalamiento de la microrred, en el escenario 5 de consenso de voltajes, los protocolos de consenso tuvieron un desempeño semejante, pero el protocolo lineal tuvo mejor desempeño en el transitorio. En el escenario 6 de consenso de corrientes, al igual que con los resultados con diferentes topologías de comunicación, el protocolo neuronal presentó robustez y reduce rápidamente el error de sincronización, pero mantiene un mayor error en el estado estacionario.

En el caso de la desconexión de una UGD de la microrred, tanto en comunicación como en acoplamiento físico, en el escenario 7 de consenso de voltajes, el protocolo lineal tuvo un mejor desempeño que el protocolo neuronal. Por el contrario, en el escenario 8 de consenso de corrientes por unidad, el protocolo neuronal tuvo una respuesta rápida y con menor error de sincronización, presentando ligeras oscilaciones en los estados de las UGDs.

Por último, cuando se considera la saturación en el inductor del filtro de acoplamiento, en el escenario 9 de consenso de voltajes, ambos protocolos no se ven afectados por dicha no linealidad. Asimismo, en el escenario 10 de consenso de corrientes, los protocolos logran llegar al consenso de las UGDs sin verse afectados por la no linealidad.

Con las pruebas y resultados presentados se puede afirmar la hipótesis planteada: "La adaptación de un protocolo de consenso basado en redes neuronales permitirá hacer frente a los problemas de sincronización entre agentes con dinámicas no lineales e incertidumbre en el modelado". Por lo que se concluye que es posible usar un protocolo de consenso basado en redes neuronales para lograr la sincronización de sistemas multiagente. La aportación principal de este proyecto tesis es adaptación de un protocolo neuronal de consenso para la sincronización de UGDs dentro de una microrredes de CD, con dinámicas desconocidas e incertidumbre en su modelado matemático. Esta estrategia contempla el desconocimiento exacto del modelo matemático de las UGDs en la microrred, pero considerando que sean sistemas *Lipschitz* y continuamente derivables. De acuerdo con la revisión bibliográfica, las soluciones reportadas para el caso de microrredes, van hacia el área de consenso lineal y escasos trabajos desde el punto de vista no lineal mediante otras estrategias

Como trabajos futuros se plantea la verificación experimental de las estrategias, la introducción de las dinámicas no modeladas en esta tesis, por ejemplo el convertidor reductor *Buck*, la fuente primaria de energía y la introducción de sistemas de almacenamiento, con lo que se tendrá un modelo más completo. De igual forma, es interesante ampliar esta estrategia hacia microrredes de CA y considerar los problemas de consenso ante saturación de generación de potencia en las UGDs.

Referencias

- Aleksandrov, A., Chen, Y., Platonov, A. & Zhang, L. (2012), ‘Stability analysis and uniform ultimate boundedness control synthesis for a class of nonlinear switched difference systems’, *Journal of Difference Equations and Applications* **18**, 1545–1561.
- Bhargavi, K. M., Jayalakshmi, N. S., Gaonkar, D. N., Shrivastava, A. & Jadoun, V. K. (2021), ‘A comprehensive review on control techniques for power management of isolated dc microgrid system operation’, *IEEE Access* **9**, 32196–32228.
URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9358188>
- Blekhman, I., Fradkov, A., Nijmeijer, H. & Pogromsky, A. (1997), ‘On self-synchronization and controlled synchronization’, *Systems & Control Letters* **31**(5), 299–305. *Control of Chaos and Synchronization*.
- Brown, R. & Kocarev, L. (2000), ‘A unifying definition of synchronization for dynamical systems’, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, American Institute of Physics* **10**, 344–349.
- Cochocki, A. & Unbehauen, R. (1993), *Neural networks for optimization and signal processing*, John Wiley & Sons, Inc.
- Ding, D., Wang, Z. & Han, Q. L. (2020), ‘Neural-network-based consensus control for multiagent systems with input constraints: The event-triggered case’, *IEEE Transactions on Cybernetics* **50**, 3719–3730.
- Ejury, J. (2013), ‘Buck converter design’, *Infineon Technologies North America (TFNA) Corn Design Note* **1**.
- Esfandiari, K., Abdollahi, F. & Talebi, H. A. (2022), *Neural Network-Based Adaptive Control of Uncertain Nonlinear Systems*, Springer.

- Ge, S. S., Hang, C. C. & Zhang, T. (1999), ‘Adaptive neural network control of nonlinear systems by state and output feedback’, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics* **29**(6), 818–828.
- Han, R., Meng, L., Guerrero, J. M. & Vasquez, J. C. (2018), ‘Distributed nonlinear control with event-triggered communication to achieve current-sharing and voltage regulation in dc microgrids’, *IEEE Transactions on Power Electronics* **33**, 6416–6433.
- Hua, H., Wei, Z., Qin, Y., Wang, T., Li, L. & Cao, J. (2021), ‘Review of distributed control and optimization in energy internet: From traditional methods to artificial intelligence-based methods’, *IET Cyber-Physical Systems: Theory and Applications* .
- Kwon, W. & Won, S. (2014), Uniformly ultimately boundedness stability condition of systems with state delay and input backlash, in ‘2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014)’, IEEE, pp. 1–5.
- Lewis, F., Jagannathan, S. & Yesildirak, A. (2020), *Neural network control of robot manipulators and non-linear systems*, CRC press.
- Liu, J. (2013), *Radial Basis Function (RBF) neural network control for mechanical systems: design, analysis and Matlab simulation*, Springer Science & Business Media.
- Ma, J. & Ma, X. (2018), ‘A review of forecasting algorithms and energy management strategies for microgrids’, *Systems Science & Control Engineering* **6**(1), 237–248.
- Maknouninejad, A., Qu, Z., Lewis, F. L. & Davoudi, A. (2014), ‘Optimal, nonlinear, and distributed designs of droop controls for dc microgrids’, *IEEE Transactions on Smart Grid* **5**, 2508–2516.
- Mastromauro, R. A., Liserre, M. & Dell’Aquila, A. (2008), ‘Study of the effects of inductor nonlinear behavior on the performance of current controllers for single-phase pv grid converters’, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **55**, 2043–2052.
- Nahata, P., Soloperto, R., Tucci, M., Martinelli, A. & Ferrari-Trecate, G. (2020), ‘A passivity-based approach to voltage stabilization in dc microgrids with zip loads’, *Automatica* **113**, 108770.
- Olfati Saber, R., Fax, J. A. & Murray, R. M. (2007), ‘Consensus and cooperation in networked multi-agent systems’, *Proceedings of the IEEE* **95**, 215–233.
- Olfati Saber, R. & Murray, R. M. (2003), ‘Consensus Protocols for Networks of Dynamic Agents’, *Proceedings of the American Control Conference* **2**, 951–956.

- Park, J. & Sandberg, I. W. (1991), 'Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks', *Neural Computation* **3**(2), 246–257.
- Peña-Aguirre, J. C., Barranco-Gutierrez, A. I., Padilla-Medina, J. A., Espinosa-Calderon, A. & Perez-Pinal, F. J. (2020), 'Fuzzy logic power management strategy for a residential dc-microgrid', *IEEE Access* **8**, 116733–116743.
- Qin, J., Ma, Q., Shi, Y. & Wang, L. (2017), 'Recent advances in consensus of multi-agent systems: A brief survey', *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **64**, 4972–4983.
- Qin, J., Zhang, G., Zheng, W. X. & Kang, Y. (2019), 'Neural Network-Based Adaptive Consensus Control for a Class of Nonaffine Nonlinear Multiagent Systems With Actuator Faults', *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* **30**(12), 3633–3644.
- Rahman, M. S. (2007), *Buck converter design issues*, Institutionen för systemteknik.
- Ran, M., Wang, Q. & Dong, C. (2020), 'Active disturbance rejection consensus control of uncertain high-order nonlinear multi-agent systems', *Transactions of the Institute of Measurement and Control* **42**, 604–617.
- Ran, M. & Xie, L. (2021), 'Practical output consensus of nonlinear heterogeneous multi-agent systems with limited data rate', *Automatica* **129**, 109624.
URL: <http://arxiv.org/abs/2104.13179>
- Rao, S. & Rao, S. (2021), 'Finite-time consensus in the presence of malicious agents extended abstract', *In Proceedings of the 20th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems* pp. 1625–1627.
- Saleh, M., Esa, Y. & Mohamed, A. (2017), 'Centralized control for dc microgrid using finite state machine', *2017 IEEE Power and Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference, ISGT 2017* pp. 1–6.
- Shahbazitabar, M., Abdi, H., Nourianfar, H., Anvari-Moghaddam, A., Mohammadi-Ivatloo, B. & Hatziargyriou, N. (2021), *An Introduction to Microgrids, Concepts, Definition, and Classifications*, Springer International Publishing, pp. 3–16.
- Shang, Y. (2020), 'Resilient cluster consensus of multiagent systems', *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* pp. 1–11.
- Spanos, D., Olfati-Saber, R. & Murray, R. (2005), 'Dynamic consensus on mobile networks', *The 16th IFAC World Congress* pp. 1–6.

- Taylor, J. G. & Taylor, J. G. (1996), *Neural networks and their applications*, Unicom.
- Ton, D. T. & Smith, M. A. (2012), ‘The u.s. department of energy’s microgrid initiative’, *The Electricity Journal* **25**(8), 84–94.
URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1040619012002254>
- Trigo, L. I. L., Archundia, E. R., Gnecci, J. A. G., Patiño, A. M. & Campos, G. M. C. (2019), ‘Smart grids en México: Situación actual, retos y propuesta de implementación’, *Ingeniería Investigación y Tecnología* **20**, 1–12.
- Tucci, M., Meng, L., Guerrero, J. M. & Ferrari-Trecate, G. (2018), ‘Stable current sharing and voltage balancing in DC microgrids: A consensus-based secondary control layer’, *Automatica* **95**, 1–13.
- Tucci, M., Rivero, S., Vasquez, J. C., Guerrero, J. M. & Ferrari-Trecate, G. (2015), ‘A decentralized scalable approach to voltage control of dc islanded microgrids’, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **24**, 1965–1979.
URL: <http://arxiv.org/abs/1503.06292>
- Turan, M. S., Xu, L. & Ferrari-Trecate, G. (2021), ‘On Consensusability of Linear Interconnected Multi-Agent Systems and Simultaneous Stabilization’, *IEEE Transactions on Control of Network Systems* pp. 1–12.
- Ullah, S., Khan, L., Sami, I. & Ullah, N. (2021), ‘Consensus-based delay-tolerant distributed secondary control strategy for droop controlled ac microgrids’, *IEEE Access* **9**, 6033–6049.
- Vega, C. J., Djilali, L. & Sanchez, E. N. (2020), ‘Secondary control of microgrids via discrete-time neural distributed cooperative control’, *Clemson University Power Systems Conference, PSC 2020*.
- Wangl, X., Li, X., Cong, Y., Zeng, Z. & Zheng, Z. (2013), ‘Multi-agent distributed coordination control: Developments and directions’, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* p. 23.
- Wu, J., Zhu, B., Li, Y. & He, Y. (2020), ‘Research on the influence of communication time-delay on multi-agent system based distributed energy dispatching control consensus’, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* **555**.
- Yang, K., Zou, W., Xiang, Z. & Wang, R. (2021), ‘Fully distributed consensus for higher-order nonlinear multi-agent systems with unmatched disturbances’, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S* **14**, 1535–1551.

Zhang, G., Ma, Q., Qin, J., Kang, Y. & Zheng, W. X. (2018), ‘Adaptive neural network control for consensus of nonlinear multi-agent systems with actuator faults’, *8th International Conference on Information Science and Technology, ICIST 2018* pp. 409–414.

Zhao, D., Ni, W. & Zhu, Q. (2014), ‘A framework of neural networks based consensus control for multiple robotic manipulators’, *Neurocomputing* **140**, 8–18.

URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2014.03.041>

Zhongkui, L. & Zhisheng, D. (2015), *Cooperative control of multi-agent systems: a consensus region approach*, Vol. 148, Press, CRC.

Anexos

Expansión del estado del arte

Tabla A.1: Consenso de sistemas dinámicos

Zhao <i>et al.</i> (2014)	A framework of neural networks based consensus control for multiple robotic manipulators
Ding <i>et al.</i> (2020)	Neural-Network-Based Consensus Control for Multiagent Systems with Input Constraints: The Event-Triggered Case
Shang (2020)	Resilient Cluster Consensus of Multiagent Systems
Wu <i>et al.</i> (2020)	Research on the Influence of Communication Time-Delay on Multi-agent System Based Distributed Energy Dispatching Control Consensus
Ran & Xie (2021)	Practical Output Consensus of Nonlinear Heterogeneous Multi-Agent Systems with Limited Data Rate
Rao & Rao (2021)	Finite-time Consensus in the Presence of Malicious Agents
Yang <i>et al.</i> (2021)	Fully distributed consensus for higher-order nonlinear multi-agent systems with unmatched disturbances

Tabla A.2: Sincronización de una microrred

Maknouninejad <i>et al.</i> (2014)	Optimal, nonlinear, and distributed designs of droop controls for DC microgrids
Saleh <i>et al.</i> (2017)	Centralized control for DC microgrid using finite state machine
Ma & Ma (2018)	A review of forecasting algorithms and energy management strategies for microgrids
Peña-Aguirre <i>et al.</i> (2020)	Fuzzy Logic Power Management Strategy for a Residential DC-Microgrid
Vega <i>et al.</i> (2020)	Secondary Control of Microgrids via Discrete-time Neural Distributed Cooperative Control
Hua <i>et al.</i> (2021)	Review of distributed control and optimization in energy internet
Ullah <i>et al.</i> (2021)	Consensus-Based Delay-Tolerant Distributed Secondary Control Strategy for Droop Controlled AC Microgrids

Anexo **B**

Artículo: Estrategias de consenso para
microrred de CD

Estrategias de Consenso en Microrredes de CD [★]

Meneses-Arcos, M.A. * García-Beltrán, C.D. *
Reyes-Reyes, J. *

* *Departamento de Ingeniería Electrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, TecNM, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, MX (e-mail: {m21ce037, carlos.gb, juan.rr}@cenidet.tecnm.mx).*

Resumen: En este artículo se desarrolló una revisión de la estructura y consenso de microrredes de CD con un enfoque multiagente. Se presenta una estructura general de sistemas multiagente interconectados, con la que se acopla un modelo de unidades de generación distribuida. Cada unidad se considera como un convertidor *Buck* ideal con un filtro *RLC* conectado a una carga. Se presentan dos protocolos de consenso encontrados en la literatura, uno para consenso de voltajes y otro de consenso para distribución de corrientes con balance de voltaje. Los protocolos fueron puestos a prueba en simulación, en la que se considera incertidumbre paramétrica, ruido de medición y perturbación en uno de los agentes. Con el protocolo de consenso para distribución de corrientes se añadió una fuente de voltaje externa sin comunicación con los demás agentes y se encontró que puede tanto consumir como aportar potencia a la microrred.

Keywords: Multi-agent systems, Control of interconnected systems, Consensus algorithms, DC microgrids, Power/Energy systems.

1. INTRODUCCIÓN

Las energías renovables se están convirtiendo rápidamente en la meta de generación energética a nivel mundial. Esto cambia la forma de distribución y almacenamiento de la energía eléctrica. Muchas de las fuentes renovables son de generación descentralizada (Trigo et al., 2019), una de las soluciones para su integración es optar por un esquema de microrredes para su distribución, el cual ha sido considerado como el mejor camino para aprovechar el potencial de la generación distribuida (Shahbazitabar et al., 2021). Las microrredes pueden considerarse como una entidad controlable o como un sistema multiagente. La sincronización de sistemas multiagente se ha analizado ampliamente por diversos autores como (Blekhman et al., 1997), (Spanos et al., 2005), (Olfati Saber et al., 2007), (Qin et al., 2017), por lo que al enlazar el esquema multiagente con las microrredes presenta una gran oportunidad de desarrollo, al permitir mayor flexibilidad al modificar la microrred en comparación con otros esquemas de sincronización.

Se ha realizado una revisión sobre las microrredes y los sistemas multiagente, la cual se presenta en este documento. Se empieza por la estructura general de un agente en un sistema multiagente interconectado. Después se presenta

la descripción de una microrred y uno de sus posibles componentes, un *Buck* con un filtro *RLC* conectado a una carga y otros *Bucks*. Posteriormente, se presentan dos protocolos de consenso encontrados en la literatura, los cuales se pusieron a prueba en simulación considerando ruido de medición, incertidumbre paramétrica y una perturbación en la corriente demandada por una carga.

Notación y definiciones básicas

$(\cdot)^c$ superíndice c hace referencia a que pertenece al grafo de comunicación.

$(\cdot)^f$ superíndice f hace referencia a que pertenece al grafo de interconexión física.

2. SISTEMAS MULTIAGENTE INTERCONECTADOS

Un sistema multiagente está compuesto por agentes con dinámica propia que interactúan entre ellos por medio de una red de comunicación, la cual está representada por un grafo $\mathcal{G}_c = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_c, \mathcal{W}_c)$, donde \mathcal{V} es el conjunto de nodos o vértices que representan a cada agente, \mathcal{E}_c es el conjunto de aristas de comunicación y \mathcal{W}_c es el conjunto de los pesos de las aristas, los cuales suelen ser igual a 1 (Olfati Saber and Murray, 2003). Los sistemas multiagente interconectados (SMI) son aquellos en los

* Espónsor Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt)

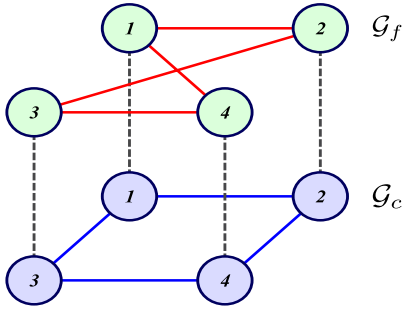


Figura 1. Grafos \mathcal{G}_c y \mathcal{G}_f de un SMI (Turan et al., 2021)

cuales sus agentes, además de tener una interconexión por comunicación, tienen interconexión física. Esta se representa con el grafo $\mathcal{G}_f = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_f, \mathcal{W}_f)$, donde \mathcal{E}_f y \mathcal{W}_f son el conjunto de aristas y el conjunto de sus pesos de interconexión. Como se muestra en la Figura 1, los grafos \mathcal{G}_c y \mathcal{G}_f comparten el mismo conjunto de nodos $\mathcal{V} = \{\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \dots, \mathcal{V}_N\}$, donde N es el número de agentes y el conjunto de vecinos del nodo \mathcal{V}_i está denotado por \mathcal{N}_i^c y \mathcal{N}_i^f , $i = 1, 2, \dots, N$ respectivamente a cada grafo. Asimismo, cada grafo puede ser representado por su propia matriz *Laplaciana* \mathcal{L}^c y \mathcal{L}^f s que representa matemáticamente su topología de interconexión. En los SMI, el comportamiento dinámico del agente i se ve afectada por sus vecinos \mathcal{N}_i^f . Considerando un SMI con N agentes homogéneos con dinámica lineal, la cual puede ser descrita como:

$$\dot{x}_i = Ax_i + A_f \sum_{j \in \mathcal{N}_i^f} w_{ij}^f (x_i - x_j) + Bu_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

donde $x_i \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del agente i , $x_j \in \mathbb{R}^n$ pertenece al vector de estados de los agentes vecinos, $u_i \in \mathbb{R}$ es la entrada de control, $w_{ij}^f = w_{ji}^f \in \mathbb{R}$ es el peso de interconexión física y $A_f \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de acoplamiento físico entre los agentes (Turan et al., 2021). El error de consenso global para cada agente está dado por:

$$\xi = [\xi_1^T, \dots, \xi_N^T], \quad \xi_i = x_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \quad (2)$$

y el error de consenso del sistema multiagente es $\|\xi\|$ (Zhongkui and Zhisheng, 2015).

3. MICRORRED ELÉCTRICA

Una microrred es un conjunto finito de cargas y fuentes de energía distribuida interconectadas eléctricamente, que actúan como una entidad controlable (Ton and Smith, 2012). Una microrred puede considerarse como un sistema multiagente con interconexión física, en el que cada generador distribuido o sistema de almacenamiento es un agente y las líneas eléctricas son las interconexiones. En

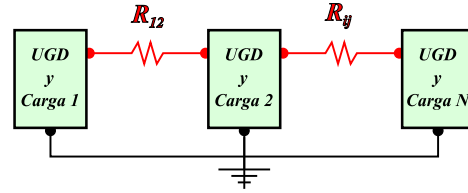


Figura 2. Diagrama de una microrred

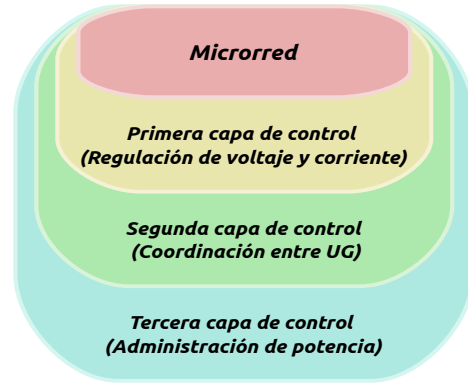


Figura 3. Diagrama de control jerárquico en una microrred (Bhargavi et al., 2021)

la Figura 2 se muestra el diagrama de una microrred, en donde cada bloque contiene una unidad de generación distribuida (UGD) y su carga R_{Li} . Las líneas eléctricas de interconexión están representados por las resistencias en rojo R_{12} y R_{ij} .

El control de la microrred suele tener un esquema jerárquico, constituido por tres capas de control, como se muestra en la Figura 3. La primera capa se encarga de la regulación local de voltaje y corriente de las UGD, sus puntos de referencia están definidos por los controladores de la segunda capa. La segunda capa de control se encarga de la coordinación entre las UGDs, pudiendo llegar a la coordinación de forma centralizada, distribuida o descentralizada. Finalmente, la tercera capa regula y optimiza la generación de potencia en la microrred (Bhargavi et al., 2021).

3.1 Modelo de microrred de corriente directa

Se toma el modelo de (Tucci et al., 2015), se considera una microrred de CD con N UGDs, cada unidad es modelada como una fuente de voltaje ideal y un convertidor reductor (*Buck*) con un filtro RLC conectado a una carga R_{Li} . La interconexión a las UGDs vecinas está representada por medio del resistor R_{ij} , la cual tiene relación con el calibre y extensión del cable que conecta las UGDs; la salida de voltaje de cada UGD vecino es identificado como V_j (Figura 4). Se asume que el convertidor *Buck* cuenta con su propio controlador, la dinámica de este subsistema es muy rápida en comparación con la dinámica de la microrred y el nivel de tensión no está acotado; esto permite considerar al bloque como ideal en lo subsecuente. Cada convertidor a su vez es controlado mediante una

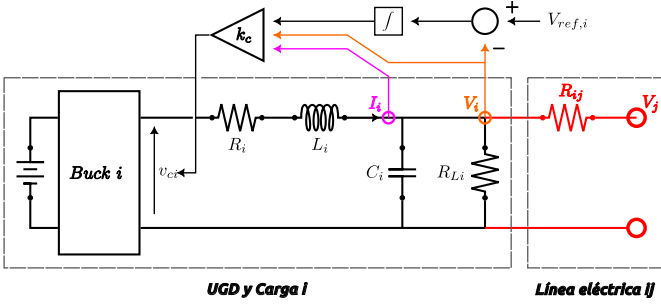


Figura 4. Diagrama de UGD y carga (Turan et al., 2021)

estrategia de retroalimentación de estados con ganancia $k_c = [k_{c1}, k_{c2}, k_{c3}]$ más una acción integral que regula el sistema y permite el seguimiento de referencia V_{ref} , lo que evita que V_i en el punto de acoplamiento común (PAC) llegue a niveles críticos (Nahata et al., 2020). El controlador primario manipula el voltaje de referencia v_{ci} del convertidor *Buck* para ajustar la corriente del inductor L_i , de esta forma controla el voltaje V_i de salida del capacitor C_i .

El modelo matemático del filtro de acoplamiento se obtiene utilizando las leyes de corriente y voltaje de Kirchoff para el diagrama de la Figura 4, obteniendo el siguiente sistema dinámico:

$$\begin{aligned} C_i \dot{V}_i &= -\frac{V_i}{R_{Li}} + I_i - \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} \frac{1}{R_{ij}} (V_i - V_j) \\ L_i \dot{I}_i &= (k_{c1} - 1)V_i + (k_{c2} - R_i)I_i + k_{c3}v_{ci} \\ \dot{v}_{ci} &= -V_i + V_{ref,i} \end{aligned} \quad (3)$$

Para el caso de la microrred el modelo de la Ecuación (3) representa al sistema de la Ecuación (1) de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1/(R_{Li}C_i) & 1/C_i & 0 \\ (k_{c1} - 1)/L_i & (k_{c2} - R_i)/L_i & k_{c3}/L_i \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} 1/C_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} \frac{1}{R_{ij}} \left(\begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \\ x_{j3} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (4)$$

donde $x_i \triangleq [V_i, I_i, v_{ci}]^T = [x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}]^T$ y $u = V_{ref,i}$ y cada peso de interconexión $w_{ij}^f = \frac{1}{R_{ij}}$.

4. COORDINACIÓN DE UNA MICRORRED CON ESTRATEGIAS BASADAS EN CONSENSO

En esta sección se presentan dos estrategias de consenso para la coordinación de UGDs en una microrred, la primera estrategia está enfocada en el consenso de voltaje en nodos y la segunda estrategia, para el consenso en la distribución de corrientes.

Se considera una microrred con N UGDs con dinámica en (3). El control secundario modifica la referencia de voltaje $V_{ref,i}$ para cada agente con la finalidad de lograr el consenso de las UGDs. Esta modificación se hace

mediante el incremento ΔV_i al voltaje nominal de la microrred V_{ref} :

$$V_{ref,i} = V_{ref} - \Delta V_i \quad (5)$$

4.1 Consenso de voltajes de nodo

Para el consenso de voltajes de las UGD dentro de la microrred se emplea un protocolo de consenso básico:

$$\Delta V_i = k \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} w_{ij}^c (V_i - V_j), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

la cual permite que los voltajes en la microrred lleguen al consenso si su grafo de comunicación \mathcal{G}_c está conectado y su interconexión física es débil (Turan et al., 2021). En (6), $k \in \mathbb{R}$ es la ganancia de realimentación del protocolo de consenso, la cual permite cumplir con la condición de que todos los agentes en lazo cerrado sean *Hurwitz*.

4.2 Consenso para distribución de corrientes

El objetivo de control de la estrategia de consenso para distribución de corrientes es lograr que todas las UGDs alimenten proporcionalmente la carga total en la microrred. Esto es deseable cuando alguna UGD no es capaz de suplir la demanda de su carga, por lo que necesita de la potencia de las demás UGDs. La distribución de la carga en proporción a la capacidad de cada UGD se consigue midiendo la corriente de salida por unidad, es decir escalando I_i respecto a un factor de escalamiento, en este caso el valor de la corriente nominal I_i^{nom} de cada UGD. Por lo que si se considera una corriente de carga constante, la distribución de la carga de la microrred entre las UGDs se consigue cuando:

$$\frac{I_i}{I_i^{nom}} = \frac{I_j}{I_j^{nom}} \quad \forall i, j \in \mathcal{V} \quad (7)$$

Esta distribución de corrientes se logra mediante un balance de voltajes en la microrred, al lograr que el voltaje promedio de todos los voltajes V_i , $i = 1, 2, \dots, N$ sea igual al valor de referencia de voltaje V_{ref} , es decir:

$$v_p = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{V}} V_i = V_{ref} \quad (8)$$

Para solucionar el problema de la distribución de corrientes y balance de voltaje en (Tucci et al., 2018) se propone el siguiente algoritmo de consenso.

$$\Delta V_i = k \sum_{j \in \mathcal{N}_i^c} w_{ij}^c \left[\frac{I_i}{I_i^{nom}} - \frac{I_j}{I_j^{nom}} \right], \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

5. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En esta sección se presentan los resultados de simulación de una microrred de CD con voltaje nominal de 48V, se consideran tres UGDs con la topología de los grafos en la Figura 5, cada línea roja representa un resistor $R_{ij} \in [1, 0, 1, 1]$, las líneas azules los enlaces de comunicación y los nodos representan a las UGDs. El comportamiento

dinámico de cada UGD es el presentado en (4). También, se considera una fuente de voltaje externa (FVE), la cual no tiene comunicación con los demás agentes, solo tiene interconexión física con el Agente 1 y tiene un voltaje fijo en 48V. Se consideran tres escenarios en el control secundario de la microrred; el primero, se considera lazo abierto; el segundo, se aplica la estrategia para consenso de voltajes y finalmente, en el tercero, se aplica la estrategia para balance de voltaje y consenso para distribución de corrientes. La simulación se realizó en *Scilab*, se añadió ruido blanco Gaussiano a la entrada de cada protocolo de consenso para simular ruido de medición. Asimismo, se considera incertidumbre paramétrica, cada agente tiene diferentes valores paramétricos en los elementos del filtro RLC y su resistencia de carga, los cuales están en la Tabla 1.

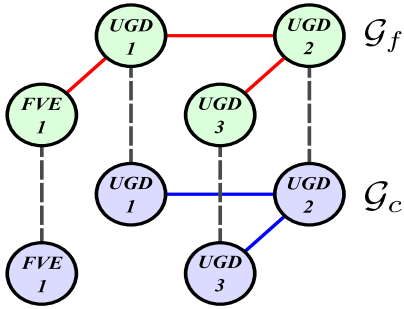


Figura 5. Grafos de microrred con 3 agentes

Tabla 1. Parámetros de las UGD (Tucci et al., 2016)

UGD	$R_i(\Omega)$	$L_i(mH)$	$C_i(mF)$	$R_{Li}(\Omega)$
1	0.2	1.8	2.2	8
2	0.1	2.2	1.7	12
3	0.6	2.5	2.3	24

5.1 Lazo abierto

Se considera el voltaje de referencia $V_{ref,i} = V_{ref} = 48V$ en cada agente y en lazo abierto, se tiene la respuesta de los estados de las UGDs en la Figura 6, en la cual se puede ver que llega al voltaje de referencia en $t = 1s$. En $t = 15s$ se aplica al Agente 1 una perturbación de tipo escalón para aumentar la demanda de corriente de su carga. En la Figura 7 se muestra el comportamiento de la potencia. En líneas continuas las UGDs y la FVE; en líneas punteadas las cargas. Se puede ver que cada agente genera solo la potencia demandada por su carga.

5.2 Consenso de voltajes

Considerando el voltaje de referencia $V_{ref} = 48V$, con $V_{ref,i}$ en (5) y bajo el protocolo de consenso en (6), con $k = 1$ y $w_{ij}^c = 1, \forall i, j \in \mathcal{V}$; se tiene la respuesta de los estados en la Figura 8. En $t = 15s$ al Agente 1 se le aplica una perturbación de tipo escalón para aumentar la demanda de corriente de su carga.

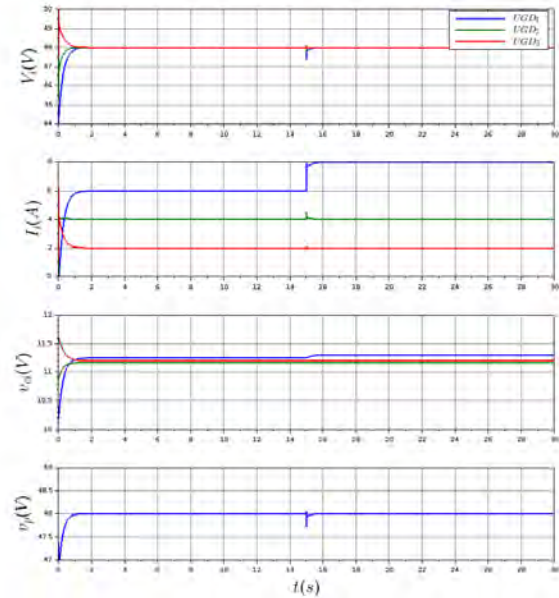


Figura 6. Estados de las UGDs en lazo abierto

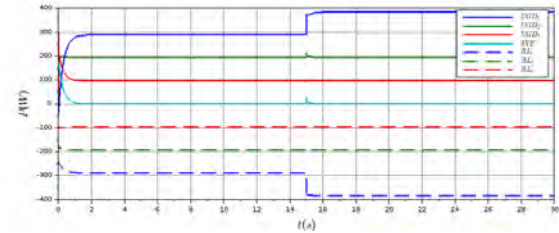


Figura 7. Potencias en la microrred en lazo abierto

En la Figura 9 se muestra el error de consenso $\|\xi_v\|$ para el protocolo de voltajes, el cual fue calculado con (2). Como se puede apreciar, el protocolo (6) reduce el error de consenso rápidamente, incluso después de la perturbación, pero se ve afectado por el ruido blanco a la entrada del protocolo. En la Figura 10, se muestra las potencias en la microrred con la estrategia de consenso para voltajes.

5.3 Consenso para distribución de corrientes y balance de voltaje

Para probar la estrategia de consenso para el balance de voltaje y distribución de corrientes, se considera el voltaje de referencia de la microrred $V_{ref} = 48V$, con $V_{ref,i}$ en (5) y con la estrategia de consenso en (9), con $k = 1$ y $w_{ij}^c = 1, \forall i, j \in \mathcal{V}$. Las corrientes nominales de los agentes son: $I_1^{nom} = 10A, I_2^{nom} = 5A, I_3^{nom} = 3A$. Igualmente, en $15s$ se aplica una perturbación de tipo escalón al primer agente para aumentar la demanda de corriente de su carga.

La respuesta de los estados de las UGDs se muestra en la Figura 11. En color azul está el Agente 1, en verde el Agente 2 y en rojo el Agente 3. Como se puede ver,

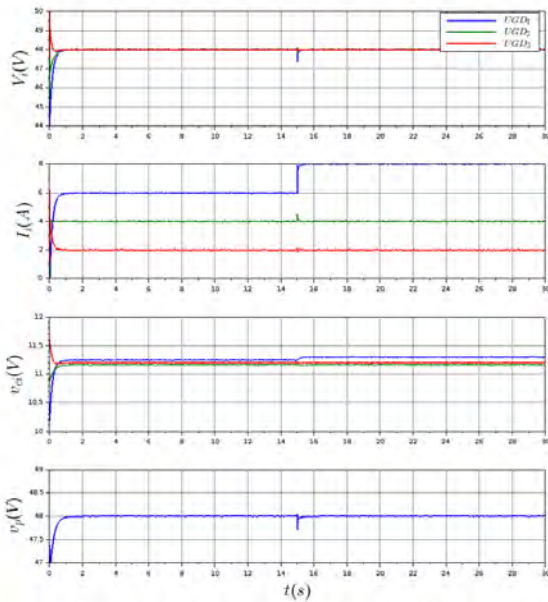


Figura 8. Estados de las UGDs con protocolo de consenso para voltajes

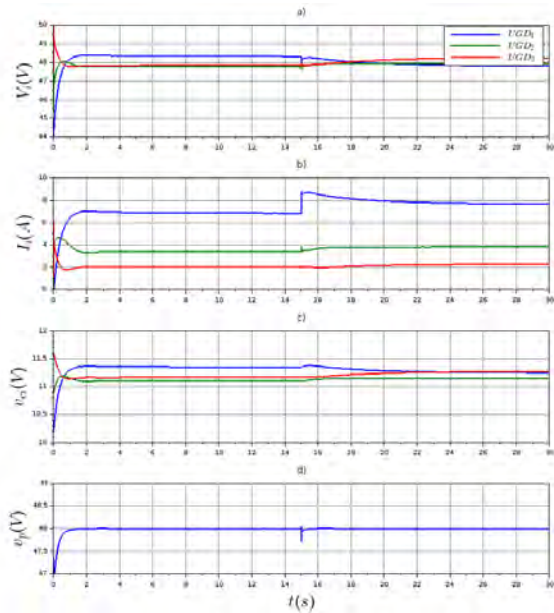


Figura 11. Estados de las UGDs con protocolo de consenso para distribución de corrientes

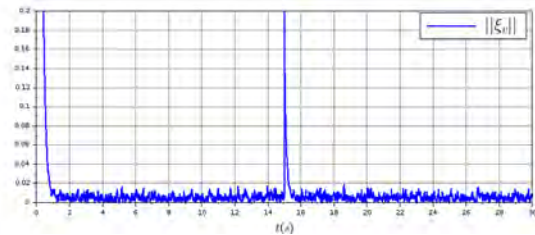


Figura 9. Error de consenso en voltajes

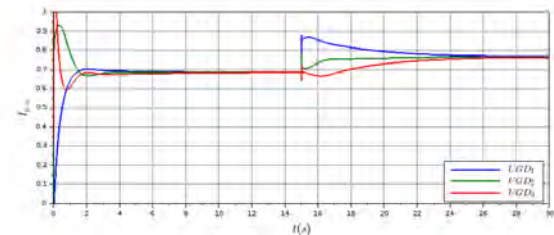


Figura 12. Corrientes por unidad

respecto al consenso de voltajes. Esto se puede apreciar mejor en la Figura 13 donde se muestra el error de consenso de corrientes $||\xi_c||$.

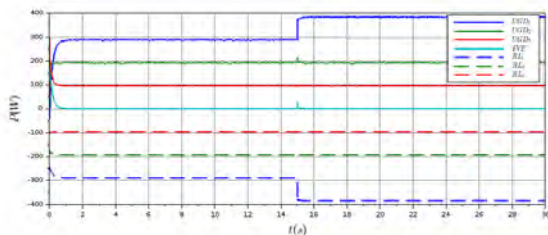


Figura 10. Potencias en la microrred con consenso en voltajes

al principio el Agente 1 mantiene un mayor voltaje para poder repartir parte de su corriente a los demás agentes. Después de la perturbación baja su voltaje para recibir corriente de los otros agentes. También se puede ver que el voltaje promedio v_p se mantiene prácticamente en 48V, aun durante la perturbación, regresa rápidamente a 48V. Asimismo, como se muestra en la Figura 12, se logra el consenso en la corriente por unidad. Después de la perturbación, las corrientes por unidad vuelven al consenso, aunque con una dinámica más lenta, con

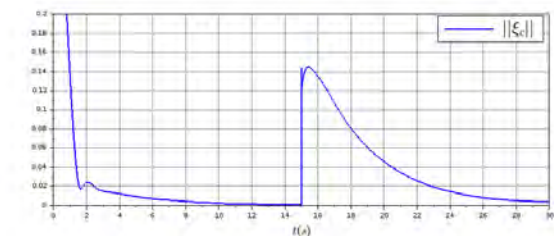


Figura 13. Error de consenso en corrientes por unidad

En la Figura 14 se muestran las potencias de la FVE, las UGDs y sus cargas. Al principio se observa que la FVE consume parte de la potencia de la microrred, pero después del aumento de la demanda de la carga del Agente 1, la FVE empieza a aportar potencia a la microrred, por lo que la carga total de la microrred también es distribuida entre la FVE, incluso si no tiene comunicación con los demás agentes.

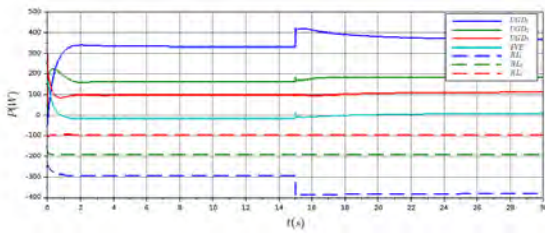


Figura 14. Potencias en microrred con consenso para distribución de corrientes

6. CONCLUSIONES

En este artículo se analizó una microrred con estrategias de consenso, desde un punto de vista de SMI. Se aplicaron las estrategias de consenso para voltaje; para balance de voltaje con distribución de corrientes y en lazo abierto en la segunda capa. Se pudo observar que en ambos casos, con las estrategias de consenso, se logró el consenso. Durante las simulaciones, al protocolo de consenso de voltaje propuesto en (Turan et al., 2021), se aplicó una modificación, en este artículo solo se consideró como realimentación a V_i , en comparación con el protocolo original en el que se realimentan todos los estados. Esto se hizo porque al considerar la incertidumbre paramétrica, los estados de los agentes son distintos, por ende al tratar de llegar al consenso con todos los estados, solo se logra aumentar el error de consenso a la salida, en este caso el voltaje V_i . También, se observó que se vio afectado por el ruido blanco que se agregó a la entrada del protocolo de consenso.

El segundo protocolo de consenso tienen una mayor utilidad en la microrred, porque permite distribuir proporcionalmente la carga total de la microrred entre las UGDs, inclusive entre la FVE que no tiene comunicación con los demás agentes, a diferencia de la estrategia de consenso para voltajes y lazo abierto, en donde la FVE no participa, ya que no consume ni aporta potencia a la microrred. Cabe resaltar que este segundo protocolo tiene una respuesta lenta, 15s en llegar al consenso estacionario, en comparación con el primer protocolo, que llega al consenso en 1s.

Los trabajos futuros se concentrarán en evaluar una estrategia con redes neuronales artificiales en apoyo a los protocolos de consenso, tomando como base el presente artículo.

REFERENCIAS

Bhargavi, K.M., Jayalakshmi, N.S., Gaonkar, D.N., Shrivastava, A., and Jadoun, V.K. (2021). A comprehensive review on control techniques for power management of isolated dc microgrid system operation. *IEEE Access*, 9. doi:10.1109/ACCESS.2021.3060504.

Blekhman, I., Fradkov, A., Nijmeijer, H., and Pogromsky, A. (1997). On self-synchronization and controlled synchronization. *Systems & Control Letters*,

31(5), 299–305. doi:https://doi.org/10.1016/S0167-6911(97)00047-9. Control of Chaos and Synchronization.

Nahata, P., Soloperto, R., Tucci, M., Martinelli, A., and Ferrari-Trecate, G. (2020). A passivity-based approach to voltage stabilization in dc microgrids with zip loads. *Automatica*, 113, 108770. doi:https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108770.

Olfati Saber, R., Fax, J.A., and Murray, R.M. (2007). Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 95, 215–233.

Olfati Saber, R. and Murray, R.M. (2003). Consensus Protocols for Networks of Dynamic Agents. *Proceedings of the American Control Conference*, 2, 951–956. doi:10.1109/acc.2003.1239709.

Qin, J., Ma, Q., Shi, Y., and Wang, L. (2017). Recent advances in consensus of multi-agent systems: A brief survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64, 4972–4983. doi:10.1109/TIE.2016.2636810.

Shahbazitabar, M., Abdi, H., Nourianfar, H., Anvari-Moghaddam, A., Mohammadi-Ivatloo, B., and Hatzigiargyriou, N. (2021). *An Introduction to Microgrids, Concepts, Definition, and Classifications*, 3–16. Springer International Publishing. doi:doi.org/10.1007/978-3-030-59750-4-1.

Spanos, D., Olfati-Saber, R., and Murray, R. (2005). Dynamic consensus on mobile networks. *The 16th IFAC World Congress*, 1–6.

Ton, D.T. and Smith, M.A. (2012). The u.s. department of energy’s microgrid initiative. *The Electricity Journal*, 25(8), 84–94. doi:doi.org/10.1016/j.tej.2012.09.013.

Trigo, L.I.L., Archundia, E.R., Gnecci, J.A.G., Patiño, A.M., and Campos, G.M.C. (2019). Smart grids en México: Situación actual, retos y propuesta de implementación. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 20, 1–12. doi:10.22201/ii.25940732e.2019.20n2.015.

Tucci, M., Meng, L., Guerrero, J.M., and Ferrari-Trecate, G. (2016). A consensus-based secondary control layer for stable current sharing and voltage balancing in DC microgrids. *arXiv preprint arXiv:1603.03624*, 1–32.

Tucci, M., Meng, L., Guerrero, J.M., and Ferrari-Trecate, G. (2018). Stable current sharing and voltage balancing in DC microgrids: A consensus-based secondary control layer. *Automatica*, 95, 1–13. doi:10.1016/j.automatica.2018.04.017.

Tucci, M., Rivero, S., Vasquez, J.C., Guerrero, J.M., and Ferrari-Trecate, G. (2015). A decentralized scalable approach to voltage control of dc islanded microgrids. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24, 1965–1979. doi:10.1109/TCST.2016.2525001.

Turan, M.S., Xu, L., and Ferrari-Trecate, G. (2021). On Consensusability of Linear Interconnected Multi-Agent Systems and Simultaneous Stabilization. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 1–12. doi:10.1109/TCNS.2021.3106446.

Zhongkui, L. and Zhisheng, D. (2015). *Cooperative control of multi-agent systems: a consensus region approach*, volume 148. Press, CRC.

Combinaciones de parámetros del filtro de acoplamiento y resistencia de carga de las UGDs

Tabla C.1: Combinaciones de parámetros del filtro de acoplamiento y resistencia de carga de las UGDs.

Simulación	$R(m\Omega)$	$L(mH)$	$C(mF)$	$R_L(\Omega)$	$R_{ij}(\Omega)$
1	1.8	1.26	1.54	16	0.5
2	1.8	1.26	1.54	16	1
3	1.8	1.26	1.54	48	0.5
4	1.8	1.26	1.54	48	1
5	1.8	1.26	2.86	16	0.5
6	1.8	1.26	2.86	16	1
7	1.8	1.26	2.86	48	0.5
8	1.8	1.26	2.86	48	1
9	1.8	2.34	1.54	16	0.5
10	1.8	2.34	1.54	16	1
11	1.8	2.34	1.54	48	0.5
12	1.8	2.34	1.54	48	1
13	1.8	2.34	2.86	16	0.5
14	1.8	2.34	2.86	16	1
15	1.8	2.34	2.86	48	0.5
16	1.8	2.34	2.86	48	1

17	2.2	1.26	1.54	16	0.5
18	2.2	1.26	1.54	16	1
19	2.2	1.26	1.54	48	0.5
20	2.2	1.26	1.54	48	1
21	2.2	1.26	2.86	16	0.5
22	2.2	1.26	2.86	16	1
23	2.2	1.26	2.86	48	0.5
24	2.2	1.26	2.86	48	1
25	2.2	2.34	1.54	16	0.5
26	2.2	2.34	1.54	16	1
27	2.2	2.34	1.54	48	0.5
28	2.2	2.34	1.54	48	1
29	2.2	2.34	2.86	16	0.5
30	2.2	2.34	2.86	16	1
31	2.2	2.34	2.86	48	0.5
32	2.2	2.34	2.86	48	1

Incertidumbre paramétrica aleatoria

Se realizaron una serie de simulaciones, en cada simulación se cambiaron de forma aleatoria los parámetros de los agentes. Para generar los parámetros de forma aleatoria se usó la función *grand*¹ en *Scilab* que devuelve números aleatorios con distribución *normal* y se configuraron los parámetros R , L y C con una desviación estándar de 0.2 en sus respectivas unidades y R_L con desviación estándar es 2Ω . En la Tabla D.1 se muestran los parámetros nominales de cada variable. Como escenario de prueba se considera una microrred con tres agentes, los cuales tienen el com-

Tabla D.1: Parámetros de las UGDs.

Parámetro	Valor	Desviación estándar
$R(\Omega)$	0.2	0.02Ω
$L(mH)$	1.8	$0.2mH$
$C(mF)$	2.2	$0.2mF$
$R_L(\Omega)$	16	2Ω

portamiento dinámico en (5.1) y su topología de comunicación e interconexión física se muestra en la Figura D.1 con los grafos \mathcal{G}^c y \mathcal{G}^f . Las líneas rojas en el grafo de interconexión física \mathcal{G}^f representan las resistencias de interconexión R_{ij} , las cuales también fueron seleccionadas de forma aleatoria con una distribución normal con media en 1Ω y desviación estándar de 0.2Ω .

D.1. Consenso para voltajes ante incertidumbre paramétrica aleatoria

Para el consenso en voltajes, se realizaron simulaciones consecutivas en las que se cambiaron los parámetros de las UGDs, diez simulaciones usando consenso lineal y diez con el consenso neu-

¹https://help.scilab.org/docs/6.1.2/en_US/grand.html

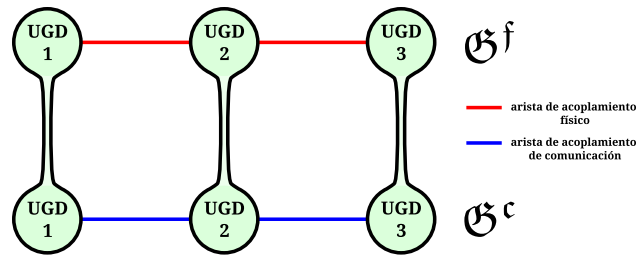


Figura D.1: Grafos de una microrred con tres agentes.

ronal. En la Figura D.2, cinco de las diez simulaciones, cada gráfica es una simulación diferente. Como se puede observar en todos los casos se logró el consenso de voltajes, tanto con el consenso neuronal, como con el consenso lineal, llegando siempre al voltaje nominal $48V$ en todas las simulaciones. En la Figura D.3 se muestran los errores de sincronización $||\Xi_v||$ de cada simulación, la

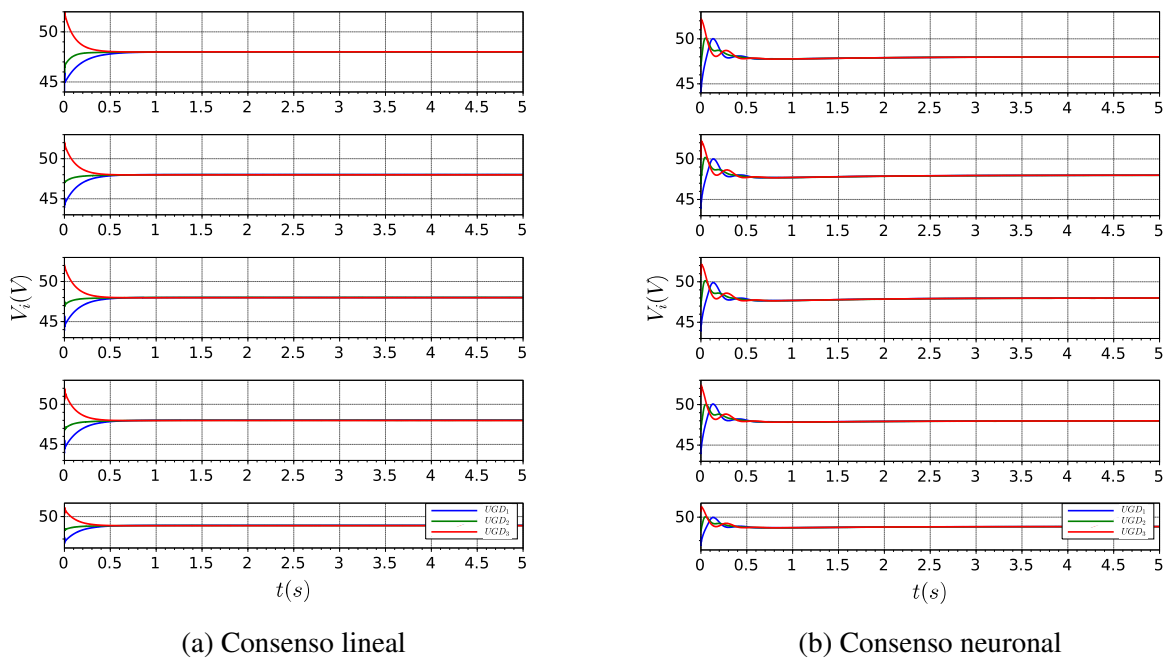
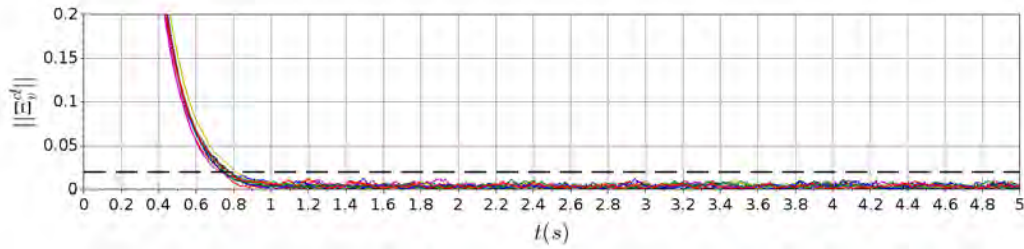


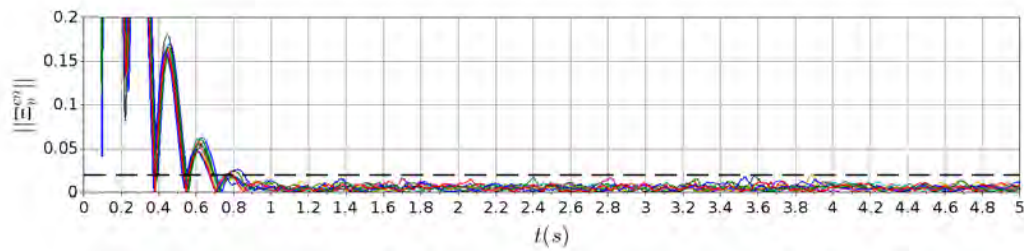
Figura D.2: Voltajes con incertidumbre paramétrica.

línea punteada marca una banda de error $0.02V$. Como se puede ver, el consenso neuronal muestra una respuesta oscilante, en contraste con el consenso lineal que tiene una respuesta suave. Con ambos protocolos, en todas las simulaciones se logra reducir el error de sincronización global a menos de $0.02V$, con un tiempo promedio de $0.75s$ para el consenso neuronal y de $0.76s$ para el consenso lineal. En la Tabla D.2 se muestran los tiempos en los que cada protocolo de consenso llegó a la banda de error de $0.02V$. Los tiempos máximos y mínimos en los que llegaron a esta banda son: $0.85s$ y $0.67s$ para el consenso neuronal; $0.81s$ y $0.72s$ para el consenso lineal. La desviación estándar de los tiempos en los que llegan a la banda son: $0.069s$ para el consenso neuronal

y $0.026s$ para el consenso lineal.



(a) Consenso lineal



(b) Consenso neuronal

Figura D.3: Error de sincronización en voltajes con incertidumbre paramétrica.

Tabla D.2: Tiempos de convergencia del error de sincronización en voltaje a banda de 0.02.

Tiempo	Consenso lineal	Consenso neuronal
Máximo	$0.81s$	$0.85s$
Promedio	$0.76s$	$0.75s$
Mínimo	$0.72s$	$0.67s$
Desviación estándar	$0.026s$	$0.069s$

Para comparar ambos consenso de forma numérica, se considera el error de sincronización acumulado e_a , el cual se muestra en la Tabla D.3, donde se puede apreciar que el consenso neuronal presenta un menor error de sincronización en todas las simulaciones. El consenso neuronal tiene un promedio de error de sincronización acumulado en voltaje de 3889.87, mientras que el consenso lineal tiene un promedio de error de sincronización acumulado de 7204.40. La desviación estándar del error acumulado del consenso neuronal es de 126.52 y del consenso lineal es de 78.11. Finalmente, el error promedio en estado estacionario e_f , considerando el promedio, para el consenso neuronal es $0.005520V$ y con el consenso lineal es $0.003684V$.

Tabla D.3: Errores de sincronización en voltaje con incertidumbre paramétrica.

Error acumulado	Consenso Lineal	Consenso Neuronal
Máximo	7376.98	4151.01
Promedio	7204.40	3889.87
Mínimo	7110.44	3717.86
Desviación estándar	78.11	126.52
Error estado estable	0.003684	0.005520

D.2. Consenso para corrientes por unidad ante incertidumbre paramétrica aleatoria

Para el consenso en corrientes para la distribución de las cargas en toda la microrred, se tomó el mismo escenario. También, se realizaron diez simulaciones para el consenso lineal y cinco para el consenso neuronal, en las cuales se cambiaron los parámetros de forma aleatoria. De las simulaciones, se obtuvo la Figura D.4 se puede ver las corrientes por unidad de las UGDs en cada simulación. Como se puede apreciar, en todas las simulaciones se llega a un consenso en corrientes por unidad. Asimismo, el consenso neuronal tiene una respuesta oscilatoria en comparación con el consenso lineal. En la Figura D.5 se muestran los errores de sincronización $||\Xi_c||$, donde la línea

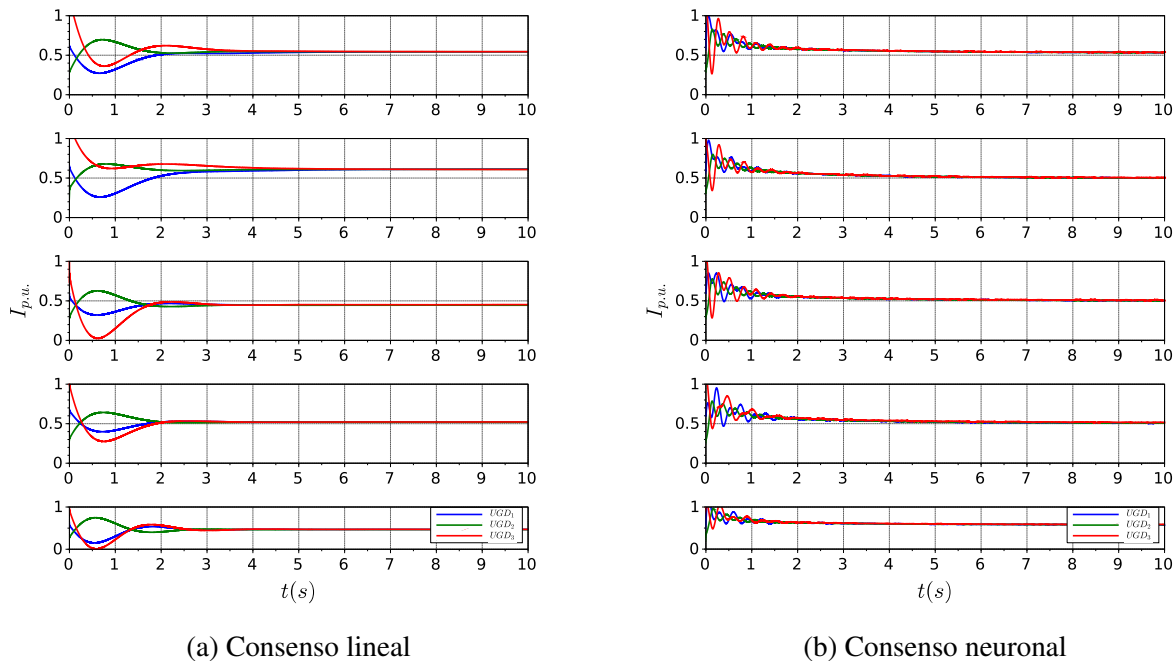
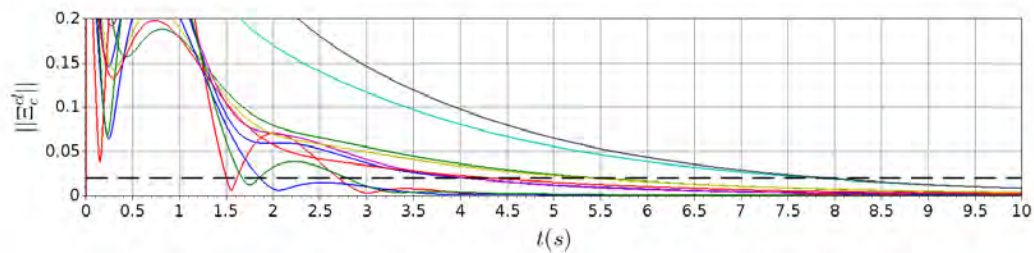


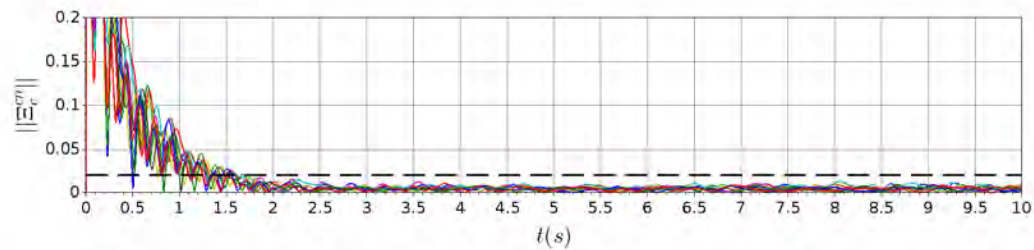
Figura D.4: Corrientes por unidad con incertidumbre paramétrica.

punteada marca la banda de error de $0.02I_{p.u.}$. Se puede observar que el consenso neuronal tiene un comportamiento semejante en todas las simulaciones, mientras que el consenso lineal presenta

un comportamiento un poco diferente en cada simulación. También, el consenso neuronal logra reducir el error de sincronización más rápido que el consenso lineal. Pero con ambos protocolos se logra reducir el error de sincronización a menos de $0.02I_{p.u.}$, con un tiempo promedio de $1.54s$ para el consenso neuronal y de $4.62s$ para el consenso lineal. En la Tabla D.4 se muestran los tiempos en los que los protocolos de consenso llegaron a la banda de error de $0.02I_{p.u.}$. Los tiempos máximos y mínimos son: $1.69s$ y $1.25s$ para el consenso neuronal; $7.90s$ y $1.86s$ para el consenso lineal. La desviación estándar de los tiempos en los que llegan a la banda de error son: $0.118s$ para el consenso neuronal y $2.038s$ para el consenso lineal. De igual forma, para comparar



(a) Consenso lineal



(b) Consenso neuronal

Figura D.5: Error de sincronización en corrientes por unidad con incertidumbre paramétrica.

Tabla D.4: Tiempos de convergencia del error de sincronización en corriente a banda de 0.02.

Tiempo	Consenso lineal	Consenso neuronal
Máximo	$7.90s$	$1.69s$
Promedio	$4.62s$	$1.54s$
Mínimo	$1.86s$	$1.25s$
Desviación estándar	$2.038s$	$0.118s$

numéricamente los protocolos de consenso, se emplea el error de sincronización acumulado e_a en cada simulación, los cuales se muestran en la Tabla D.5. El consenso neuronal tiene un promedio de error acumulado de 2003.29 y el consenso lineal de 5933.85. De los errores de sincronización acumulados, se puede ver que el consenso neuronal tiene un menor error de sincronización y con

valores cercanos entre sí, mientras que el consenso lineal tiene errores de sincronización más altos y con una dispersión mayor entre todas las simulaciones. Esto se puede ver más claramente con la desviación estándar del error de sincronización acumulado, para el consenso neuronal es de 164.67 y para el consenso lineal es de 3053.40. El error promedio en estado estacionario e_f con el consenso neuronal es $0.004896I_{p.u.}$ y con el consenso lineal es de $0.004458I_{p.u.}$.

Tabla D.5: Errores de sincronización en corrientes por unidad con incertidumbre paramétrica.

Error acumulado	Consenso Lineal	Consenso Neuronal
Máximo	12933.62	2331.56
Promedio	5933.85	2003.29
Mínimo	3050.11	1771.66
Desviación estándar	3053.40	164.67
Error estado estable	0.004458	0.004896