



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CIUDAD MADERO
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
MAESTRIA EN CIENCIAS COMPUTACIONALES



"POR MI PATRIA Y POR MI BIEN"

Tesis

Modelo matemático para optimizar la logística hospitalaria en una pandemia

Que para Obtener el Grado de
Maestro en Ciencias de la Computación

Presenta

Ing. Ángel Iram García Fernández

G20073003

No. CVU 1035207

Director de Tesis

Dr. Nelson Rangel Valdez

No. CVU 48135

Co-director de Tesis

Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán

Ciudad Madero, Tamaulipas

Febrero 2022

Ciudad Madero, Tamaulipas, **31/enero/2022**

OFICIO No.: U.025/22
ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE
IMPRESIÓN DE TESIS

C. ÁNGEL IRAM GARCÍA FERNÁNDEZ
No. DE CONTROL G20073003
P R E S E N T E

Me es grato comunicarle que después de la revisión realizada por el Jurado designado para su Examen de Grado de Maestría en Ciencias de la Computación, se acordó autorizar la impresión de su tesis titulada:

"MODELO MATEMÁTICO PARA OPTIMIZAR LA LOGÍSTICA HOSPITALARIA EN UNA PANDEMIA"

El Jurado está integrado por los siguientes catedráticos:

PRESIDENTE:	DR. HÉCTOR JOAQUÍN FRAIRE HUACUJA
SECRETARIO:	DRA. LAURA CRUZ REYES
VOCAL:	DR. NELSON RANGEL VALDEZ
SUPLENTE:	DRA. CLAUDIA GUADALUPE GÓMEZ SANTILLÁN
DIRECTOR DE TESIS:	DR. NELSON RANGEL VALDEZ
CO-DIRECTORA:	DRA. CLAUDIA GUADALUPE GÓMEZ SANTILLÁN

Es muy satisfactorio para la División de Estudios de Posgrado e Investigación compartir con usted el logro de esta meta. Espero que continúe con éxito su desarrollo profesional y dedique su experiencia e inteligencia en beneficio de México.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica

"Por mi patria y por mi bien"

MARCO ANTONIO CORONEL GARCÍA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE
POSGRADO E INVESTIGACIÓN



ccp. Archivo
MACG



Av. 1° de Mayo y Sor Juana I. de la Cruz S/N Col. Los Mangos C.P. 89440 Cd. Madero, Tam.

Tel. 01 (833) 357 48 20, ext. 3110, e-mail: depi_cdmadero@tecnm.mx

tecnm.mx | cdmadero.tecnm.mx



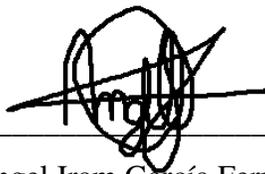
Declaración de Originalidad

Declaro y prometo que este documento de tesis es producto de mi trabajo original y que no infringe los derechos de terceros, tales como derechos de publicación, derechos de autor, patentes y similares.

Además, declaro que en las citas textuales que he incluido (las cuales aparecen entre comillas) y en los resúmenes que he realizado de publicaciones ajenas, indico explícitamente los datos de los autores y las publicaciones.

Además, en caso de infracción de los derechos de terceros derivados de este documento de tesis, acepto la responsabilidad de la infracción y relevo de ésta a mi director y codirectores de tesis, así como al Tecnológico Nacional de México campus Ciudad Madero y sus autoridades.

14 de febrero de 2022, Cd. Madero, Tamps.



Ing. Ángel Iram García Fernández

Agradecimientos

Primeramente, doy gracias a Dios por las bendiciones recibidas.

A mi director de tesis el Dr. Nelson Rangel Valdez y mi codirectora de tesis la Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán, por haberme guiado en este proyecto, por compartirme su experiencia y conocimiento, por apoyarme siempre y brindarme retroalimentación. A mi comité tutorial, conformado por Dra. Laura Cruz Reyes, Dr. Héctor Joaquín Fraire Huacuja y Dra. María Lucila Morales Rodríguez quienes me brindaron comentarios y retroalimentación acerca de este proyecto.

A mi padre Jorge García Angel por apoyarme siempre en todas mis metas y sueños. A mi madre Dora Isabel Fernández morales por apoyarme siempre, por motivarme a seguir adelante en cada paso, por enseñarme a luchar para conseguir mis objetivos y cumplir mis sueños.

A mis compañeros del posgrado en Ciencias de la computación: Alfredo e Irving por los momentos compartidos.

Dedicatoria

Este trabajo producto de esfuerzo y dedicación se los dedico a mis seres queridos quienes siempre me impulsaron a dar lo mejor de mí.

A mis padres Jorge y Dora, por su motivación y apoyo incondicional.

También se lo dedico compañero socio Audomaro quien me platico y me motivo a realizar este proyecto.

Resumen

Actualmente, debido a la situación de pandemia que se vive en el mundo, se requieren herramientas que le permitan a los médicos, epidemiólogos y profesionales que trabajan en el tema del control de los recursos hospitalarios obtener información confiable para tomar decisiones que impactaran en la calidad del servicio que se preste. En este trabajo se presenta una analogía de un modelo de asignación horarios universitarios al caso de asignación de recursos hospitalarios presentando los resultados de su implementación, de los resultados obtenidos se llegó a la conclusión de realizar una simplificación del modelo dando como resultado dos modelos matemáticos para resolver el problema de asignación de recursos hospitalarios en la pandemia de COVID-19 un modelo para la minimización de la cantidad de doctores y para la minimización de la cantidad de pacientes por doctor. Finalmente, se presenta una validación de ambos modelos a través de los resultados generados teniendo como alimentación los datos proporcionados por la implementación de un modelo epidemiológico.

Abstract

Now, due to the pandemic situation in the world, tools are required that allow doctors, epidemiologists and professionals who work on the issue of hospital resource control to obtain reliable information to make decisions that will impact the quality of the service provided. This work presents an analogy of a model of assignment of university schedules to the case of assignation of hospital resources, presenting the results of its implementation, from the results obtained, it was concluded that a simplification of the model was carried out, resulting in two mathematical models to solve the problem hospital resource allocation problem in the COVID-19 pandemic a model for minimizing the number of doctors and for minimizing the number of patients per doctor. Finally, validation of both models is presented through the results generated having as input the data provided by the implementation of an epidemiological model.

Contenido

1.	Introducción	1
1.1.	Planteamiento del problema	2
1.2.	Objetivos	2
1.2.1.	Objetivo general	2
1.2.2.	Objetivos específicos	3
1.3.	Justificación.....	3
1.4.	Alcances y delimitaciones	4
1.4.1.	Alcances	4
1.4.2.	Delimitaciones	4
1.5.	Organización de la tesis	4
2.	Marco teórico.....	6
2.1.	2.1 Optimización	6
2.2.	Modelos de optimización	7
2.2.1.	Etapas del desarrollo de un modelo.....	8
2.2.2.	Métodos exactos	9
2.2.3.	Métodos aproximados.....	10
2.3.	Logística hospitalaria	11
2.3.1.	Cadena de suministro	11
2.4.	Funciones de la logística hospitalaria	12
3.	Estado del arte	16
3.1.	Trabajos de asignación de recursos hospitalarios	16
3.2.	Estadísticas del uso de recursos hospitalarios.....	18
3.3.	Modelos epidemiológicos.....	19
3.4.	Análisis del problema de horarios universitarios basado en plan de estudios	21
3.5.	Análisis del estado del arte.....	25
4.	Propuesta de solución.....	26
4.1.	Análisis para la selección del modelo de programación matemática	26
4.2.	Analogía entre el problema de referencia y la asignación de recursos hospitalarios.....	28

4.3.	Primera versión del modelo matemático propuesto para el problema optimización de recursos hospitalarios	32
4.3.1.	Algoritmo exacto	33
4.3.2.	Algoritmo aproximado (Recocido simulado).....	35
4.4.	Modelos matemáticos propuestos para el problema optimización de recursos hospitalarios.....	36
4.4.1.	Modelo matemático para la minimización de doctores	36
4.4.2.	Modelo matemático para la minimización del número de grupos de pacientes por doctor	38
4.5.	Implementación	39
4.5.1.	Generación de solución inicial.....	40
4.5.2.	Selección de solución vecina	40
4.5.3.	Evaluación de calidad de la solución	42
4.5.4.	Instancias	42
5.	Validación experimental	44
5.1.	Entorno de experimentación	44
5.2.	Definición de los experimentos	45
5.3.	Resultados para el modelo de minimización de la cantidad de doctores	46
5.3.1.	Resultados experimento 1 sin cuarentena.....	46
5.3.2.	Resultados experimento 1 E1.....	49
5.3.3.	Resultados experimento 1 E2.....	52
5.3.4.	Resultados generales experimento 1.	54
5.3.5.	Resultados experimento 2 sin cuarentena.....	55
5.3.6.	Resultados Experimento 2 E1.....	57
5.3.7.	Resultados Experimento 2 E2.....	60
5.3.8.	Resultados experimento 2.....	62
5.3.1.	Experimento 3 sin cuarentena	63
5.3.2.	Experimento 3 E1.....	65
5.3.3.	Experimento 3 E2.....	68
5.3.4.	Resultados generales experimento 3.	70
5.3.1.	Experimento 4 sin cuarentena para 93 días.....	71

5.3.2.	Experimento 4 E1 para 93 días.....	72
5.3.3.	Experimento 4 E2 para 93 días.....	72
5.3.4.	Experimento 4 sin cuarentena para 365 días.....	73
5.3.5.	Experimento 4 E1 para 365 días.....	74
5.3.6.	Experimento 4 E2 para 365 días.....	75
5.3.7.	Resultados experimento 4.....	75
5.4.	Resultados para el modelo de minimización promedio de grupos por doctor	76
5.4.1.	Resultados Experimento 1 sin cuarentena.....	76
5.4.2.	Resultados Experimento 1 E1.....	79
5.4.3.	Resultados Experimento 1 E2.....	82
5.4.4.	Resultados experimento 1.....	84
5.4.1.	Resultados Experimento 2 sin cuarentena.....	85
5.4.2.	Resultados Experimento 2 E1.....	88
5.4.3.	Resultados Experimento 2 E2.....	91
5.4.4.	Resultados generales experimento 2.....	93
5.4.1.	Experimento 3 sin cuarentena	94
5.4.2.	Experimento 3 E1.....	97
5.4.3.	Experimento 3 E2.....	99
5.4.4.	Resultados generales experimento 3.....	101
5.4.1.	Experimento 4 sin cuarentena para 93 días.....	102
5.4.2.	Experimento 4 E1 para 93 días.....	103
5.4.3.	Experimento 4 E2 para 93 días.....	103
5.4.4.	Experimento 4 sin cuarentena para 365 días.....	104
5.4.5.	Experimento 4 E1 para 365 días.....	105
5.4.6.	Experimento 4 E2 para 365 días.....	106
5.4.7.	Resultados generales experimento 4.....	106
5.5.	Discusión de resultados de experimentación.....	107
6.	Conclusiones y trabajos futuros.....	110
7.	Referencias.....	112

Índice de tablas

Tabla 1 Trabajos de asignación de recursos	17
Tabla 2 Tiempos de hospitalización de pacientes COVID-19	18
Tabla 3 Equivalencia de las variables de los problemas	28
Tabla 4 Analogía entre variables/conjuntos CB-CTT y recursos hospitalarios.	28
Tabla 5 Analogía entre función objetivo CB-CTT y Recursos hospitalarios.....	30
Tabla 6 Analogía entre restricciones CB-CTT y Recursos hospitalarios	31
Tabla 7 Parámetros utilizados en los experimentos.....	44
Tabla 8 Resumen de experimentación 1	54
Tabla 9 Resumen de experimentación 2.....	62
Tabla 10 Resumen de experimentación 3.....	70
Tabla 11 Resumen experimentación 4.....	75
Tabla 12 Resumen de experimentación 1	84
Tabla 13 Resumen de experimentación 2.....	93
Tabla 14 Resumen de experimentación 3.....	101
Tabla 15 Resumen de experimento 4	106

Índice de Figuras

Figura 1 Cadena de Suministro de un Hospital.[10]	12
Figura 2 Resultados demanda Altamira 31 días sin cuarentena	47
Figura 3 Resultados demanda Madero 31 días sin cuarentena	48
Figura 4 Resultados demanda Tampico 31 días sin cuarentena	48
Figura 5 Resultados de demanda Altamira 31 días E1	49
Figura 6 Resultados de demanda Madero 31 días E1	50
Figura 7 Resultados demanda Tampico 31 días E1	51
Figura 8 Resultados de Demanda Altamira 31 días E2	52
Figura 9 Resultados de Demanda Madero 31 días con cuarentena	53
Figura 10 Resultados demanda Tampico 31 días con cuarentena	53
Figura 11 Resultados demanda Altamira 93 días sin cuarentena	55
Figura 12 Resultados demanda Madero 93 días sin cuarentena	56
Figura 13 Resultados demanda Tampico 93 días sin cuarentena	56
Figura 14 Resultados demanda Altamira 93 días E1	57
Figura 15 Resultados demanda Madero 93 días E1	58
Figura 16 Resultados demanda Tampico 93 días E1	59
Figura 17 Resultados demanda Altamira 93 días E2	60
Figura 18 Resultados demanda Madero 93 días E2	61
Figura 19 Resultados demanda Tampico 93 días E2	61
Figura 20 Resultados demanda Altamira 365 días sin cuarentena	63
Figura 21 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena	64
Figura 22 Resultados demanda Tampico 365 días sin cuarentena	64
Figura 23 Resultados demanda Altamira 365 días E1	65
Figura 24 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena	66
Figura 25 Resultados demanda Tampico 365 días E1	67
Figura 26 Resultados demanda Altamira 365 días E2	68
Figura 27 Resultados demanda Madero 365 días E2	69
Figura 28 Resultados demanda Tampico 365 días E2	69
Figura 29 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena	71

Figura 30 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E1	72
Figura 31 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E2	73
Figura 32 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena	73
Figura 33 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E1	74
Figura 34 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E2	75
Figura 35 Resultados demanda Altamira 31 días sin cuarentena	77
Figura 36 Resultados demanda Madero 31 días Sin cuarentena	77
Figura 37 Resultados demanda Tampico 31 días sin cuarentena	78
Figura 38 Resultados de Demanda Altamira 31 días con cuarentena	79
Figura 39 Resultados de Demanda Madero 31 días con cuarentena	80
Figura 40 Resultados demanda Tampico 31 días con cuarentena	80
Figura 41 Resultados de Demanda Altamira 31 días con cuarentena	82
Figura 42 Resultados de Demanda Madero 31 días con cuarentena	83
Figura 43 Resultados demanda Tampico 31 días con cuarentena	83
Figura 44 Resultados demanda Altamira 93 días sin cuarentena	85
Figura 45 Resultados demanda Madero 93 días sin cuarentena	86
Figura 46 Resultados demanda Tampico 93 días sin cuarentena	86
Figura 47 Resultados demanda Altamira 93 días E1	88
Figura 48 Resultados demanda Madero 93 días E1	89
Figura 49 Resultados demanda Tampico 93 días E1	89
Figura 50 Resultados demanda Altamira 93 días E2.....	91
Figura 51 Resultados demanda Madero 93 días E2	92
Figura 52 Resultados demanda Tampico 93 días E2.....	92
Figura 53 Resultados demanda Altamira 365 días sin cuarentena	94
Figura 54 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena.....	95
Figura 55 Resultados demanda Tampico 365 días sin cuarentena	95
Figura 56 Resultados demanda Altamira 365 días E1	97
Figura 57 Resultados demanda Madero 365 días E1	98
Figura 58 Resultados demanda Tampico 365 días para el E1	98
Figura 59 Resultados demanda Altamira 365 días E2.....	99
Figura 60 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena.....	100

Figura 61 Resultados demanda Tampico 365 días E2.....	101
Figura 62 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena	102
Figura 63 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E1	103
Figura 64 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E2.....	104
Figura 65 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena	104
Figura 66 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días con cuarentena	105
Figura 67 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días con cuarentena	106

1. Introducción

Las enfermedades contagiosas han sido un tema preocupante a lo largo de la historia de la humanidad. Epidemias como la plaga de Atenas, la peste negra o la gran plaga de Londres por nombrar algunos casos extremos donde llevaron a la muerte hasta el 40% o 50% de la población de la región y cada año se producen diferentes epidemias de virus en todo el mundo, pero solo pocas alcanzan el nivel de preocupación pública. Dada la reciente contingencia provocada por el COVID-19 (SARS-COV-2) y ante su propagación exponencial por el mundo entero se han decidido usar diversas políticas de control, modelos matemáticos para la predicción de la epidemia, modelos matemáticos para administración de recursos, entre otros; con el fin de mitigar el impacto [1].

Para los hospitales los recursos físicos vitales son fundamentales y parte necesaria para minimizar los impactos debido a la pandemia, con esto se debe dejar claro que para el manejo de una epidemia se deben administrar los recursos y tener la disponibilidad de ellos, además de tener en cuenta las políticas de control seleccionadas por las autoridades de salud pública, la coordinación de estos dos aspectos es fundamental para la minimización de las muertes por una epidemia [2].

La logística en los hospitales para la gestión de los recursos durante una pandemia es importante ya que en caso de no administrar aquellos que afectan directamente al desarrollo natural de una epidemia los hospitales no podrán atender la demanda de pacientes. Los recursos con los que se trabaja en un hospital son: las camas disponibles, el personal de enfermería, los doctores, entre otros.

En este trabajo se propone un modelo matemático para la optimización de los recursos hospitalarios, con el objetivo de gestionar los recursos físicos vitales necesarios para minimizar los impactos debido a la pandemia. Dicho modelo matemático se realiza a partir de la revisión de los trabajos del estado del arte. Es decir, se propone un modelo que resuelva el problema de la asignación de recursos hospitalarios que toma los datos iniciales de un simulador del estado del arte, provenientes de un modelo epidemiológico propuesto en [3].

1.1.Planteamiento del problema

Dada la actual contingencia generada por la pandemia de COVID-19, las autoridades de salud pública tomaron diversas políticas de control con diversas combinaciones de intervención a diferentes escalas. Sin embargo, existe una necesidad urgente de herramientas y metodologías para la toma de decisiones y el análisis de la efectividad.

Con ello el modelado en computadora puede ser una herramienta invaluable ya que permite la exploración in-silico de una variedad de estrategias de intervención antes de la fase de implementación de campo potencial.

Actualmente existen diversos modelos matemáticos que no contemplan el caso de pandemia para la administración de los recursos hospitalarios por lo cual el desarrollo de un modelo que contemple este caso, permitiendo una mejor toma decisiones, una asignación óptima de los recursos hospitalarios entre otros.

1.2.Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Analizar el impacto de modelos de optimización de recursos basados en programación de horarios aplicados en el área de logística de hospitales durante una pandemia.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Analizar modelos de programación matemática
2. Analizar y describir el método de simulación de pandemia
3. Identificar casos susceptibles de estudio
4. Definir y diseñar la propuesta del modelo causa-efecto de una pandemia sobre recursos hospitalarios en el caso de estudio.
5. Desarrollo de la propuesta del modelo de programación matemática que atienda las necesidades del caso de estudio.
6. Validar el modelo propuesto a través de los efectos de la pandemia en hospitales.
7. Incorporar el método de asignación de recursos a la plataforma web.

1.3. Justificación

Con la existencia de diversos modelos matemáticos que no contemplan el caso extraordinario de una pandemia realizar un modelo matemático que contemple la situación permita una respuesta más acertada a la necesidad de gestión de recursos, teniendo en cuenta los requerimientos logísticos identificados y con ello un efecto óptimo que administre los recursos de un hospital además de afectar positivamente al desarrollo natural de una epidemia, permitiendo:

- Ahorro de tiempo de planeación para la asignación de recursos durante una pandemia.
- Hacer uso óptimo de los recursos Hospitalarios disponibles durante una pandemia.
- Estimación de costos de los recursos adecuados durante una pandemia.
- Reducción de muertes.

Las estimaciones de los requisitos de gastos son también cruciales para informar a las autoridades sobre cuanta asistencia se necesita para la asignación de fondos o aumento a corto plazo para la mitigación de los efectos en la salud.

El desarrollo de un modelo matemático de optimización para la Logística constituirá un gran soporte y agilidad al proceso de la asignación de recursos hospitalarios en caso de una pandemia. Por esta razón se considera un área de oportunidad en el desarrollo de modelos

matemáticos que sean capaces de tomar el caso de una pandemia para poder administrar los recursos hospitalarios.

1.4. Alcances y delimitaciones

1.4.1. Alcances

- Analizar modelos de programación matemática
- Analizar y describir métodos de simulación de pandemia.
- Identificar casos susceptibles de estudio.

1.4.2. Delimitaciones

- Se estudiarán al menos 2 modelos de programación matemática diferentes.
- Solo se usará un método para la simulación de epidemia.
- Solo se atenderá uno de los recursos hospitalarios dentro de los cuales pueden ser: enfermeras, médicos, ICU, camas, respiradores, otros.
- La validación será solamente simulada.
- Para la implementación solo se abordará un modelo de los estudiados analizados de la literatura y la modificación propuesta.
- El impacto de los modelos de programación se analizará desde la perspectiva de la calidad de solución producida.

1.5. Organización de la tesis

El documento prosigue como se muestra a continuación:

El capítulo 2 es el marco teórico, en este se reseñan los temas involucrados de la presente investigación la optimización, modelos de optimización, logística hospitalaria.

El capítulo 3 muestra el estado del arte, que incluye trabajos relacionados con la asignación de recursos hospitalarios y modelos epidemiológicos.

El capítulo 4 se detalla la propuesta de solución en la cual se describe una implementación previa base y el modelo matemático.

El capítulo 5 se muestra validación experimental describiendo los experimentos y los resultados obtenidos del modelo matemático propuesto.

El capítulo 6 describe las conclusiones comentando los resultados obtenidos del modelo propuesto y los productos generados en este proyecto.

2. Marco teórico

En esta sección se presentan los conceptos teóricos acerca de: optimización, logística hospitalaria, modelos de optimización

2.1.2.1 Optimización

Un problema de optimización consiste en minimizar o maximizar el valor de una variable, en el lenguaje cotidiano “optimizar” significa poco más que mejorar algo, sin embargo, otra definición de optimización es: “el proceso de intentar encontrar la mejor solución posible a un problema de optimización, generalmente en un tiempo limitado” [4].

Un problema de optimización se conforma de tres elementos importantes: **Variables de decisión:** contiene los valores que se modifican para resolver el problema. **Función objetivo:** Se expresa en términos de las variables de decisión, y el resultado de su evaluación es el que se desea optimizar (maximizar o minimizar). **Restricciones:** expresada en forma de ecuaciones de igualdad (ecuación 3) o desigualdad (ecuación 2), se deben cumplir o satisfacer para que la solución sea considerada factible, es decir, sea válida.

En un problema de minimización, dada una función $f: \mathbb{X} \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ se trata de hallar el vector $x \in \mathbb{R}$ que minimice dicha función como se indica en la ecuación 1.1.

$$\text{Min}_x f(x) \quad (1)$$

Sujeto a:

$$g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2)$$

$$h_j(x) = 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, p \quad (3)$$

Donde f es un vector de k funciones objetivo $f = (f_1, \dots, f_n)$ para la cual se desea obtener el valor mínimo o máximo según sea la función objetivo, x es el vector de solución $x = (x_1, \dots, x_r)^t$ de r variables, n es el número de restricciones de desigualdad [5].

Las restricciones definidas acotan el espacio de soluciones, dividiendo el espacio de búsqueda en dos regiones: **Soluciones Factibles:** Aquellos elementos del espacio de búsqueda que cumplen con todas las ecuaciones de restricción. **Soluciones No Factibles:** Aquellos elementos del dominio de la función que no cumplen por lo menos una de las restricciones del problema.

Cabe mencionar, que si solo existe una función objetivo se considera que es un problema de optimización mono-objetivo, en caso de que sean dos o más objetivos, se le denomina problema de optimización multiobjetivo [6].

2.2. Modelos de optimización

Un modelo es, en definitiva, una herramienta que ayuda a la toma de decisiones por esta razón los resultados que genera deben ser útiles e inteligibles, ya que es un proceso que se basa en análisis, detección de la relación de los datos, aproximaciones en la representación de problemas desarrollo o uso de algoritmos para su solución [6].

El desarrollo de un modelo es una creación de ciencias básicas o herramientas de apoyo que tienen los siguientes beneficios: Organizar los datos, la información de un sistema, proporcionar un entorno ágil para el análisis y la sensibilidad, indica la dirección de mejora de decisiones, y ayuda a establecer un dialogo con intercambio de información entre el modelador y el experto.

Los modelos de optimización son todos aquellos donde existen un conjunto de variables de decisión que deben minimizar/maximizar una función objetivo, restringidas por una serie de restricciones. Los modelos más utilizados son los de programación lineal, ya que abarcan

todo tipo de actividad, por ejemplo: finanzas, logística, marketing, economía, planificación de la operación, asignación de tareas, epidemias, administración de recursos, entre otros [7].

Los métodos de optimización se pueden clasificar como métodos clásicos los cuales habitualmente se explican en la literatura y los métodos metaheurísticos que están ligados a lo que se denominó inteligencia artificial. Dentro de los métodos clásicos podemos encontrar la optimización lineal, lineal entera mixta, dinámica, estocástica, no lineal etc. En el segundo se incluyen los algoritmos evolutivos (genéticos entre otros), búsquedas heurísticas como el método tabú, búsqueda aleatoria, etc. De manera general y aproximada se puede decir que los métodos clásicos garantizan encontrar el óptimo local y los metaheurísticos dadas las mecánicas específicas que tienen les permite con frecuencia alcanzar los óptimos globales.

2.2.1. Etapas del desarrollo de un modelo

Las etapas del desarrollo de un modelo según Andrés Ramos [7] son la siguientes:

Identificación del Problema: Consiste en la recolección y análisis de información relevante acerca del problema los problemas reales suelen estar definidos de una manera vaga e imprecisa por lo cual deben de hacerse la tarea de la traducción o interpretación en frases precisas capaces de convertirse en ecuaciones matemáticas. En esta etapa deberán de establecerse y documentarse las ecuaciones para que en etapas posteriores sean validadas. Esta etapa es fundamental para que los resultados que se generen sean útiles además los datos son vitales para conseguir realismo o aplicabilidad en las soluciones lo que a veces representa un cuello de botella en el proceso de modelado.

Especificación Matemática y Formulación: En esta fase se realiza la escritura matemática del problema de optimización, puntualizando las variables, ecuaciones, función objetivo y los parámetros. Además, se analiza el volumen del problema, la estructura de la matriz de restricciones, su tipo (LP, MIP, NLP). Es una etapa donde se presta principalmente atención a la escritura y formulación de las ecuaciones que describen el problema.

Resolución: Se trata de proponer un algoritmo de obtención para la solución numérica óptima o cuasi óptima. El algoritmo puede ser de propósito general o específico, también puede haber diferentes métodos para la solución del problema o diversos planteamientos de este. El tiempo de resolución del problema también puede depender en gran medida de como este formulado. La solución generada debe ser lo suficientemente satisfactoria para ser una guía de actuación para un experto.

Verificación, validación y refinamiento: Esta etapa consiste en la depuración de los errores de codificación es decir lograr que el modelo haga lo que se requiere. Es necesario validar las simplificaciones realizadas a través de los resultados obtenidos y contrastarlos con situaciones reales ya transcurridas.

Interpretación y análisis de los resultados: Esta etapa consiste en proponer soluciones lo cual permite conocer a detalle el comportamiento del modelo al hacer un análisis de sensibilidad en los parámetros de entrada, estudiar los diversos escenarios plausibles de los parámetros, detectando soluciones o alternativas causo óptimas, pero atractivas para la robustez de la solución óptima.

Implantación, documentación y Mantenimiento: Esta es una parte vital del proceso del modelo el cual garantiza su amplia difusión al tener una documentación clara, precisa y completa. El manual de usuario debe contener la especificación técnica funcional, matemática e informática además de incluir el propio código con esto se logra que el ciclo de vida del modelo no pase su mayor tiempo en fase de desarrollo sino en una fase de uso y mantenimiento. También en esta etapa se incluye la tarea en la capacitación de nuevos usuarios del modelo.

2.2.2. Métodos exactos

Los métodos exactos para la resolución de problemas son estrategias que consisten en extrapolar todo el espacio de soluciones con la finalidad de garantizar encontrar la solución óptima a un problema diferenciándose de otros métodos que suelen caer en óptimos locales,

esto se debe a que se exploran todas las soluciones y se comparan hasta obtener el mejor resultado [31].

Tienen la particularidad que dada una instancia de entrada para el problema siempre se obtendrá el mismo resultado. Los problemas combinatorios casi siempre suelen emplear un algoritmo exacto el cual permite encontrar la solución óptima, aunque por consecuencia muchas veces suele ser costoso e ineficiente. Estos algoritmos son dependientes completamente del problema para el que se diseñan, por lo cual es difícil de adaptar para otro tipo de problema.

2.2.3. Métodos aproximados

Los métodos aproximados a diferencia de los métodos exactos que tienen como desventaja un alto costo computacional para resolver diversas problemáticas. Con la finalidad de solucionar esta problemática existen diversas alternativas para obtener buenas soluciones en tiempos de ejecución aceptables estas estrategias suelen ser métodos aproximados conocidos también como heurísticos o metaheurísticos, los cuales permiten encontrar una solución factible y con buena calidad en un tiempo relativamente pequeño en comparación a los métodos exactos [4].

Teniendo múltiples definiciones para el significado de un algoritmo heurístico una de la que más destaca es: “Un método heurístico es un procedimiento para resolver un problema de optimización bien definido mediante una aproximación intuitiva, en la que la estructura del problema se utiliza de forma inteligente para obtener una buena solución.”. Estos algoritmos son principalmente basados en el sentido común estos y prometen una buena solución (no necesariamente será óptima) a los problemas difíciles de un modo sencillo y rápido, la principal limitación de estos métodos es que suelen caer frecuentemente en óptimos locales lo que requiere de mecanismo que les permitan proseguir la búsqueda de la solución en todo el espacio de soluciones y no quedar atrapados en el óptimo local.

Para la solución de este problema surgieron los algoritmos metaheurísticos que para corregir el problema guían a los métodos heurísticos conocidos para evitar caer en los óptimos locales teniendo diversos procedimientos de alto nivel.

2.3. Logística hospitalaria

La logística es parte de la cadena que planea la distribución, flujo, almacenamiento, efectivos de bienes y servicios de los diversos suministros, así como información relacionada desde el punto origen hasta el punto de consumo, cada una de estas definiciones enmarcan amplios procesos complejos [8].

Al igual que los procesos logísticos tradicionales el proceso logístico hospitalario requiere una elevada cantidad de uso de recursos donde el manejo de inventario se planea tener tan bajo como sea posible además de implementar distintas mejoras para brindar un servicio de calidad y realizar diversas acciones que ayuden a reducir los tiempos de operaciones [9].

La logística hospitalaria se clasifica como interna y externa, en donde la interna incluye al flujo de pacientes, recursos e información interior del hospital y la externa contempla el estudio de relaciones entre hospitales de la misma red. Teniendo como fin optimizar los recursos con los que cuenta un centro hospitalario con el fin de realizar con eficiencia las operaciones que se realizan, aumentar el nivel de servicio médico prestado y disminuir costos.

Para llevar a cabo la logística hospitalaria es necesario recopilar información (adquisición de datos) de los pacientes, la enfermedad, los hospitales, entre otros. Esto es un proceso importante ya que, si no se cuenta con suficiente información, será difícil llevar a cabo los experimentos y hacer buenas predicciones.

2.3.1. Cadena de suministro

Existe una relación entre la administración de la logística con la gestión de la cadena de suministro definida como un conjunto de actividades funcionales que se repiten constantemente en el canal del flujo, en donde la materia prima se convierte en productos terminados y se añade un valor para el consumidor siendo un hospital en este caso el fin es prestar un servicio médico oportuno y confiable [8].

Cuando se habla de centro hospitalario se habla del último eslabón de la cadena de suministro que como cualquier otra empresa manufacturera esta tiene origen en un fabricante y finalización en un cliente, con la particularidad de contar con productos alimenticios, farmacéuticos, insumos médicos, mantenimiento y de aseo, entre otros.

Visto desde el concepto un hospital es una organización integrada por procesos, proveedores, servicios y beneficiados(clientes) y tiene como propósito optimizar el funcionamiento de los eslabones en toda la cadena de suministro.

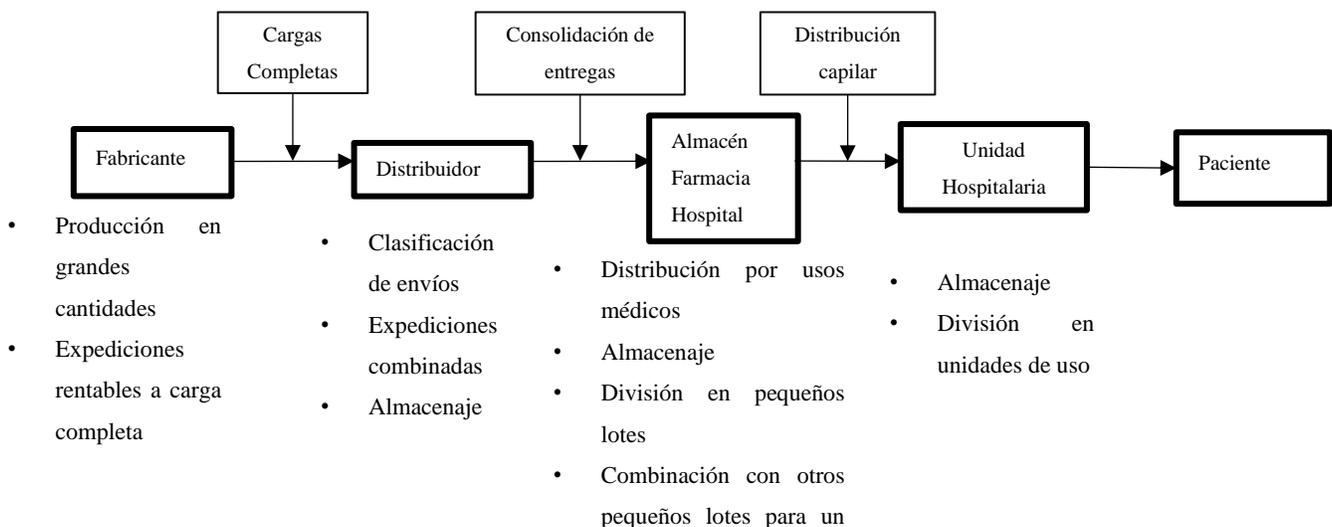


Figura 1 Cadena de Suministro de un Hospital.[10]

2.4. Funciones de la logística hospitalaria

Entre las funciones de la logística hospitalarias se encuentra realizar la optimización los recursos con los que cuenta un centro hospitalario con el fin de realizar con eficiencia las operaciones que se realizan, aumentar el nivel de servicio médico prestado y disminuir costos. Entre ellas se encuentran:

Programación de actividades: En un centro hospitalario existen procesos sumamente complejos ya que la prestación del servicio de salud representa diversas actividades de producción como lavandería, cocina, esterilización, gestión de exámenes, entre muchas otras actividades que se desarrollan generalmente de manera simultánea y están relacionadas entre sí. Una de las mayores dificultades es que en muchas ocasiones estas actividades son realizadas por personal sin capacitación por ejemplo se estima que el 10% del personal de enfermería es empleado para actividades logísticas [10].

Programación y asignación de recursos: En contexto el objetivo principal es la programación y asignación de recursos tanto físicos como humanos. Entre los físicos se tienen la programación de sala de operaciones, material quirúrgico, insumos médicos, instalaciones, camillas, alimentos, farmacéuticos, indumentaria entre muchos otros recursos tangibles que están involucrados en las diversas actividades realizadas para la prestación de servicio médico. En el manejo de recurso humano se incluye la programación de administrativo, medico, enfermería, laboratorio, etc. En específico la programación de la sala de cirugías la cual se considera de gran importancia ya que es el centro de mayor costo. Ya teniendo en cuenta la lista de espera de los pacientes e información de diversas características y estado de las salas de operaciones, este problema tiene como objetivo la optimización de diversas medidas de desempeño las cuales incluyen su rendimiento, uso de horas extras, retrasos entre otros [11].

La programación de personal asistencial es de un notable interés ya que presenta la programación de turnos del personal de enfermería el cual consiste en un proceso de estructuración de horarios diarios para las enfermeras en un tiempo de planeación determinado, con el fin de aumentar la eficiencia del servicio, disminuir costos, reducir las horas extras, tener un equilibrio de trabajo, contemplar preferencias y bienestar de personal entre otros. Estas características del problema representan la principal razón por lo que gran parte de la investigación del personal sanitario se ha dedicado al caso de la programación de turnos de enfermería.

Abastecimiento: El abastecimiento se refiere a la gestión de inventario farmacéutico el cual es una parte importante para la industria de la salud, ya que al mismo tiempo se trata de reducir los costos y mejorar el nivel de servicio. Este proceso incluye el abastecimiento de insumos necesarios en la cantidad, momento y lugar requerido por los usuarios externos e internos, para funcionamiento del hospital. Se contemplan actividades de compra de recursos y bienes almacenamiento gestión de inventario tanto del área de cada piso del hospital como de la bodega central [12].

Distribución y transporte: Esta función es una de las de mayor demanda y actividad en la gestión de la logística hospitalaria en el cual consiste el diseño de rutas para un flujo de material eficiente y la optimización de las rutas de reparto. En esta función se trabajan actividades de transporte externas como internas en las cuales se encuentran, rutas de entrada de medicamentos a la farmacia central, rutas de entrada de productos valiosos como lo son implantes, aparatos ortopédicos y órganos, rutas de entrada de medicamentos de entrada suministros quirúrgicos al almacén, movimientos de almacén central entre unidades y clínicas, rutas de distribución desde la farmacia. Servicios de reparto de alimento a habitaciones, resultados entre laboratorios y unidades o clínicas, movimiento de radiografías desde radiología hasta unidades o clínica.

Esta actividad donde la tecnología desempeña un papel fundamental ya que, al tener una buena planeación en mucha de estas actividades mencionadas anteriormente, el hospital tendría una reducción de tiempo en lo que incumbe al tras lado por ejemplo de algún insumo o material.

Gestión y planeación de la demanda: La demanda de insumos es aquella cuando una unidad requiere en cuanto a cantidad de recursos una oportuna prestación del servicio al cual depende completamente de la demanda de los pacientes. La demanda independiente se relaciona con la cobertura de atención que brinde el hospital, la cual se determina dependiendo del sistema de gestión hospitalaria que embarque los procesos del hospital lo cual involucra tamaño, nivel de clasificación, característica de los pacientes, tipos y cantidad de servicios brindados.

Localización y ruteo de vehículos de emergencia: Este sistema de salud en muchos casos requiere un servicio de transporte de pacientes el cual es un componente vital. El proceso de ruteo de insumos ya sea externó o interno, está presente en el diseño de rutas y coordenadas de ubicación de vehículos de emergencia con el fin de prestar una mayor cobertura para tratar a una población en el menor tiempo posible. Incidentes de emergencia tales como desastres naturales, epidemias de salud pública, accidentes industriales, ataques de terroristas entre otros que provocan pérdidas humanas y de mariales por lo cual, tener una ubicación y ruteo de vehículos de emergencia los cuales proporcionan materiales y servicios de socorro juegan un papel fundamental en la gestión de rescate y atención. Los departamentos de emergencia de un hospital tienen características donde la atención de un gran flujo de pacientes requiere una atención medica en menor tiempo posible por lo que reforzar el servicio, en la práctica se realiza integrándolo con otros teniendo un punto centralizado [13].

3. Estado del arte

Dentro de esta sección se presentan los trabajos relacionados con el problema de asignación de horarios, modelos epidemiológicos, trabajos del uso de los recursos hospitalarios y el trabajo de referencia esto, con el fin de analizar los elementos necesarios para plantear el modelo matemático; ya que, al tratar de resolver el problema es necesario tomar en cuenta todos los elementos incluidos en el problema y en el algoritmo, las instancias, entre otros. Además, la revisión de la literatura permitirá la identificar los posibles recursos que pudieras ser posible asignarse.

3.1. Trabajos de asignación de recursos hospitalarios

Al hacer la revisión de la literatura relacionada se identifica que los trabajos [14], [17] y [18] tratan de optimizar el número de camas y los costos de programación. En [14] abordan el problema de la programación integrada civil – militar de suministros médicos para prevención y control de epidemias, empleando un algoritmo de optimización de ondas de agua multiobjetivo para maximizar la tasa de satisfacción de los suministros y minimizar el costo total de programación [14]. Por otro lado, en [17] proponen la introducción de un modelo sofisticado y flexible de talleres de trabajo en el cual los pacientes, las salas del hospital, las camas y la atención medica se consideran como trabajos o máquinas individuales, paralelas y de operación. En este escenario el modelo de programación se puede utilizar para volver a calcular los tiempos después de las desviaciones, retrasos, aplazamientos y cancelaciones. Para la resolución del modelo se emplea un algoritmo constructivo y metaheurísticas híbridas. Y en [18] introducen una estrategia integrada de gestión de la capacidad del personal y la planificación de la asignación de camas para abordar

el problema de la eficiencia y el aumento de costo de los servicios de atención médica. La cual propone una estrategia al problema de programación lineal resolviéndolo con un algoritmo de búsqueda de vecindad variable [18].

Otra propuesta es la programación de quirófano considerando un programa de cirugía semanal con una estrategia de programación abierta el cual tiene en cuenta la disponibilidad de cirujanos y quirófanos, empleando un algoritmo de colonia de abejas con el objetivo es minimizar el costo operativo y maximizar las horas extraordinarias [15].

En otro trabajo proponen la programación bajo gestión jerárquica de enfermería, cuyo modelo es más complejo que la programación de enfermeras tradicional, dado que el requisito es una lista de enfermeras a cargo y enfermeras generales que bajo la gestión jerárquica son diferentes y que para su resolución se emplearon dos algoritmos híbridos basados en el lobo gris multiobjetivo y tres algoritmos heurísticos individuales [16].

Otro caso es el problema integrado de asignación de personal médico y programación de personal en entornos inciertos. Para resolver el problema integrado, la investigación desarrolla un algoritmo de dos etapas basado en la programación de objetivos para determinar la menor cantidad posible de personal requerido y para crear el mejor horario para ellos [19].

Tabla 1 Trabajos de asignación de recursos

Referencia	Algoritmo Implementado	Tipo de recursos hospitalario
(Ling et al., 2021)	Water Wave Optimization (WWO)	Mascarillas médicas, Ventiladores y lechos de enfermos.
(Lin y Li, 2021)	Artificial Bee Colony (ABS)	Sala de operaciones
(Huang et al., 2021)	NSGAI-MOGWO	Personal de enfermería
(Burdett y Kozan, 2018)	Constructivos	Pacientes, camas, salas de hospital y asistencia sanitaria
(Sitepu et al., 2018)	Feasible Neighborhood Heuristic Search	Camas

3.2. Estadísticas del uso de recursos hospitalarios

Otro enfoque de estudio que se trabaja en la literatura es un enfoque es llevar una estadística de los recursos hospitalarios usados hasta el momento, se abordan trabajos en donde realizan una estimación por porcentaje de los casos que requerirán una ocupación de una unidad de cuidados intensivos dicho porcentaje se muestra respectivamente conforme la edad mediante diversos escenarios estimando la población mediante una función. El objetivo de la investigación es tener información anticipada de la demanda de ICU [20]. y en otro caso de estudio se realiza una comparación de dos métodos de estimación de uso de ICUs. Estos métodos se compararon en una serie de todos los casos consecutivos de COVID-19 obteniendo estimaciones no sesgadas las cuales sugieren parametrizar una carga de ocupación de camas de ICU mayor que la adoptada para la fecha en los modelos de pronóstico [21].

Dentro de los trabajos revisados se recopiló las estadísticas del uso de camas presentados en la siguiente tabla en la que se detalla el promedio de días que un paciente requiere estar en cama o utilizar ventilación.

Tabla 2 Tiempos de hospitalización de pacientes COVID-19

Referencia	Tiempo
Lapidus et al., 2020[21]	ICU en pacientes 17.4 días [9.6-28.7]. Duración de ventilación invasiva 12 días [8.5-31]. Duración de ventilación no invasiva 3.5 días [1.9-3.0].
Wang et al., 2020 [22]	Cama 10 días [7-14]
Yang et al., 2020[23]	ICU en pacientes que fallecieron 7 días.
Guan et al., 2020 [24]	Cama en pacientes severos: 13 días [11.5–17]

Cao et al., 2020[25]	En ICU 11 días para los pacientes que sobrevivieron y 4 días para los pacientes que murieron.
Zhou et al., 2020 [26]	En ICU 8 días [4–12]

3.3. Modelos epidemiológicos

Dentro de los modelos epidemiológicos se realizaron la revisión de los siguientes modelos epidemiológicos:

Modelo Susceptibles, Infectados y Recuperados (SIR)

En este modelo básico de epidemias explica el proceso de la siguiente forma la epidemia se conforma con un huésped este es susceptible provocando que se infecte, la clase de infección crece para los individuos infectados para poder transmitir la infección a los susceptibles. Cuando el individuo infectado ya no es capaz de transmitir la infección a un individuo susceptible, el individuo infectado es retirado del ciclo de transmisión de enfermedades en la población [27]. Este modelo se basa en el siguiente supuesto:

Luego, el modelo SIR básico describe la epidemia con tres estados presentados a continuación:

1. Susceptible(S): inicialmente cubre toda la población que potencialmente puede estar infectada.
2. Infectado(I): población que ha sido infectada.
3. Recuperado(R): población en recuperación.

El diagrama muestra el comportamiento de $S(t)$, $I(t)$, y $R(t)$ cuando se normalizan al total de la población.

Modelo Susceptible, Expuestos, Infectados y Recuperados (SEIR)

El modelo SEIR clásico describe la dinámica de una epidemia basada en cuatro estados diferentes: Sean $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$, $R(t)$ el número de individuos susceptibles, expuestos, infecciosos y recuperados, en una población cerrada de tamaño N . Los símbolos del modelo SEIR son los mismos símbolos del modelo SIR más el parámetro Ψ el cual representa el inverso del periodo de latencia/ incubación del virus (κ)[28].

Modelo Susceptibles, Expuestos, Infectados, Recuperados y Muertos (SEI3RD)

El modelo SEI3RD es un sistema dinámico compartimentalizado determinístico desarrollado para simular la transmisión y evolución de infecciones agudas. Este asume que el patógeno (en este caso el virus SARS-CoV-2) causa una infección seguida de una inmunidad de por vida o fallecimiento. Este modelo, categoriza en el tiempo a los individuos de una población en ocho compartimentos [29].

Los compartimentos en los cuales se divide la población se describen a continuación:

1. Susceptibles (S): Aquellos individuos que no han sido expuestos al patógeno y son susceptibles a ser infectados por el mismo.
2. Expuestos (E): Aquellos individuos que se encuentran en el periodo de latencia. Es decir, han sido inoculados por el patógeno, pero aún no son infecciosos.
3. Infecciosos Asintomáticos (I_0): Aquellos individuos de la población que han sido inoculados por el virus son infecciosos, pero no han desarrollado síntomas. Los infectados en este compartimento rara vez se enteran de que han sido infectados.
4. Infecciosos con síntomas moderados (I_1): Aquellos individuos de la población que son infecciosos y presentan síntomas leves o moderados. Son aquellas personas a las que se les puede dar manejo de la enfermedad en casa.
5. Infecciosos con síntomas severos (I_2): Aquellos individuos de la población que son infecciosos y presentan síntomas severos, pero no críticos. Los individuos presentes en este compartimento requieren hospitalización.
6. Infecciosos con síntomas críticos (I_3): Aquellos individuos de la población que son infecciosos y presentan síntomas críticos. Los individuos de este compartimento requieren una unidad de cuidados intensivos.

7. Recuperados (R): Aquellos individuos que se recuperan de la infección, habiendo desarrollado anticuerpos de tal manera que no se pueden volver a infectar.
8. Muertos (D): Aquellos individuos que no superan la infección y fallecen.

Modelo Susceptibles, Expuestos, Multi-Infectados, Recuperados (SEIMR/R-S)

El modelo SEIMR/R-S es un modelo epidemiológico el cual es el resultado de la integración de los modelos epidemiológicos SIR, SEIR y SEI3RD. SEIMR/R-S extiende el modelo a un sistema multi-segmento-sociodemografico-multiregion [3]

Este incluye un modelo de segmentos regionales y sociodemográficos implica asociar los parámetros biológicos con estos aspectos. Por lo cual los parámetros deben estar relacionados con índices rg (región), ss (segmento sociodemografico), ag (edad) y/o se (estrato económico).

SEIMR/R-S describe la epidemia con los siguientes estados:

S Susceptible: La población que potencialmente puede estar infectada.

E Expuestos: Población que ha sido infectada y se encuentra en periodo de incubación.

IM Multi-Infectados: Población que ha sido infectada y tiene activo el patógeno en diferentes estados de desarrollo ($I_0, I_1, I_2, \dots, I_N$). Los estados infectados activos se ordenan según la gravedad de la infección.

R Recuperados: Población recuperada

R-S está relacionado con el modelo Región-Segmento que considera múltiples regiones donde vive gente clasificados en múltiples segmentos sociodemográficos.

3.4. Análisis del problema de horarios universitarios basado en plan de estudios

Dentro de esta sección se describirá el modelo de programación de horarios seleccionado para el caso de recursos hospitalarios.

El problema de Curriculum-Based Course Timetabling (CB-CTT) implica las tareas de programar las clases de los cursos en las aulas, teniendo en cuenta la disponibilidad de los profesores, un plan de estudios específico y un conjunto de restricciones. El caso general de CB-CTT es NP-completo lo cual implica que encontrar una solución óptima al problema implica un gran costo computacional [30]. En el caso del modelo presentado a continuación es un caso especial de problema CB-CTT realizado para la Universidad Politécnica de Victoria (PUV) la cual restringe a los maestros a solo enseñare un único curso por plan de estudios [31].

Descripción del problema

Teniendo en cuenta que los horarios del problema PUV están programados semanalmente se definen los siguientes elementos básicos.

Dado un número de días en este caso se contempla 5 días que se divide en un número fijo de periodos de tiempo no superpuesto, que es igual en todos los días. Un número de cursos y profesores donde cada curso consta de un número fijo de clases que se programaran durante la semana. Este curso es impartido por un profesor que especifica la disponibilidad es decir un conjunto diario de los periodos en las que se le debe asignar una clase; Un número de aulas en las que se deben programar las clases; Intervalos de tiempo no asignados son intervalos de tiempo no asignados entre dos periodos en un programa diario del plan de estudios o una tabla de disponibilidad de maestros.

Un horario factible para la PUV es aquel en el que todos los cursos han sido programados en un intervalo de tiempo y en un aula, de modo que se cumplan las siguientes restricciones:

- Que todos los cursos estén asignados.
- Que cada grupo no esté asignado a la misma hora en el mismo día a dos aulas distintas.
- Que cada profesor no esté asignado a dos aulas diferentes a la misma hora en el mismo día.
- Un profesor no se puede asignar dos veces a un mismo grupo.
- Que la materia asignada a un profesor esté dentro de las que él puede impartir.

- Que la hora asignada a un profesor para impartir una materia esté dentro de su horario.

Por otro lado, el objetivo del problema es minimizar las horas libres en los grupos, horas libres en los profesores y las aulas sin utilizar.

De acuerdo con la información presentada, el caso especializado del problema CB-CTT en la PUV puede verse como la solución de los siguientes problemas particulares: la asignación de cursos a los docentes; la programación de las clases durante una semana; la programación de horarios de enseñanza; y la asignación de aulas.

Definición formal de problema

Dado los conjuntos:

$C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ que corresponde a los cursos.

$P = \{p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{1,p}, p_{2,1}, p_{2,2}, \dots, p_{2,p}, \dots, p_{d,1}, p_{d,2}, \dots, p_{d,p}\}$ son los intervalos de tiempo $d \cdot p$, o intervalos de tiempo distribuidos en una semana formada por d días.

$T = \{T_1, \dots, T_m\}$ representa los profesores.

$R = \{R_1, \dots, R_w\}$ es formado por los salones de clases disponibles. Adicionalmente se presentan a continuación conjuntos derivados.

$CR = \{cr_1, \dots, cr_s\}$ es el conjunto que representa un grupo de cursos con estudiantes en común donde para cada elemento $cr_i, 1 < i < s$.

$TC = \{tc_1, \dots, tc_m\}$ es el conjunto que contiene el grupo de cursos que un maestro puede impartir donde para cada elemento $tc_i, 1 < i < m$.

$TA = \{ta_1, \dots, ta_m\}$ es un conjunto que contiene los intervalos de tiempo en los que un profesor está disponible para impartir una lectura donde para cada elemento $ta_i, 1 < i < m$.

$CL = \{cl_1, \dots, cl_n\}$ es un conjunto contiene las lecturas que deben ser impartidos por cada curso durante la semana donde para cada elemento $cl_i, 1 < i < n$.

Sea:

$n =$ *numero total de cursos*

$d =$ *el numero total de dias*

$p =$ *el numero total de periodos en un dia*

$m =$ *el numero total de profesores*

$s =$ *el numero total de grupos con materias en comun*

El problema PUV-CBCTT puede definirse como el problema de encontrar la matriz de horarios M de tamaño $w \cdot d \cdot p$, donde cada celda $m_{i,j,k}$, para $1 \leq i \leq w$, $1 \leq j \leq d$ y $1 \leq k \leq p$ consiste en una tupla $(cl_{u,l}, t_v) \in T \times C$. Con el objetivo minimizar las horas libres en los grupos, horas libres en los profesores y las aulas sin utilizar.

$$\text{Minimizar } Idle(CR) + Idle(T) + R(M)$$

Donde: $Idle$ es una función que determina el número de intervalos de tiempo sin ninguna lectura asignada por plan de estudios o profesor; Y $R: M \rightarrow v$ es una función que retorna el número v de aulas no utilizadas.

Tal que:

$$\bigcup_{\forall i,j,k} C(m_{i,j,k}) = C \quad \text{R1}$$

$$CR(m_{i_1,j,k}) \cap CR(m_{i_2,j,k}) = \emptyset \text{ para cualquier } i_1 \neq i_2 \text{ teniendo fijo } j, k \quad \text{R2}$$

$$T(m_{i_1,j,k}) \cap T(m_{i_2,j,k}) = \emptyset, \text{ para cualquier } i_1 \neq i_2 \text{ teniendo fijo } j, k \quad \text{R3}$$

$$T(m_{i_1,j,k}) \cap T(m_{i_2,j,k}) = \emptyset, \text{ para cualquier } i_1, j_1, k_1, i_2, j_2, k_2 \text{ Donde} \quad \text{R4}$$

$$CR(m_{i_1,j_1,k_1}) = CR(m_{i_2,j_2,k_2})$$

$$C(m_{i,j,k}) \in tc_{T(m_{i,j,k})}, \text{ para cualquier } i, j, k \quad \text{R5}$$

$$p_{j,k} \in ta_{T(m_{i,j,k})} \quad \text{R6}$$

Donde $cl_{u,l}$ representa la lectura l del curso u ; $C: m_{i,j,k} \rightarrow c_v$ es una función que obtiene el curso v asignado al periodo de tiempo k del día j en el salón i ; $CR: m_{i,j,k} \rightarrow cr_v$ es una función que obtiene el plan de estudios v asociado con la lectura l del curso u asignado al aula i en el día j en el periodo k ; $T: m_{i,j,k} \rightarrow t_v$ es una función que obtiene el maestro v asociado a la lectura l del curso u asignado al aula i en el día j en el periodo k .

La ecuación R1 verifica que todos los cursos estén asignados. La ecuación R2 restringe que cada grupo no esté asignado a la misma hora en el mismo día a dos aulas distintas. La restricción R3 consiste en que cada profesor no esté asignado a dos aulas diferentes a la misma hora en el mismo día. La ecuación R4 consiste en que un profesor no puede asignarse dos veces a un mismo grupo. La restricción R5 restringe que una materia asignada a un profesor esté dentro de las que él puede impartir. Por último, la restricción R6 verifica que la hora asignada a un profesor para impartir una materia esté dentro de su horario.

3.5. Análisis del estado del arte.

De los trabajos presentados de asignación de horarios se observó que ninguno contempla el caso extraordinario de una pandemia, por lo cual se realizó la elección de uno. El modelo seleccionado fue propuesto por Burdett y Kozan [17] ya que este modelo presenta la posibilidad de hacer reprogramación de las actividades. El modelo será usado para realizar un análisis contra el modelo que presentan en el trabajo de Ferland y Roy [32] y el modelo presentado por Rangel [31] el cual se describió anteriormente.

De las estadísticas de uso de camas se presentan diversos trabajos los cuales se empleará la información para realizar instancias para el primer modelo con la finalidad de realizar diversas pruebas. Finalmente, de los modelos epidemiológicos presentados se realizará la elección del modelo SIMRS/R-S ya que este puede ser empleado para N estados de infección y cuenta con un modelo de Región-Segmento que considera múltiples regiones.

4. Propuesta de solución

Para realizar la propuesta del modelo matemático para la asignación de recursos hospitalarios se realizó una analogía entre el modelo matemático de referencia al caso de recursos hospitalarios.

4.1. Análisis para la selección del modelo de programación matemática

En esta subsección se presentan el análisis realizado de tres modelos matemáticos de programación de horarios revisados con elección del modelo que se usara como base para la proposición del modelo de programación de horarios para la asignación de recursos hospitalarios.

En el trabajo Burdett y Kozan [17] aborda el problema de asignación de recursos hospitalarios a través del Flexible Job-Shop Scheduling (FJSS) tomando en cuenta que la reprogramación es necesaria en el entorno hospitalario, ya que ningún nivel de planificación puede ser exacto cuando tantas cosas pueden cambiar o variar.

Para poder aplicar el enfoque de FJSS se simula los siguiente:

- a) Los pacientes representaban trabajos
- b) Operaciones laborales, camas y espacios de tratamiento representaban Máquinas
- c) Áreas hospitalarias que consisten en múltiples espacios de tratamiento representaban las maquinas paralelas

Con este enfoque de FJSS se facilita la programación de actividades de tratamiento y atención dentro de las diferentes áreas del hospital. No hay límite para el número de actividades en un trabajo, ni hay límite para el número de veces que un trabajo puede visitar la misma máquina.

En otras palabras, son posibles las rutas de reentrada. Cada área de tratamiento tiene una colección de espacios de tratamiento que se pueden utilizar. En la práctica, hay poca diferencia entre salas alternativas, áreas de tratamiento alternativas y espacios de tratamiento alternativos. Por otro lado, en el trabajo de Ferland y Roy [32] donde trabajan programación de horarios presentando una generación de horarios universitarios de manera estática además de no trabajar con ventanas de tiempo. Sin embargo, en el trabajo de FJSS se presenta un modelo con ventanas de tiempo para las cuales se incluye la posibilidad de reprogramar actividades.

Para poder adecuar el modelo presentado por Ferland y Roy [32] al cual se le tendrían que incluir las ventanas de tiempo para el caso de asignación de recursos hospitalarios que contempla FJSS, dicha actividad se realizaría a través del uso de los simuladores de epidemia generando los horarios día con día. Como resultado de la simulación se obtendrá el estimado de los pacientes entrantes y salientes, así como el uso de las camas. La idea básica sería realizar la asignación de pacientes a camas y las ventanas de tiempo serían el tiempo total que pasaría el paciente en cama.

Además, para usar uso de la metodología se debe asignar el paciente i en la cama j con un costo de 1 o posiblemente el costo se puede derivar a partir de la pandemia esto en una primera etapa minimizando el costo de asignación a la cama y la segunda etapa sería la minimización de los tiempos de asignación para su distribución.

Por otro lado, para el problema JSS tendría que simularse la asignación de camas a pacientes donde el paciente solo tendrá una actividad el cual sería la instancia en la cama y en este caso el tiempo de procesamiento sería el tiempo que pasa el paciente en cama.

La tabla 1 presenta las analogías de los datos del problema de la asignación de recursos de hospitales para los problemas de timetabling y JSS.

Hospital	Timetabling	JSS
Paciente	Actividades	Tareas
Camas	Recursos	Maquinas
Tratamiento	Actividades	Job

Tabla 3 Equivalencia de las variables de los problemas

Después de la descripción de los modelos se concluye que el modelo presentado por Rangel [31] pudiera ser ajustado para la asignación de los pacientes y su distribución horaria considerando ventanas de tiempo además de poder asignar disponibilidad de recursos haciendo flexible la administración de los recursos.

4.2. Analogía entre el problema de referencia y la asignación de recursos hospitalarios.

En la siguiente tabla se describe la analogía entre las variables del problema CB-CTT y cuál será su equivalencia el caso de asignación de recursos hospitalarios.

Tabla 4 Analogía entre variables/conjuntos CB-CTT y recursos hospitalarios.

Conjuntos/Variables CB-CTT	CB-CTT	Hospital	Comentarios
$P = \{p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{1,p}, p_{2,1}, \dots, p_{d,p}\}$	Los periodos de tiempo que representan el horizonte de planeación	Los periodos de tiempo que representan el horizonte de planeación	EN CB-CTT Periodos para programar equivalente al número de horas p por día d considerados. $p = 10, d = 5$ En este caso $p = 24, d =$ <i>EL TIEMPO DE SIMULACION (1 es el inicio, y d es el fin de la simulación)</i>
$CR = \{cr_1, \dots, cr_s\}$	Representan los grupos que asocian cursos y estudiantes	Un grupo tiene un curso y un	El número de grupos es igual al número de cursos que es igual al número de paciente. $s = c =$ número de pacientes.

		solo paciente	
$C = \{C_1, \dots, C_n\}$	Cursos	Pacientes	
$CL = \{cl_1, \dots, cl_n\}$	Contiene las clases o lecturas que se deben impartir de cada curso cl_i durante la semana.	Las horas que el paciente debe estar en cama (días x 24)	cl_i , son las horas o días que el paciente i debe estar en cama. El número de días se estimará a partir del modelo SEIMR-R/S.
$cl_n = \{cl_{i,1}, \dots, cl_{i,n_i}\}$, cada elemento es $cl_{i,j}$	Representa 1 lectura (hora) de un curso u	Las horas que el paciente debe estar en cama (días x 24)	n_i , es el número total de horas que el paciente i debe estar en cama. Cada elemento $cl_{i,j}$ hace referencia a una hora en particular.
$T = \{T_1, \dots, T_m\}$	Profesores	Doctores	NOTA: Por lo pronto en la versión inicial se asumirá que siempre hay doctores.
$TA = \{ta_1, \dots, ta_m\}$	Contiene por cada profesor i el conjunto de horarios disponibles	Contiene por cada doctor i el conjunto de horarios disponibles	
$tai = \{tai_{1,1}, \dots, tai_{d,p}\}$	Es el periodo de tiempo disponible del profesor	El periodo de tiempo disponible del doctor	Es binario, 1/0 si está disponible o no
$TC = \{tc_1, \dots, tc_m\}$	Es el conjunto de cursos que profesor i puede enseñar	El conjunto de pacientes que el doctor puede atender.	Se asumiría que todos los doctores pueden atender a cualquier paciente.
$R = \{R_1, \dots, R_w\}$	Aulas	Camas	Serian conformadas por las distintas salas de hospital disponibles con camas.
M	Horarios de Grupo: es de tamaño $w \times d \times p$, y	Horarios de Pacientes: es de tamaño	RESULTADO ESPERADO

	<p>cada celda $m_{i,j,k}$ contiene una tupla $(cl_{u,l}, t_v)$ indicando que la lectura l del curso u debe asignarse al aula w en el día d en el periodo p y se impartida por el profesor v.</p>	<p>$w \times d \times p$, y cada celda $m_{i,j,k}$ contiene una tupla $(cl_{u,l}, t_v)$ indicando que en la hora de atención l del paciente u debe asignarse a la cama w en el día d en el periodo p con el doctor v.</p>	
--	--	--	--

A continuación, se presenta la analogía del modelo matemático y el significado que tomarían las ecuaciones en el problema de asignación de recursos.

Función objetivo de optimización del modelo PUV-CB-CTT:

$$\text{Minimizar } \mathbf{Idle}(\mathbf{CR}) + \mathbf{Idle}(\mathbf{T}) + \mathbf{R}(\mathbf{M})$$

La cual representa:

Tabla 5 Analogía entre función objetivo CB-CTT y Recursos hospitalarios.

Restricción	CB-CTT	Hospital
$\mathbf{Idle}(\mathbf{CR})$	Horas libres en los grupos.	Horas libres en horario de ocupación de un paciente.
$\mathbf{Idle}(\mathbf{CT})$	Horas libres en los profesores.	Horas libres en horario de trabajo de doctores.
$\mathbf{R}(\mathbf{M})$	Aulas sin utilizar.	Camas sin utilizar.

Restricciones:

$$\bigcup_{\forall i,j,k} C(m_{i,j,k}) = C \quad \text{R1}$$

$$CR(m_{i_1,j,k}) \cap CR(m_{i_2,j,k}) = \emptyset \text{ para cualquier } i_1 \neq i_2 \text{ teniendo fijo } j, k \quad \text{R2}$$

$$T(m_{i_1,j,k}) \cap T(m_{i_2,j,k}) = \emptyset, \text{ para cualquier } i_1 \neq i_2 \text{ teniendo fijo } j, k \quad \text{R3}$$

$$T(m_{i_1,j_1,k_1}) \cap T(m_{i_2,j_2,k_2}) = \emptyset, \text{ para cualquier } i_1, j_1, k_1, i_2, j_2, k_2 \text{ Donde} \quad \text{R4}$$

$$CR(m_{i_1,j_1,k_1}) = CR(m_{i_2,j_2,k_2})$$

$$C(m_{i,j,k}) \in tc_{T(m_{i,j,k})}, \text{ para cualquier } i, j, k \quad \text{R5}$$

$$p_{j,k} \in ta_{T(m_{i,j,k})} \quad \text{R6}$$

Analogía de las restricciones:

Tabla 6 Analogía entre restricciones CB-CTT y Recursos hospitalarios

Restricción	CB-CTT	Hospital	Comentarios
R1	Que todos los cursos estén asignados.	Que todos los pacientes estén asignados.	
R2	Que cada grupo no esté asignado a la misma hora en el mismo día a dos aulas distintas.	Que cada paciente no esté asignado a la misma hora en el mismo día a dos camas distintas.	
R3	Que cada profesor no esté asignado a dos aulas diferentes a la misma hora en el mismo día.	Que cada doctor no esté asignado a dos camas diferentes a la misma hora en el mismo día.	NOTA: Tal vez se pudiera relajar a SALAS.
R4	Un profesor no se puede asignar dos veces a un mismo grupo.	NO APLICA , un grupo equivale a un curso que equivale a un paciente, esta restricción se cumple desde el inicio.	
R5	Que la materia asignada a un profesor esté dentro de las que él puede impartir.	Que el paciente asignado a un doctor caiga en la especialidad del doctor.	NO SE MANEJA.
R6	Que la hora asignada a un profesor para impartir una materia esté dentro de su horario.	Que el horario asignado a un doctor para atender a un paciente esté en su horario.	

De manera implícita en la función objetivo anterior se incluye una restricción que es que el número de horas sin asignar en un horario de un curso sea minimizado. Considerando que también se desea minimizar el tiempo libre de los profesores (que idealmente sea 0 junto con el anterior), se puede observar que el ideal de la función objetivo sería una solución con el mínimo número posible de aulas sin utilizar. Con lo anterior se puede observar que a través del mismo modelo de CB-CTT se puede resolver el problema de utilizar adecuadamente las camas disponibles, a través de la minimización del número de camas no utilizadas. También se puede cambiar ligeramente para minimizar el número de camas utilizadas en el proceso.

4.3. Primera versión del modelo matemático propuesto para el problema optimización de recursos hospitalarios

Variables de decisión: m_{ulvijk} paciente u en hora internado l está asignado a la cama i en el día j a la hora k y atendido por el doctor v . Variable binaria que vale 1 si el enunciado es cierto y 0 si es falso.

HLD_{jkv} variable de decisión binaria que es verdadera si el doctor v tiene el día j en la hora k una hora libre. Se cumple si m_{ulvijk} es verdadero para cualquier u, l, i .

$$HLD_{jkv} - m_{ulvijk} \geq 0, \text{ para todo } u, l, i$$

HLC_{jku} variable de decisión binaria que es verdadera si el paciente u tiene el día j en la hora k una hora libre. Se cumple si m_{ulvijk} es verdadero para cualquier v, l, i .

$$HLC_{jku} - m_{ulvijk} \geq 0, \text{ para todo } v, l, i$$

CU_{ijk} variable de decisión binaria es verdadera si la cama i esta usada en el día j en la hora k por cualquier combinación de paciente u , hora de atención l , doctor v .

$$CU_{ijk} - m_{ulvijk} \geq 0, \text{ para todo } u, l, v$$

Función Objetivo:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \sum_{v=1}^m \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^p (HLD_{jkv}) + \\ & \sum_{l=1}^c \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^p (HLC_{jkl}) + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^p (CU_{ijk}) \end{aligned} \quad \text{F1}$$

Restricciones:

$$HLD_{jkv} - m_{ulvijk} \geq 0, \text{ para todo } u, l, i \quad \text{R1}$$

$$HLC_{jku} - m_{ulvijk} \geq 0, \text{ para todo } v, l, i \quad \text{R2}$$

$$CU_{ijk} - m_{ulvijk} \geq 0, \text{ para todo } u, l, v \quad \text{R3}$$

$$\sum_{u=1}^c \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^d \sum_{k=1}^p m_{u1vijk} = c \quad \text{R4}$$

$$m_{ul1ijk} - m_{ul1ijk} \geq 0 \text{ para toda } i_1 \neq i_2 \text{ teniendo fijo } l, u, j, k \quad \text{R5}$$

$$m_{1lv1ijk} - m_{1lv1ijk} \geq 0 \text{ para toda } i_1 \neq i_2 \text{ teniendo fijo } l, v, j, k \quad \text{R6}$$

$$HLD_{jkv} - m_{ulv1jk} \geq 0, \text{ para todo } u, l, j, k \quad \text{R7}$$

$$HLD_{jkv} = 0 \text{ o } 1, 1 < j < d, 1 < k < p, 1 < v < m \quad \text{R8}$$

$$HLC_{jku} = 0 \text{ o } 1, 1 < j < d, 1 < k < p, 1 < v < c \quad \text{R9}$$

$$CU_{ijk} = 0 \text{ o } 1, 1 < i < c, 1 < j < d, 1 < k < p \quad \text{R10}$$

$$m_{ulvijk} = 0 \text{ o } 1, 1 < u < c, 1 < l < p * d, 1 < i < r, 1 < j < d, 1 < k < p \quad \text{R11}$$

La ecuación R1 verifica que el doctor esté disponible para ser asignado en una hora y día específico. La ecuación R2 verifica que el paciente esté disponible para ser asignado en una hora y día específico. La ecuación R3 define que la esté disponible para ser asignada en una hora y día específico. La ecuación R4 indica que todos los pacientes sean asignados. La ecuación R5 verifica que cada paciente no esté asignado a la misma hora en el mismo día a dos camas distintas. La ecuación R6 indica que cada doctor no esté asignado a dos camas diferentes a la misma hora en el mismo día. La ecuación R7 verifica que el horario asignado a un doctor para atender a un paciente esté en su horario. Y las ecuaciones de R8 a R11 definen que las variables de decisión serán booleanas.

4.3.1. Algoritmo exacto

A continuación, se propone un algoritmo exacto el cual resuelve el modelo en su primera versión:

Algorithm 1: Algoritmo Exacto Horarios Hospitalarios

```

Const P=1..N; //Número de Pacientes;
Const L=1..N; //Número de Horas Internado;
Const C=1..N; //Número de Camas;
Const D=1..N; //Número de Días;
Const K=1..N; //Número de Horas;
Const DC=1..N; //Numero de Doctores;
Const costoglobal=int.MAX;
TYPE mglobal= ARRAY[1..P][1..L][1..C][1..D][1..K][1..D] of BOOLEAN;
while i ≤ 2DC*K*D*C*L*P do
  TYPE mtemp= ARRAY[1..P][1..L][1..C][1..D][1..K][1..D] of BOOLEAN; const actual=i;
  while j ≤ DC * K * D * C * L * P do
    const a = j / (L * C * D * K * DC); const b = (j % (L * C * D * K * DC)) / (C * D * K * DC);
    const c = ((j % (L * C * D * K * DC)) % (C * D * K * DC)) / (D * K * DC);
    const d = (((j % (L * C * D * K * DC)) % (C * D * K * DC)) % (D * K * DC)) / (K * DC);
    const e = ((((j % (L * C * D * K * DC)) % (C * D * K * DC)) % (D * K * DC)) % (K * DC)) / DC;
    const f = (((((j % (L * C * D * K * DC)) % (C * D * K * DC)) % (D * K * DC)) % (K * DC)) % DC);
    m[a][b][c][d][e][f]=actual % 2==0;
    actual/=2;
    j++;
  end
  Const costo=evaluar(m);
  if costo< costoglobal then
    | mglobal = mtemp;
    | costoglobal=costo;
  end
  i++;
end

```

Result: Retorna la mejor Solución: *m_{global}*

Las operaciones realizadas son ocho asignaciones que se realizan una vez (La definición del costo, la definición de la matriz para la mejor solución y las definiciones de las constantes de Pacientes, Horas Internado, Camas, Días, Horas y Doctores), un while que itera 2^N realizando una asignación y una condición, para recorrer todas las soluciones posibles, en cada una un while que genera una solución realizando N iteraciones para realizar nueve asignaciones. Por lo tanto:

$$T(n) = (2^n * (n + 9) + 3) + 8$$

Es necesario señalar, que todas las operaciones (asignación, suma, etc.) están contando con el mismo coste (la unidad mínima de coste), mientras que las operaciones aritméticas deben tener un coste real de ejecución mayor.

Dado el alto costo computacional que requiere se realiza la elección de utilizar un algoritmo aproximado.

4.3.2. Algoritmo aproximado (Recocido simulado)

Para realizar prueba del modelo al problema de recursos hospitalarios se realizó una prueba con un algoritmo aproximado de recocido simulado.

El algoritmo de Recocido simulado es un algoritmo de búsqueda metaheurística para problemas de optimización. El nombre e inspiración de este algoritmo vienen del proceso de recocido del acero y cerámicas, el cual se basa en calentar y luego enfriar lentamente el material para variar sus propiedades físicas. El calor causa que los átomos aumenten su energía lo cual les permite desplazarse a sus posiciones iniciales (un mínimo local de energía). El enfriamiento lento permite una mayor probabilidad de recristalizar en configuraciones con menor energía que la inicial (mínimo global) [33].

Si la temperatura se enfría lo suficientemente lento se puede alcanzar el equilibrio térmico. Esto se realiza mediante la generación de varias transiciones de temperatura. Con ello se puede demostrar que enfriándolo suficientemente lento el parámetro asociado a la temperatura y generando suficientes transiciones en cada temperatura se puede alcanzar la configuración óptima.

En cada iteración, el método de recocido simulado evalúa algunos vecinos del estado actual s y probabilísticamente decide entre realizar una transición a un nuevo estado s' o quedarse en el estado actual s . El estado s se podría definir en función de la posición de todos los átomos del material en el momento actual; el desplazamiento de un átomo se consideraría como un estado vecino del primero en este ejemplo. Típicamente la comparación entre estados vecinos se repite hasta que se encuentre un estado óptimo que minimice la energía del sistema o hasta que se cumpla cierto tiempo computacional u otras condiciones.

A continuación, se muestra el algoritmo básico de Recocido Simulado (ver algoritmo 2):

Algorithm 2: Recocido Simulado

```
INPUT( $T_0, \alpha, L, T_f$ );
 $T \leftarrow T_0$ ;
 $S_{act} \leftarrow \text{Genera\_solucion\_inicial}$ ;
while  $T \geq T_f$  do
  while  $i < L(T)$  do
     $S_{cand} \leftarrow \text{Selecciona\_solucion\_N}(S_{act})$ ;
     $\delta \leftarrow \text{coste}(S_{cand}) - \text{coste}(S_{act})$ ;
    if  $U(0, 1) \leq e^{(-\delta/T)}$  ||  $\delta < 0$  then
      |  $S_{act} \leftarrow S_{cand}$ ;
    end
     $i++$ ;
  end
end
end
Result: Escribe como solución, la mejor de las  $S_{act}$  visitadas
```

Como resultados de las pruebas del primer modelo se obtuvieron tiempos intratables, además de llegar a un punto donde la memoria consumida en el experimento superaba resultando impráctico. Es congruente debido a la cantidad de variables de decisión adicionales que contempla el modelo como los horarios, como conclusión de la primera versión del modelo se llegó a la decisión de plantear un segundo modelo más sencillo que pueda manejar el problema con más facilidad.

4.4. Modelos matemáticos propuestos para el problema optimización de recursos hospitalarios

Para resolver el problema de logística de un hospital durante una pandemia en este trabajo se proponen dos modelos matemáticos el primero realiza la minimización de los doctores necesarios para atender la demanda de pacientes y un segundo modelo que minimiza el número de grupos de pacientes por doctor, es decir un grupo de pacientes está formado por diez personas que necesitan atención médica.

4.4.1. Modelo matemático para la minimización de doctores

El problema que resuelve el siguiente modelo matemático de optimización para la minimización de los doctores empleados para satisfacer la demanda de grupos de pacientes/camas.

Dado los conjuntos:

$Doc = \{doc_1, doc_2, doc_3, \dots, doc_n\}$ Corresponde al número de doctores.

$D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_l\}$ Corresponde a la demanda por día de pacientes.

Variable de decisión:

$H = \{h_{ij}\}$ variable de decisión que es verdadera si un doctor i está trabajando en el día j

Donde:

n es el número total de doctores.

l es el número de días.

$CONST_{MAXi}$ es el número máximo que puede tomar i .

i toma el valor de 1 hasta el número de doctores total.

j toma el valor de 1 hasta el número total de días.

Función Objetivo:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n doc_i \quad \text{F1}$$

Restricciones:

$$CONST_{MAXi} * doc_i - (h_{i1} + h_{i2} + \dots + h_{il}) \geq 0, \text{ para cada doctor } i \quad \text{R1}$$

$$h_{1j} + h_{2j} + \dots + h_{nj} \geq D_j, \text{ para todo } j \quad \text{R2}$$

$$h_{ik} + h_{i(k+1)} + h_{i(k+2)} \leq 2, \text{ para todo } i \text{ y } k \quad \text{R3}$$

$$doc_i \text{ en } \{0,1\} \quad R4$$

$$h_{ij} \text{ en } \{0,1\} \quad R5$$

La función objetivo $F1$ consiste en realizar la minimización del número de doctores que se necesitan para satisfacer la demanda del número total de días. La R1 restringe que la cantidad de doctores empleados no exceda el número de doctores disponibles a asignar, La restricción R2 indica que la demanda cubierta debe ser mayor o igual a la demanda del día j . La restricción R3 limita que un doctor no pueda trabajar 3 días seguidos, finalmente las restricciones R4 y R5 indican que las variables doc y h sean booleanas.

4.4.2. Modelo matemático para la minimización del número de grupos de pacientes por doctor

El problema que resuelve el siguiente modelo matemático de optimización es para la minimización de los grupos de pacientes que atiende un doctor es decir minimiza la carga de trabajo de un doctor y satisfaciendo la demanda.

Dado los conjuntos:

$Dia = \{dia_1, dia_2, dia_3, \dots, dia_l\}$ que corresponde con el número de doctores que trabajan en un día j .

$D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_l\}$ Corresponde a la demanda por día de pacientes.

Variable de decisión:

$H = \{h_{ij}\}$ variable de decisión que es verdadera si un doctor i está trabajando en el día j

Donde:

n es el número total de doctores.

l es el número de días.

i toma el valor de 1 hasta el número de doctores total.

j toma el valor de 1 hasta el número total de días.

Función Objetivo:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^l \frac{D_j}{\text{dia}_j} \quad \text{F1}$$

Restricciones:

$$\text{dia}_j - (h_{i1} + h_{i2} + \dots + h_{il}) \geq 0, \text{ para cada dia } j \quad \text{R1}$$

$$h_{1j} + h_{2j} + \dots + h_{nj} \geq D_j, \text{ para todo } j \quad \text{R2}$$

$$h_{ik} + h_{i(k+1)} + h_{i(k+2)} \leq 2, \text{ para todo } i \text{ y } k \quad \text{R3}$$

$$\text{doc}_i \text{ en } \{0,1\} \quad \text{R4}$$

$$h_{ij} \text{ en } \{0,1\} \quad \text{R5}$$

La función objetivo $F1$ consiste en realizar la minimización del promedio de grupos de pacientes que atiende un doctor para número total de días. La R1 restringe que el número de doctores que trabajan un día aseguren que la demanda de doctores sea mayor o igual que 1 que la demanda requerida cada día, La restricción R2 indica que la demanda cubierta debe ser mayor o igual a la demanda del día j . La restricción R3 limita que un doctor no pueda trabajar 3 días seguidos, finalmente las restricciones R4 y R5 indican que las variables doc y h sean booleanas.

4.5. Implementación

En esta sección se presentan los algoritmos propuestos que trabajan en combinación con un algoritmo de recosido simulado para que en conjunto se resuelva el problema de asignación de recursos hospitalarios. Los algoritmos implementados son la solución inicial y la solución vecina, y el algoritmo que se usa para la generación de las instancias que es una combinación

de información que incluye: número de doctores, número de días de la simulación, cantidad de grupos de pacientes para cada día.

4.5.1. Generación de solución inicial

Para la generación de la solución inicial se propone un algoritmo que realiza la asignación de los grupos de pacientes, estableciendo que para cada doctor se le asigne un grupo de pacientes dos días y el tercer día no se le asigne ningún paciente; de manera que se cumpla con la restricción de los días consecutivos de trabajo. Es importante que en el día libre de los doctores no coincidan todos en el mismo día, para esto se propone empezar la asignación con un día de diferencia para cada doctor.

Algorithm 3: Solución inicial

```

H ← Matriz de tamaño n,l
demanda ← Matriz que indica la demanda cubierta
while i < n do
  while j < l do
    if demanda[j] ≥ D[j] then
      continue;
    end
    if (j%3 = 0 && i%3 == 0) || ((j + 1)%3 = 0 && i%3 == 1) || ((j + 2)%3 = 0 && i%3 == 2) then
      H[i][j] = 1;
      ++demanda[j];
    end
    j++;
  end
  i++;
end
Result: Retorna la Solución generada H

```

El algoritmo funciona por medio de dos ciclos encada una de la iteración se realiza la comprobación del cumplimiento de la demanda de manera que si la demanda se cumple para el día j se sigue con las iteraciones de otro modo se realiza una comprobación para verificar si se puede asignar un doctor al día j , una vez concluidos los ciclos se retorna la solución generada.

4.5.2. Selección de solución vecina

A continuación, se muestra el algoritmo empleado para la generación de una solución vecina empleada para los modelos de minimización de la cantidad de doctores y minimización de grupos de pacientes por doctor:

Algorithm 4: Solución Vecina

```

 $H_{vecino} \leftarrow$  Matriz de la solución vecina
if Verificar_Violación_Por_Demanda( $H$ ) then
    periodo = Obtener_Periodo_De_Restricción( $H$ );
    doctor_posible = Obtener_Doctor_Posible( $H$ , periodo);  $\leftarrow$  almacena el primer doctor que ya se utilice y pueda
    cubrir la demanda
    if doctor_posible == -1 then
        | Asignar_Doctor_Sin_Trabajo( $H$ , periodo);
    end
    else
        | Asignar_Doctor( $H$ , doctor_posible, periodo);
    end
end
else if Verificar_Violación_Por_Días_Consecutivos then
    Periodo = Obtener_Periodo_Violación( $H$ );
    Doctor = Obtener_Doctor_Violación_Días_Consecutivos( $H$ );
     $H[Periodo][Doctor] = 0$ ;
end
else
    Remove_Periodo_Doctor( $H$ );  $\leftarrow$  Remueve un periodo de un doctor con el menor numero de periodos
    asignados
end
Result: Retorna la Solución Vecina de  $H_{actual}$ 

```

La selección de la solución vecina para el modelo de minimización de la cantidad de doctores consiste en verificar si existe una violación en la restricción de la demanda, de tal manera que si la demanda para un día no es cumplida se realiza la asignación de un doctor el cual ya tenga una asignación previa y pueda cubrir la hora. En caso de que ningún doctor activo pueda recibir otro paciente entonces se asigna un doctor que no tenga pacientes asignados.

En el caso de que se genere una violación a una restricción por incumplimiento de los días consecutivos en el que un doctor puede ser asignado, se removerá la hora del día que viole la restricción. Finalmente, si ninguna de las restricciones es violada se removerá un periodo de un doctor que cuente con el menor número de periodos asignados.

Por otro lado, para el modelo de minimización de grupos de pacientes por doctor se emplea la generación de la solución vecina siguiendo el mismo algoritmo con unas pequeñas diferencias:

1. Para cubrir la demanda de pacientes se cubre con un doctor aleatorio que pueda atender ese grupo de pacientes.
2. En caso de que existan varios doctores sin pacientes, se seleccionará uno de ellos de forma aleatoriamente y se le removerá un periodo de trabajo es decir un día.
- 3.

4.5.3. Evaluación de calidad de la solución

Para realizar la evaluación de la calidad de solución se evalúan el número de restricciones violadas de la siguiente manera:

$$\textit{Calidad Solucion} = \textit{Restricciones Violadas} + (\textit{Valor de Funcion Objetivo}/10000)$$

Cada una de las restricciones violadas se tomará como una penalización que se visualizará en el valor entero de la calidad de la solución.

En el valor decimal se encontrará el valor de función objetivo que se encontró para una solución estos datos son los siguientes:

- Para el modelo de minimización de doctores se encontrará el número de doctores.
- Para el modelo de minimización de grupo de pacientes por doctor se encontrará el promedio de grupos por doctor.

4.5.4. Instancias

Las instancias que se generaron para el experimento son para cada municipio Tampico, Madero y Altamira, por separado. Además, se generó una instancia extra que incluye a los pacientes de los tres municipios juntos en una sola. Para realizar la generación de la instancia se empleó el siguiente algoritmo:

Algorithm 5: Obtención de la demanda

```

Simulación ← Vector que contiene la simulación para un estado de infección
D ← Vector que contendrá la demanda while  $i < \text{Simulación.Count}$  do
    if  $\text{Simulación}[i] > 1$  and  $\text{Simulación}[i] < 10$  then
        |  $D[i] = 1$ ;
    end
    else
        |  $\text{valor} = \text{Simulación} / 10$ ;
        |  $\text{valor} += \text{Simulación} \% 10 >= 1 ? 1 : 0$ ;
        |  $D[i] = \text{valor}$ ;
    end
     $i++$ ;
end
Result: Retorna Demanda

```

Para generar la instancia para este proyecto es necesario recibir datos del simulador SEIMR-R/S, el cual aporta datos de la solución mediante la agrupación de las personas en un estado de infección en este caso I_2 que son las personas en estado severo, las cuales requieren hospitalización. Cada grupo de pacientes está formado de 10 personas, y aunque el grupo no este completo se toma en cuenta como otro grupo.

La instancia contiene los siguientes datos:

- Numero de Doctores
- Número de Días
- Demanda

En base la literatura se obtuvo que por cada 1000 habitantes de México existe 2.4 doctores generales esta información se utilizó para calcular el número de doctores para los municipios de Tampico, Madero y Altamira [37]. El siguiente dato se obtiene del número total de días de la simulación y por último la demanda la cual se obtiene a través del algoritmo 5.

5. Validación experimental

En este capítulo se presenta un conjunto de experimentos realizados teniendo instancias generadas a partir del simulador epidemiológico para los municipios de Tampico, Madero y Altamira con diversos escenarios provenientes del simulador.

5.1. Entorno de experimentación

En la siguiente tabla se presentan los parámetros empleados los cuales se recomiendan en la literatura como buenos valores [34,35,36].

Tabla 7 Parámetros utilizados en los experimentos

Parámetro	Valor
L	100
α	0.98
T_0	1
T_f	0.001

El entorno de experimentación que se trabajo es el lenguaje de programación C# en el compilador Visual Studio 2019 y se ejecutó en una computadora con las siguientes especificaciones:

- Procesador: AMD Ryzen 9 5900X
- Cantidad de memoria RAM: 32 GB
- Sistema operativo: Windows 11

5.2. Definición de los experimentos

Para la experimentación se proponen el uso de tres casos provenientes del simulador SEIMRS los cuales son:

- Sin cuarentena
- Escenario 1 (**E1**)
- Escenario 2 (**E2**)

Para el E1 se contempla un nivel de aislamiento del 60% como consecuencia de los decretos de aislamiento preventivo a partir del día del 27 de abril un nivel de aislamiento del 30% para los asintomáticos y el 50% para los sintomáticos moderados. A continuación, se muestra la cuarentena impuesta para las personas asintomáticas (A_0) y para los sintomáticos moderados (A_1).

$$A_0(t) = \begin{cases} 0.3 & 0 \leq t < 5 \\ 0.6 & 5 < t < 43 \\ 0.3 & 43 \leq t \end{cases}$$
$$A_1(t) = \begin{cases} 0.3 & 0 \leq t \leq 5 \\ 0.6 & 5 \leq t < 43 \\ 0.5 & 43 \leq t \end{cases}$$

Para el E2 sigue una lógica similar a E1 solamente se contempla un aislamiento preventivo obligatorio del 30% hasta el 20 de junio y se aumenta la efectividad de este al 70%.

$$A_0(t) = \begin{cases} 0.3 & 0 \leq t < 5 \\ 0.7 & 5 < t < 97 \\ 0.3 & 97 < t \end{cases}$$
$$A_1(t) = \begin{cases} 0.3 & 0 \leq t \leq 5 \\ 0.7 & 5 \leq t < 97 \\ 0.5 & 97 \leq t \end{cases}$$

Los experimentos desarrollados para los modelos de minimización de la cantidad de doctores y minimización de grupos de pacientes por doctor se definen a continuación:

- Experimento 1: se define la asignación de doctores para un periodo de 31 días a partir del día que se presenta una persona en estado severo.
- Experimento 2: se define la asignación de doctores para un periodo de 93 días.
- Experimento 3: se define la asignación de doctores para un periodo de 365 días.
- Experimento 4 se define la asignación de doctores para un periodo de 93 y 365 días. Utilizando una única instancia que incluye los municipios de Altamira, Madero y Tampico para los casos de cuarentena y sin cuarentena.

La primera experimentación incluye los experimentos 1,2 y 3 usando las instancias separadas por municipio de Altamira, Madero, Tampico con cuarentena y sin cuarentena.

5.3. Resultados para el modelo de minimización de la cantidad de doctores

En esta subsección se presentan los resultados obtenidos de los experimentos 1, 2, 3 y 4; para los municipios de Tampico, Madero y Altamira para el modelo de minimización de cantidad de doctores.

5.3.1. Resultados experimento 1 sin cuarentena

Altamira

Predicción de uso de doctores

Personas en estado severo

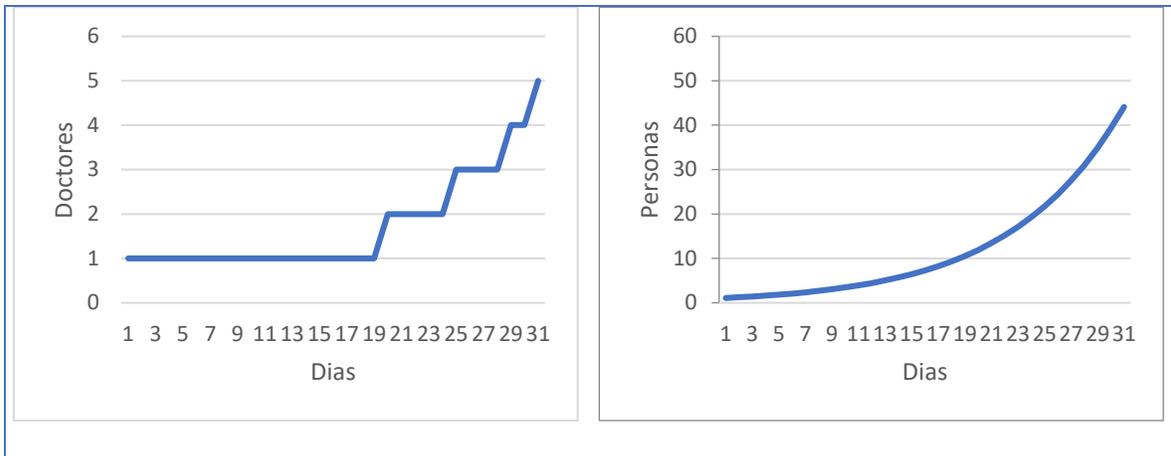


Figura 2 Resultados demanda Altamira 31 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 2 se satisface la demanda de pacientes, es decir la asignación de doctores de Altamira satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días sin cuarentena. Todos los pacientes son atendidos por los doctores existentes y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Observándose que para este caso de estudio el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 5 de los 591 doctores disponibles en un tiempo promedio de un minuto con 31 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

Prediccion de uso de doctores

Personas en estado severo

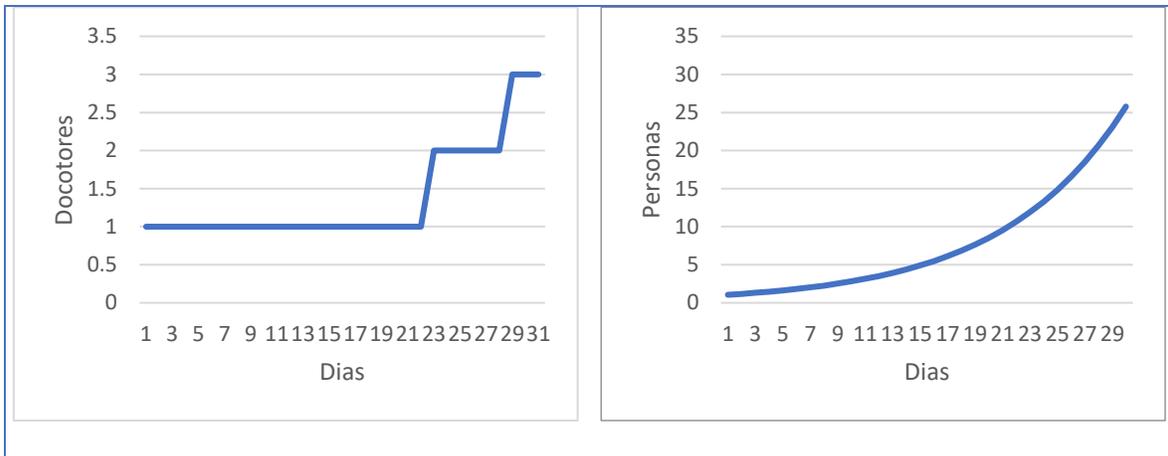


Figura 3 Resultados demanda Madero 31 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 3 la asignación de doctores para el municipio de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días sin cuarentena, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 4 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de un minuto con 28 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

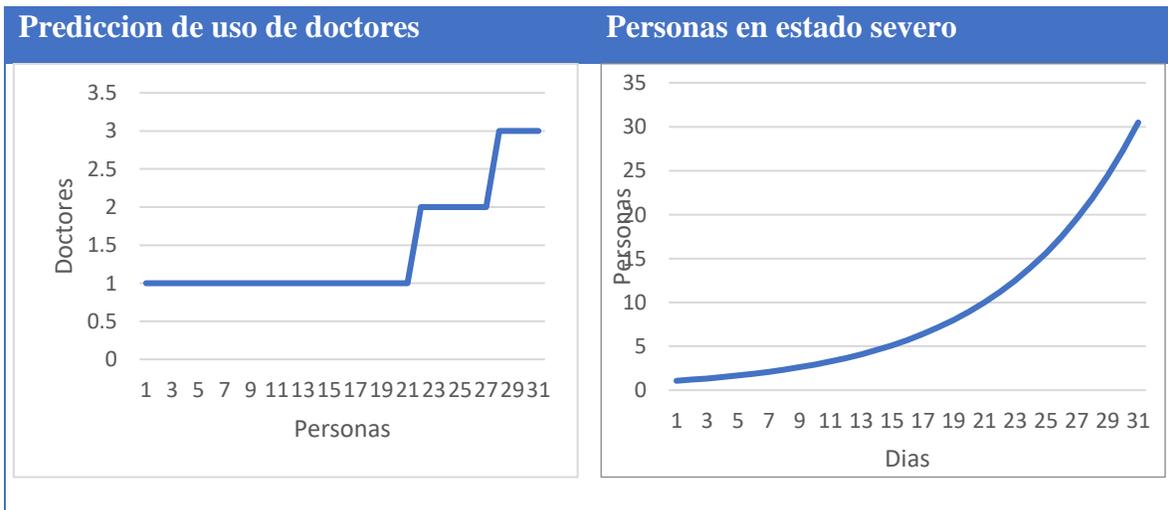


Figura 4 Resultados demanda Tampico 31 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 4 la asignación de doctores para el municipio de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días sin cuarentena, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 4 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de un minuto con 43 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.2. Resultados experimento 1 E1

Altamira

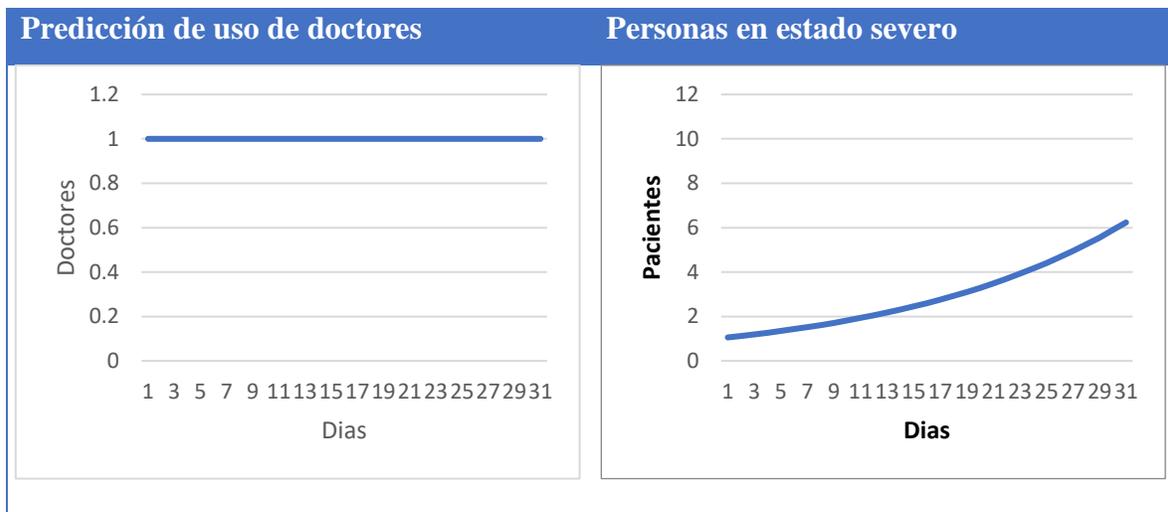


Figura 5 Resultados de demanda Altamira 31 días E1

Como se observa en la Figura 5 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 2 de los 591 doctores

disponibles y un tiempo promedio de un minuto, 24 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

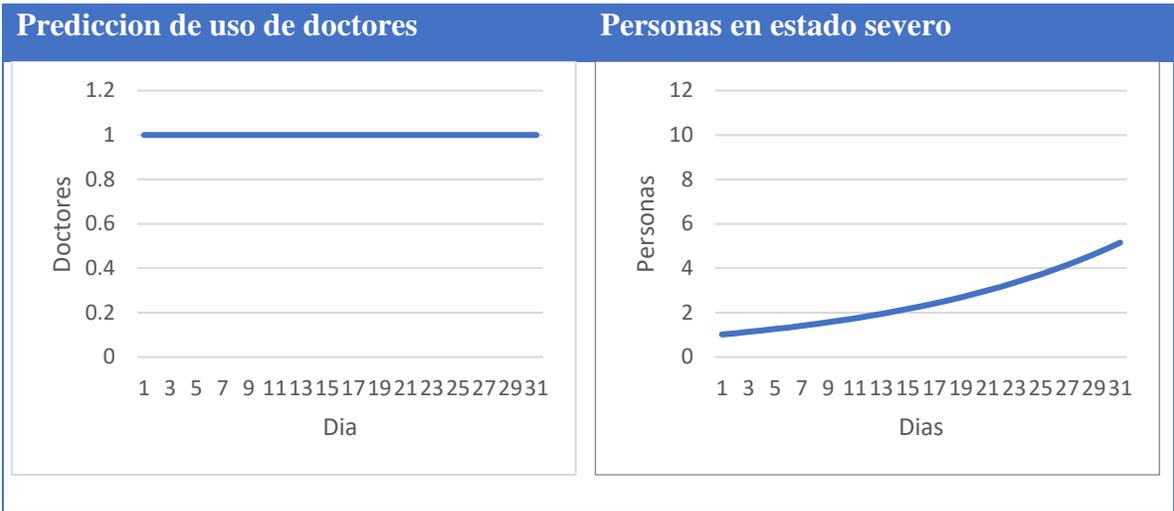


Figura 6 Resultados de demanda Madero 31 días E1

Como se observa en la Figura 6 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 2 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de un minuto, 26 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico



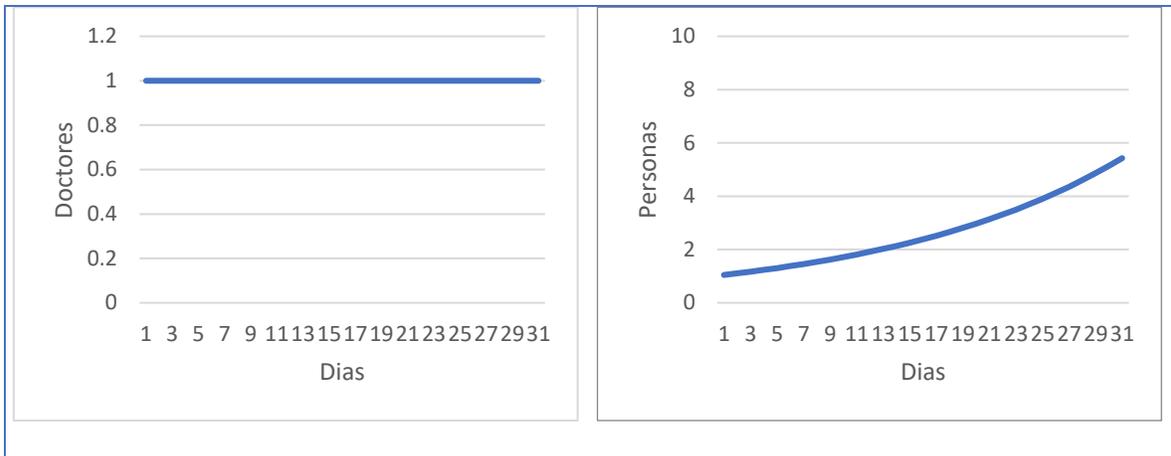


Figura 7 Resultados demanda Tampico 31 días E1

Como se observa en la Figura 7 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 2 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de un minuto, 44 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.3. Resultados experimento 1 E2

Altamira

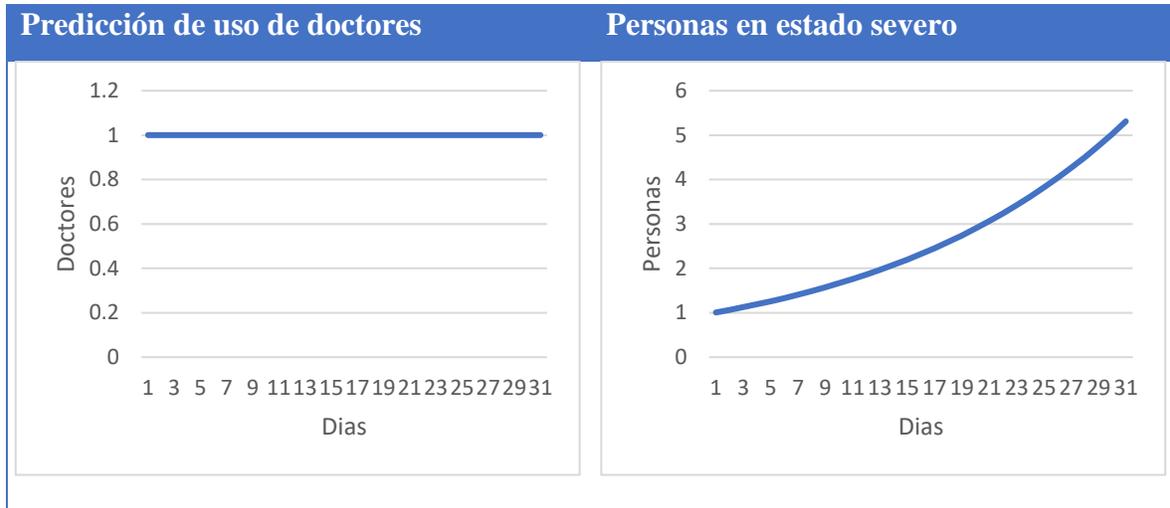


Figura 8 Resultados de Demanda Altamira 31 días E2

Como se observa en la Tabla 8 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 2 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 8 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



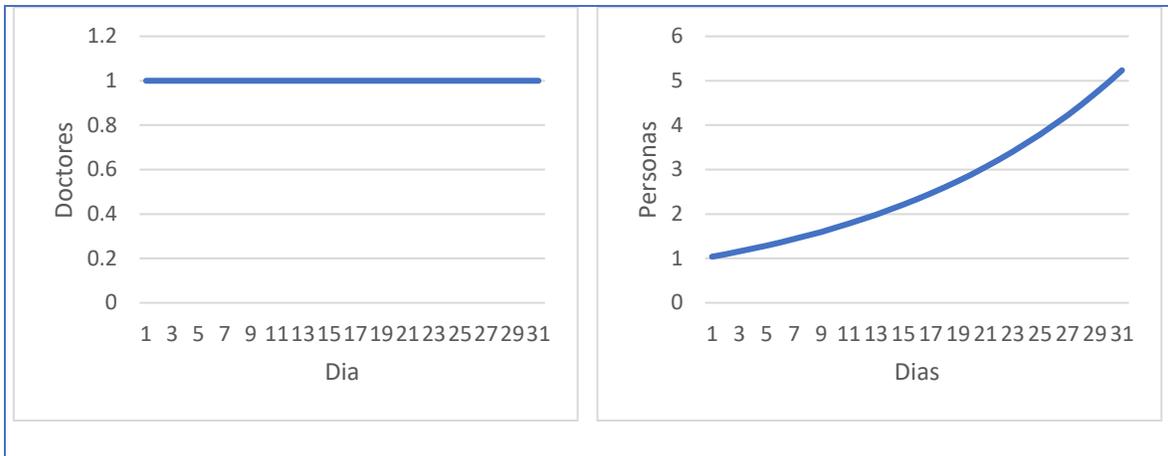


Figura 9 Resultados de Demanda Madero 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 9 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 2 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 9 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

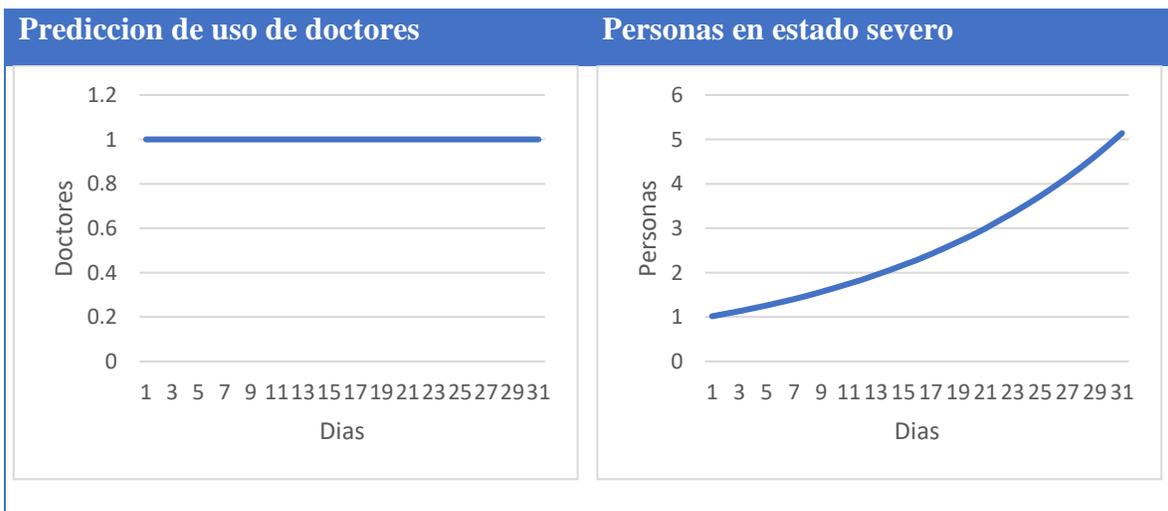


Figura 10 Resultados demanda Tampico 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 10 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 2 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 5 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.4. Resultados generales experimento 1.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 31 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 8 Resumen de experimentación 1

	E2			E1			Sin cuarentena		
Resultado	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico
Promedio de Doctores	2	2	2	2	2	2	5	4	4
Mínimo de Doctores	2	2	2	2	2	2	5	4	4
Tiempo Promedio	02:08	02:09	02:05	1:24	1:26	1:44	1:31	1:28	1:43
Restricciones violadas	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Dentro de los resultados se observó como el modelo va realizando las asignaciones de la demanda de los pacientes a los doctores para Tampico, Madero y Altamira, en el caso de sin cuarentena y en los escenarios 1 y 2 se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atención ya que el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 31 días, es decir existe el suficiente personal médico que atienda a las personas.

En este experimento se da evidencia de que el modelo cumple con el objetivo el cual es hacer la minimización de las asignaciones de pacientes a los doctores. Esto se valida ya que el

parámetro de penalizaciones tiene un valor de cero, es decir no se violaron restricciones en las asignaciones.

5.3.5. Resultados experimento 2 sin cuarentena

Altamira

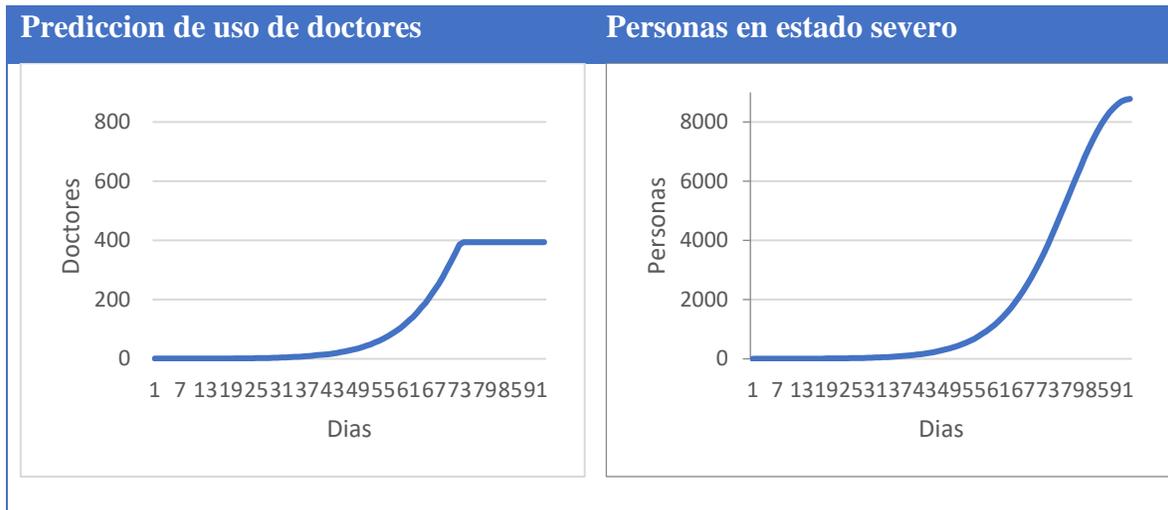


Figura 11 Resultados demanda Altamira 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 11 la asignación de doctores de Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 591 doctores disponibles obteniendo 20 penalizaciones y un tiempo promedio de tres minutos, 54 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



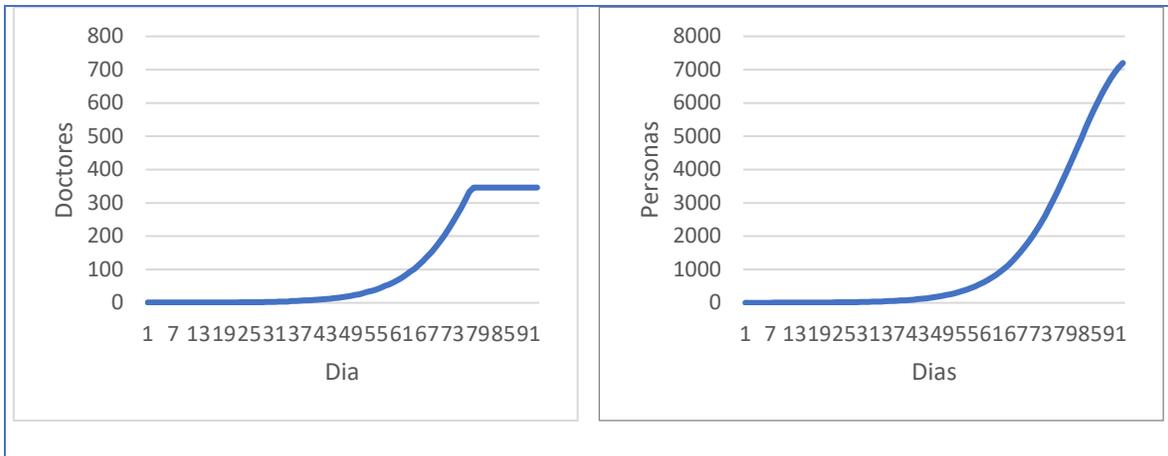


Figura 12 Resultados demanda Madero 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 12 la asignación de doctores de Madero no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 519 doctores disponibles obteniendo 16 penalizaciones y un tiempo promedio de tres minutos, 18 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

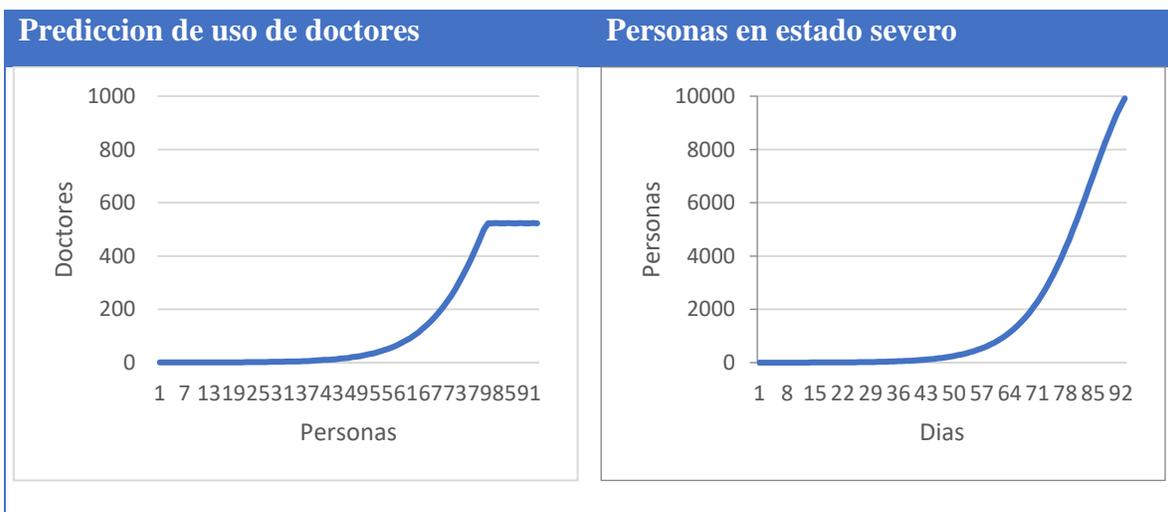


Figura 13 Resultados demanda Tampico 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 13 la asignación de doctores de Tampico no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 785 doctores disponibles obteniendo 13 penalizaciones y un tiempo promedio de cinco m de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.6. Resultados Experimento 2 E1

Altamira

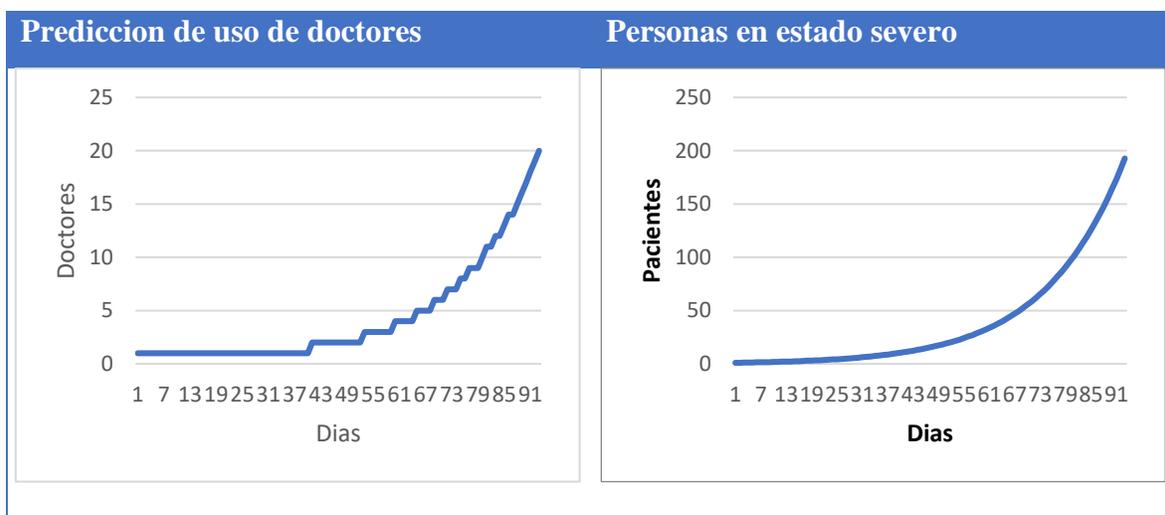


Figura 14 Resultados demanda Altamira 93 días E1

Como se observa en la Figura 14 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar

solamente 26 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de tres minutos, 49 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

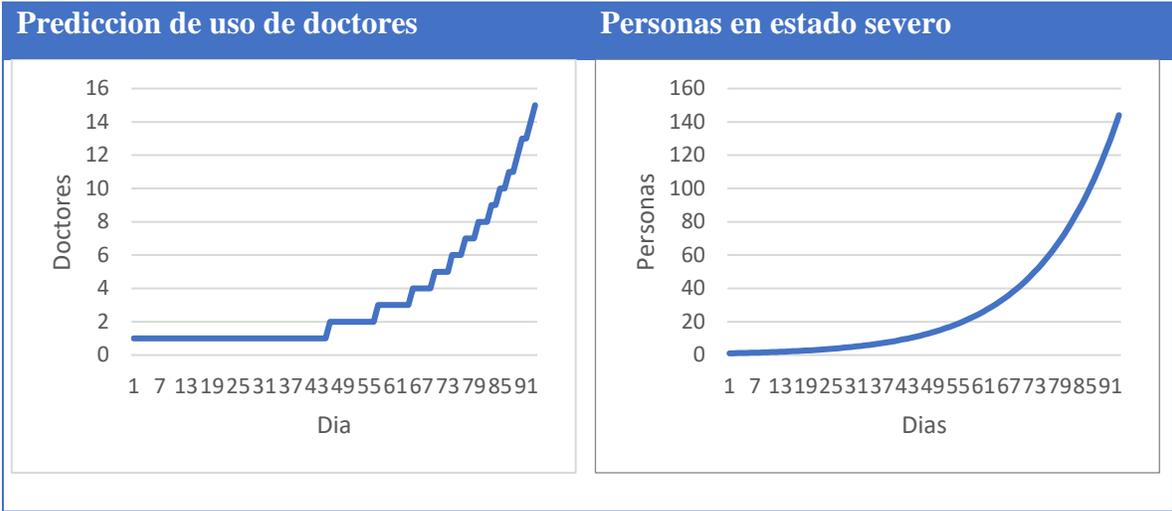


Figura 15 Resultados demanda Madero 93 días E1

Como se observa en la Figura 15 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 19 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de tres minutos, 9 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico



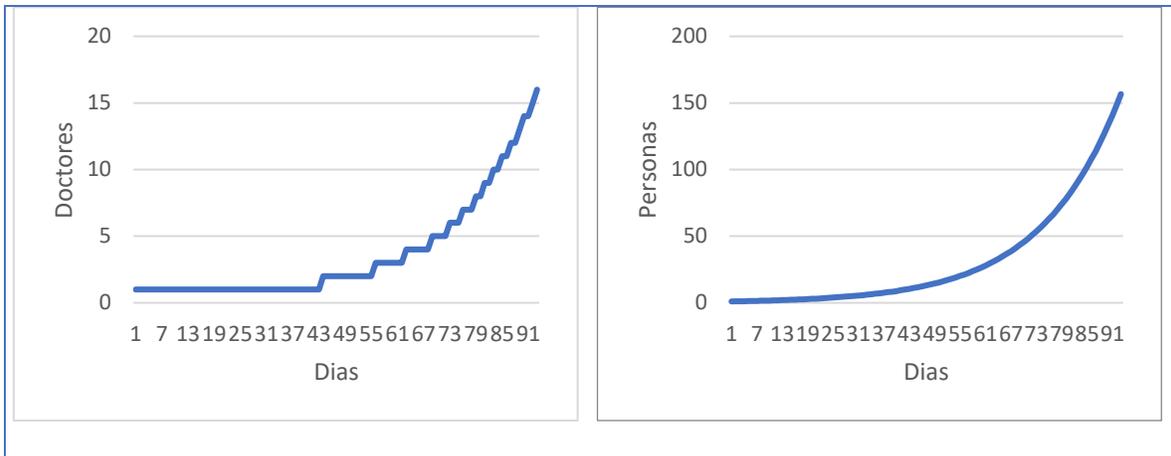


Figura 16 Resultados demanda Tampico 93 días E1

Como se observa en la Figura 16 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 21 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de cinco minutos, un segundo de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.7. Resultados Experimento 2 E2

Altamira

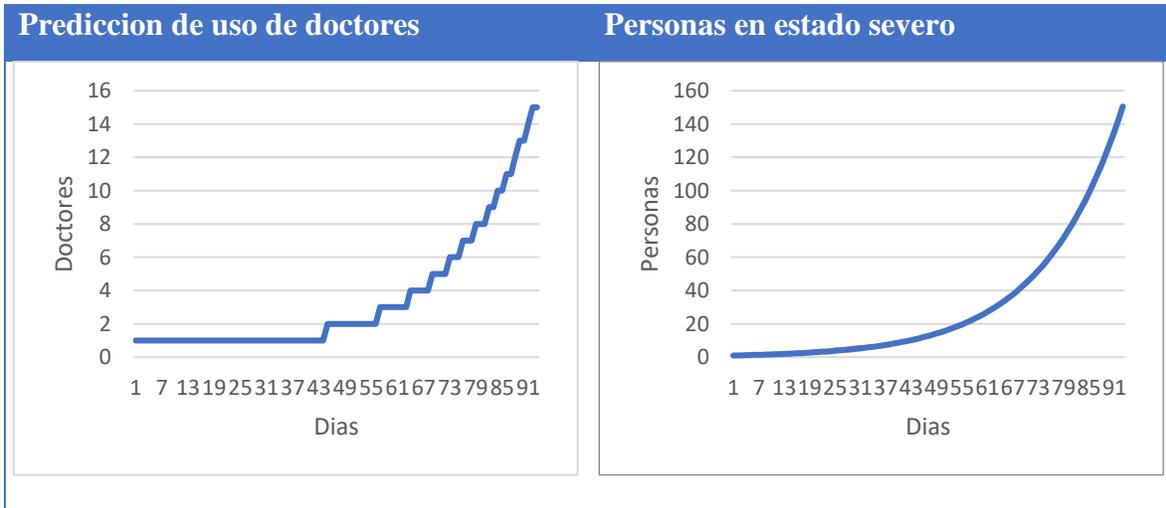


Figura 17 Resultados demanda Altamira 93 días E2

Como se observa en la Figura 17 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 20 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de cuatro minutos, 49 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



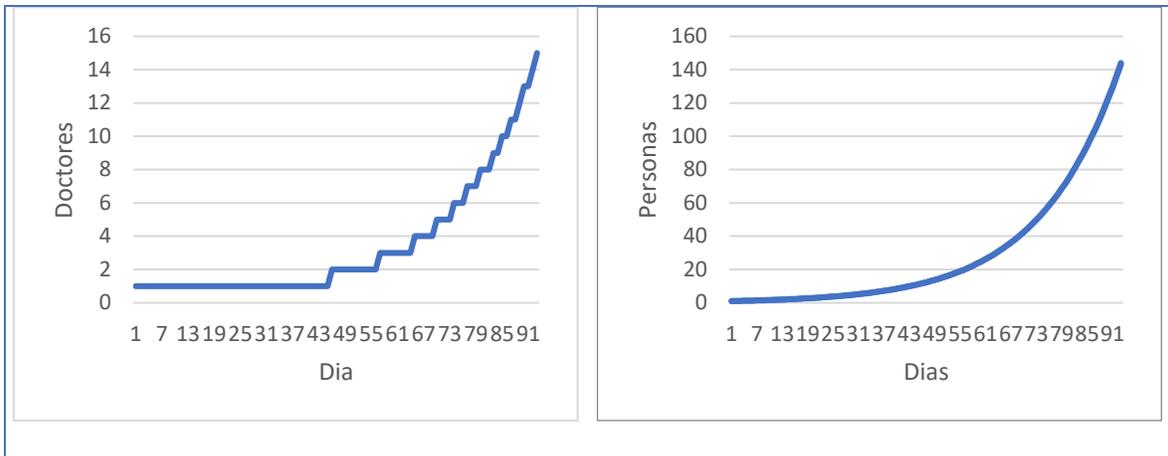


Figura 18 Resultados demanda Madero 93 días E2

Como se observa en la Figura 18 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 19 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de cuatro minutos, 26 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

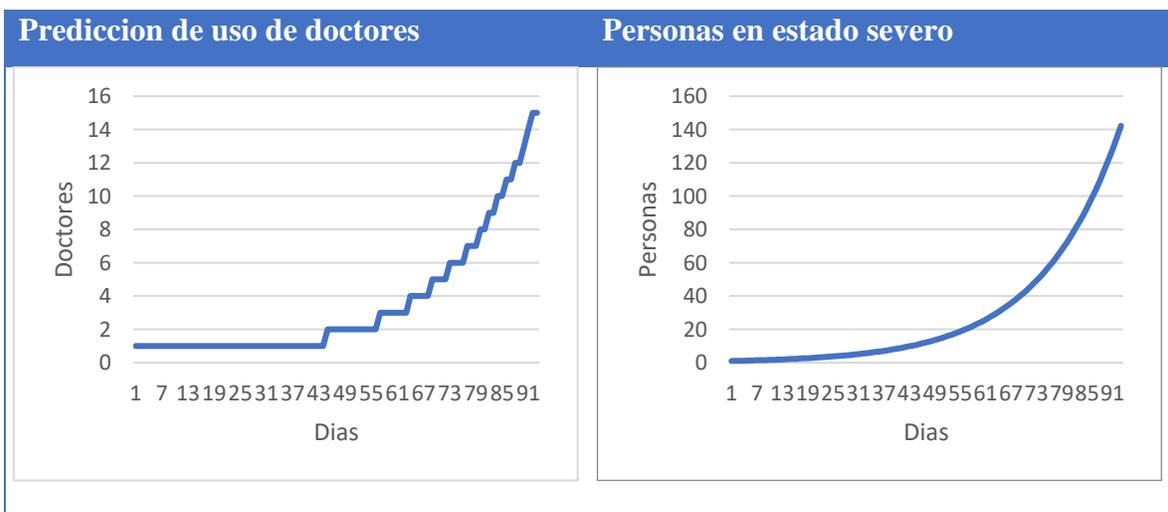


Figura 19 Resultados demanda Tampico 93 días E2

Como se observa en la Figura 19 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 20 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de seis minutos, 30 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.8. Resultados experimento 2.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 93 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 9 Resumen de experimentación 2

	E2			E1			Sin cuarentena		
Resultado	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico
Promedio de Doctores	20.53	19.1	20.1	26	19.1	21.06	591	519	785
Mínimo de Doctores	20	19	20	26	19	21	591	519	785
Tiempo Promedio	4:46	4:26	6:30	3:49	3:09	5:01	3:54	3:18	5:16
Restriccion es violadas	0	0	0	0	0	0	20	16	13

Dentro de los resultados se observó como el modelo va haciendo las asignaciones de los pacientes a los doctores para tampico, madero y altamira, en el caso de los escenarios con cuarentena se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atencion ya que el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 93 días, es decir existe el suficiente personal médico que atienda a las personas destacando que el uso de los doctores en el caso de Altamira y Tampico en el E2 es menor al utilizado para el E1. Por otro lado, en el caso sin cuarentena no se cumple a la demanda debido al exceso de pacientes que requieren atención, para un periodo de 93 días las personas ingresadas supera notablemente la cantidad que los doctores disponibles pueden atender.

En este experimento da evidencia del comportamiento del modelo cuando al incrementar los días de la simulación para los casos del E1 y 2 no reporta penalizaciones. Sin embargo, también se observa que para el caso de sin cuarentena ya hay penalizaciones, es decir la cantidad de doctores es rebasada por la cantidad de pacientes. Por lo tanto, el comportamiento del modelo es el esperado al incrementar y superar la cantidad de pacientes que pueden ser atendidos.

5.3.1. Experimento 3 sin cuarentena

Altamira

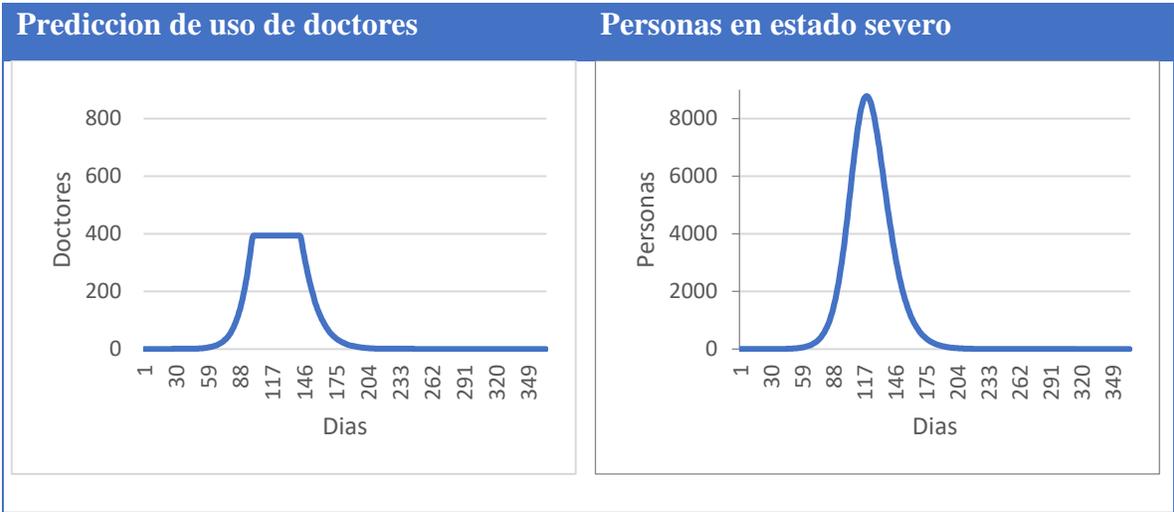


Figura 20 Resultados demanda Altamira 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 20 la asignación de doctores de Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 591 doctores disponibles obteniendo 43 penalizaciones y un tiempo promedio de 16 minutos, 53 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

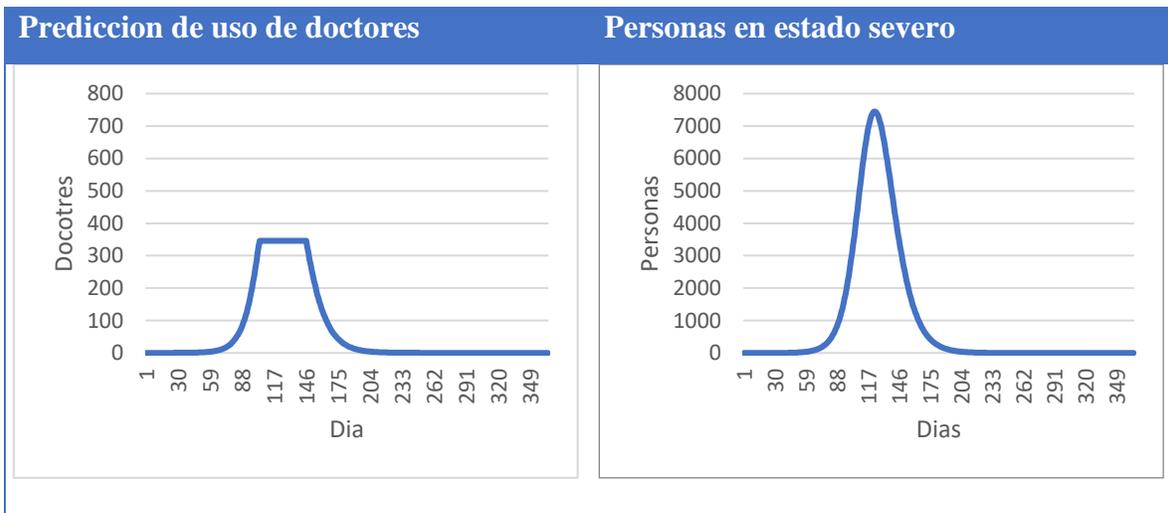


Figura 21 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Tabla 21 la asignación de doctores de Madero no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 519 doctores disponibles obteniendo 43 penalizaciones y un tiempo promedio de 14 minutos, 53 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

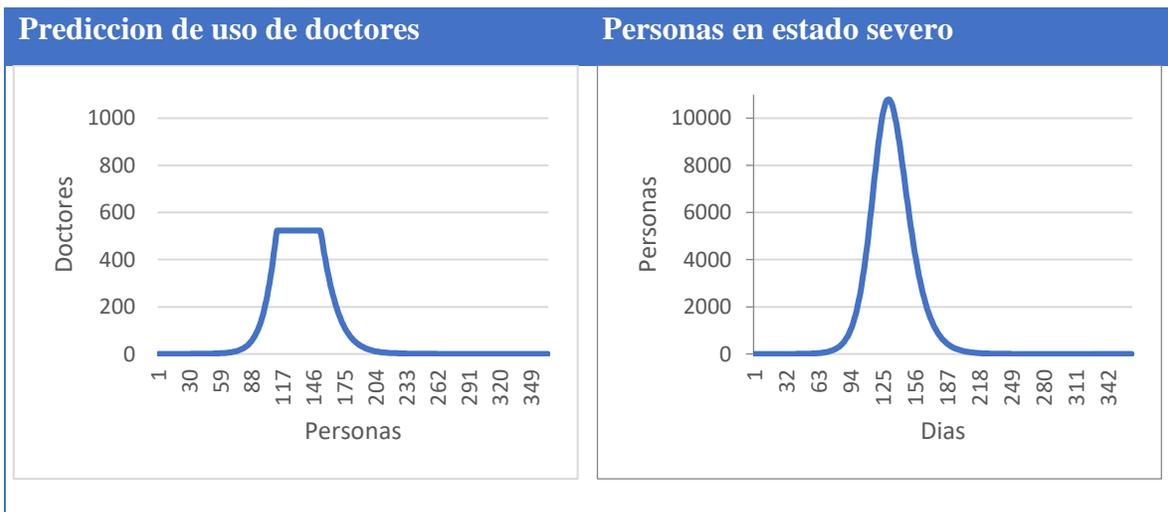


Figura 22 Resultados demanda Tampico 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 22 la asignación de doctores de Madero no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 785 doctores disponibles obteniendo 41 penalizaciones y un tiempo promedio de 22 minutos, 47 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.2. Experimento 3 E1

Altamira

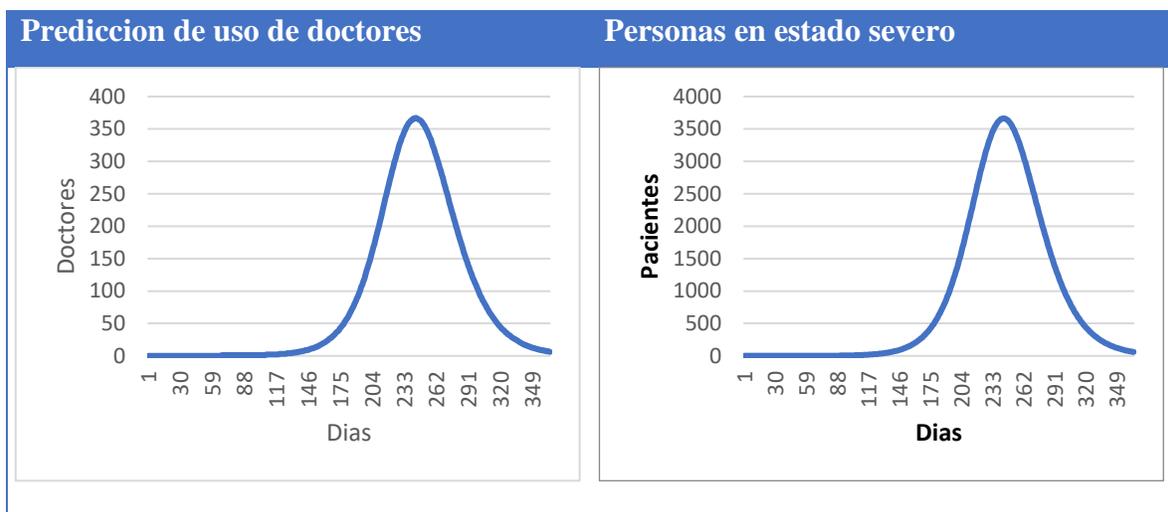


Figura 23 Resultados demanda Altamira 365 días E1

Como se observa en la Figura 23 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 550 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de 16 minutos, 33 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

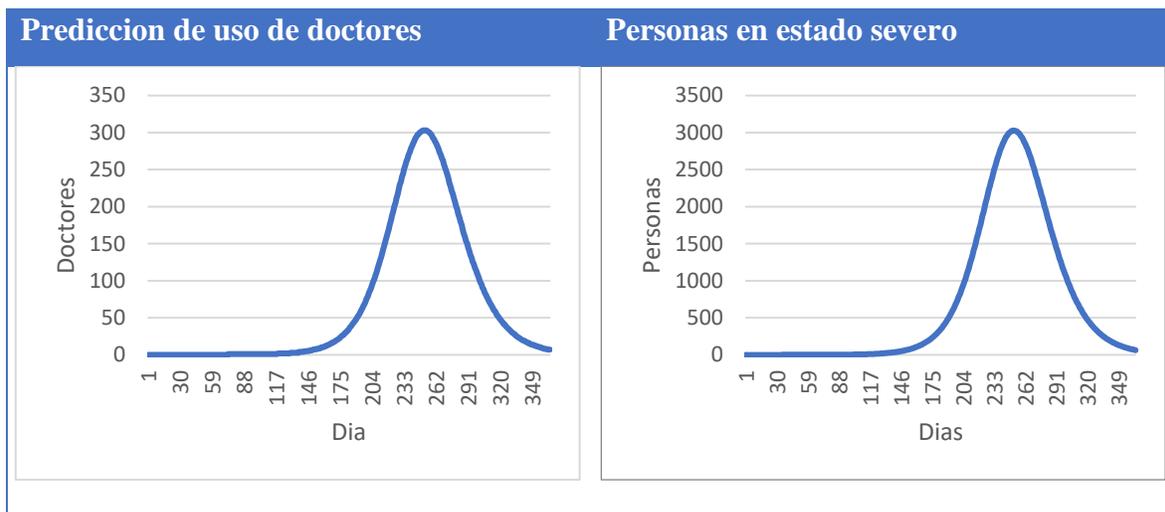


Figura 24 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 24 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 455 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de 14 minutos, 28 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico



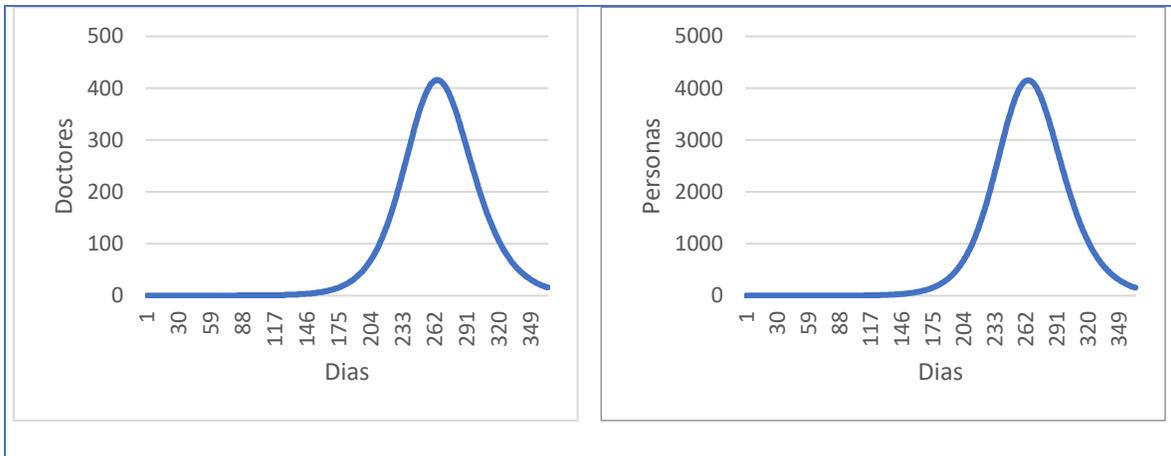


Figura 25 Resultados demanda Tampico 365 días E1

Como se observa en la Figura 25 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 624 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de 22 minutos, 58 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.3. Experimento 3 E2

Altamira

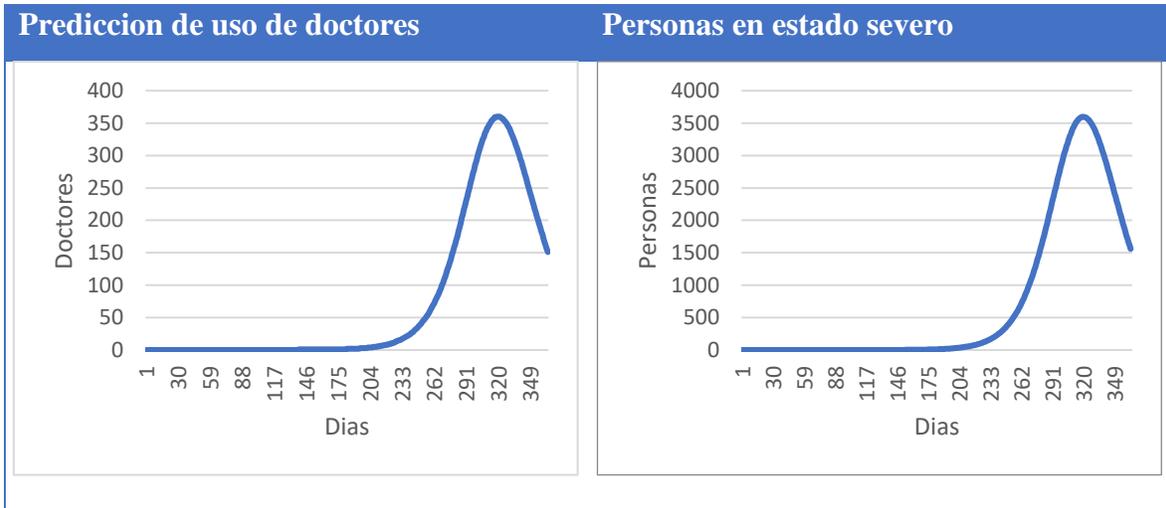


Figura 26 Resultados demanda Altamira 365 días E2

Como se observa en la Figura 26 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 540 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de 21 minutos, 32 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



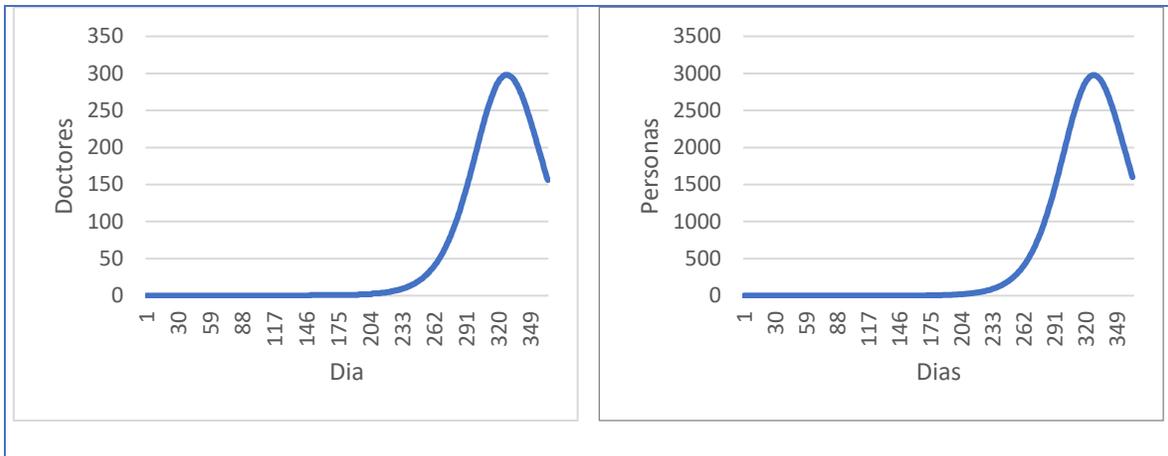


Figura 27 Resultados demanda Madero 365 días E2

Como se observa en la Figura 27 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 447 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de 19 minutos, 4 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

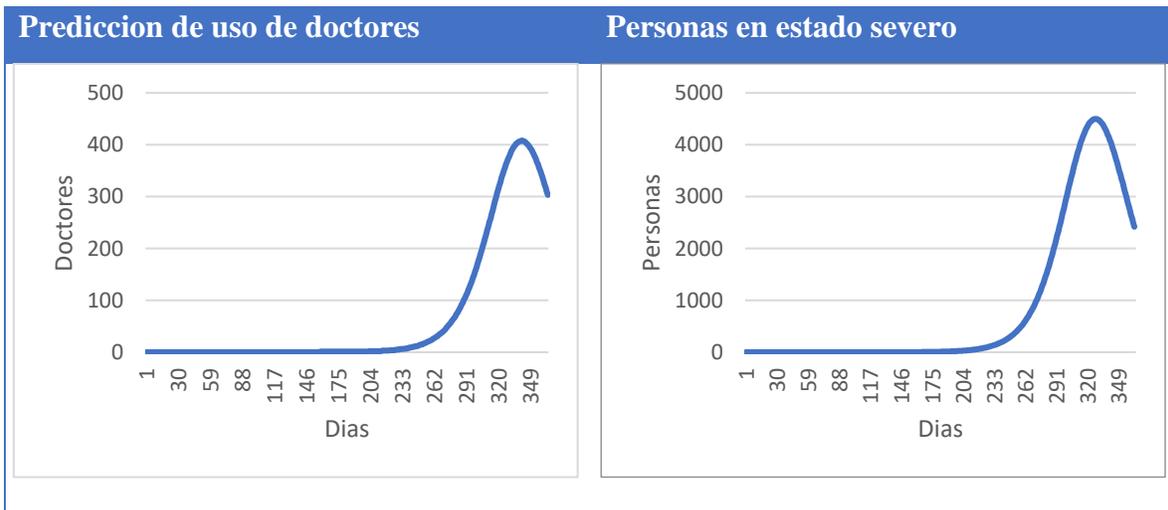


Figura 28 Resultados demanda Tampico 365 días E2

Como se observa en la Figura 28 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 612 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de 29 minutos, 21 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.4. Resultados generales experimento 3.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 365 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 10 Resumen de experimentación 3

	E2			E1			Sin cuarentena		
Resultado	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico
Promedio de Doctores	540	447	612	550.7333	455	624	591	519	785
Mínimo de Doctores	540	447	612	550	455	624	591	519	785
Tiempo Promedio	21:32	19:04	29:21	16:34	14:28	22:58	16:53	14:53	22:47
Restriccion es violadas	0	0	0	0	0	0	43	43	41

Dentro de los resultados se observó como el modelo va haciendo las asignaciones de los pacientes a los doctores para Tampico, Madero y Altamira, en el caso de cuarentena se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atención ya que el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 365 días, es decir existe el suficiente personal médico que atienda a las personas, un aspecto que destacar es el uso de doctores entre el E1 y E2 es que se emplean menos doctores para el E2 para poder cubrir la demanda requerida en el tiempo de un año. Por otro lado, en el caso sin cuarentena no se cumple a la demanda debido al exceso de pacientes que requieren atención y para un periodo de 365 días las

personas ingresadas supera notablemente la cantidad que los doctores disponibles pueden atender.

En este experimento da evidencia del comportamiento del modelo cuando al incrementar los días de la simulación para los casos del E1 y 2 no reporta penalizaciones. Sin embargo, también se observa que para el caso de sin cuarentena ya hay penalizaciones, es decir la cantidad de doctores es rebasada por la cantidad de pacientes. Por lo tanto, el comportamiento del modelo es el esperado al incrementar y superar la cantidad de pacientes que pueden ser atendidos.

5.3.1. Experimento 4 sin cuarentena para 93 días

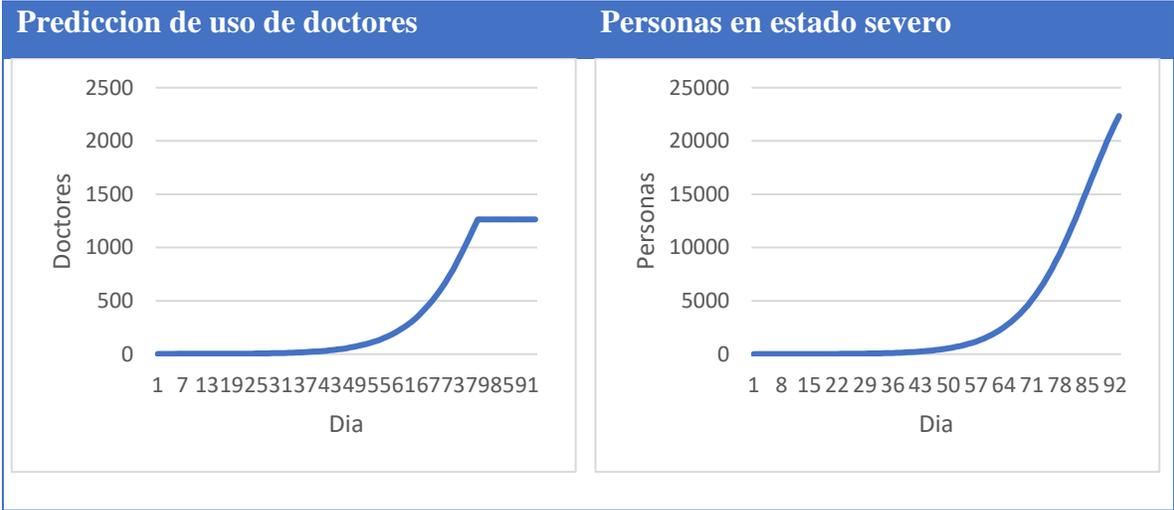


Figura 29 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 29 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 1895 doctores disponibles obteniendo 15 penalizaciones y un tiempo promedio de 13 minutos, 57 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.2. Experimento 4 E1 para 93 días

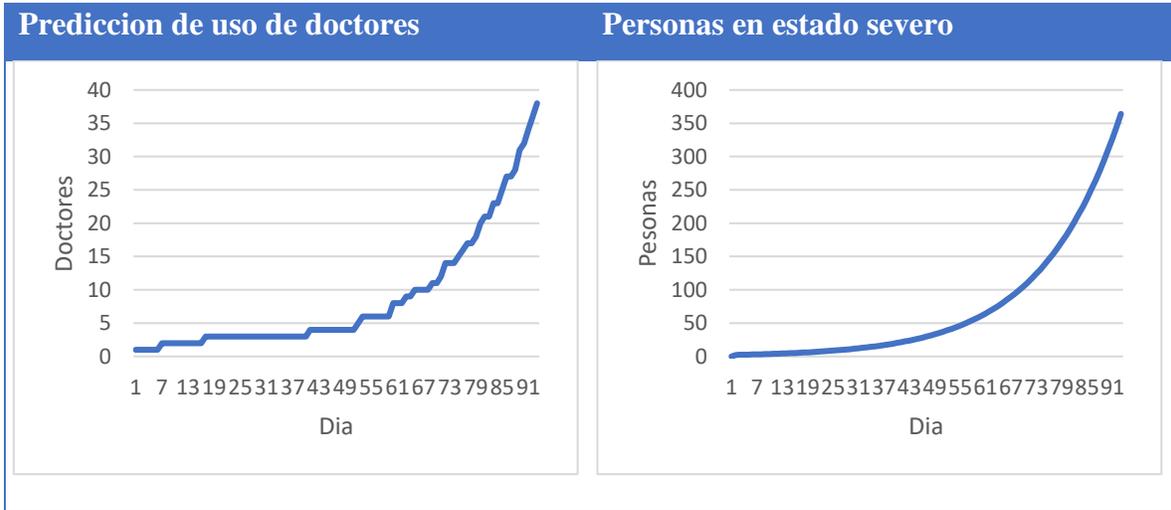


Figura 30 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E1

Como se observa en la Figura 30 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E1, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 49 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de 13 minutos, 13 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.3. Experimento 4 E2 para 93 días



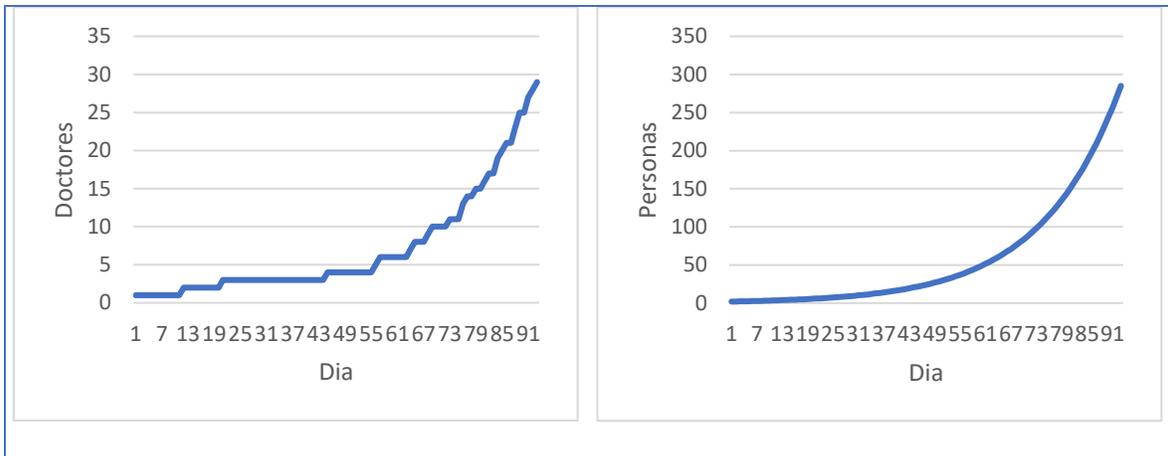


Figura 31 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E2

Como se observa en la Figura 31 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 39 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de 16 minutos, 49 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.4. Experimento 4 sin cuarentena para 365 días

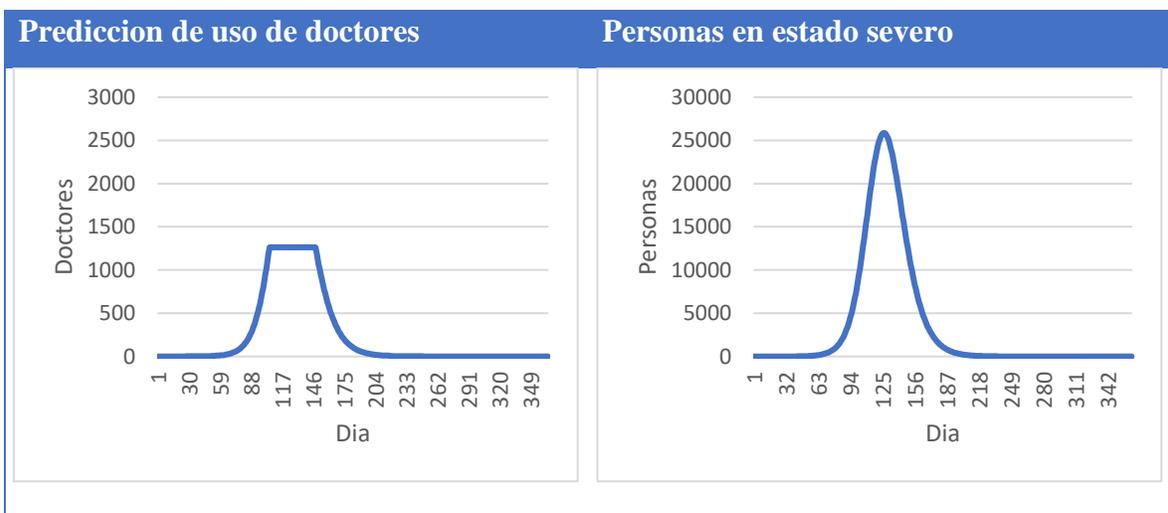


Figura 32 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 32 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 1895 doctores disponibles obteniendo 43 penalizaciones y un tiempo promedio de una hora, 4 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.5. Experimento 4 E1 para 365 días

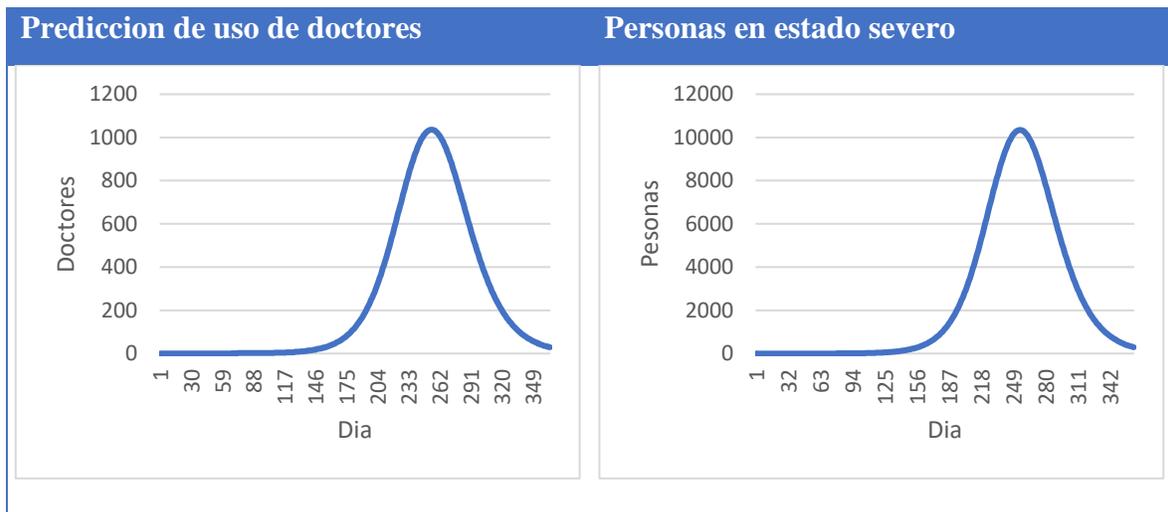


Figura 33 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E1

Como se observa en la Figura 33 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 1554 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de una hora, 3 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.6. Experimento 4 E2 para 365 días

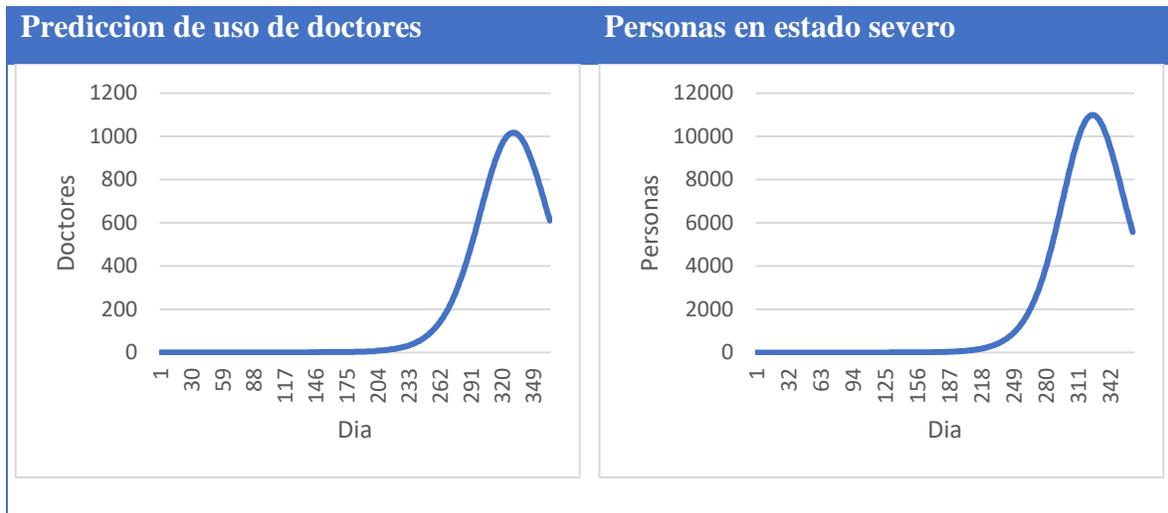


Figura 34 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E2

Como se observa en la Figura 34 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 1554 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de una hora, 19 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.3.7. Resultados experimento 4

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 365 días y 93 días para una sola instancia que contempla los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 11 Resumen experimentación 4

		E2		E1		Sin cuarentena	
Promedio	de	39.13	1554	49.1	1554	1895	1895
Mínimo	de	39	1554	49	1554	1895	1895

Tiempo Promedio	16:49	1:19:12	13:13	1:03:09	13:53	1:04:36
Penalizaciones	0	0	0	0	15	43

Dentro de los resultados se observó como el modelo va haciendo las asignaciones de los pacientes a los doctores para la instancia que contempla la zona metropolitana de Tampico, en el caso de cuarentena se cumple con la demanda, es decir existe el suficiente personal médico que atienda a las personas, un aspecto que destacar es el uso de doctores entre el E1 y E2 es que se emplean menos doctores para el E2 de 93 días para poder cubrir la demanda requerida en el tiempo de un año. Por otro lado, en el caso sin cuarentena no se cumple a la demanda debido al exceso de pacientes que requieren atención y para un periodo de 365 días y 95 días las personas ingresadas supera notablemente la cantidad que los doctores disponibles pueden atender.

En este experimento da evidencia del comportamiento del modelo cuando al incrementar los días de la simulación para los casos del E1 y 2 no reporta penalizaciones. Sin embargo, también se observa que para el caso de sin cuarentena ya hay penalizaciones, es decir la cantidad de doctores es rebasada por la cantidad de pacientes. Por lo tanto, el comportamiento del modelo es el esperado al incrementar y superar la cantidad de pacientes que pueden ser atendidos.

5.4.Resultados para el modelo de minimización promedio de grupos por doctor

En esta subsección se presentan los resultados obtenidos de los experimentos 1, 2, 3 y 4; para los municipios de Tampico, Madero y Altamira para el modelo de minimización de promedio de grupos por doctor.

5.4.1. Resultados Experimento 1 sin cuarentena

Altamira

Predicción de uso de doctores

Personas en estado severo

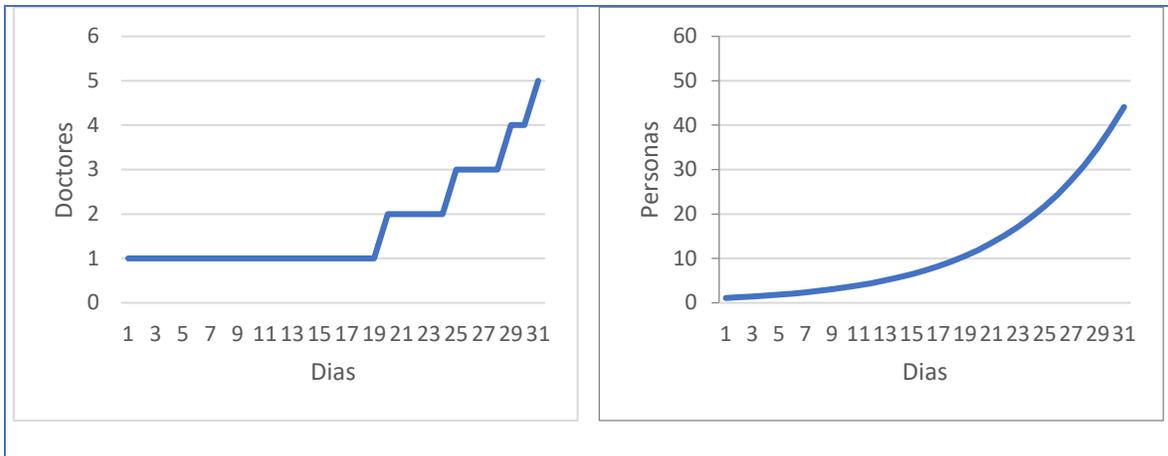


Figura 35 Resultados demanda Altamira 31 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 35 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días sin cuarentena, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 54 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 26 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

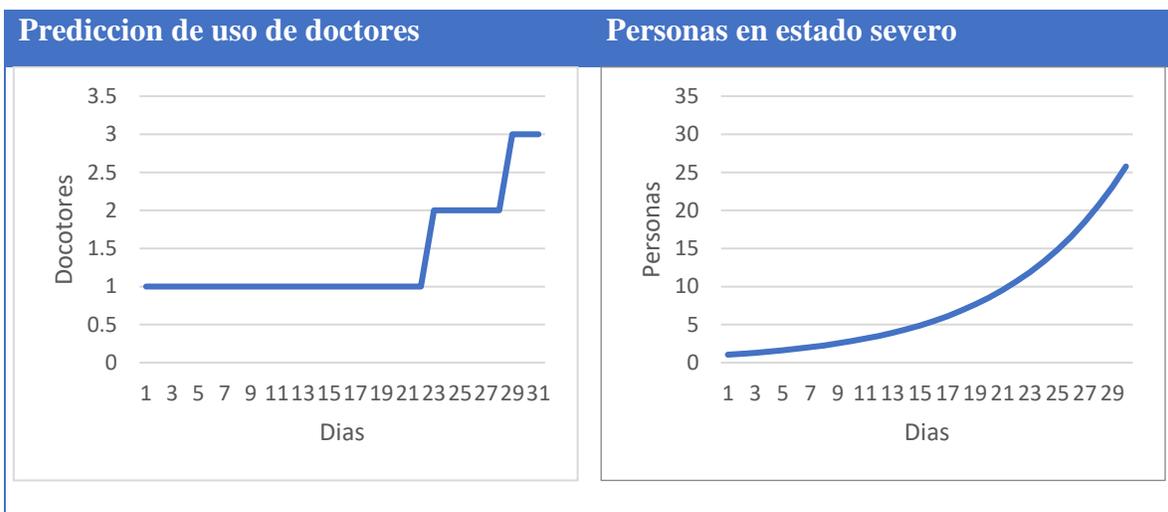


Figura 36 Resultados demanda Madero 31 días Sin cuarentena

Como se observa en la Figura 36 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días sin cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 43 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 16 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

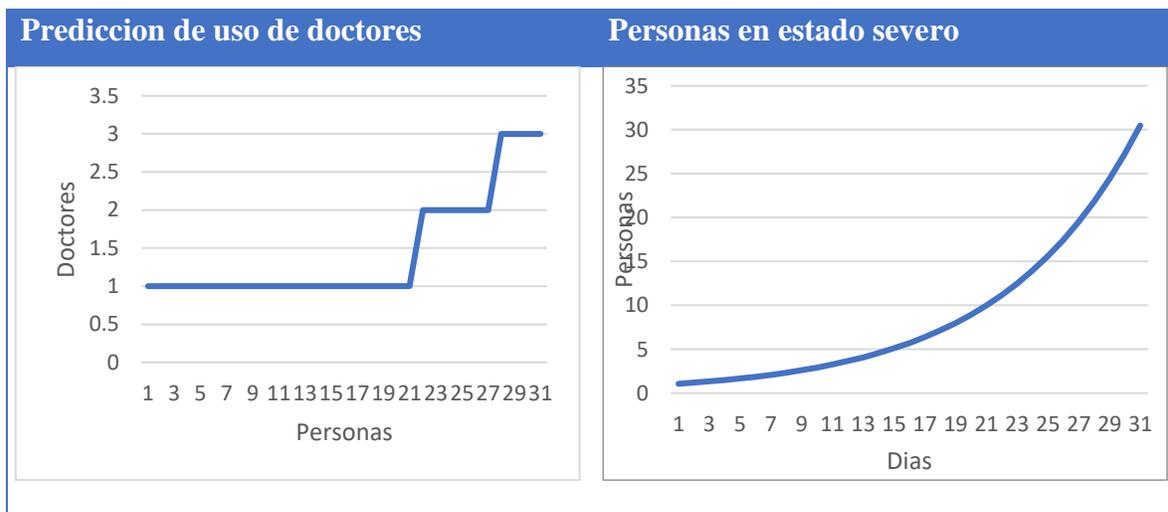


Figura 37 Resultados demanda Tampico 31 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 37 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días sin cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 45 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de 3 minutos, 7 segundos milisegundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.2. Resultados Experimento 1 E1

Altamira

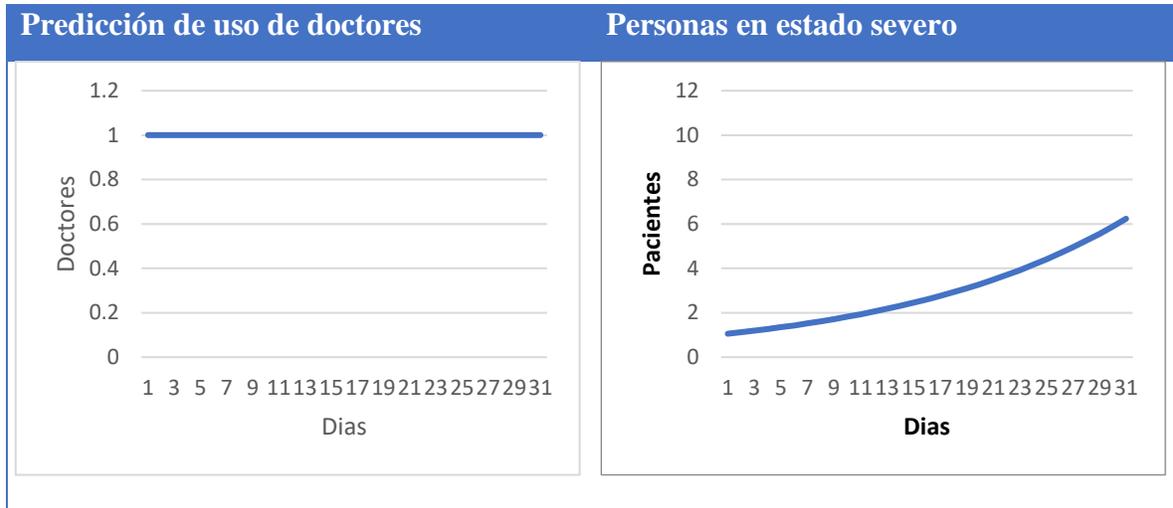


Figura 38 Resultados de Demanda Altamira 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 38 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 31 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 31 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



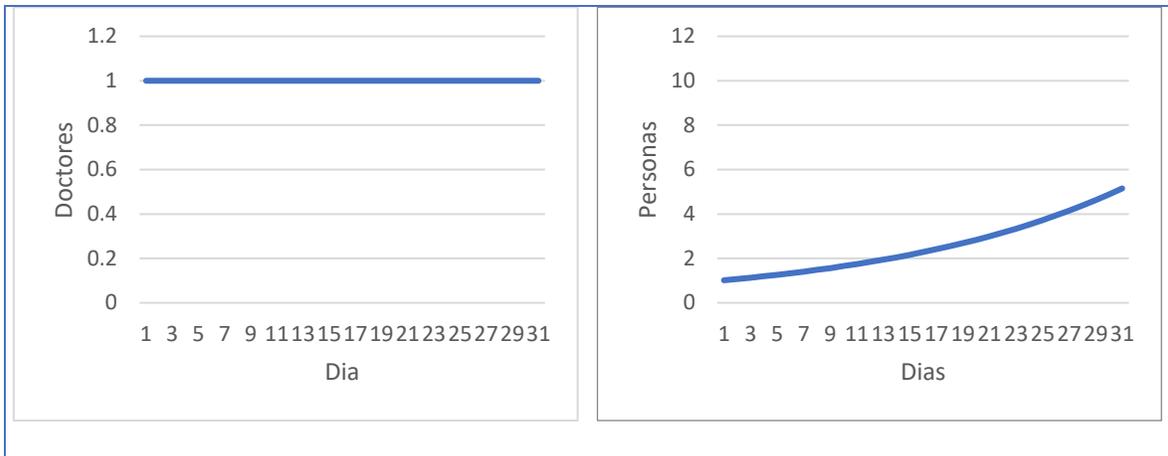


Figura 39 Resultados de Demanda Madero 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 39 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 31 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 15 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

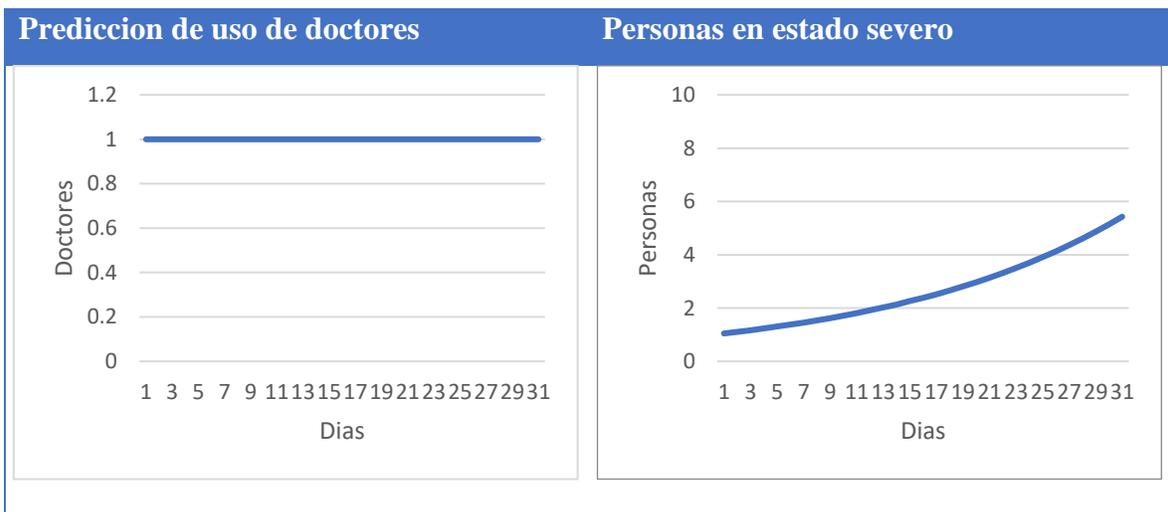


Figura 40 Resultados demanda Tampico 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 40 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 31 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de un minuto, 44 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.3. Resultados Experimento 1 E2

Altamira

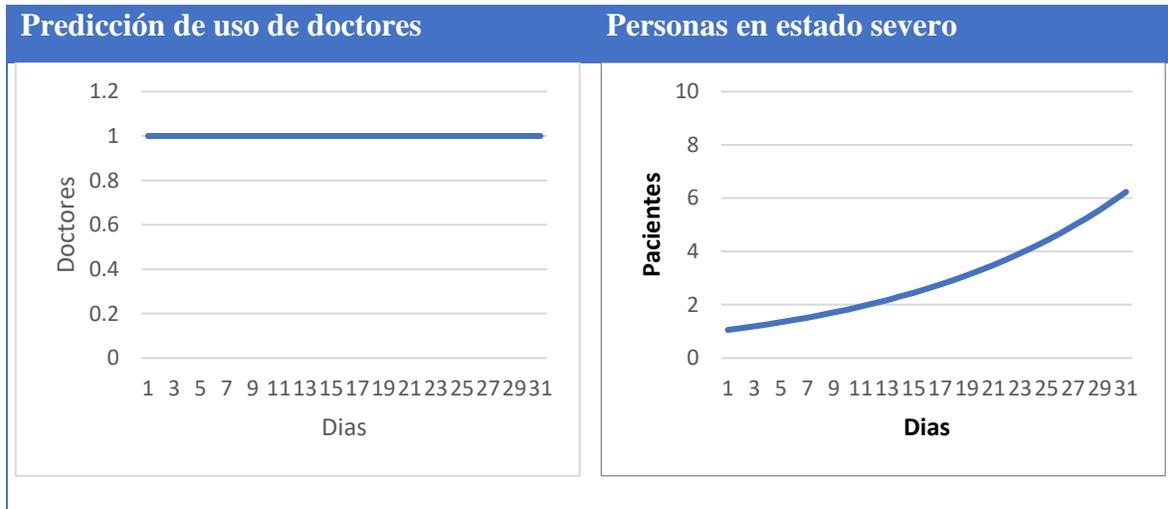


Figura 41 Resultados de Demanda Altamira 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 41 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 31 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 46 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



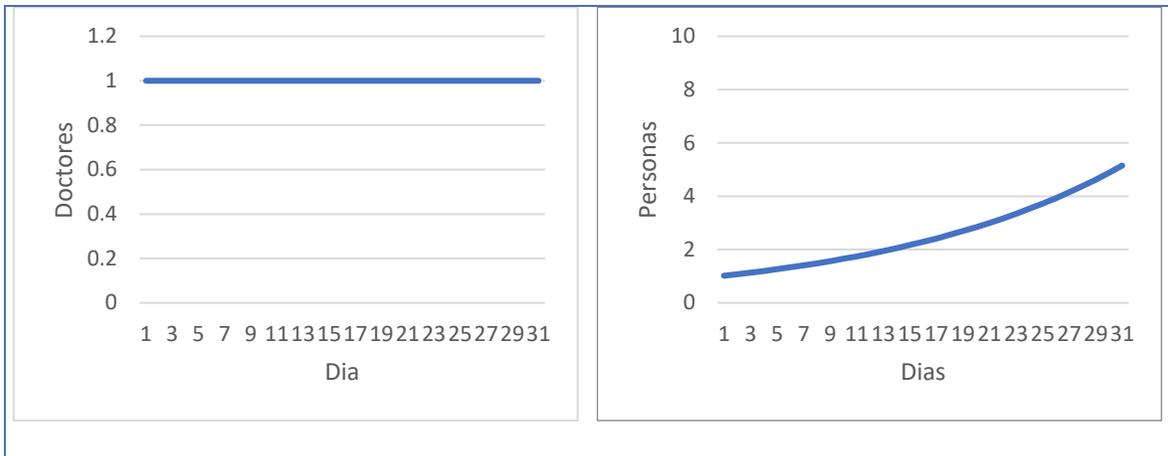


Figura 42 Resultados de Demanda Madero 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 42 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 31 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de dos minutos, 47 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

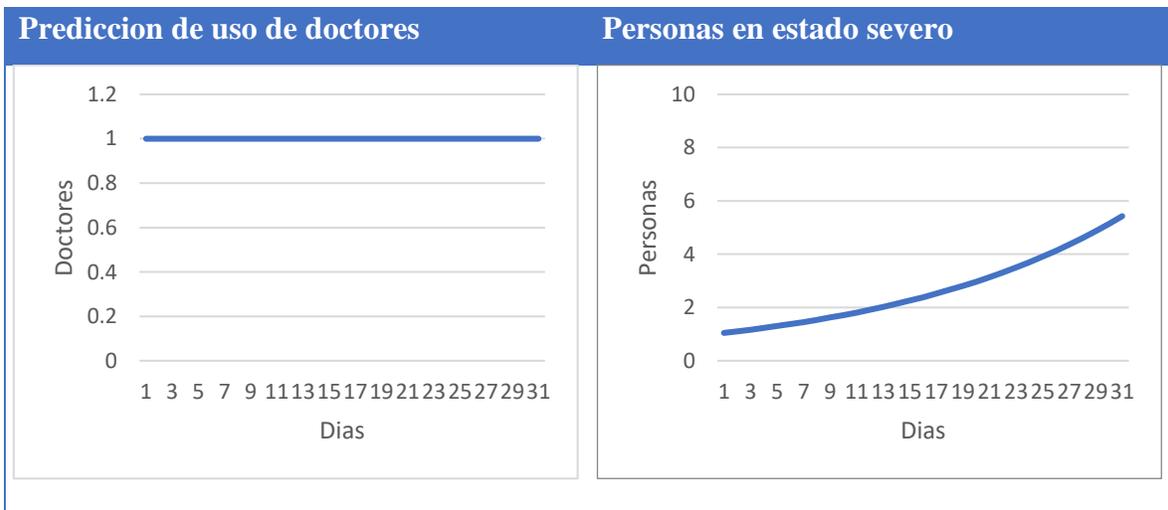


Figura 43 Resultados demanda Tampico 31 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 43 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 31 días, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 31 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de tres minutos, 9 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.4. Resultados experimento 1.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 31 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 12 Resumen de experimentación 1

	E2			E1			Sin cuarentena		
Resultado	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico
Promedio de Grupos por Doctores	1.036	1.027	1.037	1.016	1.030	1.015	1.053	1.047	1.018
Mínimo de Promedio de Grupos por Doctor	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Numero Doctores	31	31	31	31	31	31	31	31	31
Tiempo Promedio	2:46	2:47	3:09	2:31	2:15	3:09	2:26	2:16	3:07
Restriccion es violadas	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Dentro de los resultados se observó como el modelo va realizando las asignaciones de la demanda de los pacientes a los doctores para Tampico, Madero y Altamira, en el caso de cuarentena y los escenarios con cuarentena se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atención ya que el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 31 días, es decir existe el suficiente personal médico que atienda a las personas.

En este experimento se da evidencia de que el modelo cumple con el objetivo el cual es hacer la minimización de las asignaciones de pacientes a los doctores. Esto se valida ya que el

parámetro de penalizaciones tiene un valor de cero, es decir no se violaron restricciones en las asignaciones.

5.4.1. Resultados Experimento 2 sin cuarentena

Altamira

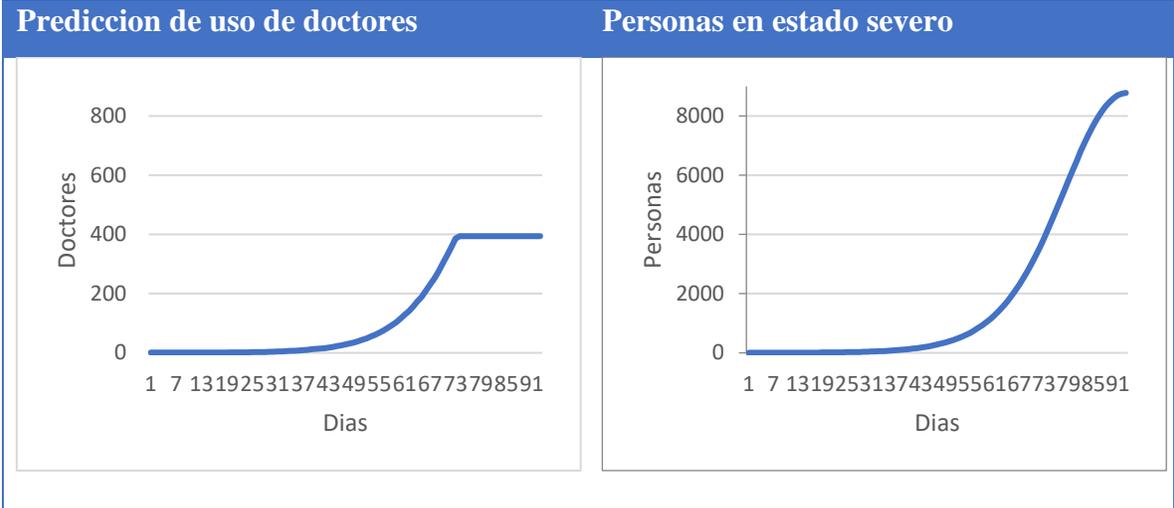


Figura 44 Resultados demanda Altamira 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 44 la asignación de doctores de Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 591 doctores disponibles obteniendo 1627 penalizaciones y un tiempo promedio de seis minutos, 14 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema

Madero



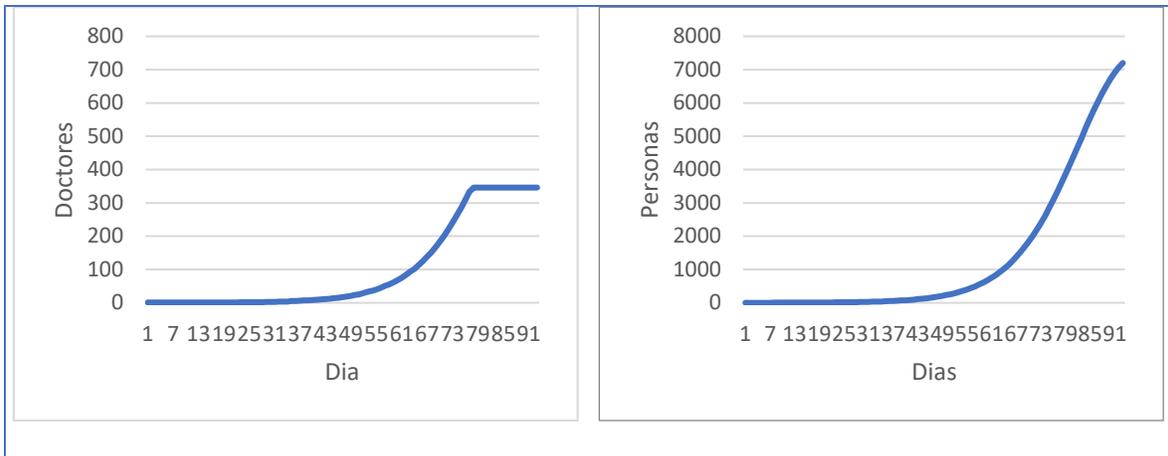
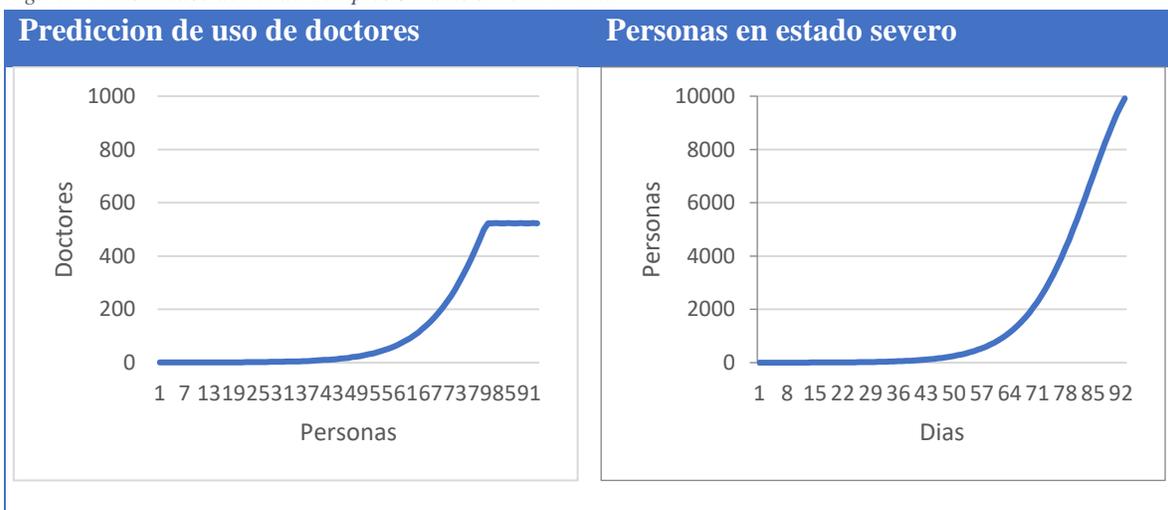


Figura 45 Resultados demanda Madero 93 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 45 la asignación de doctores de Madero no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 519 doctores disponibles obteniendo 1152 penalizaciones y un tiempo promedio de cinco minutos, 20 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

Figura 46 Resultados demanda Tampico 93 días sin cuarentena



Como se observa en la Figura 46 la asignación de doctores de Tampico no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días

sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 785 doctores disponibles obteniendo 1587 penalizaciones y un tiempo promedio de nueve minutos, 51 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.2. Resultados Experimento 2 E1

Altamira

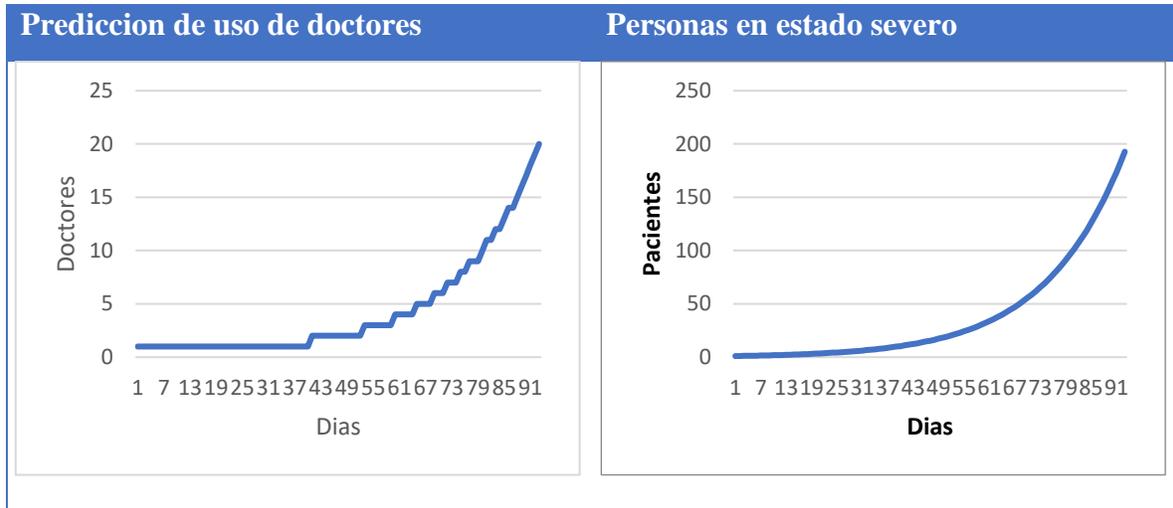


Figura 47 Resultados demanda Altamira 93 días E1

Como se observa en la Figura 47 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E1, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 306 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de ocho minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



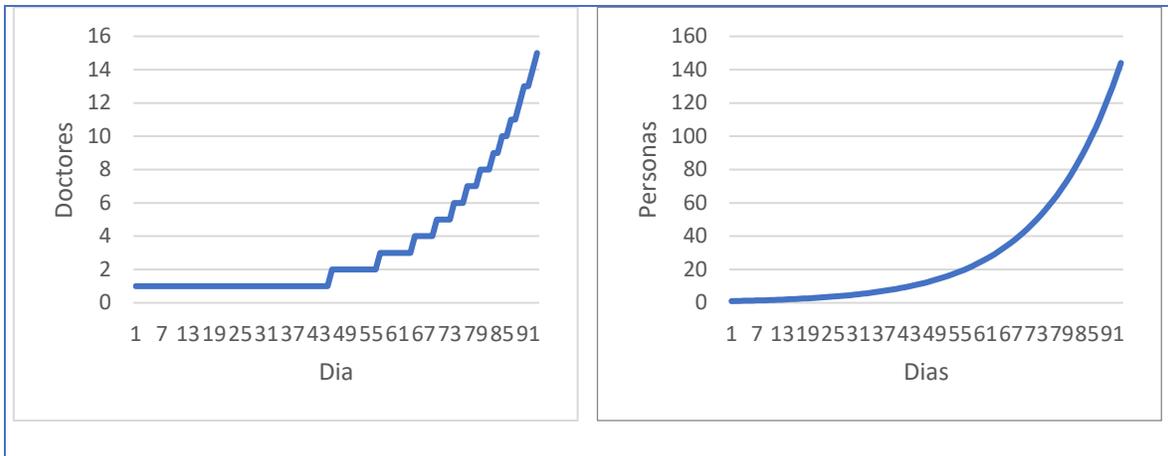


Figura 48 Resultados demanda Madero 93 días E1

Como se observa en la Figura 48 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E1, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 249 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de seis minutos y 40 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

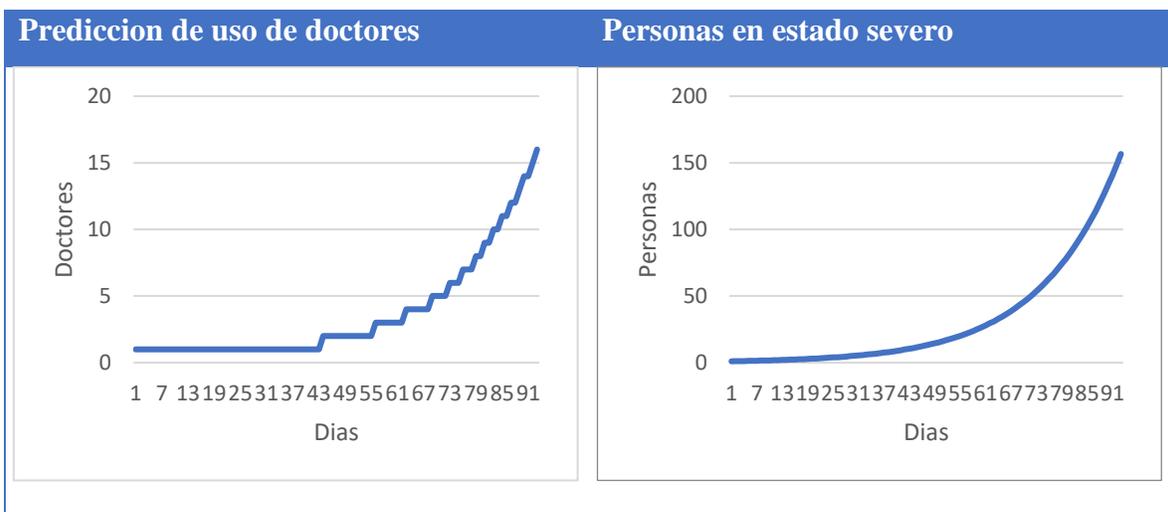


Figura 49 Resultados demanda Tampico 93 días E1

Como se observa en la Figura 49 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E1, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 292 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de doce minutos, 57 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.3. Resultados Experimento 2 E2

Altamira

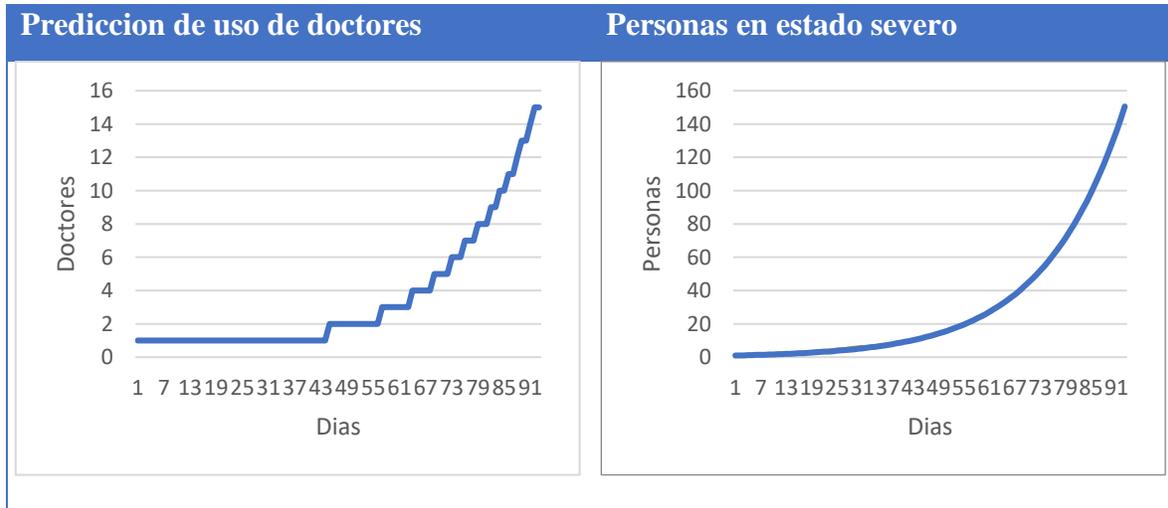


Figura 50 Resultados demanda Altamira 93 días E2

Como se observa en la Figura 50 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 193 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de seis minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



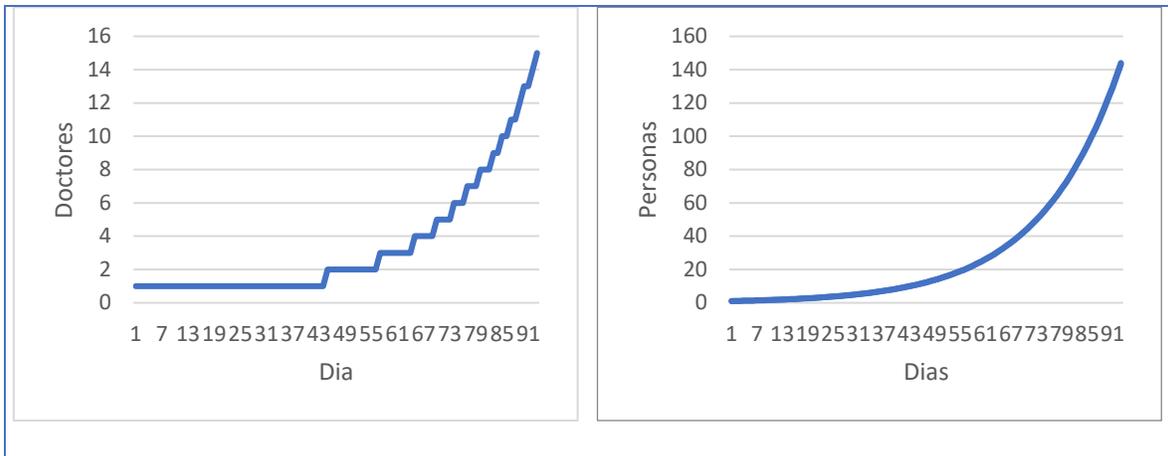


Figura 51 Resultados demanda Madero 93 días E2

Como se observa en la Figura 51 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 190 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de cinco minutos y 42 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

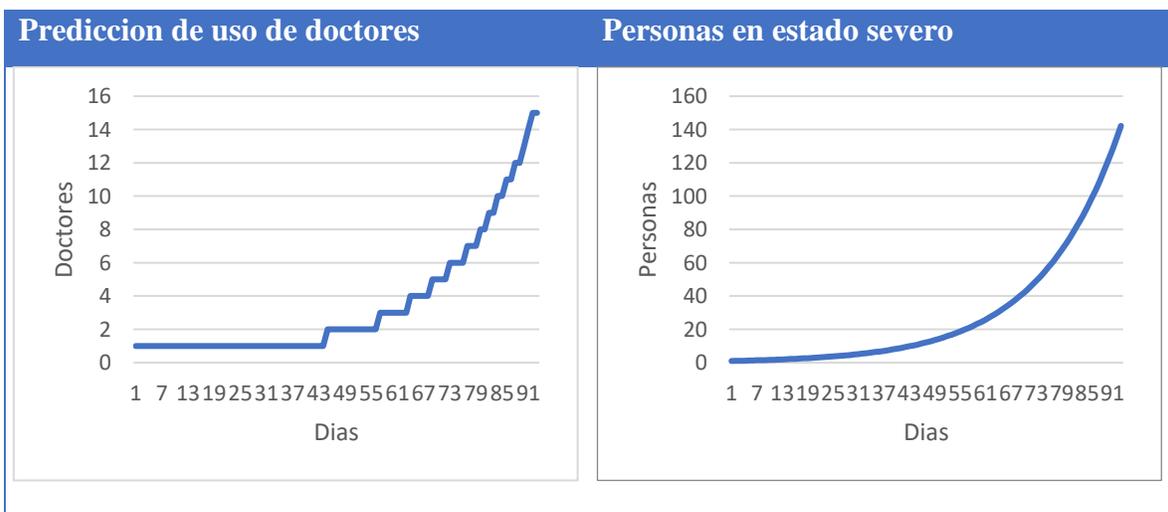


Figura 52 Resultados demanda Tampico 93 días E2

Como se observa en la Figura 52 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días E2, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 223 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de siete minutos, 33 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.4. Resultados generales experimento 2.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 93 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 13 Resumen de experimentación 2

	E2			E1			Sin cuarentena		
Resultado	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico
Promedio de Grupos por Doctores	1.884	1.893	1.639	1.388	1.3532	1.2328	16.66	14.78	13.33
Mínimo de Promedio de Grupos por Doctor	1.730	1.694	1.484	1.336	1.2891	1.1746	16.50	14.56	13.19
Numero de Doctores	193	190	223	306	249	292	591	519	785
Tiempo Promedio	6:00	5:42	7:33	8:00	6:40	12:57	6:16	5:20	9:51
Restriccion es violadas	0	0	0	0	0	0	20	16	13

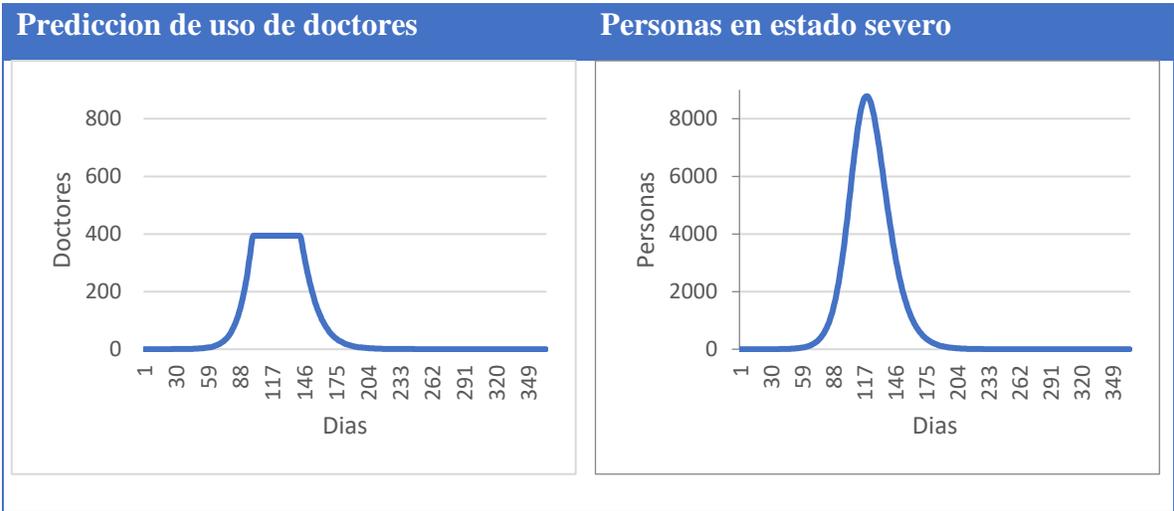
Dentro de los resultados se observó como el modelo va realizando las asignaciones de la demanda de los pacientes a los doctores para Tampico, Madero y Altamira, en los casos de cuarentena se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atención ya que el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 93 días, es decir existe el suficiente personal médico que atienda a las personas.

En este experimento da evidencia del comportamiento del modelo cuando al incrementar los días de la simulación para los casos del E1 y 2 no reporta penalizaciones. Sin embargo, también se observa que para el caso de sin cuarentena ya hay penalizaciones, es decir la cantidad de doctores es rebasada por la cantidad de pacientes. Por lo tanto, el comportamiento del modelo es el esperado al incrementar y superar la cantidad de pacientes que pueden ser atendidos.

5.4.1. Experimento 3 sin cuarentena

Altamira

Figura 53 Resultados demanda Altamira 365 días sin cuarentena



Como se observa en la Figura 53 la asignación de doctores de Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 591 doctores disponibles obteniendo 43 penalizaciones y un tiempo promedio de 20 minutos, 6 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



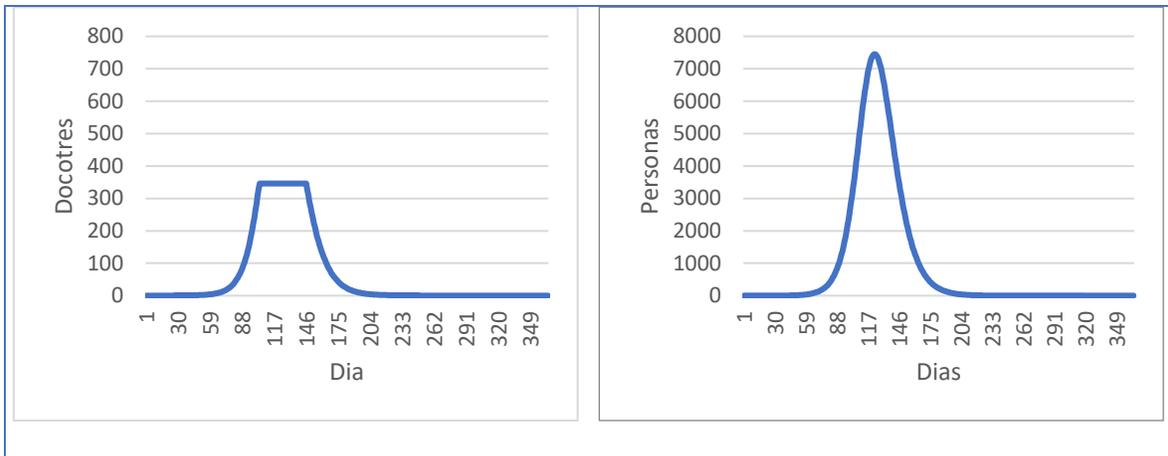


Figura 54 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 54 la asignación de doctores de Madero no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 519 doctores disponibles obteniendo 43 penalizaciones y un tiempo promedio de 17 minutos, 39 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

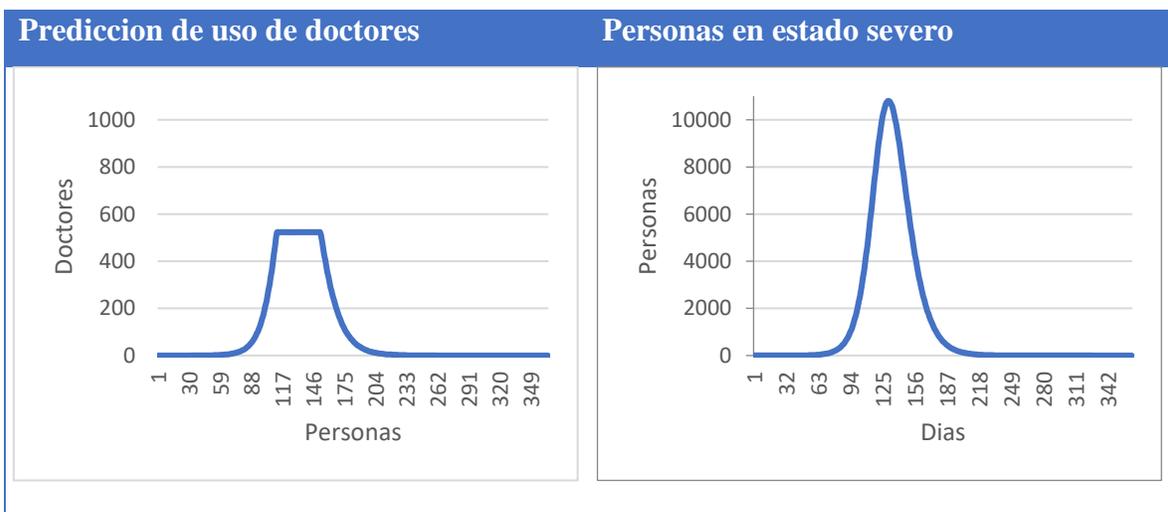


Figura 55 Resultados demanda Tampico 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 55 la asignación de doctores de Madero no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 785 doctores disponibles obteniendo 41 penalizaciones y un tiempo promedio de 22 minutos, 47 Segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.2. Experimento 3 E1

Altamira

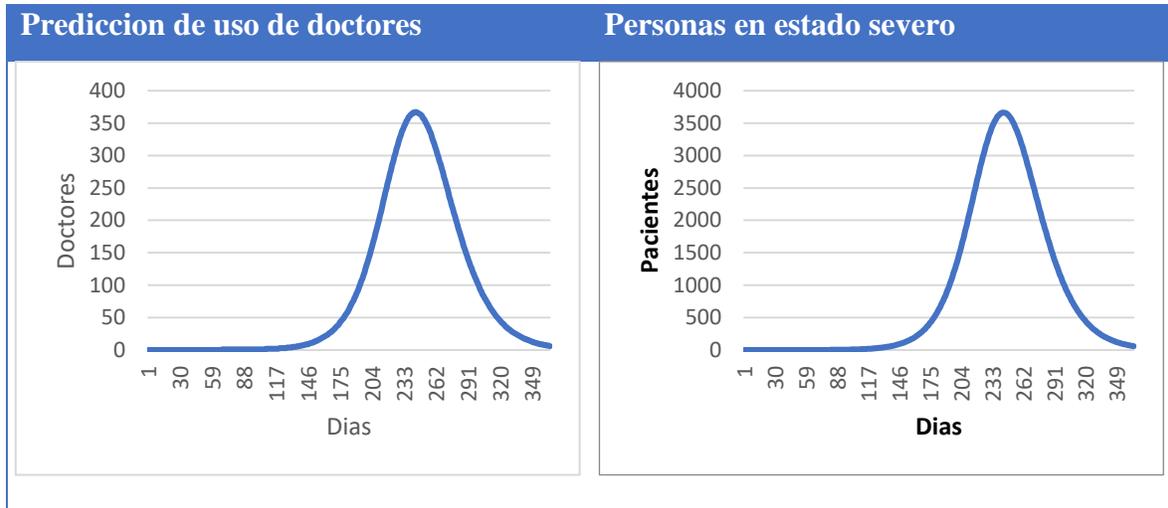


Figura 56 Resultados demanda Altamira 365 días E1

Como se observa en la Figura 56 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los grupos pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 589 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de 21 minutos, 37 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero



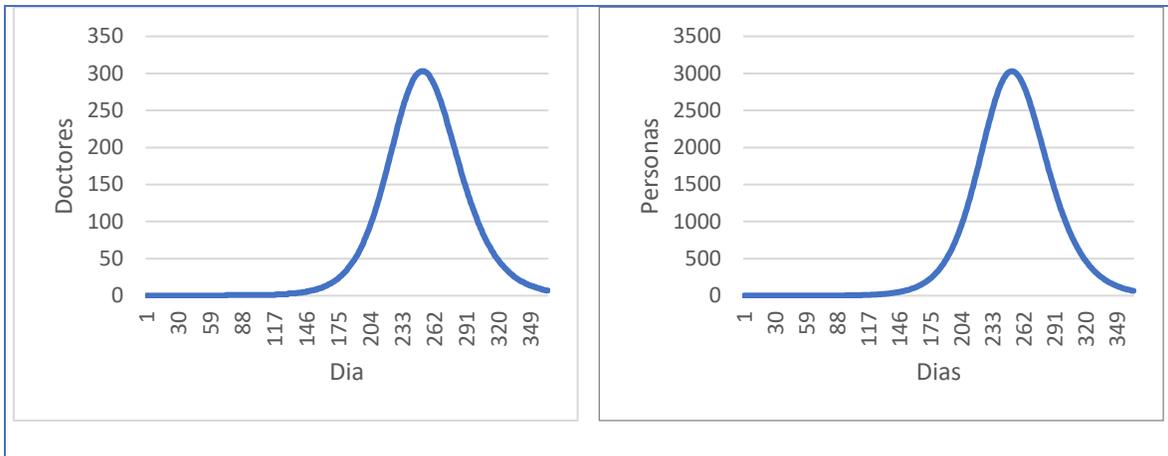


Figura 57 Resultados demanda Madero 365 días E1

Como se observa en la Figura 57 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los grupos pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 508 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de 19 minutos, 22 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico

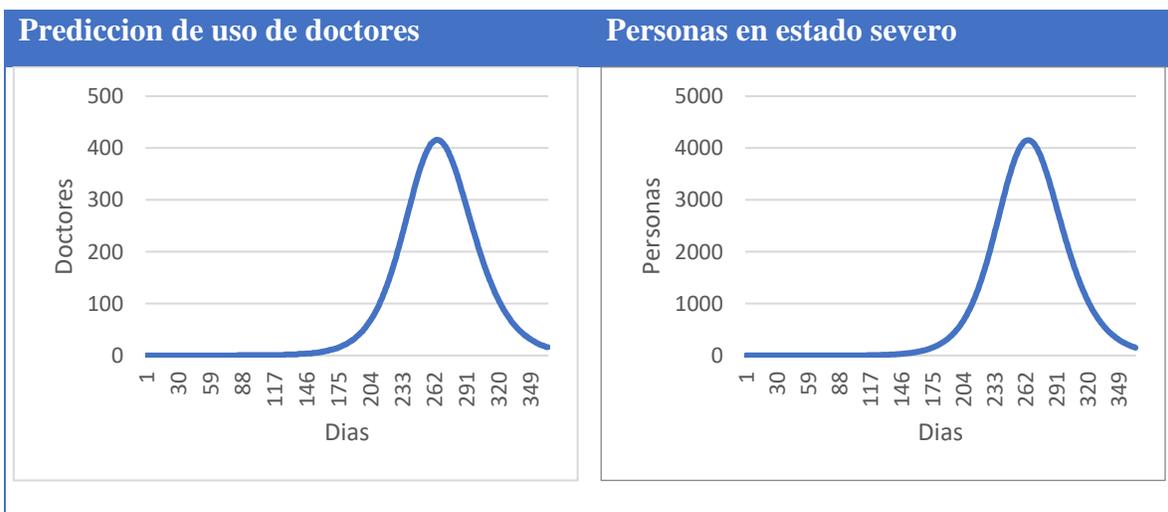


Figura 58 Resultados demanda Tampico 365 días para el E1

Como se observa en la Figura 58 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 759 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de 31 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.3. Experimento 3 E2

Altamira

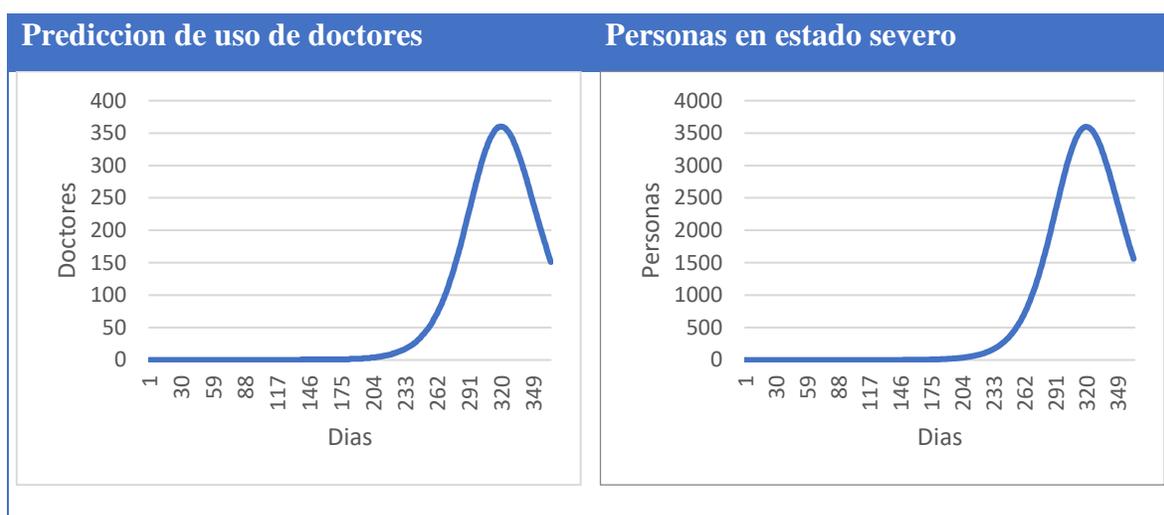


Figura 59 Resultados demanda Altamira 365 días E2

Como se observa en la Figura 59 la asignación de doctores de Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E2, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 587 de los 591 doctores disponibles y un tiempo promedio de 24 minutos, 49 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Madero

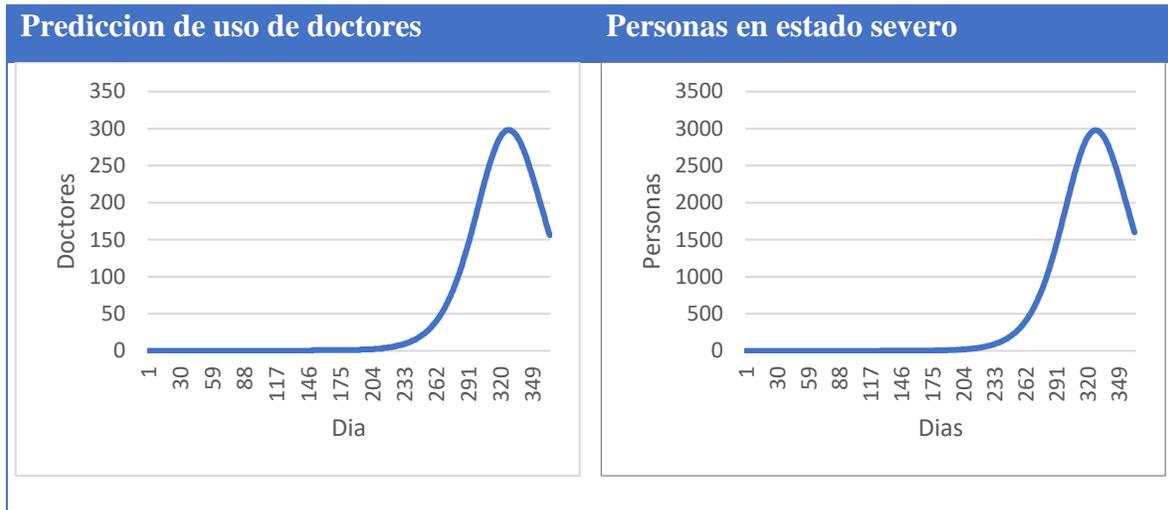


Figura 60 Resultados demanda Madero 365 días sin cuarentena

Como se observa en la Figura 60 la asignación de doctores de Madero alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 512 de los 519 doctores disponibles y un tiempo promedio de 21 minutos, 4 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

Tampico



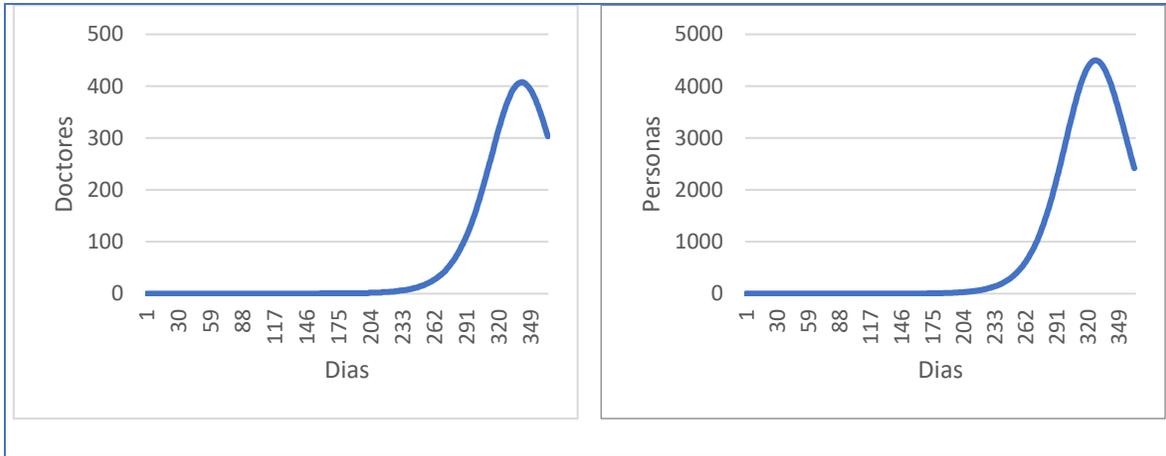


Figura 61 Resultados demanda Tampico 365 días E2

Como se observa en la Figura 61 la asignación de doctores de Tampico alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E2, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 756 de los 785 doctores disponibles y un tiempo promedio de 32 minutos y 52 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.4. Resultados generales experimento 3.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 365 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 14 Resumen de experimentación 3

Resultado	E2			E1			Sin cuarentena		
	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico	Altamira	Madero	Tampico
Promedio de Grupos por Doctores	46.741	42.386	37.60	53.906	51.187	46.906	45.55	45.227	44.384
Mínimo de Promedio de Grupos por Doctor	46.066	41.179	33.203	52.572	49.537	44.027	45.55	45.227	44.384
Numero Doctores	587	512	756	589	508	766	591	519	785
Tiempo Promedio	24:49	21:04	32:52	21:37	19:22	31:00	20:06	17:39	22:47

Restriccion es violadas	0	0	0	0	0	0	43	43	41

Dentro de los resultados se observó como el modelo va realizando las asignaciones de la demanda de los pacientes a los doctores para tampico, madero y altamira, en los casos de cuarentena se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atencion, el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 365 días y existe el suficiente personal medico que atiende a las personas.

En este experimento da evidencia del comportamiento del modelo cuando al incrementar los dias de la simulación para los casos del E1 y 2 no reporta penalizaciones. Sin embargo tambien se observa que para el caso de sin cuarentena ya hay penalizaciones, es decir la cantidad de doctores es rebasada por la cantidad de pacientes. Por lo tanto el comportamiento del modelo es el esperado al incrementar y superar la cantidad de pacientes que pueden ser atendidos.

5.4.1. Experimento 4 sin cuarentena para 93 días

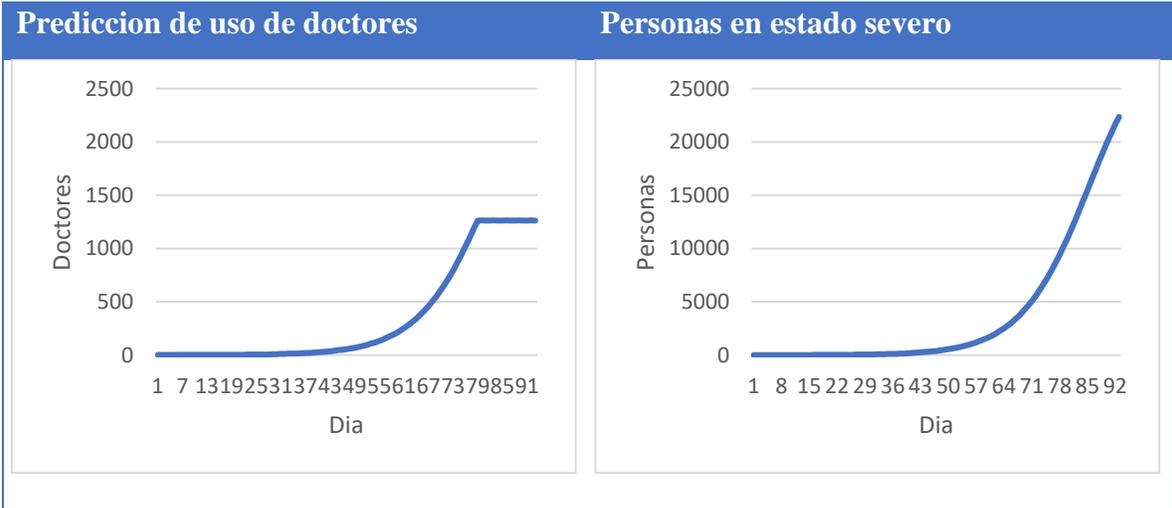


Figura 62 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena

Como se observa en la figura 62 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos

por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 1895 doctores disponibles obteniendo 15 penalizaciones y un tiempo promedio de 16 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.2. Experimento 4 E1 para 93 días

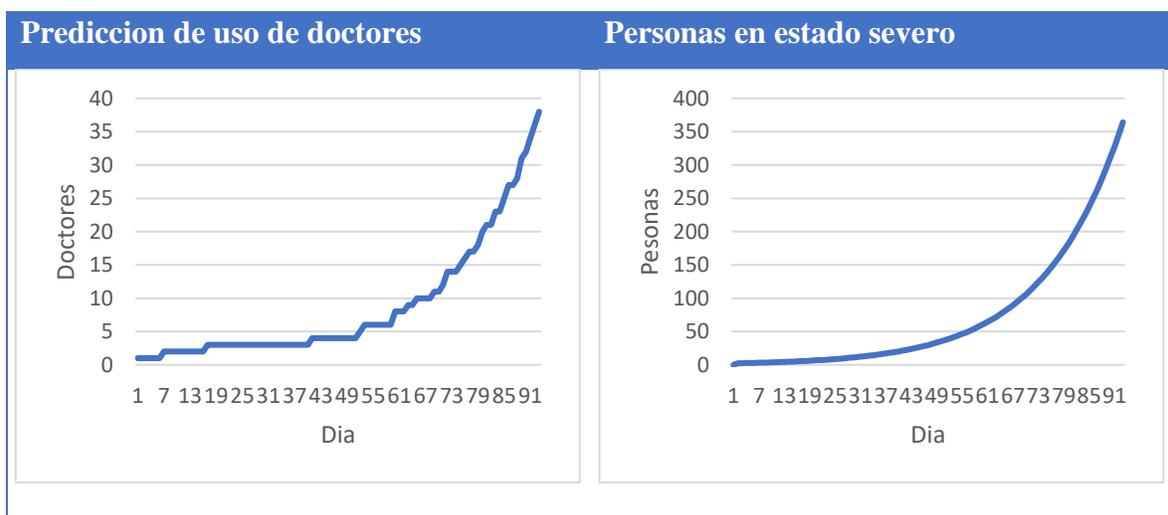


Figura 63 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E1

Como se observa en la figura 63 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días para el E1, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 665 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de 18 minutos, 12 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.3. Experimento 4 E2 para 93 días

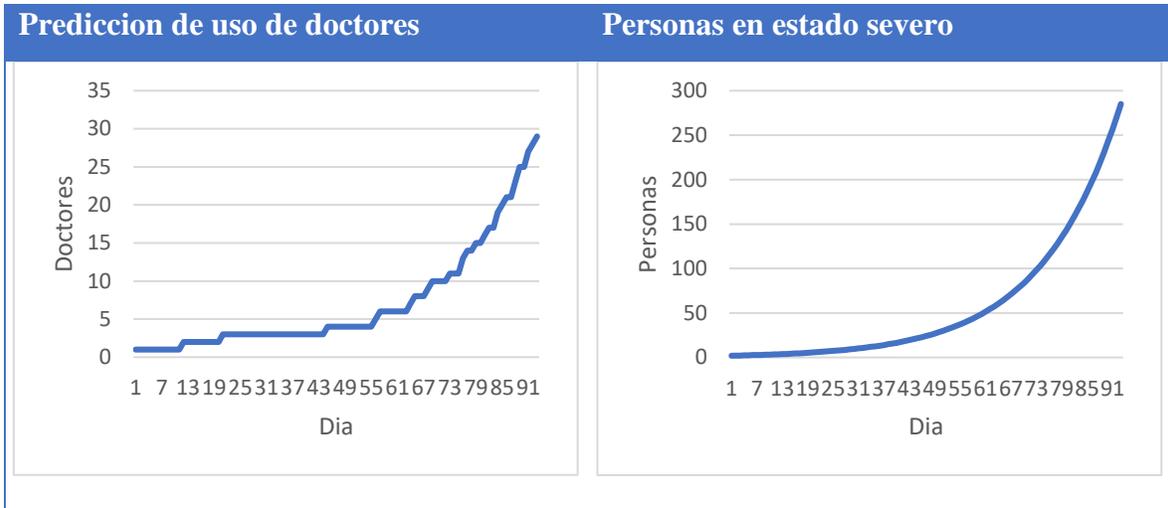


Figura 64 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días E2

Como se observa en la figura 64 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 93 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 556 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de 20 minutos, 6 segundos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.4. Experimento 4 sin cuarentena para 365 días

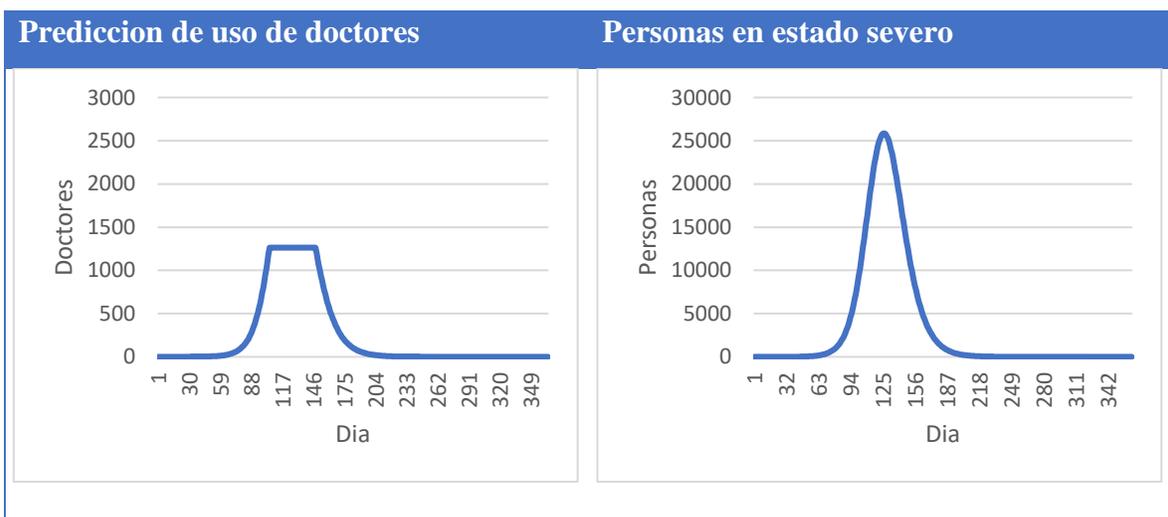


Figura 65 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días sin cuarentena

Como se observa en la figura 65 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira no alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días sin cuarentena, es decir no todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores correctamente ya que al no haber suficiente personal que pueda atender a los grupos de pacientes no se logra satisfacer la demanda con los doctores que se tienen, lo cual provoca ocupar los 1895 doctores disponibles obteniendo 43 penalizaciones y un tiempo promedio de una hora, diez minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema

5.4.5. Experimento 4 E1 para 365 días

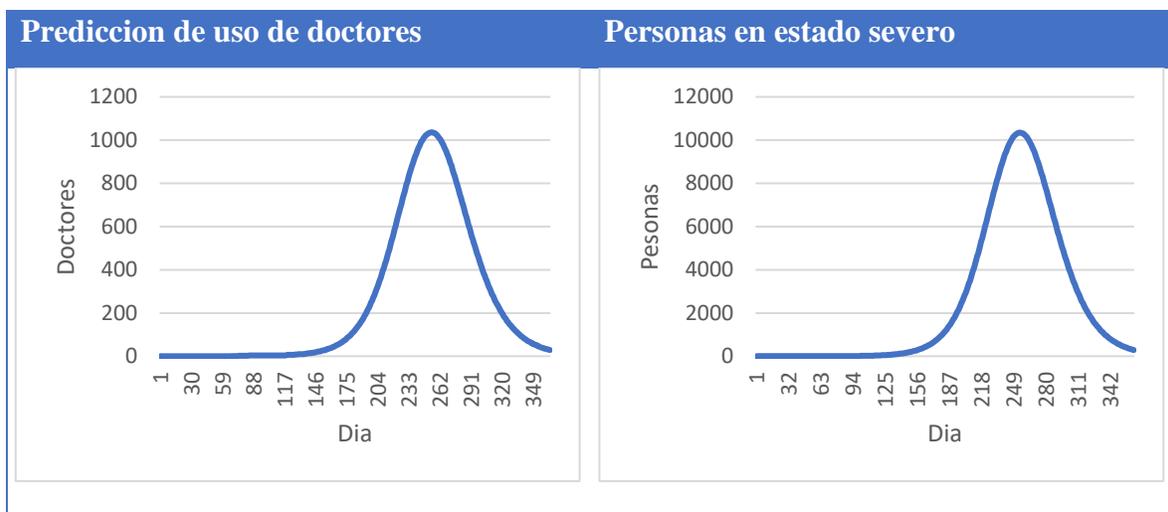


Figura 66 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días con cuarentena

Como se observa en la figura 66 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días para el E1, es decir todos los pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar

solamente 1557 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de una hora, 18 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.6. Experimento 4 E2 para 365 días

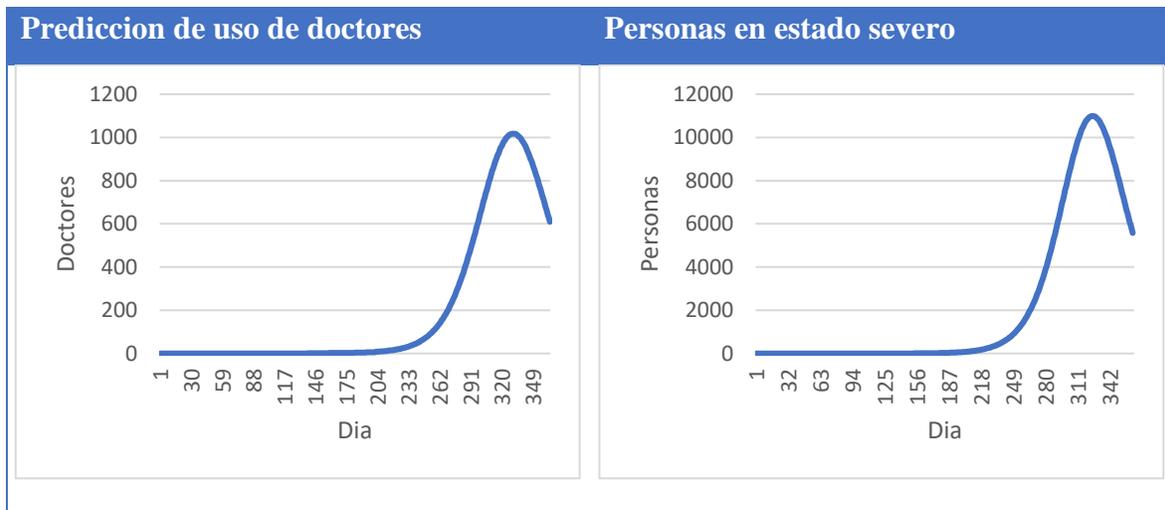


Figura 67 Resultados demanda Tampico, Madero y Altamira 93 días con cuarentena

Como se observa en la Figura 67 la asignación de doctores de Tampico, Madero y Altamira alcanza a satisfacer la demanda de pacientes cuando el problema se estudia con un periodo de tiempo de 365 días con cuarentena, es decir todos los grupos de pacientes son atendidos por los doctores y algunos doctores no fue necesario asignarles grupos de pacientes. Con esto se puede observar que el modelo está trabajando en la asignación de doctores y da buenos resultados ya que logra satisfacer la demanda de los pacientes con los doctores que se tienen, al ocupar solamente 1530 de los 1895 doctores disponibles y un tiempo promedio de una hora, 16 minutos de los 30 experimentos que reportan la solución del problema.

5.4.7. Resultados generales experimento 4.

A continuación, se muestran la tabla que contine los resultados en general para el caso de 365 días de los municipios de Tampico, Madero y Altamira.

Tabla 15 Resumen de experimento 4

	E2		E1		Sin cuarentena	
Resultado	A)	B)	A)	B)	A)	B)

Promedio de Grupos por Doctores	3.053	47.98	2.718	57.816	57.813	46.0427
Mínimo de Promedio de Grupos por Doctor	1.194	47.98	1.227	57.710	57.710	46.0427
Numero de Doctores	554	1526	665	1554	1895	1895
Tiempo Promedio	20:06	1:13:11	18:12	1:18:03	1:18:03	1:10:11
Penalizaciones	0	0	0	0	15	43

Dentro de los resultados se observó como el modelo va realizando las asignaciones de la demanda de los pacientes a los doctores para la zona metropolitana de tampico, en los casos de cuarentena se cumple con la demanda debido a los pocos pacientes que requieren atención, el periodo de tiempo reportado en este experimento es de 365 y 93 días existiendo el suficiente personal médico que atiende a las personas.

En este experimento da evidencia del comportamiento del modelo cuando al incrementar los días de la simulación para los casos del E1 y 2 no reporta penalizaciones. Sin embargo, también se observa que para el caso de sin cuarentena ya hay penalizaciones, es decir la cantidad de doctores es rebasada por la cantidad de pacientes. Por lo tanto, el comportamiento del modelo es el esperado al incrementar y superar la cantidad de pacientes que pueden ser atendidos.

5.5. Discusión de resultados de experimentación

Como se puede observar en el experimento 1 el cual reporta resultados con 31 días de análisis, en las tablas de resultados para los dos modelos se observa que la cantidad de doctores por municipio es suficiente para atender la demanda de pacientes; sin embargo en el modelo dos se observa que la cantidad de doctores para atender a los pacientes aumenta en los tres municipios, es decir en el modelo uno se necesitan solamente dos doctores, y para el segundo modelo se necesitan 31 doctores para los tres municipios.

En el experimento 2 para los escenarios 1 y 2 con un tiempo de 93 días de experimentación, se puede observar en las tablas de resultados 3 y 7 que el uso de los doctores es

considerablemente más grande en el modelo de minimización de grupos por doctor empleando más de 190 doctores y para el caso del modelo de minimización de doctores no supera los 26 doctores para los escenarios 1 y 2 con cuarentena validando el objetivo del segundo modelo ya que distribuye la carga de trabajo de los doctores logrando obtener un promedio más bajo de pacientes asignados.

Para el experimento 3 se presenta un caso similar al anterior donde se puede observar en las tablas de resultados 4 y 8 que la cantidad de doctores asignados es mayor en el modelo de minimización de grupos por doctor validando el objetivo del segundo modelo ya que distribuye la carga de trabajo de los doctores logrando obtener un promedio más bajo de pacientes asignados.

Finalmente en el experimento 4 se puede apreciar un comportamiento similar para el caso de 93 días teniendo un número de doctores superior en el segundo modelo validando el objetivo del segundo modelo ya que distribuye la carga de trabajo de los doctores logrando obtener un promedio más bajo de pacientes asignados y validando el objetivo del primer modelo que es usar el menor número de doctores; sin embargo en el de 365 días no se logra ver un cambio significativo entre los resultados de ambos modelos, lo cual se puede atribuir a la generación de la solución vecina ya que puede que el cambio no esté siendo lo suficientemente grande con respecto al tamaño de la solución, otro motivo es la generación de la solución inicial la cual está pensada para usar un número de doctores menor.

Como observaciones adicionales de las figuras del E1 en el cual el porcentaje de cuarentena que se propone hasta el día 43 da como resultado pocos casos de personas que requieran atención médica, sin embargo al entrar a la etapa 2 que se presenta después del día 43 se empiezan a requerir un mayor número de doctores debido por el crecimiento de personas que requieren atención médica por otro lado, para el E2 donde la primera etapa que dura hasta el día 97 no se presenta mucha demanda de doctores, al transcurrir ocurrir los 97 días se observa el crecimiento de la demanda de los doctores este crecimiento se asemeja al E1 teniendo un número similar de personas que requieren atención médica en el punto más alto. Al realizar una comparación entre los escenarios 1 y 2 de los experimentos 2,3 y 4 se observó que los

doctores requeridos para satisfacer la demanda son menores en E2 por lo que se puede dar como recomendación realizar el uso de las medidas de cuarentena que emplea este escenario.

6. Conclusiones y trabajos futuros

En esta tesis el objetivo era analizar el impacto de modelos de optimización de recursos en programación de horarios aplicados a la asignación de recursos hospitalarios cumpliendo con los objetivos específicos al realizar el análisis de diversos modelos de programación matemática, además de describir diversos modelos epidemiológicos de los cuales se seleccionó uno para alimentar el modelo matemático, el caso de estudio fue seleccionado a partir de la información recopilada concluyendo que el recurso a asignar fueran los doctores.

Otro de los objetivos específicos es el desarrollo de la propuesta del modelo, este objetivo se cumplió ya que se propusieron dos modelos matemáticos de asignación de recursos hospitalarios uno para la minimización del número de doctores y el otro para la minimización de pacientes que atiende un doctor finalmente se realizó una validación analizando el efecto de la pandemia sobre los resultados obtenidos de los modelos.

Dentro de los resultados obtenidos se pudo observar en los experimentos para ambos modelos su buen funcionamiento se valida a través de los resultados para el caso de 31 días, donde se logra satisfacer la demanda, sin violar ninguna de las restricciones. Por otro lado, en los casos de sin cuarentena se observa que cuando existe un exceso de personas que requieren atención medica el modelo funciona adecuadamente presentando violaciones en las restricciones; es decir la cantidad de doctores no alcanza a satisfacer la demanda.

Mediante los modelos propuestos se puede concluir que los doctores empleados para satisfacer una demanda de pacientes se ven directamente influida a las medidas de cuarentena impuesta.

Los resultados de los experimentos para los casos E1 y E2 muestran que la cantidad de doctores (Modelo 1) requeridos para satisfacer la demanda son menores en el caso E2 por lo que se puede dar como recomendación realizar el uso de las medidas de cuarentena que emplea este escenario.

Los resultados del modelo 2 de minimización de grupos por doctor muestran que E1 y E2 brindan buenos resultados por lo cual se puede dar como recomendación realizar uso de las medidas de cuarentena impuesta por uno de estos escenarios.

Finalmente, dentro de las aportaciones de este proyecto son:

- Modelo matemático para la minimización de doctores
- Modelo matemático para la minimización del número de grupos de pacientes por doctor
- Implementación de ambos modelos
- Analogía del problema de asignación de horarios universitarios al caso de asignación de recursos hospitalarios

Como trabajos futuros se propone lo siguiente:

1. Generar Pruebas con más instancias
2. Proponer diversas estrategias para la generación de la solución inicial y la solución vecina.
3. Generar pruebas con más escenarios de cuarentena.
4. Emplear un generador de predicciones para generar la entrada para el modelo matemático

7. Referencias

- [1] Hernández-Mesa, N., Hernández Llanes, J., & Llanes Betancourt, C. (2020). Las grandes epidemias de la Historia. De la peste de Atenas a la COVID 19. *Revista Habanera de Ciencias Médicas*, 19(5).
- [2] Cardona, L. J. A., & Vélez, P. C. O. Sistema integral de logística hospitalaria. ITCM. (2021). Modelos matemáticos de soporte a la toma de decisiones para la reducción del impacto socio-económico de la epidemia de COVID-19. <http://covid19.cdmadero.tecnm.mx>
- [4] Duarte Muñoz, Juan José Pantrigo Fernández, Micael Gallego Carrillo. (2008). Metaheurísticas. Madrid: Universidad Rey Juan Carlos, Servicio de Publicaciones, 1-9.
- [5] López, J. (2013). Optimización multiobjetivo: aplicaciones a problemas del mundo real. Buenos Aires, Argentina, Universidad Nacional de la Plata, 13-20.
- [6] Cagnina, M. L. C. (2010). Optimización Mono y Multiobjetivo a través de una Heurística de Inteligencia Colectiva.
- [7] Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J. M., Barquín, J., & Linares, P. (2010). Modelos matemáticos de optimización. *Publicación Técnica*, 1.
- [8] Ballou, R. H. (2004). *Logística: Administración de la cadena de suministro*. Pearson educación.
- [9] Florián, M. I. N., & Arciniegas, O. D. J. S. (2018). Logística hospitalaria: una revisión bibliográfica. *REDIIS/Revista de Investigación e Innovación en Salud*, 2, 38-49.
- [10] Landry, S., & Philippe, R. (2004, January). How logistics can service healthcare. In *Supply Chain Forum: An International Journal* (Vol. 5, No. 2, pp. 24-30). Taylor & Francis.
- [11] Agnetis, A., Coppi, A., Corsini, M., Dellino, G., Meloni, C., & Pranzo, M. (2012). Long term evaluation of operating theater planning policies. *Operations Research for Health Care*, 1(4), 95-104.

- [12] Uthayakumar, R., & Priyan, S. (2013). Pharmaceutical supply chain and inventory management strategies: Optimization for a pharmaceutical company and a hospital. *Operations Research for Health Care*, 2(3), 52-64.
- [13] Bowers, J., Lyons, B., & Mould, G. (2012). Developing a resource allocation model for the Scottish patient transport service. *Operations Research for Health Care*, 1(4), 84-94.
- [14] Ling, H. F., Su, Z. L., Jiang, X. L., & Zheng, Y. J. (2021, February). Multi-Objective Optimization of Integrated Civilian-Military Scheduling of Medical Supplies for Epidemic Prevention and Control. In *Healthcare* (Vol. 9, No. 2, p. 126). Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- [15] Lin, Y. K., & Li, M. Y. (2021, February). Solving Operating Room Scheduling Problem Using Artificial Bee Colony Algorithm. In *Healthcare* (Vol. 9, No. 2, p. 152). Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- [16] Huang, L., Ye, C., Gao, J., Shih, P. C., Mngumi, F., & Mei, X. (2021). Personnel Scheduling Problem under Hierarchical Management Based on Intelligent Algorithm. *Complexity*, 2021.
- [17] Burdett, R. L., & Kozan, E. (2018). An integrated approach for scheduling health care activities in a hospital. *European Journal of Operational Research*, 264(2), 756-773.
- [18] Sitepu, S., Mawengkang, H., & Husein, I. (2018). Optimization model for capacity management and bed scheduling for hospital. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 300, No. 1, p. 012016). IOP Publishing.
- [19] Chen, P. S., Lin, Y. J., & Peng, N. C. (2016). A two-stage method to determine the allocation and scheduling of medical staff in uncertain environments. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 174-188.
- [20] Veiga, R., Murta, R., & Vicente, R. (2020). Age-structured estimation of COVID-19 ICU demand from low quality data. arXiv preprint arXiv:2006.06530.
- [21] Lapidus, N., Zhou, X., Carrat, F., Riou, B., Zhao, Y., & Hejblum, G. (2020). Biased and unbiased estimation of the average length of stay in intensive care units in the COVID-19 pandemic. *Annals of intensive care*, 10(1), 1-9.
- [22] Wang D, Hu B, Hu C, Zhu F, Liu X, Zhang J, et al. Clinical characteristics of 138 hospitalized patients with 2019 novel coronavirus-Infected pneumonia in Wuhan China. *JAMA*. 2020;323:1061–9.

- [23] Yang X, Yu Y, Xu J, Shu H, Xia J, Liu H, et al. Clinical course and outcomes of critically ill patients with SARS-CoV-2 pneumonia in Wuhan, China: a single-centered, retrospective, observational study. *Lancet Respir Med.* 2020;8:475–81.
- [24] Guan W-J, Ni Z-Y, Hu Y, Liang W-H, Ou C-Q, He J-X, et al. Clinical characteristics of coronavirus disease 2019 in China. *N Engl J Med.* 2020;382:1708–20.
- [25] Cao J, Hu X, Cheng W, Yu L, Tu W-J, Liu Q. Clinical features and short-term outcomes of 18 patients with corona virus disease 2019 in intensive care unit. *Intensive Care Med.* 2020;46:851–3.
- [26] Zhou F, Yu T, Du R, Fan G, Liu Y, Liu Z, et al. Clinical course and risk factors for mortality of adult inpatients with COVID-19 in Wuhan, China: a retrospective cohort study. *Lancet.* 2020;395:1054–62.
- [27] Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. (1932). Contributions to the mathematical theory of epidemics. II.—The problem of endemicity. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, containing papers of a mathematical and physical character*, 138(834), 55-83.
- [28] Velásquez-Bermúdez, I. J. M. (2020). Management Epidemics using High Complexity Mathematical Modeling. Part I: Epidemic. *Control Policies & Vital Health Resources*, 64.
- [29] Mejía Becerra, J. D. Modelación Matemática de la Propagación del SARS-CoV-2 en la Ciudad de Bogotá Segunda Versión.
- [30] Garey, M., Johnson, D.: *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP Completeness*. Freeman, San Francisco (1979). ISBN 0-7167-1045-5
- [31] Rangel-Valdez, N., Jasso-Luna, J. O., Rodriguez-Chavez, M. H., & Bujano-Guzman, G. (2014). Practical relaxation of a special case of the Curriculum-Based Course Timetabling problem. *Progress in Artificial Intelligence*, 2(4), 237-248.
- [32] Ferland, J. A., & Roy, S. (1985). Timetabling problem for university as assignment of activities to resources. *Computers & operations research*, 12(2), 207-218.
- [33] Van Laarhoven, P. J., & Aarts, E. H. (1987). Simulated annealing. In *Simulated annealing: Theory and applications* (pp. 7-15). Springer, Dordrecht.

- [34] Papadimitriou, C. H., & Steiglitz, K. (1998). Combinatorial optimization Dover publications. Mineala NY, USA.
- [35] Weicker, K.: Evolutionäre Algorithmen. Teubner Verlag (2002)
- [36] Weyland, D.: Simulated annealing, its parameter settings and the longest common subsequence problem. In: Proceedings of the 10th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO '08, pp. 803–810. ACM, New York (2008)
- [37] Statista. (2021, 2 julio). México: médicos por cada mil habitantes 2006- 2018. <https://es.statista.com/estadisticas/1149203/numero-de-medicos-por-cada-mil-habitantes-mexico/>