

SEP

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



CONTROL ADAPTATIVO PARA EL CONTROL EN MODO
REGULACIÓN DE UN QUADROTOR

TRABAJO DE TESIS PRESENTADO POR:
ING. OSCAR ESTEBAN ALANIZ SOLORIO

PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

DIRECTOR DE TESIS:
DR. SERGIO ALBERTO PUGA GUZMÁN

CO-DIRECTOR DE TESIS:
DR. SALVADOR GONZÁLEZ VÁZQUEZ

TIJUANA, BAJA CALIFORNIA, MÉXICO.

FEBRERO DE 2021



Instituto Tecnológico de Tijuana

Tijuana Baja California, 29/Junio/2021
Asunto: Autorización de impresión de trabajo de tesis

DRA. YAZMIN MALDONADO ROBLES
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
PRESENTE

En lo referente al trabajo de tesis, **“Control adaptativo para el control en modo de regulación de un quadrotor”**, presentado por el **Ing. Oscar Esteban Alaniz Solorio**, alumno del programa de Maestría en Ciencias de la Ingeniería, con número de control **G10211629**; informamos a usted que después de una minuciosa revisión e intercambio de opiniones, los miembros del comité manifiestan **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias, por lo que se autoriza al interesado para que proceda de inmediato a la impresión del mismo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®
Por una juventud integrada al desarrollo de México®

DR. SERGIO ALBERTO PUGA GUZMÁN
DIRECTOR DE TESIS

DR. SALVADOR GONZÁLEZ VÁZQUEZ
CO-DIRECTOR DE TESIS

DR. JOVÁN MÉRIDA RUBIO
MIEMBRO DEL COMITÉ

DR. LUIS NÉSTOR CORIA DE LOS RÍOS
MIEMBRO DEL COMITÉ

ccp. Archivo

Dr. José Ricardo Cárdenas Valdez – Coordinador Académico de la Maestría en Ciencias de la Ingeniería.





Instituto Tecnológico de Tijuana

Tijuana, Baja California, 09/agosto/2021

OFICIO No. 081/DEPI/2021

Asunto: Autorización de Impresión de Tesis

MARIBEL GUERRERO LUIS
JEFA DEL DEPARTAMENTO DE SERVICIOS ESCOLARES
PRESENTE

En lo referente al trabajo de tesis, "Control adaptativo para el control en modo de regulación de un quadrotor". Presentado por C. Oscar Esteban Alaníz Solorio, alumno de la Maestría en Ciencias de la Ingeniería con número de control G10211629; informo a usted que, a solicitud del comité tutorial, tengo a bien Autorizar la impresión de Tesis, atendiendo las disposiciones de los Lineamientos para la Operación de Estudios de Posgrado del Tecnológico Nacional de México.

Sin más por el momento le envío un cordial saludo.

ATENTAMENTE

*Excelencia en Educación Tecnológica®
Por una juventud integrada al desarrollo de México®*



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
E INVESTIGACIÓN**

YAZMIN MALDONADO ROBLES
JEFA DE DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

ccp. Archivo
YMR





CARTA DE CESION DE DERECHOS

En la ciudad de Tijuana, Baja California, el día **29** del mes de **Junio** del año **2021**, el que suscribe **Oscar Esteban Alaniz Solorio**, con número de control **G10211629**, alumno de **Maestría** del programa de Posgrado en Ciencias de la Ingeniería, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Sergio Alberto Puga Guzmán**, cede los derechos del trabajo titulado **Control adaptativo para el control en modo regulación de un quadrotor** al Tecnológico Nacional de México para su difusión, con fines académicos y de investigación en la comunidad estudiantil y científica del país.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas, código, formulas o datos del trabajo sin permiso expreso del autor o director del trabajo. Este debe ser obtenido escribiendo a cualquiera de las siguientes direcciones de correo electrónico oscar.alaniz18@tectijuana.edu.mx y sergio.puga@tectijuana.edu.mx o bien, dirigirse a las instalaciones del Instituto Tecnológico de Tijuana en Calzada del Tecnológico S/N Esq. Av. Castillo de Chapultepec y calle Cuauhtemotzin, Fracc. Tomás Aquino C.P. 22414, Tijuana, Baja California, conmutador 664-6078400.

Si se otorga el permiso, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo como lo indique el autor intelectual o el director del trabajo de Tesis.

A T E N T A M E N T E

Oscar Esteban Alaniz Solorio
ALUMNO DEL POSGRADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

CONTROL ADAPTATIVO PARA EL CONTROL EN MODO REGULACIÓN DE UN QUADROTOR

Ing. Oscar Esteban Alaniz Solorio

El presente trabajo de tesis aborda el problema de regulación para la estabilización de helicópteros de cuatro rotores utilizando un control adaptativo. El *Quadrotor* es un sistema subactuado con seis grados de libertad y cuatro entradas (actuadores independientes). Las condiciones de operación del *Quadrotor* son abruptamente variables, factores externos como la fricción del viento, gravedad, humedad del viento, dinámica de los cuatro rotores y dinámicas no consideradas en el modelo matemático hacen que el sistema tenga características no lineales. El objetivo de control es resolver el problema de regulación a pesar de que exista una alteración física en la planta del sistema y perturbaciones. El sistema dinámico es obtenido usando el método de Euler-Lagrange y se considera un controlador de *Quadrotor* encontrado en la literatura que será simulado para comparar el desempeño con el control adaptativo neuronal diseñado.

Palabras Clave: Control adaptativo, control neuronal, método de Euler-Lagrange, *Quadrotor*.

©ITT Febrero de 2021. Derechos reservados. El autor otorga al ITT el permiso de reproducir y distribuir copias de esta Tesis en su totalidad o en partes.

ABSTRACT

This thesis addresses the problem of regulation for the stabilization of four-rotor helicopters using adaptive neuronal control. The *Quadrotor* is an under-actuated system with six degrees of freedom and four inputs (independent actuators). The working environment of the *Quadrotor* is abruptly variable, external factors such as wind friction, gravity, wind humidity, dynamics of the four rotors and dynamics not considered in the mathematical model, make a non-linear system. The control objective is to solve the regulation problem of the *Quadrotor* considering physical changed and disturbances. The dynamical system is obtained using the Euler-Lagrange method and is considered one controller of *Quadrotor* found in the literature, that will be simulated to compared the performance with a self-design adaptive neuronal controller.

Keywords: Adaptive control, neuronal control, Euler-Lagrange method, *Quadrotor*.

DEDICATORIA

A mi papá Miguel Alaniz Morales †, el hombre más valiente y amoroso que conocí.

A mi mamá Celia Solorio Aguilar, una mujer fuerte y bondadosa en cada aspecto de su vida.

A mis hermanos, Alberto, Miguel y Cecilia por todo su amor.

A mis amigos del posgrado, por su apoyo incondicional.

A mis profesores y en especial a mi asesor Dr. Sergio Alberto Puga Guzmán, por darme la oportunidad de investigar con él.

AGRADECIMIENTOS

Mi agradecimiento a:

Mis amigos quienes siempre conté con su apoyo.

A mis profesores del posgrado y mi comité de tesis, especialmente a mi asesor.

Al TecNM-Tecnológico de Tijuana por permitirme ser parte de su posgrado.

Índice general

Resumen	I
Abstract	II
Lista de figuras	VII
Lista de tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	3
1.2. Motivación	4
1.3. Objetivos de la investigación	5
1.3.1. Objetivo general	5
1.3.2. Objetivos específicos	5
1.4. Aportaciones	5
1.5. Organización de la tesis	5
2. Preliminares matemáticos	7
2.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	7
2.1.1. Representación de estados	7
2.1.2. Punto de equilibrio	8
2.1.3. Definición de estabilidad	8
2.1.4. Estabilidad uniformemente SISL	8
2.1.5. Acotamiento uniforme y últimamente	8
2.1.6. Función de Lyapunov	9
2.1.7. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	10
2.1.8. Teorema UUB	10
2.2. Control adaptativo	10

2.3. Control neuronal	10
2.3.1. Red neuronal de una capa	12
2.3.2. Red neuronal de dos capas	13
2.3.3. Propiedad de aproximación universal de redes neuronales	14
2.3.4. Redes neuronales LIP	15
3. Modelo dinámico del Quadrotor	17
3.1. Modelo dinámico del Quadrotor	17
3.1.1. Cinemática del Quadrotor	18
3.1.2. Método de Euler-Lagrange	20
3.1.3. Dinámica de traslación	22
3.1.4. Dinámica de orientación	23
4. Control PID/PD	29
4.1. Simulación numérica del controlador PID/PD	30
4.1.1. Regulación sin perturbación	30
4.1.2. Regulación con perturbación	32
5. Control adaptativo aplicado a un Quadrotor	39
5.1. Introducción	39
5.2. Dinámica del Quadrotor	39
5.3. Problema de control	40
5.4. Esquema de control neuronal	41
5.4.1. Derivación del sistema en lazo cerrado	43
5.4.2. Análisis de convergencia	44
5.5. Simulación numérica del controlador neuronal	47
5.5.1. Regulación sin perturbación	48
5.5.2. Regulación con perturbación	49
6. Análisis de resultados	55
6.1. Regulación sin perturbación	55
6.1.1. Regulación con perturbación	55
7. Conclusiones generales y trabajo futuro	61

7.1. Conclusiones generales	61
7.2. Trabajo futuro	62

Índice de figuras

1.1. Helicóptero de cuatro rotores o <i>Quadrotor</i>	1
1.2. Aplicaciones del <i>Quadrotor</i>	2
1.3. Plataformas experimentales.	3
1.4. Bosquejo descriptivo de la regulación del <i>Quadrotor</i>	3
2.1. Diagrama para la definición UUB.	9
2.2. Neurona biológica.	11
2.3. Neurona artificial.	11
2.4. Red neuronal de una capa.	12
2.5. Red neuronal de dos capas.	13
3.1. Diagrama de fuerzas en el <i>Quadrotor</i>	17
4.1. Diagrama de bloques del controlador PID/PD.	30
4.2. Plataforma de simulación en simulink.	31
4.3. Controlador PID/PD : Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$	32
4.4. Controlador PID/PD : Señales de error para $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$	33
4.5. Controlador PID/PD : Posición del centro de masa del <i>Quadrotor</i> en modo regulación sin perturbaciones.	34
4.6. Controlador PID/PD : Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$ con perturbaciones	35
4.7. Controlador PID/PD : Señales del error para $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$	36
4.8. Controlador PID/PD : Posición del centro de masa del <i>Quadrotor</i> en modo regulación con perturbaciones.	37
5.1. Diagrama de control PD más compensación neuronal.	43
5.2. Plataforma de simulación en simulink.	48
5.3. Controlador adaptativo neuronal : Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$	49

5.4.	Controlador adaptativo neuronal: Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ sin perturbaciones.	50
5.5.	Controlador adaptativo neuronal: Posición del centro de masa del <i>Quadrotor</i> en modo regulación con perturbaciones.	51
5.6.	Controlador adaptativo neuronal: Evolución temporal de los pesos de salidad \hat{W}_t y \hat{W}_r sin perturbaciones.	51
5.7.	Controlador adaptativo neuronal: Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$ con perturbaciones.	52
5.8.	Controlador adaptativo neuronal: Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ con perturbaciones.	53
5.9.	Controlador adaptativo neuronal: Posición del centro de masa del <i>Quadrotor</i> en modo regulación con perturbaciones.	54
5.10.	Controlador adaptativo neuronal: Evolución temporal de los pesos de salidad \hat{W}_t y \hat{W}_r con perturbaciones.	54
6.1.	Análisis de resultados: Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$ sin perturbaciones.	56
6.2.	Análisis de resultados: Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ sin perturbaciones.	57
6.3.	Análisis de resultados: Evolución temporal de la norma del error sin perturbaciones.	58
6.4.	Análisis de resultados: Posición del centro de masa del <i>Quadrotor</i> en modo regulación sin perturbaciones.	58
6.5.	Análisis de resultados: Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ con perturbaciones.	59
6.6.	Análisis de resultados: Evolución temporal de la norma del error con perturbaciones.	60
6.7.	Análisis de resultados: Posición del centro de masa del <i>Quadrotor</i> en modo regulación con perturbaciones.	60

Índice de tablas

4.1. Tabla de parámetros del <i>Quadrotor</i>	31
4.2. Ganancias empleadas para el controlador PID/PD.	31

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Hoy en día la robótica ha tomado un papel muy importante en nuestra sociedad, cada vez se requiere utilizar sistemas autónomos capaces de realizar tareas extremadamente complicadas que involucran un riesgo al momento de ejecutarlas. En la última década la tecnología de vehículos no tripulados (VANTs) también conocido por sus siglas en inglés como UAVs (Unmanned Aerial Vehicles) han tenido un considerable impacto de interés alrededor del mundo, debido a las amplias aplicaciones tanto civiles como militares que estos mecanismos ofrecen [16, 32, 3, 36, 21].

Un VANT se define como un vehículo que no tiene ningún operador humano a bordo, por lo que puede ser controlado de forma remota por operadores humanos en estaciones de control, o puede poseer alguna trayectoria preprogramada que le permita volar de forma autónoma [31, 7]. Existe una diversidad de vehículos aéreos no tripulados, para el objeto de estudio en este trabajo de tesis se centra en una clase de VANT, el helicóptero de cuatro rotores, también conocido en la literatura como *Quadrotor* por su nombre en inglés.

El *Quadrotor* del latín *Quad* que significa cuatro, es una clase de VANT con despegue y aterrizaje verticales, de hélice rotativa, con cuatro rotores unidos a un cuerpo rígido en forma de cruz ubicados de forma equidistante de su centro de masa. En la Figura 1.1 se muestra el mecanismo en cuestión [31].

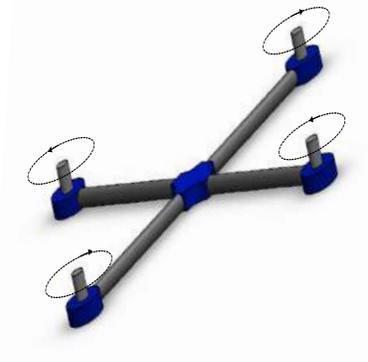


Figura 1.1: Helicóptero de cuatro rotores o *Quadrotor*.

El diseño de helicópteros ha sido el centro de atención desde principios del siglo XX. De acuerdo con [28, 45, 56] el primer *Quadrotor* fue construido por los hermanos Bégret y el profesor Charles Richet en 1907. En la actualidad se han desarrollado una variedad de Quadrotores para distintas aplicaciones, por mencionar algunos los Quadrotores se encuentran en áreas como:

- **Paquetería:** Una de las empresas de vanguardia actualmente inicio con servicios de entrega de producto utilizando drones. En la Figura 1.2a [Fuente: www.amazon.com] se ilustra el *Quadrotor* empleado por Amazon.
- **Agricultura:** Recientemente se ha utilizado como herramienta para el riego de cultivo y monitoreo de vegetación en campos de cultivo y zonas agrestes en la Figura 1.2b [Fuente: www.agroptima.com].
- **Búsqueda y rescate:** Los departamentos de Bomberos están utilizando la tecnología de los drones para ayudar durante operativos de búsqueda y rescate de personas, incendios forestales, de vivienda o industriales y grandes catástrofes. La visualización aérea y el uso de cámaras térmicas proporcionan a los bomberos datos valiosos para tomar decisiones en tiempo real durante un incidente desde el inicio hasta el final del operativo con ayuda de los diferentes informes de valoración con el detalle de la zona afectada, en la Figura 1.2c [Fuente: www.umilesgroup.com/] el *Quadrotor* ofrece el seguimiento de personas.



(a) Paquetería de Amazon



(b) Riego de cultivos



(c) Búsqueda y rescate

Figura 1.2: Aplicaciones del *Quadrotor*.

- **Investigación y desarrollo tecnológico:** Para el área de investigación y desarrollo tecnológico se cuenta con plataformas experimentales para facilitar la implementación de nuevos algoritmos de control. La plataforma Q- Ball2 mostrado en la Figura 1.3a y QDrone mostrado en la Figura 1.3b [Fuente: www.Quanser.com] son desarrolladas por la empresa Quanser, estos equipos son programados a través de Simulink y cuentan con la instrumentación y protección adecuada para llevar acabo pruebas experimentales [13, 8, 60, 14, 35]. Por otro lado la empresa Parrot inicialmente lanzó el Ardrone 2.0 mostrado en la Figura 1.3c y Mambo mostrado en la Figura 1.3d [Fuente: www.parrot.com] con fines de entretenimiento, pero gracias a la demanda de investigación, estos equipos pueden ser utilizado como plataforma experimental [51, 50, 20, 1, 27]. Al igual que los equipos anteriores, estos pueden ser programados en Simulink, facilitando la implementación.

Los trabajos de investigación en el área de control se enfocan en resolver el problema de regulación y seguimiento de trayectoria del *Quadrotor*. En el presente trabajo de tesis se plantea dar solución al problema de regulación bajo condiciones de cambio en la dinámica del sistema (cambios de masa, efectos

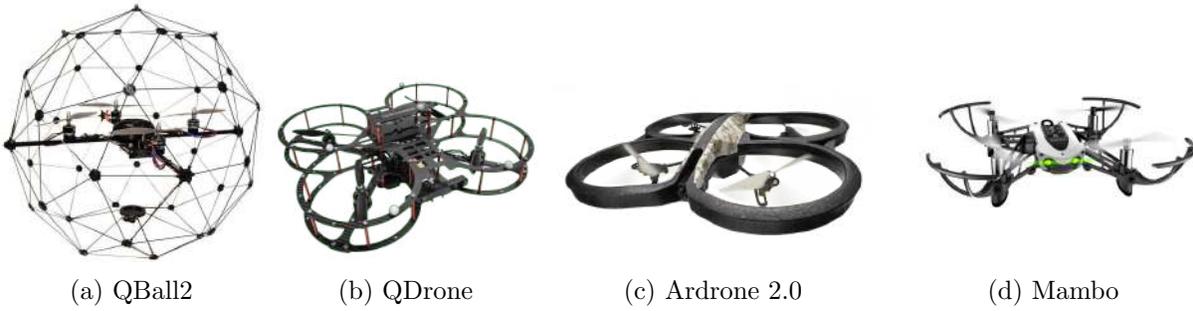


Figura 1.3: Plataformas experimentales.

de carga, perturbaciones) utilizando técnicas de control adaptativo basados en compensación neuronal. En la Figura 1.4 la regulación se define por establecer la posición inicial del *Quadrotor* O y múltiples puntos coordenados p_1, p_2 deseados, es decir, la posición y la orientación del *Quadrotor* debe converger a un valor constante [56, 11, 9].

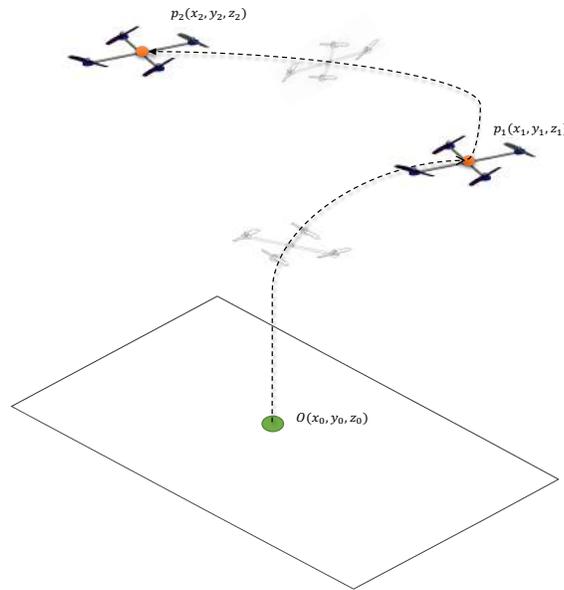


Figura 1.4: Bosquejo descriptivo de la regulación del *Quadrotor*.

1.1. ANTECEDENTES

En la literatura podemos encontrar diversos diseños basados en controladores lineales, no lineales, robustos y adaptativos enfocados a resolver un problema en condiciones específicas, por ejemplo, en control lineal, en [4] utilizan una estructura de control PID (proporcional integral derivativo) linealizando el modelo en un punto de equilibrio. Mientras que en [5] implementa un controlador tipo PID para estabilizar los ángulos de orientación basado en un modelo reducido, sin embargo, presenta deficiencias

ante la presencia de perturbaciones. En [2] realizan un estudio comparativo entre un controlador PID, LQR y un PID-LQR. En general los controladores lineales presentan un desempeño aceptable para condiciones iniciales próximas al punto de operación del Quadrotor, pero no garantizan un buen rendimiento fuera de esto o ante perturbaciones.

Por otra parte, en [17] resuelve el problema de regulación utilizando un esquema PI/PID no lineal, el controlador fue diseñado en base al modelo completo del Quadrotor con estabilidad asintótica en lazo cerrado. En [48] se diseña un controlador robusto por modos deslizantes para resolver el problema de regulación donde se garantiza un buen desempeño. Otro esquema de control no lineal se presenta en [39], garantizando un notable desempeño ante perturbaciones, sin embargo, se tiene una dependencia del modelo dinámico, incrementado con ello la complejidad del análisis.

En [42] se realiza una comparación entre un control adaptativo basado en la matriz de linealización de parámetros y un controlador basado en modelo, para dar solución al problema de seguimiento de trayectoria, donde se observa un mejor desempeño para el controlador adaptativo.

El control neuronal es un tipo de controlador adaptativo que involucra redes neuronales artificiales para funcionar en modo de control o estimación de funciones. En la literatura existen diversos trabajos de control neuronal en donde esquemas de control clásicos los convierten en adaptativos usando redes neuronales, por ejemplo, en [59] utiliza una red neuronal B-Spline para adaptar las ganancias de un controlador PID, se comparan los resultados contra un controlador robusto por modos deslizantes. En [58] se implementa un esquema PID mediante una red-neuronal RBF (del inglés radial basis function) para retroalimentar el error y adaptar las ganancias del controlador.

Un esquema similar es presentado en [58], donde se muestra el diseño de un controlador PID neuronal de base radial adaptable y se comparan los resultados contra un PID de ganancias fijas, obteniendo un buen desempeño y haciendo validación con resultados experimentales.

Por otra parte existen trabajos reportados en la literatura donde se utiliza la compensación neuronal, por ejemplo, en [10] implementan algoritmo un Backstepping más una compensación neuronal, donde se concluye acotamiento en los pesos de salida de la red neuronal y estabilidad UUB (del inglés uniformly ultimately bounded) en lazo cerrado. En [37] emplean un control neuronal robusto, aplicando perturbaciones acotadas al sistema en lazo cerrado, obteniendo estabilidad UUB.

1.2. MOTIVACIÓN

Cada vez las aplicaciones tanto civiles, militares, como de entretenimiento para este tipo de aeronaves exigen mayor rendimiento en su sistema de control, particularmente en la regulación y seguimiento de trayectorias.

Por tal motivo con este trabajo de investigación se pretende mejorar el rendimiento para realizar tareas de regulación utilizando técnicas de control por compensación neuronal, por otra parte tener el conocimiento de estos mecanismos, que por su naturaleza compleja lo convierten en un reto desafiante

para la implementación de técnicas de control avanzado.

1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Diseño de un control adaptativo para resolver el problema de regulación del *Quadrotor*.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar del modelo dinámico del *Quadrotor*.
- Simular un controlador para *Quadrotor* propuesto en la literatura.
- Diseñar un controlador neuronal para resolver el problema de regulación de un *Quadrotor* bajo condiciones de cambios paramétricos del sistema dinámico.
- Comparar el desempeño del controlador neuronal diseñado contra un controlador reportado en la literatura.

1.4. APORTACIONES

- Diseño de un nuevo controlador adaptativo aplicado a un *Quadrotor* utilizando técnicas de compensación neuronal y su respectivo análisis de estabilidad con resultados de simulación numérica.
- La propuesta de leyes de adaptación para los pesos de salida de la red neuronal. Dichas leyes garantizan el acotamiento de los pesos, es decir el aprendizaje de la red neuronal.
- El desarrollo de una plataforma de simulación 3D utilizando la herramienta Simscape en Simulink.
- Se realiza un análisis comparativo del controlador adaptativo neuronal propuesto contra un controlador reportado en la literatura, donde para evaluar el desempeño es analizada la norma del error de posición y orientación.

1.5. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

La tesis está organizada de la siguiente manera. En el Capítulo 2 se describen algunas conceptos matemáticos de los sistemas dinámicos, teoremas de estabilidad y fundamentos teóricos de redes neuronales.

En el Capítulo 3 se presenta el análisis del modelo matemático que describe la dinámica del *Quadrotor*, donde se aplica el formalismo de Euler-Lagrange para la determinación del modelo.

El Capítulo 4 se presenta un controlador proporcional integral derivativo reportado en la literatura sometido a perturbaciones obteniendo resultados de simulación numérica, para verificar su desempeño.

En el Capítulo 5 se describe el controlador propuesto, el cual es basado en un esquema proporcional derivativo que incorpora una red neuronal mono capa para compensar la dinámica del *Quadrotor*, se establecen leyes de adaptación para los pesos de salida y se realiza un análisis de convergencia en lazo cerrado. Para finalizar el capítulo, se presentan resultados de simulación numérica.

En el Capítulo 6 se realiza el análisis de desempeño de los controladores presentados mediante la técnica del valor RMS (del inglés root mean square) de las señales de error de posición y orientación del *Quadrotor*. Por último las conclusiones y el trabajo futuro se muestran en el Capítulo 7.

Capítulo 2

PRELIMINARES MATEMÁTICOS

En el presente capítulo se abordan propiedades de los sistemas dinámicos y teoría de redes neuronales enfocada al control para el mejor entendimiento de el lector.

2.1. ESTABILIDAD EN EL SENTIDO DE LYAPUNOV

En este apartado se abordan conceptos y teoremas básicos sobre la teoría de la estabilidad de Lyapunov, particularmente el acotamiento uniformemente y últimamente. La estabilidad de Lyapunov tiene como objetivo principal estudiar el comportamiento de las trayectorias o las soluciones de los sistemas dinámicos, dicha teoría determina si las soluciones del sistema son estables o inestables. Cuando un sistema dinámico tiene un desempeño no adecuado o generalmente inestable, se diseñan sistemas de control por retroalimentación en lazo cerrado para bifurcar las trayectorias de tal forma que el desempeño sea satisfactorio es decir, que el sistema presente estabilidad. A continuación se presentan algunos conceptos básicos.

2.1.1. REPRESENTACIÓN DE ESTADOS

Un sistema dinámico puede estar descrito por un número finito n de ecuaciones diferenciales, a esta forma se le conoce como representación de estados

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p), \\ \dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, \dots, u_p),\end{aligned}$$

donde x_1, x_2, \dots, x_n representan los estados del sistema, \dot{x}_n denota la derivada temporal de x_n , u_1, u_2, \dots, u_p son las variables de entrada y f_1, f_2, \dots, f_n representan las funciones no lineales del sistema. Cuando la función $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ no depende explícitamente de t , se dice que es un sistema autónomo o

invariante en el tiempo, por lo que la representación de estados puede ser descrita de forma general como

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}). \quad (2.1)$$

2.1.2. PUNTO DE EQUILIBRIO

El vector de estados $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^n$ es un punto de equilibrio del sistema (2.1) si:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_e) = 0, \quad (2.2)$$

dada una condición inicial $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$, entonces se satisface que la solución del sistema es $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_e$ y $\dot{\mathbf{x}}(t) = 0$ para todo t [25].

2.1.3. DEFINICIÓN DE ESTABILIDAD

Sea el punto de equilibrio $\mathbf{x} = 0$ del sistema (2.1) es un equilibrio estable, si para cada valor de $\epsilon > 0$ existe un valor $\delta > 0$, tal que

$$\|\mathbf{x}(0)\| < \delta \Rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0, \quad (2.3)$$

el origen es estable para cualquier condición inicial acotado, las soluciones del sistema serán acotadas.

2.1.4. ESTABILIDAD UNIFORMEMENTE SISL

Un punto de equilibrio \mathbf{x}_e es estable en el sentido de Lyapunov (SISL) en t_0 . Si para cada $\epsilon > 0$ existe un $\delta(\epsilon, t_0) > 0$ tal que $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_e\| < \delta(\epsilon, t_0)$ implica que $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_e\| < \epsilon$ para $t \geq t_0$. La estabilidad se dice que es uniforme (es decir, uniformemente SISL), si δ es independiente de t_0 . Esto es, el sistema es SISL para todo t_0 .

Cabe señalar que un sistema SISL depende de mantener las trayectorias de $\mathbf{x}(t)$ próximas al punto \mathbf{x}_e iniciando muy cercano a éste. Dicho lo anterior, es una condición de estabilidad complicada de establecer en sistemas de control en lazo cerrado donde existen parámetros desconocidos del sistema mecánico como perturbaciones desconocidas. Sin embargo una alternativa para este problema es la estabilidad por acotamiento.

2.1.5. ACOTAMIENTO UNIFORME Y ÚLTIMAMENTE

De acuerdo con la definición el punto de equilibrio \mathbf{x}_e es uniforme últimamente acotado UUB (del inglés uniformly ultimately bounded) si existe un conjunto compacto $S \subset \mathbb{R}^n$ tal que para cada $\mathbf{x}(0) \in S$

existe una cota B y un tiempo $T(B, x(0))$ tal que $\|x(t) - x_e\| < B$ para todo $t \geq t_0 + T$, en la Figura 2.1 se ilustra una representación gráfica del concepto, para cualquier condición inicial en el conjunto compacto S , la solución del sistema eventualmente alcanza después de un tiempo T una vecindad acotada de x_e .

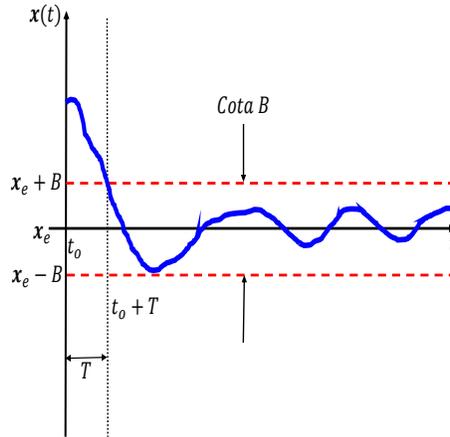


Figura 2.1: Diagrama para la definición UUB.

Las diferencias más importantes entre el acotamiento UUB y SISL se en listan a continuación:

- La cota B no puede hacerse arbitrariamente pequeño por iniciar cercano al punto de equilibrio x_e .
- En sistemas dinámicos, la cota B depende de perturbaciones y otros factores externos.
- El término uniforme indica que B no depende de t_0 .
- El término último indica que se mantiene el acotamiento después de un intervalo de tiempo T .
- Si $S = \mathbb{R}^n$ el sistemas es globalmente UUB (GUUB).

2.1.6. FUNCIÓN DE LYAPUNOV

La función de Lyapunov es una función de energía la cual permite analizar la estabilidad de los sistemas dinámicos del tipo $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$. Una función candidata de Lyapunov $V(t, \mathbf{x})$ para la ecuación (2.1) es una función candidata de Lyapunov para (2.1) si su derivada a lo largo de las trayectorias de (2.1) satisface:

$$\dot{V}(t, \mathbf{x}) \leq 0, \quad \forall t \geq 0$$

al menos para $\|\mathbf{x}\|$ muy pequeña.

2.1.7. ESTABILIDAD EN EL SENTIDO DE LYAPUNOV

Sea el origen $\mathbf{x} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$ es estado de equilibrio estable en el sentido de Lyapunov (SISL) si existe una función candidata de Lyapunov $V(t, \mathbf{x})$ tal que su derivada temporal satisfaga:

$$\dot{V}(t, \mathbf{x}) \leq 0, \quad \forall \quad t \geq 0$$

al menos para $\|\mathbf{x}\|$ muy pequeña.

2.1.8. TEOREMA UUB

La definición de UUB puede ser analizado utilizando el método directo de Lyapunov, el cual se define de la siguiente forma:

Sea el origen $\mathbf{x} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$ es un estado de equilibrio estable de forma UUB si existe una función candidata de Lyapunov $V(t, \mathbf{x})$ definida positiva y radialmente desacotada tal que su derivada temporal a lo largo del sistema (2.1) satisfaga:

$$\dot{V}(t, \mathbf{x}) \leq -W_3(\mathbf{x}), \quad \forall \quad \|\mathbf{x}\| > r$$

donde $W_3(\mathbf{x}) > 0$ es una función continua definida positiva, $\|\mathbf{x}\|$ es acotado en una hiper-esfera de radio r donde $r > 0$.

2.2. CONTROL ADAPTATIVO

La mayoría de los sistemas dinámicos (2.1) presentan incertidumbre en sus parámetros por ejemplo, las aeronaves contra incendios, pueden experimentar cambios de masa considerables a medida que se realiza la carga y descarga de grandes cantidades de agua.

Un controlador adaptativo tiene la capacidad de auto ajustar sus parámetros por medio de leyes de adaptación para estimar incertidumbres de los sistemas. Mientras que un controlador de ganancias fijas no siempre logra mantener un buen desempeño ante cambios en el sistema [53]. Existen diferentes esquemas de control adaptativo, en este trabajo de tesis, se utilizarán redes neuronales para la estimación de parámetros.

2.3. CONTROL NEURONAL

El control neuronal se clasifica como un controlador adaptativo, esta técnica de control se basa en utilizar redes neuronales artificiales para estimación de incertidumbres paramétricas.

Las redes neuronales artificiales son modelos matemáticos simples inspirados en las redes neuronales biológicas. El elemento de procesamiento básico es la neurona. En la Figura 2.2 se ilustra la neurona biológica, y en la Figura 2.3 se muestra un diagrama de la neurona artificial.

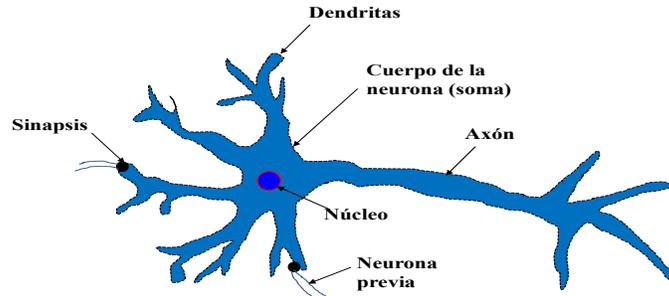


Figura 2.2: Neurona biológica.

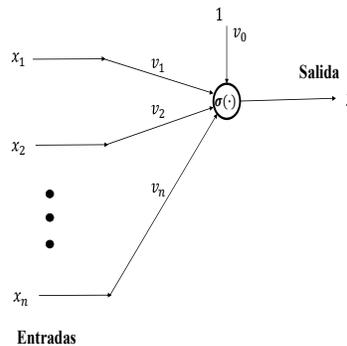


Figura 2.3: Neurona artificial.

La expresión matemática que representa la neurona artificial está descrita por la función de salida:

$$y(t) = \sigma \left(\sum_{i=1}^n v_i x_i(t) + v_0 \right), \quad (2.4)$$

donde x_i son las señales de entrada a la neurona artificial, corresponde a los estímulos recibidos por las dendritas en la neurona biológica, v_i representa los pesos sinápticos, v_0 es el umbral de activación. La función $\sigma(\cdot)$ modela el proceso realizado por el soma en la neurona biológica. La salida de la neurona artificial $y(t)$ representa la señal eléctrica que es transmitida por el axón a las neuronas vecinas. También

la ecuación (2.4) puede escribirse de la siguiente forma:

$$y(t) = \sigma(\mathbf{v}^T \mathbf{x}), \quad (2.5)$$

donde $\mathbf{x}(t) = [1 \ x_1 \ \dots \ x_n]^T$ es el vector de señales de entradas aumentado, $\mathbf{v}(t) = [v_0 \ v_1 \ \dots \ v_n]^T$ es el vector de pesos aumentado incluyendo el umbral de activación. Note que $(\mathbf{v}^T \mathbf{x})$ es el argumento de la función $\sigma(\cdot)$. La función de activación empleada en esta tesis se define por:

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \in \mathbb{R}, \quad (2.6)$$

la cual tiene un codominio de $(-1, 1)$.

2.3.1. RED NEURONAL DE UNA CAPA

La red neuronal de una capa mostrada en la Figura 2.4 se compone por un conjunto de L neuronas interconectadas con n entradas generando una unidad de procesamiento de una capa con L salidas.

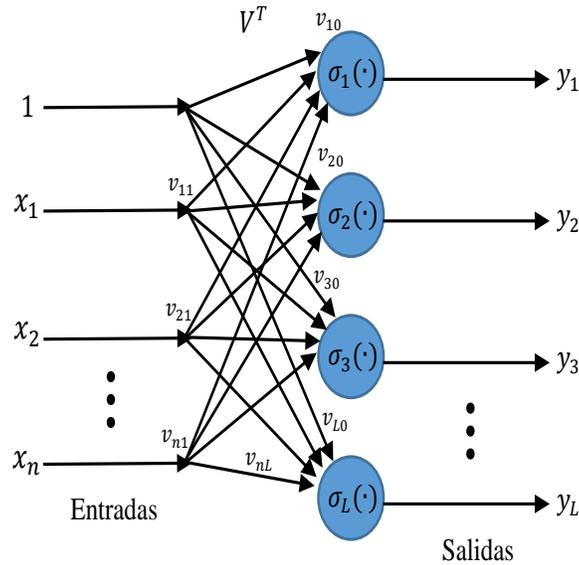


Figura 2.4: Red neuronal de una capa.

La salida de la red neuronal de una capa se expresa por:

$$y_l = \sigma_l \left(\sum_{i=1}^n v_{li} x_i + v_{l0} \right), \quad (2.7)$$

donde $l = 1, 2, \dots, L$. La misma ecuación se puede escribir en forma vectorial como:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\sigma}(V^T \mathbf{x}), \quad (2.8)$$

donde $\mathbf{y} = [y_1 \ x_2 \ \cdots \ y_L]^T$ es el vector de salida de la red neuronal, $\mathbf{x} = [1 \ x_1 \ \cdots \ x_n]^T$ es el vector de señales de entrada aumentado de la red neuronal, la matriz de pesos aumentada V compuesta por los v_{li} pesos es dada por:

$$V^T = \begin{bmatrix} v_{10} & v_{11} & v_{12} & \cdots & v_{1n} \\ v_{20} & v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{L0} & v_{L1} & v_{L2} & \cdots & v_{Ln} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

y el vector $\boldsymbol{\sigma}(\cdot) = [\sigma_1(\cdot) \ \cdots \ \sigma_l(\cdot) \ \cdots \ \sigma_L(\cdot)]^T$ es un arreglo de funciones de activación, tal que $\sigma_l(\cdot)$ representa las funciones de activación de cada neurona.

2.3.2. RED NEURONAL DE DOS CAPAS

La red neuronal de dos capas se muestra en la Figura 2.5, la cual se compone por dos unidades de procesamiento, es decir, dos capas. La primer capa tiene L neuronas y la segunda m neuronas, la primer capa se conoce como capa oculta y la segunda capa como capa de salida.

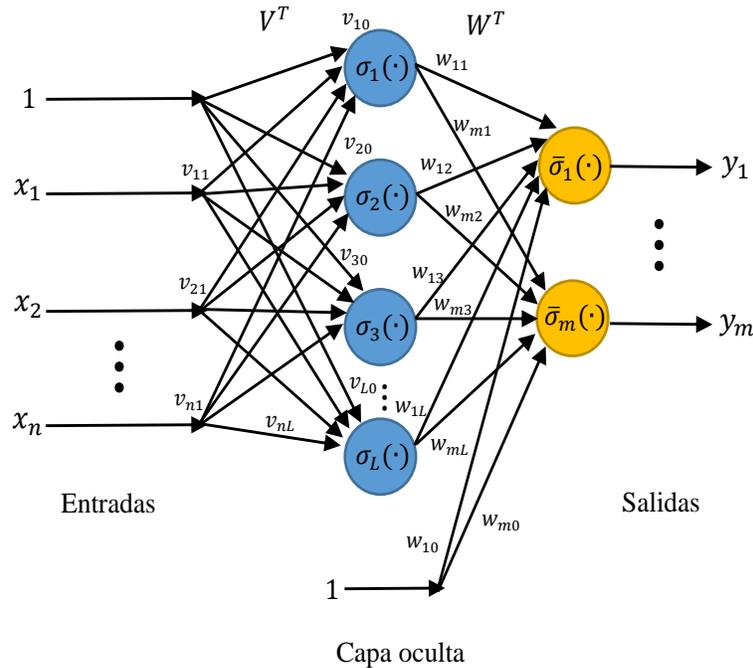


Figura 2.5: Red neuronal de dos capas.

El esquema de esta red neuronal tiene la capacidad de resolver problemas más complejos que la red neuronal de una sola capa, la salida de la red neuronal de dos capas esta dada por:

$$y_i = \bar{\sigma}_i \left(\sum_{l=1}^L w_{il} \sigma_l \left(\sum_{j=1}^n v_{lj} x_j + v_{l0} \right) + w_{i0} \right), \quad (2.10)$$

donde $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, l = 1, \dots, L$. La ecuación (2.10) puede escribirse de la forma vectorial como:

$$\mathbf{y} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} (W^T \boldsymbol{\sigma} (V^T \mathbf{x})), \quad (2.11)$$

donde $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\cdot) = [\bar{\sigma}_1(\cdot) \ \bar{\sigma}_2(\cdot) \ \dots \ \bar{\sigma}_m(\cdot)]^T$, $\boldsymbol{\sigma}(\cdot) = [1 \ \sigma_1(\cdot) \ \sigma_2(\cdot) \ \dots \ \sigma_L(\cdot)]^T$, el vector $\mathbf{x} = [1 \ x_1 \ \dots \ x_n]^T$ la matriz de pesos V^T está dada por la ecuación (2.9) y W^T es dada por:

$$W^T = \begin{bmatrix} w_{10} & w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1L} \\ w_{20} & w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{m0} & w_{m1} & w_{m2} & \dots & w_{mL} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

La ecuación (2.11) se simplifica si las funciones de activación de la capa de salida $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ son lineales, obteniéndose:

$$\mathbf{y} = W^T \boldsymbol{\sigma} (V^T \mathbf{x}). \quad (2.13)$$

2.3.3. PROPIEDAD DE APROXIMACIÓN UNIVERSAL DE REDES NEURONALES

La propiedad de las redes neuronales establece, que cualquier función suave $\mathbf{f}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ puede ser aproximada por redes neuronales sobre un conjunto compacto, con pesos apropiados. Entonces dado un conjunto compacto $S \in \mathbb{R}$ y una constante positiva ϵ_s , allí existe una red neuronal de por lo menos dos capas tal que

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = W^T \boldsymbol{\sigma} (V^T \mathbf{x} + \mathbf{b}) + \boldsymbol{\epsilon}, \quad (2.14)$$

con $\|\boldsymbol{\epsilon}\| < \epsilon_s$ con $\epsilon_s > 0$ para toda $\mathbf{x} \in S$, donde $V \in \mathbb{R}^{n \times L}$ y $W \in \mathbb{R}^{L \times m}$ son matrices con valores de pesos de entrada y salida de la red neuronal, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^L$ es un vector constante de valores de umbral, $\boldsymbol{\epsilon}$ es un vector de error de aproximación y $\boldsymbol{\sigma} \in \mathbb{R}^L$ es un vector de funciones de activación.

2.3.4. REDES NEURONALES LIP

Se denomina red neuronal LIP (del inglés linear in the parameter) a la asignación de pesos fijos a la matriz de entrada V^T en una red neuronal de dos capas, de forma que sólo es necesario estimar los pesos de salida W^T . Este tipo de redes neuronales resultan atractivas cuando no se cuenta con suficientes recursos computacionales, a menudo la red neuronal LIP no siempre cumple con la propiedad de aproximación universal, sin embargo de acuerdo con [29, 23] si la asignación de pesos de entrada V^T son fijos de manera aleatoria la función vectorial $\sigma(V^T \mathbf{x})$ en (2.11) forma un conjunto de funciones base y solo es necesario estimar los pesos de salida W^T de la red neuronal. A esta red se le denomina como RVFL (del inglés random vector functional link) y cumple con la propiedad de aproximación universal.

Capítulo 3

MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

En este capítulo se presenta el estudio de la dinámica del *Quadrotor*, el cual consiste en un conjunto de ecuaciones diferenciales capaces de aproximar el comportamiento del sistema. Se utiliza el formalismo de Euler-Lagrange para determinar el modelo dinámico.

3.1. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

En este apartado se presenta el modelo dinámico del *Quadrotor* basado en los diversos modelos establecidos en la literatura [56, 24, 31, 30, 18, 47] así como algunas propiedades de los sistemas mecánicos. Para la obtención del modelo dinámico se considera el sistema como un cuerpo rígido en un espacio tridimensional sometido por la fuerza de gravedad y tres pares o momentos como se ilustra en la Figura 3.1.

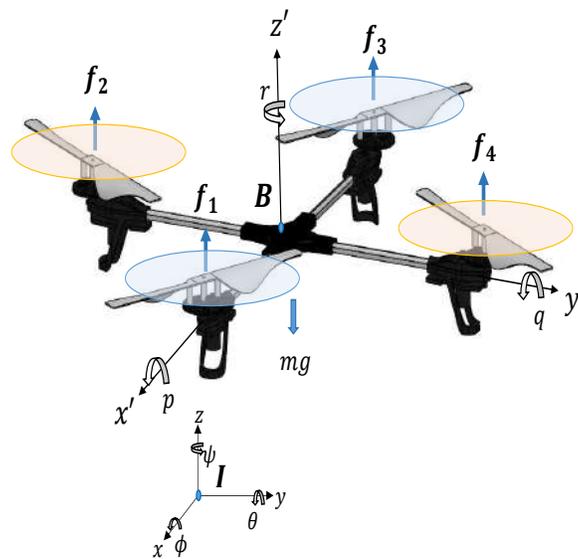


Figura 3.1: Diagrama de fuerzas en el *Quadrotor*.

3.1.1. CINEMÁTICA DEL QUADROTOR

Existen diversos métodos para parametrizar la rotación de un cuerpo rígido en el espacio tridimensional como, por ejemplo: ángulos de Euler, cuaterniones y ángulos de Tait-Bryan [5, 47]. Los ángulos de Tait-Bryan son tres ángulos usados para describir una rotación general en el espacio Euclidiano a través de rotaciones sucesivas con respecto al marco de referencia fijo, estos ángulos son alabeo, cabeceo y guiñada, en la literatura son mejor conocidos por sus nombres en inglés (roll, pitch yaw)[47], de acuerdo con [44, 52, 41] las matrices de transformación asociado a la rotación para los ángulos de Euler se denotan como:

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

donde $R_x(\phi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de rotación sobre el eje x asociado al ángulo *roll*, $R_y(\theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ denota la rotación sobre el eje y con ángulo *pitch* y $R_z(\psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de rotación sobre el eje z asociado al ángulo *yaw*.

La orientación del *Quadrotor* se define por una matriz de rotación $R(\boldsymbol{\eta}) : \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{I}$ donde $R(\boldsymbol{\eta}) \in SO(3)$ y es una matriz de rotación orto-normal dada por [5, 15]:

$$R(\boldsymbol{\eta}) = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\phi), \quad (3.4)$$

$$R(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix},$$

debido a la propiedad de orto-normalidad la matriz de rotación expresada en el marco de referencia no inercial \mathbf{B} esta dado por:

$$R(\boldsymbol{\eta})^{-1} = R(\boldsymbol{\eta})^T = R_x(\phi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_z(\psi). \quad (3.5)$$

Por otra parte, las razones de cambio del *Quadrotor* respecto al marco de referencia inercial \mathbf{I} se definen relacionando la derivada temporal de la matriz orto-normal (3.4) con una matriz anti-simétrica [49], de forma que:

Sea una matriz orto-normal $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ que satisface la siguiente igualdad:

$$R^T R = I, \quad (3.6)$$

donde $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz identidad, tomando la derivada temporal de R se obtiene que:

$$\dot{R}^T R + R^T \dot{R} = 0_3, \quad (3.7)$$

definiendo:

$$S = R^T \dot{R}, \quad (3.8)$$

en (3.7), se obtiene que:

$$S^T + S = 0_3, \quad (3.9)$$

donde $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz anti-simétrica. De este modo, la relación entre la derivada de la matriz orto-normal (3.7) y la matriz anti-simétrica se denota por:

$$S = R^{-1} \dot{R}, \quad (3.10)$$

resolviendo para \dot{R} se tiene que:

$$\dot{R} = RS, \quad (3.11)$$

de esta forma, la razón de cambio de la matriz de rotación (3.4) se escribe como:

$$\dot{R}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = R(\boldsymbol{\eta})S(\boldsymbol{\omega}), \quad (3.12)$$

donde $\boldsymbol{\omega} = [p \quad q \quad r]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidades angulares asociado a \mathbf{B} mientras que $S(\boldsymbol{\omega}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz tornillo anti-simétrica denotada por [56, 38]:

$$S(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

por lo tanto, la relación entre las velocidades angulares $\boldsymbol{\omega}$ en \mathbf{B} y la razón de cambio de los ángulos de Euler $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ en \mathbf{I} se denota por:

$$\boldsymbol{\omega} = W(\boldsymbol{\eta})^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (3.14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = W(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\omega}, \quad (3.15)$$

donde

$$W(\boldsymbol{\eta})^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

$$W(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

donde $W(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz de transformación singular en $\theta = \pm 90^\circ [2n + 1]$, con $n = 0, 1, 2, \dots$ mientras que $W(\boldsymbol{\eta})^{-1}$ no tiene restricciones.

Agrupando la matriz de rotación (3.4) y la matriz de transformación (3.17), se establece la matriz de transformación cinemática denotada por [56]:

$$J(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} R(\boldsymbol{\eta}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & W(\boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}. \quad (3.18)$$

3.1.2. MÉTODO DE EULER-LAGRANGE

Las coordenadas generalizadas del *Quadrotor* se expresan por:

$$\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^6, \quad (3.19)$$

donde $\boldsymbol{\xi} = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de posición del centro de masa del *Quadrotor* con respecto al marco inercial, $\boldsymbol{\eta} = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de orientación compuesta por los ángulos de Euler, *roll*, *pitch* y *yaw*. Reescribiendo el vector de coordenadas generalizado:

$$\mathbf{q} = [\boldsymbol{\xi}^T \ \boldsymbol{\eta}^T]^T \in \mathbb{R}^6. \quad (3.20)$$

El formalismo de Euler-Lagrange es un método basado en leyes de conservación de la energía, se construye el Lagrangiano definido por la diferencia entre la energía cinética \mathcal{K} y la energía potencial \mathcal{U} del *Quadrotor*:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}_{trans} + \mathcal{K}_{rot} - \mathcal{U}, \quad (3.21)$$

donde la energía cinética de traslación queda definida por:

$$\mathcal{K}_{trans} = \frac{m}{2} \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \dot{\boldsymbol{\xi}}, \quad (3.22)$$

donde m es la masa del *Quadrotor*, la energía cinética rotacional queda definida por:

$$\mathcal{K}_{rot} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T I \boldsymbol{\omega}, \quad (3.23)$$

$\boldsymbol{\omega}$ es el vector de velocidad angular, $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz diagonal de inercia con respecto al marco referencial definida por:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

la energía potencial se define como:

$$\mathcal{U} = mgz, \quad (3.25)$$

donde g es la fuerza de gravedad y z la altura del *Quadrotor*.

En tal sentido es posible aplicar la formulación de Euler-Lagrange la cual se expresa como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_\xi \\ \mathbf{f}_\eta \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

donde $\mathbf{f}_\xi \in \mathbb{R}^3$ es el vector de fuerzas traslacional y $\mathbf{f}_\eta \in \mathbb{R}^3$ es el vector de pares o momentos asociados a los movimientos *roll*, *pitch* y *yaw*. El vector de fuerzas traslacional se define como:

$$\mathbf{f}_\xi = \mathbf{R}_I \hat{F}. \quad (3.27)$$

Para utilizar las ecuaciones de Euler-Lagrange, la energía cinética de rotación mostrada en la ecuación (3.23) debe estar en función de las coordenadas generalizadas mostradas en la ecuación (3.20), de este modo, utilizando la ecuación (3.14)

$$\boldsymbol{\omega} = W(\boldsymbol{\eta})^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}},$$

donde $W(\boldsymbol{\eta})^{-1}$ es una matriz que relaciona la $\boldsymbol{\omega}$ con $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ por lo tanto la ecuación de la energía cinética rotacional (3.23) se reescribe en función de las cordenadas generalizadas $\boldsymbol{\eta}$ quedando de la forma:

$$\mathcal{K}_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J}(\boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (3.28)$$

donde $\mathbb{J}(\boldsymbol{\eta})$ representa la matriz de inercia total para toda la energía cinética del *Quadrotor* definida

por:

$$\mathbb{J}(\boldsymbol{\eta}) = W(\boldsymbol{\eta})^{-T}IW(\boldsymbol{\eta})^{-1}. \quad (3.29)$$

3.1.3. DINÁMICA DE TRASLACIÓN

Dado que la función Lagrangiana no contiene términos de velocidad traslacional y rotacional combinados en la energía cinética, se puede tomar la ecuación de Euler-Lagrange como dos subsistemas dinámicos independientes. Por tal motivo se define como primer sub-sistema traslacional reescribiendo la ecuación (3.26) como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \dot{\boldsymbol{\xi}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\xi}} = \mathbf{f}_\xi, \quad (3.30)$$

donde el Lagrangiano para la dinámica de traslación está dado por:

$$\mathcal{L}(\dot{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{\xi}) = \mathcal{K}_{trans} - \mathcal{U}, \quad (3.31)$$

sustituyendo (3.31) en (3.30) se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (\frac{m}{2} \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \dot{\boldsymbol{\xi}} - mgz)}{\partial \dot{\boldsymbol{\xi}}} \right) - \frac{\partial (\frac{m}{2} \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \dot{\boldsymbol{\xi}} - mgz)}{\partial \boldsymbol{\xi}} = \mathbf{f}_\xi, \quad (3.32)$$

resolviendo las derivadas parciales de la ecuación (3.32) se obtiene:

$$\frac{d}{dt} (m\dot{\boldsymbol{\xi}}) - \frac{\partial (\frac{m}{2} \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \dot{\boldsymbol{\xi}} - mgz)}{\partial \boldsymbol{\xi}} = \mathbf{f}_\xi, \quad (3.33)$$

$$M_t \ddot{\boldsymbol{\xi}} + mge_z = \mathbf{f}_\xi, \quad (3.34)$$

donde $M_t = mI \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz diagonal de valor m , $\mathbf{e}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector base en dirección z . Los efectos gravitacionales no modelados se consideran como perturbaciones asociados al sistema, por lo tanto se establece un vector de perturbación $\mathbf{p}_t = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$ siendo este acotado $\|\mathbf{p}_t\| \leq p_N$ para todo $p_N > 0$ de forma que la dinámica de traslación se denota por la siguiente ecuación (3.35):

$$M_t \ddot{\boldsymbol{\xi}} + mge_z = \mathbf{f}_\xi + \mathbf{p}_t. \quad (3.35)$$

Al sustituir los estados de la dinámica, la fuerza traslacional como los vectores de perturbación, se obtiene la dinámica de traslación en su forma de estados denotada por:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= m^{-1} [(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_1 + p_x], \\
 \ddot{y} &= m^{-1} [(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) u_1 + p_y], \\
 \ddot{z} &= m^{-1} [(\cos \phi \cos \theta) u_1 - mg + p_z].
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

3.1.4. DINÁMICA DE ORIENTACIÓN

Realizando el mismo procedimiento, se reescribe la ecuación (3.26) en función de las coordenadas generalizadas para el subsistema que describe la orientación, obteniendo:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})}{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})}{\partial \boldsymbol{\eta}} = \mathbf{f}_\eta, \tag{3.37}$$

donde el Lagrangiano para la dinámica de orientación está dado por:

$$\mathcal{L}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) = \mathcal{K}_{rot}, \tag{3.38}$$

se sustituye el Lagrangiano de la ecuación (3.37), obteniendo:

$$\frac{d}{dt} (\dot{\boldsymbol{\eta}} \mathbb{J}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} (\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J} \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \mathbf{f}_\eta, \tag{3.39}$$

resolviendo la derivada temporal se obtiene:

$$\mathbb{J} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\mathbb{J}} \dot{\boldsymbol{\eta}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} (\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J} \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \mathbf{f}_\eta, \tag{3.40}$$

agrupando los términos de aceleración y velocidad, se obtiene el modelo dinámico para la orientación descrito por la siguiente expresión:

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}} + C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{f}_\eta, \tag{3.41}$$

donde $M_r(\boldsymbol{\eta}) = \mathbb{J}(\boldsymbol{\eta})$ es la matriz de inercia definida por:

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) = W(\boldsymbol{\eta})^{-T} I W(\boldsymbol{\eta})^{-1} \quad (3.42)$$

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}s_\theta \\ 0 & I_{yy}c_\phi^2 + I_{zz}s_\phi^2 & (I_{yy} - I_{zz})s_\phi c_\phi c_\theta \\ -I_{xx}s_\theta & (I_{yy} - I_{zz})s_\phi c_\phi c_\theta & I_{xx}s_\theta^2 + I_{yy}s_\phi^2 c_\theta^2 + I_{zz}c_\phi^2 c_\theta^2 \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

la matriz de Coriolis $C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})$ contiene los términos de velocidad y pares gravitatorios denotado por:

$$C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \dot{\mathbb{J}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} (\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J}), \quad (3.44)$$

$$C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \begin{bmatrix} c_{r11} & c_{r12} & c_{r13} \\ c_{r12} & c_{r22} & c_{r23} \\ c_{r31} & c_{r32} & c_{r33} \end{bmatrix}, \quad (3.45)$$

cuyos elementos de la matriz de Coriolis son:

$$c_{r11} = 0$$

$$c_{r12} = (I_{yy} - I_{zz}) \left(\dot{\theta} \sin \phi \cos \phi - \dot{\psi} \cos \theta (2 \cos^2 \phi - 1) \right) - I_{xx} \cos \theta,$$

$$c_{r13} = (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta$$

$$c_{r21} = (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta \right) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta + I_{xx} \dot{\psi} \cos \theta,$$

$$c_{r22} = (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\phi} \cos \phi \sin \phi,$$

$$c_{r23} = -I_{xx} \dot{\psi} \sin \theta \cos \theta + I_{yy} \dot{\psi} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta + I_{zz} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta$$

$$c_{r31} = (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta - I_{xx} \dot{\theta} \cos \theta,$$

$$c_{r32} = (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta + \dot{\theta} \sin \phi \cos \phi \sin \theta \right) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta \\ + I_{xx} \dot{\psi} \sin \theta \cos \theta - I_{yy} \dot{\psi} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta - I_{zz} \dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta,$$

$$c_{r33} = (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta - I_{yy} \dot{\theta} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta - I_{zz} \dot{\theta} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta \\ + I_{xx} \dot{\theta} \cos \theta.$$

Los efectos aerodinámicos no modelados en el sistema, se representan como perturbaciones externas denotas por el vector $\mathbf{p}_r = [p_\phi \ p_\theta \ p_\psi]^T \in \mathbb{R}^3$ siendo este acotado $\|\mathbf{p}_r\| \leq p_M$ donde $p_M > 0$ de forma que la dinámica de rotación se denota por la siguiente ecuación

$$M_r(\boldsymbol{\eta})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{f}_\eta + \mathbf{p}_r. \quad (3.46)$$

En la literatura se reportan muchos trabajos de investigación donde se representan la dinámica de rotación en su forma simplificada mediante la aproximación al punto de operación del *Quadrotor*, es decir, cercano al punto de equilibrio deseado para los ángulos $\phi = 0$, $\theta = 0$, por lo tanto $\cos \phi \approx \cos \theta \approx \cos \psi \approx 1$ y $\sin \phi \approx \sin \theta \approx \sin \psi \approx 0$. Partiendo de la consideración antes mencionada, la ecuación (3.46) se reescribe como:

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix},$$

$$C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \begin{bmatrix} c_{r11} & c_{r12} & c_{r13} \\ c_{r12} & c_{r22} & c_{r23} \\ c_{r31} & c_{r32} & c_{r33} \end{bmatrix},$$

donde los elementos de la matriz de Coriolis

$$\begin{aligned} c_{r11} &= 0 \\ c_{r12} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} - I_{xx}\dot{\psi}, \\ c_{r13} &= 0 \\ c_{r21} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\dot{\psi}, \\ c_{r22} &= 0, \\ c_{r23} &= 0, \\ c_{r31} &= -I_{xx}\dot{\theta}, \\ c_{r32} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}, \\ c_{r33} &= 0, \end{aligned}$$

entonces, la dinámica de rotación simplificada se representa en su forma de estados por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}}\dot{\theta}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{u_\phi}{I_{xx}} + \frac{p_\theta}{I_{xx}}, \\ \ddot{\theta} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}}\dot{\psi}\dot{\theta} - \dot{\psi}\dot{\theta} + \frac{u_\theta}{I_{yy}} + \frac{p_\theta}{I_{yy}}, \\ \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}}\dot{\phi}\dot{\theta} + \dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{u_\psi}{I_{zz}} + \frac{p_\psi}{I_{zz}}. \end{aligned} \tag{3.47}$$

En general los sistemas mecánicos deben cumplir con ciertas propiedades que los caracteriza en el modelo dinámico. Para el diseño de leyes de control posteriores es importante establecer dichas propiedades.

Propiedad 1. La matriz $M_r(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es simétrica y definida positiva para todo $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Propiedad 2. La matriz $\dot{M}_r(\boldsymbol{\eta}) - 2C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})$ es antisimétrica para cualquier vector $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$, es decir

$$\mathbf{x}^T [M_r(\boldsymbol{\eta}) - 2C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})] \mathbf{x} = \mathbf{0}.$$

Capítulo 4

CONTROL PID/PD

El controlador integral derivativo es uno de los algoritmos de control más utilizados en la literatura aplicado a sistemas robóticos. La implementación de este algoritmo se puede llevar a cabo desde un enfoque experimental a prueba y error ajustando las ganancias del controlador o también de forma analítica utilizando metodologías de sistemas lineales [5, 57, 40, 54, 22, 43, 26, 55]. En este apartado se aborda la implementación de un controlador PID/PD lineal propuesto en [31] donde se presenta un controlador de doble lazo, el lazo interno se encarga de controlar la orientación mientras que el lazo externo controla la traslación. Puesto que el *Quadrotor* es un sistema subactuado, la estructura de implementación se basa en controlar la altura z y la orientación denotada por los ángulos de Euler ϕ, θ y ψ . Para el control de posición en x, y se calculan señales de referencia ϕ_d y θ_d para el movimiento pitch y roll. En la Figura 4.1 se ilustra un diagrama de bloques que describe el algoritmo de control PID/PD. Para realizar la implementación se define el vector de estados $\boldsymbol{\xi}(t) = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$ asociado al vector de posición y el vector $\boldsymbol{\eta}(t) = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ asociado al vector de orientación, posteriormente las señales de referencia para la posición y orientación son denotados por $\boldsymbol{\xi}_d(t) = [x_d \ y_d \ z_d]^T \in \mathbb{R}^3$ y $\boldsymbol{\eta}_d(t) = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d]^T \in \mathbb{R}^3$ de forma que el error de posición y orientación se define como:

$$\boldsymbol{\xi}_e(t) = \boldsymbol{\xi}_d(t) - \boldsymbol{\xi}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{y}(t) \\ \tilde{z}(t) \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

$$\boldsymbol{\eta}_e(t) = \boldsymbol{\eta}_d(t) - \boldsymbol{\eta}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}(t) \\ \tilde{\theta}(t) \\ \tilde{\psi}(t) \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Con base al error definido en (4.1) y (4.2) se establecen las ecuaciones para la implementación del controlador PID/PD:

Lazo de altitud:

$$F = mg + k_{pz}\tilde{z} + k_{iz} \int_0^t \tilde{z} dz + k_{dz}\dot{\tilde{z}}. \quad (4.3)$$

Lazo interno:

$$\tau = K_p \eta(t) + K_d \dot{\eta}(t). \quad (4.4)$$

Lazo externo:

$$\theta_d = k_{px} \tilde{x} + k_{ix} \int_0^t \tilde{x} dx + k_{dx} \dot{\tilde{x}}, \quad (4.5)$$

$$\phi_d = - \left[k_{py} \tilde{y} + k_{iy} \int_0^t \tilde{y} dy + k_{dy} \dot{\tilde{y}} \right]. \quad (4.6)$$

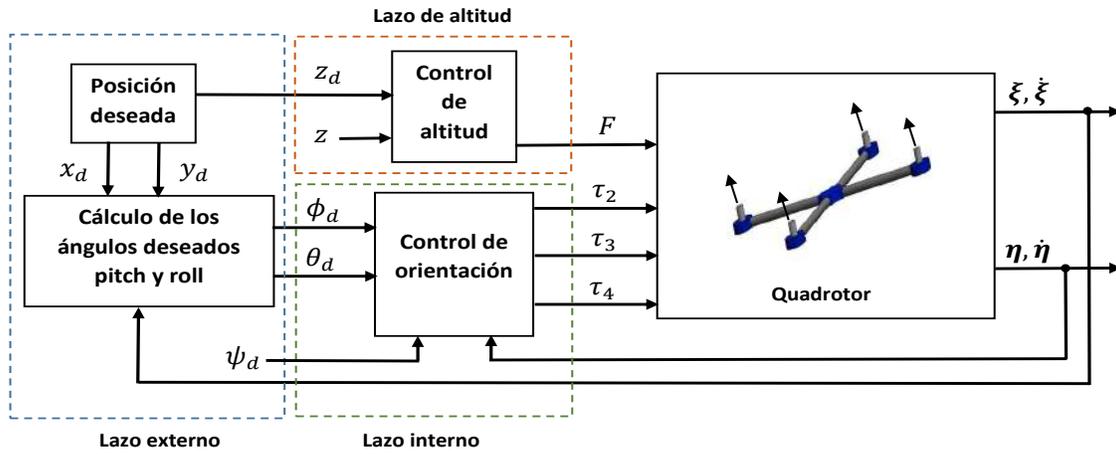


Figura 4.1: Diagrama de bloques del controlador PID/PD.

4.1. SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL CONTROLADOR PID/PD

En esta sección se aborda la simulación numérica del controlador PID/PD aplicado a un *Quadrotor*. La plataforma de simulación fue desarrollada en Matlab Simulink utilizando el modelo dinámico descrito en la ecuaciones (3.35)-(3.46), adicionalmente se usó el toolbox Simscape y Solidworks para crear un entorno de simulación 3D. Los parámetros del *Quadrotor* utilizados fueron tomados de la literatura, los cuales se presentan en la Tabla 4.1.

4.1.1. REGULACIÓN SIN PERTURBACIÓN

En este apartado se establece la tarea de regulación aplicado a un *Quadrotor*, el cual consiste en ubicarse en un punto en el espacio y una orientación de manera constante. El tiempo de simulación establecido es de 15 segundos. La coordenada deseada se establece como:

4.1 SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL CONTROLADOR PID/PD

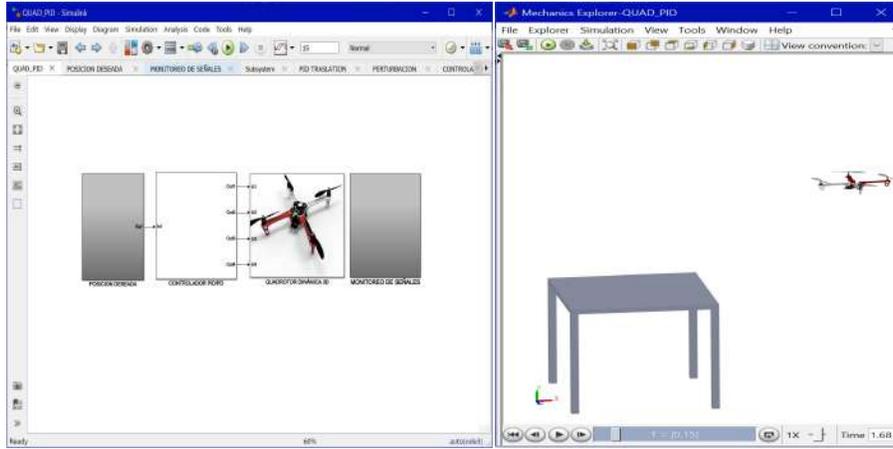


Figura 4.2: Plataforma de simulación en simulink.

Tabla 4.1: Tabla de parámetros del *Quadrotor*

Parámetro	Valor
m [kg]	0.285
g [m/s^2]	9.807
I_{xx} [$kg \cdot m^2$]	5.136×10^{-3}
I_{yy} [$kg \cdot m^2$]	5.136×10^{-3}
I_{zz} [$kg \cdot m^2$]	5.136×10^{-3}

$$\xi_d(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [m],$$

$$\psi_d(t) = 0.8[rad].$$

Las ganancias del controlador definido en (4.3)-(4.6) se obtuvieron de [31] donde establecen un proceso de sintonización de prueba y error. Las ganancias del controlador se presentan a continuación

Tabla 4.2: Ganancias empleadas para el controlador PID/PD.

Parámetro	k_{px}	k_{ix}	k_{dx}	k_{py}	k_{iy}	k_{dy}	k_{pz}	k_{iz}
Magnitud	2	0.1	1	2	0.1	1	6	0.1
Parámetro	k_{dz}	$k_{p\phi}$	$k_{d\phi}$	$k_{p\theta}$	$k_{d\theta}$	$k_{p\psi}$	$k_{d\psi}$	
Magnitud	2	50	3	50	3	50	5	

En la Figura 4.3 se muestra la posición y orientación deseado, denotado por las líneas de color rojo, también se ilustra el desempeño de los estados del *Quadrotor* definidas de color azul. En la gráficas se

observa que el *Quadrotor* logra la coordenada deseada en período de tiempo menor a 1 segundo mientras que la orientación se logra en un periodo menor a 0.5 segundo.

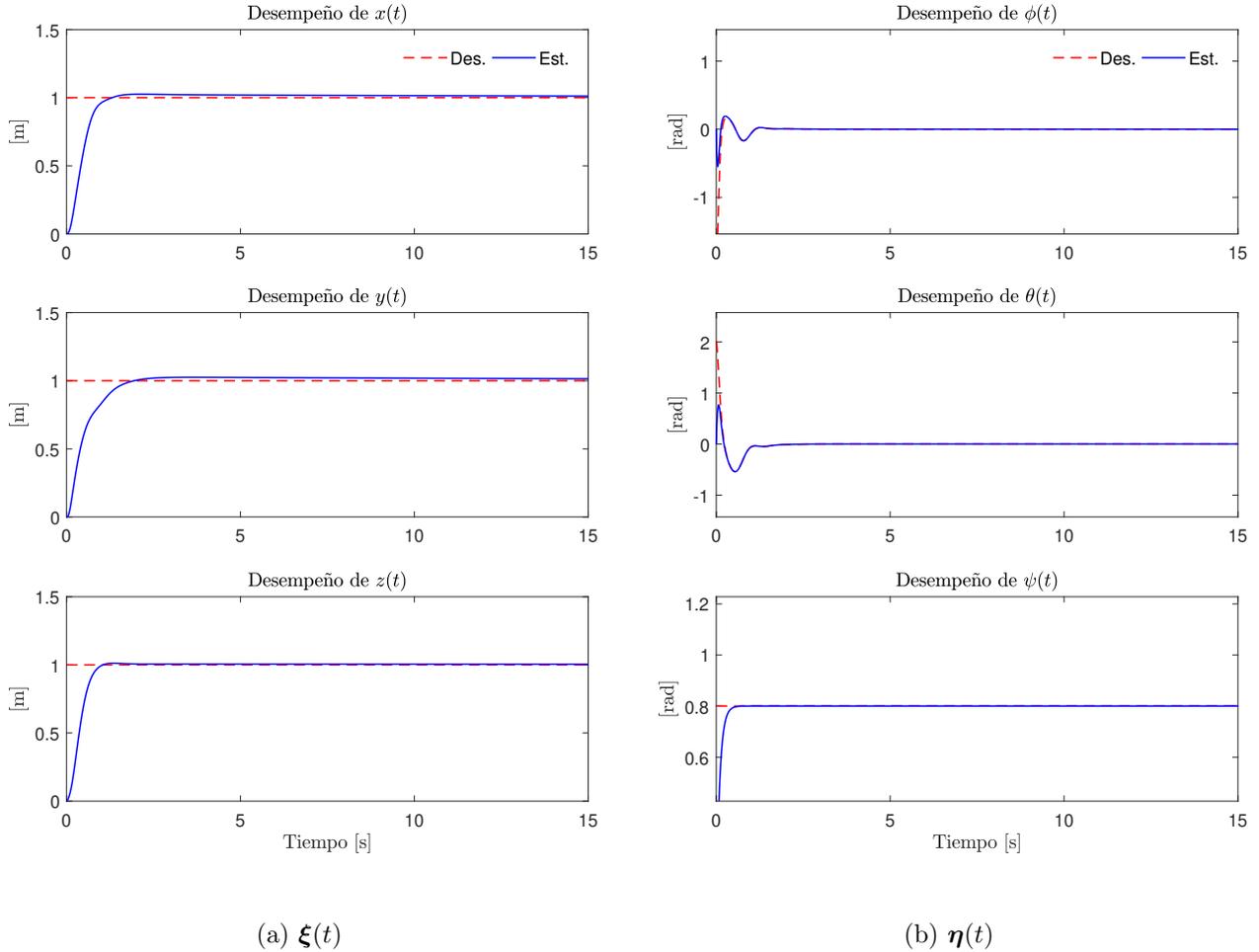
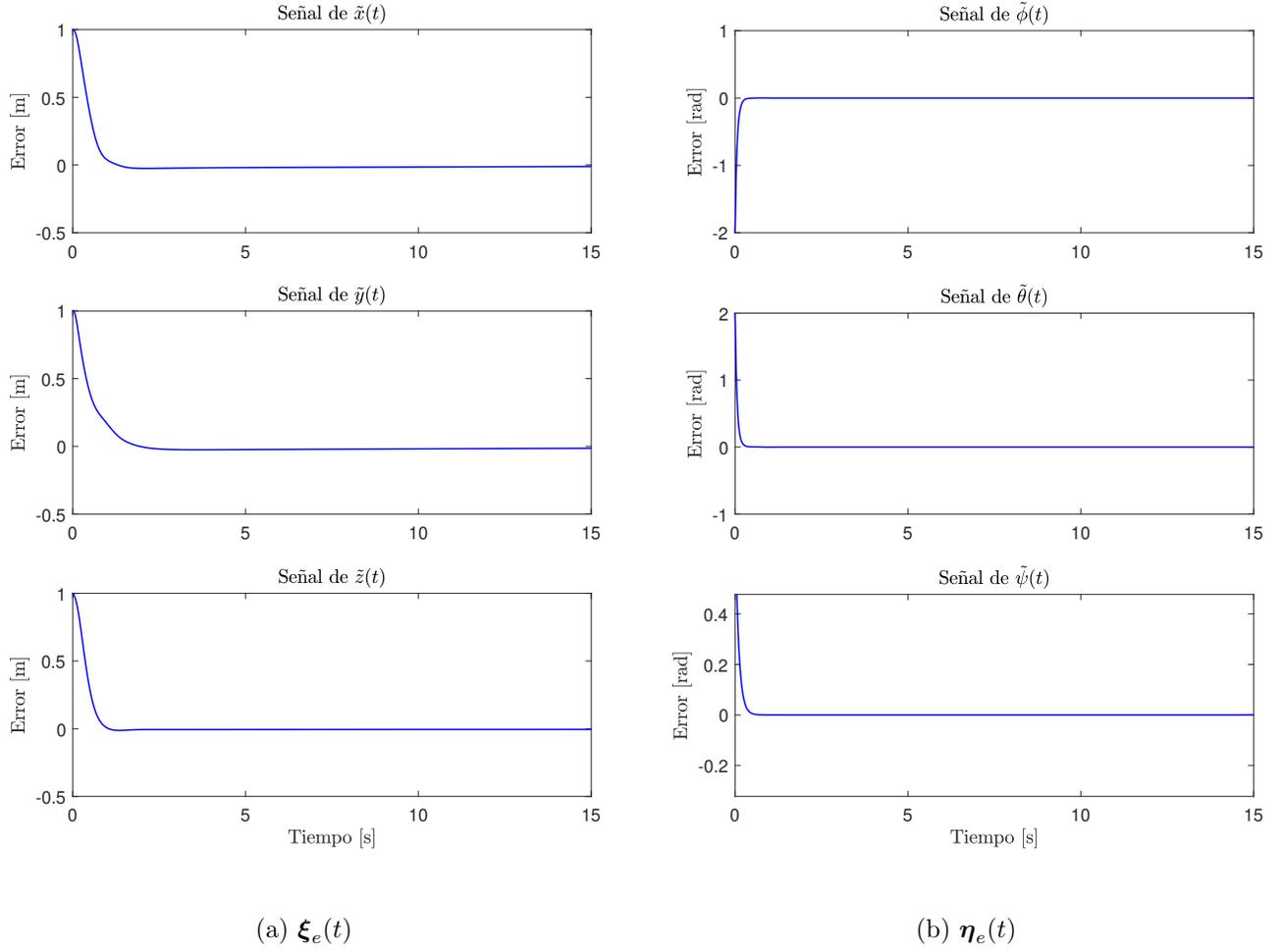


Figura 4.3: **Controlador PID/PD:** Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$.

En la Figura 4.4 se presentan las señales de error del sistema, como se observa en la gráfica, el error tiende a cero después de un periodo de tiempo. Por otra parte en la Figura 4.5 se observa el trayecto realizado por el centro de masa del *Quadrotor* definido por la línea azul, el punto verde es la coordenada de origen, mientras que el punto de color rojo denota la posición deseada.

4.1.2. REGULACIÓN CON PERTURBACIÓN

Para está sección se aborda la tarea de regulación sometido a efectos giroscópicos como perturbación y efectos de carga. Se utiliza la misma posición $\xi_d(t)$ y orientación $\eta_d(t)$ establecidas en la sección anterior, se mantiene el mismo tiempo de simulación, la perturbación y el cambio de masa se denotan como:


 Figura 4.4: **Controlador PID/PD:** Señales de error para $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$.

$$\mathbf{p}_t(t) = \begin{bmatrix} 0.5 \sin(t) + 1 & 0.5 \sin(t) + 1 & 0.5 \sin(t) + 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{p}_r(t) = \begin{bmatrix} 0.5 \sin(t) + 1 & 0.5 \sin(t) + 1 & 0.5 \sin(t) + 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$m(t) = \begin{cases} 0.28 \text{ [kg]} & 0 < t < 5 \\ 1.28 \text{ [kg]} & 5 < t < 15 \end{cases} \quad (4.9)$$

En la Figura 4.6 se presenta el desempeño de los estados ante perturbaciones, como se observa en la gráfica, el *Quadrotor* alcanza la posición y orientación deseada en un periodo de tiempo menor a 5

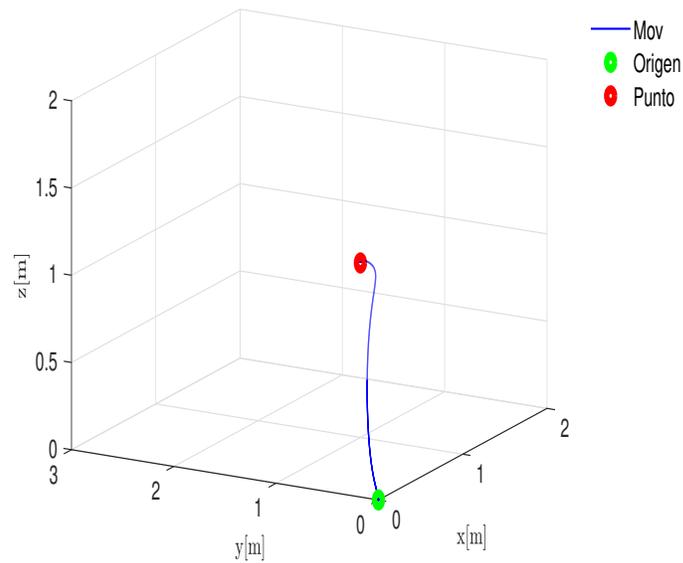


Figura 4.5: **Controlador PID/PD:** Posición del centro de masa del *Quadrotor* en modo regulación sin perturbaciones.

segundos, sin embargo al cambiar la masa en $t > 5$ el controlador no logra compensar el efecto de carga, como consecuencia el transitorio crece conforme avanza el tiempo. Los errores del sistema son ilustrados en la Figura 4.7 donde el error tiende a incrementar. En la Figura 4.8 la trayectoria descrita del centro de masa del *Quadrotor* se denota por la línea de color negro.

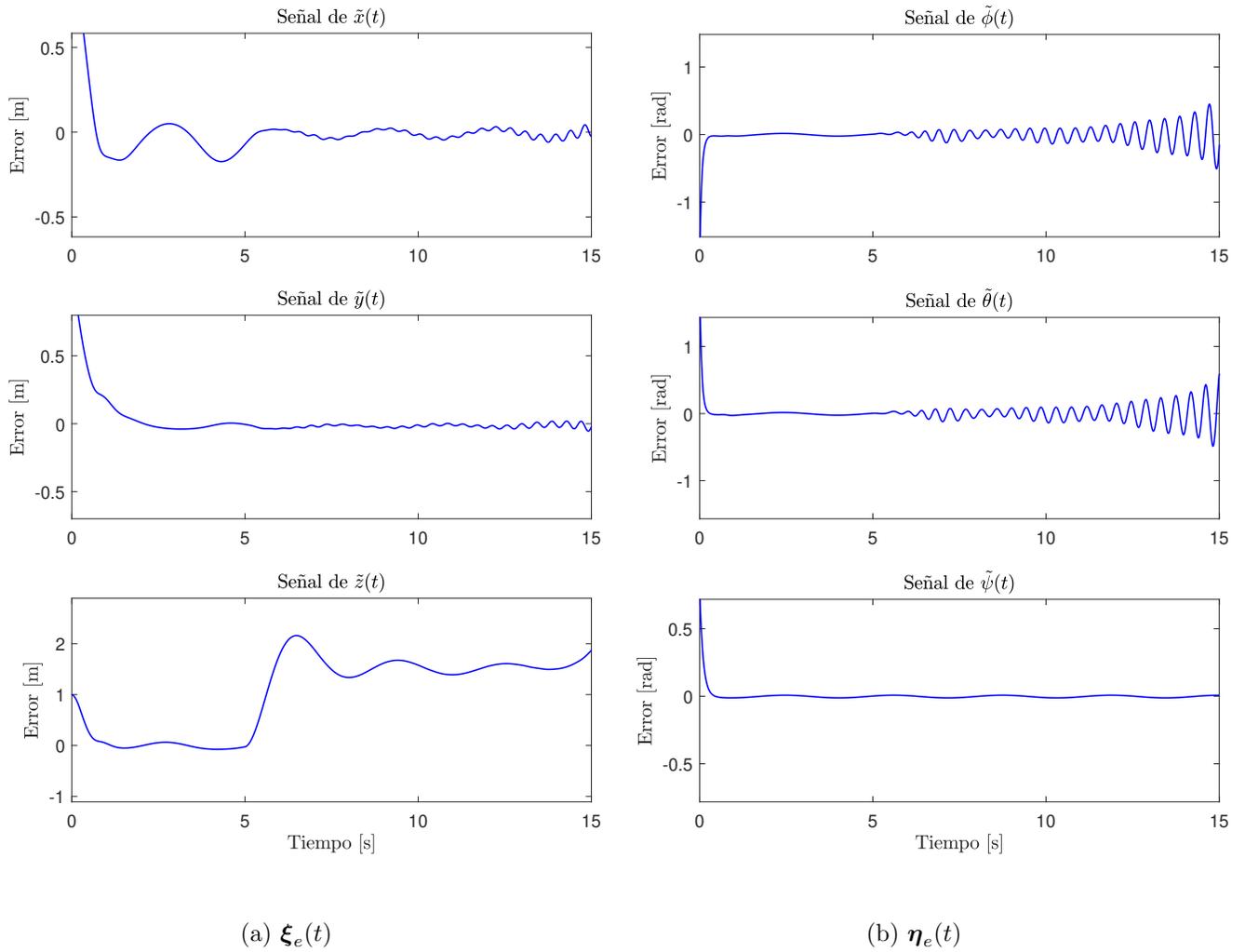


Figura 4.7: Controlador PID/PD: Señales del error para $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$.

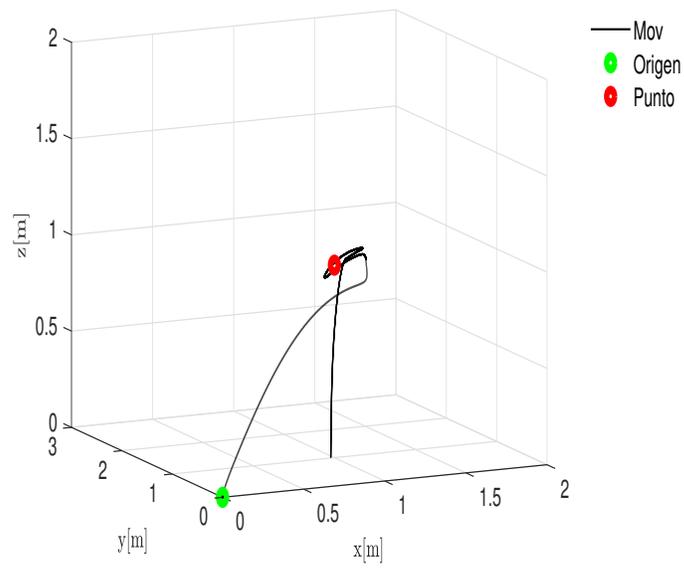


Figura 4.8: **Controlador PID/PD**: Posición del centro de masa del *Quadrotor* en modo regulación con perturbaciones.

Capítulo 5

CONTROL ADAPTATIVO APLICADO A UN QUADROTOR

5.1. INTRODUCCIÓN

El control adaptativo surge como una alternativa de control avanzado para mejorar el rendimiento de sistemas mecatrónicos. En la literatura existen diversas estrategias de control adaptativo, algunos trabajos reportados bajo esquemas de compensación neuronal son mostrados en [19, 34, 46, 33, 12], una de las principales ventajas de utilizar redes neuronales como control adaptativo es prescindir del modelo dinámico.

En este Capítulo se aborda el diseño del control adaptativo utilizando compensación neuronal. El controlador se establece por una acción de control proporcional derivativa lineal más una compensación neuronal utilizando una red neuronal de una sola capa de enlace funcional LIP, se proponen leyes de adaptación de pesos para el entrenamiento de la red en tiempo real. Se presenta un análisis de estabilidad utilizando teoría de Lyapunov y resultados de simulación.

5.2. DINÁMICA DEL QUADROTOR

A modo de resumen como se vio en el Capítulo 3, la dinámica del *Quadrotor* puede expresarse como dos subsistemas denotado por las siguientes ecuaciones:

$$M_t \ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{u}_t - mg\mathbf{e}_z + \mathbf{p}_t, \quad (5.1)$$

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) \ddot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{u}_r - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{p}_r, \quad (5.2)$$

donde $M_t = mI \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz diagonal de valor m , $\mathbf{u}_t = [u_x \ u_y \ u_z]^T \in \mathbb{R}^3$ son entradas de control virtuales asociadas al sistema de traslación, $\mathbf{e}_z = [0 \ 0 \ 1]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector base en dirección z , $\mathbf{p}_t = [p_x \ p_y \ p_z]^T \in \mathbb{R}^3$ es el vector de perturbaciones, el cual esta acotado de la forma $\|\mathbf{p}_t\| \leq p_N$ con $p_N > 0$. Por otra parte el subsistema de rotación presenta los siguientes elementos, $M_r(\boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de inercia, $C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de Coriolis, las entradas de control estan especificadas por $\mathbf{u}_r = [u_\phi \ u_\theta \ u_\psi]^T \in \mathbb{R}^3$, el vector de perturbaciones presentadas en la dinámica de orientación, el cual está dado por $\mathbf{p}_r = [p_\phi \ p_\theta \ p_\psi]^T \in \mathbb{R}^3$, el cual esta acotado de la forma $\|\mathbf{p}_r\| \leq p_M$ donde $p_M > 0$.

5.3. PROBLEMA DE CONTROL

El problema de control se define de la siguiente manera:

Sea el vector de posición deseado $\boldsymbol{\xi}_d = [x_d \ y_d \ z_d]^T \in \mathbb{R}^3$ y el vector de orientación deseado $\boldsymbol{\eta}_d = [\phi_d \ \theta_d \ \psi_d]^T \in \mathbb{R}^3$, los cuales son acotados para todo $t > 0$ y por lo menos dos veces diferenciables, se define el error de posición y orientación del *Quadrotor* como:

$$\boldsymbol{\xi}_e = \boldsymbol{\xi}_d - \boldsymbol{\xi}, \quad (5.3)$$

$$\boldsymbol{\eta}_e = \boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta}, \quad (5.4)$$

donde ψ_d es propuesto por el usuario y ϕ_d, θ_d son calculados en tiempo real mediante las funciones:

$$\phi_d = \arctan \left(\frac{u_y \sin \psi + u_x \cos \psi}{u_1} \right), \quad (5.5)$$

$$\theta_d = \arctan \left[(u_x \sin \psi - u_y \cos \psi) \frac{\cos \theta}{u_1} \right], \quad (5.6)$$

El problema de control consiste en diseñar un controlador adaptativo, usando compensación neuronal a través de una señal $\mathbf{u} = [u_1 \ u_\phi \ u_\theta \ u_\psi]^T \in \mathbb{R}^4$ en el cual no se considere el modelo dinámico exacto del *Quadrotor*, tal que los errores de posición y orientación sean UUB, de forma que las trayectorias en lazo cerrado garanticen la siguiente condición:

$$\left\| \begin{array}{l} \boldsymbol{\xi}_e(0) \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_e(0) \\ \boldsymbol{\eta}_e(0) \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_e(0) \end{array} \right\| \leq \alpha \Rightarrow \left\| \begin{array}{l} \boldsymbol{\xi}_e(t) \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_e(t) \\ \boldsymbol{\eta}_e(t) \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_e(t) \end{array} \right\| \leq b_r, \quad (5.7)$$

tal que $t \geq T$, con una ley de control u_1 definida por:

$$u_1 = \|\mathbf{u}_t\| \operatorname{sgn} \left(\frac{u_x + u_y + u_z}{\delta} \right) \quad (5.8)$$

donde

$$\delta = (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \phi \sin \psi) + (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) + (\cos \phi \cos \theta),$$

la función signo se define como:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } x > 0, \\ -1, & \text{para } x < 0. \end{cases}$$

5.4. ESQUEMA DE CONTROL NEURONAL

Con el objeto de simplificar los análisis, se realiza una transformación lineal, dada la definición de los errores del sistema dinámico en las ecuaciones (5.3),(5.4) se define el filtrado de error como sigue:

$$\mathbf{r}_t = \dot{\boldsymbol{\xi}}_e + \Lambda_t \boldsymbol{\xi}_e, \quad (5.9)$$

$$\mathbf{r}_r = \dot{\boldsymbol{\eta}}_e + \Lambda_r \boldsymbol{\eta}_e, \quad (5.10)$$

donde $\Lambda_t, \Lambda_r > 0$ son matrices diagonales definidas positivas, entonces las ecuaciones (5.9)-(5.10) se consideran un sistema estable donde el error $[\boldsymbol{\xi}_e \quad \boldsymbol{\eta}_e]^T$ son acotados de forma que al aplicar un controlador garantice que el filtrado de error sea acotado. Esta aseveración se muestra en:

$$\|\boldsymbol{\xi}_e\| = \frac{\|\mathbf{r}_t\|}{\lambda_{\min}(\Lambda_t)}, \|\dot{\boldsymbol{\xi}}_e\| \leq \|\dot{\mathbf{r}}_t\|, \quad (5.11)$$

$$\|\boldsymbol{\eta}_e\| = \frac{\|\mathbf{r}_r\|}{\lambda_{\min}(\Lambda_r)}, \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_e\| \leq \|\dot{\mathbf{r}}_r\|, \quad (5.12)$$

por lo tanto, al tomar la derivada temporal de (5.9)-(5.10) y sustituir en (5.1)-(5.2) se obtiene la dinámica de *Quadrotor* en términos del filtrado de error dado por:

$$M_t \dot{\mathbf{r}}_t = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t) + \mathbf{p}_t - \mathbf{u}_t, \quad (5.13)$$

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) \dot{\mathbf{r}}_r = \mathbf{h}(\mathbf{x}_r) - C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{p}_r - \mathbf{u}_r, \quad (5.14)$$

donde $\mathbf{f}(\mathbf{x}_t) \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}_r) \in \mathbb{R}^3$, son funciones vectoriales no lineales, representadas en las ecuaciones (5.15) y (5.16) y cuyos valores se desconocen para todo $t \geq 0$, estas funciones serán aproximadas por redes neuronales.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_t) = M_t \left(\ddot{\boldsymbol{\xi}}_d + \Lambda_t \dot{\boldsymbol{\xi}}_e \right) + m g \mathbf{e}_3, \quad (5.15)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_r) = M_r(\boldsymbol{\eta}) (\ddot{\boldsymbol{\eta}}_d + \Lambda_r \dot{\boldsymbol{\eta}}_e) + C_r(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) (\dot{\boldsymbol{\eta}}_d + \Lambda_r \boldsymbol{\eta}_e), \quad (5.16)$$

Aplicando la propiedad de aproximación de las redes neuronales descrita en la sección (2.3.3), las funciones (5.15) y (5.16) están dadas por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_t) = W_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad (5.17)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_r) = W_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) + \boldsymbol{\epsilon}_r, \quad (5.18)$$

donde el vector de entrada para cada red neuronal es:

$$\mathbf{x}_t = \left[\boldsymbol{\xi}^T \quad \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \quad \boldsymbol{\xi}_d^T \quad \dot{\boldsymbol{\xi}}_d^T \quad \ddot{\boldsymbol{\xi}}_d^T \right]^T, \quad (5.19)$$

$$\mathbf{x}_r = \left[\boldsymbol{\eta}^T \quad \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \quad \boldsymbol{\eta}_d^T \quad \dot{\boldsymbol{\eta}}_d^T \quad \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d^T \right]^T, \quad (5.20)$$

W_t^T , W_r^T son matrices de pesos de salida en la red neuronal, son de valor constante y se consideran de valor ideal en la aproximación de $\mathbf{f}(\mathbf{x}_t)$ y $\mathbf{h}(\mathbf{x}_r)$, las funciones de activación están denotadas por

$$\boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) = \left[\tanh(k_1^T \mathbf{x}_t + b_1) \quad \tanh(k_1^T \mathbf{x}_t + b_2) \quad \cdots \quad \tanh(k_1^T \mathbf{x}_t + b_{L_t}) \right]^T \in \mathbb{R}^{L_t} \quad (5.21)$$

donde L_t es el número de neuronas para la aproximación de $\mathbf{f}(\mathbf{x}_t)$, b_1, b_2, \dots, b_{L_t} son umbrales de la red neuronal de valor constante, asignados de manera aleatoria, $k_1^T = [1 \quad 1 \cdots 1] \in \mathbb{R}^{15}$, la función de activación asociado a $\mathbf{h}(\mathbf{x}_r)$ se denota por:

$$\boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) = \left[\tanh(k_2^T \mathbf{x}_r + d_1) \quad \tanh(k_2^T \mathbf{x}_r + d_2) \quad \cdots \quad \tanh(k_2^T \mathbf{x}_r + d_{L_r}) \right]^T \in \mathbb{R}^{L_r} \quad (5.22)$$

donde L_r es el número de neuronas para la aproximación de $\mathbf{h}(\mathbf{x}_r)$, $d_1 \quad d_2 \cdots d_{L_r}$ son umbrales de la red neuronal, $k_2^T = [1 \quad 1 \cdots 1] \in \mathbb{R}^{15}$, $\boldsymbol{\epsilon}_t$, $\boldsymbol{\epsilon}_r$, son errores de aproximación acotados $\|\boldsymbol{\epsilon}_t\| \leq \epsilon_N$ para $\epsilon_N > 0$, $\|\boldsymbol{\epsilon}_r\| \leq \epsilon_M$ para $\epsilon_M > 0$.

Se define la ley de control para el subsistema de traslación y orientación como:

$$\mathbf{u}_t = \hat{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) + K_t \mathbf{r}_t, \quad (5.23)$$

$$\mathbf{u}_r = \hat{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) + K_r \mathbf{r}_r, \quad (5.24)$$

donde $K_t \in \mathbb{R}^{3 \times 3} > 0$, $K_r \in \mathbb{R}^{3 \times 3} > 0$ son matrices definidas positivas, \mathbf{u}_t , \mathbf{u}_r se compone de una red neuronal para la compensación de $\mathbf{f}(\mathbf{x}_t)$ y $\mathbf{h}(\mathbf{x}_r)$ y un término proporcional derivativo.

donde $\hat{W}_t \in \mathbb{R}^{N \times L_t}$, $\hat{W}_r \in \mathbb{R}^{N \times L_r}$ son matrices de pesos estimados de salida de la red neuronal. Para el cálculo de los pesos estimados se proponen leyes de adaptación definidas por

$$\dot{\hat{W}}_t = F_t \boldsymbol{\sigma}_t \mathbf{r}_t^T, \quad (5.25)$$

$$\dot{\hat{W}}_r = F_r \boldsymbol{\sigma}_r \mathbf{r}_r^T, \quad (5.26)$$

donde $F_t \in \mathbb{R}^{L_t \times L_t}$, $F_r \in \mathbb{R}^{L_r \times L_r} > 0$ son matrices diagonales definidas positivas. En la Figura 5.1 se ilustra el esquema de control neuronal representado en un diagrama de bloques.

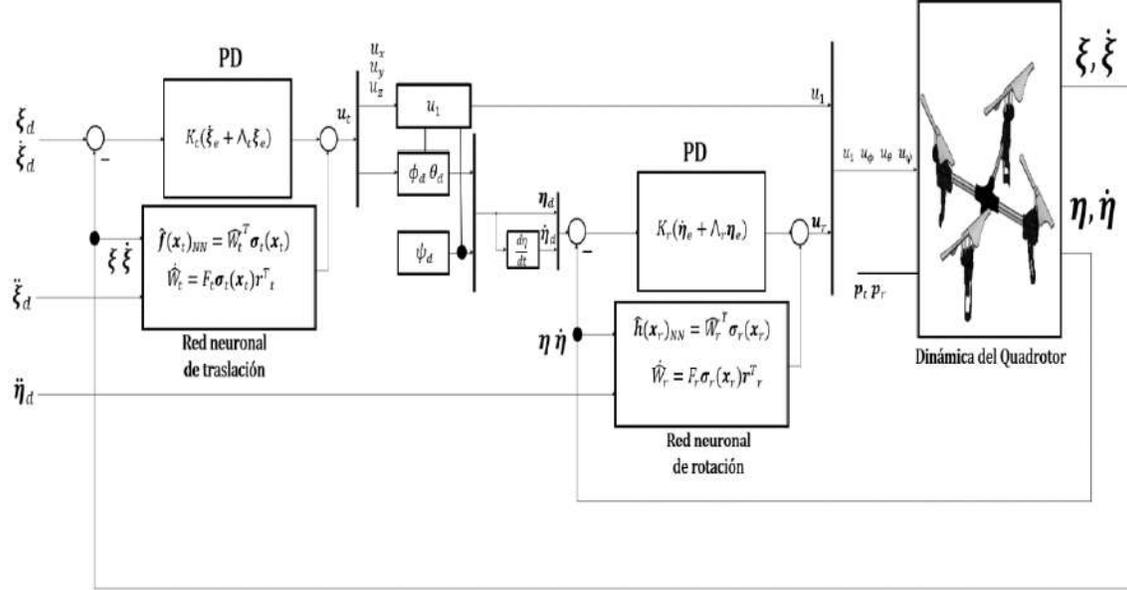


Figura 5.1: Diagrama de control PD más compensación neuronal.

5.4.1. DERIVACIÓN DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO

Al sustituir (5.23)-(5.24) en (5.13)-(5.14) se obtiene

$$M_t \dot{r}_t = \tilde{f}(x_t) - K_t r_t + (\varepsilon_t + p_t), \quad (5.27)$$

$$M_r(\eta) \dot{r}_r = \tilde{h}(x_r) - C_r(\dot{\eta}, \eta) r_r - K_r r_r + (\varepsilon_r + p_r), \quad (5.28)$$

donde

$$\tilde{f}(x_t) = f(x_t) - \hat{f}(x_t) = W_t^T \sigma_t(x_t) - \hat{W}_t^T \sigma_t(x_t), \quad (5.29)$$

$$\tilde{h}(x_r) = h(x_r) - \hat{h}(x_r) = W_r^T \sigma_r(x_r) - \hat{W}_r^T \sigma_r(x_r), \quad (5.30)$$

se establecen los errores de las matrices de los pesos

$$\tilde{W}_t = W_t - \hat{W}_t, \quad (5.31)$$

$$\tilde{W}_r = W_r - \hat{W}_r, \quad (5.32)$$

reescribiendo la dinámica en lazo cerrado se obtiene que:

$$M_t \dot{\mathbf{r}}_t = \tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) - K_t \mathbf{r}_t + (\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{p}_t), \quad (5.33)$$

$$M_r(\boldsymbol{\eta}) \dot{\mathbf{r}}_r = \tilde{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r - K_r \mathbf{r}_r + (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r), \quad (5.34)$$

de forma matricial en estados la dinámica del error se puede escribir mediante la ecuación

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_e \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_e \\ \boldsymbol{\eta}_e \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_e \\ M_t^{-1} \left[\tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) - K_t \mathbf{r}_t + (\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{p}_t) \right] - \Lambda_t \dot{\boldsymbol{\xi}}_e \\ \boldsymbol{\eta}_e \\ M_r(\boldsymbol{\eta})^{-1} \left[\tilde{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r - K_r \mathbf{r}_r + (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r) \right] - \Lambda_r \dot{\boldsymbol{\eta}}_e \end{bmatrix}, \quad (5.35)$$

$$\dot{\tilde{W}}_t = -F_t \boldsymbol{\sigma}_t \left[\dot{\boldsymbol{\xi}}_e + \Lambda_t \boldsymbol{\xi}_e \right]^T, \quad (5.36)$$

$$\dot{\tilde{W}}_r = -F_r \boldsymbol{\sigma}_r \left[\dot{\boldsymbol{\eta}}_e + \Lambda_r \boldsymbol{\eta}_e \right]^T. \quad (5.37)$$

5.4.2. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA

Se propone la siguiente función de Lyapunov definida positiva dada por

$$v(t) = v_t(t) + v_r(t), \quad (5.38)$$

donde

$$v_t(t) = \frac{1}{2} \mathbf{r}_t^T M_t \mathbf{r}_t + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \tilde{W}_t \right\}, \quad (5.39)$$

$$v_r(t) = \frac{1}{2} \mathbf{r}_r^T M_r(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \tilde{W}_r \right\}, \quad (5.40)$$

$$v(t) = \frac{1}{2} \mathbf{r}_t^T M_t \mathbf{r}_t + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \tilde{W}_t \right\} + \frac{1}{2} \mathbf{r}_r^T M_r(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r + \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \tilde{W}_r \right\} \quad (5.41)$$

desarrollando la derivada temporal de $v(t)$ se obtiene:

$$\dot{v}(t) = \dot{v}_t(t) + \dot{v}_r(t), \quad (5.42)$$

donde

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_t(t) &= \mathbf{r}_t^T M_t \dot{\mathbf{r}}_t + \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{r}_t^T \dot{M}_t \mathbf{r}_t}_{0} + tr \left\{ \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t \right\} \\
 &= \mathbf{r}_t^T M_t \dot{\mathbf{r}}_t + tr \left\{ \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t \right\},
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

dado que M_t es una matriz diagonal de valor constante, por lo tanto $\dot{M}_t = 0$, se sustituye la ecuación (5.33) en la ecuación (5.43) y se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_t(t) &= \mathbf{r}_t^T \left[\tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) - K_t \mathbf{r}_t + (\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{p}_t) \right] + tr \left\{ \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t \right\} \\
 &= \mathbf{r}_t^T \tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) + tr \left\{ \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t \right\} - \mathbf{r}_t^T K_t \mathbf{r}_t + \mathbf{r}_t^T (\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{p}_t)
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

$$tr \left\{ \mathbf{r}_t^T \tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) \right\} = tr \left\{ \tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) \mathbf{r}_t^T \right\} \tag{5.45}$$

por lo tanto se define:

$$\begin{aligned}
 tr \left\{ \tilde{W}_t^T \boldsymbol{\sigma}_t(\mathbf{x}_t) \mathbf{r}_t^T + \tilde{W}_t^T F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t \right\} &= 0 \\
 \tilde{W}_t^T \left(\boldsymbol{\sigma}_t \mathbf{r}_t^T + F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t \right) &= 0 \\
 \boldsymbol{\sigma}_t \mathbf{r}_t^T + F_t^{-1} \dot{\tilde{W}}_t &= 0 \\
 \dot{\tilde{W}}_t &= -F_t \boldsymbol{\sigma}_t \mathbf{r}_t^T,
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

la derivada temporal de $\dot{\tilde{W}}_t = -\dot{\tilde{W}}$ de forma que la ley de adaptación para los pesos de la red neuronal de traslación queda como:

$$\dot{\tilde{W}}_t = F_t \boldsymbol{\sigma}_t \mathbf{r}_t^T, \tag{5.47}$$

reescribiendo la $\dot{v}_t(t)$ se obtiene:

$$\dot{v}_t(t) = -\mathbf{r}_t^T K_t \mathbf{r}_t + \mathbf{r}_t^T (\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{p}_t), \tag{5.48}$$

aplicando la cota superior para el término PD y los términos de perturbación así, como los errores de aproximación de la red neuronal, se obtiene las siguientes ecuaciones definidas por:

$$-\mathbf{r}_t^T K_t \mathbf{r}_t \leq -\lambda_{\min} \{K_t\} \|\mathbf{r}_t\|^2, \tag{5.49}$$

$$\mathbf{r}_t^T (\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{p}_t) \leq (\varepsilon_N + p_N) \|\mathbf{r}_t\|, \tag{5.50}$$

por lo tanto la ecuación (5.48) se reescribe como:

$$\dot{v}_t(t) \leq -\lambda_{\min} \{K_t\} \|\mathbf{r}_t\|^2 + (\varepsilon_N + p_N) \|\mathbf{r}_t\|. \quad (5.51)$$

Por otra parte, realizamos el análisis de estabilidad para la función de Lyapunov asociada a la dinámica de rotación denotado por:

$$\dot{v}_r(t) = \mathbf{r}_r^T M_r(\boldsymbol{\eta}) \dot{\mathbf{r}}_r + \frac{1}{2} \mathbf{r}_r^T \dot{M}_r(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r + tr \left\{ \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r \right\}, \quad (5.52)$$

se sustituye la ecuación (5.34) en la ecuación (5.52)

$$\begin{aligned} \dot{v}_r(t) &= \mathbf{r}_r^T \left[\tilde{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r - K_r \mathbf{r}_r + (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{r}_r^T \dot{M}_r(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{r}_r + tr \left\{ \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r \right\}, \\ &= -\mathbf{r}_r^T K_r \mathbf{r}_r + \underbrace{\mathbf{r}_r^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \right) \mathbf{r}_r}_{=0} \\ &+ \mathbf{r}_r^T (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r) + tr \left\{ \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r \right\} + \mathbf{r}_r^T \tilde{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) \\ &= \mathbf{r}_r^T \tilde{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) + tr \left\{ \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r \right\} - \mathbf{r}_r^T K_r \mathbf{r}_r + \mathbf{r}_r^T (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r) \end{aligned} \quad (5.53)$$

donde $\left(\frac{1}{2} \dot{M}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \right)$ es una matriz anti-simétrica de acuerdo a la **propiedad 2** de modo que $\mathbf{r}_r^T \left(\frac{1}{2} \dot{M}_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}) - C_r(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta}) \right) \mathbf{r}_r = 0$.

Se propone que la suma de términos dependientes de la red neuronal sean cero, de forma que:

$$\begin{aligned} tr \left\{ \tilde{W}_r^T \boldsymbol{\sigma}_r(\mathbf{x}_r) \mathbf{r}_r^T + \tilde{W}_r^T F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r \right\} &= 0 \\ \tilde{W}_r^T \left(\boldsymbol{\sigma}_r \mathbf{r}_r^T + F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r \right) &= 0 \\ \boldsymbol{\sigma}_r \mathbf{r}_r^T + F_r^{-1} \dot{\tilde{W}}_r &= 0 \\ \dot{\tilde{W}}_r &= -F_r \boldsymbol{\sigma}_r \mathbf{r}_r^T, \end{aligned} \quad (5.54)$$

la derivada temporal de $\dot{\tilde{W}}_r = -\dot{\tilde{W}}_r$ por lo que la ley de adaptación para los pesos de la red neuronal de rotación queda como:

$$\dot{\tilde{W}}_r = F_r \boldsymbol{\sigma}_r \mathbf{r}_r^T, \quad (5.55)$$

reescribiendo la $\dot{v}_r(t)$ se obtiene:

$$\dot{v}_r(t) = -\mathbf{r}_r^T K_r \mathbf{r}_r + \mathbf{r}_r^T (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r), \quad (5.56)$$

aplicando la cota superior para el término PD y los términos de perturbación así, como los errores de

aproximación de la red neuronal, se obtiene las siguientes ecuaciones definidas por:

$$-\mathbf{r}_r^T K_r \mathbf{r}_r \leq -\lambda_{\min} \{K_r\} \|\mathbf{r}_r\|^2, \quad (5.57)$$

$$\mathbf{r}_r^T (\boldsymbol{\varepsilon}_r + \mathbf{p}_r) \leq (\varepsilon_M + p_M) \|\mathbf{r}_r\|, \quad (5.58)$$

por lo tanto la ecuación (5.53) se reescribe como:

$$\dot{v}_r(t) \leq -\lambda_{\min} \{K_r\} \|\mathbf{r}_r\|^2 + (\varepsilon_M + p_M) \|\mathbf{r}_r\|, \quad (5.59)$$

reescribiendo la ecuación (5.42) se obtiene:

$$\dot{v}(t) = -\lambda_{\min} \left\{ \begin{bmatrix} K_t & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \right\} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{r}_t \\ \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \right\|^2 + \left\| \begin{bmatrix} (\varepsilon_N + p_N) & 0 \\ 0 & (\varepsilon_M + p_M) \end{bmatrix} \right\| \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{r}_t \\ \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \right\|, \quad (5.60)$$

simplificando $\dot{v}(t)$ se obtiene que:

$$\dot{v}(t) = - \underbrace{\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{r}_t \\ \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \right\| \left(\lambda_{\min} \left\{ \begin{bmatrix} K_t & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \right\} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{r}_t \\ \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \right\| - \left\| \begin{bmatrix} (\varepsilon_N + p_N) & 0 \\ 0 & (\varepsilon_M + p_M) \end{bmatrix} \right\| \right)}_{>0}, \quad (5.61)$$

considerando que en las ecuaciones (5.31)-(5.32) W_t y W_r son matrices de pesos ideales de valor constante, implicando que $\dot{W}_t = -\dot{W}_t$ y $\dot{W}_r = -\dot{W}_r$, se determina que $\dot{v}(t) < 0$ en una región

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{r}_t \\ \mathbf{r}_r \end{bmatrix} \right\| > \frac{\left\| \begin{bmatrix} (\varepsilon_N + p_N) & 0 \\ 0 & (\varepsilon_M + p_M) \end{bmatrix} \right\|}{\lambda_{\min} \left\{ \begin{bmatrix} K_t & 0 \\ 0 & K_r \end{bmatrix} \right\}} \equiv b_r, \quad (5.62)$$

de acuerdo al Teorema 2.1.8, la solución del sistema de lazo cerrado es uniformemente acotado en forma última (UUB), por lo que \mathbf{r}_t , \mathbf{r}_r permanecen confinadas dentro de una hiper-esfera de radio b_r lo que implica que $\boldsymbol{\xi}_e$, $\boldsymbol{\eta}_e$, $\dot{\boldsymbol{\xi}}_e$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}_e$, son también UUB de acuerdo a las ecuaciones (5.9)-(5.10), y dado que $\boldsymbol{\xi}_d$, $\boldsymbol{\eta}_d$, $\dot{\boldsymbol{\xi}}_d$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}_d$, son acotadas, usando la definición de los errores en las ecuaciones (5.3)-(5.4) entonces $\boldsymbol{\xi}$, $\boldsymbol{\eta}$, $\dot{\boldsymbol{\xi}}$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}$, son UUB.

5.5. SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL CONTROLADOR NEURONAL

En esta sección se aborda la simulación numérica del controlador neuronal aplicado a un *Quadrotor*. La plataforma de simulación fue desarrollada en Simulink de Matlab® utilizando el modelo dinámico

descrito en la ecuaciones (3.35)-(3.46), adicionalmente se usó el toolbox Simscape y Solidworks para crear un entorno de simulación 3D. Los parámetros del *Quadrotor* utilizados se muestran en la Tabla 4.1, las ganancias del controlador definido en (5.23)-(5.24) se denotan por:

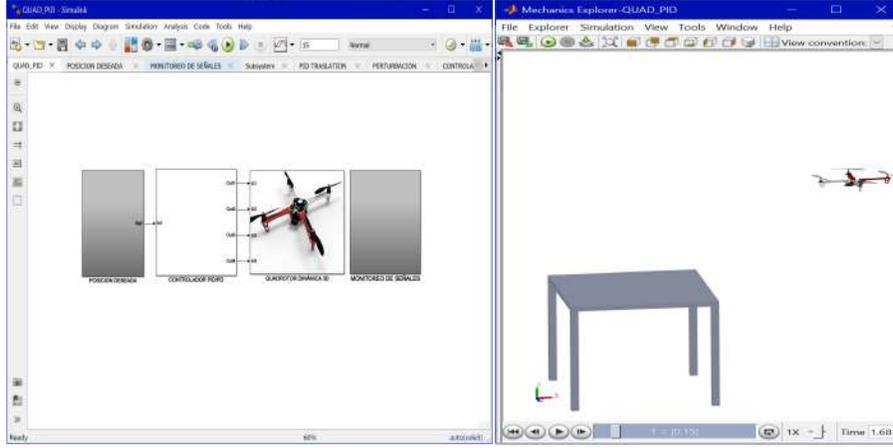


Figura 5.2: Plataforma de simulación en simulink.

$$K_t = \text{diag} \{0.2 \quad 0.5 \quad 0.1\},$$

$$K_r = \text{diag} \{0.2 \quad 0.5 \quad 0.1\},$$

$$\Lambda_t = \text{diag} \{0.2 \quad 0.5 \quad 0.1\},$$

$$\Lambda_r = \text{diag} \{0.2 \quad 0.5 \quad 0.1\}.$$

5.5.1. REGULACIÓN SIN PERTURBACIÓN

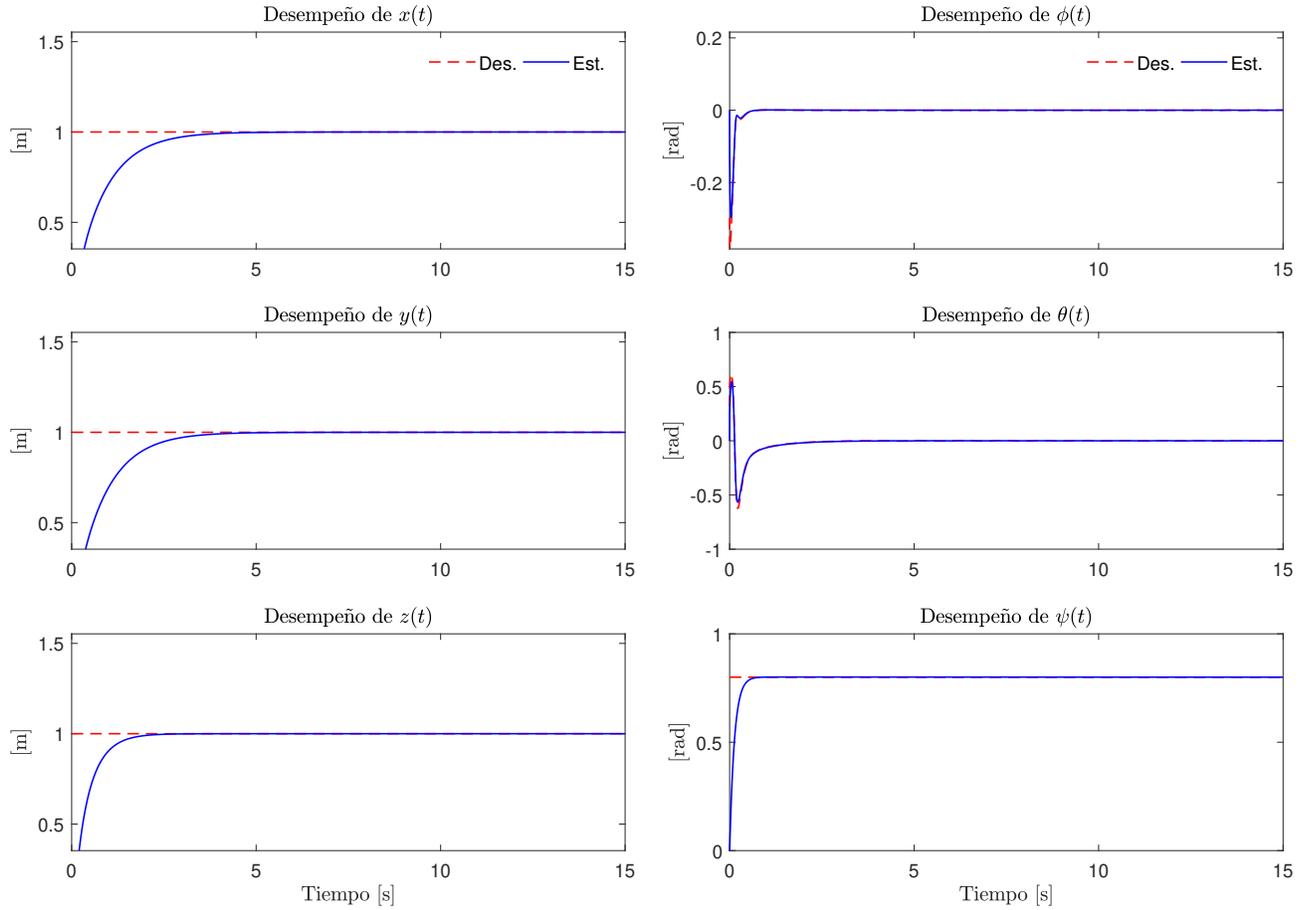
En este apartado se presenta el desempeño del *Quadrotor* en modo regulación. La tarea de regulación consiste establecer una coordenada con determinada orientación. El tiempo de simulación establecido es de 15 segundos. La coordenada deseada se define como:

$$\xi_d(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [m],$$

$$\psi_d(t) = 0.8 [rad].$$

En la Figura 5.3 se presenta la evolución temporal de los estados del sistema representados por las líneas de color azul, en esta simulación el sistema no es sometido a perturbaciones. También se observa que el *Quadrotor* logra la coordenada deseada en un tiempo $t < 1$ s. Por otra parte en la Figura 5.4 muestra que

los errores de las variables de estado están acotadas, también en la Figura 5.5 se describe la trayectoria realizada por el centro de masa del *Quadrotor* en espacio tridimensional, denotado por la línea de color azul, el punto de origen se representa como un punto verde y la coordenada deseada se representa de color rojo.



(a) $\xi(t)$

(b) $\eta(t)$

Figura 5.3: **Controlador adaptativo neuronal:** Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$.

En la Figura 5.5 se describe la evolución temporal de los pesos de salida, los cuales permanecen acotados en una región de $(-1.5, 1.5)$.

5.5.2. REGULACIÓN CON PERTURBACIÓN

Se realiza la tarea de regulación del *Quadrotor* sometido a efectos giroscópicos no modelados y efectos de carga previamente definidos por las ecuaciones (4.7)-(4.9), se usa la misma posición $\xi_d(t)$ y orientación

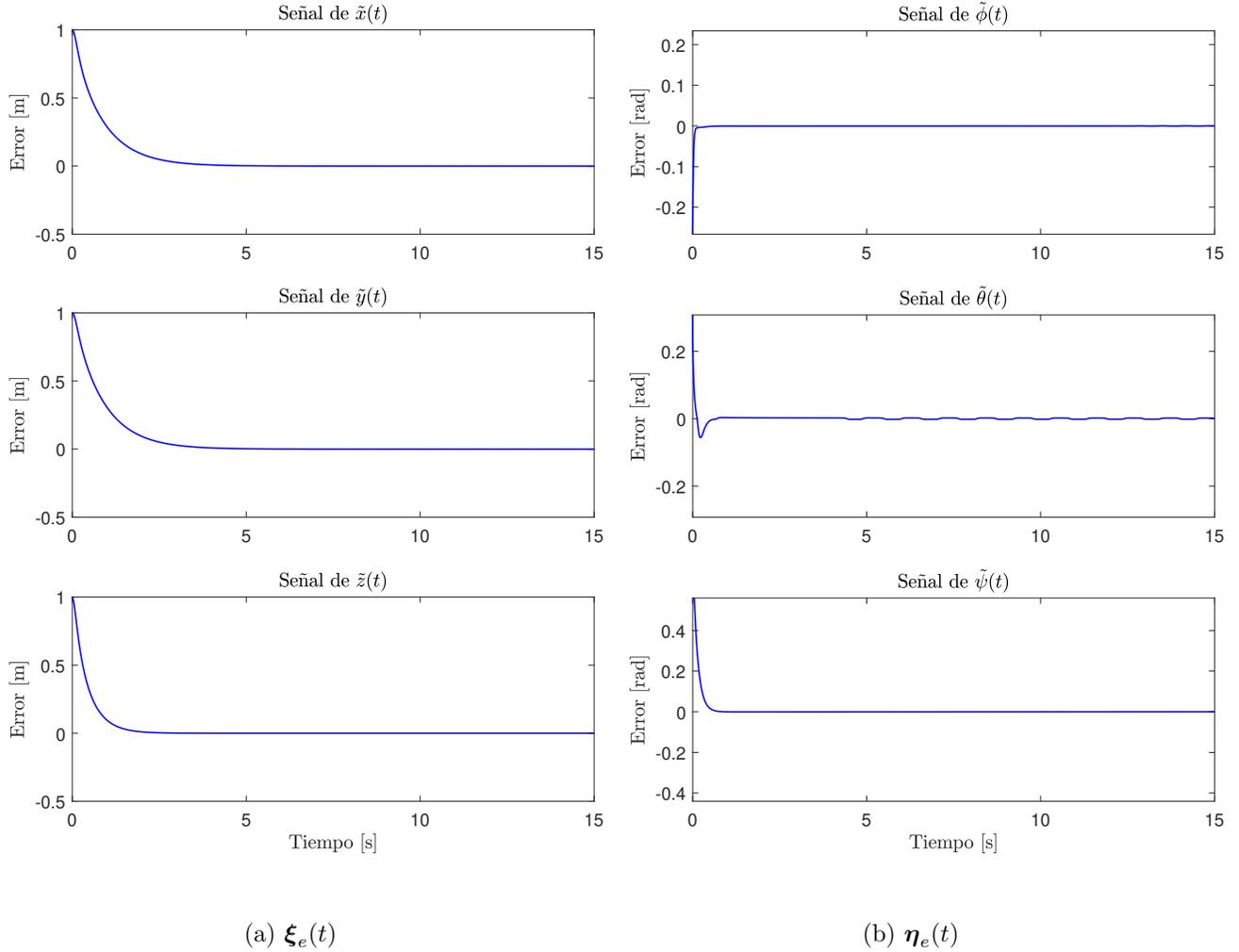


Figura 5.4: **Controlador adaptativo neuronal**: Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ sin perturbaciones.

$\eta_d(t)$ establecidas en la sección 5.5.1, con un tiempo de simulación de 15 s

En la Figura 5.7 se muestra la evolución temporal de los estados del *Quadrotor* denotado por las señales de color azul, por otra parte, las líneas de color rojo indican las señales de referencia. En el tiempo $t = 0$, el *Quadrotor* es sometido a efectos giroscópicos no modelados, posteriormente se realiza un aumento de masa de 1.28 kg en el tiempo $t = 5$. Dado que la masa se manifiesta principalmente en la altura z , se observa un ligero desplazamiento curvo en z . En la Figura 5.8 se presentan los errores de de los estados del *Quadrotor*, se observa que el error permanece confinado en una región, es decir acotado, a pesar de ser sometido a efectos giroscópicos y efectos de carga. Por otra parte los pesos de salida mostrados en la Figura 5.10 presentan una adaptación o reajuste en tiempo real para lograr la compensación de los cambios del sistema, también se observa que los pesos en cuestión se encuentran acotados. Por último en la Figura 5.9 se describe la posición de origen $(0,0,0)$ denotada por el punto verde, la trayectoria

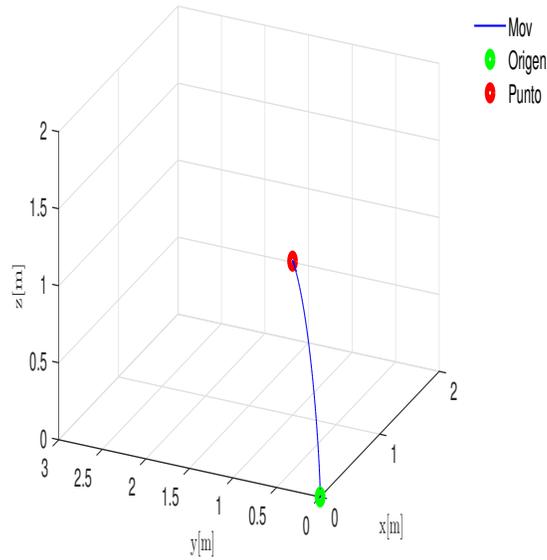


Figura 5.5: **Controlador adaptativo neuronal:** Posición del centro de masa del *Quadrotor* en modo regulación con perturbaciones.

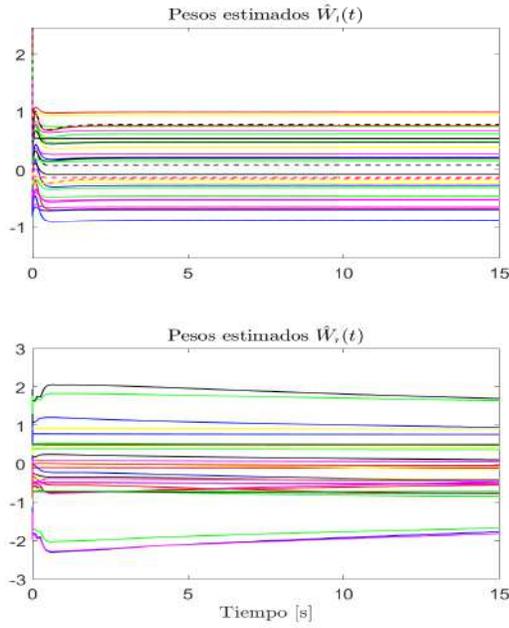


Figura 5.6: **Controlador adaptativo neuronal:** Evolución temporal de los pesos de salidad \hat{W}_t y \hat{W}_r sin perturbaciones.

realizada por el centro de masa del *Quadrotor* se describe por la línea de color azul, la cual realiza un desplazamiento en z hasta que logra converger en la posición deseada denotada por el punto rojo.

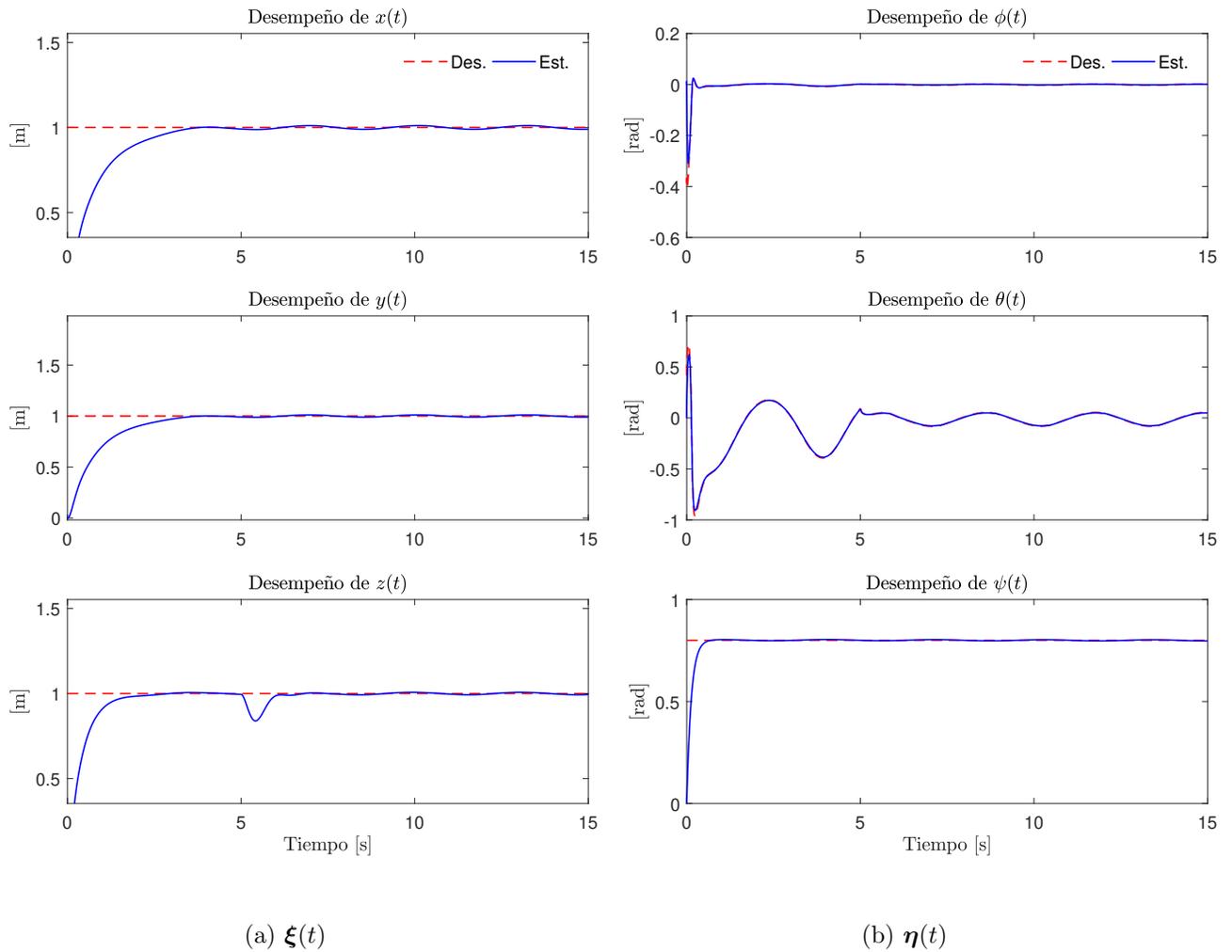


Figura 5.7: **Controlador adaptativo neuronal**: Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$ con perturbaciones.

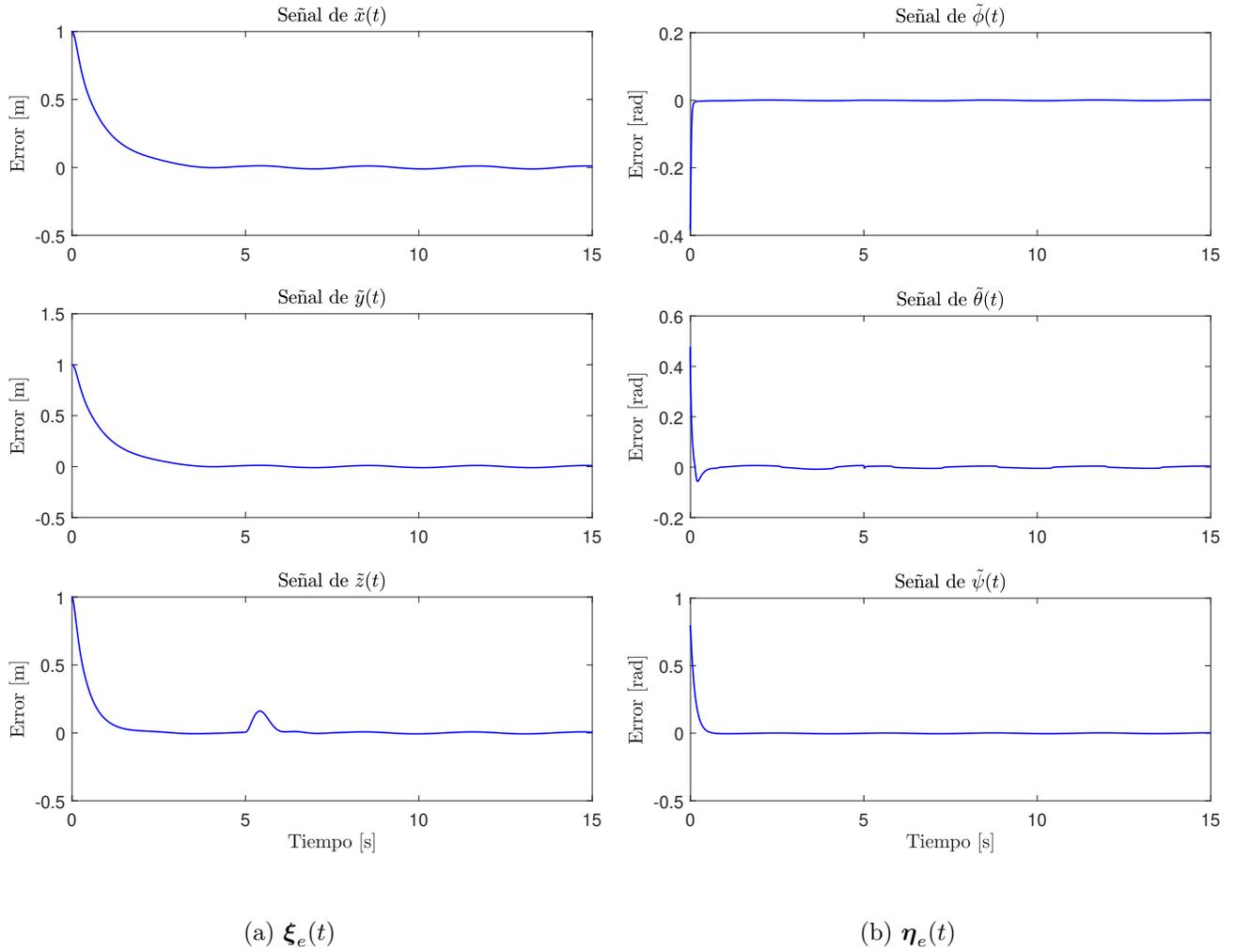


Figura 5.8: **Controlador adaptativo neuronal:** Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ con perturbaciones.

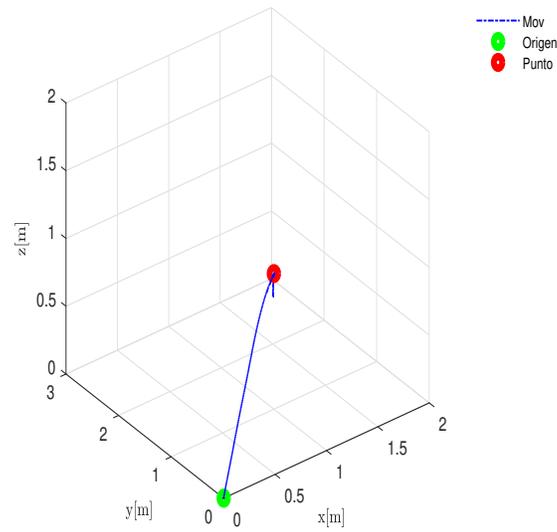


Figura 5.9: **Controlador adaptativo neuronal:** Posición del centro de masa del *Quadrotor* en modo regulación con perturbaciones.

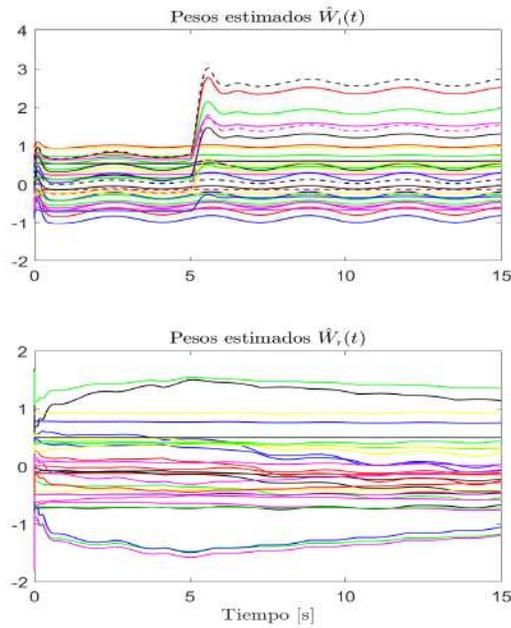


Figura 5.10: **Controlador adaptativo neuronal:** Evolución temporal de los pesos de salidad \hat{W}_t y \hat{W}_r con perturbaciones.

Capítulo 6

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este apartado se realiza un análisis comparativo de desempeño para los controladores en función del error, utilizando los resultados obtenidos en las secciones anteriores.

6.1. REGULACIÓN SIN PERTURBACIÓN

Como primer caso de estudio se realiza la comparación de los controladores con ausencia de perturbaciones en el sistema.

En la Figura 6.1a se presenta la evolución temporal de los estados de traslación y en la Figura 6.1b la orientación del *Quadrotor* para cada uno de los controladores, la línea de color rojo es asociado a la estructura de control PID, mientras que la línea de color azul denota la estructura de control neuronal. En la Figura 6.2 se presentan los errores del sistema para ambos controladores.

La norma del error para el sistema de traslación y orientación se presenta en la Figura 6.3 donde se observa que el error para ambos controladores es muy similar, ambos controladores permancen acotados, sin embargo se puede observar en la gráfica, el controlador PID asociado a la traslación converge más rápido hacia cero que el controlador neuronal, en cambio para el error de orientación ambos controladores presentan un comportamiento similar.

En la Figura 6.4 se comparan las trayectorias realizadas por los centros de masa del *Quadrotor*. La línea de color negro denota la trayectoria bajo un esquema de control PID donde se observa que converge a la coordenada deseada denotada de color rojo, mientras que la línea de color azul describe la trayectoria realizada bajo un esquema de control neuronal, donde se puede observar que el control neuronal mejora la trayectoria hacia la coordenada deseada.

6.1.1. REGULACIÓN CON PERTURBACIÓN

Como segundo caso de estudio se realiza la comparación de los controladores sometiendo al sistema dinámico a perturbaciones y cambios de masa, es decir, cambios paramétricos.

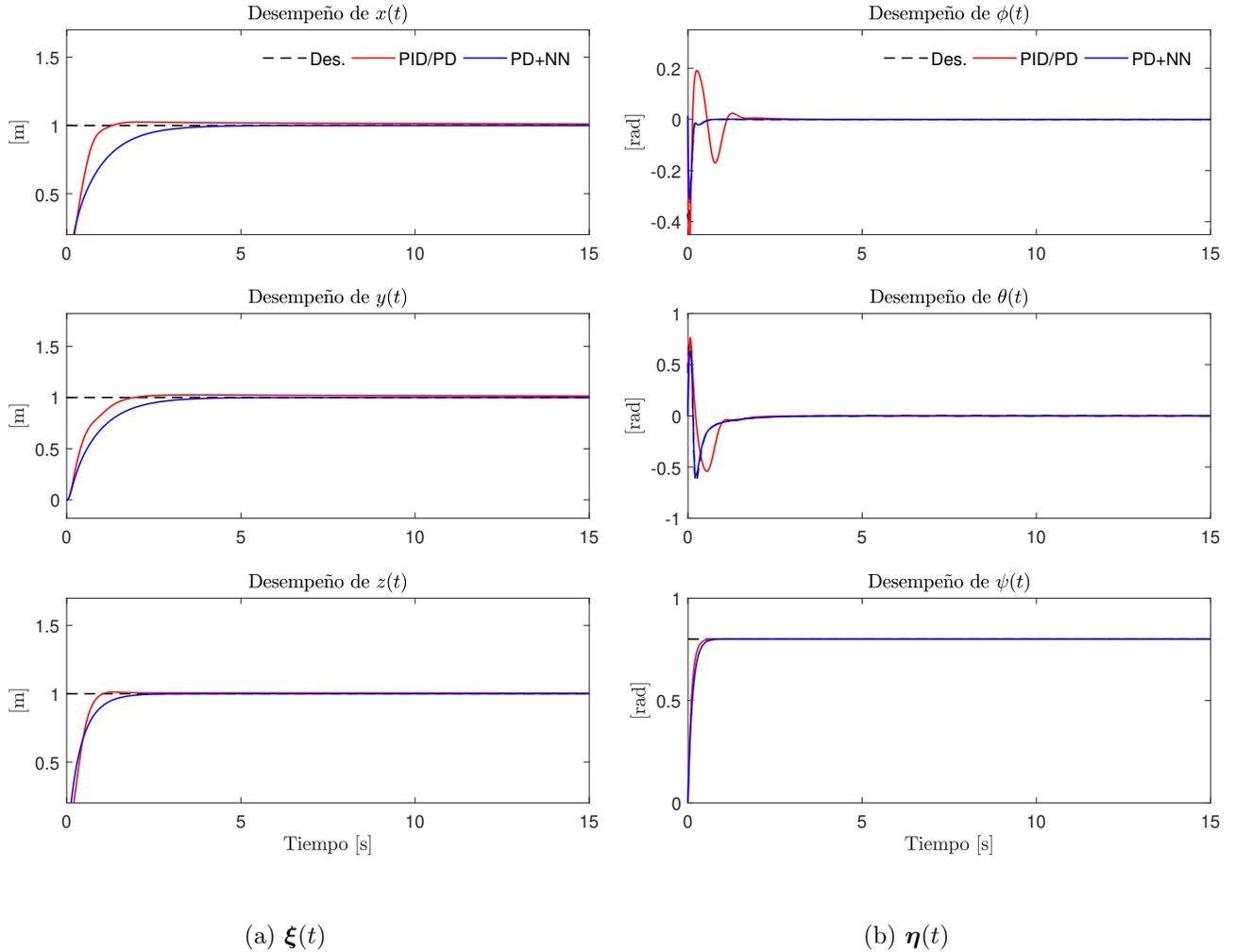


Figura 6.1: **Análisis de resultados:** Evolución temporal de $\xi(t)$ y $\eta(t)$ sin perturbaciones.

En la Figura 6.5 se describe la evolución temporal de la señal de error para el sistema de traslación y orientación, la línea de color rojo denota el error bajo el esquema de control PID/PD, mientras que la línea color azul denota el error bajo un esquema de control neuronal, como se observa, ante la presencia de perturbaciones se mantienen acotados, sin embargo después de realizar el incremento de masa en $t = 5$, el controlador PID/PD se desempeña de forma inestable, es decir, el transitorio de los estados de orientación comienza a presentar oscilaciones, se refleja un pérdida en altura z , por la tanto, el *Quadrotor* no se mantiene en la posición deseada. Por otra parte, el controlador neuronal logra compensar la perturbación aplicada y el cambio de masa, es decir, el transitorio de las señales de orientación se mantienen acotados de la misma forma que los transitorios de las señales de traslación.

En la Figura 6.6 se presentan las normas del error para cada uno de los controladores en cuestión,

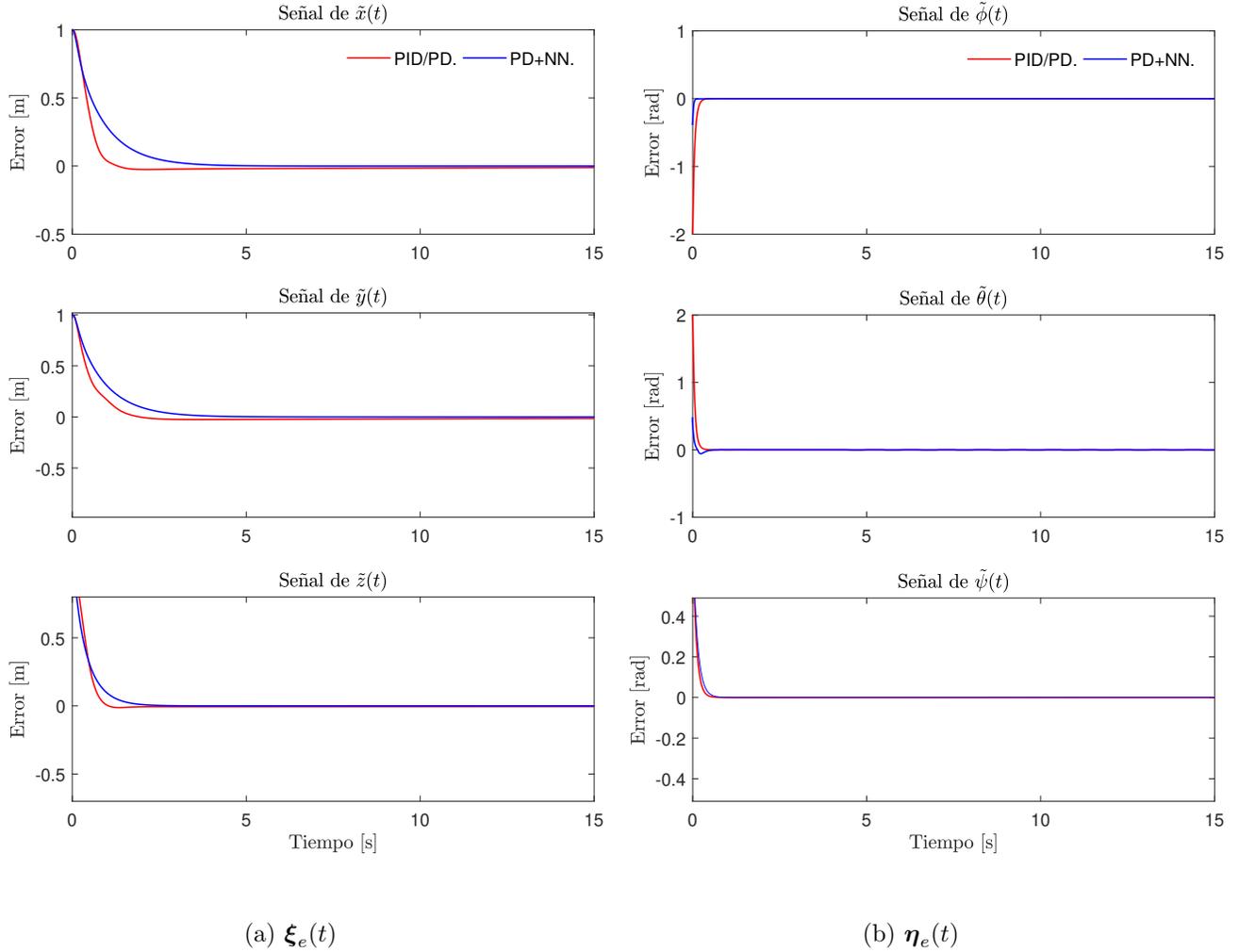


Figura 6.2: **Análisis de resultados:** Evolución temporal de $\xi_e(t)$ y $\eta_e(t)$ sin perturbaciones.

podemos observar que la norma de traslación y orientación para el controlador PID/PD denotada por la línea de color rojo es mayor que la norma del error para el control neuronal denotada por la línea de color azul. La comparación de la trayectoria realizada por el centro de masa del *Quadrotor* para cada uno de los controladores se muestra en la Figura 6.7, donde se observa que la trayectoria de color azul asociada al controlador neuronal logra mantener la posición deseada (1, 1, 1) denotada por el punto rojo, mientras que la trayectoria de color negro asociado al controlador PID/PD no logra mantener la posición deseada, de forma que el *Quadrotor* pierde altura en z hasta llegar a cero.

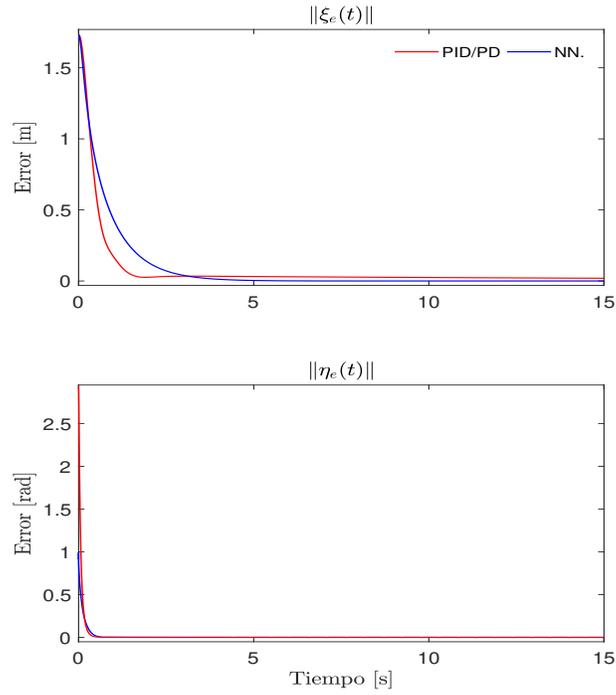


Figura 6.3: **Análisis de resultados:** Evolución temporal de la norma del error sin perturbaciones.

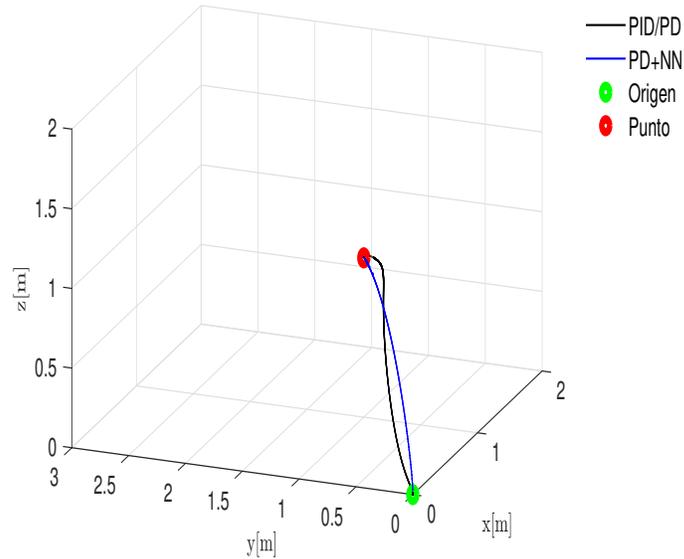


Figura 6.4: **Análisis de resultados:** Posición del centro de masa del *Quadrotor* en modo regulación sin perturbaciones.

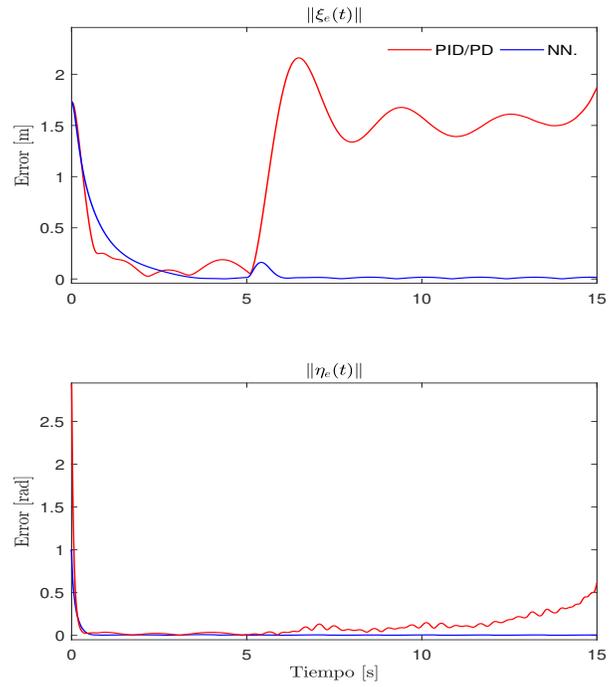


Figura 6.6: **Análisis de resultados:** Evolución temporal de la norma del error con perturbaciones.

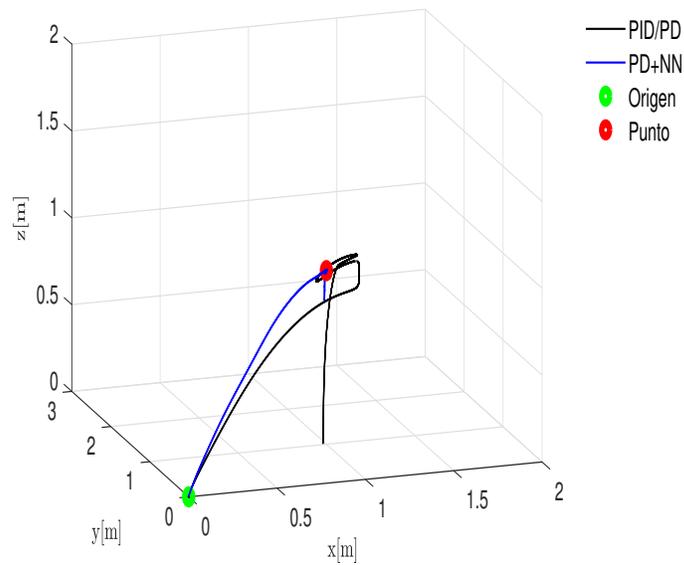


Figura 6.7: **Análisis de resultados:** Posición del centro de masa del *Quadrotor* en modo regulación con perturbaciones.

Capítulo 7

CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO FUTURO

7.1. CONCLUSIONES GENERALES

En el presente trabajo de tesis se presentó el diseño de un esquema de control adaptativo usando compensación neuronal y el análisis comparativo entre un controlador tomado de la literatura para un *Quadrotor*.

En el Capítulo 1 se abordó de manera simplificada los antecedentes históricos y el estado del arte enfocado a distintas estrategias de control clásico, no lineal, robusto y adaptativo que han sido utilizados para resolver el problema de regulación del mecanismo en cuestión. Se plantearon los objetivos y la metodología a seguir. Posteriormente en el Capítulo 2 se presentó un preliminar sobre sistemas dinámicos y su representación de estados, se estudió la teoría de Lyapunov para determinar la estabilidad de los sistemas dinámicos en lazo cerrado. Seguido de esto se presentó la teoría de redes neuronales artificiales y su representación matricial donde se plantearon redes con estructuras del tipo *feedforward* de una y dos capas concluyendo con la propiedad de aproximación universal de las redes neuronales.

En el Capítulo 3 se describió la dinámica del *Quadrotor* utilizando el formalismo de Euler-Lagrange, realizando simulación 3D en Matlab-Simulink. En el Capítulo 4 se implementó un controlador propuesto de la literatura basado en una acción PD para el control de orientación y un PID para el control de traslación, se emplearon dos escenarios de estudio: el primer escenario se estableció regulación sin perturbaciones mientras que el segundo escenario se consideraron las perturbaciones. Las observaciones pertinentes a este cuarto capítulo, se enlistan a continuación:

- En el primer caso, el *Quadrotor* se mantuvo en la coordenada deseada mostrando un buen desempeño sin perturbaciones.
- En el segundo caso, el *Quadrotor* se mantuvo en la coordenada deseada mostrando un buen desempeño con perturbaciones, sin embargo presentó un mal desempeño ante el cambio de masa.

Posteriormente en el Capítulo 5 se realizó el diseño de un controlador adaptativo utilizando una acción PD que incorporó una red neuronal LIP para compensar la dinámica del *Quadrotor* y perturbaciones no modeladas, donde se demuestra analíticamente que el controlador garantiza estabilidad uniformemente acotado de forma última (UUB) ante perturbaciones, las leyes de adaptación de los pesos garantizaron el

correcto entrenamiento para la red neuronal. También se propuso una ley de control que es capaz de estimar la masa y evitar indeterminaciones en el control asociado a la dinámica de traslación. Se utilizaron los casos de estudio planteados en el controlador PID/PD de forma que se enlistan las siguientes observaciones:

- En el primer caso, el *Quadrotor* se mantuvo en la coordenada deseada mostrando un buen desempeño sin perturbaciones.
- En el segundo caso, el *Quadrotor* se mantuvo en la coordenada deseada mostrando un buen desempeño con perturbaciones.
- Bajo cambios paramétricos como efectos de carga, el controlador presentó estabilidad UUB.
- Los pesos de salida de la red neuronal presentan evolución temporal de forma acotada, por lo que garantizan el entrenamiento de la red neuronal en tiempo real.
- El controlador neuronal no depende del modelo dinámico con excepción del cálculo de los ángulos de ϕ_d y θ_d .

Por último en el Capítulo 6 se presentó un análisis de desempeño utilizando el error cuadrático medio de las señales de error del sistema, de estos resultados de simulación numérica, a continuación se enlistan las siguientes observaciones:

- El controlador PID/PD presentó un desempeño similar al controlador neuronal sin perturbaciones, sin embargo converge a la coordenada deseada con ligera ventaja en velocidad.
- El controlador neuronal presentó un mejor desempeño ante cambios de masa y perturbaciones.

Finalmente, el controlador adaptativo basado en compensación neuronal resuelve el problema de regulación, en comparación a otros controladores propuestos en la literatura, se aplicó un cambio de masa como efecto de carga, demostrando que es posible compensar parámetros no modelados. De esta forma es posible utilizar controladores adaptativos por compensación neuronal para brindar mayor robustez al *Quadrotor* y aumentar la eficiencia en aplicaciones futuras.

7.2. TRABAJO FUTURO

En el presente trabajo de tesis se resolvió el problema de regulación aplicado a un *Quadrotor* usando un controlador adaptativo por redes neuronales LIP de una sola capa, para aumentar el alcance de este proyecto se consideran las siguientes acciones:

- Resolver el problema de seguimiento de trayectoria.
- Incorporar una red neuronal de dos capas y términos robustos.

- Leyes de adaptación de pesos de entrada y salida.
- Resultados experimentales.
- Control de dos o más Quadrotores en modo Enjambre.

Bibliografía

- [1] W. AGUILAR, R. COSTA CASTELLÓ, C. ANGULO BAHÓN, AND L. MOLINA, *Control autónomo de cuadricópteros para seguimiento de trayectorias*, in Revista Digital Congreso de Ciencia y Tecnología: Memorias. Sesiones Técnicas, 2014, pp. 140–144.
- [2] L. M. ARGENTIM, W. C. REZENDE, P. E. SANTOS, AND R. A. AGUIAR, *Pid, lqr and lqr-pid on a quadcopter platform*, in 2013 International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV), IEEE, 2013, pp. 1–6.
- [3] A. BARRIENTOS, J. DEL CERRO, P. GUTIÉRREZ, R. SAN MARTÍN, A. MARTÍNEZ, AND C. ROSSI, *Vehículos aéreos no tripulados para uso civil. tecnología y aplicaciones*, Universidad politécnica de Madrid, Madrid, (2007).
- [4] H. BOLANDI, M. REZAEI, R. MOHSENIPOUR, H. NEMATI, AND S. M. SMAILZADEH, *Attitude control of a quadrotor with optimized pid controller*, (2013).
- [5] S. BOUABDALLAH, A. NOTH, AND R. SIEGWART, *Pid vs lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor*, in 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)(IEEE Cat. No. 04CH37566), vol. 3, IEEE, 2004, pp. 2451–2456.
- [6] S. P. BOYD AND C. H. BARRATT, *Linear controller design: limits of performance*, Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [7] T. BRESCIANI, *Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter*, MSc Theses, (2008).
- [8] M. CHEN, S. XIONG, AND Q. WU, *Tracking flight control of quadrotor based on disturbance observer*, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, (2019).
- [9] S. CURI, I. MAS, AND R. S. PENA, *Autonomous flight of a commercial quadrotor*, IEEE Latin America Transactions, 12 (2014), pp. 853–858.
- [10] A. DAS, F. LEWIS, AND K. SUBBARAO, *Backstepping approach for controlling a quadrotor using lagrange form dynamics*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, 56 (2009), pp. 127–151.

BIBLIOGRAFÍA

- [11] J. DE JESUS RUBIO, Z. ZAMUDIO, J. A. M. CAMPANA, AND M. A. M. ARMENDARIZ, *Experimental vision regulation of a quadrotor*, IEEE Latin America Transactions, 13 (2015), pp. 2514–2523.
- [12] D. EN CIENCIAS, *Análisis de estabilidad en controladores PID y neuronales PID sobre robots*, PhD thesis, INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL, 2013.
- [13] R. FALCÓN, H. RÍOS, AND A. DZUL, *Comparative analysis of continuous sliding-modes control strategies for quad-rotor robust tracking*, Control Engineering Practice, 90 (2019), pp. 241–256.
- [14] Y. FAN, Y. CAO, AND Y. ZHAO, *Sliding mode control for nonlinear trajectory tracking of a quadrotor*, in 2017 36th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2017, pp. 6676–6680.
- [15] I. FANTONI, R. LOZANO, AND S. SINHA, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*, Appl. Mech. Rev., 55 (2002), pp. B67–B68.
- [16] J.-E. GOMEZ-BALDERAS, P. CASTILLO, J. A. GUERRERO, AND R. LOZANO, *Vision based tracking for a quadrotor using vanishing points*, Journal of Intelligent & Robotic Systems, 65 (2012), pp. 361–371.
- [17] S. GONZALEZ-VAZQUEZ AND J. MORENO-VALENZUELA, *A new nonlinear pi/pid controller for quadrotor posture regulation*, in 2010 IEEE Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, IEEE, 2010, pp. 642–647.
- [18] S. GONZÁLEZ-VÁZQUEZ AND J. MORENO-VALENZUELA, *Motion control of a quadrotor aircraft via singular perturbations*, International Journal of Advanced Robotic Systems, 10 (2013), p. 368.
- [19] S. A. P. GUZMÁN, *Control de sistemas mecánicos usando compensación neuronal*, (2014).
- [20] A. HERNANDEZ, C. COPOT, R. DE KEYSER, T. VLAS, AND I. NASCU, *Identification and path following control of an ar. drone quadrotor*, in 2013 17th international conference on system theory, control and computing (ICSTCC), IEEE, 2013, pp. 583–588.
- [21] G. HOFFMANN, H. HUANG, S. WASLANDER, AND C. TOMLIN, *Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment*, in AIAA guidance, navigation and control conference and exhibit, 2007, p. 6461.
- [22] G. M. HOFFMANN, H. HUANG, S. L. WASLANDER, AND C. J. TOMLIN, *Precision flight control for a multi-vehicle quadrotor helicopter testbed*, Control engineering practice, 19 (2011), pp. 1023–1036.
- [23] B. IGELNIK AND Y.-H. PAO, *Stochastic choice of basis functions in adaptive function approximation and the functional-link net*, IEEE transactions on Neural Networks, 6 (1995), pp. 1320–1329.
- [24] G. JITHU AND P. JAYASREE, *Quadrotor modelling and control*, in 2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT), IEEE, 2016, pp. 1167–1172.

- [25] H. K. KHALIL AND J. W. GRIZZLE, *Nonlinear systems*, vol. 3, Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [26] S. KHATOON, D. GUPTA, AND L. DAS, *Pid & lqr control for a quadrotor: Modeling and simulation*, in 2014 international conference on advances in computing, communications and informatics (ICACCI), IEEE, 2014, pp. 796–802.
- [27] A. KOSZEWNIK, *The parrot uav controlled by pid controllers*, *acta mechanica et automatica*, 8 (2014), pp. 65–69.
- [28] J. G. LEISHMAN, *The breguet-richet quad-rotor helicopter of 1907*, *Vertiflite*, 47 (2002), pp. 58–60.
- [29] F. L. LEWIS, *Neural network control of robot manipulators*, *IEEE Expert*, 11 (1996), pp. 64–75.
- [30] T. LUUKKONEN, *Modelling and control of quadcopter*, Independent research project in applied mathematics, Espoo, 22 (2011), p. 22.
- [31] R. MIRANDA COLORADO, R. GARRIDO, L. AGUILAR, AND J. E. HERRERO, *Drones: Modelado y control de cuadrotores* (<https://www.alfaomega.com.mx/default/catalogo/profesional/ciencia-y-tecnologia/drones.html>), 10 2018.
- [32] M. MOHAMMADI, A. M. SHAHRI, AND Z. BOROUJENI, *Modeling and adaptive tracking control of a quadrotor uav*, *International Journal of Intelligent Mechatronics and Robotics (IJIMR)*, 2 (2012), pp. 58–81.
- [33] J. MORENO-VALENZUELA, C. AGUILAR-AVELAR, S. PUGA-GUZMÁN, AND V. SANTIBÁÑEZ, *Two adaptive control strategies for trajectory tracking of the inertia wheel pendulum: neural networks vis à vis model regressor*, *Intelligent Automation & Soft Computing*, 23 (2017), pp. 63–73.
- [34] J. MORENO-VALENZUELA, C. AGUILAR-AVELAR, S. A. PUGA-GUZMÁN, AND V. SANTIBÁÑEZ, *Adaptive neural network control for the trajectory tracking of the furuta pendulum*, *IEEE transactions on cybernetics*, 46 (2016), pp. 3439–3452.
- [35] J. MORENO-VALENZUELA, R. PÉREZ-ALCOCER, M. GUERRERO-MEDINA, AND A. DZUL, *Nonlinear pid-type controller for quadrotor trajectory tracking*, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23 (2018), pp. 2436–2447.
- [36] Y. NAIDOO, R. STOPFORTH, AND G. BRIGHT, *Quad-rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling & control*, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 8 (2011), p. 45.
- [37] C. NICOL, C. MACNAB, AND A. RAMIREZ-SERRANO, *Robust neural network control of a quadrotor helicopter*, in 2008 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, IEEE, 2008, pp. 001233–001238.

BIBLIOGRAFÍA

- [38] R. OLFATI-SABER, *Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles*, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [39] J. P. ORTIZ, L. I. MINCHALA, AND M. J. REINOSO, *Nonlinear robust h-infinity pid controller for the multivariable system quadrotor*, IEEE Latin America Transactions, 14 (2016), pp. 1176–1183.
- [40] F. PAN, L. LIU, AND D. XUE, *Optimal pid controller design with kalman filter for qball-x4 quadrotor unmanned aerial vehicle*, Transactions of the Institute of Measurement and Control, 39 (2017), pp. 1785–1797.
- [41] T. PEREZ AND T. I. FOSSEN, *Kinematic models for manoeuvring and seakeeping of marine vessels*, (2007).
- [42] R. PÉREZ-ALCOCER AND J. MORENO-VALENZUELA, *Adaptive control for quadrotor trajectory tracking with accurate parametrization*, IEEE Access, 7 (2019), pp. 53236–53247.
- [43] R. PÉREZ-ALCOCER, J. MORENO-VALENZUELA, AND R. MIRANDA-COLORADO, *A robust approach for trajectory tracking control of a quadrotor with experimental validation*, ISA transactions, 65 (2016), pp. 262–274.
- [44] W. PHILLIPS, C. HAILEY, AND G. GEBERT, *Review of attitude representations used for aircraft kinematics*, Journal of aircraft, 38 (2001), pp. 718–737.
- [45] P. POUNDS, R. MAHONY, AND P. CORKE, *Modelling and control of a large quadrotor robot*, Control Engineering Practice, 18 (2010), pp. 691–699.
- [46] S. PUGA-GUZMÁN, J. MORENO-VALENZUELA, AND V. SANTIBÁÑEZ, *Controlador neuronal para el seguimiento de trayectorias en un péndulo de rueda inercial*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 32 (2016), pp. 204–211.
- [47] G. V. RAFFO, *Modelado y control de un helicóptero quadrotor*, Universidad de Sevilla, (2007).
- [48] H. RÍOS, J. GONZÁLEZ-SIERRA, AND A. DZUL, *Regulación robusta de salida vía modos deslizantes continuos. parte i: Regulación de un quad-rotor*.
- [49] M. G. RODD, *Introduction to robotics: Mechanics and control: John j. craig*, 1987.
- [50] J. SANTIAGUILLO-SALINAS AND E. ARANDA-BRICAIRE, *Seguimiento de trayectorias para un helicóptero de 4 rotores ar. drone 2.0 utilizando ros*, in Memoria del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, 2014, pp. 606–611.
- [51] M. R. SERRANO AND E. A. BRICAIRE, *Modelado y control de un prototipo comercial de aeronave tipo quadrirotor*.

- [52] M. D. SHUSTER AND F. L. MARKLEY, *Generalization of the euler angles*, The Journal of the astronautical Sciences, 51 (2003), pp. 123–132.
- [53] J.-J. E. SLOITINE, W. LI, ET AL., *Applied nonlinear control*, vol. 199, Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [54] S. SRIVASTAVA, A. MISRA, S. THAKUR, AND V. PANDIT, *An optimal pid controller via lqr for standard second order plus time delay systems*, ISA transactions, 60 (2016), pp. 244–253.
- [55] G. SZAFRANSKI AND R. CZYBA, *Different approaches of pid control uav type quadrotor*, (2011).
- [56] S. G. VÁZQUEZ, *Modelado y control de movimiento de un vehículo aéreo a escala impulsado por cuatro propelas*, (2013).
- [57] C. WANG, M. NAHON, AND M. TRENTINI, *Controller development and validation for a small quadrotor with compensation for model variation*, in 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), IEEE, 2014, pp. 902–909.
- [58] S. WANG, B. LI, AND Q. GENG, *Research of rbf neural network pid control algorithm for longitudinal channel control of small uav*, in 2013 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), IEEE, 2013, pp. 1824–1827.
- [59] H. YAÑEZ-BADILLO, R. TAPIA-OLVERA, O. AGUILAR-MEJÍA, AND F. BELTRAN-CARBAJAL, *Control neuronal en línea para regulación y seguimiento de trayectorias de posición para un quadrotor*, Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI, 14 (2017), pp. 141–151.
- [60] Z. ZHOU, H. WANG, Z. HU, Y. WANG, AND H. WANG, *A multi-time-scale finite time controller for the quadrotor uavs with uncertainties*, Journal of Intelligent & Robotic Systems, 94 (2019), pp. 521–533.

Para este trabajo se utilizó el templete realizado por el Dr. Miguel Aurelio Duarte Villaseñor. Derechos reservados. ©ITT, compilado el 7 de julio de 2021. El Ing. Oscar Esteban Alaniz Solorio otorga al Instituto Tecnológico Tijuana el permiso de reproducir y distribuir copias de esta Tesis en su totalidad o en partes.