

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Mecánica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

**Bases para la optimización de la resistencia de materiales
compuestos laminados**

presentada por
Ing. Andrés Ramírez Salgado

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis
Dr. Arturo Abúndez Pliego

Codirector de tesis
Dr. Jan Mayén Chaires

Cuernavaca, Morelos, México. Febrero de 2018.

Cuernavaca, mor., 07/febrero/2018

OFICIO No. DIM/027/2018

Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Andrés Ramírez Salgado con número de control M16CE033, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Bases para la optimización de la resistencia de materiales compuestos laminados", hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
6801139

REVISOR 1



DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
Doctor en Ciencias en Ing. Mecánica
8500740

REVISOR 2



DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
Doctora en Ciencias en Ingeniería Mecánica
9336586

REVISOR 3



DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA
Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica
6559298

C.p. Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

Iniciales AAP/mrsr





Cuernavaca, Mor. 9 de febrero de 2018
OFICIO No. SAC/099/2018

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. ANDRÉS RAMÍREZ SALGADO
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Bases para la optimización de la resistencia de materiales compuestos laminados"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO"

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr



Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis amados padres, quienes se han esforzado por hacer de mí una mejor persona y el hecho de que siempre han demostrado cariño, apoyo y aliento, agradezco la gran herencia que me han dejado... mis estudios.

A mis hermanas por la confianza y expectativas que tienen de mí, por compartir a mi lado momentos invaluable e increíbles desde siempre...
Por ser las mejores hermanas del mundo,
gracias Mónica y Brenda.

A toda mi familia, que estuvo conmigo, dándome ánimos
y motivos día con día para seguir adelante.

A ti, que durante los últimos años de mi vida has estado a mi lado y me has apoyado ...
Te amo Claudia.

Andres R. S.

Agradecimientos

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) en conjunto con el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico asignado para llevar a cabo mis estudios de maestría con la beca # 429882, y brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría.

Al Dr. Arturo Abúndez Pliego, por su gran labor de guía, consejero y crítico de mi trabajo, por todo su tiempo, paciencia, amistad y especialmente por creer en mí. Gracias Dr. por todo, mis más sinceros respetos.

A la Dra. Jazmín Yanel Juárez Chávez, por su ayuda y apoyo invaluable en el desarrollo de este trabajo de investigación que hoy culmina con la tesis finalizada, muchísimas Gracias Dra.

A los doctores que forman parte de mi comité revisor, a la Dra. Claudia Cortés García, al Dr. Andrés Blanco Ortega y al Dr. Eladio Martínez Rayón, quienes amable, oportuna y objetivamente evaluaron y opinaron sobre el proyecto, porque sus críticas enriquecieron el presente trabajo.

A los Drs. catedráticos que fueron parte importante y fundamental en mi formación y desarrollo en la maestría; Dra. Claudia Cortés García, Dr. Arturo Abúndez Pliego, Dr. José María Rodríguez Lelis, Dr. Jorge Colín Ocampo, Dr. Andrés Blanco Ortega, Dr. Efraín Simá Moo, Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz Wasik, Dr. Eladio Martínez Rayón, los cuales me brindaron su tiempo, su amistad y el conocimiento que hoy llevo conmigo.

A mis grandes amigos, Jorge Luis Madera Muñoz, Juan Rodrigo Castro Huerta, Oscar Ramsés Carrasco Córdoba, Yair Eusebio Hernández Moreno y Harry Gómez por la amistad de años y por ser parte de esta etapa de mi vida, gracias a los consejos y el apoyo de manera personal como profesional.

A mis compañeros de generación: José Alfonso Santana Camilo, Oscar Ramsés Carrasco Córdoba, Yair Eusebio Hernández Moreno, Harry Gómez, Cesar Leonel Ramirez, Marcos Azcaray, Fabian Hidalgo, Fernanda Gutiérrez y Jaime Barrios, así como también a los compañeros de otras generaciones por la convivencia y tiempo agradable que pase con ustedes.

Al equipo de trabajo compuestos y fatiga, Dr. Jan Mayen, Josué Jiménez, Enrique Alcudia, Erick Cruz, Yael López quienes me permitieron compartir tiempo, espacio y conocimientos previos a esta presente tesis.

A la Sra. Rocío Salazar Ruíz por su gran amabilidad y la forma tan única de recibirnos día con día en la institución. Gracias por su gran labor, dedicación y profesionalismo en el Dpto. de Ingeniería Mecánica.

Al personal del departamento de Servicios Escolares del CENIDET por el apoyo brindado y atención en los trámites administrativos durante mi permanencia en este centro de investigación.

Resumen

En este trabajo de investigación se presentan las bases para la optimización de un material compuesto con fibra de carbono mediante un algoritmo genético para la maximización de la resistencia última del laminado

Para emplear correctamente la metaheurística, se realizó una investigación exhaustiva del uso de la misma en el área de compuestos y se definió como función objetivo el criterio de falla de Tsai-Wu, así como un modelo de daño progresivo para obtener el fallo último del laminado. Dentro del análisis del algoritmo se utilizaron las propiedades del material de fibra de carbono con resina epoxi y se tomó como variable de investigación la orientación de las fibras. Los resultados se validaron a través de la comparación con resultados experimentales reportados en un trabajo previo y con resultados analíticos reportados en la literatura.

Se obtuvo una metodología para optimizar la resistencia última de laminados no simétricos a través del uso de la técnica de optimización de algoritmos genéticos, en la cual se estableció el número mínimo de generaciones (2400) que se deben considerar para alcanzar el valor óptimo de resistencia la cual, para el caso de los laminados de estudio, fue de 828 MPa.

Abstract

In this work, the basis for the optimization of the strength of an epoxy – carbon fiber laminate by the implementation of a genetic algorithm addressed to obtain the global maximum ultimate strength of the laminate, are presented.

An exhaustive revision of the state of the art in the field of laminate optimization was performed in order to clearly identify an objective function and, consequently, properly apply the optimization metaheuristic. As a result, the Tsai – Wu failure criterion was defined as the objective function along with a progressive damage model in order to obtain the ultimate strength of the laminate. The assessment of the laminate strength through the genetic algorithm involved the laminate components mechanical properties, specifically the carbon fiber and the epoxy resin, and the research variable was the fiber orientation within the laminate. The results from the algorithm performing was compared and then validated to experimental results obtained from previous research and also theoretical results from the literature.

As a result of this work, a methodology for the optimization of the ultimate strength of asymmetric laminates by the genetic algorithm optimization. As a result of performing this methodology, the minimum amount of generations was found to be 2400 in order to properly obtain the optimal ultimate strength value which, for the case of the epoxy – carbon fiber laminate, was 828 MPa.

Contenido

Dedicatoria	¡Error! Marcador no definido.
Agradecimientos	i
Resumen	i
Abstract	ii
Lista de Tablas	vi
Lista de Figuras	vii
Nomenclatura	xi
Capítulo 1	1
Introducción	1
1.1 Objetivos	3
1.1.1 Objetivo general	3
1.1.2 Objetivos específicos	3
1.2 Alcances	3
1.3 Definición del problema.....	4
Capítulo 2	5
Estado del Arte	5
2.1 Materiales compuestos	5
2.2 Optimización	6
2.3 Optimización en materiales compuestos.....	8
2.4 Conclusión del estado del arte.....	13
Capítulo 3	14
Marco Teórico.....	14
3.1 Materiales Compuestos Laminados	14
3.2 Análisis de la microescala	18
3.2.1 Evaluación de la rigidez de la lámina.....	19

3.2.2 Evaluación de la resistencia de la lámina.....	21
3.2.3 Mecanismos de falla	21
3.2.4 Modos de Falla.....	22
3.3 Análisis de la macroescala	23
3.3.1 Evaluación de la rigidez del laminado.....	23
3.4 Introducción a los criterios de fallo.....	31
3.4.1 Criterios de fallo interactivos.....	31
3.4.2 Modelos de Degradación	33
3.5 Optimización de Diseño	34
3.5.1 Algoritmos Genéticos	36
3.5.2 Esquema general del Algoritmo Genético.....	38
Capítulo 4	41
Metodología de Solución.....	41
4.1 Formulación del problema de diseño óptimo	42
4.1.1 Definición de variables de diseño.....	43
4.1.2 Criterio de optimización	44
4.1.3 Formulación de restricciones	44
4.2 Ejecución del Algoritmo Genético.....	47
4.2.1 Operador de Selección	48
4.2.2 Operador de Cruzamiento.....	50
4.2.3 Operador de Mutación	50
Capítulo 5	53
Resultados y Discusión.....	53
5.1 Introducción.....	53
5.2 Validación del Algoritmo.....	53
5.3 Ejecución del Algoritmo	58
5.4 Estudio de caso	72
Capítulo 6	74

Conclusiones y trabajos futuros.....	74
7.1 Conclusiones.....	74
7.2 Trabajos Futuros.....	75
Anexos.....	76
Anexo A.....	76
Código del algoritmo.....	76
Referencias.....	94

Lista de Tablas

Capítulo 1

Tabla. 3.1 Valores de fracción de Volumen según el tipo de proceso [3]	19
Tabla 3.2 Mecanismos de Falla mecánicos [1].	22

Capítulo 4

Tabla 4.1 Tabla de propiedades de la matriz	45
Tabla 4.2 Tabla de propiedades del Refuerzo (FC)	45
Tabla 4.3 Tabla de propiedades en conjunto (Refuerzo-Matriz)	45
Tabla 4.4 Características geométricas del laminado	46

Capítulo 5

Tabla 5.1 Caracterización de los lotes tomados de Jiménez [1]	53
Tabla 5.2 Orientaciones para análisis con 300 generaciones	63
Tabla 5.3 Orientaciones para análisis con 1500 generaciones	64
Tabla 5.4 Orientaciones para análisis con 1800 generaciones	65
Tabla 5.5 Orientaciones para análisis con 2100 generaciones	66
Tabla 5.6 Orientaciones para análisis con 2400 generaciones	67
Tabla 5.7 Mejor laminado obtenido por Jiménez [1].	71
Tabla 5.8 Mejor laminado obtenido por Algoritmo Genético.	71

Lista de Figuras

Capítulo 1

Figura 1.1 Distribución sectorial de la aplicación de materiales compuestos (modificado de [1])	1
---	---

Capítulo 2

Fig. 2.1 Porcentaje de material compuesto en aviones de combate [9]	6
Fig. 2.2 Mínimo de $f(x)$ es igual al máximo de $-f(x)$ [12]	7
Fig. 2.3 Modelo del ala de avión [21]	9
Fig. 2.4 Parche compuesto unido a placa metálica [2].	10
Fig. 2.5 Diseño Peso-Costo factible [3].	11

Capítulo 3

Fig. 3.1 Lamina conformada por una matriz y refuerzos de fibras largas [1]	14
Fig. 3.2 Ejemplos de Tipos de Fibras [38]	14
Fig. 3.3 Nomenclatura de laminados con fibras largas: a) Angulo de orientación en cada capa y b) Nomenclatura de la secuencia de apilado en un laminado [1]	15
Fig. 3.2 Tensiones actuando sobre un material reforzado en un estado de tensión plana [3].	18
Fig. 3.5 Definición del sistema de coordenadas global y local respectivamente [3].	20
Fig. 3.6 Deformaciones y Esfuerzos en un laminado simétrico sometido a cargas en su plano [3]	24
Fig. 3.7 Esfuerzos que actúan sobre el laminado [3]	24
Fig. 3.8 Laminado [3]	25
Fig. 3.9 Distribución de esfuerzos y deformaciones en un laminado simétrico sometido a momentos [3]	27
Fig. 3.10 Esfuerzos que actúan sobre el laminado [3].	27

Fig. 3.11 Distribución de Esfuerzos y deformaciones de un laminado no simétrico sometido a flexión [3].	29
Fig. 3.12 Procedimiento para el fallo sucesivo de un laminado	34
Fig. 3.13 Cromosoma	36
Fig. 3.14 Diagrama de flujo de Algoritmo Genético	38
Fig. 3.15 Lamina conformada por una matriz y refuerzos de fibras largas	39
Fig. 3.16 Cruce entre individuos seleccionados	39
Fig. 3.17 Mutación aleatoriamente en un gen del individuo	40

Capítulo 4

Fig. 4.1 Diagrama de Flujo para la metodología de optimización de un laminado compuesto	41
Fig. 4.2 diagrama de flujo para el análisis del laminado	42
Fig. 4.3 Orientación de láminas dentro de un laminado [4].	43
Fig.4.4 Representación de los genes en cada laminado	44
Fig. 4.5 Dimensiones de la probeta (mm) [3]	46
Fig. 4.6 Población inicial generada aleatoriamente	47
Fig. 4.7 Resistencia máxima σ_{\max} obtenido mediante criterio de fallos Tsai-Wu	48
Fig. 4.8 Selección por torneo con respecto a su aptitud	49
Fig. 4.8 Población generada con los individuos con mayor aptitud.	49
Fig. 4.9 Cruzamiento en un punto de cruce.	50
Fig. 4.10 Genes seleccionados para realizar mutación	51
Fig. 4.3 Diagrama de Flujo del Algoritmo Genético para obtener la máxima resistencia de laminados.	52

Capítulo 5

Figura 5.1 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo en condiciones ideales de manufactura.	54
Figura 5.2 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo ajustando a condiciones de proceso de manufactura.	54

Figura 5.3 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo en condiciones ideales de manufactura.	55
Figura 5.4 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo ajustando a condiciones de proceso de manufactura.	55
Figura 5.5 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo en condiciones ideales de manufactura.	55
Figura 5.6 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo ajustando a condiciones de proceso de manufactura.	55
Figura 5.7 Sintonización promedio de 2400 generaciones	58
Figura 5.8 Comportamiento del algoritmo en cada ejecución	59
Figura 5.9 Estudio con 20 ejecuciones y 300 Generaciones por ejecución	60
Figura 5.10 Puntos locales máximos de 300 generaciones	61
Figura 5.11 Estudio con 20 ejecuciones y 1500 generaciones por ejecución	61
Figura 5.12 Puntos locales máximos de 1500 generaciones	62
Figura 5.13 Estudio con 20 ejecuciones y 1800 generaciones por ejecución	63
Figura 5.14 Puntos locales máximos de 1800 generaciones	63
Figura 5.15 Estudio con 20 ejecuciones y 2100 generaciones por ejecución	64
Figura 5.16 Puntos locales máximos de 2100 generaciones	65
Figura 4.17 Estudio con 20 ejecuciones y 2400 generaciones por ejecución	65
Figura 5.18 Puntos locales máximos de 2400 generaciones	66
Figura 5.19 Valores óptimos de resistencia para 300 Gs	67
Figura 5.20 Valores óptimos de resistencia para 1500 Gs	68
Figura 5.21 Valores óptimos de resistencia para 1800 Gs	69
Figura 5.22 Valores óptimos de resistencia para 2100 Gs	70
Figura 5.23 Valores óptimos de resistencia para 2400 Gs	71
Figura 5.24 Resistencia máxima por generación	71
Figura 5.25 Comparación de la resistencia de laminado obtenida a) experimentalmente y con el algoritmo de optimización	71

Nomenclatura

<i>Siglas</i>	<i>Significado</i>
ASTM	Sociedad Americana de Ensayo de Materiales
CFRE	Epoxi reforzado con fibras de carbono
CFRP	Polímeros reforzados con fibra de carbono
FRPs	Polímeros reforzados con fibras
GLARE	Laminado de fibra metálica
GRPs	Polímeros reforzados con fibra de vidrio
PEFH	Poliétileno de alto rendimiento
PEF	Fibras de polietileno
PMMA	Polimetilmetacrilato
ILSS	Resistencia al corte Interlaminar

<i>Símbolo</i>	<i>Parámetro</i>	<i>Unidades</i>
σ	Esfuerzo	Pa
σ_c	Esfuerzo del compuesto	Pa
σ_f	Esfuerzo de fibra	Pa
σ_m	Esfuerzo de matriz	Pa
P	Carga	N
L	Longitud	mm
b	Ancho	mm
h	Espesor	mm
V _f	Fracción de volumen de fibras	%
ρ_c	Densidad del compuesto	kg/m ³
f _m	Fracción de volumen de la matriz	
ρ_m	Densidad de la matriz	kg/m ³
ρ_f	Densidad de las fibras	kg/m ³
E _c	Modulo elástico del compuesto	Pa
E _m	Modulo elástico de la matriz	GPa
E _f	Modulo elástico de la fibra	GPa
G	Módulo de corte	GPa
ϵ_c	Deformación del compuesto	

ϵ_m	Deformación de la matriz	
ϵ_f	Deformación de las fibras	
γ	Deformación angular	
ν	Relación de Poisson	
v_f	Volumen de fibra	m ³
v_m	Volumen de matriz	m ³
v_t	Volumen total	m ³
W_f	Peso de fibra	N
W_m	Peso de matriz	N
W_t	Peso total	N
M_f	Masa de fibra	grs
M_m	Masa de matriz	grs
M	Masa del compuesto	grs
F	Fuerza	
A_f	Área de fibra	m ²
A_m	Área de matriz	m ²
A	Área del compuesto	m ²
Δc	Deformación normal del compuesto	
Δf	Deformación normal de la fibra	
Δm	Deformación normal de la matriz	
t_f	Espesor de fibra	mm
t_m	Espesor de matriz	mm
t_c	Espesor del compuesto	mm
δT_c	Desplazamiento transversal del compuesto	mm
δT_f	Desplazamiento transversal de fibra	mm
δT_m	Desplazamiento transversal de matriz	mm
ϵT_c	Deformación transversal del compuesto	
ϵT_f	Deformación transversal de fibra	
ϵT_m	Deformación transversal de matriz	
ϵL_c	Deformación longitudinal del compuesto	
ϵL_f	Deformación longitudinal de fibra	
ϵL_m	Deformación longitudinal de matriz	
λ	Constante de Lamé	
[C]	Matriz de rigidez	
[S]	Matriz de conformidad	1/Pa
[Q]	Matriz de rigidez reducida	Pa
[Q]	Matriz de rigidez transformada reducida	Pa
[T]	Matriz de transformación	
$\sigma_{1,2}$	Esfuerzos normales	Pa

σ_{4-6}	Esfuerzos cortantes	Pa
F_{1t}	Resistencia longitudinal a tensión	Pa
F_{1c}	Resistencia longitudinal a compresión	Pa
F_{2t}	Resistencia transversal a tensión	Pa
F_{2c}	Resistencia transversal a compresión	Pa
F_{4-5}	Resistencia a cortante interlaminar	Pa
F_6	Resistencia a cortante en el plano	Pa
ϵ_l	Deformación longitudinal	
ϵ_{lt}	Deformación longitudinal a tensión	
ϵ_{lc}	Deformación longitudinal a compresión	
X	Resistencia longitudinal	Pa
Y	Resistencia Transversal	Pa
S	Resistencia a cortante en el plano	Pa
[A]	Matriz de rigidez del laminado	Pa-m
[B]	Matriz de acoplamiento	Pa- m ²
[D]	Matriz de rigidez a flexión pura	Pa- m ³
[A]	Matriz de rigidez normalizada	1/Pa- m
σ_0	Esfuerzo medio en el laminado	Pa
$k_{x,y} y_{xy}$	Curvatura en los planos x , y y xy	1/mm
{N}	Vector de fuerzas	N/m
{M}	Vector de momentos	N/m/m
n	Número de láminas	
$E_{x,y}^f$	Módulo elástico a flexión	Pa
G _{fx} y	Módulo elástico a cortante a flexión	Pa

Capítulo 1

Introducción

Un material compuesto se puede definir como la combinación de dos o más materiales diferentes, los cuales trabajan de manera conjunta y, por lo tanto, se obtienen propiedades superiores a los componentes individuales [5]. Los materiales compuestos se están convirtiendo en el material de elección en aplicaciones estructurales de hoy y para el futuro. Aunque las propiedades de alta resistencia al peso de los materiales compuestos son atractivas, su mayor ventaja es que proporcionan al diseñador la capacidad de adaptar la resistencia y rigidez a un entorno de carga dado en la estructura [6]. Actualmente, la distribución del mercado de materiales compuestos está liderada por el sector automotriz, el cual consume más de la cuarta parte a nivel mundial (31 % en valor). Estos materiales son utilizados principalmente como componentes estructurales en el refuerzo de paneles de revestimiento, deflectores, elementos de carrocería, elementos de defensa y puertas traseras. Seguido del sector aeronáutico representa un 22 % en el consumo de materiales compuestos y la construcción un 13 % siendo estos los sectores con mayor auge en la aplicación de materiales compuestos (Figura 1.1) [1].

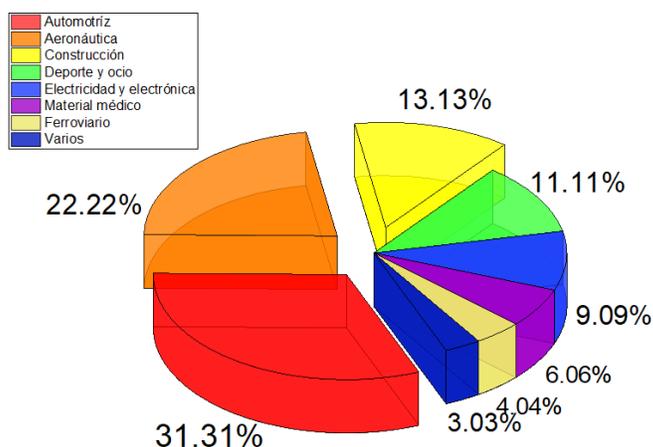


Figura 1.1 Distribución sectorial de la aplicación de materiales compuestos (modificado de [1]).

Hoy en día, los diseñadores tienen como objetivo primordial encontrar el mejor diseño posible. La medida del éxito de un diseño dependerá de la aplicación del mismo, la rigidez o la resistencia, mientras que los recursos son medidos en términos de peso y costo. Por lo tanto, encontrar el mejor diseño, significa encontrar aquel diseño que cumpla con las mejores condiciones en términos de peso/coste cumpliendo con restricciones de rigidez o resistencia.

Dentro del diseño de estructuras laminadas se requiere la determinación del número de capas y las características de cada una de ellas (material, espesor, orientación etc.). Dado que hay un gran número de variables, el procedimiento estándar de prueba y error no es apropiado por lo que el uso de técnicas de optimización es atractivo.

En las últimas décadas, la optimización matemática, que trata de la maximización o minimización de una función objetivo, sujeta a funciones de restricción, ha surgido como una poderosa herramienta para el diseño estructural. El uso de la optimización matemática, transforma el proceso de diseño, en una actividad sistemática bien organizada. Dentro del contexto de optimización, la resistencia, peso y el rendimiento se convierten en la función objetivo y el espesor, áreas de sección etc., las variables que controlan las dimensiones de la estructura [7]. Extensas investigaciones en el comportamiento de los sistemas vivos han proporcionado poderosos métodos para diseñar algoritmos de optimización.

Los algoritmos genéticos (GA) son bien conocidos por su robustez y capacidad para encontrar espacios de búsqueda complejos y ruidosos, fenómenos que se encuentran con frecuencia en problemas de diseño. En esencia, un algoritmo genético (GA) es un método de búsqueda basado en la teoría de la evolución darwiniana [7]. Charles Darwin estableció la teoría de la evolución natural en el origen de las especies. Durante varias generaciones, los organismos biológicos evolucionan según el principio de selección natural, conocido como “supervivencia del más apto”. Los algoritmos genéticos son excelentes métodos de optimización ya que, al trabajar con una población de diseños, el algoritmo es útil para encontrar los diseños óptimos y tal vez muchos casi óptimos lo que es una ventaja para el diseñador, por ejemplo, si no es posible fabricar eficientemente un diseño de laminado óptimo, se puede remplazar con un diseño de rendimiento similar que pueda fabricarse.

Con el fin de lograr un diseño eficiente, que cumpla con los criterios de diseño y la dificultad de seleccionar los valores de un gran conjunto de variables de diseño, hace que los algoritmos de optimización sean una herramienta natural para el diseño de estructuras compuestas. En el presente trabajo de investigación se desarrollan las bases para la optimización de la resistencia de un material compuesto laminado mediante la implementación de un algoritmo genético, teniendo como variable la orientación de las fibras y de esta obtener el valor óptimo de resistencia.

En el capítulo 2 se presenta el estado del arte, en donde se documenta la evolución que han tenido los materiales compuestos y la optimización de manera histórica tanto particular como de manera conjunta. Dentro de esta revisión se presentan las variables que influyen en la resistencia mecánica y las técnicas de optimización

En el capítulo 3 se presentan las ecuaciones para el análisis del algoritmo y del laminado, se realiza una descripción de los materiales compuestos, así como la teoría empleada para analizarlos, el

funcionamiento de los algoritmos genéticos, y sus características básicas que constituyen la base donde se sustentará el análisis del algoritmo.

En el capítulo 4 se presenta el desarrollo del algoritmo genético que comprende: a) definición de las variables de diseño, b) Criterio de optimización, c) formulación de las restricciones, que son parte fundamental en la formulación del problema para la solución óptima del algoritmo.

En el capítulo 5 se presenta la validación del algoritmo genético con resultados obtenidos mediante la experimentación y posteriormente se analiza el algoritmo con base en el objetivo para la obtención de la resistencia máxima.

Por último, se presenta una sección con las conclusiones más relevantes y las sugerencias para trabajos a futuro sobre la investigación.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo general

- Evaluar y aplicar técnicas de optimización al diseño de estructuras de material compuesto laminado, enfocado a la resistencia bajo un esquema específico de carga.

1.1.2 Objetivos específicos

- Evaluar, comparar y seleccionar una técnica de optimización en compuestos laminados.
- Aplicar técnicas de optimización en materiales compuestos laminados bajo cargas estáticas.

1.2 Alcances

Los alcances en esta investigación son:

- Obtener un modelo basado en las técnicas de optimización, considerando las variables de diseño para alcanzar la resistencia a un esquema de carga específico.

1.3 Definición del problema

Hoy en día, la optimización se utiliza en todos los campos de la tecnología para lograr resultados superiores, y los compuestos no son una excepción. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que, en el caso de los compuestos, la optimización es una herramienta necesaria no solo para desarrollar todo su potencial y mejorar el rendimiento estructural, sino también para evitar diseños que podrían producir el peor de los escenarios debido a la naturaleza direccional del material, es decir, la anisotropía, que es lo que hace que el campo de los compuestos no solo sea un desafío en términos de complicaciones de diseño, sino también gratificante en términos de mejoras que pueden lograrse mediante el uso juicioso de las variables de diseño disponibles.

La aplicación de métodos de optimización matemática al diseño de estructuras hechas de materiales compuestos ha atraído la atención de diferentes investigadores, en diversas áreas de aplicación. Sin embargo, no todos los métodos de optimización existentes demuestran ser adecuados para tratar problemas relacionados con el empleo de este tipo de materiales. Lo cual ocurre porque muchos de estos métodos son empleados para estructuras convencionales cuyas variables de diseño son continuas. En el caso de los materiales compuestos, debido a restricciones de manufactura, los valores que pueden tomar las variables son valores discretos. Afortunadamente, los algoritmos genéticos, ideados por Holland [8], surgen como una alternativa para generar configuraciones de laminados prácticamente continuas.

En este trabajo se propone la aplicación de algoritmos genéticos para el diseño de estructuras de materiales compuestos laminados, considerando las variables de diseño del compuesto para alcanzar la resistencia máxima a un esquema de cargas específico.

Capítulo 2

Estado del Arte

2.1 Materiales compuestos

La combinación de materiales para formar un nuevo sistema de materiales mejorados es un hecho histórico, desde que el hombre tuvo la necesidad de tener mejores herramientas de cacería, viviendas más resistentes, o hasta mejores armas. Los antiguos trabajadores judíos durante el mandato de los faraones usaban paja picada en ladrillos como un medio para mejorar la integridad estructural. Posteriormente los samurái usaban metales laminados en la forja de sus espadas para obtener propiedades mejoradas, incluso artesanos del Mediterráneo y el lejano Oriente utilizaron una forma de tecnología compuesta en el moldeado de obras de arte que fueron fabricadas por capas de papel cortado en varios tamaños para producir formas y contornos deseados [9]. En el siglo XI se comenzó a fabricar el acero y otros materiales compuestos, de los cuales existen ejemplos como: los arcos de Mongolia, que al ser utilizados las partes que estaban a compresión estaban hechas de cuerno, mientras las partes a tensión estaban hechas de madera; otro ejemplo son las espadas de Damasco o los sables japoneses, las cuales tienen sus cuchillas fabricadas de hierro dulce y acero [10].

Desde la mitad del siglo XX, los materiales compuestos laminados han mostrado una creciente aplicación en la mayoría de los siguientes sectores industriales: aeronáutico, automotriz, energía y aplicaciones marinas. Gracias a sus propiedades mecánicas superiores de compuestos frente a los materiales metálicos como rigidez, resistencia y la alta capacidad de absorción de energía específica a fatiga, han permitido el incremento de su consumo en todos los sectores de la industria [11].

La era de los materiales compuestos comienza con el químico de origen belga Hendrick Baekelan en 1907, con su creación de la “baquelita”, una de las primeras resinas sintéticas. El primer uso comercial de baquelita fue hacer perillas de cambio de marchas para los automóviles Rolls Royce [12]. Años más tarde se produjo un rápido crecimiento de materiales compuestos en aplicaciones militares en algunos elementos de sus aviones, utilizando plásticos reforzados con fibra de vidrio (figura 2.1), y casetas para equipos de radares electrónicos. Para la década de 1950 barcos, camiones, autos deportivos, tuberías y muchos otros productos se construyeron utilizando materiales compuestos.

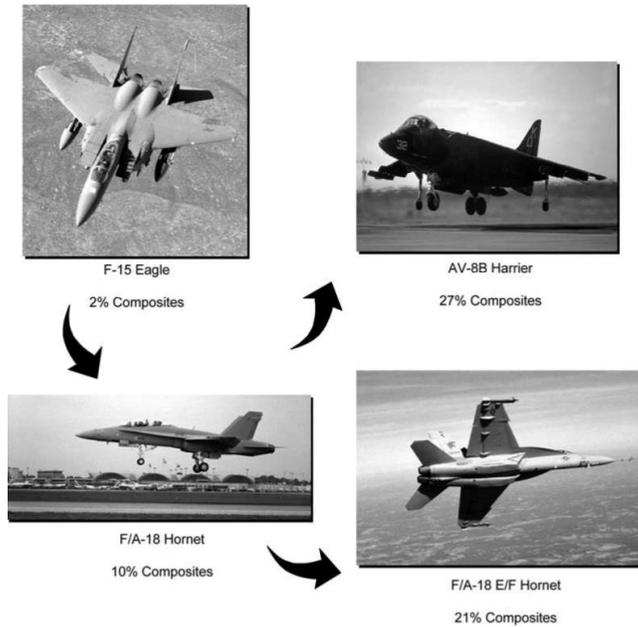


Fig. 2.1 Porcentaje de material compuesto en aviones de combate [13]

Actualmente, la industria de los compuestos continúa evolucionando; el uso de los compuestos ha revolucionado los sectores marino, automotriz y aeroespacial. Existe un gran potencial en el desarrollo de nuevas fibras y resinas que ayudarán a crear aplicaciones con materiales compuestos avanzados [14].

2.2 Optimización

La optimización dicha de una forma simple es el acto de obtener el mejor resultado en ciertas condiciones. En el diseño, la construcción o cualquier sistema de ingeniería el objetivo final es minimizar el esfuerzo requerido o maximizar el beneficio deseado. Dado que el esfuerzo requerido o maximizar el beneficio deseado en cualquier situación práctica se puede expresar como una función con ciertas variables de decisión, la optimización se puede definir como “*el proceso de encontrar las condiciones que dan el valor máximo o mínimo de una función*” [15]. De manera representativa se puede observar en la figura 2.2, que si un punto x^* corresponde al valor mínimo de una función $f(x)$, el mismo punto también corresponde al valor máximo del negativo de la función $-f(x)$. Por lo tanto, sin pérdida de generalidad, se puede tomar la optimización como minimización, ya que puede encontrar el máximo de una función buscando el mínimo de la función negativa de la misma función [15].

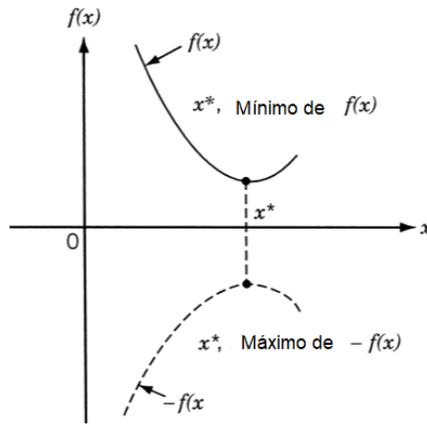


Fig. 2.2 Mínimo de $f(x)$ es igual al máximo de $-f(x)$ [16].

A través de las edades, el hombre ha estado continuamente involucrado en el proceso de la optimización. En su forma más temprana, la optimización consistía en rituales y prejuicios no científicos como sacrificar animales a los dioses, consultar oráculos, observar posiciones de las estrellas o el vuelo de las aves. Cuando las circunstancias fueran apropiadas, se consideró que el momento era auspicioso (óptimo) para plantar cultivos o embarcarse en una guerra. A medida que las edades avanzaron y la era de la razón prevaleció, los rituales no científicos eran remplazados por reglas generales y más tarde, con el desarrollo de las matemáticas, comenzaron a aplicarse cálculos matemáticos gracias a las contribuciones de Newton y Leibnitz [17]. A pesar de estas contribuciones tempranas, se avanzó muy poco hasta mediados del siglo XX, cuando las computadoras digitales hicieron posible la implementación de procedimientos de optimización y estimularon investigaciones sobre nuevos métodos [16].

En los últimos veinte años, la investigación ha estado buscando nuevas técnicas de optimización que sean mejores a las tradicionales exactas, cuya baja eficiencia les hace inútiles en la práctica para resolver problemas de grandes dimensiones en tiempos razonables. En este contexto, las técnicas heurísticas y metaheurísticas aparecen como métodos prometedores para resolver problemas de optimización complejos [18]. Entre un amplio conjunto de métodos metaheurísticos de optimización, las técnicas de cálculos evolutivos han surgido como un método flexible para resolver problemas de optimización complejos en muchas de las áreas de aplicación como la ingeniería, economía, informática, entre otros. Las técnicas de cálculo evolutivo son métodos que emulan el proceso evolutivo natural de las especies. La idea de diseñar métodos de simulación para resolver problemas de optimización utilizando conceptos de evolución fue sugerida a principios de la década de 1960 por Von Neumann, Barricelli y otros [19]. Sin embargo, la propuesta de un algoritmo evolutivo fue gracias a Holland quien sugirió un procedimiento de búsqueda genética. John Holland desarrolló los algoritmos genéticos (GA) junto con sus alumnos y colegas de la Universidad de Michigan, entre 1960 y 1970. En un principio el objetivo de Holland fue estudiar el fenómeno de adaptación de la naturaleza e importarlos a los sistemas informáticos

[20]. A pesar de que su objetivo era que las computadoras aprendieran por sí mismas, los algoritmos genéticos ganaron popularidad por la flexibilidad que permite el algoritmo de adaptar un problema y resolverlo mediante los operadores genéticos [21].

2.3 Optimización en materiales compuestos

Los materiales compuestos se han utilizado desde la antigüedad, estos materiales no eran más que una combinación de dos o más materiales comunes para ellos. Estos materiales compuestos, presentaban mejores propiedades en comparación que con los materiales constituyentes que lo componían

Desde la década de 1970, la aplicación de materiales compuestos ha aumentado ampliamente debido al desarrollo de nuevas fibras, tales como carbono, boro, y sistemas compuestos con matrices de metales y cerámicas [22]. Actualmente el uso de materiales compuestos reforzados con fibra se ha incrementado en sector aeroespacial, automotriz y otras ramas de la ingeniería debido a su alta resistencia, rigidez, peso y mejores propiedades mecánicas que otros materiales [23].

La naturaleza anisotrópica del compuesto proporciona la oportunidad de adaptar propiedades tales como la secuencia de apilamiento, orientación de las fibras y espesor del laminado de acuerdo con los requisitos del diseño, es por eso, que el diseño puede optimizarse sobre varias funciones y variables de diseño. Los primeros trabajos de optimización en compuestos están escritos por Khot en 1973, donde presenta un método de optimización basado en la distribución de energía de deformación de una placa de material compuesto, realizando una búsqueda numérica para el diseño de peso mínimo tomando consideraciones de carga múltiple [24].

Unos años más tarde, Starnes y Haftka, abordan el diseño del ala de avión mediante la optimización (ver figura 2.3). Su objetivo fue el peso mínimo e impusieron restricciones al pandeo del panel, a la resistencia y el desplazamiento, utilizaron una programación matemática y para este trabajo consideraron laminados compuestos de tipo simétrico. Ellos demostraron que los materiales compuestos tienen una ventaja con respecto a los diseños de aluminio, ya que a menudo pueden satisfacer restricciones adicionales con pequeños aumentos de masa, señalan también que esta ventaja se debe en gran parte a la libertad de cambiar las orientaciones de la lámina en lugar del espesor total del laminado [25].

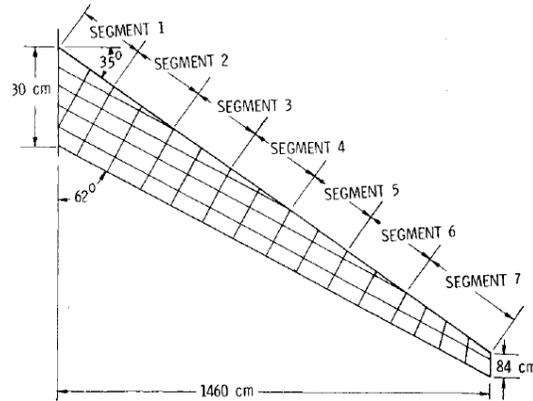


Fig. 2.3 Modelo del ala de avión [25].

Este trabajo estableció claramente el camino para muchos trabajos adicionales sobre optimización de compuestos, así como la aplicabilidad de los algoritmos a problemas reales de diseños de ala de aeronaves. Los algoritmos de optimización se han aplicado con éxito a diseños óptimos estructurales, la primera aplicación del algoritmo a un diseño estructural fue presentado por Goldber & Samtani [26], quienes resolvieron un bien conocido problema de optimización en el peso de una armadura y las primeras aplicaciones de algoritmos para el diseño de materiales compuestos se le atribuye a Callahan and Weeks, quienes estudiaron la implementación de algoritmos genéticos para la minimización de peso en el diseño de compuestos laminados. Evaluaron la viabilidad del diseño de laminado practico con GA basado en el rendimiento y el trabajo de codificación, concluyendo que los algoritmos genéticos son una alternativa viable con poca experiencia para su implementación y uso [27].

Durante la década de 1990 se vio un enorme crecimiento de la potencia en las computadoras, por lo que se abordaron estructuras compuestas con combinaciones de variables, restricciones y objetivos más realistas. Nagendra, en su estudio del diseño de estructuras compuestas afirma que para el pandeo existen dos grandes problemas, el primero, la secuencia de apilamiento, ya que el conjunto de orientaciones de fibra complica el proceso de solución, y segundo, muchos óptimos locales con rendimientos comparables se pueden encontrar. Para este estudio se desarrollaron mejoras al procedimiento de un algoritmo genético (GA) para diseñar paneles compuestos reforzados, el algoritmo redujo el peso del panel en aproximadamente 4% en comparación con trabajos anteriores[28].

Inicialmente los investigadores estaban interesados en la reducción de peso, por lo que Schmit y Farshi encontraron que el grosor minimiza el peso sujeto a restricciones de resistencia y rigidez con una secuencia de apilamiento determinada [29], y posteriormente intentaron un diseño óptimo para la orientación de la capa aplicable [30].

Walker y Smith usaron algoritmos genéticos con el método de elementos finitos para minimizar la masa y deflexión de las estructuras utilizando un enfoque multiobjetivo, la restricción del diseño se basó en el criterio de falla de Tsai Wu e incluyó un estudio numérico para los efectos de flexión y torsión, los resultados se obtuvieron con varias distribuciones de carga [31]. Ese mismo año J. H. Park implementó un algoritmo genético para el diseño óptimo de compuestos laminados simétricos sujeto a varias condiciones de carga; para el análisis del laminado utilizó un método de elemento finito basado en la teoría de deformación y para el algoritmo utilizó como función *fitness* el criterio de Tsai-Hill, y como variables los ángulos de orientación de las láminas. Park concluyó que los diseños óptimos de laminados se pueden encontrar fácilmente con los algoritmos genéticos y que, de acuerdo al índice óptimo de falla, decrece cuando el número de pliegues incrementa para una carga transversal, mientras que para cargas sobre el plano no es altamente sensible para el número de pliegues [32].

Años más tarde, Mathias aplicó los Algoritmos Genéticos (GA) para la optimización de un parche compuesto unido a una estructura metálica, con el objetivo de reducir el nivel esfuerzo en un área determinada bajo algunas restricciones. Dentro de este trabajo se tomó como variable la secuencia de apilamiento, así como la ubicación y forma del parche (ver figura 2.4).

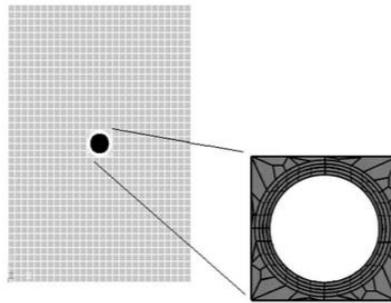


Fig. 2.4 Parche compuesto unido a placa metálica [2].

La estructura que se consideró fue una placa de aluminio con un orificio circular alrededor del cual el nivel de esfuerzo se debe reducir uniendo el parche compuesto. Para este trabajo se consideran los refuerzos, un refuerzo local con un parche cerca del agujero y un refuerzo global con una asimetría del parche que desvía el flujo de esfuerzo en la estructura, obteniendo que el refuerzo global tiene un mayor impacto en términos de reducción de esfuerzo [2].

En 2008, Almeida presentó una técnica de optimización de estructuras laminadas mediante algoritmos genéticos (GA) asociado con elemento finito (FEM), se utilizaron dos objetivos peso-desviación y peso-coste y se estudió el rendimiento de algoritmo en términos de coste computacional (figura 2.5), mostrando que el método es muy eficiente para encontrar soluciones óptimas y concluyó que se puede obtener un ahorro en el tiempo computacional mediante el uso de valores adecuados en las variables de diseño [3].

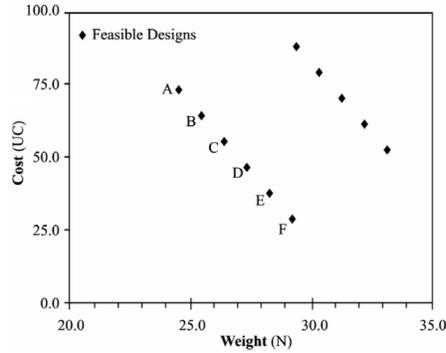


Fig. 2.5 Diseño Peso-Costo factible [3].

Ese mismo año, Narayana Naik evaluó la optimización de compuestos para minimizar el peso del laminado mediante “optimización de enjambre de partículas evaluadas por vectores” (VEPSO, por sus siglas en inglés) y algoritmos genéticos (GA, por sus siglas en inglés) utilizando los diferentes criterios de fallo y concluyó que estas dos técnicas pueden usarse indistintamente bajo ciertas condiciones de carga y apilado [33].

Un año más tarde Rafael Holdorf y otros desarrollaron un algoritmo genético para la optimización de estructuras híbridas en laminados compuestos, consideran como variables la orientación de las fibras, el tipo de material y número de capas. Los resultados de estudio mostraron que el algoritmo convergía más rápido que los encontrados en la literatura y encontraron que cada criterio de falla produce un diseño óptimo diferente [34].

Satheesh, ese mismo año, utilizó los algoritmos genéticos para evaluar diseños óptimos conservativos de laminados compuestos utilizando diversos criterios de falla y estudió el efecto de la secuencia de apilamiento sobre el peso mínimo del laminado [35]. Años más tarde, Omkar presentó un método de optimización de compuestos laminados pero basado en “colonia artificial de abejas evaluadas por vectores” (VEABC, por sus siglas en inglés), se formuló con múltiples objetivos de minimizar el peso y el coste total del compuesto utilizando como variables de diseño la secuencia de apilamiento, número de capas, y la orientación, el diseño se evaluó con base en tres criterios de falla y el rendimiento se comparó con otras técnicas inspiradas en la naturaleza, obteniendo que el rendimiento es a la par con optimización por enjambre de partículas (PSO), sistema artificial inmune (AIS) y algoritmos genéticos para todas las configuraciones de carga [36].

En 2013, Hajmohammad presentó un diseño de carcasa laminada sometida a cargas de compresión axial. Para el análisis del algoritmo utilizó algoritmos genéticos y redes neuronales obteniendo como resultado aumentar la carga mediante la secuencia de apilamiento [37]. Un año más tarde, Tuan Le-Manh propuso un procedimiento óptimo basado en algoritmos genéticos y análisis isogeométrico de elementos finitos para buscar la máxima capacidad de carga de placas laminadas

compuestas, utilizando como variables la orientación de las fibras. Para este análisis se redujo el tiempo de cómputo significativamente y se mostró la eficiencia del algoritmo [38].

En 2016 Saraiva presentó un algoritmo de enjambre de partículas (PSO) híbrido para la optimización de estructuras de compuesto laminado. Este método combinó el algoritmo PSO estándar con operadores de algoritmos genéticos, dentro de los objetivos se planteó la maximización de la fuerza y la minimización del peso y se ajustaron los parámetros de cada variante para evitar resultados sesgados. Los resultados mostraron que el método propuesto condujo a excelentes resultados tanto para laminados tradicionales como laminados dispersos, lo que representó una mejora significativa con respecto al algoritmo estándar [39].

2.4 Conclusión del estado del arte

Para el diseñador, es de suma importancia encontrar el mejor diseño posible, para la estructura de un vehículo, estructura civil, espacial entre otras, empleando la menor cantidad de recursos posible.

En este sentido, el diseño de laminados involucra diversas variables, entre ellas se encuentran las propiedades del material, geometría del laminado, proceso de manufactura etc. Pero las variables que influyen directamente en la resistencia son:

- Orientación de las fibras
- Secuencia de apilado
- Fracción de volumen
- Espesor de laminado

Desarrollado por Holland [8] y popularizado por Goldber [26], los algoritmos genéticos (GA) son técnicas de optimización y búsqueda que permiten, a una población compuesta de varios individuos, evolucionar bajo reglas de selección específica. Algunas de las ventajas que se pueden encontrar son:

- Puede optimizar con variables continuas o discretas
- Soporta un gran número de variables
- Funciona con datos numéricos generados, datos experimentales o funciones analíticas

Los algoritmos genéticos (GA) son una técnica de optimización y búsqueda que permite, a una población de varios individuos evolucionar bajo las reglas de selección. Para problemas de diseño de laminados, los algoritmos genéticos son métodos que se adaptan de manera eficiente gracias a que pueden manejar espacios de búsqueda complejos. Los algoritmos genéticos también son útiles para encontrar diseños óptimos y muchos casi óptimos, lo que es una ventaja para el diseñador. Si, por ejemplo, no es posible fabricar un diseño laminado óptimo, se puede remplazar con un diseño de rendimiento similar que si pueda fabricarse.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1 Materiales Compuestos Laminados

Los materiales compuestos estructurales de tipo laminado, son materiales conformados por distintas capas delgadas unidas entre sí y compuestas por una matriz y refuerzos (Figura 2.1) [40].

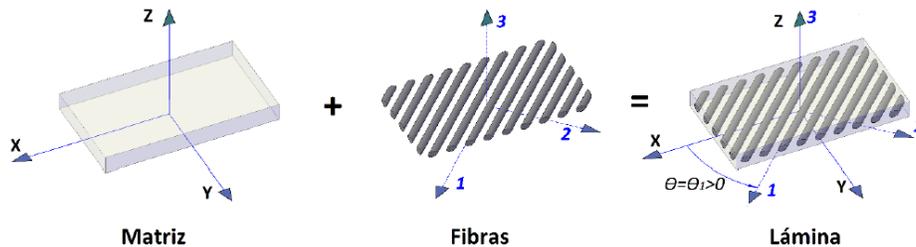


Fig. 3.5 Lámina conformada por una matriz y refuerzos de fibras largas [5]

Desde el punto de vista de la ingeniería estructural, los materiales compuestos ofrecen ventajas determinantes en comparación con los materiales estructurales convencionales como, entre otras, la posibilidad de generar estructuras de geometrías complejas. La base de su superioridad estructural radica en sus altos módulos de rigidez y resistencia específica y en la naturaleza heterogénea y anisótropa del material [40].



Fig. 3.2 Ejemplos de Tipos de Fibras [40]

Una capa individual de material compuesto laminado puede asumir un número de formas diferentes, dependiendo del arreglo de la fibra constituida (Figura 2.2). Las capas pueden estar compuestas por fibras cortas o fibras largas encajadas en una matriz, éstas aportan rigidez y resistencia, así como excelentes propiedades mecánicas. Para el estudio de esta tesis se consideran las fibras largas continuas. Las fibras pueden ser distribuidas en orientaciones aleatorias, lo que permite establecer distintas combinaciones en un laminado. De acuerdo a Talreja [41], las configuraciones del laminado se pueden considerar como sigue:

- Laminados Balanceados: Si para cada capa a cierto ángulo $+\theta$ se encuentra otra capa idéntica con el mismo espesor, pero diferente orientación, es decir, $-\theta$. Por ejemplo $[0/+45/-45/90_2/0]_T$ donde “T” indica el total de capas del laminado y el subíndice 2 significa el número de veces que se repite esa orientación.
- Laminado Simétrico: Si un laminado tiene una secuencia de tal manera que las capas son simétricas con respecto al plano medio, se le conoce como simétrico. Por ejemplo $[-45/30/0/45/45/0/30]_T \equiv [-45/30/0/45]_S$ donde “S” indica la simetría del laminado.
- Laminado Cruzado (cross-ply): Si las capas están apiladas en dos direcciones ortogonales, es decir, a 0° y 90° , la configuración se llama cruzada. Por ejemplo $[90_2/0]_S$.
- Laminado Angulado (off-axis): Se le llama así por la existencia de capas dentro del laminado con ángulos distintos de 0° y 90° . Por ejemplo $[\pm 30_2]$.
- Laminado Cuasi-isotrópico: Este laminado permite obtener propiedades mecánicas cuasi-isotrópicas en cualquier dirección. Tiene un comportamiento muy similar a un comportamiento isotrópico. $[0/\pm 45/90]_S$.

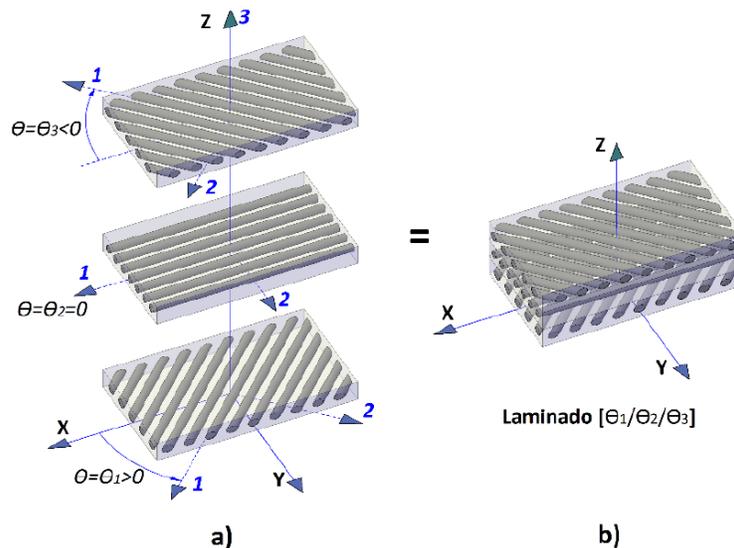


Fig. 3.3 Nomenclatura de laminados con fibras largas: a) Ángulo de orientación en cada capa y b) Nomenclatura de la secuencia de apilado en un laminado [5]

Las propiedades de la capa compuesta tales como resistencia, rigidez, conductividad térmica y de humedad, desgaste y resistencia ambiental dependen fuertemente de la forma del refuerzo en la lámina. La naturaleza direccional de las fibras en un laminado reforzado con fibras presenta dependencia direccional a la mayoría de esas propiedades [40]. Las fibras se pueden encontrar en diversas formas textiles (Figura 2.2): La tela tejida tipo tela, es un refuerzo bidireccional que se obtiene de entrelazar los hilos de fibra, esta fibra tiene la capacidad de adaptarse a formas superficiales complejas, la uniaxial o fibras largas continuas, en la cual las fibras se colocan en una sola dirección teniendo fácil manejo y adaptación de formas superficiales y fibras tejidas aleatoriamente las cuales son más fáciles de producir y su costo de adquisición es menos en comparación con las tejidas [13].

Con la laminación se pretende obtener, a partir de una combinación óptima de las diferentes láminas y orientaciones del material, un elemento estructural optimizado con unas características específicas que se ajusten a los requerimientos del diseño, pudiendo enfatizar o atenuar propiedades como la rigidez o la resistencia en unas direcciones determinadas.

La naturaleza anisotrópica y heterogénea de los materiales compuestos les confiere un comportamiento marcadamente diferente al de los materiales estructurales convencionales. Por ello, es conveniente conocer con detalle su comportamiento mecánico. En un material compuesto reforzado con fibras, estas pueden estar orientadas en múltiples y arbitrarias direcciones. Dependiendo de su disposición, el material presenta comportamientos diferentes en sus respectivas direcciones, estos se pueden caracterizar como anisotrópicos, monoclinicos, ortotrópicos, transversalmente isótropos o isótropos. Las diferencias entre los diferentes comportamientos se reflejan en las respectivas relaciones tensión-deformación. Las componentes de tensión y deformación bajo condiciones elásticas y lineales en la que el sólido padece pequeñas deformaciones, se relacionan mediante la Ley de Hooke generalizada [42]. La relación tensión-deformación se expresa en forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Donde C es la matriz de rigidez, siendo su inversa de la matriz de flexibilidad S , esto es $C=S^{-1} \rightarrow \varepsilon=S\sigma$. Consecuentemente, el estado de tensión o deformación en cada punto del sólido puede describirse mediante seis componentes, y su relación, en virtud de la simetría de las matrices de rigidez y flexibilidad, se expresa en términos de 21 constantes independientes.

La ecuación 3.1 representa el caso más general de comportamiento elástico, correspondiendo a la relación tensión-deformación de un material caracterizado como anisótropo, el cual no presenta planos de simetría respecto al alineamiento de las fibras. Cuando existe un plano de simetría el material se denomina monoclinico, en cuyo caso, siendo el plano paralelo al plano x - y definido en el sistema de coordenadas de referencia, sucede que los términos de la matriz de flexibilidad $S_{14} = S_{15} = S_{24} = S_{25} = S_{34} = S_{35} = S_{46} = S_{56} = 0$. Cuando existen tres planos de simetría mutuamente perpendiculares, el material se denomina ortotrópico. Coincidiendo los planos de simetría con los planos del sistema de coordenadas de referencia, la relación deformación-tensión se reduce a:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Tal y como se desprende de la observación de la ecuación anterior, el comportamiento puede ahora definirse mediante nueve constantes independientes. El material denominado transversalmente isótropo es un caso particular de la ortotropía en el que uno de los planos principales de simetría es considerado como isótropo. Esta suposición es generalmente aplicada para el tratamiento de, por ejemplo, un compuesto reforzado unidireccionalmente, siendo el plano perpendicular a las fibras el plano de isotropía. Considerando el plano de simetría y - z como el plano de isotropía, la relación deformación-tensión se simplifica dado que los subíndices y y z de la matriz de flexibilidad son intercambiables. Consecuentemente, $S_{12} = S_{13}$, $S_{22} = S_{33}$, $S_{55} = S_{66}$ y $S_{44} = 2(S_{22} - S_{23})$, reduciéndose a 5 el número constantes independientes. Finalmente, el comportamiento completamente isótropo del material se caracteriza por no haber una dirección de refuerzo preferente, de manera que cualquier plano es un plano de simetría y los ejes de coordenadas pueden elegirse arbitrariamente. Este sería el caso de un compuesto reforzado con fibras largas dispuestas aleatoriamente. En la relación deformación-tensión los subíndices x , y y z de la matriz de flexibilidad son ahora intercambiables, de manera que $S_{11} = S_{22} = S_{33}$, $S_{12} = S_{13} = S_{23}$ y $S_{44} = S_{55} = S_{66} = 2(S_{11} - S_{12})$, reduciéndose a 2 el número constantes independientes.

Una consideración importante en el estudio de los materiales compuestos es la condición de tensión plana, cuya adopción se fundamenta en la manera en la que se emplean los materiales reforzados con fibras en diversas estructuras. Así, por ejemplo, estos materiales se utilizan en placas, vigas y otras formas estructurales que se caracterizan por tener como mínimo una de sus dimensiones geométricas uno o varios órdenes de magnitud inferior que las otras dimensiones. Esta característica permite simplificar el estado tensional asumiendo que $\sigma_z = 0$, $\tau_{yz} = 0$ y $\tau_{xz} = 0$ (Ver figura 3.4).

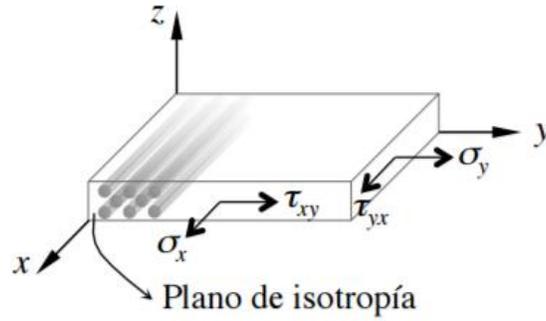


Fig. 3.4 Tensiones actuando sobre un material reforzado en un estado de tensión plana [1].

De este modo, la relación deformación-tensión para un material ortotrópico bajo un estado de tensión plana se expresa como:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{22} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

A la matriz S en condiciones de tensión plana se la conoce como matriz de flexibilidad reducida. La matriz de rigidez C no admite sin embargo la simplificación directa eliminando las pertinentes filas y columnas. Por ello, la matriz de rigidez reducida Q se expresa como:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{22} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{22} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} & Q_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} & 0 \\ Q_{22} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}} & Q_{22} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Donde C son los coeficientes de la matriz de rigidez general C .

3.2 Análisis de la microescala

La micromecánica permite al diseñador representar un material heterogéneo como un material homogéneo equivalente, por lo general anisotrópico. La micromecánica puede usarse para predecir la rigidez y la resistencia con gran y menor acierto respectivamente. Los materiales compuestos se diseñan en función de las variables de diseño tales como la fracción volumétrica, el espesor, orden de apilado, etc. El diseñador puede cambiar fibras, matrices, la cantidad relativa de cada constituyente, y la geometría de la pieza, de forma simultánea. Las propiedades de un material compuesto están controladas por el volumen relativo de fibra y matriz usados [1].

La fracción de volumen de la fibra se define como:

$$V_f = \frac{v_f}{v_t} \quad (3.5)$$

El volumen total del compuesto será siempre la suma de los constituyentes, lo cual está definido como:

$$V_f + V_m = 1 \quad (3.6)$$

Donde:

V_f = Fracción de volumen de fibra

V_m = Fracción de volumen de matriz

v_f = Volumen de fibra

v_m = Volumen de matriz

Por definición la densidad es igual a la masa entre el volumen, y la masa es el producto entre la densidad y el volumen, por lo que la densidad del compuesto queda expresada como:

$$\rho_c = V_f \rho_f + V_m \rho_m \quad (3.7)$$

Según Gay para obtener el valor de la fracción de volumen propone una tabla (tabla 3.1) según el proceso utilizado en la construcción del compuesto.

Tabla. 3.1 Valores de fracción de Volumen según el tipo de proceso[1]

Proceso de fabricación	Fracción de volumen de la fibra
Por contacto	0.30
Por presión	0.40
Enrollamiento continuo (Bobinado del filamento)	0.60 – 0.85
Por bolsa de vacío (Infusión de resina)	0.50 – 0.80

3.2.1 Evaluación de la rigidez de la lámina

Dadas las características geométricas de la lámina, se asume un estado de tensión plana como el descrito anteriormente. La relación deformación-tensión para una lámina unidireccional se expresa:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{22} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

En términos de matriz de rigidez reducida, donde las componentes de flexibilidad y rigidez se sustituyen por las correspondientes relaciones de las constantes elásticas.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{22} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Las láminas unidireccionales tienen, sin embargo, unas direcciones preferentes asociadas a la orientación de la fibra del refuerzo o a la simetría de los planos. Por ello es conveniente utilizar dos sistemas de coordenadas: uno para definir los ejes locales (1, 2, 12) cuya dirección primera coincide con la dirección de la fibra, y otro para definir los ejes globales (x, y, z) o ejes del material. En la Figura 3.2 se representan los dos sistemas, siendo θ el ángulo medido en sentido antihorario desde el eje global al eje local, que define la relación en el plano entre los dos sistemas de coordenadas ortogonales.

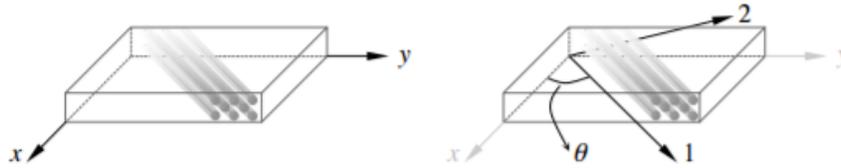


Fig. 3.5 Definición del sistema de coordenadas global y local respectivamente [1].

Cada orientación de lámina demanda un sistema de coordenadas local, siendo preciso referir la respuesta individual de cada lámina al sistema de coordenadas global o viceversa. Para la transformación de las componentes de tensión y deformación entre ambos sistemas de coordenadas, se emplean las siguientes matrices de transformación de funciones trigonométricas [43].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} T_\sigma(\theta) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{ó} \quad \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} T_\sigma^{-1}(\theta) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} T_\sigma(-\theta) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Donde

$$T_\sigma(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} T_\varepsilon(\theta) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{ó} \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} T_\varepsilon^{-1}(\theta) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} T_\varepsilon(-\theta) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

donde

$$T_{\varepsilon}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Las relaciones tensión-deformación

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = T_{\sigma}^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{22} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} T_{\varepsilon}(\theta) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = T_{\varepsilon}^{-1}(\theta) \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{22} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} T_{\sigma}(\theta) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Siendo Q y S las denominadas matrices reducidas transformadas (o no orientadas) de rigidez y flexibilidad, respectivamente, referenciadas ahora en ejes globales.

3.2.2 Evaluación de la resistencia de la lámina

El fallo en materiales laminados es un problema complejo, la resistencia de la lámina dependerá de la relación entre las cargas aplicadas y la dirección de las fibras. La falla de un laminado es un proceso de degradación gradual en el que pueden ocurrir muchos modos de falla, donde se debe conocer muy bien cómo y cuándo ocurren para poder predecir correctamente la falla y diseñar elementos seguros. Sin embargo, es difícil predecir con exactitud la falla de un laminado, ya que se requiere reconocer claramente con qué nivel de degradación (*cuándo*) falla el compuesto, *cómo* se desarrolla el proceso y *dónde* se produce por lo que la iniciación del daño no necesariamente coincide con la resistencia última [1].

3.2.3 Mecanismos de falla

Los mecanismos de falla son procesos que deterioran la capacidad de un material, se puede definir como el medio por el cual las fallas ocurren, estos mecanismos dependen de la naturaleza física de los esfuerzos y del comportamiento del material con respecto a esos esfuerzos [44].

Los procesos físicos que involucran a los mecanismos más comunes de falla mecánica se pueden observar en la siguiente tabla[1]:

Tabla 3.2 Mecanismos de falla mecánicos [1].

Mecanismo	Causa	Efecto	Descripción
Pandeo	Aplicación de carga a compresión Dimensiones de elementos	Elementos con gran deflexión.	Cuando la carga aplicada a elementos tales como columnas, placas o cilindros de pared delgada alcanza un valor crítico, tienen un cambio un repentino en la geometría.
Impacto	Carga súbita al dejar caer un elemento o haber sido golpeado.	Esfuerzo localizado Deformación Fractura	La falla ocurre por la interacción de cargas dinámicas generadas o cargas repentinas que resultan en grandes esfuerzos y deformaciones locales
Fatiga	Fuerzas fluctuantes (cargas)	Agrietamiento que conduce a la deformación y a la fractura.	Fatiga es un fenómeno de falla progresivo que inicia y propaga grietas.
Desgaste	Superficie sólida en contacto de partícula entre superficies de frotamiento.	Cambio en dimensiones. Reducción de resistencia y deformación.	No es un simple proceso, ya que puede ser una combinación, causando una eliminación gradual de partículas de superficies de contacto en movimiento.
Fluencia	Gran fuerza estática. Carga operacional o movimiento.	Cambios de geometría. Deformación. Ruptura. Cambio de las propiedades del material Pérdida de ductilidad	La deformación plástica en un elemento ocurre por cargas operacionales o movimiento.

3.2.4 Modos de Falla

Unos de los problemas inherentes de los laminados es su diversidad de propiedades. Las láminas de un compuesto son anisotrópicas, ya que se generan diferentes propiedades en diferentes direcciones, por lo que es necesario saber cuándo falla el compuesto [45].

Fibras

La falla en este se relaciona a causa de la redistribución de esfuerzos en las fibras cercanas, lo que genera una ruptura de nuevas fibras, estas ocasionadas por la tensión o compresión del compuesto.

Matriz

Su principal modo de falla es la aparición de grietas paralelas a la dirección de las fibras, por esta razón las láminas pierden sus propiedades mecánicas en dirección transversal al laminado a causa de los esfuerzos a tensión, compresión y cortante, conocido con el nombre de microfisuración.

Interfaz fibra-matriz

Ocasionado por una pérdida de adhesión y deslizamiento relativo entre la fibra y la matriz, perdiendo la transmisión de carga desde la matriz a las fibras en las propiedades de la interfaz, este modo de falla se conoce como *debonding*.

Interfaz lámina-lámina

El modo de falla que puede aparecer es la delaminación. Equivalente a una pérdida de adhesión entre láminas, traducándose en una pérdida en la distribución de cargas entre ellas. Se clasifica en 3 principales modos:

- Ruptura de fibras: Esfuerzo longitudinal (σ_{11}) o deformación longitudinal (ϵ_{11}) dominan la falla.
- Agrietamiento transversal de la matriz: Esfuerzo transversal (σ_{22}) ó deformación transversal (ϵ_{22}) dominan la falla.
- Agrietamiento cortante de la matriz: Esfuerzo cortante (τ_{12}) o deformación cortante (angular) (γ_{12}) dominan la falla de la lámina.

3.3 Análisis de la macroescala

La aplicabilidad estructural de una lámina es limitada, por lo que se recurre al proceso de laminación, que consiste en el apilamiento sucesivo de láminas con diferentes orientaciones.

3.3.1 Evaluación de la rigidez del laminado

El análisis del comportamiento del laminado que se presenta a continuación se basa en la teoría clásica de placas laminadas. La teoría de laminados clásica homogeneiza las propiedades de las capas que constituyen el laminado en un modelo constitutivo global. Además de la rigidez del material, se tienen en cuenta los ángulos de orientación de las fibras, los espesores de la capa y la secuencia de apilamiento [46].

3.3.1.1 Rigidez plana laminados simétricos

Se basa en el comportamiento del laminado sometido a cargas que actúan sobre el compuesto en su plano, bajo la suposición que el material presenta un comportamiento elástico-lineal hasta llegar

a la ruptura, tendrá un espesor pequeño (laminado delgado) y la deformación de cualquier lámina será uniforme en el laminado. Cada lámina trabaja a esfuerzos planos ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0$); en consecuencia, se despreciará la interacción de esfuerzos entre láminas consecutivas. Como se mencionó, la deformación en todas las láminas será la misma ϵ_0 , mientras que los esfuerzos en cada lámina serán distintos, presentando una distribución simétrica respecto al plano medio [47].

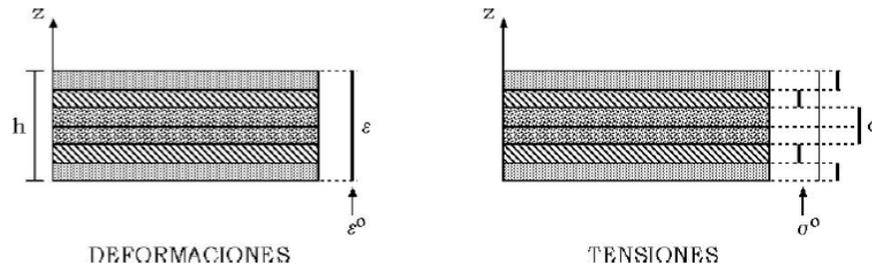


Fig. 3.6 Deformaciones y Esfuerzos en un laminado simétrico sometido a cargas en su plano [1].

Con base en la teoría de laminados, establecen una relación entre los esfuerzos y las deformaciones en el compuesto. Los esfuerzos de cada lámina se integran a lo largo del espesor del laminado expresado en los mismos ejes de las láminas (Figura 3.7)

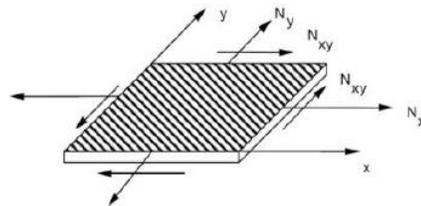


Fig. 3.7 Esfuerzos que actúan sobre el laminado [1].

$$\{N\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\} dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\sigma\} dz \quad (3.16)$$

Donde

σ = Vector de esfuerzos

ϵ = Vector de deformaciones

N = Vector de cargas (componentes dadas por unidad de longitud del laminado)

Q = Matriz de rigidez de cada lámina

Como la deformación en todas las láminas $\{\epsilon^0\}$ es la misma, se puede establecer que

$$\{N\} = \left[\int_{-h/2}^{h/2} [Q] dz \right] * \{\epsilon\} = [A] \quad (3.17)$$

Donde $[A]$ es la matriz de rigidez del laminado

3.1.1.2 Rigidez a flexión de laminados simétricos

Con base en la teoría clásica de laminados, bajo el supuesto de un comportamiento ortotrópico, donde el laminado trabaja sometido a tensión plana y las láminas están perfectamente unidas, se considera que no habrá un deslizamiento entre ellas, y los puntos del laminado que definen una línea recta, y perpendicular al plano medio antes de aplicar una carga describirán una nueva línea recta, y otra perpendicular al plano medio una vez que se haya deformado a causa de la carga aplicada (figura 3.8). En la ausencia de deformaciones por cortante γ_{xz} y γ_{yz} , los desplazamientos en el laminado se representan por u , v y w en cualquier punto según los ejes x , y y z .

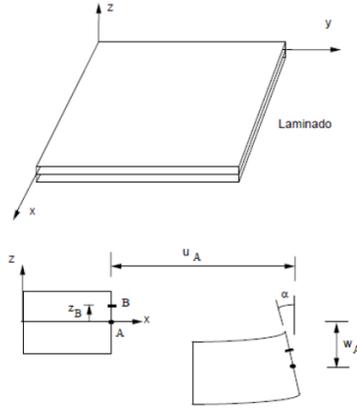


Fig. 3.8 Laminado [1].

Por lo que se plantea lo siguiente, tomando en cuenta la figura 3.8

$$\alpha = \frac{\partial w_A}{\partial x} \quad U_B = U_A - Z_B \alpha = U_A - Z_B \frac{\partial w_A}{\partial x} \quad (3.18)$$

Análogamente para expresar el desplazamiento del punto B en dirección y

$$\beta = \frac{\partial w_A}{\partial y} \quad v_B = v_A - Z_B \beta = v_A - Z_B \frac{\partial w_A}{\partial y} \quad (3.19)$$

A partir de los desplazamientos que sufrirá el laminado, se pueden calcular sus deformaciones como

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_B}{\partial x} = \frac{\partial U_A}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_A}{\partial x^2} \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial V_B}{\partial y} = \frac{\partial V_A}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_A}{\partial y^2} \quad (3.21)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U_B}{\partial y} + \frac{\partial V_B}{\partial x} = \frac{\partial U_A}{\partial y} + \frac{\partial V_A}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_A}{\partial x \partial y} \quad (3.22)$$

Junto con

$$\varepsilon_y = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (3.23)$$

Las ecuaciones anteriores pueden generalizarse para cualquier punto del laminado a una distancia z del plano medio de manera matricial como

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

El superíndice 0 se refiere a las deformaciones en el plano medio del laminado y los vectores del miembro de la derecha son iguales a:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial U_A}{\partial x} \\ \frac{\partial V_A}{\partial y} \\ \frac{\partial U_A}{\partial y} + \frac{\partial V_A}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad y \quad \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_A}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_A}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_A}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

Las expresiones para deformaciones de la ecuación anterior son aplicables para placas o placas delgadas. En el caso de que el laminado estuviera sometido a flexión pura ($\varepsilon_x^0 = \varepsilon_y^0 = \gamma_{xy}^0 = 0$) el campo de deformaciones se reduce:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

El estado de esfuerzos y deformaciones se representa por medio el esquema de la Figura 3.9, en el cual se puede apreciar que las deformaciones varían linealmente con la altura respecto al plano medio, a comparación de la variación de esfuerzos en cada lámina que no corresponde a ninguna ley prefijada.

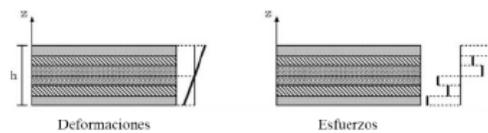


Fig. 3.9 Distribución de esfuerzos y deformaciones en un laminado simétrico sometido a momentos [1]

Suponiendo que sobre un laminado actúan momentos por unidad de longitud, como muestra en la Figura 3.10

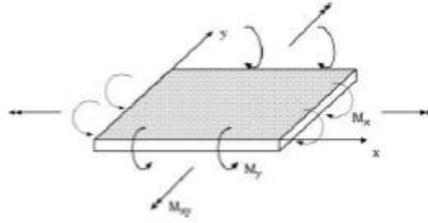


Fig. 3.10 Esfuerzos que actúan sobre el laminado [1].

Denominando $\{M\}$ al vector de momentos aplicados

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Se puede establecer el equilibrio entre los momentos aplicados y los esfuerzos producidos en el laminado, obteniéndose:

$$\{M\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\}z \, dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon\}z \, dz \quad (3.28)$$

Introduciendo la expresión del vector de deformaciones indicada en la ecuación (3.28) se deduce que:

$$\{M\} = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]z^2 \, dz \{k\} = [D] \{k\} \quad (3.29)$$

donde la matriz $[D]$ se puede obtener a partir de las matrices de rigidez de cada lámina, tal como se indica:

$$[D] = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]z^2 \, dz \quad (3.30)$$

La matriz $[D]$ se conoce como la matriz de rigidez a flexión pura del laminado y se puede obtener de la forma siguiente:

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^m [Q]^{(i)} [(z^{(i)})^3 - (z^{(i-1)})^3] \quad (3.31)$$

donde $[Q']^{(i)}$ es la matriz de rigidez de la lámina de índice “ i ” cuyas fibras forman un ángulo θ dado con el eje principal del laminado y, el índice “ i ” empieza a contar desde la superficie más interior del laminado. Cuando el laminado es simétrico, la ecuación (3.31) se representa de la siguiente manera

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{m/2} [Q']^{(j)} [(z^{(j)})^3 - (z^{(j-1)})^3] \quad (3.32)$$

Donde “ j ” representa la j -ésima lámina desde la capa inferior del laminado hasta el plano medio.

En los cálculos para diseño, se suelen emplear el conjunto de variables normalizadas y relaciones que se expresan a continuación:

$\{\sigma^f\} = \frac{\sigma^{(M)}}{h^2}$ Esfuerzo máximo medio en el laminado

$\{\varepsilon^f\} = \frac{h^{(k)}}{2}$ Deformación máxima del laminado

$[D^*] = \frac{12D}{h^3} = \frac{[D]}{I^*}$ Matriz de rigidez a flexión normalizada

$[d^*] = \frac{[d]h^3}{12} = [d]I^*$ Matriz de flexibilidad a flexión normalizada:

Donde $I^* = h^3/12$

Es posible expresar la ecuación (3.29) en función de estas nuevas variables:

$$\begin{aligned} \{\sigma^f\} &= [D^*]\{\varepsilon^f\} \\ \{\varepsilon^f\} &= [d^*]\{\sigma^f\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$\{\sigma^f\}$ = Vector de máximas deformaciones reales que aparecen en el laminado

$\{\varepsilon^f\}$ = Vector de esfuerzos máximos que aparecerían si el laminado fuera sustituido por la placa del mismo espesor, pero de material isótropo.

De la misma forma que en el caso de un laminado que trabaja bajo cargas contenidas en el plano, se definen las siguientes constantes ingenieriles:

$$\begin{aligned} E_1^f &= \frac{1}{d_{11}^*} & E_2^f &= \frac{1}{d_{22}^*} & E_6^f &= \frac{1}{d_{66}^*} & v_{21}^f &= -\frac{d_{21}^*}{d_{11}^*} & v_{12}^f &= -\frac{a_{12}^*}{a_{22}^*} & v_{61}^f &= -\frac{d_{61}^*}{d_{11}^*} \\ v_{16}^f &= -\frac{d_{16}^*}{d_{66}^*} & v_{62}^f &= -\frac{d_{62}^*}{d_{22}^*} & v_{26}^f &= -\frac{d_{26}^*}{d_{66}^*} \end{aligned} \quad (3.34)$$

El superíndice “ f ” significa que se trata de módulos y coeficientes en condiciones de flexión

3.1.1.3 Rigidez a flexión de laminados no simétricos

A diferencia de los laminados simétricos, la flexión viene acompañada con la aparición de deformaciones en su plano medio (figura 3.11)

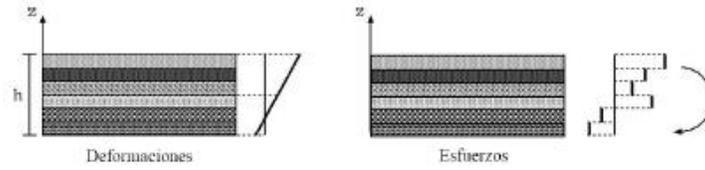


Fig. 3.11 Distribución de Esfuerzos y deformaciones de un laminado no simétrico sometido a flexión [1].

las deformaciones en un punto del laminado situado a una distancia z de su plano medio vendrá dadas por:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^0\} + z\{k\} \quad (3.35)$$

Estableciendo el equilibrio entre las acciones exteriores y los esfuerzos se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

$$\{N\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\}z \, dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon\} \, dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon^0\} \, dz + \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{k\}z \, dz \quad (3.36)$$

Donde

$$[A]\{\varepsilon^0\} = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon^0\} \, dz$$

$$[B]\{k\} = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{k\}z \, dz$$

$$\{M\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\}z^2 \, dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon\}z^2 \, dz = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon^0\}z^2 \, dz + \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{k\}z^3 \, dz \quad (3.37)$$

Donde

$$[B]\{\varepsilon^0\} = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{\varepsilon^0\}z \, dz$$

$$[D]\{k\} = \int_{-h/2}^{h/2} [Q]\{k\}z^2 \, dz$$

Por lo que de manera reducida las ecuaciones (36) y (37) pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} \{N\} &= [A]\{\varepsilon^0\} + [B]\{k\} \\ \{M\} &= [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{k\} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Las matrices $[A]$, $[B]$ y $[D]$ que aparecen en la ecuación (38) se determinan como:

$$[A] = \sum_{i=1}^m [Q]^{(i)} [z^{(i)} - z^{(i-1)}] \quad (3.39)$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [Q]^{(i)} [(z^{(i)})^2 - (z^{(i-1)})^2] \quad (3.40)$$

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^m [Q]^{(i)} [(z^{(i)})^3 - (z^{(i-1)})^3] \quad (3.41)$$

donde

m = Número total de láminas

$[Q]^{(i)}$ = Matriz de rigidez de la lámina i en ejes globales

$[B]$ = Matriz de acoplamiento, si el laminado es simétrico, esta matriz es nula

$[D]$ = Matriz de rigidez a flexión pura del laminado

*Teniendo i su origen en la superficie inferior del laminado

Mediante un arreglo matricial, y de manera similar que en los laminados simétricos, es posible expresar la ecuación (38) en forma normalizada [22]

$$\begin{aligned} \{\sigma^0\} &= [A^*]\{\varepsilon^0\} + [B^*]\{\varepsilon^f\} \\ \{\sigma^f\} &= 3[B^*]\{\varepsilon^0\} + [D^*]\{\varepsilon^f\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

donde las variables involucradas en la ecuación anterior son:

$\{\sigma_0\} = \{N\}^* = \{N\}/h$	Esfuerzo medio en el laminado
$\{\sigma_f\} = 6 \cdot \{M\}/h^2$	Esfuerzo máximo medio en el laminado
$\{\varepsilon_f\} = h \cdot \{k\}/2$	Esfuerzo máximo en el laminado
$[A^*] = [A]/h$	Matriz de rigidez normalizada
$[a^*] = h [A]$	Matriz de flexibilidad normalizada
$[B^*] = 2 \cdot [B]/h^2$	Matriz de acoplamiento normalizada
$[D^*] = 12 \cdot [D]/h^3 = [D]/I^*$	Matriz de rigidez a flexión normalizada

De acuerdo con Kaw [22], las constantes ingenieriles a flexión de un laminado son expresiones que se usan para determinar propiedades elásticas con la resolución de matrices para materiales compuestos laminados son:

$$E_x^f = \frac{12}{h^3 D_{11}^*} \quad (3.43)$$

$$E_y^f = \frac{12}{h^3 D_{22}^*} \quad (3.44)$$

$$G_{xy}^f = \frac{12}{h^3 D_{66}^*} \quad (3.45)$$

3.4 Introducción a los criterios de fallo

Como se ha desarrollado en el apartado anterior, es posible obtener las tensiones en las láminas conociendo los esfuerzos que actúan en el laminado. Estas tensiones pueden ser comparadas con los valores límites, prediciendo si el laminado fallará o no ante cargas externas. El concepto de fallo se puede definir cuando existe una separación completa o una fractura en el material. Pero de manera general sería “cuando el componente ya no puede cumplir la función para la que fue diseñado”. Esto incluye tanto la fractura total como la deformación o deflexión excesiva y la formación de grietas [48].

En un laminado, la resistencia se relaciona con la resistencia de cada lámina individual, por lo que los criterios de fallo se basan en las tensiones en dirección de la fibra o ejes locales, esto a causa de que la lámina es ortotrópica y sus propiedades son diferentes de acuerdo con su orientación. En el caso de una lámina unidireccional, hay dos ejes materiales, uno paralelo a la dirección de las fibras y otro perpendicular a ellas, por lo tanto, hay cuatro parámetros de resistencia normal para tensión (X_T , Y_T), y compresión (X_C , Y_C). El quinto parámetro es la resistencia a corte de una lámina unidireccional (S). Por lo tanto, el criterio de fallo se basa en encontrar primero las tensiones en los ejes locales y luego usar estos cinco parámetros para saber si la lámina unidireccional ha fallado o no [22].

Los criterios de fallo en un material compuesto pueden dividirse según en:

- **Criterios de límite:** Estos criterios predicen la carga de rotura y el modo comparando las tensiones de la lámina σ_1 , σ_2 , σ_6 , (o en su defecto las deformaciones ϵ_1 , ϵ_2 , γ_{12}) con su correspondiente resistencia por separado. La interacción entre las tensiones no es considerada.
- **Criterios interactivos:** Estos criterios predicen la carga de rotura mediante el uso de una sola ecuación cuadrática o de orden superior en la que intervienen todas las componentes de tensión (o deformación). El fallo se produce cuando se satisface dicha ecuación, y el modo de fallo se determina indirectamente mediante la comparación de las relaciones tensión/resistencia.

3.4.1 Criterios de fallo interactivos

La resistencia se puede determinar mediante la aplicación de criterios de fallo, para el estudio de este trabajo se utilizan criterios interactivos, ya que como su nombre lo indica, se expresan de tal manera que se tengan en cuenta las interacciones de las tensiones. Estos criterios se enfocan en que las cargas de fallo existentes en un material cuando está presente un estado de tensión multiaxial, difieren de las que existen cuando solo actúa una tensión uniaxial [22].

- **Criterio de Tsai-Hill:** Este criterio se basa en la teoría de fallo de la distorsión de Von Mises. La energía de deformación en un cuerpo se compone de dos partes: una debida a un cambio en el volumen, que se denomina energía de dilatación y la segunda se debe a un cambio en la forma y se denomina energía de distorsión. Se supone que el fallo del material solamente tiene lugar cuando la energía de distorsión es mayor que la energía de distorsión de fallo del material. Hill adoptó el criterio de la energía de distorsión de Von Mises para los materiales anisotrópicos. Entonces, Tsai adaptó lo anterior a una lámina unidireccional [22]. Con base en la teoría de la energía de distorsión, se propuso que una lámina falla si se viola la siguiente expresión:

$$(G_2 + G_3)\sigma_1^2 + (G_1 + G_3)\sigma_2^2 + (G_1 + G_2)\sigma_3^2 - 2G_3\sigma_1\sigma_2 - 2G_2\sigma_1\sigma_3 - 2G_1\sigma_2\sigma_3 + 2G_4\tau_{23}^2 + 2G_5\tau_{13}^2 + 2G_6\tau_{12}^2 < 1 \quad (3.46)$$

Las componentes $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5,$ y G_6 del criterio se determinan de la siguiente manera:

$$G_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{[(\sigma_2^T)_{ult}]^2} - \frac{1}{[(\sigma_1^T)_{ult}]^2} \right) \quad (3.47)$$

$$G_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{[(\sigma_1^T)_{ult}]^2} \right) \quad (3.48)$$

$$G_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{[(\sigma_1^T)_{ult}]^2} \right) \quad (3.49)$$

$$G_6 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{[(\tau_{12})_{ult}]^2} \right) \quad (3.50)$$

Debido a que la lámina unidireccional se supone que está bajo tensión plana, es decir, $\sigma_3 = \tau_{31} = \tau_{23} = 0$, por lo tanto G_4 y G_5 son igual a 0, la ecuación 3.46 se reduce a:

$$\left[\frac{\sigma_1}{(\sigma_1^T)_{ult}} \right]^2 - \left[\frac{\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1^T)_{ult}^2} \right] + \left[\frac{\sigma_2}{(\sigma_2^T)_{ult}} \right]^2 + \left[\frac{\tau_{12}}{(\tau_{12})_{ult}} \right]^2 < 1 \quad (3.51)$$

- **Criterio de Tsai-Wu:** Este criterio es uno de los más relevantes dentro de esta clasificación, ya que generaliza el criterio de fallo de Tsai-Hill distinguiendo entre las resistencias a compresión de las de tensión [8]. Este criterio está basado en el criterio de plastificación de materiales anisotrópicos de Hill, que a su vez se basado en el criterio de Von Mises para

materiales isótopos [49]. Con base en esta teoría la lámina falla si se viola la siguiente expresión:

$$H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 + H_6\tau_{12} + H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2 < 1 \quad (3.52)$$

Las componentes H_1 , H_2 , H_6 , H_{11} , H_{22} , y H_{66} se determinan de la siguiente manera:

$$H_1 = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_1^c)_{ult}} \quad (3.53)$$

$$H_2 = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_2^c)_{ult}} \quad (3.54)$$

$$H_6 = 0 \quad (3.55)$$

$$H_{11} = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}(\sigma_1^c)_{ult}} \quad (3.56)$$

$$H_{22} = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}(\sigma_2^c)_{ult}} \quad (3.57)$$

$$H_{66} = \frac{1}{(\tau_{12})_{ult}^2} \quad (3.58)$$

3.4.2 Modelos de Degradación

El análisis exitoso del fallo de un material compuesto, depende del criterio de falla escogido, así como el modelo de degradación seleccionado. Los criterios de falla sugieren las condiciones a las que ocurrirá el daño del material, en este caso en una lámina y el modelo de degradación es una representación matemática de las propiedades mecánicas después del daño ocurrido. De acuerdo con el modelo, la lámina dañada se descargará redistribuyendo la carga entre las láminas no dañadas. El proceso se repetirá hasta que no se pueda soportar más carga y se ha llegado al fallo final del laminado [50].

- **Modelo de Degradación total:** En este tipo de modelo, las propiedades son reducidas una vez, instantáneamente, a una fracción de su valor para el material intacto. Para este análisis, se consideran valores cercanos de cero para evitar conflictos en el análisis computacional. Este modelo consiste en eliminar por completo la contribución de la lámina que falla al conjunto [50]. Para el desarrollo de este problema, se utiliza este modelo para determinar el fallo sucesivo de cada lámina hasta obtener el fallo total del laminado. El procedimiento para determinar el fallo sucesivo en la primera y última lámina se describe mediante el diagrama de flujo de la figura 3.12.

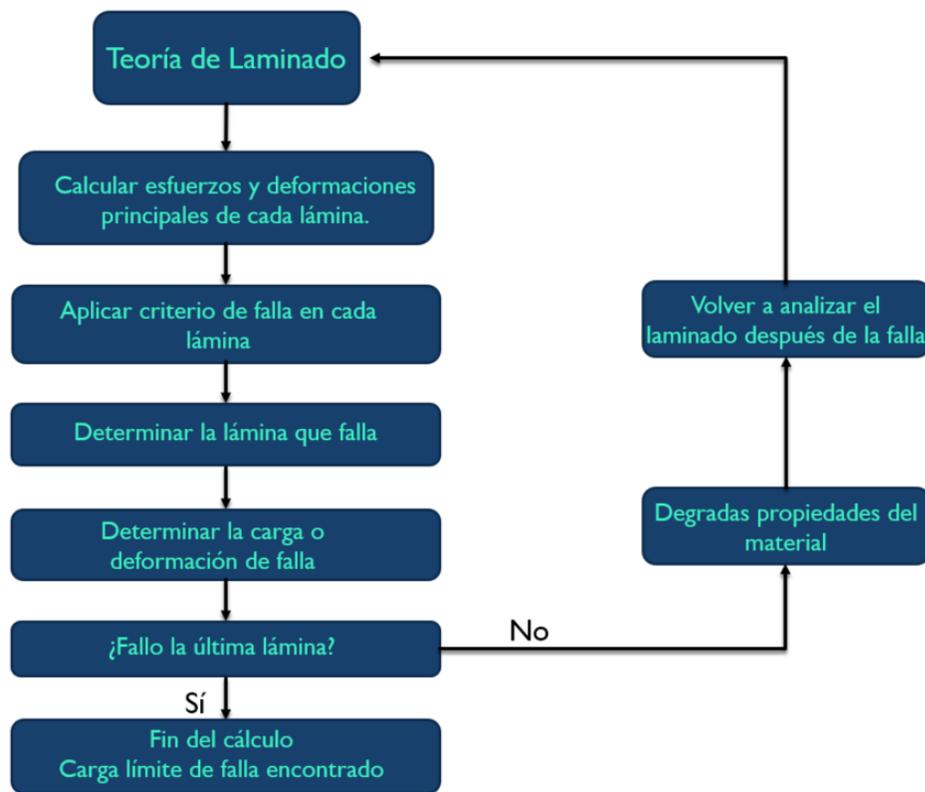


Fig. 3.12 Procedimiento para el fallo sucesivo de un laminado

3.5 Optimización de Diseño

Los materiales compuestos laminados han encontrado una amplia gama de aplicaciones en el diseño estructural, especialmente para estructuras ligeras que tienen rigurosos requerimientos de la rigidez y la fuerza. Aunque son un sustituto atractivo de los materiales metálicos, para muchas aplicaciones estructurales el análisis y diseño de estos materiales son considerablemente más complejos que las estructuras metálicas. Se puede lograr un diseño estructural eficaz que cumpla

todos los requisitos de aplicaciones específicas no solo dimensionando las áreas y espesores, si no también adaptando las propiedades del material mediante la elección adecuada de orientación, número y secuencia de apilado que componen el laminado compuesto [40].

Gürdal [40] menciona que el aumento del número de variables es a la vez una bendición y una maldición para el diseñador. Hay más controles para afinar la estructura y satisfacer los requisitos de diseño, pero el aumento de variables trae la carga adicional de seleccionar las variables que son importantes e identificar sus valores para la mejor solución del problema de diseño. La posibilidad de lograr un diseño eficiente que sea seguro contra múltiples mecanismos de falla, junto con la dificultad de seleccionar los valores de un gran conjunto de variables de diseño, hace que la optimización matemática sea una herramienta natural para el diseño de estructuras compuestas[51].

En general la optimización matemática tiene una función objetivo que mide la eficiencia del diseño. La maximización de esa eficiencia es realizada dentro de ciertos parámetros que limitan la elección del diseño. Tales parámetros se llaman restricciones. Por último, el problema de optimización tiene variables de diseño, que son parámetros que cambian durante el proceso de diseño, estas variables pueden ser continuas o discretas dependiendo de si pueden tomar valores continuos o están limitados a una serie de valores discretos. La notación comúnmente utilizada para variables de diseño, función objetivo y restricciones se define a continuación[52].

Se utiliza un vector “ \mathbf{x} ” con “ n ” componentes que describen las variables de diseño, en el caso de que alguna variable pueda ser discreta o limitada de otro modo, usamos X para denotar el dominio de estas variables. Para la función objetivo, se utiliza la notación $f(x)$ y para las restricciones $g(x)$ para restricciones de desigualdad y $h(x)$ para restricciones de igualdad [40]. Se escribe como sigue:

$$\mathbf{minimizar} \quad f(x) \quad \mathbf{x} \in X$$

Tal que

$$\begin{aligned} h_i(x) &= 0, \quad i = 1, \dots, n_e, \\ g_j(x) &\leq 0, \quad j = 1, \dots, n_g, \\ \mathbf{x}^L &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U \end{aligned}$$

De los elementos del vector \mathbf{x}^L y \mathbf{x}^U son los límites inferior y superior sobre los valores de las variables de diseño.

3.5.1 Algoritmos Genéticos

Darwin [53], en su libro el origen de las especies afirma que, debido a la lucha por la vida, cualquier variación, por insignificante y por cualquier causa de proceder, si es en alguna medida rentable a un individuo de cualquier especie, en sus relaciones infinitamente complejas con otros seres orgánicos y para la naturaleza externa, tenderá a la preservación y generalmente, será heredada a sus descendientes. Las crías tendrán una mejor oportunidad de sobrevivir, ya que, de los muchos individuos de cualquier especie, solo un pequeño número puede sobrevivir. A este principio de preservación se le conoce como selección natural [53]. A partir de este principio Holland [8] desarrolló una técnica de optimización aplicada a la programación mediante operadores de selección, cruza y mutación de una población para obtener soluciones óptimas para cualquier problema de optimización.

En los últimos años, ha habido un interés considerable en las técnicas metaheurísticas de optimización, tal como los algoritmos genéticos. El algoritmo genético es un método de resolución de problemas que utiliza la genética como su modelo de resolución de problemas [7]. Los algoritmos genéticos (GA) son técnicas de búsqueda capaces de encontrar soluciones aproximadas a los problemas de optimización. El problema consiste en encontrar la solución que mejor se adapte, es decir, la que tenga más beneficios de todas las soluciones posibles. El GA maneja una población con posibles soluciones, cada solución es representada a través de un cromosoma, después hay que aplicar una serie de operadores de reproducción que se aplican directamente dentro de los cromosomas donde se realizan mutaciones y recombinaciones sobre soluciones al problema (Figura 3.13)[54]. Los algoritmos genéticos tratan de emular el proceso de selección natural al generar una población de individuos virtuales representados por bits y someterlos a un medio ambiente por medio de una función de aptitud, durante un periodo de tiempo. La función de aptitud es básicamente una función matemática que discrimina a aquellos individuos lejanos de una solución deseada y favorece el crecimiento de aquellos que se encuentran cerca de ella. Estos requieren de un enorme poder de procesamiento, pero pueden solucionar problemas que no se sabe cómo resolver o no es posible resolverlo rápidamente.

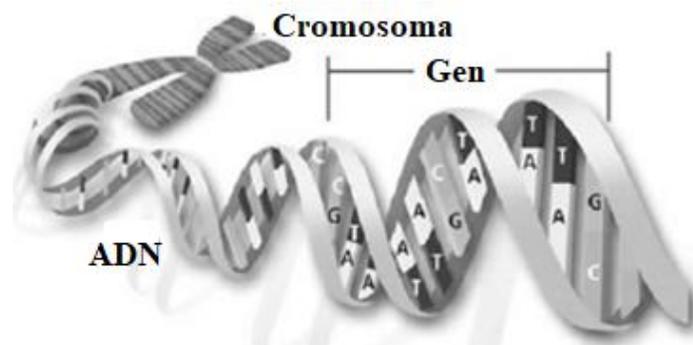


Fig. 3.13 Cromosoma [54].

La idea básica del algoritmo genético es generar un nuevo conjunto de diseños (Población) a partir del conjunto actual, de tal manera que se mejore la aptitud de la población. Cada iteración consta de los siguientes pasos [51]:

Selección: Es un operador donde se copia un diseño antiguo en la nueva población de acuerdo con la aptitud del diseño.

Cruce: Permite que los miembros seleccionados de la nueva población intercambien características de diseño entre sí. El cruce implica la selección de la posición inicial y final de un par de cadenas seleccionadas, llamadas cadenas de apareamiento.

Mutación: Este paso protege el proceso de una pérdida completa de valioso material genético durante la reproducción y cruce.

Las tres etapas anteriores se repiten hasta que no se pueda lograr ninguna mejora en la aptitud, y el miembro más alto de aptitud se toma como el diseño óptimo [51].

El pseudocódigo para algoritmo genético básico es el siguiente:

- **[Inicio]** Generar una población aleatoria de n cromosomas. (Soluciones adecuadas para el problema.
- **[Aptitud]** Evaluar la aptitud $f(x)$ en cada cromosoma x en la población.
- **[Nueva Población]** Crear una nueva población repitiendo los pasos siguientes hasta que la nueva población esté completa.
 - **(Selección)** Seleccionar dos cromosomas progenitores de una población según su condición física (La mejor condición tiene la mayor probabilidad de ser seleccionado).
 - **(Cruce)** Intercambio de información entre padres para formar nuevos hijos.
 - **(Mutación)** Mutación en cada nueva descendencia.
 - **(Aceptar)** Colocar nueva descendencia en una nueva población.
 - **(Reemplazar)** Utiliza una nueva población para una suma adicional del algoritmo.
 - **(Prueba)** Si se cumple la condición final, se detiene y devuelve la mejor solución a la población.
 - **(Loop)** Regresar al paso 2 para la evaluación de la aptitud.

Este proceso se puede explicar a través del ciclo descrito en la figura 2.5, donde la reproducción es el proceso por el cual el material genético en dos o más progenitores se combina para obtener uno o más descendientes. En el paso de evaluación del estado físico, se evalúa la calidad del individuo. La mutación se realiza a un individuo para producir una nueva versión de ella donde algo del material genético original ha sido cambiado al azar. El proceso de selección ayuda a

decidir qué individuos se van a utilizar para la reproducción y mutación con el fin de producir nuevos puntos de búsqueda [54].

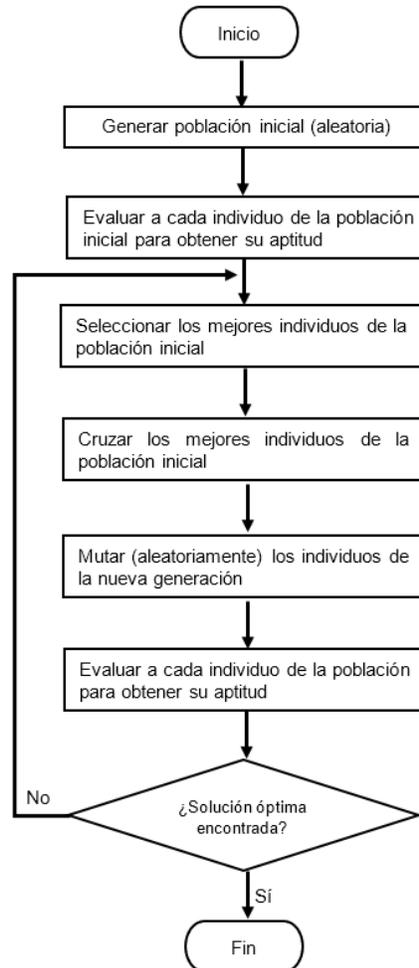


Fig. 3.14 Diagrama de flujo de Algoritmo Genético [54]

3.5.2 Esquema general del Algoritmo Genético

Un GA utiliza una población de individuos, donde cada individuo representa una solución para el problema en cuestión. Las características de un individuo se representan con un cromosoma o genoma.

El funcionamiento de un GA se describe a continuación:

1. Generar la Población Inicial (PI) con las diferentes capas y los ángulos en diferentes posiciones. Guardar cada configuración en una matriz, la cual contendrá:

0	θ	θ	θ	θ	θ	σ	St
1							
...							
n							

Fig. 3.15 Lámina conformada por una matriz y refuerzos de fibras largas

Donde θ es el ángulo, σ es la resistencia máxima (*fitness*) y “St” es el estatus del individuo (0,1), el cual servirá para indicar si ha sido o no seleccionado. El método consiste en elegir valores de genes al azar del conjunto de valores establecido. El objetivo de esta selección aleatoria es asegurar que la población inicial represente de manera uniforme todo el espacio de búsqueda. El conjunto de genes seleccionado formará un cromosoma (o individuo), que representa una solución para el problema que se desarrolla [20]. La cantidad mínima de individuos es de 100 para generar diversidad, a mayor diversidad, se obtienen diferentes valores de los cuales se podrá obtener uno cercano al óptimo, pero no el óptimo.

2. Obtener el Fitness (Aptitud) de cada individuo. Para saber la aptitud de cada individuo, es necesario evaluar las poblaciones de cada generación utilizando la función objetivo. En este caso la función objetivo es maximizar la resistencia del laminado. Es necesario que cada individuo tenga un valor para que pueda competir con los otros y obtener el mejor de ellos.

3. Obtenidos los valores de resistencia, ejecutar el primer operador del algoritmo, en este caso la **Selección**, basándose en el fitness (Aptitud) de cada individuo. La selección se realiza de forma aleatoria mediante un porcentaje de selección, el cual se obtuvo mediante la sintonización. El criterio de selección es: elegir al individuo con mayor aptitud.

4. Una vez seleccionados los individuos, se realiza el operador de **cruzamiento**. A partir de este operador, se vuelve a recuperar la población mediante un punto de cruce con base en los individuos previamente seleccionados (llamados padres). Se generan nuevos individuos.

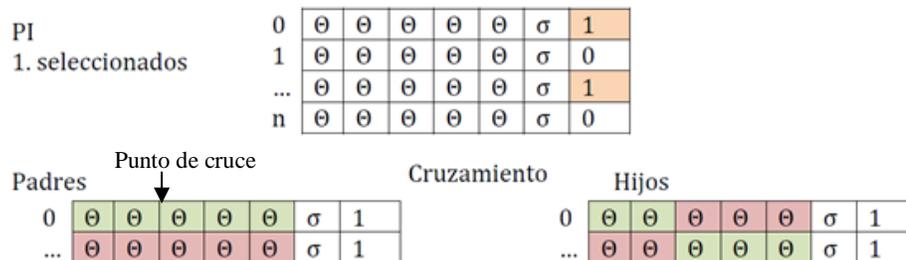


Fig. 3.16 Cruce entre individuos seleccionados

5. El último operador genético es la **Mutación**, el cual también debe ser sintonizado. Para esto es necesario:

- Seleccionar aleatoriamente un individuo.
- Seleccionar aleatoriamente un gen del individuo.

	Gen						
0	θ	θ	θ	θ	θ	σ	0
1	θ	θ	θ	θ	θ	σ	1
...	θ	θ	θ	θ	θ	σ	0
n	θ	θ	θ	θ	θ	σ	1

Gen

Fig. 3.17 Mutación aleatoriamente en un gen del individuo

6. Finalmente, se obtiene la primera generación. Se realiza la evaluación de la nueva generación para obtener al mejor individuo de la misma. Los operadores genéticos se aplican nuevamente hasta que la población empieza a converger; es decir, hasta que el “mejor” de los individuos ya no mejora, el GA termina.

Capítulo 4

Metodología de Solución

Un laminado tiene mejores propiedades mecánicas elásticas que algunos materiales comerciales, haciéndolo un gran material para un sinnúmero de aplicaciones, sin embargo, al modificar determinadas variables al compuesto, como el orden de apilamiento, la fracción de volumen de las fibras, el espesor, entre otras; es posible, obtener mejores propiedades mecánicas de las que anteriormente tenía, dependiendo de la aplicación para la que fue diseñado el laminado [1].

En este capítulo se presenta la descripción de los parámetros que rigen la formulación de un algoritmo para el análisis de un diseño óptimo de un laminado compuesto, esto es a partir de los trabajos revisados dentro del estado del arte, por lo que se implementa una metodología para el análisis de un algoritmo genético con el fin de obtener un diseño óptimo de laminado maximizando la resistencia y tomando como variables la orientación de las fibras (ver figura 4.1).

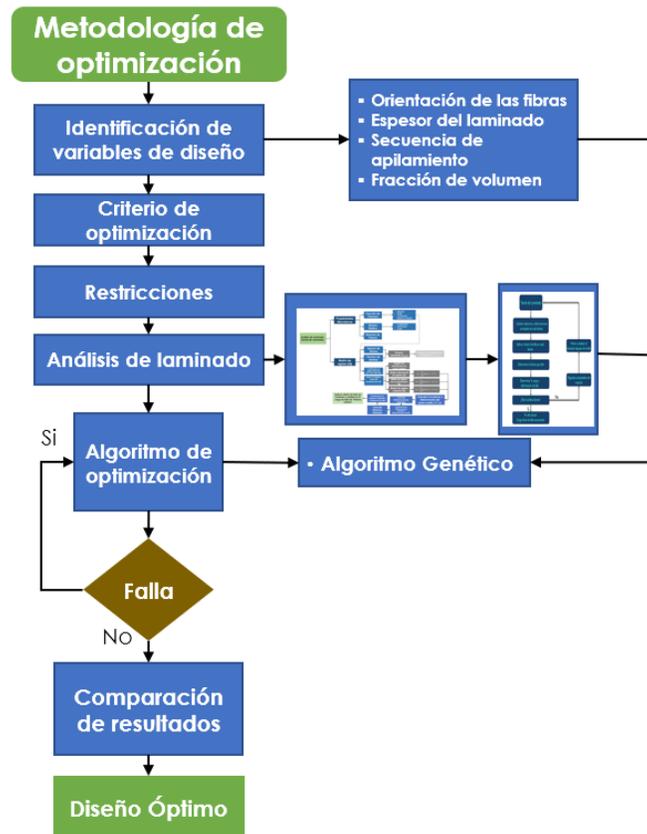


Fig. 4.1 Diagrama de Flujo para la metodología de optimización de un laminado compuesto

Durante el análisis del laminado, se determinan los esfuerzos y deformaciones en cada lámina del laminado para poder predecir la carga a la que se produce el fallo del laminado. En el diagrama de la figura 4.2, se muestra la metodología para el análisis del laminado, comienza introduciendo las propiedades del material y posteriormente se obtienen las matrices de rigidez $[Q]$; obtenido esto, se determinan los coeficientes de rigidez y las matrices de rigidez reducida con la que se obtienen la matriz extensional de rigidez $[A]$, la matriz de acoplamiento $[B]$ y la matriz de rigidez a flexión $[D]$, y con los cuales podemos determinar los esfuerzos y deformaciones locales para aplicar el criterio de falla correspondiente.

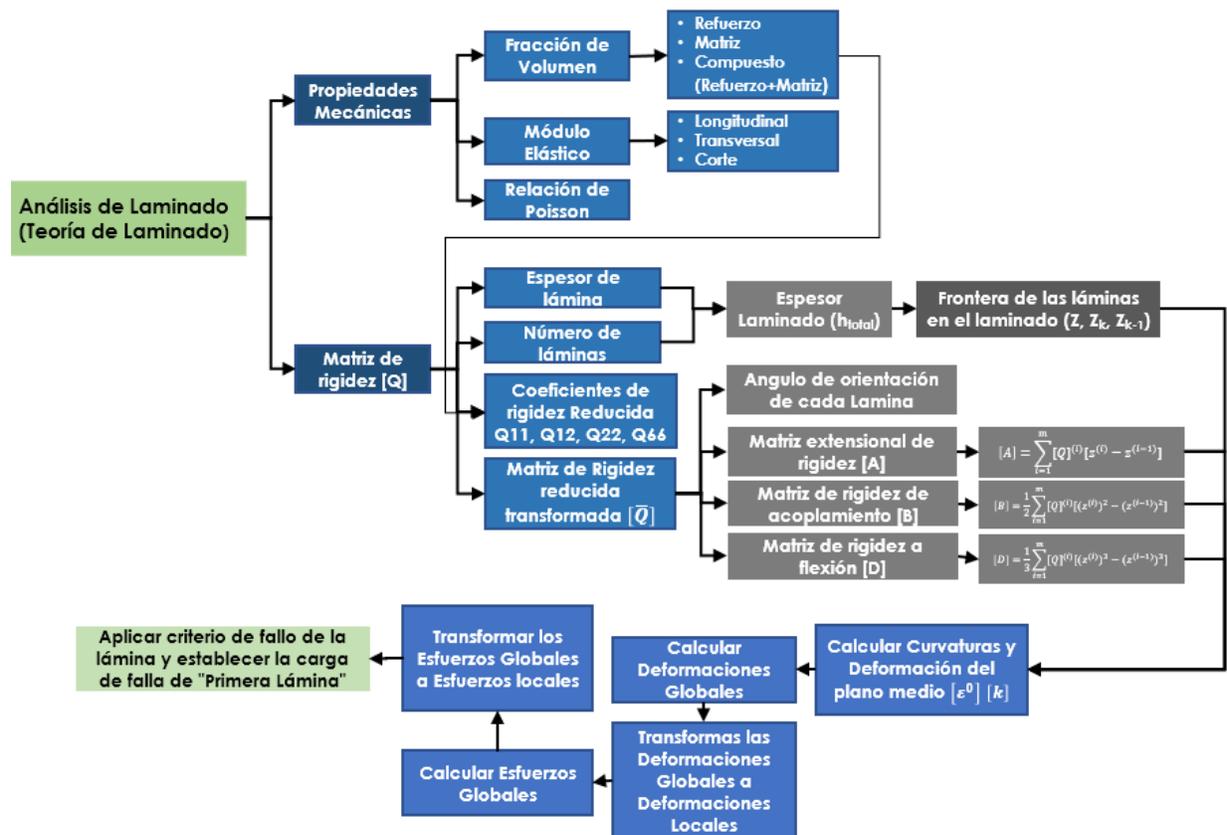


Fig. 4.2 diagrama de flujo para el análisis del laminado

4.1 Formulación del problema de diseño óptimo

La formulación de un problema de optimización de diseño, implica traducir una declaración descriptiva de la misma en una declaración matemática bien definida [55]. La importancia de formular adecuadamente un problema de optimización del diseño debe ser enfatizada porque la solución óptima será tan buena como la formulación. Por ejemplo, si se omite incluir una restricción crítica en la formulación, la solución óptima probablemente la violará. Además, si tenemos demasiadas restricciones, o si son inconsistentes, puede que no haya solución [51].

Para la mayoría de los problemas de optimización de diseño, se utiliza el siguiente procedimiento de formulación:

- Definición de variables de diseño
- Criterio de optimización
- Formulación de restricciones

4.1.1 Definición de variables de diseño

La noción de mejorar u optimizar una estructura supone implícitamente cierta libertad para cambiar la estructura. El potencial de cambio se expresa típicamente en términos de rangos de cambios admisibles de un grupo de parámetros. Estos parámetros se denominan generalmente variables de diseño en la terminología de optimización. Las variables de diseño pueden ser dimensiones transversales o tamaños de miembro, pueden ser parámetros que controlan la geometría de la estructura, sus propiedades de material, etc. Las variables de diseño pueden tomar valores continuos o discretos. Las variables de diseño continuo tienen un rango de variación, y pueden tomar cualquier valor en ese rango. Las variables de diseño discreto sólo pueden tomar valores aislados, típicamente de una lista de valores permisibles. Las variables de diseño del material suelen ser discretas [55].

Como se menciona en el estado del arte las variables que influyen directamente en la resistencia del laminado son: orientación de las fibras, secuencia de apilamiento, fracción de volumen y espesor de laminado. En este sentido para el algoritmo empleado en el presente trabajo solo se enfoca en la orientación de las fibras (Figura 4.3), porque de acuerdo en lo reportado en la literatura es la variable con más impacto dentro de la resistencia en el laminado [4].

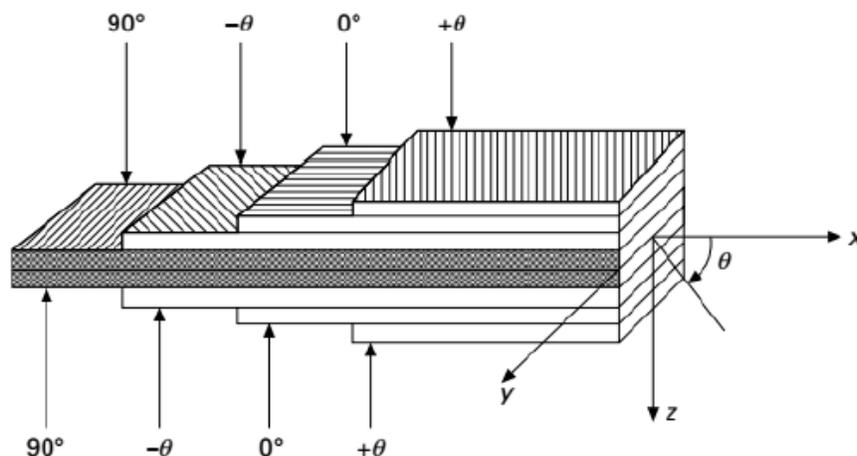


Fig. 4.3 Orientación de láminas dentro de un laminado [4].

4.1.2 Criterio de optimización

Dentro de la formulación de un problema de optimización, puede haber muchos diseños factibles, y algunos son mejores que otros. La pregunta es cómo comparar diseños y designar uno mejor que otro. Para esto, se debe tener un criterio que asocie un número con cada diseño. Así, se especifica el mérito de un diseño dado. El criterio debe ser una función escalar cuyo valor numérico puede obtenerse una vez especificado el diseño, es decir, debe ser una función del vector variable de diseño x . Este criterio se denomina normalmente función objetivo para el problema de diseño óptimo, y necesita ser maximizado o minimizado dependiendo de los requisitos del problema [51].

El objetivo de este estudio es maximizar la resistencia de los laminados compuestos al tomar como variable principal la orientación de las capas para un espesor dado de lámina. La orientación de las fibras se toma como variable de diseño y el criterio de falla de Tsai-Wu como función de aptitud.

Por lo tanto, cada gen representa un ángulo de capa como se muestra en la figura 4.3, y el problema de optimización se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } f_{TW}(\theta) &= H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 + H_6\tau_{12} + H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2 < 1 \\ \text{Sujeto a } & -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{aligned} \quad (4.1)$$

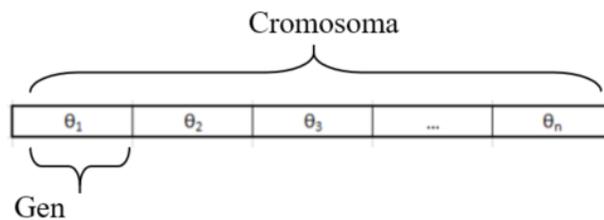


Fig.4.4 Representación de los genes en cada laminado

4.1.3 Formulación de restricciones

El paso final en el proceso de formulación es identificar todas las limitaciones y desarrollar expresiones para ellas. Los sistemas más realistas deben ser diseñados y fabricados con los recursos dados y deben cumplir con los requisitos de desempeño.

Estas restricciones, al igual que otras, deben depender de las variables de diseño, ya que sólo entonces cambian sus valores con diferentes diseños de ensayo, es decir, una restricción significativa debe ser una función de al menos una variable de diseño [51].

Para el algoritmo desarrollado se toman en cuenta las siguientes restricciones:

- **Material**

Para la ejecución del algoritmo genético se utilizaron las propiedades del material utilizado en trabajos experimentales [1]. Se trabaja con materiales certificados, en este caso la matriz (Resina epoxi INF-114-211) y el refuerzo (fibra de carbono) ya que sus propiedades mecánicas se encuentran verificadas por la normatividad correspondiente. Las propiedades del material con el que se alimenta el algoritmo son representadas en la tabla 4.1, tabla 4.2 y tabla 4.3.

Matriz Resina epoxi					
<i>Resistencia a compresión</i>	<i>Resistencia a la tensión</i>	<i>Módulo a tensión</i>	<i>Elongación a tensión</i>	<i>Resistencia a flexión</i>	<i>Módulo a flexión</i>
94 MPa	66 MPa	3.69 GPa	2.6%	118 MPa	3.43 GPa

Tabla 4.1 Tabla de propiedades de la matriz

Refuerzo Fibra de carbono			
<i>Densidad</i>	<i>Resistencia a tensión</i>	<i>Módulo a tensión</i>	<i>Espesor</i>
1.8 g/cc	66 MPa	4.9021 GPa	0.15385 mm

Tabla 4.2 Tabla de propiedades del Refuerzo (FC)

Fibra de Carbono/Resina epoxi	
<i>Módulo de Young longitudinal (GPa)</i>	135
<i>Módulo de Young transversal (GPa)</i>	10
<i>Módulo de corte (GPa)</i>	5
<i>Poisson Mayor</i>	0.3
<i>Resistencia última a tensión (MPa)</i>	1500
<i>Resistencia última a compresión (MPa)</i>	1200
<i>Resistencia última a tensión (MPa)</i>	50
<i>Resistencia última a compresión (MPa)</i>	250
<i>Resistencia a cortante (MPa)</i>	50

Tabla 4.3 Tabla de propiedades en conjunto (Refuerzo-Matriz)

- **Geometría de laminado**

Al igual que en el material, la geometría se toma con base en las probetas experimentales de trabajos previos [33]. Las especificaciones de la probeta se muestran en la Figura 4.4 y Tabla 4.4.

<i>Características geométricas de la probeta</i>	
<i>Parámetro</i>	<i>Requisito</i>
<i>Forma</i>	<i>Sección transversal rectangular</i>
<i>Espesor</i>	<i>4 mm</i>
<i>Ancho de la probeta</i>	<i>13 mm</i>
<i>Longitud entre apoyos</i>	<i>Relación 32:1 respecto al espesor de la probeta</i>
<i>Longitud total de la probeta</i>	<i>20% más largo que la longitud entre apoyos</i>

Tabla 4.4 Características geométricas del laminado

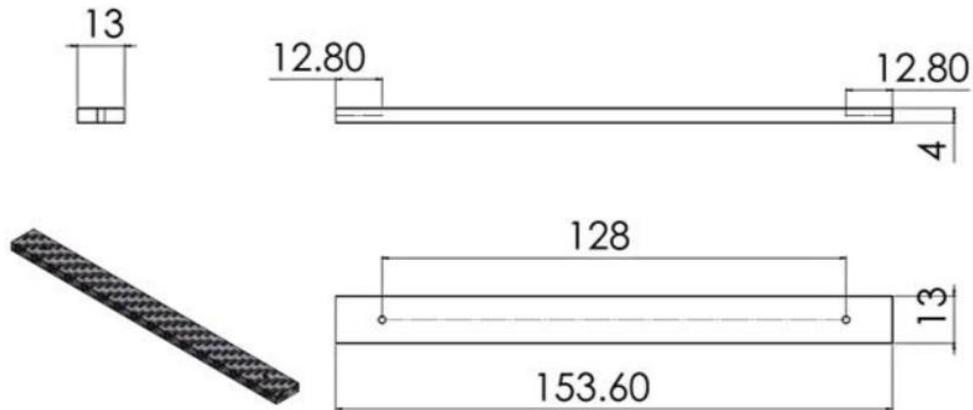


Fig. 4.5 Dimensiones de la probeta (mm) [1].

4.2 Ejecución del Algoritmo Genético

- **Población Inicial**

La mayoría de los AG funcionan con un número fijo de individuos en la población a lo largo del proceso de optimización, característica que se observa en este estudio, ya que facilita la ejecución del algoritmo. De la revisión del estado del arte, varios autores coinciden en que una población de gran tamaño la exactitud del algoritmo se acerca al 100%. Cuanto mayor sea el tamaño de la población, mayor será la posibilidad de acercarse a la solución óptima [56].

Por tanto, definir el tamaño de la población depende en gran medida del problema a optimizar y las variables utilizadas, por lo que para este trabajo se considera una población inicial de 100 individuos. Cada individuo representa un laminado conformado por 30 láminas.

Al ejecutar el algoritmo, la función que genera la población inicial recibe una población de “n” individuos, donde cada individuo representa un laminado. En la figura 4.6 se muestra un ejemplo de una población generada. Cada fila representa un individuo (laminado asimétrico), el cual está compuesto por diferentes orientaciones generadas aleatoriamente.

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ	Θ_n
Laminado 1	-60	-40	-55	-55	-31	...	85
Laminado 2	-30	17	73	37	-22	...	-34
Laminado 3	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53
Laminado 4	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53
Laminado 5	-74	17	-47	62	65	...	7
Laminado 6	-74	17	-47	62	65	...	7
Laminado 7	-19	-58	24	22	-31	...	-48
Laminado 8	-19	-58	24	22	-31	...	-48
Laminado 9	-68	-5	65	-83	35	...	74
Laminado 10	-68	-5	65	-83	35	...	74
Laminado
Laminado n	33	18	-70	54	21	...	-74

Tabla. 4.6 Población inicial generada aleatoriamente

Una vez generada la población inicial, se evalúan los laminados mediante la teoría de laminados para obtener esfuerzos y deformaciones en cada lámina para predecir la carga de fallo mediante el criterio de falla de Tsai-Wu y determinar así la resistencia máxima que soporta ese laminado. Lo anterior se puede observar en la figura 4.7.

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ	Θ_n	σ_{max} (Pa)
Laminado ₁	-60	-40	-55	-55	-31	...	85	140.83
Laminado ₂	-30	17	73	37	-22	...	-34	47.81
Laminado ₃	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53	104.08
Laminado ₄	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53	129.24
Laminado ₅	-74	17	-47	62	65	...	7	52.45
Laminado ₆	-74	17	-47	62	65	...	7	141.89
Laminado ₇	-19	-58	24	22	-31	...	-48	77.83
Laminado ₈	-19	-58	24	22	-31	...	-48	105.88
Laminado ₉	-68	-5	65	-83	35	...	74	62.18
Laminado ₁₀	-68	-5	65	-83	35	...	74	226.10
Laminado	
Laminado _n	33	18	-70	54	21	...	-74	42.86

Tabla. 4.7 Resistencia máxima σ_{max} obtenido mediante criterio de fallos Tsai-Wu

Una vez creada la población inicial el AG comienza su proceso de búsqueda; empleando los operadores genéticos se crea una nueva generación de individuos a partir de la generación anterior. A continuación, se describen los operadores utilizados en el AG desarrollado en este trabajo.

4.2.1 Operador de Selección

Recordando el capítulo anterior, el proceso de selección consiste en reproducir aquellos individuos más adaptados al problema con base en la aptitud. La aptitud de un individuo se define a través de la función objetivo, diseñada para contener las características importantes de las estructuras en la optimización. Ya que la formulación de la función objetivo es específica del problema a optimizar, no existe un método estándar para su elaboración.

La técnica utilizada en este operador de selección es por torneo, ya que, de acuerdo con la literatura, es la que mejor resultados genera por lo que se decidió aplicar a este trabajo de investigación [20]. La forma en que opera es la siguiente:

- De la población, se seleccionan dos individuos y compiten de acuerdo con su aptitud (Resistencia máxima σ_{max}) la cual se obtiene aplicando la función objetivo.
- Se compara la aptitud de ambos individuos y el que tenga mejor valor es seleccionado; es decir, será un probable padre que será elegido en el siguiente operador para generar un nuevo individuo, esta selección se puede observar en la figura 4.8 resaltadas con un color gris.

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ	Θ_n	σ_{\max} (MPa)
Laminado 1	-60	-40	-55	-55	-31	...	85	140.83
Laminado 2	-17	62	21	-22	68	...	-13	47.81
Laminado 3	-30	17	73	37	-22	...	-34	104.08
Laminado 4	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53	129.24
Laminado 5	-8	-67	-89	41	-26	...	-82	52.45
Laminado 6	-74	17	-47	62	65	...	7	141.89
Laminado 7	47	-28	-7	25	76	...	70	77.83
Laminado 8	-19	-58	24	22	-31	...	-48	105.88
Laminado 9	-86	19	-70	-17	70	...	83	62.18
Laminado 10	-68	-5	65	-83	35	...	74	226.10
Laminado
Laminado n	33	18	-70	54	21	...	-74	42.86

Tabla. 4.8 Selección por torneo con respecto a su aptitud

De manera representativa la figura 4.9 muestra la nueva población que se obtuvo de la selección por torneo y que pasarán al siguiente operador. Esta nueva selección son los individuos con mayor aptitud, en este caso con mayor resistencia. La selección la hace mediante torneo, donde los hace competir uno con respecto a otro y el resultado final se muestra en la columna de color amarillo, donde se observa que los valores de resistencia son los valores máximos encontrados en este operador.

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ	Θ_n	σ_{\max} (Pa)
Laminado 1	-60	-40	-55	-55	-31	...	85	140.83
Laminado 2	-30	17	73	37	-22	...	-34	104.08
Laminado 3	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53	129.24
Laminado 4	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53	129.24
Laminado 5	-74	17	-47	62	65	...	7	141.89
Laminado 6	-74	17	-47	62	65	...	7	141.89
Laminado 7	-19	-58	24	22	-31	...	-48	105.88
Laminado 8	-19	-58	24	22	-31	...	-48	105.88
Laminado 9	-68	-5	65	-83	35	...	74	226.10
Laminado 10	-68	-5	65	-83	35	...	74	226.10
Laminado
Laminado n	33	18	-70	54	21	...	-74	42.86

Tabla. 4.9 Población generada con los individuos con mayor aptitud.

4.2.2 Operador de Cruzamiento

Una vez que se tiene el grupo seleccionado, se produce a la cruce entre individuos. En esta etapa se realiza un intercambio de información (entre individuos) para formar a los descendientes de la población que serán la siguiente generación. En esta investigación se utiliza el cruzamiento en punto único de cruce (figura 4.10), el cual funciona así: se escoge de acuerdo con el tamaño del laminado un punto, y a partir de ahí se realiza el intercambio de información, generando dos nuevos individuos. La figura 4.10 muestra como ejemplo resaltado en color gris, el punto de cruce entre los dos individuos y haciendo el intercambio de información, en este caso de orientaciones para obtener un nuevo laminado que puede ser mejor.

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ	Θ_n
Laminado ₁	-30	17	73	-55	-31	...	85
Laminado ₂	-60	-40	-55	37	-22	...	-34
Laminado ₃	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53
Laminado ₄	-78	-58	-74	-7	-89	...	-53
Laminado ₅	-74	17	-47	62	65	...	7
Laminado ₆	-74	17	-47	62	65	...	7
Laminado ₇	-19	-58	24	22	-31	...	-48
Laminado ₈	-19	-58	24	22	-31	...	-48
Laminado ₉	-68	-5	65	-83	35	...	74
Laminado ₁₀	-68	-5	65	-83	35	...	74
Laminado
Laminado _n	-85	59	67	54	21	...	-74

Tabla. 4.10 Cruzamiento en un punto de cruce.

A partir del punto de cruce, los dos padres generan dos descendientes con características diferentes a las de sus ancestros, las cuales se espera que sean mejores y puedan superar a sus descendientes.

4.2.3 Operador de Mutación

En la mutación, se selecciona aleatoriamente un individuo y un gen para sustituir el valor actual por uno nuevo respetando el rango (figura 4.11). Dentro de este operador se vuelve a evaluar la resistencia máxima mediante el análisis de laminado y criterios de falla para obtener un valor de resistencia máxima.

	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	Θ	Θ_n
Laminado ₁	-30	22	73	-48	-31	...	63
Laminado ₂	-60	-40	67	37	-22	...	-34
Laminado ₃	-78	22	-74	-48	-89	...	63
Laminado ₄	-78	-58	67	-7	-89	...	-53
Laminado ₅	-74	22	-47	-48	65	...	63
Laminado ₆	-74	17	67	62	65	...	7
Laminado ₇	-19	22	24	-48	-31	...	63
Laminado ₈	-19	-58	67	22	-31	...	-48
Laminado ₉	-68	22	65	-48	35	...	63
Laminado ₁₀	-68	-5	67	-83	35	...	74
Laminado
Laminado _n	-85	59	67	54	21	...	-74

Tabla. 4.11 Genes seleccionados para realizar mutación.

Todos los operadores que componen el algoritmo genético forman parte de un proceso iterativo que lleva a la evolución de las soluciones en cada generación. Sin embargo, ninguno de esos operadores define un fin para el proceso de optimización. Lo ideal dentro de este caso sería que el proceso finalizara cuando la solución óptima sea encontrada, pero esto no es posible ya que el valor óptimo no se conoce, por lo que debe plantearse un criterio de paro para el algoritmo.

Para este caso se utiliza la sintonización de generaciones que consisten en evaluar cierto número de generaciones en cada ejecución para obtener un promedio de valores óptimos que conduce a la convergencia del algoritmo.

La ejecución de este programa continúa hasta alcanzar la convergencia. El diagrama de flujo del AG se puede observar en la figura 4.6. El diagrama comienza con la declaración de variables y así como tamaño de la población y número de generaciones por ejecución, posteriormente evalúa cada individuo (en este caso laminado) y seguido de esto entran a los operadores genéticos, guarda el valor máximo de resistencia y continúa iterando hasta alcanzar el número de generaciones propuesto.

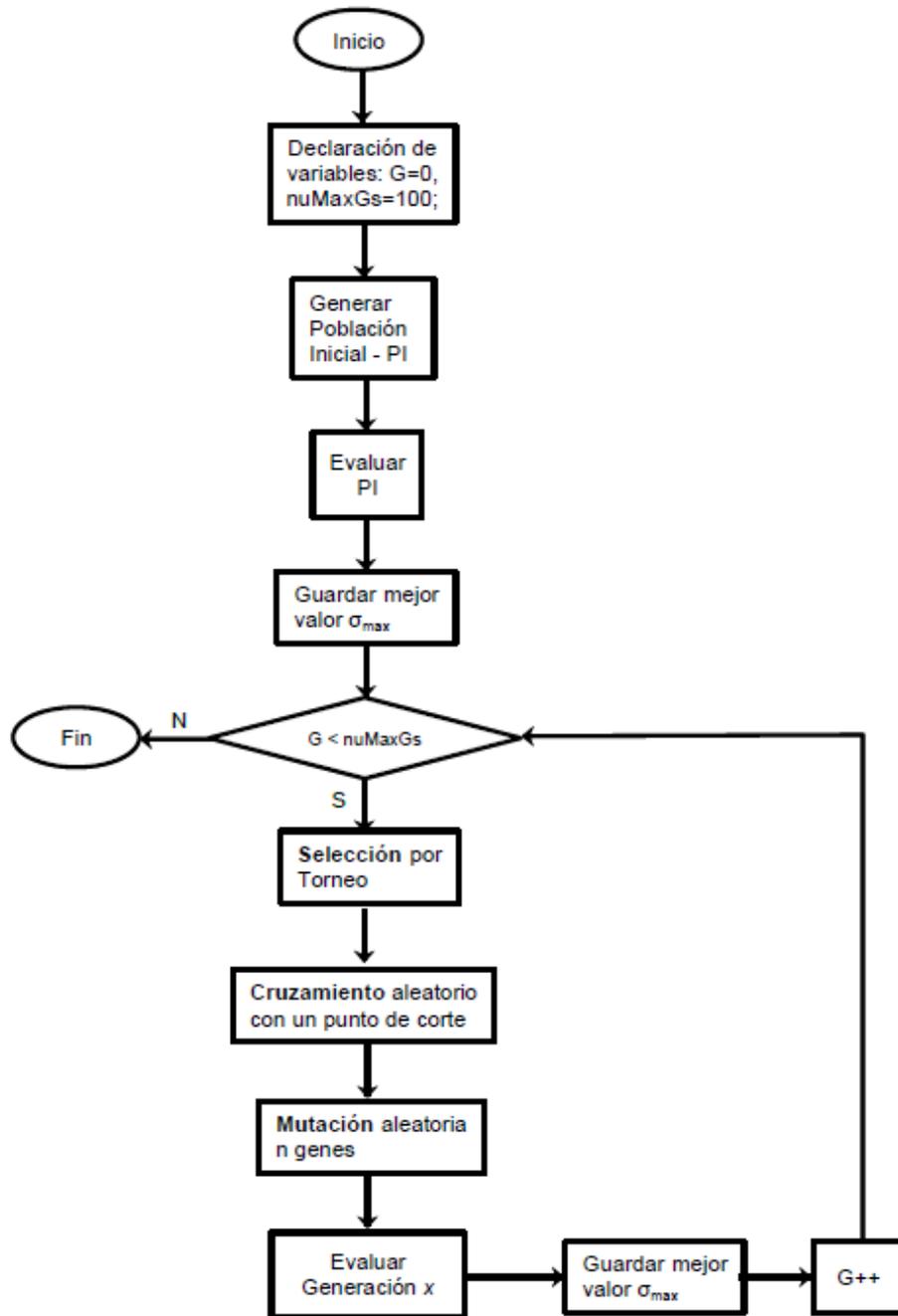


Fig. 4.6 Diagrama de Flujo del Algoritmo Genético para obtener la máxima resistencia de laminados.

Capítulo 5

Resultados y Discusión

5.1 Introducción

Este capítulo se centra en la sintonización y pruebas realizadas al algoritmo con el propósito de mostrar los resultados y la eficiencia del mismo. El capítulo se desarrolla con la validación de los resultados del algoritmo con resultados obtenidos de la experimentación [1] como una primera actividad, se comparan y se hace una discusión. Posteriormente se hace el análisis de resultados del algoritmo a través de las variables de estudio para poder cumplir con el objetivo del proyecto.

5.2 Validación del Algoritmo

La tabla 5.1 muestra la caracterización mecánica, de cada una de las probetas antes de ser sometidas a experimentación, y posteriormente se muestran los análisis y comparaciones con respecto al algoritmo realizado. Los datos mostrados en la tabla se obtuvieron en ensayos experimentales de trabajos previos obtenidos de a través de la caracterización probetas de material de compuesto de matriz polimérica (resina epoxi), reforzado con fibras de carbono y otras probetas reforzadas con fibra de vidrio [1].

<i>Lote</i>	<i>Configuración</i>	<i>Láminas</i>	<i>Refuerzo</i>	<i>Probeta</i>	<i>espesor (mm)</i>	<i>Largo (mm)</i>	<i>ancho (mm)</i>	<i>masa laminado (gr)</i>	<i>Fracción de volumen de fibras (Vf)</i>
1	(0/90/90/0)13/2	26	Carbono	1	3.97	153.6	13.07	11.76	0.5918
				2	4.09	153.6	13.09	11.2	
				3	4.08	153.6	13.06	11.76	
				4	4.1	153.6	13.14	11.16	
				5	3.98	153.6	13.04	11.32	
2	(0/90/0/90)13/2	26	Carbono	1	3.87	153.6	13.04	11.52	0.5916
				2	3.96	153.6	13.04	11.1	
				3	3.91	153.6	13.06	11.62	
				4	4.04	153.6	13.06	12.06	
				5	3.98	153.6	13.07	11.36	
				6	3.99	153.6	13.05	11.52	
3	(0/±45/90)13/2	26	Carbono	1	3.53	153.6	13.11	10	0.6344
				2	3.64	153.6	13.08	10	
				3	3.74	153.6	13.13	10.24	
				4	3.7	153.6	13.03	10.4	

				5	3.77	153.6	13.1	9.94	
				6	3.83	153.6	13.06	10.04	
4	(0/90/0/90)35/2	70	Vidrio	1	2.74	153.6	13.08	7.8	0.517
				2	2.72	153.6	13.04	7.8	
				3	2.77	153.6	13.09	8	
				4	2.72	153.6	13.01	7.8	
				5	2.74	153.6	13.06	7.8	
5	(0/±45/90)49/2	98	Vidrio	1	3.98	153.6	12.98	11	0.5134
				2	3.92	153.6	13.09	11.2	
				3	3.88	153.6	13.06	11.2	
				4	3.91	153.6	13.07	11.2	
				5	3.92	153.6	12.86	11	
6	(0/90/0/90) _s [(0/90)6/0] _s	26	Carbono	1	4.3	153.6	13.02	11.6	0.7665
				2	4.16	153.6	13	10.6	
				3	4.61	153.6	13	11.6	
				4	4.18	153.6	13.07	10.6	
				5	4.13	153.6	13.24	11.2	
7	(0/90/90/0) _s {[(0/90) _s 3/0] _s	26	Carbono	1	4.13	153.6	13.39	10.8	0.6993
				2	4.13	153.6	13.17	11.4	
				3	4.42	153.6	13.18	11.6	
				4	4.12	153.6	13.27	11.2	
				5	4.14	153.6	13.18	11.6	
8	(0/±45/90) _s [(0/±45/90)3/0] _s	26	Carbono	1	4.13	153.6	13.39	12	0.6694
				2	4.11	153.6	13.2	11.4	
				3	4.09	153.6	13.19	12.2	
				4	4.08	153.6	13.41	11.8	
				5	4.06	153.6	13.24	12	

Tabla 5.1 Caracterización de los lotes tomados de Jiménez [1]

La comparación se realizó entre los resultados de resistencia última obtenidos experimentalmente por Jiménez [1] y aquellos obtenidos de la ejecución del algoritmo desarrollado en este trabajo. Para cada probeta, se tomaron en consideración las siguientes variables del laminado: configuración, espesor del laminado, esfuerzos promedio, fracción de volumen y propiedades mecánicas del laminado. En las figuras 5.1 a 5.6 se muestran las comparaciones.

En el gráfico de la figura 5.1 se muestra la comparación entre los resultados experimentales obtenidos por Jiménez [1] y los obtenidos por el algoritmo desarrollado en este trabajo, se aprecia el esfuerzo máximo promedio de los lotes 1, 2 y 3 tomados de los resultados experimentales (denotados con las letras A, B y C) junto con la comparación de manera analítica (ver figura 5.2) mediante el algoritmo genético (denotado con las letras D, E y F). Para la primera comparación se toman los valores de esfuerzo máximo promedio de la configuración de (0/90/90/0)13/2 del

análisis experimental denotado con la letra “A” y los valores obtenidos del análisis del algoritmo genético con esa misma configuración denotado con la letra “D”, se puede notar que el análisis correspondiente al algoritmo es un 62% mayor que el análisis experimental. Para la segunda comparación corresponde la configuración (0/90/0/90)13/2, denotado con la letra “B” para el análisis experimental y como “E” para el análisis con el algoritmo, el valor de éste último es 57% mayor con respecto al resultado experimental y por último se muestra la tercera comparación correspondiente al lote 3 con la configuración (0/±45/90)13/2, denotado con la letra “C” para el análisis experimental y “F” para el análisis con el algoritmo, éste último es 51% mayor al resultado experimental. Como se describió, los resultados arrojados por el algoritmo son marcadamente mayores a los obtenidos en lo experimental, esto es debido a que dentro de la configuración del algoritmo se tomaron valores ideales en el espesor del laminado, fracción de volumen.

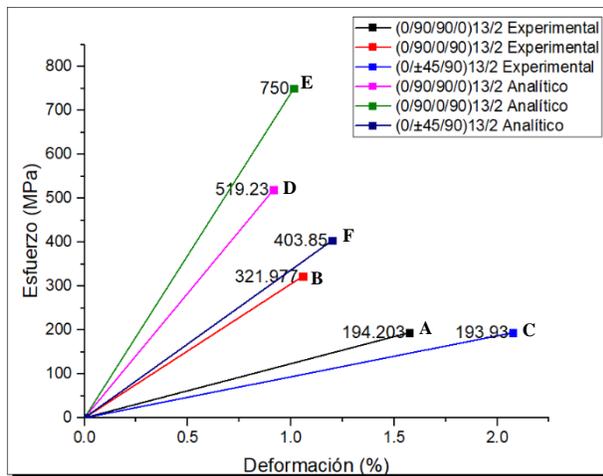


Figura 5.1 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo en condiciones ideales de manufactura.

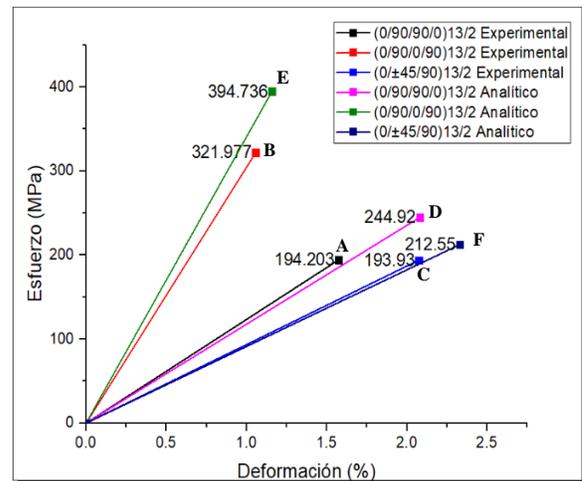


Figura 5.2 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo ajustando a condiciones de proceso de manufactura.

Como se mencionó, debido a la dispersión de datos obtenidos de la experimentación, se hizo un ajuste en los parámetros del algoritmo, como se muestra en el gráfico de la figura 5.2 se realizan las comparaciones de los lotes 1, 2 y 3 (denotados como A, B y C) del análisis experimental contra los resultados obtenidos con el algoritmo (denotado por las letras D, E y F). La primera comparación correspondiente a la configuración (0/90/90/0)13/2 muestra un ajuste del 80% con respecto al resultado experimental. La segunda comparación corresponde a la configuración de (0/90/0/90)13/2 y muestra un ajuste del 81%. La tercera comparación correspondiente a la configuración de (0/±45/90)13/2 y muestra un ajuste del 91% con respecto al valor obtenido en las pruebas experimentales.

Para los lotes 4 y 5 de fibra de vidrio con resina epoxi mostrados en el gráfico de la figura 5.3, se hizo de igual manera se hizo la comparación de los resultados experimentales (denotados con las letras A y B) con respecto a los arrojados por el algoritmo (denotados por las letras C y D). Para la primera comparación se tomó la configuración (0/90/0/90)35/2, se muestra el esfuerzo promedio

máximo del análisis experimental denotado con la letra “A” y el obtenido con el algoritmo denotado con la letra “C”; los resultados muestran que el algoritmo es 48% mayor a los datos experimentales y la segunda comparación correspondiente a la configuración $(0/\pm 45/90)49/2$ muestra una diferencia del 2% uno con respecto a otro de los resultados experimentales denotados con la letra “B” con los obtenidos por el algoritmo denotados con la letra “D”.

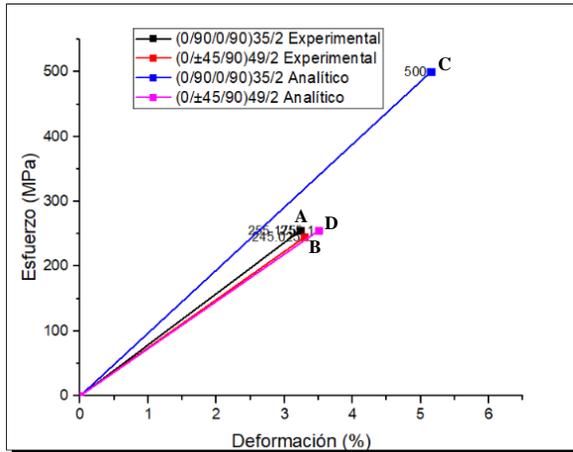


Figura 5.3 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo en condiciones ideales de manufactura.

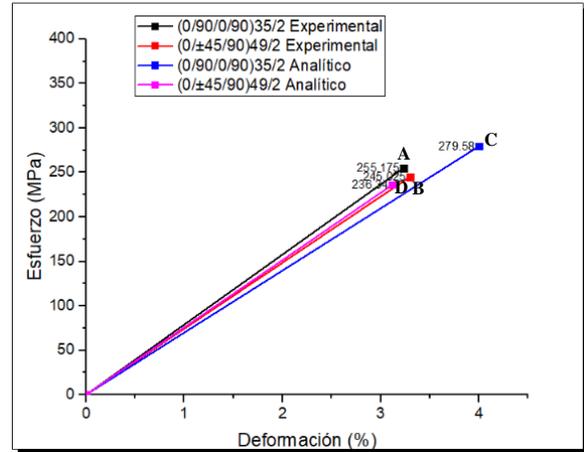


Figura 5.4 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo ajustando a condiciones de proceso de manufactura.

De igual manera que las comparaciones de los lotes 1, 2 y 3, se realizó un ajuste en los parámetros del algoritmo, los resultados de esta comparación se muestran en el gráfico de la figura 5.4 denotados como “A” y “B” para el análisis experimental y “C” y “D” para los obtenidos por el algoritmo. La primera comparación correspondiente a la configuración $(0/90/0/90)35/2$ y muestra un ajuste del 91% del resultado obtenido con el algoritmo (denotado con la letra “C”) con respecto al análisis del resultado experimental (denotado con la letra “A”). La segunda comparación corresponde a la configuración $(0/\pm 45/90)49/2$ mostrando un ajuste de 1% de diferencia entre los resultados experimentales (denotados con la letra “B”) con respecto a los obtenidos por el algoritmo genético (denotados por la letra “D”).

Por último se hace la comparación con los lotes 6, 7 y 8 (ver gráfico de la figura 5.5), de igual manera se muestra la comparación entre los resultados experimentales obtenidos por Jiménez [1] y los obtenidos por el algoritmo desarrollado en este trabajo, se aprecia el esfuerzo máximo promedio de los resultados experimentales (denotados con las letras A, B y C) junto con la comparación de manera analítica mediante el algoritmo genético (denotado con las letras D, E y F). Para la primera comparación se toman los valores de esfuerzo máximo promedio de la configuración de $[(0/90)6/0]s$ del análisis experimental denotado con la letra “A” y los valores obtenidos del análisis del algoritmo genético con esa misma configuración denotado con la letra “D”, se puede notar que el análisis correspondiente al algoritmo es un 94% mayor que el análisis experimental. Para la segunda comparación corresponde la configuración $\{[(0/90)s]3/0\}s$,

denotado con la letra “B” para el análisis experimental y como “E” para el análisis con el algoritmo, el valor de éste último es 87% mayor con respecto al resultado experimental y por último se muestra la tercera comparación correspondiente al lote 3 con la configuración $[(0/\pm 45/90)3/0]_s$, denotado con la letra “C” para el análisis experimental y “F” para el análisis con el algoritmo, éste último es 40% mayor al resultado experimental. Como se describió, los resultados arrojados por el algoritmo son marcadamente mayores a los obtenidos en lo experimental, esto es debido a que dentro de la configuración del algoritmo se tomaron valores ideales en el espesor del laminado, fracción de volumen. Se aprecia que para los casos $[(0/90)6/0]_s$ y $\{[(0/90)_s]3/0\}_s$ el comportamiento para el esfuerzo máximo difiere bastante para ambos análisis y esto es debido a que la fracción de volumen en el proceso de manufactura influyó de manera considerable, ya que la impregnación de resina entre láminas fue diferente según Jiménez [1].

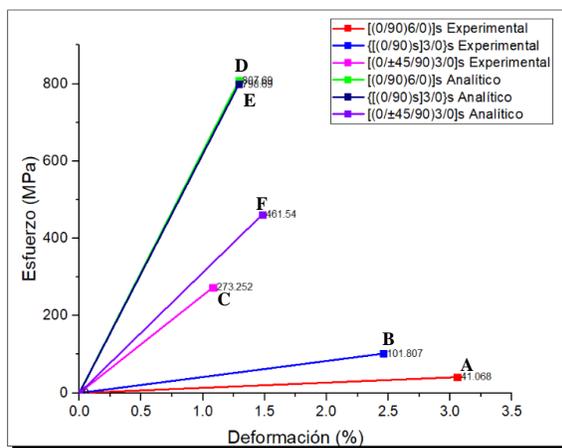


Figura 5.5 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo en condiciones ideales de manufactura.

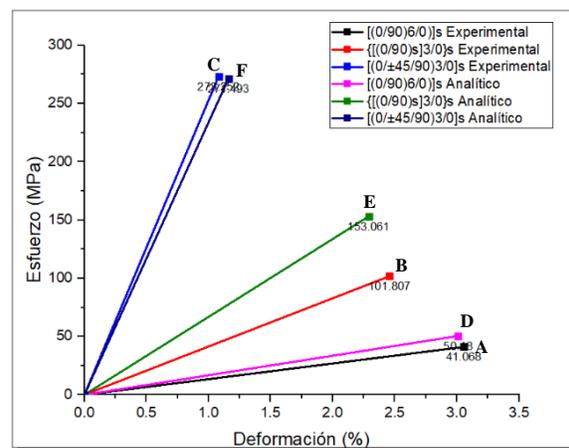


Figura 5.6 Comparación resultados experimentales vs Algoritmo ajustando a condiciones de proceso de manufactura.

Debido a la dispersión de datos obtenidos de la experimentación, se hizo un ajuste en los parámetros del algoritmo, como se muestra en el gráfico de la figura 5.6 se realizan las comparaciones de los lotes 6, 7 y 8 (denotados como A, B y C) del análisis experimental contra los resultados obtenidos con el algoritmo (denotado por las letras D, E y F). La primera comparación correspondiente a la configuración $[(0/90)6/0]_s$ muestra un ajuste del 81% con respecto al resultado experimental. La segunda comparación corresponde a la configuración de $\{[(0/90)_s]3/0\}_s$ muestra un ajuste del 70%. La tercera comparación correspondiente a la configuración de $[(0/\pm 45/90)3/0]_s$ muestra un ajuste del 93% con respecto al valor obtenido en las pruebas experimentales.

Como se mostró en las gráficas anteriores, se realizó la comparación de los resultados experimentales contra los resultados obtenidos por el algoritmo genético, se observa que en los gráficos de las figuras 5.1, 5.3 y 5.5 existe una variación de más del 80% en todas las pruebas

obtenidas del algoritmo con respecto a los resultados experimentales, esto se debe a que dentro de la caracterización de las probetas que se sometieron a experimentación (ver tabla 5.1) como la fracción de volumen y espesor del laminado no eran constantes por lo que existía una variación en los resultados. Por lo que se decidió ajustar estos valores dentro los parámetros del algoritmo genético y se logró un ajuste de más del 90% en todos los valores obtenidos del algoritmo con respecto a los obtenidos de la experimentación (ver figura 5.2, 5.4 y 5.6),

5.3 Ejecución del Algoritmo

Para la implementación del algoritmo, se realizó un promedio de 20 ejecuciones con el fin de obtener una sintonización para el parámetro de generaciones del algoritmo genético, de las cuales se obtiene el promedio y se elige el valor que dé los mejores resultados en la resistencia máxima del laminado. Este operador produce una nueva generación de individuos, es decir, representa un conjunto de nuevas soluciones potenciales para el problema de optimización. Conforme este va incrementando, se puede observar si el algoritmo genético (AG) está llegando a una etapa en la que todos los individuos son parecidos. Se dice entonces, que el algoritmo genético está convergiendo. Estos valores se pueden observar de manera representativa en la gráfica 5.7.

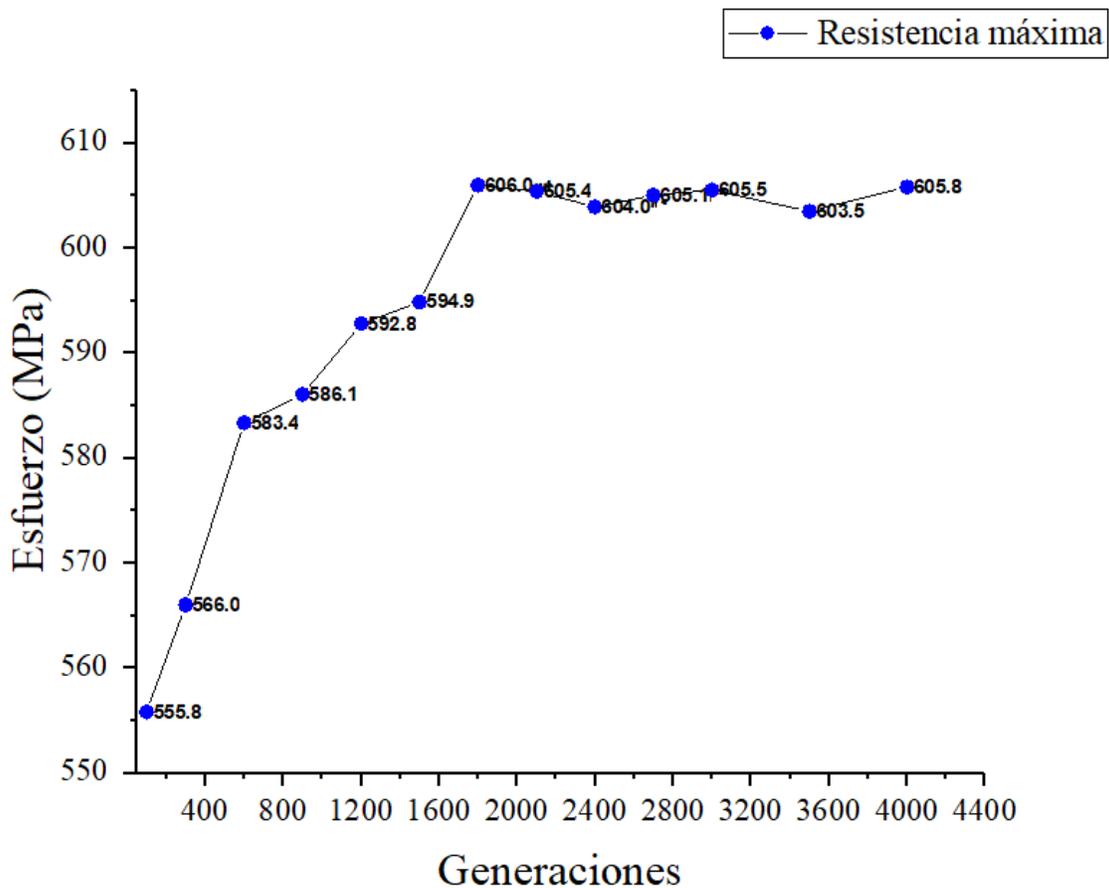


Figura 5.7 Sintonización promedio de 2400 generaciones

Como se puede observar en el gráfico de la figura 5.7, se muestra un promedio de 20 ejecuciones para sintonizar el parámetro de generación del algoritmo genético. Se aprecia que el algoritmo comienza en 100 con un primer incremento de 200 generaciones y 300 para el resto de la prueba. Desde las 100 hasta las 1500 generaciones, el algoritmo arroja resultados de resistencia última promedio que aumentan con el número de generaciones consideradas, desde los 555.8MPa hasta los 594.9 MPa, respectivamente, sin que se pueda observar una tendencia hacia la convergencia.

Es posible observar también que, a partir de las 1800 generaciones, el algoritmo arroja valores de resistencia última promedio alrededor de los 605 MPa, mostrando convergencia alrededor de este valor hasta las 4000 generaciones. Este resultado permite tomar un valor mínimo de generaciones con el cual se pueden hacer ejecuciones del algoritmo para encontrar valores de resistencia última máxima de laminados confiables.

En el gráfico de la figura 5.8 se aprecia el comportamiento del algoritmo en cada ejecución con respecto al número de generaciones, se observa una tendencia de crecimiento en cuanto a la resistencia última del laminado conforme aumenta el número de generaciones, así como máximos locales de resistencia en cada ejecución.

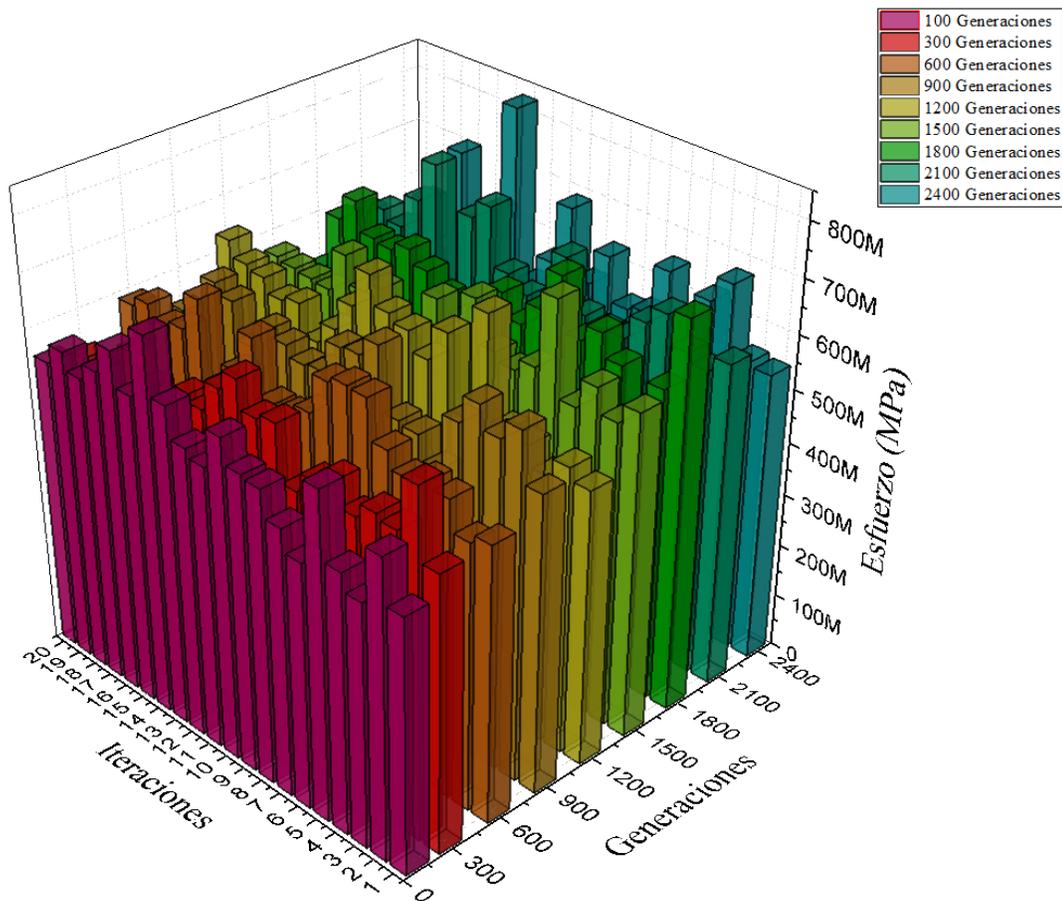


Figura 5.8 Comportamiento del algoritmo en cada ejecución

Como se mencionó anteriormente, en el gráfico de la figura 5.8 se encontraron máximos locales, esto es debido a que la orientación de las fibras influye marcadamente en la resistencia del laminado, por lo que no es posible obtener un comportamiento estable en cada generación. Se puede observar que, en las generaciones de 1800, 2100 y 2400 se encuentran los puntos locales de resistencia más altos que en las demás generaciones y además comienzan a tomar valores muy similares entre ellos.

A continuación, se hace un análisis de cada generación donde se muestre de manera más clara todo el espacio de solución del algoritmo genético y los valores que representan los puntos máximos de resistencia por generación.

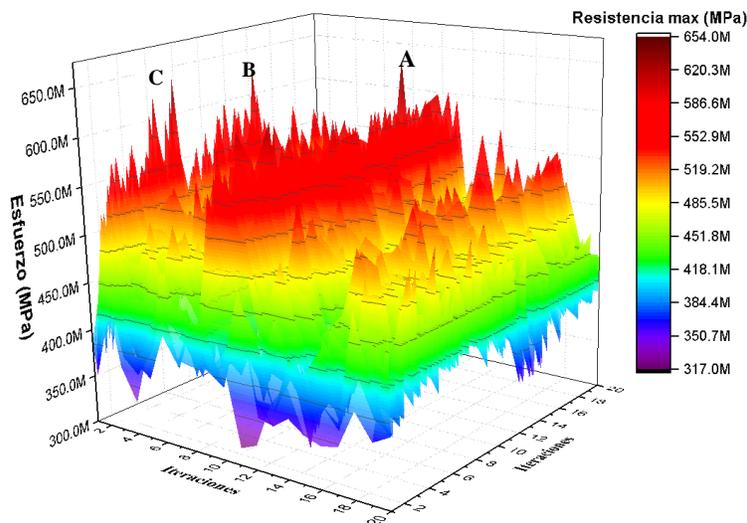


Figura 5.9 Estudio con 20 ejecuciones y 300 generaciones por ejecución

El comportamiento del algoritmo genético en cada generación se observa en el gráfico de la figura 5.9, donde se expone la variación de los valores de resistencia, como se muestra en la figura se encuentran valores máximos de resistencia denotados por las letras “A”, “B” y “C”. Este estudio se lleva a cabo para un análisis con 20 ejecuciones y 300 generaciones en cada ejecución. Dentro de todo el espacio de ejecuciones se aprecian valores óptimos que oscilan entre los 550 MPa hasta los 600 MPa.

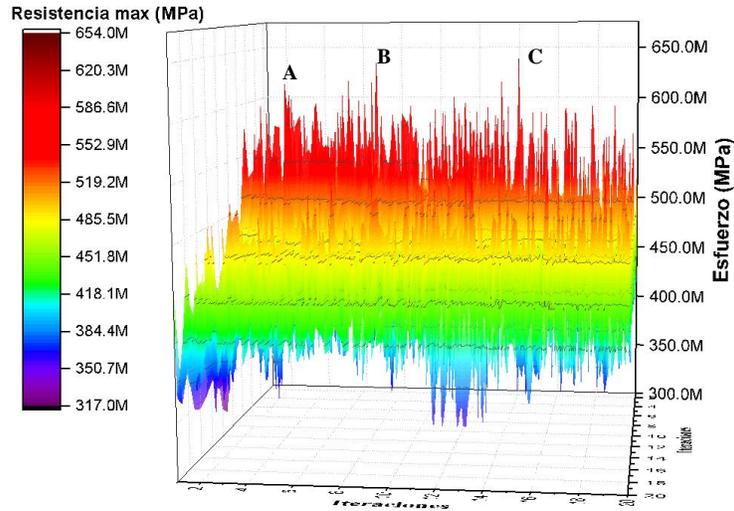


Figura 5.10 Puntos locales máximos de 300 generaciones

De acuerdo a los valores mostrados anteriormente, en el gráfico de la figura 5.10 se puede observar una vista lateral del espacio de solución y se puede apreciar de mejor manera los valores máximos que se encuentran dentro de este espacio de búsqueda, obteniendo un valor máximo para esta generación de 618MPa y varios óptimos locales comparables.

Para el siguiente análisis de igual manera se presenta un estudio con 20 ejecuciones por generación, pero con un incremento de 1500 generaciones.

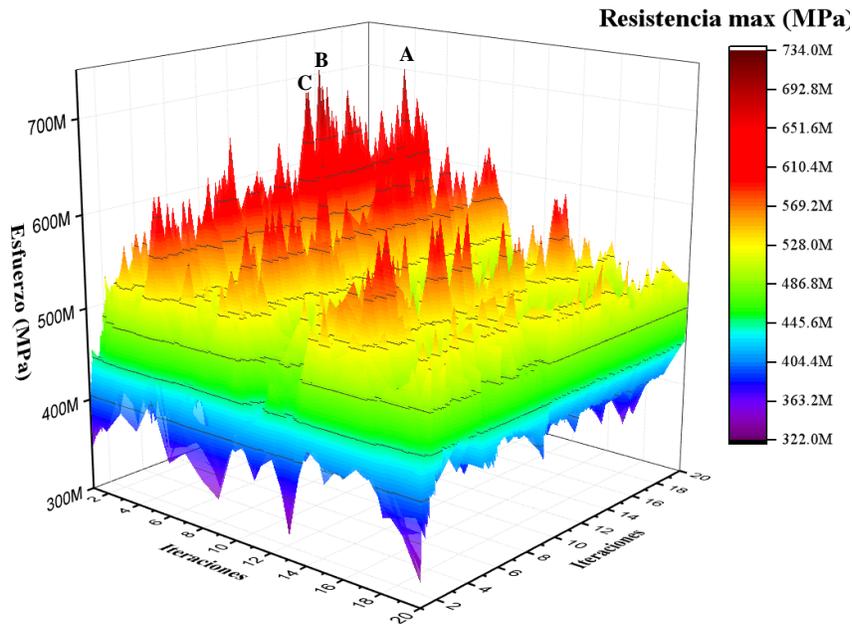


Figura 5.11 Estudio con 20 ejecuciones y 1500 generaciones por ejecución

El comportamiento del algoritmo para 1500 generaciones se observa en el gráfico de la figura 5.11. El gráfico muestra todo el espacio de soluciones para las 1500 generaciones y se puede observar los valores máximos de resistencia encontrados para esta generación (denotados con las letras “A”, “B” y “C”). Para este espacio de solución los valores locales óptimos oscilan entre los 580 MPa hasta los 650 MPa, y un valor máximo de resistencia para esta generación de 668 MPa (denotado con la letra “B”).

Para observar de manera más clara el espacio de solución y los valores mostrados anteriormente, en el gráfico de la figura 5.12 se muestra una vista lateral del espacio de solución y se puede apreciar de mejor manera los valores máximos que se encuentran dentro de este espacio de búsqueda, obteniendo un valor máximo para esta generación de 668MPa y varios óptimos locales comparables.

Para esta generación es evidente que los valores óptimos del análisis con respecto a los anteriores (ver figura 5.9 y figura 5.10) son mayores.

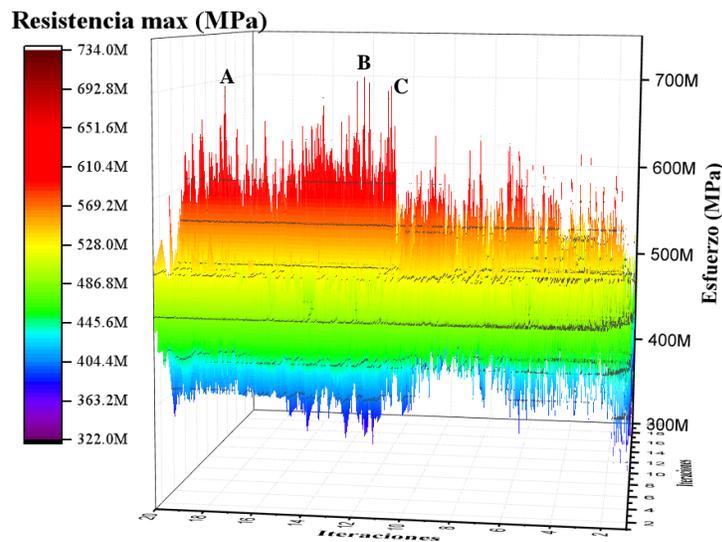


Figura 5.12 Puntos locales máximos de 1500 generaciones

Para el siguiente análisis se presenta un estudio de 20 ejecuciones por generación, pero con un incremento de 1800 generaciones por ejecución.

El comportamiento del algoritmo para 1800 generaciones se observa en el gráfico de la figura 5.13. El gráfico muestra todo el espacio de soluciones para las 1800 generaciones y se observan los valores máximos de resistencia encontrados para esta generación (denotados con las letras “A”, “B” y “C”).

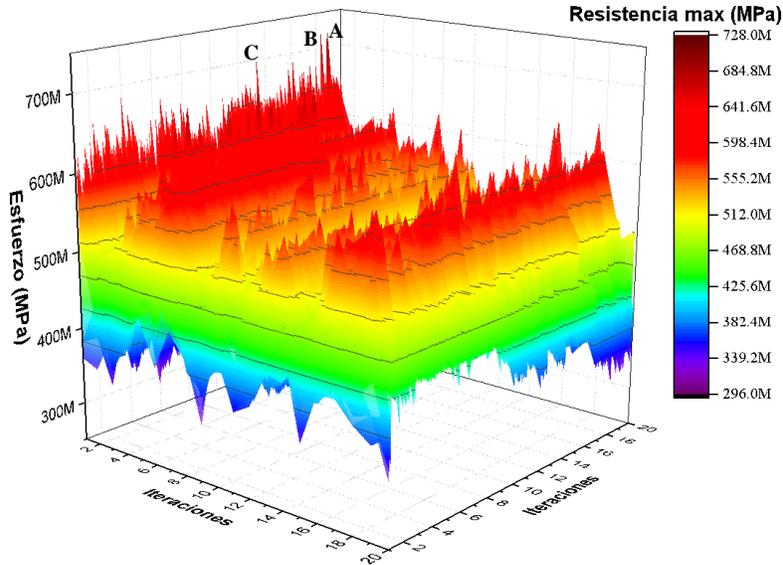


Figura 5.13 Estudio con 20 ejecuciones y 1800 generaciones por ejecución

El algoritmo para las 1800 generaciones se muestra en el gráfico de la figura 5.13, se presenta todo el espacio de iteraciones dentro de esta generación y se logra apreciar diversos valores óptimos de resistencia que oscilan entre los 600MPa y 670 MPa, y en el gráfico de la figura 5.13 se muestran los valores óptimos y un máximo de resistencia de 726MPa. En este punto el espacio de iteraciones toma valores de resistencia muy parecidos a generaciones pasadas, pero algunos óptimos mayores con respecto a las generaciones anteriores.

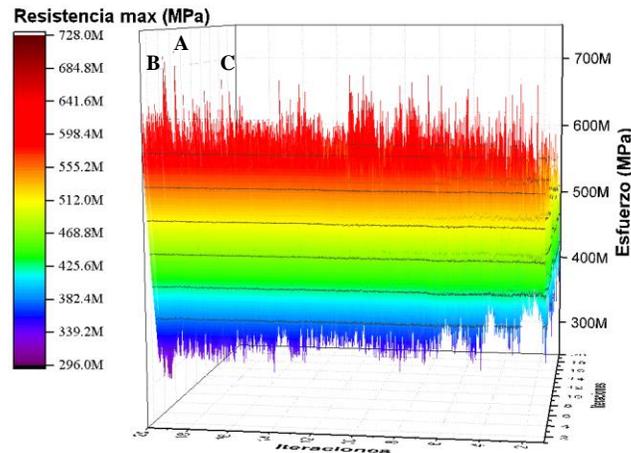


Figura 5.14 Puntos locales máximos de 1800 generaciones

Para observar de manera más clara el espacio de solución y los valores mostrados anteriormente, en el gráfico de la figura 5.14 se muestra una vista lateral del espacio de solución y se puede apreciar de mejor manera los valores máximos que se encuentran dentro de este espacio de

búsqueda, obteniendo un valor máximo para esta generación de 726MPa (denotado con la letra “B”) y varios óptimos locales comparables.

De igual forma en el siguiente análisis se presenta un estudio con 20 ejecuciones por generación, pero con un incremento de 2100 generaciones en cada ejecución.

El comportamiento del algoritmo para 2100 generaciones se observa en el gráfico de la figura 5.15. El gráfico muestra todo el espacio de soluciones para las 2100 generaciones y se puede observar los valores máximos de resistencia encontrados para esta generación (denotados con las letras “A”, “B” y “C”).

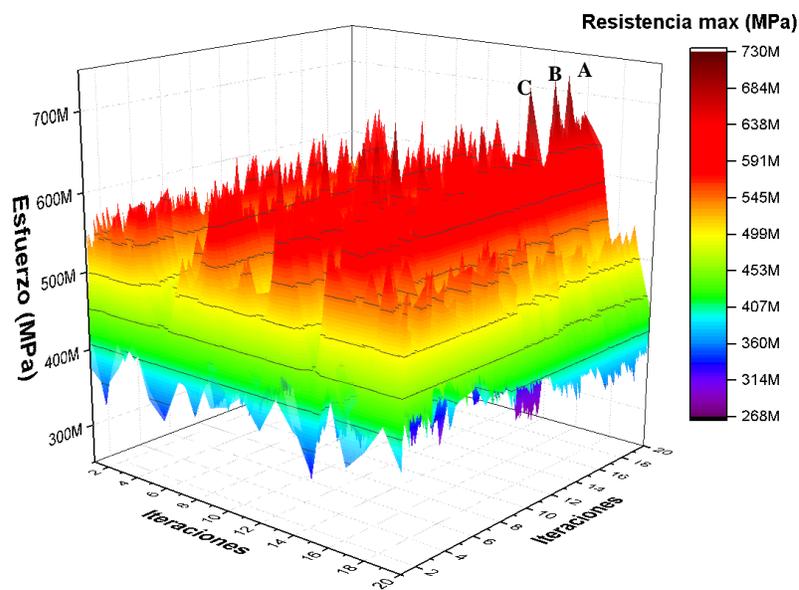


Figura 5.15 Estudio con 20 ejecuciones y 2100 generaciones por ejecución

El gráfico de la figura 5.15 presenta todo el espacio de iteraciones dentro de esta generación y se logran apreciar diversos valores óptimos de resistencia que oscilan entre los 600MPa y 700 MPa. De manera más clara, se puede observar el espacio de solución y los valores mostrados anteriormente en el gráfico de la figura 5.14, éste gráfico muestra una vista lateral del espacio de solución y se aprecia de mejor manera los valores máximos que se encuentran dentro de este espacio de búsqueda, obteniendo un valor máximo para esta generación de 729MPa (denotado con la letra “B”) y varios óptimos locales comparables.

Para esta generación se observa que los valores son similares a los de la generación anterior, por lo que se puede decir que el algoritmo comienza a converger.

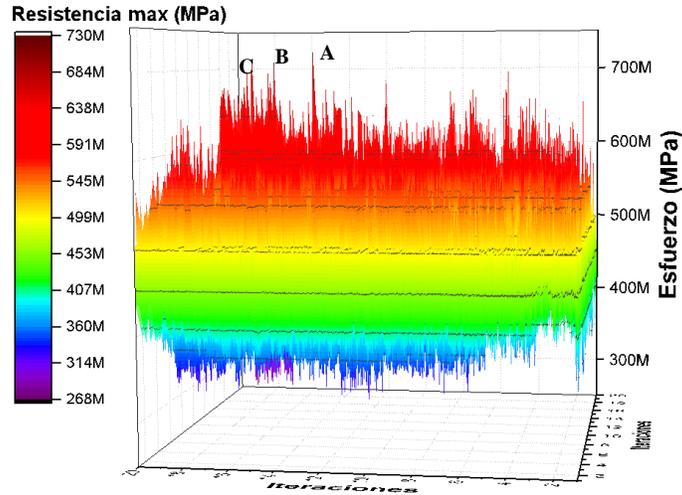


Figura 5.16 Puntos locales máximos de 2100 generaciones

Para el siguiente análisis se presenta un estudio de 20 ejecuciones por generación, pero con un incremento de 2400 generaciones por ejecución.

La ejecución del algoritmo para 2400 generaciones se observa en el gráfico de la figura 5.15. De igual manera, el gráfico muestra todo el espacio de soluciones para las 2400 generaciones y podemos observar los valores máximos de resistencia encontrados para esta generación (denotados con las letras “A”, “B” y “C”).

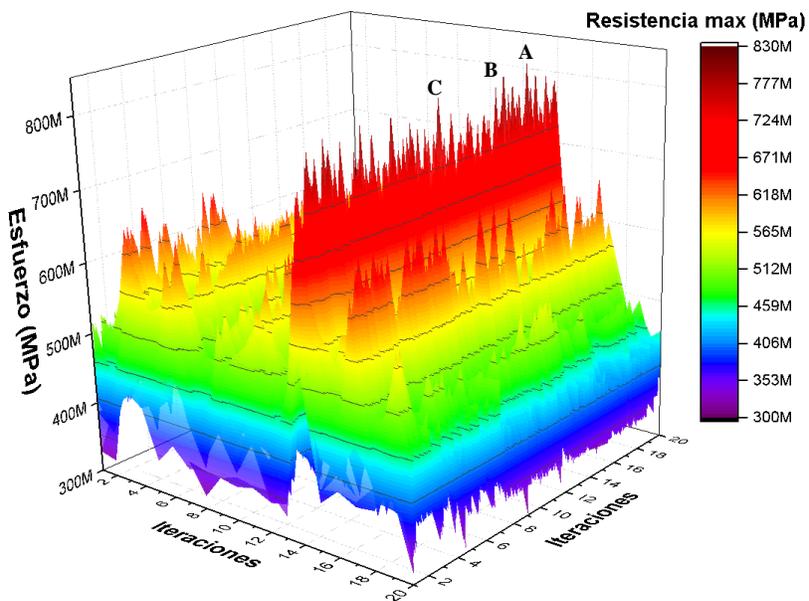


Figura 6.17 Estudio con 20 ejecuciones y 2400 generaciones por ejecución

El comportamiento del algoritmo para 2400 generaciones se observa en el gráfico de la figura 5.17. El gráfico muestra todo el espacio de soluciones para las 2400 generaciones y se puede apreciar los valores máximos de resistencia encontrados para esta generación (denotados con las letras “A”, “B” y “C”). Para este espacio de solución los valores locales óptimos oscilan entre los 650 MPa hasta los 750 MPa, y un valor máximo de resistencia para esta generación de 828 MPa (denotado con la letra “B”).

Para el gráfico de la figura 5.18, muestra una vista lateral del espacio de solución y se aprecian de mejor manera los valores máximos que se encuentran dentro de este espacio de búsqueda, obteniendo un valor máximo para esta generación de 828MPa (denotado con la letra “B”) y varios óptimos locales comparables.

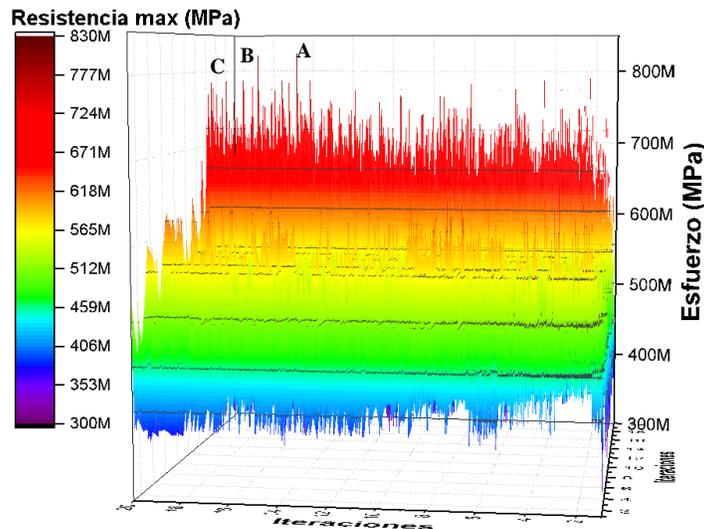


Figura 5.18 Puntos locales máximos de 2400 generaciones

En los análisis presentados anteriormente, se mostró el comportamiento del algoritmo por generación y se puede visualizar una tendencia de crecimiento con respecto a la resistencia máxima. Para las generaciones de 300 hasta 1500 los valores de resistencia óptimos oscilan entre los 550 MPa y 650 MPa, en este punto no se observa ninguna tendencia hacia la convergencia del algoritmo. A partir de las 1800 hasta las 2400 generaciones el algoritmo comienza a tomar valores similares por lo que se considera que el algoritmo muestra convergencia.

Dentro de estos análisis se tomaron varios óptimos locales como referencia a un máximo de resistencia, los cuales se muestran y discuten a continuación. Se analizan primero las configuraciones para ejecuciones con 300 generaciones.

La tabla 5.2 muestra la orientación de cada una de las secuencias de apilamiento seleccionadas y en la figura 5.19 se muestra la resistencia máxima de cada configuración.

<i>Secuencia</i>	<i>Configuración (°)</i>
1	[-49 -14 -41 -10 23 5 -21 68 47 23 -49 7 -8 0 7 -28 -38 52 79 17 17 43 -23 40 2 78 9 25 -7 3]
2	[-87 -60 -72 -3 -24 25 -3 -14 81 -20 31 14 47 -12 14 -34 6 6 -67 29 47 5 -57 11 -14 -39 1 -9 -38 1]
3	[21 11 -40 -63 42 11 55 -17 5 23 -49 11 -8 0 7 -28 -38 22 79 17 17 43 -23 3 2 78 12 25 -7 16]
4	[-1 -62 24 49 39 43 25 -6 6 -7 -21 26 -43 -9 -16 19 -6 23 -63 -4 47 -87 53 4 -10 -56 4 5 62 2]
5	[-1 -11 -3 -13 -41 57 14 34 30 23 -48 2 -29 -24 56 5 -57 12 -60 -52 -18 -90 16 6 2 6 2 -19 -71 5]

Tabla 5.2 Orientaciones para análisis con 300 generaciones

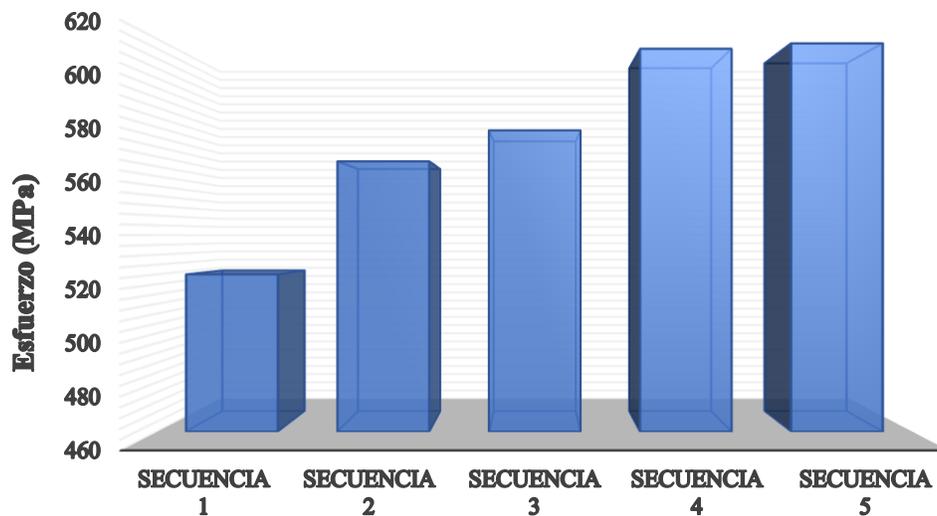


Figura 5.19 Valores óptimos de resistencia para 300 Gs

Del análisis ejecutado con 300 generaciones, se seleccionan cinco secuencias de apilamiento del laminado, que corresponden a los valores máximos de resistencia para esa generación. La configuración de apilamiento número cinco corresponde a la resistencia más alta que se obtuvo dentro del espacio de 300 generaciones, teniendo un valor de 618 MPa; estos valores se pueden observar en la figura 5.19.

<i>Secuencia</i>	<i>Configuración (°)</i>
1	[18 -17 52 -11 -34 7 -51 35 13 -34 22 3 -1 -61 -23 42 -6 5 -22 53 -89 -7 -18 9 40 8 7 -32 18 7]
2	[44 -16 20 68 0 5 4 -13 2 -12 -47 29 36 19 -28 -44 -20 18 -81 83 -2 -73 4 5 -48 -6 6 -43 12 3]
3	[58 -1 -34 27 -22 38 -69 6 53 -40 -75 6 -27 1 66 -9 -75 3 24 17 -4 -9 -18 13 86 42 5 75 -4 2]
4	[5 -37 -4 -71 -46 26 1 34 27 -22 51 65 24 -18 55 1 -13 14 -42 -22 -41 14 1 1 13 -24 3 14 -6 6]
5	[-21 14 -18 13 -11 21 -33 34 31 -2 32 1 -77 26 -14 26 48 1 -75 -28 18 17 -20 5 88 88 1 -5 -15 11]

Tabla 5.3 Orientaciones para análisis con 1500 generaciones

Para el análisis de 1500 generaciones, de igual manera se seleccionaron los 5 valores de resistencia más alto junto con su configuración de apilamiento, las configuraciones correspondientes a tales resistencias se muestran en la tabla 5.3. Dentro de las configuraciones de apilamiento seleccionadas el valor que corresponde a la mayor resistencia para esa generación se muestra en la secuencia número 5 con una resistencia máxima de 668 MPa, de manera gráfica se pueden observar estos valores en la figura 5.20.

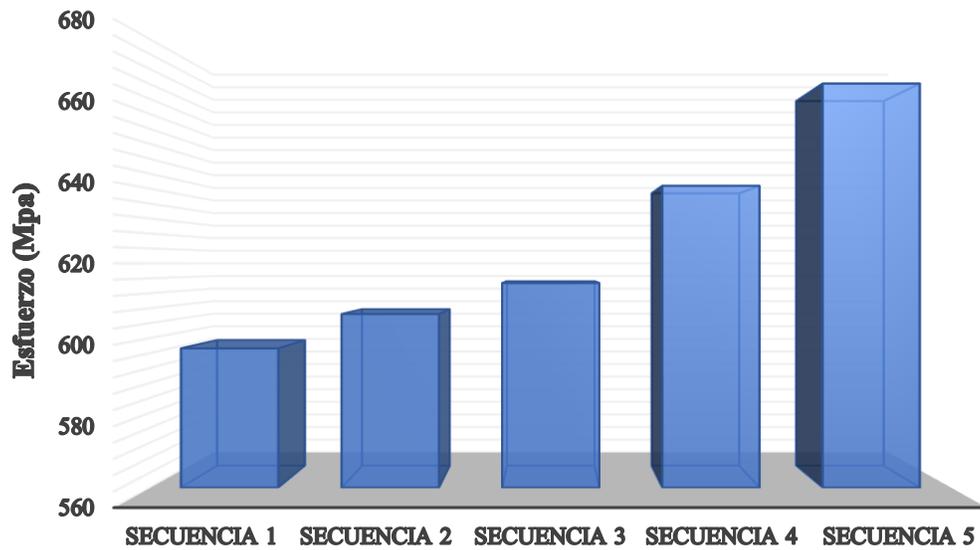


Figura 5.20 Valores óptimos de resistencia para 1500 Gs

Para el siguiente análisis se seleccionan nuevamente los valores de resistencia más altos para un estudio con 1800 generaciones, las configuraciones de apilamiento seleccionadas se observan en la tabla 5.4.

<i>Secuencia</i>	<i>Configuración (°)</i>
1	[79 -38 -22 14 14 11 -15 7 23 -59 -55 30 76 -26 -6 -25 21 1 15 15 0 -20 -84 2 30 -10 8 -56 9 4]
2	[-1 27 -53 57 -3 15 23 46 21 -12 -13 7 -21 -13 19 67 -25 3 27 -1 17 -7 31 4 -58 52 4 12 -82 2]
3	[29 -33 17 -54 -46 9 -7 2 3 -30 53 5 18 23 9 -59 8 3 14 -5 -88 23 -31 6 -32 10 7 -44 -2 1]
4	[-85 7 6 61 -7 25 16 0 15 -40 -36 9 -58 -9 1 7 63 5 -49 12 -11 -23 -5 10 -49 -86 5 42 40 1]
5	[51 19 -41 -72 9 11 25 17 23 -59 -55 30 76 -26 -6 -25 21 1 15 15 0 -20 -84 2 30 -10 8 -56 9 4]

Tabla 5.4 Orientaciones para análisis con 1800 generaciones

Para el análisis de 1800 generaciones, de igual manera se seleccionaron los 5 valores de resistencia más alto junto con su configuración de apilamiento, las configuraciones correspondientes a tales resistencias se muestran en la tabla 5.4. Dentro de las configuraciones de apilamiento seleccionadas el valor que corresponde a la mayor resistencia para esa generación se muestra en la secuencia número 5 con una resistencia máxima de 726 MPa, de manera gráfica se pueden observar estos valores en la figura 5.21.

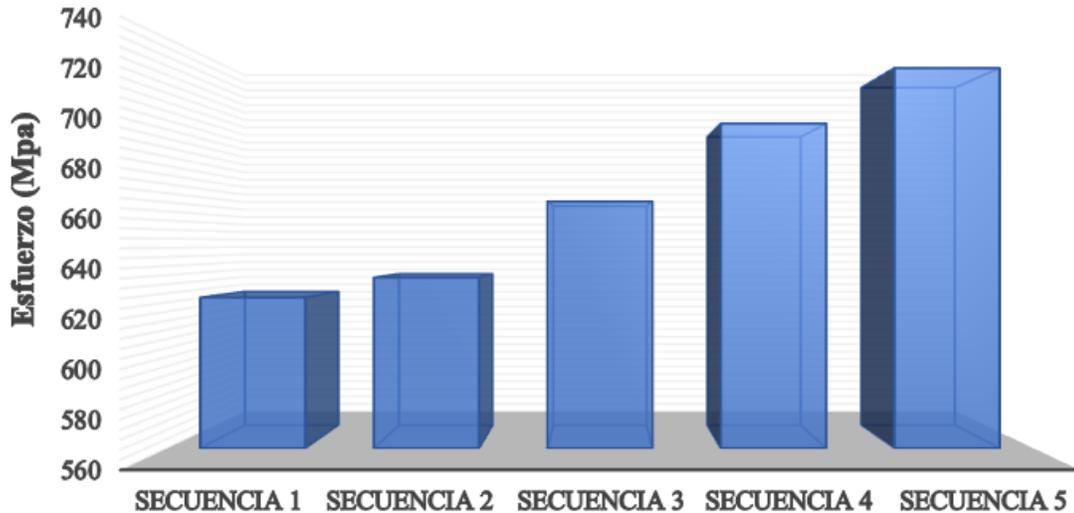


Figura 5.21 Valores óptimos de resistencia para 1800 Gs

Para el siguiente análisis se seleccionan nuevamente los valores de resistencia más altos para un estudio con 2100 generaciones, las configuraciones de apilamiento seleccionas se pueden observar en la tabla 5.4.

<i>Secuencia</i>	<i>Configuración (°)</i>
1	[39 45 -18 -13 -71 4 9 22 32 -77 74 14 -49 20 -30 9 51 1 14 -29 -15 25 1 10 46 -12 2 -72 -7 5]
2	[-15 5 -19 52 5 12 -67 -32 20 -4 -72 5 10 -56 -33 68 -6 4 -12 3 -2 25 58 5 44 -16 3 -20 10 6]
3	[-60 0 -26 -17 -24 20 36 28 14 6 -5 24 -34 -7 -15 73 -5 19 1 85 -4 -16 8 49 4 45 3 16 -36 7]
4	[3 -20 -1 25 12 37 -87 6 34 -24 -26 5 -28 58 -84 21 -71 12 -4 12 26 10 -17 6 -30 -13 1 -20 12 3]
5	[10 -25 31 -52 4 7 28 -30 1 89 29 6 27 56 -19 5 -58 16 -23 -32 -5 61 2 4 71 15 11 4 -13 6]

Tabla 5.5 Orientaciones para análisis con 2100 generaciones

Para el análisis de 2100 generaciones, de igual manera se seleccionaron los 5 valores de resistencia más alto junto con su configuración de apilamiento, las configuraciones correspondientes a tales resistencias se muestran en la tabla 5.5. Del análisis se obtuvo que la configuración de apilamiento

con mayor resistencia corresponde a la secuencia número cinco con una resistencia de 729 MPa, tales valores se pueden observar de manera gráfica en la figura 5.22. Cabe señalar que esta generación se parece mucho en valores de resistencia máxima a la generación anterior (1800), ya que en este punto es donde el algoritmo comienza a converger.

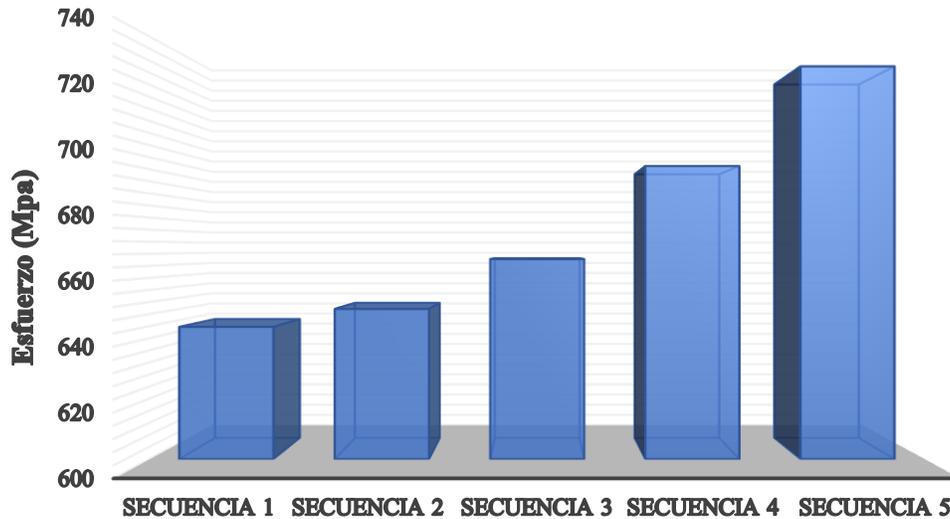


Figura 5.22 Valores óptimos de resistencia para 2100 Gs

Para el siguiente análisis se toman nuevamente los valores de resistencia más altos para un estudio con 2400 generaciones, las configuraciones de apilamiento seleccionadas se pueden observar en la tabla 5.4.

<i>Secuencia</i>	<i>Configuración (°)</i>
1	[38 -88 -14 6 23 2 -38 78 33 -50 2 27 20 -36 -5 15 -30 7 -87 -25 31 -30 4 4 26 11 1 32 1 5]
2	[-15 54 46 -5 67 2 -6 -1 15 43 -11 8 -30 14 -13 26 6 6 88 -47 37 -10 0 16 -1 -6 3 23 -38 3]
3	[-36 -20 16 -13 39 6 -20 -33 33 7 -76 6 -39 9 60 29 -18 8 -33 11 77 -13 -11 12 -5 61 4 -18 2 12]
4	[-7 76 2 14 -1 11 5 -16 8 -5 -33 6 -6 19 45 -5 4 20 11 -21 -1 -10 -32 15 -75 -11 7 6 -13 14]
5	[-7 76 2 14 -1 11 5 -16 8 -5 -33 11 -6 19 45 -5 4 20 11 -21 -11 -10 -32 8 -75 -11 7 6 -13 10]

Tabla 5.6 Orientaciones para análisis con 2400 generaciones

Para este estudio con 2400 generaciones, se tomaron los 5 valores de resistencia más alto junto con su configuración de apilamiento, tales configuraciones de apilamiento corresponden a las resistencias más altas y se muestran en la tabla 5.6. Del análisis se obtuvo que la configuración de apilamiento con mayor resistencia corresponde a la secuencia número cinco con una resistencia de 828 MPa, tales valores se pueden observar de manera gráfica en la figura 5.23. Dentro de esta

generación se obtuvo el valor más alto de resistencia, por lo que se puede considerar el valor óptimo global de este estudio con 2400 generaciones.

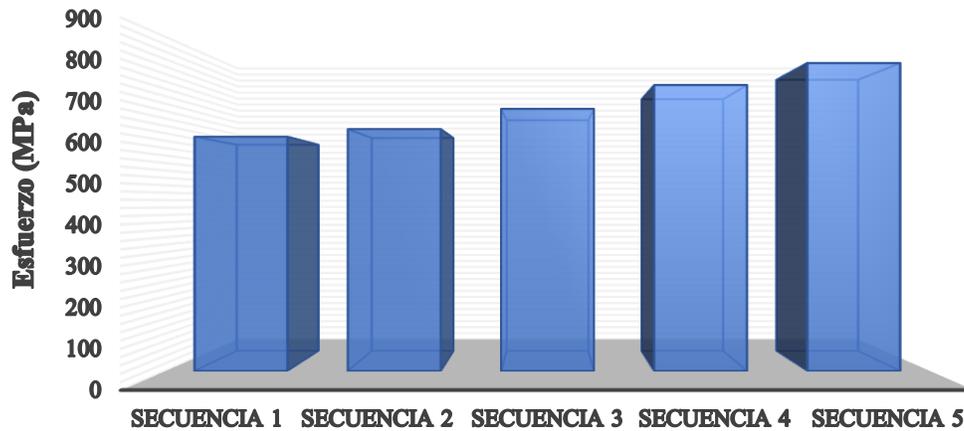


Figura 5.23 Valores óptimos de resistencia para 2400 Gs

Para el análisis de algoritmo se tomó un promedio de 20 ejecuciones por generación de los cuales se elige el valor que probablemente de los mejores resultados, conforme este va incrementado se observa como el algoritmo está llegando a una etapa en la que los individuos se parecen, por lo que se dice que el algoritmo está convergiendo. Para este análisis el punto en donde el algoritmo comienza a tomar valores parecidos es en las 2400 generaciones (ver gráfico de la figura 5.7); en la gráfica 5.24 se muestran los valores óptimos locales máximos hasta 2100 generaciones y un valor global máximo que corresponde a las 2400 generaciones.

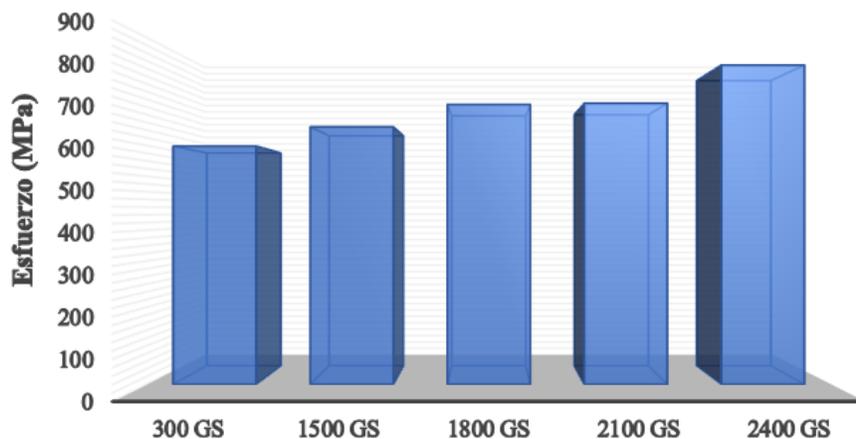


Figura 5.24 Resistencia máxima por generación

Se observa también, que a partir de las 1800 generaciones el algoritmo comienza a converger y tomar valores muy parecidos hasta las 2400 generaciones.

5.4 Estudio de caso

De acuerdo con lo reportado por Jiménez [1], el laminado de material con fibra de carbono con mayor resistencia fue de 520.98 MPa para un laminado conformado por 26 láminas y una configuración de (0/90/0/90)13/2 (Ver tabla 5.7).

Tabla 5.7 Mejor laminado obtenido por Jiménez [1].

Lote	2
Refuerzo	Fibra de Carbono (FC)
Matriz	Resina Epoxi
No. de láminas	26
Configuración	(0/90/0/90)13/2
Tipo de Laminado	No simétrico
Resistencia Máxima	520.98 MPa

De acuerdo al máximo obtenido por Jiménez, se evalúa el algoritmo genético con las mismas condiciones con respecto al material y número de láminas para obtener la mejor configuración y así obtener el valor óptimo de resistencia para un laminado conformado por 26 láminas (Ver tabla 5.8).

Tabla 5.8 Mejor laminado obtenido por Algoritmo Genético.

Algoritmo Genético	
Refuerzo	Fibra de Carbono (FC)
Matriz	Resina Epoxi
No. de láminas	26
Configuración	[-7 2 14 -1 11 5 -16 8 -5 -33 11 -6 19 -5 4 11 -21 -11 -10 -32 8 -11 7 6 -13 10]
Tipo de Laminado	No simétrico
Resistencia Máxima	931.08 MPa

De acuerdo con los resultados obtenidos por el algoritmo la mejor configuración para un laminado conformado por 26 láminas es [-7 2 14 -1 11 5 -16 8 -5 -33 11 -6 19 -5 4 11 -21 -11 -10 -32 8 -11 7 6 -13 10] obteniendo una resistencia última de 931.08 MPa.

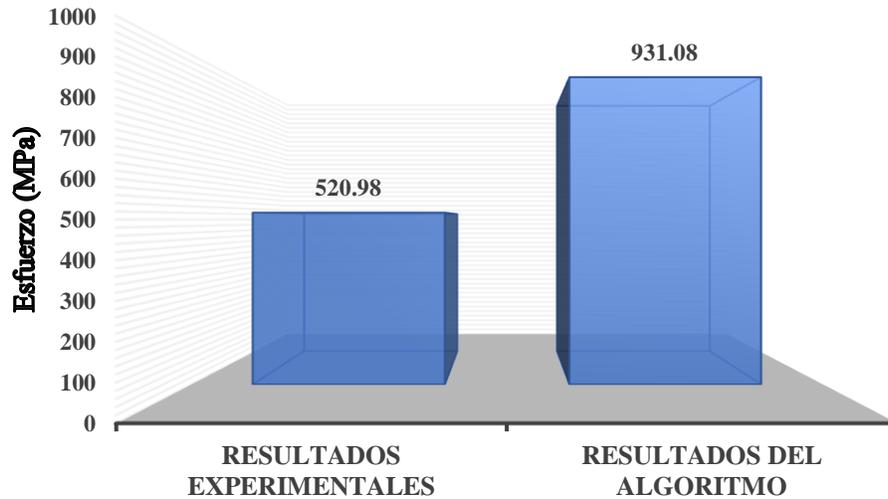


Figura 5.25 Comparación de la resistencia de laminado obtenida a) experimentalmente y con el algoritmo de optimización

De la figura 5.25 se aprecia el objetivo cumplido del algoritmo con respecto a los resultados experimentales, ya que se logró maximizar la resistencia del laminado con 2400 generaciones obteniendo un máximo global de 931.08 MPa. Por lo que en comparación con el máximo obtenido por Jiménez es de un 38% mayor el obtenido por el algoritmo genético.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

En el presente trabajo se plantearon las bases de una metodología para la optimización de la resistencia de materiales compuestos laminados, que tiene como objetivo aplicar técnicas de optimización, en este caso Algoritmos Genéticos (GA), para el diseño de materiales compuestos laminados. El proyecto se desarrolló implementando un algoritmo genético aplicado al análisis de laminados, determinando su resistencia máxima mediante el criterio de falla de Tsai-Wu y el fallo progresivo del laminado tomando como variable la orientación de las fibras.

7.1 Conclusiones

Del desarrollo del presente trabajo se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- En la revisión de la literatura para el diseño de materiales compuestos, se identificó que las variables que tienen un mayor impacto en el desempeño mecánico de estos son: la orientación de las fibras, espesor de laminado, secuencia de apilamiento y la fracción de volumen.
- Para el desarrollo se trabajó con algoritmos genéticos por la eficiencia del algoritmo ya que es capaz de optimizar con variables continuas y discretas, de igual forma el algoritmo puede funcionar con datos numéricos generados, datos experimentales o funciones analíticas.
- Para este caso de estudio se tomó como variable la orientación de las fibras y como objetivo maximizar la resistencia última del laminado mediante el criterio de falla de Tsai-Wu y un modelo de daño progresivo.
- Para problemas de diseño de laminados los algoritmos genéticos son métodos que se adaptan de manera eficiente gracias a que pueden manejar espacios de búsqueda complejos. Los algoritmos genéticos también son útiles para encontrar diseños óptimos y muchos casi óptimos, lo que es una ventaja para el diseñador. Si, por ejemplo, no es posible fabricar un diseño laminado óptimo, se puede reemplazar con un diseño de rendimiento similar que si pueda fabricarse. Los resultados muestran que los valores máximos de resistencia última del laminado dependen del número de generaciones y de la orientación de las fibras.
- El algoritmo se validó con los resultados experimentales obtenidos de trabajos previos y se comprobó que el algoritmo se ajusta a dichos resultados con más del 90% de ajuste entre los datos obtenidos por el algoritmo y los reportados en la experimentación.

-
- De acuerdo con el proceso de optimización clásico existe una incertidumbre acerca de cuántas iteraciones se deben realizar para dar con el modelo óptimo y si éste es el óptimo global del problema. En los métodos de optimización matemática aplicados a problemas reales no es posible saber si los resultados obtenidos son realmente las soluciones óptimas del problema y como se demuestra en este trabajo, la única forma de conocer cuales soluciones, y si las soluciones encontradas por este tipo de métodos son óptimas, es necesario conocer todo el espacio de solución y analizar cada una de ellas, sin embargo, es un proceso que demanda mayor capacidad de computo.
 - Los resultados demuestran que el algoritmo genético empleado puede resolver eficientemente problemas relacionados con la resistencia de laminados ya que, con al menos 2400 generaciones, es capaz de obtener un laminado asimétrico de 30 láminas con un máximo global de 828 MPa.

7.2 Trabajos Futuros

Considerando los resultados presentados a lo largo de esta investigación, se puede afirmar que el trabajo realizado cumplió con su objetivo, sin embargo y gracias al mismo desarrollo de la tesis es posible plantear las siguientes recomendaciones de trabajos futuros que tienen como propósito ampliar los aportes presentados en este trabajo:

- Enriquecer el algoritmo genético tomando otras variables que no se consideraron dentro de este trabajo para la resistencia del laminado.
- Ampliar el análisis de estructuras con geometrías complejas.
- Evaluar el algoritmo genético mediante un clúster para ampliar el espacio de búsqueda y número de generaciones con el fin de mejorar los resultados obtenidos hasta el momento.
- Desarrollar una interfaz que facilite el ingreso de datos de entrada para que pueda ser utilizado de manera indistinta y obtener resultados de resistencia máxima.

Anexo A

Código del algoritmo

```
clear all, clc

E1=135e9;
E2=10e9;
G12=5e9;
V12=0.3;
tplies=1.3333333e-4;
nx=30;
tt=100;
ngen=100;
M=zeros(tt,nx);
thetal=randi([-90 90],1,nx);
itr=20;
%

for iteraciones=1:itr

for z=1:tt
ini=thetal;
val=length(ini);
%pos=0;
%TW=0;

for hh=1:val

    %TW(:,pos)=[]
%while yes==1

for k=1:length(thetal)
    tplies(k)=1.333333333E-4;
    nplies=k;
end
```

```

modulo=[135E9 10E9 0.3 5E9];
[c,d]=size(theta1);
for l=1:d
    moduliplies(l,:)=modulo;
end
%%
h=tplies*nplies;
for ii=0:nplies
    p(ii+1)=tplies*(ii)-(h/2);
end
V21=(E2/E1)*V12);
Q11=E1/(1-(V12*V21));
Q22=E2/(1-(V12*V21));
Q12=V12*E2/(1-(V12*V21));
Q66=G12;
Q=[Q11 Q12 0;Q12 Q22 0; 0 0 Q66];

U1=(1/8)*(3*Q11+3*Q22+2*Q12+4*Q66);
U2=(1/2)*(Q11-Q22);
U3=(1/8)*(Q11+Q22-2*Q12-4*Q66);
U4=(1/8)*(Q11+Q22+6*Q12-4*Q66);
U5=(1/8)*(Q11+Q22-2*Q12+4*Q66);

%permutaciones
%theta2=perms(theta1)

theta2=(theta1);
[m n]=size(theta2);
for j=1:m
    theta=theta2(j,:);
for i=1:n

    Qt11=U1+(U2*cosd(2*theta(i)))+(U3*cosd(4*theta(i)));
    Qt12=U4-(U3*cosd(4*theta(i)));
    Qt22=U1-(U2*cosd(2*theta(i)))+(U3*cosd(4*theta(i)));
    Qt16=((1/2)*(U2*sind(2*theta(i)))+(U3*sind(4*theta(i))));
    Qt26=((1/2)*(U2*sind(2*theta(i)))-(U3*sind(4*theta(i))));
    Qt66=U5-(U3*cosd(4*theta(i)));
    Qt(:, :, j, i)=[Qt11 Qt12 Qt16;Qt12 Qt22 Qt26;Qt16 Qt26
Qt66];

end

```

```

% % %Matriz [A]
% % A=0;
% % for i=1:n
% %     A_(:, :, i)=Qt(:, :, j, i)*(p(1, i+1)- p(1, i));
% %     nh(:, :, i)=A_(:, :, i);
% %     A=A+ nh(:, :, i);
% % end
% %
% % %Matriz [B]
% % B=0;
% % for i=1:n
% %     B_(:, :, i)=1/2*(Qt(:, :, j, i)*((p(1, i+1)^2)-
(p(1, i)^2)));
% %     nh(:, :, i)=B_(:, :, i);
% %     B=B+ nh(:, :, i);
% % end
% %
% % %Matriz [D]
% % D=0;
% % for i=1:n
% %     D_(:, :, i)=1/3*(Qt(:, :, j, i)*((p(1, i+1)^3)-
(p(1, i)^3)));
% %     nh(:, :, i)=D_(:, :, i);
% %     D=D+ nh(:, :, i);
% % end
% %
% % [ABD]=[A [B]; [B] [D]];

[Qplies, Qbarplies] = qqbar(nplies, moduliplies, theta1);

[A1, B1, D1, An, Bn, Dn]= ABD(nplies, Qplies, theta1, tplies);

[eps0, kappa] = Plano_medio([A1], [B1], [D1], [1;0;0], [0;0;0]);

[Deformacion_Global_Lamina]=Deformacion_Global_Laminado(eps
0, kappa, nplies, tplies);

[Deformacion_Local_Lamina] =
Deformacion_Local_Laminado(Deformacion_Global_Lamina, theta1
, nplies);

[Esfuerzo_Global_Lamina] =
Esfuerzo_Global_Laminado(Deformacion_Global_Lamina, Qbarplie
s, nplies);

```

```

[Esfuerzo_Local_Lamina] =
Esfuerzo_Local_Laminado(Esfuerzo_Global_Lamina,theta1,nplies);

end

for l=1:n
    x1(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1,1,l);
    x2(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1,2,l);
    x3(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1,3,l);

end
% for i= 1:length(theta)
%     f(i)=(x1(i)^2/1500^2)-
% ((x1(i)*x2(i))/1500^2)+(x2(i)^2/40^2)+(x3(i)^2/68^2)
% end

for kk=1:length(theta1)

    [strength]=[1500E6 1200E6 50E6 250E6 70E6];
% TSH=((x1(k))/(strength(1)))^2 - (x1(k))*(x2(k))...
%     /(strength(1))^2 + ((x2(k))/(strength(3)))^2 +
% ((x3(k))...
%     /(strength(5)))^2;
% %Strength ratio per Tsai-Hill criterion
% SR_TH(k)=sqrt(1/TSH)

% Tsai-Wu failure theory parameters
H1=(1/((strength(1))) - (1/(strength(2))));
H2=(1/((strength(3))) - (1/(strength(4))));
H11=(1/((strength(1)*strength(2))));
H22=(1/((strength(3)*strength(4))));
H66=(1/((strength(5))^2));
H6=0;
% Finding H12 using Mises-Hencky criterion
H12=(-
1/2)*sqrt(1/((strength(1))*(strength(2))*(strength(3))*(str
ength(4))));

% Tsai-Wu criterion in quadratic form.
b=((H1*x1(kk))+(H2*x2(kk))+(H6*x3(kk)));

```

```

a=(H11*( (x1(kk) .^2) )+(H22*( (x2(kk) .^2) )+(H66*( (x3(kk) .^2) )+
(2*(H12*x1(kk) )*(x2(kk) ) ) ) ) );
c=-1;
% Quadratic formula
R(1)=((-b)+sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a);
R(2)=((-b)-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a);
% Strength ratio per Tsai-Wu criterion

if(R(1)<0)
    TW(kk)=R(2);
else
    TW(kk)=R(1);
end

end
TW;

[x(hh) pos]=min(TW(1,:));

thetal(:,pos)=[];
%
TW(:,pos)=[];

% Esfuerzo=x/0.015;
%Deformacion=(eps0(n))*x;
%ntheta=thetal
end

Esfuerzo=x/4e-3;
Deformacion=(eps0(j))*x;
% nx=10;
thetal=randi([-90 90],1,nx);
sigmax(z)=max(Esfuerzo);
for ll=z:z
    for jj=1:nx
        M(ll,jj)=thetal(1,jj);
    end
end
end
end

%plot(Deformacion,Esfuerzo)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

% paro=1;
%%%%%%%%%%%%%%
sump=0;
sump2=0;
%ngen=10;
  for px=1: ngen
for i=1:tt
    sig(i,1)=sigmax(i);
end

suma=0;
for i=1:tt
    suma=sig(i,1)+suma;
end
disp(M)
Maxn(tt,1)=sig(tt,1);
for ir=1:nx
    MNN(tt,ir)=M(tt,ir);
end
for tr=1:tt-1
    if sig(tr,1)>sig(tr+1,1)
        Maxn(tr,1)=sig(tr,1);
        for tj=1:nx
            MNN(tr,tj)=M(tr,tj);
        end
    elseif sig(tr,1)<sig(tr+1,1)
        Maxn(tr,1)=sig(tr+1,1);
        for jt=1:nx
            MNN(tr,jt)=M(tr+1,jt);
        end
    else
        disp('Ninguno de los anteriores');
    end
end
disp(MNN)

av=30;
zt=(av/100)*nx;
k=round(zt);
for i=1:tt
    for j=k+1:nx
        MN(i,j)=MNN(i,j);
    end
end
end

```

```

for i=2:2:tt
    for j=1:k
        MN(i,j)=MNN(i-1,j);
    end
end
for i=1:2:tt
    for j=1:k
        MN(i,j)=MNN(i+1,j);
    end
end
%disp(MN)
%
ntheta1=MN;
[mm nn]=size(MN);
yes=1;

suma3=0;
while yes==1
    sumal=0;
    for xx=1:mm

        ntheta1=MN(xx,:);
        inil=ntheta1;
        vall=length(inil);
        for hh=1:vall
            for k=1:length(ntheta1)
                tplies(k)=1.333333333E-4;
                nplies=k;
            end

            modulo=[135E9 10E9 0.3 5E9];
            [cc,dd]=size(ntheta1);
            for l=1:dd
                moduliplies(l,:)=modulo;
            end
            %%
            h=tpliess*nplies;
            for ii=0:nplies
                p(ii+1)=tpliess*(ii)-(h/2);
            end
            V21=((E2/E1)*V12);
            Q11=E1/(1-(V12*V21));
            Q22=E2/(1-(V12*V21));
            Q12=V12*E2/(1-(V12*V21));

```

```

Q66=G12;
Q=[Q11 Q12 0;Q12 Q22 0; 0 0 Q66];

U1=(1/8)*(3*Q11+3*Q22+2*Q12+4*Q66);
U2=(1/2)*(Q11-Q22);
U3=(1/8)*(Q11+Q22-2*Q12-4*Q66);
U4=(1/8)*(Q11+Q22+6*Q12-4*Q66);
U5=(1/8)*(Q11+Q22-2*Q12+4*Q66);
%permutaciones
%theta2=perms(theta1)

theta5=(ntheta1);
[m n]=size(theta5);
for j=1:m
    theta4=theta5(j,:);
for i=1:n

    Qt11=U1+(U2*cosd(2*theta4(i)))+(U3*cosd(4*theta4(i)));
    Qt12=U4-(U3*cosd(4*theta4(i)));
    Qt22=U1-(U2*cosd(2*theta4(i)))+(U3*cosd(4*theta4(i)));

    Qt16=((1/2)*(U2*sind(2*theta4(i)))+(U3*sind(4*theta4(i))));
    Qt26=((1/2)*(U2*sind(2*theta4(i)))-
    (U3*sind(4*theta4(i))));
    Qt66=U5-(U3*cosd(4*theta4(i)));
    Qt(:,:,j,i)=[Qt11 Qt12 Qt16;Qt12 Qt22 Qt26;Qt16 Qt26
    Qt66];

end
% % %Matriz [A]
% % A=0;
% % for i=1:n
% %     A_(:,:,i)=Qt(:,:,j,i)*(p(1,i+1)- p(1,i));
% %     nh(:,:,i)=A_(:,:,i);
% %     A=A+ nh(:,:,i);
% % end
% %
% % %Matriz [B]
% % B=0;
% % for i=1:n
% %     B_(:,:,i)=1/2*(Qt(:,:,j,i)*((p(1,i+1)^2)-
    (p(1,i)^2)));
% %     nh(:,:,i)=B_(:,:,i);
% %     B=B+ nh(:,:,i);

```

```

% % end
% %
% % %Matriz [D]
% % D=0;
% % for i=1:n
% %     D_(:, :, i)=1/3*(Qt(:, :, j, i)*((p(1, i+1)^3)-
% %     (p(1, i)^3)));
% %     nh(:, :, i)=D_(:, :, i);
% %     D=D+ nh(:, :, i);
% % end
% %
% % [ABD]=[A] [B];[B] [D]];

[Qplies, Qbarplies] = qqbar2(nplies, moduliplies, ntheta1);

[A1, B1, D1, An, Bn, Dn]= ABD(nplies, Qplies, ntheta1, tplies);

[eps0, kappa] = Plano_medio([A1], [B1], [D1], [1;0;0], [0;0;0]);

[Deformacion_Global_Lamina]=Deformacion_Global_Laminado(eps
0, kappa, nplies, tplies);

[Deformacion_Local_Lamina] =
Deformacion_Local_Laminado2(Deformacion_Global_Lamina, nthet
a1, nplies);

[Esfuerzo_Global_Lamina] =
Esfuerzo_Global_Laminado(Deformacion_Global_Lamina, Qbarplie
s, nplies);

[Esfuerzo_Local_Lamina] =
Esfuerzo_Local_Laminado2(Esfuerzo_Global_Lamina, ntheta1, npl
ies);
end

for l=1:n
    x1(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1, 1, l);
    x2(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1, 2, l);
    x3(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1, 3, l);

end
% for i= 1:length(theta)
%     f(i)=(x1(i)^2/1500^2)-
%     ((x1(i)*x2(i))/1500^2)+(x2(i)^2/40^2)+(x3(i)^2/68^2)

```

```

% end

for kk=1:length(ntheta1)

    [strength]=[1500E6 1200E6 50E6 250E6 70E6];
% TSH=((x1(k))/(strength(1)))^2 - (x1(k))*(x2(k))...
%      /(strength(1))^2 + ((x2(k))/(strength(3)))^2 +
%      ((x3(k))...
%      /(strength(5)))^2;
% %Strength ratio per Tsai-Hill criterion
% SR_TH(k)=sqrt(1/TSH)

% Tsai-Wu failure theory parameters
H1=(1/((strength(1))) - (1/(strength(2))));
H2=(1/((strength(3))) - (1/(strength(4))));
H11=(1/((strength(1)*strength(2))));
H22=(1/((strength(3)*strength(4))));
H66=(1/((strength(5))^2));
H6=0;
% Finding H12 using Mises-Hencky criterion
H12=(-
1/2)*sqrt(1/((strength(1))*(strength(2))*(strength(3))*(str
ength(4))));

% Tsai-Wu criterion in quadratic form.
b=((H1*x1(kk))+(H2*x2(kk))+(H6*x3(kk)));
a=(H11*((x1(kk).^2)+(H22*((x2(kk).^2)+(H66*((x3(kk).^2))+
(2*(H12*x1(kk))*(x2(kk))))));
c=-1;
% Quadratic formula
R(1)=((-b)+sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a);
R(2)=((-b)-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a);
% Strength ratio per Tsai-Wu criterion

if(R(1)<0)
    TW2(kk)=R(2);
else
    TW2(kk)=R(1);
end
end
TW2;

[xn(hh) pos]=min(TW2(1,:));

```

```

ntheta1(:,pos)=[];
%
TW2(:,pos)=[];

%Esfuerzo2=x/0.015;
%Deformacion=(eps0(n))*x
%ntheta=theta1
end
%disp(Esfuerzo2)
Esfuerzo2=xn/4e-3;
% % Deformacion=(eps0(xn))*x;
% % n=10;
% % theta1=randi([-90 90],1,n);

sigmax2(xx)=max(Esfuerzo2);
for r=1:xx
sig2(r,1)=sigmax2(r);
end
% disp(sig2);
sumal=sigmax2(xx)+sumal;

% for ll=z:z
%     for jj=1:n
%         M(ll,jj)=ntheta1(1,jj);
%     end
% end
end

suma3=suma3+1;
% disp(suma)
% disp(sumal)

if sumal > suma
disp(MNN)

yes=0;

elseif suma3 == 1

disp(MNN)

yes=0;

```

```

else
    avn=30;
    ztn=(avn/100)*nx;
    kn=round(ztn);

    for i=1:tt
        for j=kn+1:nx
            MN(i,j)=MN(i,j);
        end
    end
    for i=2:2:tt
        for j=1:kn
            MN(i,j)=MN(i-1,j);
        end
    end
    for i=1:2:tt
        for j=1:kn
            MN(i,j)=MN(i+1,j);
        end
    end
    disp(MN)

    yes=1;

end

end

MN2=MN;

% por=input(' porcentaje1\n');
% par=input(' porcentaje2\n');

por=20;
par=30;
kp1=(por/100)*nx;
kp=round(kp1);
kpp1=(par/100)*nx;
kpp=round(kpp1);
% th=randperm(90,1);
% th2=randperm(90,1);
for ix=1:2:tt
    for jz=kp:kp:nx
        MN2(ix,jz)=0;
    end
end

```

```

end
%
for id=2:2:tt
    for jd=kpp:kpp:nx
        MN2(id,jd)=0;
    end
end
% disp(MN2)

for i=kp:kp:nx
    htn(i,1)=randperm(90,1);
end
for j=kpp:kpp:nx
    htn2(j,1)=randperm(90,1);
end

for i=1:2:tt
    for j=kp:kp:nx
        MN2(i,j)=htn(j,1);
    end
end
for i=2:2:tt
    for j=kpp:kpp:nx
        MN2(i,j)=htn2(j,1);
    end
end
disp(MN2)

%%
%MN=[0 90 0]
%MN=perms(theta1)
ntheta2=MN2;
[m1 n1]=size(MN2);

for xi=1:m1

    %     j

    ntheta2=MN2(xi,:);
%for i=1:n

```

```

ini2=ntheta2;
val2=length(ini2);
%pos=0;
%TW=0;

for hi=1:val2
    %TW(:,pos)=[]
%while yes==1

for ki=1:length(ntheta2)
    tplies(ki)=1.333333333E-4;
    nplies=ki;
end

modulo=[135E9 10E9 0.3 5E9];
[ci,di]=size(ntheta2);
for l=1:di
    moduliplies(l,:)=modulo;
end
%%
h=tplies*nplies;
for iq=0:nplies
    p(iq+1)=tplies*(iq)-(h/2);
end
V21n=((E2/E1)*V12);
Q11n=E1/(1-(V12*V21n));
Q22n=E2/(1-(V12*V21n));
Q12n=V12*E2/(1-(V12*V21n));
Q66n=G12;
Qn=[Q11n Q12n 0;Q12n Q22n 0; 0 0 Q66n];

U1n=(1/8)*(3*Q11n+3*Q22n+2*Q12n+4*Q66n);
U2n=(1/2)*(Q11n-Q22n);
U3n=(1/8)*(Q11n+Q22n-2*Q12n-4*Q66n);
U4n=(1/8)*(Q11n+Q22n+6*Q12n-4*Q66n);
U5n=(1/8)*(Q11n+Q22n-2*Q12n+4*Q66n);

%permutaciones
%theta2=perms(theta1)

theta7=(ntheta2);
[m1 n1]=size(theta7);
for j=1:m1

```

```

        theta6=theta7(j,:);
for i=1:n1

    Qt11n=U1n+(U2n*cosd(2*theta6(i)))+(U3n*cosd(4*theta6(i)));
    Qt12n=U4n-(U3n*cosd(4*theta6(i)));
    Qt22n=U1n-(U2n*cosd(2*theta6(i)))+(U3n*cosd(4*theta6(i)));

    Qt16n=((1/2)*(U2n*sind(2*theta6(i)))+(U3n*sind(4*theta6(i))
    ));
    Qt26n=((1/2)*(U2n*sind(2*theta6(i)))-
    (U3n*sind(4*theta6(i)));
    Qt66n=U5n-(U3n*cosd(4*theta6(i)));
    Qtn(:,:,j,i)=[Qt11n Qt12n Qt16n;Qt12n Qt22n Qt26n;Qt16n
    Qt26n Qt66n];

end
% % %Matriz [A]
% % A1=0;
% % for i=1:n1
% %     A1_(:,:,i)=Qtn(:,:,j,i)*(p(1,i+1)- p(1,i));
% %     nh1(:,:,i)=A1_(:,:,i);
% %     A1=A1+ nh1(:,:,i);
% % end
% %
% % %Matriz [B]
% % B1=0;
% % for i=1:n1
% %     B1_(:,:,i)=1/2*(Qtn(:,:,j,i)*((p(1,i+1)^2)-
% % (p(1,i)^2)));
% %     nh1(:,:,i)=B1_(:,:,i);
% %     B1=B1+ nh1(:,:,i);
% % end
% %
% % %Matriz [D]
% % D1=0;
% % for i=1:n1
% %     D1_(:,:,i)=1/3*(Qtn(:,:,j,i)*((p(1,i+1)^3)-
% % (p(1,i)^3)));
% %     nh1(:,:,i)=D1_(:,:,i);
% %     D1=D1+ nh1(:,:,i);
% % end
% %
% % [ABD3]=[A1 B1;B1 D1];

```

```

[Qplies,Qbarplies] = qqbar3(nplies,moduliplies,ntheta2);
[A2,B2,D2,An,Bn,Dn]= ABD(nplies,Qplies,ntheta2,tplies);
[eps0,kappa] = Plano_medio([A2],[B2],[D2],[1;0;0],[0;0;0]);
[Deformacion_Global_Lamina]=Deformacion_Global_Laminado(eps
0,kappa,nplies,tplies);

[Deformacion_Local_Lamina] =
Deformacion_Local_Laminado3(Deformacion_Global_Lamina,nthet
a2,nplies);

[Esfuerzo_Global_Lamina] =
Esfuerzo_Global_Laminado(Deformacion_Global_Lamina,Qbarplie
s,nplies);

[Esfuerzo_Local_Lamina] =
Esfuerzo_Local_Laminado3(Esfuerzo_Global_Lamina,ntheta2,npl
ies);

end

for l=1:n1

                x1(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1,1,l);
                x2(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1,2,l);
                x3(l)=Esfuerzo_Local_Lamina(1,3,l);

end
% for i= 1:length(theta)
%     f(i)=(x1(i)^2/1500^2)-
% ((x1(i)*x2(i))/1500^2)+(x2(i)^2/40^2)+(x3(i)^2/68^2)
% end

for kk=1:length(ntheta2)

    [strength]=[1500E6 1200E6 50E6 250E6 70E6];
% TSH=((x1(k))/(strength(1)))^2 - (x1(k))*(x2(k))...
```

```

%      /((strength(1))^2 + ((x2(k))/(strength(3)))^2 +
((x3(k))...
%      /((strength(5)))^2);
% %Strength ratio per Tsai-Hill criterion
% SR_TH(k)=sqrt(1/TSH)

% Tsai-Wu failure theory parameters
H1=(1/((strength(1))) - (1/(strength(2))));
H2=(1/((strength(3))) - (1/(strength(4))));
H11=(1/((strength(1)*strength(2))));
H22=(1/((strength(3)*strength(4))));
H66=(1/((strength(5))^2));
H6=0;
% Finding H12 using Mises-Hencky criterion
H12=(-
1/2)*sqrt(1/((strength(1))*(strength(2))*(strength(3))*(str
ength(4))));

% Tsai-Wu criterion in quadratic form.
b=((H1*x1(kk))+(H2*x2(kk))+(H6*x3(kk)));
a=(H11*((x1(kk).^2)+(H22*((x2(kk).^2)+(H66*((x3(kk).^2))+
(2*(H12*x1(kk))*(x2(kk))))));
c=-1;
% Quadratic formula
R(1)=((-b)+sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a);
R(2)=((-b)-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*a);
% Strength ratio per Tsai-Wu criterion

if(R(1)<0)
    TW3(kk)=R(2);
else
    TW3(kk)=R(1);
end

end

TW3;

[xn2(hi) pos]=min(TW3(1,:));

ntheta2(:,pos)=[];

```

```

%
TW3(:,pos)=[];

%Esfuerzo2=x/0.015;
%Deformacion=(eps0(n))*x
  %ntheta=thetal
end

sump2=sump2+1;
Esfuerzo3=xn2/4e-3;
% Esfuerzof(sump2)=Esfuerzo3
%disp(Esfuerzo3)
Deformacion3=(eps0(n1))*xn2;

  sigmax3(xi)=max(Esfuerzo3);
for ri=1:xi
  sig3(ri,1)=sigmax3(ri);

end
end
sump=sump+1;
disp(sig3);
Resistenciamax(sump)=max(sig3);
M=MN2
Mt2(:, :, px)=MN2;
sigmax=sig3;
MF2(:, :, px)=[MN2 sig3];

  M=MN2
Mt(:, :, iteraciones, px)=MN2;
sigmax=sig3
MF(:, :, iteraciones, px)=[MN2 sig3];

end
resistenciag(:, :, iteraciones)=Resistenciamax;
resismax(iteraciones)=max(Resistenciamax)
end

```

Referencias

- [1] J. A. Jiménez Gallegos, “Bases para el diseño de piezas mecánicas sometidas a cargas transversales construidas de laminados con enfoque en máxima resistencia,” Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2017.
- [2] J. Mathias, X. Balandraud, and M. Grediac, “Applying a genetic algorithm to the optimization of composite patches,” vol. 84, pp. 823–834, 2006.
- [3] F. S. Almeida and A. M. Awruch, “Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis,” *Compos. Struct.*, vol. 88, no. 3, pp. 443–454, 2008.
- [4] A. P. Mouritz, *Introduction to aerospace materials*. Philadelphia: Woodhead, 2012.
- [5] E. Alcudia Zacarías, “Bases para el Diseño de Materiales Compuestos Estructurales con Enfoque en Tolerancia al Daño,” Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2016.
- [6] R. M. Jomes, *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis, Inc, 1999.
- [7] X.-S. Yang, *Nature-Inspired Optimization Algorithms*. School of Science and Technology Middlesex University London, London, 2014.
- [8] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. London, England: The MIT Press, 1992.
- [9] J. R. Vinson and R. L. Sierakowski, *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, vol. 1. 1993.
- [10] D. Gay, *Composite Materials Design and Applications*. CRC Press, 2015.
- [11] A. Miravete, *Materiales compuestos*. .
- [12] A. Miravete, *Los nuevos materiales compuestos en la construcción*. zaragoza: Universidad de Zaragoza, 1995.
- [13] E. J. Barbero, *Introduction to composite materials design*. CRC press., 2011.
- [14] R. L. Sierakowski, A. Mn, E. Air, F. Base, W. E. Parkway, and E. A. F. B. Fl, “Composite materials and structures : Science , technology and applications A compendium of books , review papers , and other sources of information,” 2016.
- [15] A. Ravindran, K. M. Ragsdell, and G. V. Reklaitis, *ENGINEERING OPTIMIZATION Methods and Applications*. John Wiley & Sons., 2006.
- [16] S. S. Rao, *Engineering Optimization Theory and Practice*, Fourth Edi. John Wiley & Sons., 2009.
- [17] A. Antoniou and W. Sheng Lu, *Practical Optimization Algorithms and Engineering Applications*. Springer, 2007.

-
- [18] C. Blum and A. Roli, “Metaheuristics in Combinatorial Optimization : Overview and Conceptual Comparison,” vol. 35, no. 3, pp. 268–308, 2003.
- [19] G. Dyson, *Darwin among the Machines: The Evolution of Global Intelligence*. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1997.
- [20] J. Y. Juárez Chávez, “Algoritmo Genético Distribuido para Maximizar la Resistencia de un Acero Microaleado,” Universidad Autonoma del Estado de Morelos, 2016.
- [21] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The MIT Press, 1992.
- [22] A. K. Kaw and F. Group, *Mechanics of Composite Materials*. CRC Press, 2006.
- [23] B. Z. Jang, *Advanced Polymer Composites: Principles and Applications*. ASM International, 1994.
- [24] N. S. Khot, V. B. Venkayya, C. D. Johnson, and V. A. Tischler, “Optimization of fiber reinforced composite structures,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 9, no. 1, pp. 1225–1236, 1973.
- [25] J. H. S. Jr and R. T. Haftkat, “Preliminary Design of Composite Wings for Buckling , Strength , and Displacement Constraints,” vol. 16, no. 8.
- [26] D. E. Goldberg and M. P. Samtani, “Engineering optimization via genetic algorithm.,” *Am. Soc. Civ. Eng.*, 1986.
- [27] K. J. Callahan and G. E. Weeks, “Optimum design of composite laminates using genetic algorithms,” vol. 2, no. 3, pp. 149–160, 1992.
- [28] S. Nagendra, D. Jestin, Z. Gürdal, R. T. Haftka, and L. T. Watson, “Improved genetic algorithm for the design of stiffened composite panels,” *Comput. Struct.*, vol. 58, no. 3, pp. 543–555, 1996.
- [29] L. A. Schmit and B. Farshi, “Optimum laminate design for strength and stiffness,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 7, no. 4, pp. 519–536, 1973.
- [30] L. A. Schmit Jr and B. Farshi, “Optimum Design of Laminated Fibre Composite Plates.,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 11, no. 4, pp. 623–640, 1977.
- [31] M. Walker and R. E. Smith, “A technique for the multiobjective optimisation of laminated composite structures using genetic algorithms and finite element analysis,” *Compos. Struct.*, vol. 62, no. 1, pp. 123–128, 2003.
- [32] J. H. Park, J. H. Hwang, C. S. Lee, and W. Hwang, “Stacking sequence desing of composite laminates for maximum strength using genetic algorithms,” *Compos. Struct.*, vol. 52, no. 2, pp. 217–231, 2001.
- [33] S. N. Omkar, D. Mudigere, G. N. Naik, and S. Gopalakrishnan, “Vector evaluated particle swarm optimization (VEPSO) for multi-objective design optimization of composite structures,” *Comput. Struct.*, vol. 86, no. 1–2, pp. 1–14, 2008.
- [34] R. H. Lopez and M. A. Luersen, “Optimization of Hybrid Laminated Composites using a Genetic Algorithm,” vol. XXXI, no. 3, pp. 269–278, 2009.
- [35] C. Materials, “Conservative Design Optimization of Laminated Composite Structures

-
- Using Genetic of Laminated Composite Structures,” no. February, 2010.
- [36] S. N. Omkar and J. Senthilnath, “Artificial Bee Colony (ABC) for multi-objective design optimization of composite structures,” *Appl. Soft ...*, vol. 11, no. 1, pp. 489–499, 2011.
- [37] M. H. Hajmohammad, M. Salari, S. A. Hashemi, and M. H. Esfe, “Optimization of stacking sequence of composite laminates for optimizing buckling load by neural network and genetic algorithm,” *Indian J. Sci. Technol.*, vol. 6, no. 8, pp. 5070–5077, 2013.
- [38] T. Le-manh and J. Lee, “Stacking sequence optimization for maximum strengths of laminated composite plates using genetic algorithm and isogeometric analysis,” *Compos. Struct.*, vol. 116, pp. 357–363, 2014.
- [39] E. Saraiva, B. Evandro, P. Jr, and C. De Melo, “A hybrid PSO-GA algorithm for optimization of laminated composites,” 2016.
- [40] Z. Gürdal, R. T. Haftka, and P. Hajela, *Design and Optimization of laminated composite materials*. John Wiley & Sons., 1999.
- [41] R. Talreja, A. Engineering, T. Sciences, C. V. Singh, and M. Science, *Damage and Failure of Composite Materials*. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2012.
- [42] N. D. CRISTESCU, E.-M. CRACIUN, and E. SOÓS, *Mechanics of Elastic Composites*. Chapman and Hall / CRC, 2003.
- [43] M. A. Perez and M. Sánchez, *Fundamentos de la mecánica de los materiales compuestos*. Omnia Publisher, 2014.
- [44] M. Modarres, M. P. Kaminskiy, and V. Krivtsov, *Reliability Engineering and Risk Analysis: A Practical Guide*, Second Edi. Estados Unidos: CRC Press, 2009.
- [45] L. S. Arias Maya and L. Vanegas Useche, “Falla de los Materiales Compuestos Laminados,” *Sci. Tech.*, vol. X, pp. 113–118, 2004.
- [46] C. Dong and I. J. Davies, “Optimal design for the flexural behaviour of glass and carbon fibre reinforced polymer hybrid composites,” *Mater. Des.*, vol. 37, pp. 450–457, 2012.
- [47] C. Navarro Ugena and E. Barbero Pozuelo, *Materiales Compuestos*. .
- [48] E. C. Sebastián, “Análisis de criterios de fallo para materiales compuestos,” Universidad Politecnica de Valencia, 2016.
- [49] V. D. Azzi and S. W. Tsai, “Anisotropic Strength of Composites,” *Exp. Mech.*, pp. 283–288, 1965.
- [50] D. Abellán López, “Implementación y verificación de un modelo de degradación de propiedades para la predicción del fallo en materiales compuestos,” UNIVERSIDAD DE SEVILLA, 2012.
- [51] J. S. Arora, *Introduction to Optimum Design*, Third Edit. Elsevier, 2011.
- [52] G. Vanderplaats, *Numerical optimization techniques for engineering design*, 3rd ed. Vanderplaats Research & Developmet, Inc., 1999.

-
- [53] C. Darwin, *On The Origin of Species*, Based on t. London: ElecBook, 1997.
- [54] S. N. Sivanandam and S. N. Deepa, *Introduction to Genetic Algorithms*. Springer, 2008.
- [55] R. T. Haftka and Z. Gurdal, *Elements of structural Optimization*, vol. 11, no. 12. SPRINGER-SCIENCE+BUSINESS MEDIA, B.V., 1992.
- [56] D. E. Goldberg, K. Deb, and J. H. Clark, “Genetic Algorithms , Noise , and the Sizing of Populations,” vol. 6, pp. 333–362, 1992.