



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Doctorado

**Estimador M-Redescendente de Localización para Filtrado de
Ruido en Imágenes Médicas**

presentada por

M.C. Ángel Arturo Rendón Castro

como requisito para la obtención del grado de
Doctor en Ciencias de la Computación

Director de tesis

Dr. Dante Mújica Vargas

Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre de 2023.



Cuernavaca, Mor.,
No. De Oficio:
Asunto:

19/enero/2024
SAC/006/2024
Autorización de
impresión de tesis

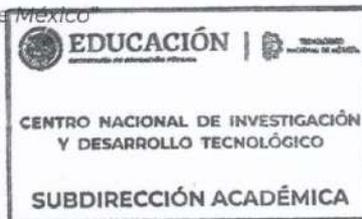
**ANGEL ARTURO RENDÓN CASTRO
CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS
DE LA COMPUTACIÓN
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"ESTIMADOR M-REDESCENDENTE DE LOCALIZACIÓN PARA EL FILTRADO DE RUIDO EN IMÁGENES MÉDICAS"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

*Excelencia en Educación Tecnológica®
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"*



**CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**

C. c. p. Departamento de Ciencias Computacionales
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



 <small>Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico</small>	ACEPTACIÓN DE IMPRESIÓN DEL DOCUMENTO DE TESIS DOCTORAL	Código: CENIDET-AC-006-D20
		Revisión: 0
	Referencia a la Norma ISO 9001:2008 7.1, 7.2.1, 7.5.1, 7.6, 8.1, 8.2.4	Página 1 de 1

Cuernavaca, Mor., a 22 de enero de 2024

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

AT'n: JUAN GABRIEL GONZÁLEZ SERNA
PRESIDENTE DEL CLAUSTRO DOCTORAL

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante ÁNGEL ARTURO RENDÓN CASTRO manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado "ESTIMADOR M-REDESCENDENTE DDE LOCALIZACIÓN PARA EL FILTRADO DE RUIDO EN IMÁGENES MÉDICAS", realizado bajo la dirección de Dante Mújica Vargas, el trabajo se ACEPTA para proceder a su impresión.

ATENTAMENTE



DANTE MÚJICA VARGAS
TecNM/CAMPUS CENIDET



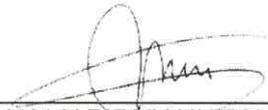
NOÉ ALEJANDRO CASTRO SÁNCHEZ
TecNM/CAMPUS CENIDET



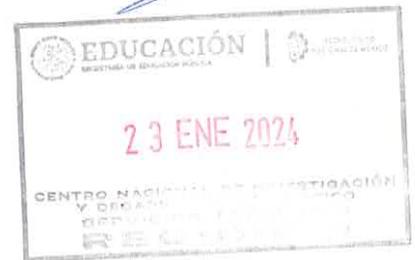
NIMROD GONZÁLEZ FRANCO
TecNM/CAMPUS CENIDET



MÁXIMO LÓPEZ SÁNCHEZ
TecNM/CAMPUS CENIDET



JEAN MARIE VIANNEY KINANI
INST. TECNOLÓGICO DE HUICHAPAN



EBA

c.c.p: María Elena Gómez Torres / Jefa del Departamento de Servicios Escolares
c.c.p: María Yasmín Hernández Pérez / Jefa del Departamento C. Computacionales
c.c.p: Expediente

Pixeles rugen,
en el ruido oculto oro,
imagen recobra vida.

-A.A.R.C

Dedicatoria

A mi amada esposa *Katy Reyes Bastida*.

Te amo, eres el amor de mi vida y este es un logro compartido.

Gracias por siempre estar a mi lado y en mi corazón.

A mis padres amados *Arturo Rendón García y Guadalupe Castro Uriostegui*.

Por su amor, educación y apoyo incondicional. Los amo mucho.

A mi amada hermana *Nayla Melina Rendón Castro*, mi mejor amiga,
gracias por siempre escucharme y amarme tanto.

A mi segunda familia, *Bastida Reyes* que me recibió y me volvió uno de ellos,
gracias por todo, los amo.

Agradecimientos

Estoy profundamente agradecido con el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo económico brindado durante mis estudios de doctorado, así como también al Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por brindar las instalaciones necesarias y permitirme realizar los estudios de doctorado.

Estoy profundamente en deuda y sumamente agradecido con el Dr. Dante Mújica Vargas por todo lo que ha hecho por mí durante mi estancia en el posgrado. Realmente, no existen suficientes palabras para expresar mi gratitud por su apoyo, paciencia y camaradería. Su orientación experta no solo ha enriquecido mi experiencia académica, sino que también ha sido una fuente de inspiración personal. Gracias Dr. Dante, por ser un mentor ejemplar, su impacto en mi trayectoria académica y profesional siempre será valorado.

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a los revisores de este trabajo, el Dr. Máximo López Sánchez, el Dr. Noé Alejandro Castro Sánchez, el Dr. Nimrod González Franco y el Dr. Jean Marie Vianney Kinani, por su valioso tiempo dedicado a revisar y evaluar este estudio. Sus contribuciones y comentarios han sido fundamentales para enriquecer y perfeccionar la calidad de esta investigación, y estoy profundamente agradecido por su compromiso y expertise. Su participación ha sido un elemento crucial en el desarrollo y la excelencia de este trabajo, y estoy agradecido por la dedicación y esfuerzo que han brindado para fortalecer esta labor académica.

Resumen

En el campo del procesamiento de imágenes, el ruido representa un componente no deseado que puede ocurrir durante la adquisición, transmisión y almacenamiento de señales. En este documento de tesis, presentamos un método eficiente que incorpora estimadores redescendentes M en el marco de la estimación de Wiener. El enfoque propuesto suprime eficazmente el ruido impulsivo, aditivo y multiplicativo a través de diversas densidades. Nuestro filtro propuesto opera tanto en imágenes en escala de grises como en imágenes a color; utiliza información local obtenida del filtro de Wiener y un rechazo robusto de valores atípicos basado en las funciones de influencia redescendente tripartitas de Insha y Hampel. La eficacia del método propuesto se verifica mediante resultados cualitativos y cuantitativos, utilizando métricas como PSNR, MAE y SSIM.

Palabras Clave: Filtrado de ruido; Estimador M Redescendente; Procesamiento de imágenes; Ruido multiplicativo; Ruido aditivo; Ruido impulsivo.

Abstract

In the field of image processing, noise represents an unwanted component that can occur during signal acquisition, transmission, and storage. In this thesis document, we introduce an efficient method that incorporates redescending M -estimators within the framework of Wiener estimation. The proposed approach effectively suppresses impulsive, additive, and multiplicative noise across varied densities. Our proposed filter operates on both grayscale and color images; it uses local information obtained from the Wiener filter and robust outlier rejection based on Insha and Hampel's tripartite redescending influence functions. The effectiveness of the proposed method is verified through qualitative and quantitative results, using metrics such as PSNR, MAE, and SSIM.

Keywords: Noise filtering; Redescending M -estimator; Image processing; Multiplicative noise; Additive noise; Impulsive noise.

Índice General

Resumen	I
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	2
1.1.1. Delimitación del Problema	3
1.1.2. Complejidad del Problema	3
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo General	3
1.2.2. Objetivos Específicos	3
1.3. Alcances y Limitaciones	4
1.3.1. Alcances	4
1.3.2. Limitaciones	4
1.4. Justificación	4
1.5. Organización de la Tesis	4
2. Marco Teórico	6
2.1. Marco Conceptual	6
2.1.1. Señales	6
2.1.2. Ruido	7
2.1.3. Ruido Gaussiano	8
2.1.4. Ruido Multiplicativo	9
2.1.5. Estadística Robusta	11
2.1.6. Estimadores M Redescendentes	14
3. Estado del Arte	17
3.1. Antecedentes	17
3.2. Estado del Arte	18
3.3. Trabajos del Estado del Arte	19
3.4. Discusión del Estado del Arte	64
4. Metodología	66
4.1. Estimadores propuestos	66
4.2. Diagrama Solución	67

4.3. Algoritmo Propuesto	68
5. Experimentación y Resultados	69
5.1. Diseño e Implementación de Experimentos	69
5.2. Métricas	69
5.3. Experimentos	70
5.4. Discusión de Resultados	79
6. Conclusiones	81
6.1. Objetivos y Alcances Logrados	81
6.2. Resultados del Trabajo	82
6.3. Aportaciones	83
6.4. Conclusiones	83
6.5. Trabajo futuro	83
A. Apéndice	91

Índice de Figuras

1.1. Metodología de solución propuesta.	2
2.1. Señal sinusoidal en diferentes formas (<i>Hussain et al., 2011</i>).	7
2.2. Proceso de conversión análogo a digital (<i>Gazi, 2018</i>).	7
2.3. Diferentes tipos de ruido en imágenes médicas (<i>Pandey, 2019</i>).	8
2.4. Ajuste mediante filtro lineal y no lineal (<i>Maronna et al., 2019</i>).	12
2.5. Función ψ Lorentzian (<i>Mújica-Vargas et al., 2017</i>).	15
2.6. Función ψ Hampel's Three Part Redescending (<i>Mújica-Vargas et al., 2017</i>).	16
2.7. Función ψ Insha (<i>Mújica-Vargas et al., 2017</i>).	16
3.1. Gráfica de la publicación de los trabajos que constituyen el estado del arte.	18
3.2. Representación de cómo es posible que el estimador M no recupere la estimación 2D correcta incluso con las modificaciones correctas (<i>Meer, 2020</i>).	19
3.3. Resultados de la experimentación: (a) Imagen original (b) Imagen speckle (c) SRAD (d) SBF (e) NLM (f) OBNLM (g) NLMLS (h) Filtro propuesto (<i>Nadeem et al., 2019</i>).	20
3.4. Configuración experimental propuesta (<i>Sivaranjani et al., 2019</i>).	21
3.5. Imágenes de resultado usando varios filtros. (a) Lena con ruido, (b) Lee, (c) Frost, (d) Difusión anisotrópica, (e) Sigma, (f) Difusión Lee, (g) Difusión Frost y (h) Filtrado propuesto (<i>Sivaranjani et al., 2019</i>).	21
3.6. (a) Señal original x. (b) Mediciones limpias. (c) Mediciones ruidosas. (d) YALL1, RelErr = 0.149. (e) LqLA-ADMM (q = 0.5), RelErr = 0.071. (f) LqME-ADMM (q = 2/3), RelErr = 0.018. (g) LqME-ADMM (q = 0.5), RelErr = 0.016. (h) Errores de reconstrucción (<i>Gao et al., 2019</i>).	22
3.7. Resultados cualitativos de la segmentación en imágenes de color (<i>Mújica-Vargas et al., 2019</i>).	23
3.8. Ejemplo de recuperación de señal durante un caso de prueba para un solo canal y pérdida de datos (<i>El-Fiqi et al., 2019</i>).	24

3.9. Resultados de restauración para imágenes corrompidas por varias densidades de ruido y diferentes tamaños. (a) PSNR promedio y (b) MAE promedio.(<i>Candes et al., 2006</i>).	26
3.10. Ruido speckle = 0.1 y Gaussiano = 0.1. (a) Imagen original, (b) Imagen con ruido, (c) Filtro geométrico , (d) Filtro Frost, (e) Filtro Kuan, (f) Filtro Lee, (g) Filtro de difusión Lee, (h) Algoritmo propuesto (<i>Mafi et al., 2018</i>).	26
3.11. Función de pertenencia difusa (<i>Saadia and Rashdi, 2018</i>).	27
3.12. Resultados de la eliminación de ruido con varianza de ruido 0.02. (a) Hu, (b) Huang, (c) IFD, (d) GAFIA, (e) Lee, (f) Kuan, (g) propuesta, (h) imagen con ruido, (i) imagen original (<i>Saadia and Rashdi, 2018</i>).	28
3.13. a) EEG sintética. b) EEG sintética con datos atípicos. c) EEG filtrada con Hampel. d) EEG filtrada con Mediana (<i>Dagar et al., 2018</i>)	29
3.14. Imagen Lena con: (a) original, (b) 70% ruido ; (c) ETSS, (d) REMF, (e) RAMF, (f) NLM-DBUTM, (g) IAFF, (h) $MRME_{SC}$, (i) $MRME_{AS}$, (j) $MRME_{TB}$, (k) $MRME_{HTPR}$, (l) $MRME_I$ (<i>Mújica-Vargas et al., 2017</i>).	31
3.15. a) Curva Ber con ruido de recorte. b) Curva BER con desajustes entre etapas de entrenamiento y despliegue. c) Curva BERal combinar todas las adversidades (<i>Ye et al., 2017</i>).	32
3.16. Comparación del filtro propuesto con otros filtros. (a) Imagen original de Lena. (b) Imagen Lena corrompida con 50% de ruido. (c) Imagen restaurada usando ANCLPVMF. (d) Imagen restaurada usando MSVMAF. (e) Imagen restaurada usando MHFC. (f) Imagen restaurada usando RAFF (<i>Chen et al., 2016</i>).	33
3.17. Determinación del valor de la mediana por el proceso de selección olvidadizo, aplicado a una ventana 3×3 (<i>Gao and Liu, 2015</i>).	36
3.18. Imágenes restauradas (512×512) de varios filtros de eliminación de ruido para la imagen de Lena con una densidad de ruido del 80% (<i>Gao and Liu, 2015</i>).	36
3.19. Resultados de diferentes métodos de imagen corrupta de Lena: (a) Imagen original libre de ruido,(b) Imagen con 90% de ruido,(c) IMF,(d) LMMF,(e) DNLM,(f) ASMF,(g) $SMMF^1$,(h) $SMMF^2$ (<i>Zhang and Wang, 2015</i>).	37
3.20. Filtrado de mediana de 5×5 , aplicado en píxeles de coordenadas (5,6). Abajo a la derecha: ventana superpuesta (<i>Perrot et al., 2014</i>).	38
3.21. Comparación de rendimiento, en millones de píxeles por segundo, de varias implementaciones contra PRMF. De izquierda a derecha: PCMF, BVM, PRMF, ArrayFire (<i>Perrot et al., 2014</i>).	39
3.22. (a) Imagen Original. (b) Recuperación de $n=25000$ mediciones corruptas con ruido Gaussiano. (c) Recuperación de $n=25000$ mediciones corruptas por redondeo de error (<i>Candes et al., 2006</i>).	40

3.23. (a) Medición sin eliminación de ruido Ax_0 . (b) Medición de error Gaussiano con $\sigma = 5 \cdot 10^{-4}$. (c) Error de redondeo con relación señal-ruido $\ Ax_0\ _{l_2} \ e\ _{l_2} = 4,3$ (Candes et al., 2006).	40
3.24. (a) original. (b) Corrupta con ruido Gaussiano $\sigma = 0,3$. (c) L2.(d) Huber. (e) tukey (Yadav et al., 2020).	41
3.25. El diagrama esquemático del método propuesto en 3 etapas; funcionamiento de VAD, extracción de DNE y funcionamiento de SE. El proceso del paso dos se representa el la columna derecha encerrado con una línea punteada negra (Lee et al., 2020).	43
3.26. (a) original, (b) RVIN 40%, (c) NLM, (d) DWM, (e) ATFDF, (f) SBF, (g) CEF, (h) SDOOD, (i) MDW, (j) NWM, (k) AFIDM, (l) Filtro propuesto (Nadeem et al., 2020).	44
3.27. Resultados graficados para Lena: (a) PSNR y (b) SSIM (Nadeem et al., 2020).	45
3.28. (a) original, (b) Ruido Impulsivo 30%, (c) EMF, (d) FF, (e) T2FCS, (f) GF, (g) HNFF, (h) GNFF, (i) SNFF, (j) SDPSFA (Pugalthi et al., 2020).	45
3.29. Función de influencia de: (a) Estimador M Hampel, (b) Estimador M Hampel modificado (Kanneganti and Pamula, 2018).	46
3.30. Resultados cualitativos del algoritmo propuesto (Garg and Arya, 2020).	47
3.31. Rendimiento del algoritmo propuesto en diferentes imágenes de la base de datos de prueba estándar para densidades de ruido de 80% (Vasanth and Varatharajan, 2020).	48
3.32. Resultados de las métricas para TV, ATV y el método propuesto para densidad de ruido de disparo del 20% (Prasath, 2017).	49
3.33. Comparación del rendimiento de Lena (256 x 256) para (a) MSE (c) SSIM (Roy et al., 2020).	50
3.34. Diagrama de flujo del IMF (Thanh et al., 2019).	51
3.35. Resultados de eliminación de ruido obtenidos aplicando diferentes filtros de eliminación de ruido en imágenes de pruebas de riñón simuladas, (a) Imagen de riñón simulada (b) Imagen de riñón simulada con ruido (c) GF (d) CBF (e) Filtro LSBF propuesto (Singh et al., 2020).	53
3.36. Ejemplos de eliminación de ruido para $\sigma = 50$ (Soh and Cho, 2020).	54
3.37. Función de Tukey bi-weight con su correspondiente función de influencia (Yadav et al., 2018).	55
3.38. Ejemplos de eliminación de ruido para $\sigma = 50$ (Yadav et al., 2018).	55
3.39. Gráfica de la función Insha (a) Función objetivo (b) Función ψ	56
3.40. Gráfica de (a) función ψ (b) función de peso (c) Comparación de funciones ψ (Noor-Ul-Amin et al., 2018).	57
3.41. Función de membresía de (a) las fórmulas propuestas (b) Peso de imagen (Yu et al., 2020).	58

3.42. Curvas que muestran los valores para la imagen de ultrasonido de cerebro fetal con diferente variaciones (a) PSNR (b) SSIM (Yu et al., 2020).	58
3.43. Gráfica de la función (a) ρ del estimador propuesto (b) ψ del estimador propuesto (Khalil et al., 2016).	59
3.44. Imágenes correspondientes con (a) Original (b) Original con ruido impulsivo a 50% (c) Píxeles detectados de blanco (d) Imagen filtrada con método propuesto (Schuster and Sussner, 2017).	60
3.45. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto de mejora de voz basado en DDAE (Chiluveru and Tripathy, 2020).	61
3.46. Rendimiento de la escalada β -hill para eliminar el ruido de la señal de ECG (Alyasseri et al., 2017).	62
4.1. Diagrama de solución del trabajo de tesis.	68
5.1. Ilustraciones gráficas de los resultados promedio de la métrica SSIM para las cuatro imágenes de prueba.	72
5.2. Ilustraciones gráficas de los resultados promedio de la métrica PSNR para las cuatro imágenes de prueba.	73
5.3. Ilustraciones gráficas de los resultados promedio de la métrica MAE para las cuatro imágenes de prueba.	73
5.4. Resultados cualitativos de la imagen Lena de los filtros Redescendente (R), NLM, AD, BM3D y bilateral.	74
5.5. Resultados de Redescendente (R), NLM y AD para los métodos existentes y propuestos con densidades de ruido bajas (aditiva = 0,02, multiplicativa = 0,02 e impulsiva = 0,1) y densidades de ruido altas (aditiva = 0,12, multiplicativa = 0,12 e impulsiva). = 0,6).	75
5.6. Resultados del filtrado de la imagen PET cerebral a altas densidades.	78
5.8. Resultados del filtrado de un fotograma de ultrasonido.	78
5.7. Resultados promedio para densidades de ruido altas en conjuntos de datos de color Kodak24 y CBSD68.	79
5.9. Gráfica de la métrica NIQE.	80
A.1. Artículo publicado en la revista entropy de MDPI en la edición especial " <i>Pattern Recognition and Data Clustering in Information Theory</i> ".	91
A.2. Reconocimiento por ganar el primer lugar en concurso 3MT en CENIDET.	91
A.3. Certificado del Webinar de procesamiento de imágenes y visión artificial con Matlab.	92
A.4. Publicación de artículo en congreso MCPR 2021 sobre Estimadores M Redescendentes.	92

A.5. Certificado de impartición del taller de Detección de rostros mediante visión por computadora en el congreso internacional CICOM 2021. .	93
A.6. Constancia de participación en el taller de Introducción a la programación en Matlab en CICOM 2022.	93

Índice de Tablas

2.1. Estimadores M Redescendentes (<i>Mújica-Vargas et al., 2017</i>)	14
3.1. Rendimiento promedio cuantitativo (<i>Mújica-Vargas et al., 2019</i>).	23
3.2. Resultados para SSVEP (<i>El-Fiqi et al., 2019</i>).	24
3.3. Resultados comparativos de los filtros Hampel y Mediana de EEG sintética (<i>Dagar et al., 2018</i>).	30
3.4. Comparación de rendimiento de RAFF (256x256) con varias densidades de ruido en PSNR (db) para Lena (<i>Chen et al., 2016</i>).	33
3.5. Información Estadística (<i>Noor-ul Amin et al., 2020</i>).	42
3.6. Resultados del artículo (<i>Vasanth and Varatharajan, 2020</i>).	48
3.7. Resultados cuantitativos para las métricas PSNR y MSE (<i>Mahapatruni et al., 2020</i>).	51
3.8. Resultados cuantitativos para las métricas PSNR, SNR y MSSIM (<i>Singh et al., 2020</i>).	53
3.9. Ventajas y desventajas de las categorías consideradas en este trabajo (<i>Duarte-Salazar et al., 2020</i>).	64
3.10. Tabla de clasificación del los artículos del estado del arte.	65
4.1. Funciones de influencia modificadas del Estimador M Redescendente.	67
5.1. Resultados de restauración en términos PSNR, SSIM y MAE para Lena para el método propuesto. Aditivo (A), multiplicativo (M), impulsivo (I), bilateral (Bi) y trilateral (Tri).	71
5.2. Tiempos de ejecución promedio (en segundos) con el tamaño de imagen creciente en la imagen de Lena; negrita indica el más rápido y subrayado indica el más lento.	76
5.3. Resultados de los diferentes conjuntos de datos con ruido aditivo = 0.12, ruido multiplicativo = 0.12 y ruido impulsivo = 0.6.	77
6.1. Objetivos realizados.	81
6.2. Alcances realizados.	82

Capítulo 1

En este Capítulo se abordan los aspectos fundamentales que servirán de soporte, tales como: la descripción, delimitación y complejidad del problema, los objetivos, alcances y limitaciones, así como la justificación.

Introducción

Las señales son fenómenos que contienen información (natural o sintética), el mundo real se encuentra inundado de estas: imágenes, señales de voz, voltaje de sensores, señales de sistemas de comunicaciones, radares, sonares, etc. La mayoría de las señales son análogas y para utilizar los datos contenidos en sistemas digitales se utiliza un Convertidor Analógico-Digital. En esta conversión análoga-digital existe un factor que afecta la calidad. Este factor es la presencia de información no deseada al cual se le llama ruido. El ruido puede presentarse por diversos factores, en diferentes densidades y en niveles de complejidad. Actualmente existen técnicas en el procesamiento de señales que permiten el manejo de ruido, pero demuestran ser ineficientes ante la presencia de alta densidad y complejidad.

Para la eliminación de ruido se pretende el uso de la Estadística Robusta; en específico utilizando un algoritmo con Estimadores M Redescendentes que son tolerantes a datos atípicos, de pocas iteraciones y que permite la preservación de detalles. Por lo cual con esta investigación se pretende proponer un nuevo enfoque de Estimación M Redescendente que sea tolerante a altas densidades de ruido y pueda ser aplicado en algoritmos de filtrado para imágenes médicas. La metodología de solución puede observarse en las Figura 1.1, donde se aprecia el flujo de este trabajo de investigación.

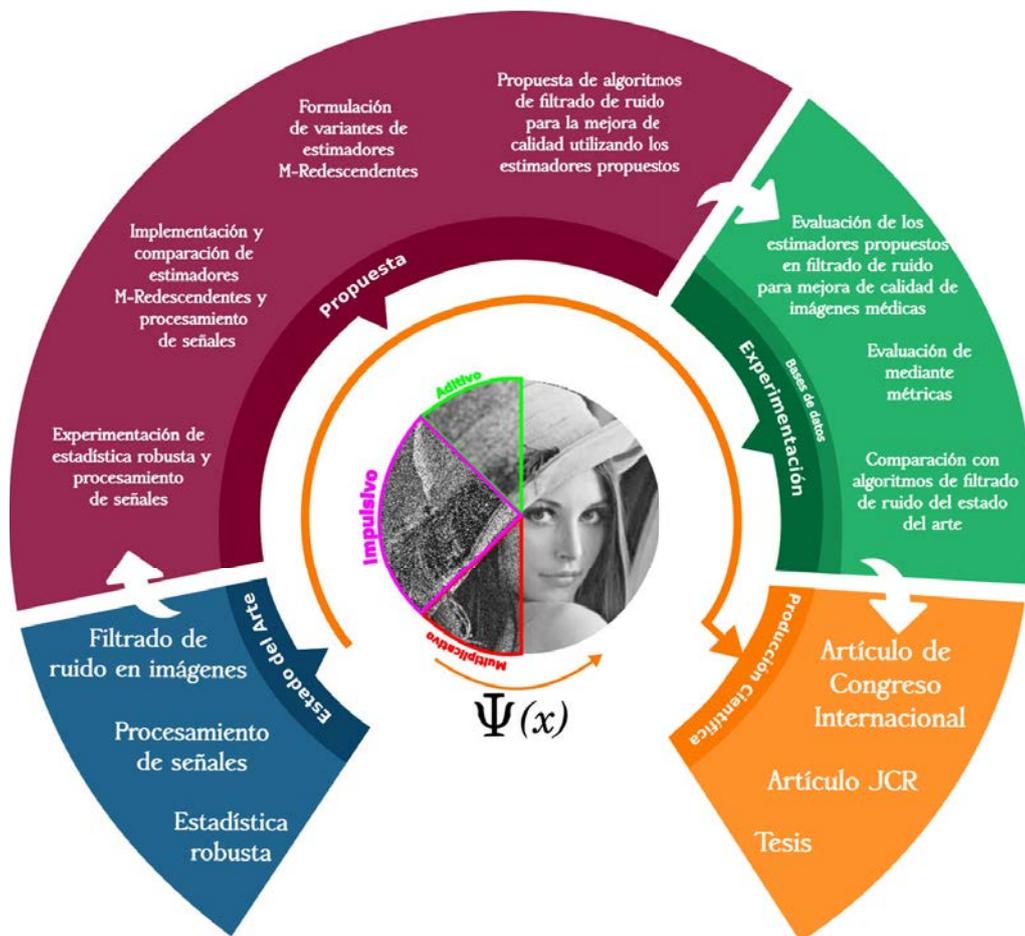


Figura 1.1: Metodología de solución propuesta.

1.1. Planteamiento del Problema

En la captura y manejo de señales existe un factor que afecta la calidad de datos. El factor se refiere al ruido, un componente indeseado en la señal que corrompe la integridad de los datos; este puede presentarse por diversas causas, tales como situaciones ambientales, daños en el sensor de captura, forma de manejo y almacenamiento de la información. Actualmente existen diferentes cantidades de técnicas y algoritmos que pueden trabajar con ruidos como el aditivo o impulsivo, pero se encuentran limitados si la densidad de ruido es demasiada o de una alta complejidad como es el caso del ruido multiplicativo. Debido a lo anterior se buscan alternativas que lidien con ruido de alta densidad y complejidad. Esto conduce a la pregunta a resolver en esta investigación: ¿Cómo mejorar la calidad de señales bidimensionales (imágenes médicas en específico) con condiciones inherentes de ruido mediante Estimadores M Redescendentes?

Hipótesis: La aplicación de métodos basados en Estimación M Redescendente y estadística robusta puede mejorar significativamente la recuperación de información

en imágenes médicas con alta densidad de ruido, al reducir el impacto de los datos atípicos y ponderar de manera más efectiva las muestras cercanas al valor esperado.

1.1.1. Delimitación del Problema

En esta investigación se formularán matemáticamente y evaluarán variantes de Estimadores M Redescendentes para el procesamiento (eliminación de ruido) en imágenes médicas.

1.1.2. Complejidad del Problema

La complejidad del problema reside en el análisis, formulación y evaluación matemática de un enfoque estadístico robusto. Por lo tanto, se busca aportar una nueva variante de un Estimador M Redescendente para los problemas de ruido de alta densidad.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Formular Estimadores M redescendentes de localización para el procesamiento digital de señales en tareas de filtrado de ruido en imágenes médicas.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Estudio y experimentación de fundamentos básicos de estadística robusta para el procesamiento de señales.
- Implementación y comparación de Estimadores M Redescendentes.
- Formulación matemática de variantes de los Estimadores M Redescendentes *Hampel's Three Part Redescending* e *Insha*.
- Propuesta de algoritmos de filtrado para la eliminación de ruido en imágenes medicas utilizando los estimadores propuestos.
- Evaluación de los Estimadores propuestos con base en la mejora de calidad de señales a través de algoritmos propuestos.
- Comparación con algoritmos mencionados en la literatura.

1.3. Alcances y Limitaciones

1.3.1. Alcances

- Análisis y experimentación con técnicas/algoritmos/métodos para detección y eliminación de ruido en señales.
- Análisis y experimentación con enfoques de estadística robusta para el manejo y procesamiento de señales.
- Formulación de variantes de Estimadores M Redescendentes.
- Evaluación de los Estimadores M Redescendentes propuestos con filtros del estado del arte en cuestiones de eliminación de ruido en imágenes.

1.3.2. Limitaciones

- Disponibilidad y carácter de las bases de datos especializadas de señales para la experimentación.
- Procesamiento con señales con densidad de ruido entre 50%-80%, para este trabajo no se consideran densidades de ruido mayores a 90%.
- Tipo de ruido presente en las señales, solo se limita a impulsivo, aditivo y multiplicativo.

1.4. Justificación

La investigación propuesta se enfoca en estudiar y aumentar los conocimientos teóricos de los campos de estadística robusta a través del planteamiento de variaciones de Estimadores M Redescendentes. Se hace el uso de estadística robusta para el manejo de situaciones atípicas (ruido). La aplicación de esta investigación radica en la mejora de calidad de señales (en específico imágenes médicas) con condiciones de alta densidad de ruido.

1.5. Organización de la Tesis

La presente tesis se organiza de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se describen los conceptos teóricos necesarios para comprender las bases de la estadística robusta y el filtrado de ruido.

En el Capítulo 3 se presenta un análisis de trabajos relacionados con eliminación de ruido, estimadores robustos y de interés para esta tesis.

En el Capítulo 4 se describe a detalle el algoritmo y filtro propuesto basado en dos funciones M Redescendentes.

En el Capítulo 5 se describen experimentos y resultados obtenidos de la evaluación conforme a conceptos y métricas del estado del arte.

Finalmente, en el Capítulo 6, se exponen las conclusiones obtenidas, recomendaciones para trabajos futuros, así como un análisis de los objetivos completados y de los alcances planteados en este tema de tesis.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Marco Conceptual

En esta sección, se presentan conceptos clave, tanto básicos como especializados, fundamentales para entender y desarrollar el tema de la tesis. Se abordarán desde principios generales, específicos y relevantes para el enfoque del estudio. Esta parte es esencial para asentar una base teórica y contextualizar los aspectos cruciales de esta investigación.

2.1.1. Señales

Una señal se define como un fenómeno físico que contiene información y se expresa como una función que varía con el tiempo, dimensiones, espacio o alguna otra variable (*Deergha Rao and Swamy, 2018*). En la vida diaria las señales se presentan comúnmente en una dimensión (sonido, voltaje generado de sensores médicos o sensores de fenómenos naturales, etc) o dos dimensiones (imágenes). La importancia de conocer la información contenida en las señales se denota en el procesamiento de señales, este procesamiento tiene como propósito la representación matemática de la señal para la extracción de información (sintética o natural) mediante un algoritmo adecuado. El método de extracción de la información depende del tipo de señal y la naturaleza de la información transportada por esta. Una señal puede ser representada de forma análoga, discreta en el tiempo o digital (*Hussain et al., 2011*). Una señal analógica se representa como una función continua de tiempo, en cualquier momento puede tener un valor continuo (Figura 2.1a). Una señal discreta en el tiempo se representa solo en instantes de tiempo discreto, pero en esos momentos las instancias pueden tener un valor continuo (Figura 2.1b). Una señal digital es una señal de tiempo discreto que se cuantifica a niveles específicos (Figura 2.1c).

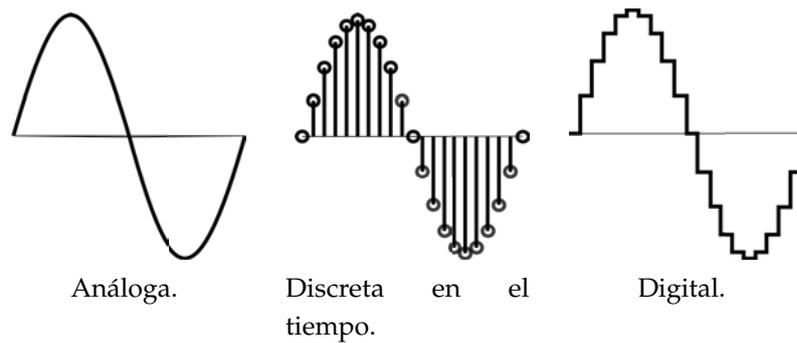


Figura 2.1: Señal sinusoidal en diferentes formas (Hussain et al., 2011).

Una de las partes más importantes del procesamiento de señales reside en convertir las señales análogas (sonido, presión, luz, ondas de radio, etc.) en un voltaje que es proporcional a la amplitud de esa señal para su uso en sistemas digitales, para esto se utiliza un Convertidor Analógico-Digital (ADC). Un ADC obtiene las señales digitales mediante el muestreo de una señal análoga en el tiempo, los elementos de estas señales no son más que valores de amplitud tomados en el tiempo en cada múltiplo del período de muestreo (Gazi, 2018). Este proceso se ilustra en la Figura 2.2.

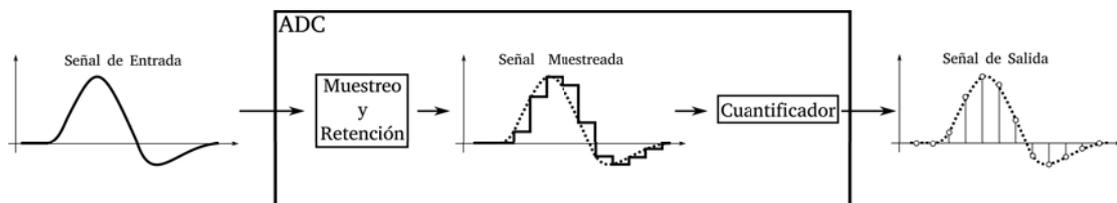


Figura 2.2: Proceso de conversión análogo a digital (Gazi, 2018).

En el proceso de conversión de señal analógica-digital existen dos problemas principales que comprometen la calidad y cantidad de información capturada. El primer problema corresponde a la distorsión generada por presencia de ruido y el segundo refiere a la pérdida de información debido al muestreo ineficiente para fenómenos de carácter continuo.

2.1.2. Ruido

El ruido en señales se puede entender como un componente indeseado que afecta la calidad de alguna señal Wang et al. (2004), siendo así, en esta investigación se propone la eliminación de los ruidos impulsivo, multiplicativo y gaussiano en imágenes médicas. Estos tipos de ruido se ilustran en la Figura 2.3.

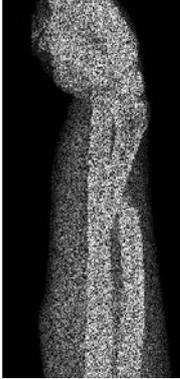
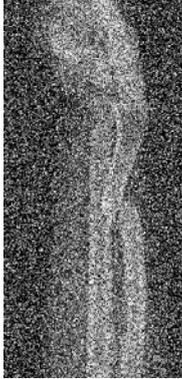
<i>Original</i>	<i>Aditivo</i> <small>(Gaussiano)</small>	<i>Multiplicativo</i> <small>(Speckle)</small>	<i>Impulsivo</i> <small>(Sal y Pimienta)</small>
$f(\cdot) = g(\cdot)$	$f(\cdot) = g(\cdot) + q(\cdot)$	$f(\cdot) = g(\cdot)q(\cdot)$	$f(\cdot) = g(q(\cdot))$
			

Figura 2.3: Diferentes tipos de ruido en imágenes médicas (Pandey, 2019).

2.1.3. Ruido Gaussiano

Es un modelo de aproximación de ruido. El ruido gaussiano es un ruido que tiene como función de densidad de probabilidad una distribución normal. Sea x la variable aleatoria, es decir, el nivel de gris que describe el ruido (Distante, 2021a), sigue:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

donde μ representa la media, σ la desviación estándar y σ^2 la varianza de la variable aleatoria x . Este tipo de ruido afecta a cualquier nivel de gris. A continuación se presentan los filtros más utilizados para el tratamiento del ruido gaussiano.

Filtros para Ruido Gaussiano

Non-Local Means

Non-Local Means (NLM) es un algoritmo de procesamiento de imágenes para eliminación de ruido gaussiano. El método se basa en reemplazar el valor de un pixel con un promedio de los valores de pixeles similares. El Non-Local Means toma una media de todos los pixeles de la imagen, ponderada por la similitud de estos pixeles con el pixel de central. El algoritmo NLM es un filtro adaptable que transforma los datos medidos de la siguiente manera:

$$x_i = \frac{\sum_{k \in S_l} w_k I y_k}{\sum_{k \in S_l} w_k} \quad (2.2)$$

donde s_l es la región de búsqueda alrededor de l y $w_{k,l}$ que comparan los vecindarios alrededor de los píxeles k y l , respectivamente. Los pesos se definen como

$$w_{k,l} = \exp\left(-\frac{\sum_{b \in \beta} (y_k + b - y_l + b)^2}{B2\lambda^2}\right) \quad (2.3)$$

donde β define el vecindario y B es su tamaño total.

Bilateral

El filtrado bilateral suaviza las imágenes mediante una combinación no lineal mediante el cálculo del promedio de una vecindad píxeles con el pixel central como objetivo. El método es no iterativo, local y simple. Combina niveles de gris o colores basados tanto en su proximidad geométrica como en su similitud fotométrica, y prefiere valores cercanos a valores distantes tanto en el dominio como en el rango. (Paris et al., 2009).

$$I_{out}(x) = \frac{1}{w} \sum_{x_i \in \omega} I(x_i) f_r(\|I(x_i) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|), \quad (2.4)$$

donde el término normalización

$$W_p = \sum_{x_i \in \omega} f_r(\|I(x_i) - I(x)\|) g_s(\|x_i - x\|) \quad (2.5)$$

asegura que el filtro conserva la energía de la imagen y I_{out} es la imagen filtrada; I es la imagen de entrada original para ser filtrada; x son las coordenadas del pixel corriente a filtrar; Ω se centra en la ventana x ; f_r es el núcleo gama para suavizar las diferencias en las intensidades. Esta función puede ser una función gaussiana; g_s es el núcleo espacial para suavizar las diferencias de coordenadas. Esta función puede ser una función gaussiana.

2.1.4. Ruido Multiplicativo

El ruido multiplicativo, también conocido como ruido speckle, se produce durante la adquisición y transmisión de imágenes, particularmente en contextos de alta iluminación y con presencia de superficies irregulares. Dado que este es el ruido producido también por fenómenos de interferencia, se genera siempre que se adquieren imágenes de objetos complejos mediante el uso de ondas altamente complejas (por ejemplo, en sistemas de adquisición de sensores como imágenes de radar). Este tipo de ruido depende de la propia señal que lo produce y es difícil eliminarlo con los modelos de ruido tradicionales. Este ruido depende de la propia señal y también se produce en el proceso de formación de la imagen. Una imagen observada I_E se produce mediante una transformación no lineal de la imagen de

origen I que se degrada por el ruido multiplicativo n , siendo modelado (Distante, 2021b):

$$I_E = I + n \cdot I = I(1 + n) \cong I \cdot n \quad (2.6)$$

donde n modela el ruido speckle introducido por diversos procesos en la captura y manipulación de la imagen digital. A continuación se presentan los filtros mas utilizados para el tratamiento del ruido multiplicativo.

Filtros para Ruido Multiplicativo

Frost

El filtro Frost (Marin et al., 2002) está diseñado para suavizar el ruido mientras retiene los bordes o las características de forma en la imagen, utilizando un núcleo de convolución exponencialmente amortiguado asumiendo estadísticas de ruido multiplicativo y ruido estacionario. Hace uso de un kernel adaptativo que se basa en las características estadísticas locales. El filtro Frost reemplaza el pixel central de la subimagen con la suma ponderada de los valores en el núcleo en movimiento de tamaño $n \times n$. El filtro Frost sigue la fórmula dada por

$$D = \sum nxnc\alpha e^{-\alpha|t|} \quad (2.7)$$

donde $\alpha = (\frac{4}{n\sigma^2}) (\frac{\sigma^2}{m^2})$, c es la constante normalizada, m es la media local, σ es la varianza local, σ es el coeficiente de imagen del valor de variación, n es el tamaño del núcleo en movimiento y $|t| = |X - X_0| + |Y - Y_0|$ da la posición. La cantidad de amortiguamiento exponencial está determinada por el factor de amortiguamiento, α .

Lee

El filtro Lee (Yommy et al., 2015) es usado para preservar los bordes mediante el uso de estadísticas locales. Utiliza la variación como base para preservar los detalles. Si la subimagen tiene una variación baja, realiza un suavizado, pero no lo hace para áreas con una variación alta. Por lo tanto, es capaz de conservar detalles en regiones de alto y bajo contraste de manera adaptativa. Matemáticamente, está dado por

$$D(x,y) = m + W * (Cp - m) \quad (2.8)$$

donde $D(x,y)$ es el valor del pixel después de filtrarlo, m es la intensidad media de la ventana del filtro, Cp es el valor del pixel central y W la ventana del filtro dada por

$$W = 1 - \frac{C_u^2}{C_i^2} \quad (2.9)$$

donde $C_u = \sqrt{\frac{1}{ENL}} = \sqrt{\frac{1}{M_i/S_i}}$ y $C_i = \frac{s}{m}$ en donde ENL es el equivalente número de muestras, M_i es el valor medio de la imagen, S_i es la desviación estándar de la imagen, m es el valor medio de de la ventana del filtro y s la desviación estándar de intensidad dentro de la ventana. El filtro Lee tiene el inconveniente de que el ruido speckle cerca de los bordes no se puede eliminar de forma eficaz.

Wiener

El filtrado de Wiener es una estimación lineal de la imagen original. El filtrado de Wiener minimiza el error cuadrático medio general en el proceso de filtrado inverso y suavizado de ruido. El enfoque se basa en un marco estocástico. Wiener estima la media local y la varianza alrededor de cada pixel (Chen et al., 2006).

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} a(n_1, n_2), \quad (2.10)$$

y

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} a^2(n_1, n_2) - \mu^2, \quad (2.11)$$

donde η es la vecindad local N-por-M de cada pixel en la imagen A. Wiener luego crea un filtro Wiener por pixeles usando estas estimaciones,

$$b(n_1, n_2) = \mu + \frac{\sigma^2}{v^2} (a(n_1, n_2) - \mu) \quad (2.12)$$

donde v^2 es la varianza del ruido. Si no se da la varianza del ruido, wiener usa el promedio de todas las varianzas locales estimadas.

2.1.5. Estadística Robusta

La estadística robusta tienen por objeto producir estimadores que no sean afectados por patrones no compartidos por la mayor parte de los datos y, por lo tanto, ser atípicos (*Rousseeuw and Hubert, 2011*). Los resultados de los métodos de la estadística clásica son severamente afectados por datos atípicos. Mientras que los estimadores robustos tratan de emular a los clásicos, pero con la diferencia de que trabajan con medidas (como de influencia o punto de quiebre) que les brinden insensibilidad para identificar valores atípicos y encontrar los parámetros que mejor se adapten a la mayor parte de los datos (*Huber, 1981*).

Estimadores

Los filtros lineales son eficientes para remover ruido aditivo de baja complejidad, pero son susceptibles a datos atípicos. Mientras que los filtros no-lineales están

basados en estimadores robustos y permiten remover ruido con datos atípicos presentes, ver Figura 2.4.

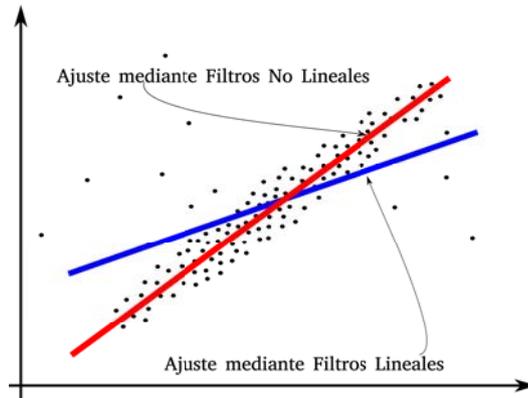


Figura 2.4: Ajuste mediante filtro lineal y no lineal (Maronna et al., 2019).

Los estimadores robustos tienen por objetivo estimar los parámetros de localización y escala; es decir, determinar el valor central o esperanza matemática θ y la dispersión σ alrededor de esta. Sí se considera el modelo para las observaciones (Maronna et al., 2019):

$$x_i = \theta + u_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.13)$$

El parámetro de localización θ es desconocido y los errores en las observaciones (ruido) u_i son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con una densidad de probabilidad f_n . Entonces las observaciones x_i tienen una distribución $F(x) = f_u(x - \theta)$. Por lo tanto, se puede asumir que $u = \sigma u_0$, donde el parámetro de escala σ representa la intensidad del ruido, u_0 tiene su densidad de probabilidad f_{n_0} y escala unitaria. Los estimadores robustos más comunes (R, L y M) se abordan a continuación.

Estimadores R Los estimadores R fueron propuestos por Hodges y Lehmann en 1963. Su nombre proviene de su prueba de posición $R_i = r_i(x)$ de una observación x (Pitas and Venetsanopoulos, 1990). Considerando:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots x_n \quad (2.14)$$

es el orden estadístico de las observaciones x_1, \dots, x_n y que $r_i(x)$ es el número de observaciones que son menores o iguales a x , entonces el rango de x_i en 2.14 es:

$$x_i = x_{r_i}, \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.15)$$

La estadística de $R_i = r_i(x)$ es llamada la posición de x_i . El estimador R de localización $T_n = T(x_1, \dots, x_n)$ tiene una definición donde el estimador T_n es elegido de tal forma que (Huber, 1981), (Hampel et al., 1986):

$$S_N = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_N(R_i) \quad (2.16)$$

se aproxime a cero cuando se calcula a partir de las muestras x_1, \dots, x_n y $2T_n - x_1, \dots, 2T_n - x_n$, R_i es el rango de la muestra x_i en las observaciones $\{x_1, \dots, x_n\} \cup \{2T_n - x_1, \dots, 2T_n - x_n\}$ de tamaño $N = 2n$. Los coeficientes $a_N(i)$ están dados por (Hampel et al., 1986):

$$a_N(i) = N \int_{(i-1)/N}^{i/N} J(u) du, \quad N = 2n \quad (2.17)$$

$J(u)$ posee una simetría impar $J(1 - u) = -J(u)$ y satisface $\int J(u) du = 0$ (Pitas and Venetsanopoulos, 1990). Por lo tanto, los coeficientes $a_N(i)$ satisfacen $\sum_{i=1}^n a_N(i) = 0$. S_N es una prueba estadística de rango de localización de corrimiento. Si las observaciones x_1, \dots, x_n y sus imágenes espejo $2T_n - x_1, \dots, 2T_n - x_n$ tienen la misma localización, la prueba estadística S_N detecta la no localización de corrimiento y sus valores se aproximan a cero.

Estimadores L Los estimadores L están basados en combinaciones lineales de orden estadístico. Son explícitamente definidos y fácilmente calculables. El filtro de mediana utilizado en procesamiento de señales es una técnica basada en estimadores L. Un estimador L tiene la siguiente definición (Pitas and Venetsanopoulos, 1990):

$$T_n = \sum_{i=1}^n a_i x_{(i)} \quad (2.18)$$

Donde $x_{(i)}$ es el i -ésimo término de los datos observados en el orden estadístico. El desempeño del estimador L depende de sus pesos a_i , que son coeficientes fijos del vector $x_{(i)}$

Estimadores M Los estimadores M son una generalización del estimador de máxima verosimilitud (MLE) propuestos por Huber en 1964. Los estimadores M tienen un sesgo razonable y flexibilidad por su manejo de la media y mediana como casos especiales (Farcomeni and Greco, 2016). Son definidos como estimadores $T_n = T_n(x_1, \dots, x_n)$, los cuales minimizan (Pitas and Venetsanopoulos, 1990), (Huber, 1981), (Hampel et al., 1986):

$$\sum_{i=1}^n \rho(x_i, T_n) \rightarrow \min \quad (2.19)$$

Donde T_n es estimación buscada, ρ la función de pérdida. Con una equivalencia:

$$\sum_{i=1}^n \psi(x_i, T_n) \quad (2.20)$$

ψ es una función de influencia definida como $\psi(x, T_n) = \frac{\partial}{\partial T_n} \rho(x, T_n)$, siempre y cuando se considera que la función de pérdida ρ es simétrica, definida positiva con un mínimo único en cero y posee una derivada parcial.

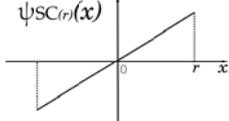
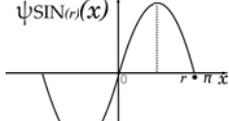
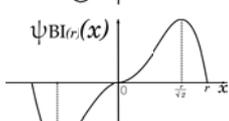
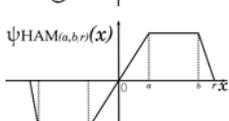
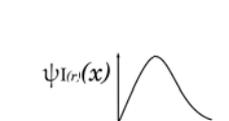
2.1.6. Estimadores M Redescendentes

Un tipo muy particular de estimadores M son capaces de rechazar por completo los valores extremos, lo que implica que sus funciones ψ decrecen al alejarse de la región central y no decrecen cerca del origen. Estos son llamados Estimadores M Redescendentes y se definen como (Frigui and Krishnapuram, 1996):

$$\Psi_r = \{ \psi \in \Psi \mid \psi(r) = 0 \quad |x| \geq r \} \quad (2.21)$$

Donde $0 < r < \infty$ es el umbral que permite establecer los límites de la función de influencia. Los estimadores redescendentes están diseñados para desaparecer fuera de la región central y establecerse en cero si se alcanza el umbral r . Su eficiencia se debe a su función ψ tiene un alto punto de ruptura y no ignora por completo los valores atípicos moderadamente grandes (Kumar and Nanalya, 2016). En la literatura sobre estimadores redescendentes sobresalen los siguientes: *Simple Cut*, *Tukey Biweight*, *Hampel's Three Part Redescending*, *Andrew's Sine*, *Insha*, etc. Para comprensión de estos estimadores se muestra su fórmula y representación gráfica en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Estimadores M Redescendentes (Mújica-Vargas et al., 2017)

Nombre	Función	Representación Gráfica
<i>Simple-Cut</i>	$\psi_{SC(r)}(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq r \\ 0 & r \leq x \end{cases}$	
<i>Andrew's Sine</i>	$\psi_{SIN(r)}(x) = \begin{cases} x \cdot \frac{x}{r} & 0 \leq x \leq r \cdot \pi \\ 0 & r \cdot \pi \leq x \end{cases}$	
<i>Tukey Biweight</i>	$\psi_{BI(r)}(x) = \begin{cases} x \cdot (1 - (\frac{x}{r})^2)^2 & 0 \leq x \leq r \\ 0 & r \leq x \end{cases}$	
<i>Hampel's Three Part Redescending</i>	$\psi_{HAM(a,b,r)}(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq a \\ a \cdot \text{sgn}(x) & a \leq x \leq r \\ a \cdot \frac{r- x }{r-b} & b \leq x \leq r \\ 0 & r \leq x \end{cases}$	
<i>Insha</i>	$\psi_{I(r)}(x) = \begin{cases} x \cdot (1 + (\frac{x^4}{c})) & x \geq 0 \end{cases}$	

Lorentzian

Basado en la distribución de Lorentz o Cauchy, el estimador lorentzian tiene una función de influencia que tiende a cero para aumentar la distancia de estimación y el valor máximo de ruptura; a comparación con otros estimadores, no requiere parámetros de entrada. La función de pérdida e influencia que describen a al estimador Lorentzian son (Mújica-Vargas et al., 2020):

$$\rho(x) = \log(1 + \frac{1}{2}x^2) \quad (2.22)$$

$$\psi(x) = \frac{x}{1 + \frac{1}{2}x^2} \quad (2.23)$$

La representación gráfica se muestra en la Figura 2.5.

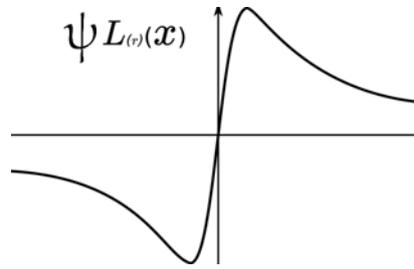


Figura 2.5: Función ψ Lorentzian (Mújica-Vargas et al., 2017).

Hampel

Los estimadores M Hampel mantienen una distancia estratégica para lidiar con los datos atípicos mediante la definición de áreas que reflejen el impacto de los valores atípicos con diversas extensiones. El estimador Hampel redescendiente de tres partes es el más apto para restringir el impacto de los datos atípicos, cosa que otros estimadores M, como el de Huber y Tukey, son lo insuficientemente precisos como para alcanzar un nivel adecuado al tratar cierto tipo de datos atípicos.

La función del estimador Hampel redescendiente de tres partes como medida robusta podría considerarse como una combinación de la norma l_2 y la norma l_1 con exclusión de los valores atípicos, su función ψ está dada por:

$$\psi_{HAM(a,b,r)}(x) = \begin{cases} x & 0 \leq |x| \leq a \\ a \cdot \text{sgn}(x) & a \leq |x| \leq r \\ a \cdot \frac{r-|x|}{r-b} & b \leq |x| \leq r \\ 0 & r \leq |x| \end{cases} \quad (2.24)$$

La representación de la función ψ de la función Hampel redescendiente de tres partes se muestra en la Figura 2.6.

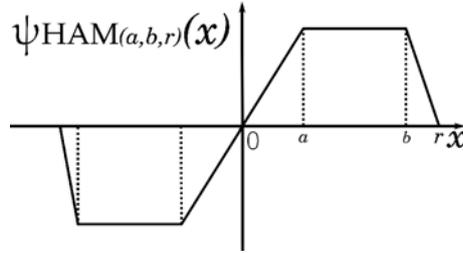


Figura 2.6: Función ψ Hampel's Three Part Redescending (Mújica-Vargas et al., 2017).

Insha

Este estimador cubre algunos inconvenientes de los estimadores M redescendentes y se considera como una herramienta para la detección de valores atípicos y regresión robusta (Ullah et al., 2006). La forma y propiedades de su función ψ correspondiente se aborda a continuación:

$$\rho(x) = \frac{c^2}{4} \left[\arctan\left(\frac{x}{c}\right)^2 + \frac{c^2 + x^2}{c^4 + x^4} \right] \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (2.25)$$

donde c es la constante de ajuste y para la i -ésima observación la variable x_i son los residuos escalados sobre MAD.

Derivando respecto a x , se obtiene la función ψ :

$$\psi(x) = x \left[1 + \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right]^{-2} \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (2.26)$$

Dividiendo la función 5 por r se obtiene la correspondiente función de peso:

$$w(x) = \left[1 + \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right]^{-2} \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (2.27)$$

La grafica de la función ψ Insha se muestra en la Figura 3.39.

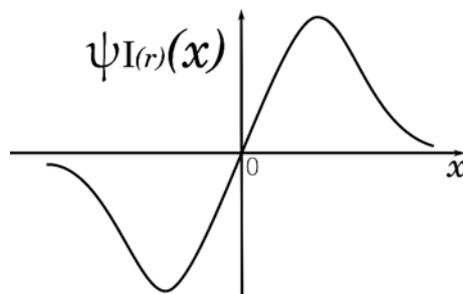


Figura 2.7: Función ψ Insha (Mújica-Vargas et al., 2017).

Capítulo 3

Estado del Arte

En este capítulo se presenta una síntesis de investigaciones relevantes en la eliminación de ruido multiplicativo, impulsivo y aditivo. Se exploran las técnicas más destacadas en el campo, sus fortalezas y limitaciones, y cómo han evolucionado. Esta revisión establece un marco teórico para el estado actual del tema y sienta las bases para futuros desarrollos en la tesis.

3.1. Antecedentes

Los trabajos mostrados a continuación fueron desarrollados en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y abordan temas de interés sobre los temas de lógica difusa, procesamiento de ruido y aplicación de un estimador M.

Detección de Ruido Impulsivo o Gaussiano en Imágenes Monocromáticas Mediante Redes Neuronales Artificiales Pulso-Acopladas (Ortiz, 2017).

El trabajo de investigación se enfoca en implementar y evaluar la redes neuronales pulso-acopladas para problemas de detección de ruido en imágenes digitales. Adicionalmente busca mejoras en los algoritmos de filtrado mediante la variación de los parámetros de las redes neuronales para lograr una mejor detección del ruido y modificaciones en las técnicas complementarias de filtrado. En el trabajo se desarrolló una plataforma de experimentación con interfaz gráfica en lenguaje C, la interfaz trabaja con imágenes de resolución de 512x512 en formato bmp. Se implementaron algoritmos de donde se prueban combinaciones de filtros clásicos con redes ICM, SCM, PCNNNI y PCNNNI. De este trabajo se obtienen buenos resultados con las métricas los valores de PSNR, MAE, NMSE, MSE.

Estimador M de Huber para la Identificación de un Modelo en Red Neuronal (Aguilar, 2016).

Trabajo que se centró en la combinación de un estimador M de Huber con una red

neuronal con el objetivo de realizar la identificación de sistemas con valores atípico. Enfocado en sistemas de una entrada y una salida se realizaron experimentos donde se compararon diversas redes neuronales y el estimador de Huber contra el estimador L_2 . Al final se obtuvo el modelo neuronal con el estimador M de Huber (RHNN) y el mismo modelo pero con el estimador L_2 (RUNN). Al final las dos redes propuestas se compararon con el modelo NLARX que está contenido en Matlab; los experimentos demuestran un mejor rendimiento del modelo RHNN para la identificación de valores atípicos en tres diferentes experimentos prácticos evaluados con diversas y diferentes métricas.

Discusión de los antecedentes.

Los trabajos presentados en antecedentes abordan los temas de detección de ruido, filtros, estimadores M y lógica difusa. Estos conceptos básicos desarrollados en CENIDET ayudan a comprender y tener una referencia local sobre la detección de ruido, el manejo de condiciones de incertidumbre presentes en condiciones no controladas y el uso de un estimador M.

3.2. Estado del Arte

En este apartado se abordan los trabajos más relevantes relacionados con el tema de tesis y conforman el estado del arte con la cantidad de cincuenta artículos. La distribución del año de publicación de los trabajos se muestra en la Figura 3.1.

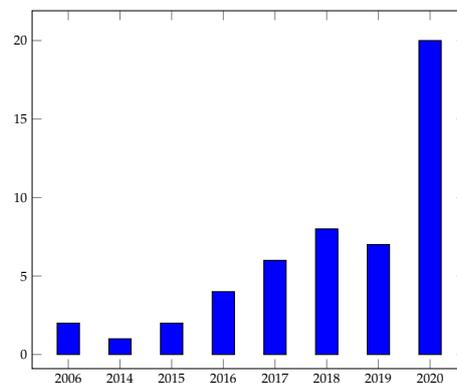


Figura 3.1: Gráfica de la publicación de los trabajos que constituyen el estado del arte.

En la gráfica se muestra la actualidad de la mayoría de los trabajos que conforman la base del estado del arte, dos trabajos del 2006 son considerados por su importancia en el procesamiento de señales e introducción de un estimador M. A continuación se muestran resúmenes de estos trabajos con lo más relevante y útil para esta investigación

3.3. Trabajos del Estado del Arte

Técnicas de Estimación Robusta (Meer, 2020)

Este trabajo presentó una breve introducción a los retos que presentaban las técnicas de estimación robusta. Se menciona como en aplicaciones de la vida real, siempre se busca un resultado proveniente de un procedimiento robusto debido a la presencia de datos atípicos en fenómenos naturales. Estas técnicas robustas pueden ser no paramétricas, retornantes de centros de agrupamiento o estimaciones de regresión de implementación paramétrica. El trabajo menciona que se tiene que considerar que los estimadores M tienen el inconveniente de que se tiene que proporcionar, antes de la estimación, la escala del ruido interno. Los estimadores M a menudo se consideraron parte de un procedimiento más complejo. La estimación de la escala correcta a menudo era difícil de encontrar. Si la estimación se realizaba sobre una secuencia, la escala podía cambiar significativamente. Si la estimación inicial con era completamente incorrecta, incluso con la estimación correcta, la recuperación de la estimación verdadera puede que no sea posible (se ilustra en la Figura 3.2).

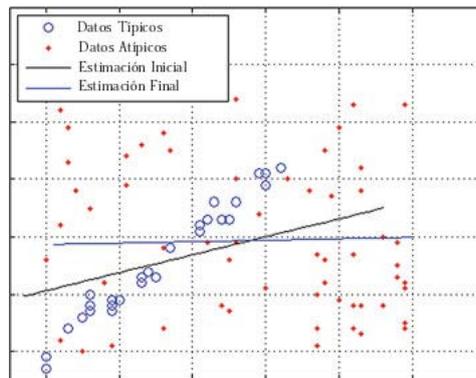


Figura 3.2: Representación de cómo es posible que el estimador M no recupere la estimación 2D correcta incluso con las modificaciones correctas (Meer, 2020).

M-Estimadores de dispersión con contracción de autovalor (Ollila et al., 2020)

El trabajo propuso un reemplazo del Muestreo de Matriz de Covarianza (SCM) con un estimador M de matriz de dispersión y un método de adaptación de datos automático para calcular el parámetro de contracción óptimo con un error cuadrático medio mínimo. Se utilizó un Estimador M de contracción Σ_β con pesos Huber $u(\cdot) = u_H(\cdot; c)$ que tenían un umbral c^2 correspondientes al cuantil $q = 0,7$. Definieron su estimador propuesto como:

$$\tilde{\psi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{[t_i u(t_i)]^2}{p(p+2)} \quad (3.1)$$

Donde $t_i = x_i^\top \Sigma^{-1} x_i$ y $\tilde{\Sigma}$ son los Estimadores M de Huber correspondientes. El rendimiento del método es similar al óptimo cuando los datos son gaussianos,

mientras que superó los métodos basados en la contracción gaussiana cuando la distribución de datos resultó no ser gaussiana.

Modelo Basado en Lógica Difusa para Eliminación de Ruido Speckle en Imágenes de Ultrasonido (Nadeem et al., 2019)

En este artículo se propuso un filtro de media no local basado en lógica difusa para modelar el ruido speckle y restaurar la imagen degradada utilizando un Modelo de Incertidumbre Difusa (FUM), suavizado por información estadísticas locales mientras se conservaron los detalles de la imagen para niveles bajos y altos de ruido en imágenes de Ultrasonido (US).

La técnica de eliminación de ruido propuesta obtenía los parámetros locales para encontrar distintas regiones no locales similares y no similares utilizando FUM. Las regiones homogéneas se suavizaron primero a través de información estadística local y luego se utilizan para restaurar los píxeles con ruido seleccionados utilizando un proceso de eliminación de ruido basado en lógica difusa. El análisis cuantitativo de los resultados verificó que el filtro propuesto exhibió un mejor rendimiento en términos de las métricas PSNR y SSIM. La evaluación visual (Figura 3.3) demostró que el filtro propuesto conservaba los detalles finos y los bordes presentes en las áreas pequeñas de lesiones al tiempo que eliminaba el ruido speckle de manera efectiva en comparación con otras técnicas de filtrado como Difusión Anisotrópica Reductora de Speckle (SRAD), Filtro Squeeze Box (SBF), Media no Local (NLM), NLM Bayesiano Optimizado (OBNLM) y Filtro Medio no Local Combinado con Estadísticas Locales (NLMLS).

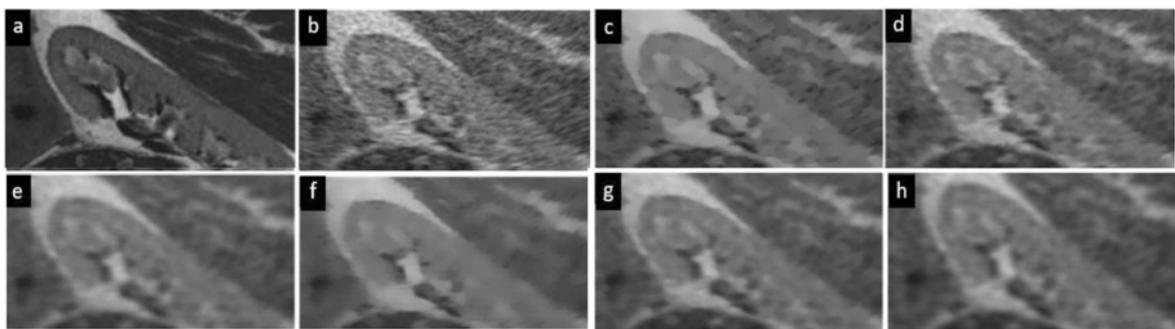


Figura 3.3: Resultados de la experimentación: (a) Imagen original (b) Imagen speckle (c) SRAD (d) SBF (e) NLM (f) OBNLM (g) NLMLS (h) Filtro propuesto (Nadeem et al., 2019).

Eliminación de Ruido Speckle en Imágenes SAR Usando Algoritmo PSO Multiobjetivo (MOPSO) (Sivaranjani et al., 2019)

La investigación presentó una Optimización de Enjambre de Partículas Multiobjetivo (MOPSO) para eliminación de ruido speckle en imágenes de Radar de Apertura Sintética (SAR) utilizando una Transformación de Onda Compleja de Árbol Dual (DTCWT) en el dominio de frecuencia. Se consideraron dos funciones

contradictorias para la preservación de bordes y eliminación de ruido. La primera refería a una imagen SAR de entrada afectada por ruido speckle que estaba sujeta a una transformación logarítmica y a una transformada wavelet compleja de árbol dual. La segunda era una función exponencial que era elegida como función de umbralización, esta decidía si los coeficientes eran ruido o datos de interés. La función de umbral se modeló utilizando dos parámetros, un factor de forma γ y su valor de umbral T . El modelo MOPSO propuesto para la eliminación de ruido speckle en imágenes SAR es mostrado en la Figura 3.4.

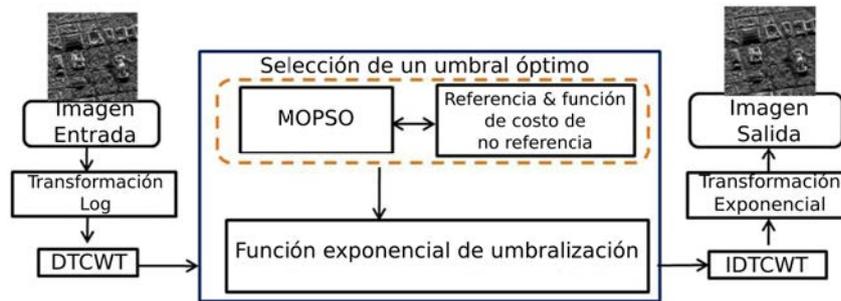


Figura 3.4: Configuración experimental propuesta (Sivaranjani et al., 2019).

El método propuesto se comparó con varios filtros en términos de PSNR y MSSIM. Los filtros eran los siguientes: filtro Lee, Frost, Difusión Anisotrópica, Sigma, Difusión Lee y Difusión Frost. La Figura 3.5 muestra el ruido speckle simulado en la imagen Lena.



Figura 3.5: Imágenes de resultado usando varios filtros. (a) Lena con ruido, (b) Lee, (c) Frost, (d) Difusión anisotrópica, (e) Sigma, (f) Difusión Lee, (g) Difusión Frost y (h) Filtrado propuesto (Sivaranjani et al., 2019).

Los resultados del modelo MOPSO propuesto de la Figura 3.5 demostraron que el filtrado propuesto es efectivo para regiones homogéneas así como para regiones heterogéneas.

Recuperación Escasa Robusta en Ruido Impulsivo a Través de Estimator M y Regularización no Convexa (Gao et al., 2019)

El artículo presentó una propuesta que combina un estimador M y un término de regularización no convexo para abordar el problema de recuperación dispersa robusta en un entorno de ruido impulsivo. Dado que la norma L2 es altamente sensible a los grandes valores atípicos que aparecen en la interferencia de impulsos, se reemplazó con un estimador M robusto por su capacidad de suprimir el ruido impulsivo en varios escenarios. Mientras tanto, la regularización no convexa era capaz de superar el problema de estimación sesgada inducida por la regularización convexa y, por lo tanto, pudo obtener resultados de reconstrucción más precisos. Además, para resolver la formulación no convexa resultante, se desarrolló un algoritmo eficiente de primer orden con baja complejidad computacional. El estimador M propuesto es el siguiente:

$$\min_x = \left\{ \frac{1}{\lambda} \Psi(Ax - y) + P(x) \right\} \quad (3.2)$$

Donde $\Psi(Ax - y) = \sum_{j=1}^M \phi((Ax - y)_j)$ y (\cdot) denota el j -ésimo elemento. $\phi(\cdot) = 1 - \exp(-\frac{(\cdot)^2}{\sigma^2})$ representa el estimador M robusto Welsch. $P(\cdot)$ es una regularización no convexa generalizada que incluye la norma L. El estimador propuesto es utilizado en el algoritmo nombrado LqME-ADMM. Para verificar la efectividad y robustez de LqME-ADMM, se comparó con cuatro algoritmos que incluyen a L1LS-FISTA, LqLS-ADMM, YALL1 y LqLA-ADMM bajo los errores de bit. La experimentación demostró que LqME-ADMM supera significativamente a YALL1 y LqLA-ADMM. La Figura 3.6 muestra el rendimiento de recuperación.

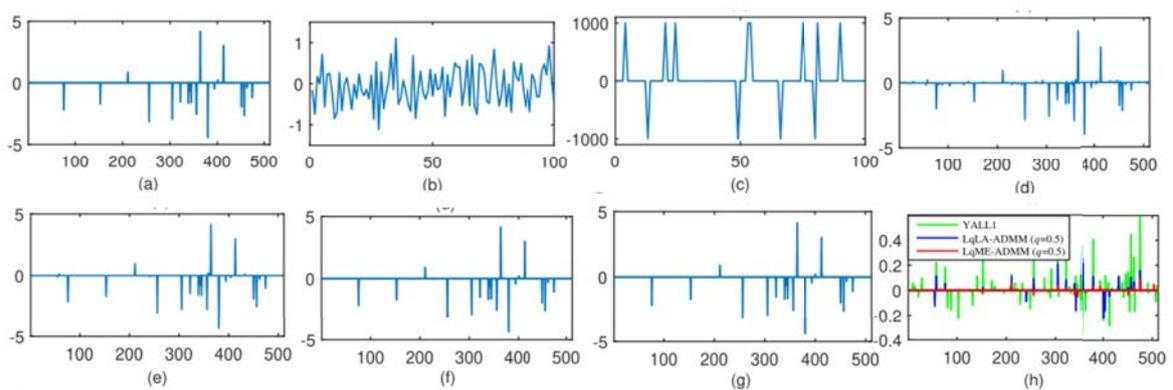


Figura 3.6: (a) Señal original x . (b) Mediciones limpias. (c) Mediciones ruidosas. (d) YALL1, RelErr = 0.149. (e) LqLA-ADMM ($q = 0.5$), RelErr = 0.071. (f) LqME-ADMM ($q = 2/3$), RelErr = 0.018. (g) LqME-ADMM ($q = 0.5$), RelErr = 0.016. (h) Errores de reconstrucción (Gao et al., 2019).

Algoritmo de Agrupamiento Robusto de Núcleo Radial con Base Gaussiana Difusa para Segmentación de Imágenes (Mújica-Vargas et al., 2019)

El artículo presentó el algoritmo *robust-kernel fuzzy C-means* (RK-FCM); potenciado por una función robusta de base radial Gaussiana con base en estimadores M para la tarea de segmentación de imágenes a color. El núcleo robusto de base Gaussiana radial se definió como:

$$\kappa(x, x') = \exp((\rho(-\|x - x'\|^2))/2\sigma^2) \quad (3.3)$$

Donde ρ era la función de pérdida, σ un parámetro de κ y $\|\cdot\|^2$ la distancia euclidiana entre x y x' . Se evaluó la segmentación para imágenes de color con el algoritmo (RK-FCM) comparándolo contra los algoritmos de *Fuzzy C-Means* Tipo-2 Basado en Pareto con Histograma de Color de Diferencia Notable y de Escala Múltiple (PIT2FC-MJND), *Fuzzy C-Means* con características cromáticas de extracción de colores (FCMECFC), FCM Mejorado Basado en la Reconstrucción Morfológica y el Filtrado de Membresía (FRFCM), Segmentación de Imagen un Método Basado en un Algoritmo de Agrupamiento de Densidad Rápida (IS-FDC) y *Fuzzy C-Means* de Coincidencia de Bloques (BMFCM). Los resultados cualitativos de la segmentación para imágenes a color se pueden observar en Figura 3.7.



Figura 3.7: Resultados cualitativos de la segmentación en imágenes de color (Mújica-Vargas et al., 2019).

Para los resultados cuantitativos se utilizaron las métricas de relación de clasificación errónea (MCR), coeficiente de similitud para la segmentación de imágenes *Dice* y Unión Sobre la Intersección (IOU). Resultados para la base de datos *ALPERT* se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Rendimiento promedio cuantitativo (Mújica-Vargas et al., 2019).

Métrica	BMFCM	FCMECFC	FRFCM	IS-FDC	PIT2FC-MJND	RK-FCM
MCR	9.602	13.948	10.294	12.048	9.431	7.986
Dice	0.864	0.685	0.808	0.722	0.702	0.925
OUI	0.823	0.701	0.732	0.722	0.761	0.903

Autoencoders Gate-Layer con Aplicación para Recuperación de Señales Incompletas de EEG (El-Fiqi et al., 2019)

En el trabajo presentado utilizó un Autoencoder con una arquitectura Gate-Layer (GLAE). GLAE utilizó una arquitectura de red que asoció cada entrada con una

puerta binaria que actuó como un interruptor que activaba o desactivaba el flujo a cada unidad de entrada, mientras sincronizaba su acción con el flujo de datos a la red. GLAE fomentó el aprendizaje de las relaciones entre las diferentes variables de entrada, lo que le brindó la capacidad inherente de recuperar las variables faltantes de las disponibles y actuar como un aproximador multifuncional concurrente.

El primer módulo controlaba la capa de puerta (capa de interruptores). El segundo módulo era el controlador de red, que controla y sincroniza el controlador de puerta y liberación de datos mediante la emisión de comandos de sincronización a las secuencias de control de puerta y secuencias de control de datos. El controlador de red tomaba todas las decisiones relacionadas con la sincronización de datos, conmutadores y el proceso general de aprendizaje de la red.

El caso de estudio fue aplicado a la recuperación de una señal incompleta de electroencefalograma, los resultados cualitativos se aprecian en la gráfica de la Figura 3.8. La línea roja denota la entrada usada para la prueba, donde existe la pérdida de datos. La señal naranja es el objetivo correcto, mientras que la señal azul es la recuperada por el Autoencoder propuesto.

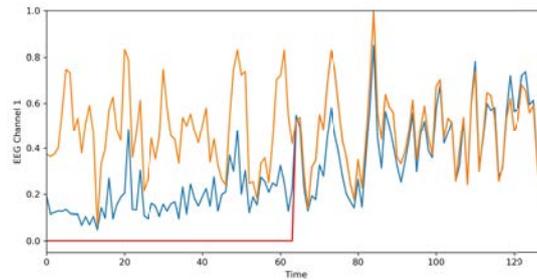


Figura 3.8: Ejemplo de recuperación de señal durante un caso de prueba para un solo canal y pérdida de datos (*El-Fiqi et al., 2019*).

GLAE se comparó contra el clásico Autoencoder (CAE), Autoencoder elimina ruido (DAE) y autoencoder variacional (VAE) con el objetivo de reconstruir la señal EEG. Se utilizaron las bases de datos SSVEP y SSVEP-based BCI, de la cual resultados cuantitativos de ejemplo de la primera base de datos se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Resultados para SSVEP (*El-Fiqi et al., 2019*).

Algorithm	Complete Data		Missing Data			
	Training	Testing	0.25 sec of 1 channel	0.5 sec of 1 channel	1.0 sec of 1 channel	1.0 sec of 2 channels
CAE	0.010±0.001	0.018±0.002	0.049±0.001	0.078±0.001	0.114±0.001	0.147±0.001
CAE			1.72E-36	2.05E-56	8.54E-72	2.70E-92
DAE 6.25%	0.030±0.002	0.044±0.002	0.045±0.002	0.046±0.002	0.055±0.002	0.078±0.002
DAE 6.25%	3.98E-35	2.79E-49	1.10E-22	1.50E-44	3.24E-51	1.17E-63
DAE 12.5%	0.034±0.004	0.050±0.003	0.050±0.003	0.051±0.003	0.055±0.003	0.072±0.002
DAE 12.5%	4.94E-27	1.84E-45	7.92E-25	7.20E-38	4.56E-41	1.65E-64
VAE	0.093±0.001	0.094±0.002	0.096±0.002	0.100±0.002	0.101±0.002	0.108±0.002
VAE	4.25E-99	8.62E-76	2.17E-68	3.99E-77	1.13E-76	1.26E-76
GLAE-64	0.013±0.001	0.023±0.002	0.037±0.001	0.026±0.002	0.029±0.002	0.037±0.001
GLAE-64	1.81E-25	3.06E-15	GLAE-64	GLAE-64	2.04E-03	1.51E-12
GLAE-128	0.016±0.000	0.026±0.002	0.040±0.001	0.057±0.001	0.028±0.002	0.034±0.002
GLAE-128	1.55E-32	7.90E-23	2.28E-13	8.74E-55	GLAE-128	GLAE-128

Enfoque no lineal Eficiente para Eliminar Ruido Impulsivo de Valor fijo de Imágenes en Escala de Grises (Mújica-Vargas et al., 2018)

Este trabajo presentó un enfoque heterogéneo (CPU-GPU) de eliminación de ruido impulsivo y preservación de bordes mediante un Estimador M Redescendente con un filtro modificado de vecinos cercanos. Se utilizó un detector de impulsos tolerante a falsas detecciones, funcionaba mediante dos condiciones. La primera condición evaluaba si el pixel central $\tilde{x}_{i,j}$ de una ventana deslizante w tiene el valor extremo (mínimo o máximo); la segunda condición analizaba la variabilidad a través de desviación absoluta de la mediana. Si el pixel de interés no era un valor extremo y su vecindario tenía una variabilidad menor a 0.5 se consideraba como libre de ruido; por otro lado, si ambas condiciones no se cumplían se consideraba ruido. La expresión matemática del detector se definió de la siguiente forma:

$$((\min(v) < \hat{x}) \wedge (\hat{x} < \max(v))) \wedge (\text{mad}(v) < 0,5) \quad (3.4)$$

Donde v era el vector que contiene los píxeles de la ventana w , \min y \max son los elementos de v con los valores mínimos y máximos; \hat{x} era el pixel evaluado, mad la desviación absoluta de la mediana y 0.5 el umbral.

Con los píxeles corrompidos detectados se realizó una supresión de ruido mediante un filtro modificado de vecinos cercanos expresado en términos de un estimador M redescendente. El filtro se expresó como:

$$\hat{\theta}_{\sigma_{RME}} = \frac{\sum_{i=1}^k a_i \cdot \hat{\Psi}_{\alpha,\beta,r}(v_i)}{\sum_{i=1}^k a_i} \quad (3.5)$$

Donde a_i es un coeficiente y α, β, r umbrales ajustados previamente; $\hat{\Psi}_{\alpha,\beta,r}(v)$ el vector que contiene los k elementos mayores a cero, $\hat{\Psi}_{\alpha,\beta,r}(v_i)$ el i -ésimo elemento de $\hat{\Psi}_{\alpha,\beta,r}(v)$.

El filtro propuesto σ_{RME} se implementó en tres versiones. CPU usando MATLAB σ_{RME_M} , CPU usando lenguaje C σ_{RME_C} y un sistema heterogéneo con CUDA σ_{RME_H} . El esquema propuesto se comparó con Filtrado Eficiente de Pesos Ponderados (EWA), Filtro Difuso Iterativo Adaptativo (IAFF), Filtro de Información de Imagen Local y Global (LGIIF), Filtro Iterativo Adaptativo de Media (AIM) y Filtro de Cambio con Clasificación de Ruido (NRSF). En la Figura 3.9 puede observarse el desempeño del esquema propuesto en función de las métricas PSNR y MAE.

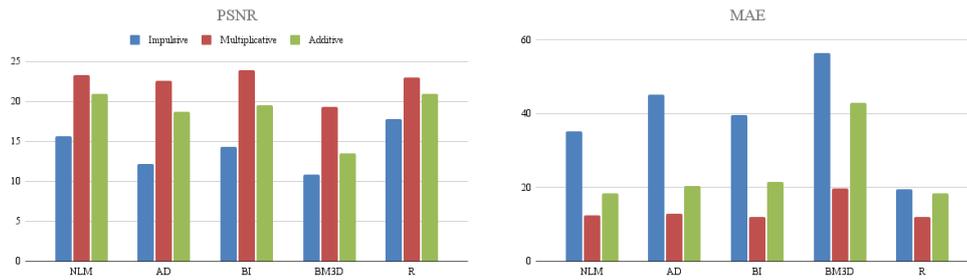


Figura 3.9: Resultados de restauración para imágenes corrompidas por varias densidades de ruido y diferentes tamaños. (a) PSNR promedio y (b) MAE promedio. (Candes et al., 2006).

Eliminación de Ruido de Imágenes de Ultrasonido Afectadas por Ruido Speckle y Gaussiano Combinado (Mafi et al., 2018)

Se propone una Transformación Wavelet Compleja de Árbol Dual (DT-CWT) que se aplicó a imágenes para obtener coeficientes específicos que caracterizan el ruido speckle y Gaussiano. Los coeficientes extraídos se eliminaban mediante un umbral y se aplicó una transformada wavelet inversa para obtener la imagen reconstruida. Para eliminar cualquier ruido restante, se aplicó un filtro de eliminación de ruido espacial a la imagen.

Se proporcionó una comparación del algoritmo propuesto con los filtros geométricos, Frost, Kuan, Lee y Difusión Lee. Los resultados obtenidos en las imágenes de ultrasonido (Figura 3.37) corrompidas por esta combinación de ruido demostraron la resistencia del método a los efectos combinados del ruido speckle y Gaussiano.

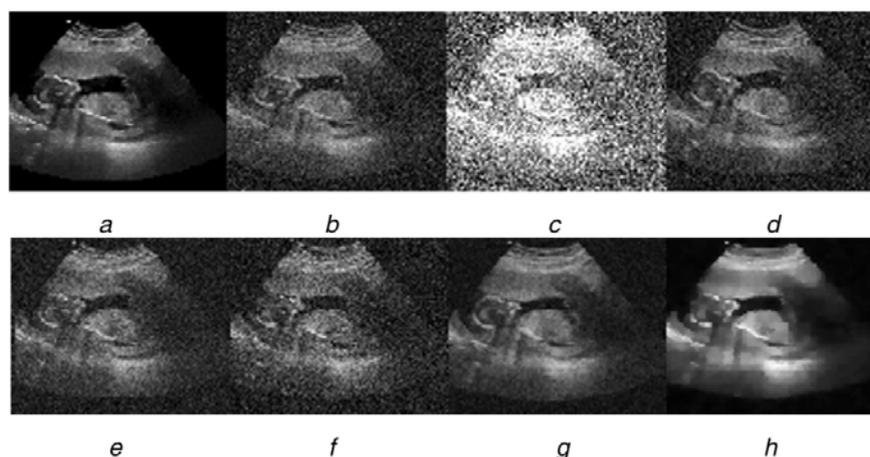


Figura 3.10: Ruido speckle = 0.1 y Gaussiano = 0.1. (a) Imagen original, (b) Imagen con ruido, (c) Filtro geométrico, (d) Filtro Frost, (e) Filtro Kuan, (f) Filtro Lee, (g) Filtro de difusión Lee, (h) Algoritmo propuesto (Mafi et al., 2018).

Método de Eliminación de Ruido Speckle (Saadia and Rashdi, 2018)

En este trabajo se propuso un algoritmo basado en cálculo fraccional y lógica difusa para la eliminación de ruido speckle en imágenes ecocardiográficas. El método propuesto divide la imagen ruidosa en diferentes regiones usando el concepto relacionado de lógica difusa y luego el concepto de integración fraccional para eliminar el ruido de las regiones de imagen; las regiones corresponden a suavización, textura y bordes de una imagen digital. Un Coeficiente de Variación (CV) se utilizó como clasificador de las regiones de la imagen. El CV se representa como:

$$CV = \frac{SD}{mean} \quad (3.6)$$

donde SD se definió como la desviación estándar y *mean* la media aritmética de la vecindad 3x3 alrededor del píxel evaluado. Un píxel con un valor pequeño de CV representa un píxel de región suavizada, un valor alto de CV es para píxeles de borde y un valor medio pertenece a una región de textura. Una función de pertenencia difusa triangular se implementó para lidiar con la incertidumbre del ruido speckle.

Cada píxel de la imagen H , con dimensiones MXQ , obtenía un grado de pertenencia definido por la siguiente ecuación:

$$H(x,y) = \begin{cases} \mu_{Suavizado} = \frac{c-CV}{c-a} & a \leq CV \leq m_1 \\ \mu_{Textura} = \max(\min(\frac{CV-m_1}{c-m_1}, \frac{m_2-CV}{m_2-c}), 0) & \\ m_1 \leq m_2 \mu_{Borde} = \frac{CV-c}{b-c} & \text{cualquier otra cosa} \end{cases} \quad (3.7)$$

donde $x = 1, \dots, M$ y $y = 1, \dots, Q$. La función difusa para toda la imagen se muestra en la figura 1. Los umbrales a , b , c , m_1 y m_2 se calculan como: $a = \min(CV_i)$, $b = \max(CV_i)$, $c = \text{mediana}(\text{unica}(CV_i))$, $m_1 = \text{promedio}(CV_{[a,c]})$ y $m_2 = \text{promedio}(CV_{[c,b]})$.

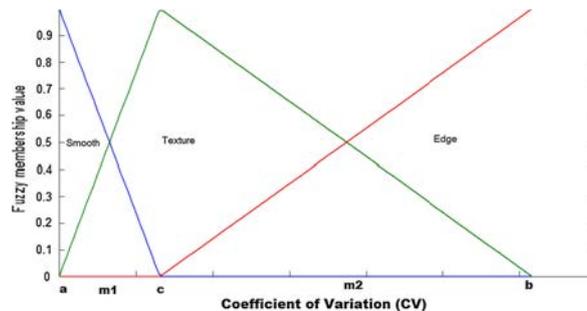


Figura 3.11: Función de pertenencia difusa (Saadia and Rashdi, 2018).

Para la eliminación de ruido de píxeles de la región suavizada se utilizó un filtro de media y para píxeles de región de textura y borde se utilizó una máscara integral fraccional. En la Figura 3.12, se muestra el rendimiento de diferentes filtros

de eliminación de ruido para la imagen de *Cameraman*. Los resultados demostraron que el filtro propuesto obtuvo una mejora en el rendimiento. En presencia de diferentes variaciones de ruido, la técnica propuesta superó a otras técnicas.

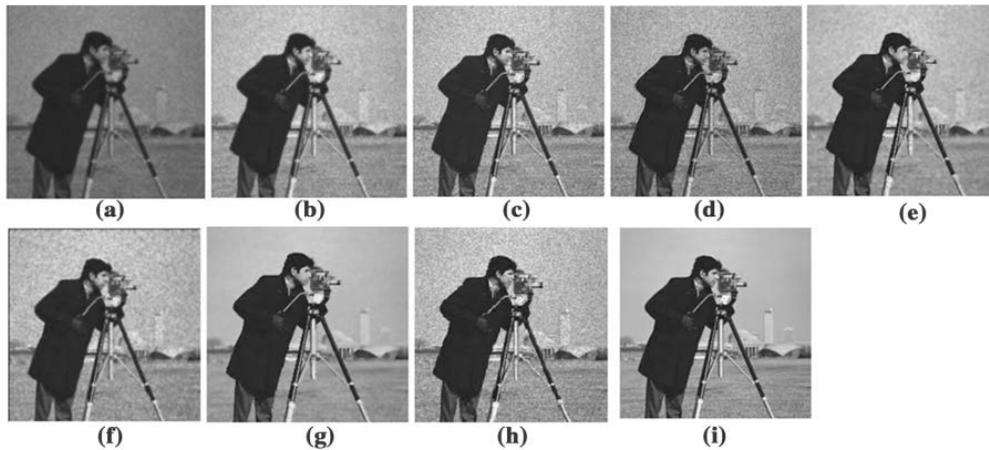


Figura 3.12: Resultados de la eliminación de ruido con varianza de ruido 0.02. (a) Hu, (b) Huang, (c) IFD, (d) GAFIA, (e) Lee, (f) Kuan, (g) propuesta, (h) imagen con ruido, (i) imagen original (*Saadia and Rashdi, 2018*).

Comparación de Rendimiento de Filtros Hampel y Mediana en Eliminación de Artefactos de Estimulación Cerebral Profunda (*Dagar et al., 2018*)

El trabajo presentado se enfocó en la comparación del filtro Hampel y de mediana en la tarea de procesamiento de electroencefalograma (EEG) con el fin de remover artefactos resultado de la estimulación cerebral profunda en tratamientos de Parkinson. La comparación se centró en el rendimiento probado en diferentes tipos de señales: sinusoidal, señales EEG sintéticas y reales. La DBS fue implementada mediante una cirugía en pacientes cuyos síntomas no podían ser controlados por medicamentos, la DBS funcionó a través de un generador que enviaba una cierta cantidad de corriente a ciertas frecuencias a electrodos en el cerebro. Los efectos de DBS en la corteza cerebral fueron ampliamente estudiadas a través del monitoreo de EEG, durante el monitoreo las señales EEG presentaron ruido debido a que el DBS se solapaba con el espectro del EEG. Incluso si la DBS estaba apagada se presentaba esta debido a que ambas señales funcionaban en el mismo rango de frecuencia.

El artículo hizo uso de un filtro Hampel para la limpieza de señales contaminadas con datos atípicos y una mínima distorsión en la señal. Hampel es un filtro no lineal que busca datos anormales locales en una secuencia de tiempo, para después sustituir estos valores por una alternativa más razonable. El filtro uso la desviación mediana absoluta (MAD), el valor central fue considerado como un dato atípico y reemplazado si era más de T veces la estimación de la escala MAD

de la ventana de datos móviles de su mediana:

$$y_k = \begin{cases} x_k & \text{Si } |x_k - m_k| \leq tS_k \\ m_k & \text{cualquier otra cosa} \end{cases} \quad (3.8)$$

Donde, m_k es la mediana de w_k , S_k es la escala MAD estimada, definida como:

$$S_k = 1,4826 \times \text{medianaj} \in [-K, K] \{|x_k - j - mk|\} \quad (3.9)$$

m_k era la salida de filtro de estándar de mediana en $t = 0$. K era el tamaño de ventana y T el parámetro del umbral.

Para la evaluación de Hampel contra la mediana se utilizó MSE, SNR, SNRI y SINAD. Un ejemplo de la experimentación con señales sintéticas puede observarse en la Figura 3.13. En primer lugar, la EEG contaminada se filtró mediante un filtro de Hampel y los valores óptimos de los parámetros se determinaron ajustando los valores de DX y T . Luego, los resultados se compararon con el filtro de mediana mediante el uso de MSE, SNR y distorsión de señal valores.

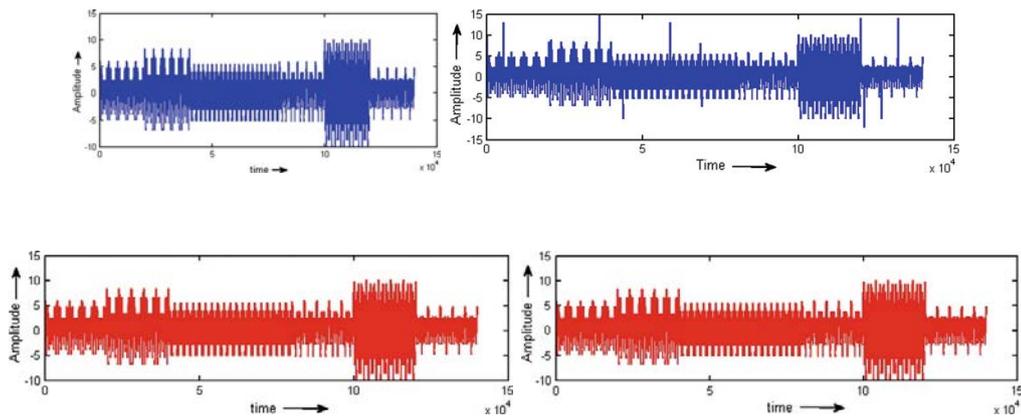


Figura 3.13: a) EEG sintética. b) EEG sintética con datos atípicos. c) EEG filtrada con Hampel. d) EEG filtrada con Mediana (Dagar et al., 2018) .

En la Tabla 3.3 se muestran los valores de diferentes parámetros para ambos filtros. Es evidente a partir de las observaciones que los filtros Hampel funcionan mejor que el filtro mediano ya que tiene valores más bajos de MSE y valores más altos de SNRI.

Tabla 3.3: Resultados comparativos de los filtros Hampel y Mediana de EEG sintética (Dagar et al., 2018).

DX	T	Hampel filter			Median filter		
		Signal			Signal		
		SNRI	MSE	Distortion	SNRI	MSE	Distortion
10	0.3	0.0185	0.0107	-1.269e-06			
15	0.3	0.0167	0.0107	-4.500e-06	0.0015	13.22	-8.13e-07
20	0.4	0.0136	0.0106	-1.78e-05			
30	2.0	0.0193	0.0109	-8.11e-07			

Filtrado de Ruido Impulsivo Usando un Estimador M Redescendente de Mediana (Mújica-Vargas et al., 2017)

El trabajo presentado se enfocó en la eliminación de ruido impulsivo y la preservación de detalles mediante un Estimador M Redescendente en imágenes. El esquema propuesto se compone de dos etapas. La primera etapa se encargó de la detección de ruido impulsivo. El detector funcionó con una ventana h con tamaño $n \times m$ con centro en (i, j) que trabajaba con dos condiciones; la primera condición evaluaba si el pixel central tenía un valor mínimo (0) o máximo (255) que se interpretaría como la detección del ruido impulsivo. Este enfoque puede fallar y detectar píxeles como contaminados con ruido cuando no lo son, por ello, la segunda condición analizaba la variabilidad de los píxeles de todo h a través de la consideración de la mediana de la desviación absoluta de la media alrededor de la mediana ($mad(h)$). Si el pixel central no tenía un valor extremo y su vecindario no tenía una variabilidad menor que 0.5, se consideraba como un pixel libre de ruido, por otro lado si ambas condiciones no se cumplían se considera un pixel con ruido. La segunda etapa abarcaba la supresión del ruido impulsivo previamente detectado mediante la unión de un estimador M Redescendente y un estimador de mediana, de esta forma se garantizó la supresión del ruido sin destruir detalles de la imagen. El estimador propuesto se definió de la siguiente forma:

$$\hat{\mu}_{MM} = \begin{cases} \psi_r(\tilde{x}_{sel(\frac{n+1}{2})}) & \text{para } n \text{ impar,} \\ \frac{1}{2} \cdot (\psi_r(\tilde{x}_{sel(\frac{n}{2})}) + \psi_r(\tilde{x}_{sel(\frac{n}{2}+1)})) & \text{para } n \text{ par.} \end{cases} \quad (3.10)$$

El esquema propuesto Estimador M Redescendente de Mediana (MRME) fue comparado con cinco métodos diseñados para la supresión de ruido impulsivo, como lo es Esquema Eficiente de Tres Etapas (ETSS), Filtrado de Mediana Recursivo y Mejorado (REMF), Medias Recortadas Asimétricas No Locales Basadas en Decisiones Medias (NLM-DBUTM), Filtro de Mediana Recursivo y Adaptativo (RAMF) y Filtro Difuso Adaptativo Iterativo (IAFF). La Figura 3.14 muestra imágenes restauradas de la imagen Lena corrompida con 70% de ruido impulsivo. El método propuesto demostró resultados significativamente buenos en las

imágenes de prueba corruptas con diferentes porcentajes de ruido, superando a los otros filtros en consideración.

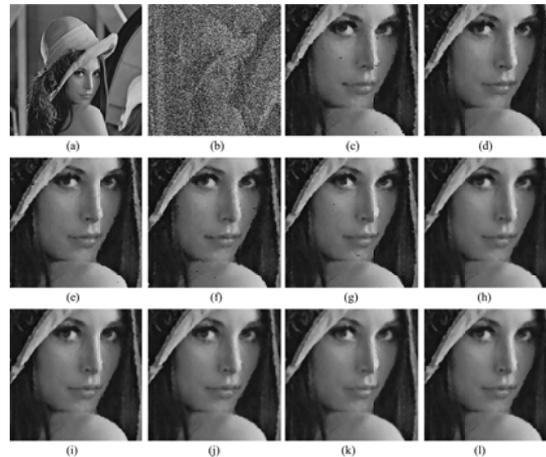


Figura 3.14: Imagen Lena con: (a) original, (b) 70% ruido ; (c) ETSS, (d) REMF, (e) RAMF, (f) NLM-DBUTM, (g) IAFF, (h) $MRME_{SC}$, (i) $MRME_{AS}$, (j) $MRME_{TB}$, (k) $MRME_{HTPR}$, (l) $MRME_I$ (Mújica-Vargas et al., 2017).

Poder del Aprendizaje Profundo para Estimación de Canales y Detección de Señales en Sistemas OFDM (Ye et al., 2017)

El artículo presentó una estimación de canal y detección de señal en sistemas de multiplexación por división de frecuencias ortogonales (OFDM) utilizando un modelo basado en aprendizaje profundo. Los OFDM son un esquema de modulación utilizado para combatir el desvanecimiento selectivo de frecuencia en canales inalámbricos, la forma tradicional de realizar este esquema era a través de métodos de mínimos cuadrados (LS) y error mínimo al cuadrado medio (MMSE). El trabajo presentado introdujo el uso del aprendizaje profundo en los OFDM. Para esto se consideró una red neuronal profunda (DNN) que consistió en cinco capas, tres de las cuales estaban ocultas. El número de neuronas en cada capa era de 256, 500, 250, 120 y 16 respectivamente. La entrada era el número de partes reales e imaginarias de dos bloques OFDM que contenían señales piloto. La función de activación Relu se utilizó en todas las capas, excepto en la última que aplica una función Sigmoide que transformaba la salida al intervalo [0,1].

La DNN fue entrenada con datos de simulaciones de canales previamente descritos en términos estadísticos por otros investigadores. En cada simulación se generaron datos aleatorios que eran utilizados por la OFDM mediante señales piloto, se tomaba la señal original y la recibida con ruido como datos de entrenamiento. Los resultados obtenidos se compararon con los métodos tradicionales de LS y MMSE en función de tasa de error por bit (BER) de adversidades como ruido y en el entrenamiento, los curvas BER de estos resultados pueden observarse en la Figura 3.15.

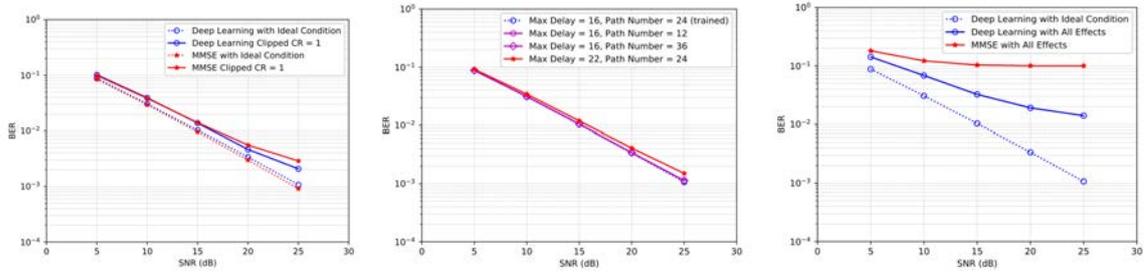


Figura 3.15: a) Curva Ber con ruido de recorte. b) Curva BER con desajustes entre etapas de entrenamiento y despliegue. c) Curva BERal combinar todas las adversidades (Ye et al., 2017).

El trabajo demuestra que el modelo presentado es una herramienta aceptable para la estimación de canal y detección de señal en comunicaciones inalámbricas con distorsión e interferencia.

Filtro difuso de Región Adaptativa: Enfoque para Eliminación de Ruido Impulsivo de Valor Aleatorio (Chen et al., 2016)

El artículo realizado propuso un filtro difuso de región adaptativa (RAFF) para eliminación de ruido impulsivo de valor aleatorio en imágenes a color. Se utilizó un mecanismo de valor medio mínimo para una mejor clasificación de píxeles con ruido, además de implementar una técnica adaptativa que determinaba el valor máximo para la ventana deslizante usada en la fuzzificación y el filtrado de la imagen en sus tres canales. El trabajo se enfocó en la eliminación de ruido impulsivo de valor aleatorio que se definió de la siguiente forma:

$$C(i,j) = \begin{cases} N(i,j) & \text{con una probabilidad } q \\ C_O(i,j) & \text{con una probabilidad } (1 - q) \end{cases} \quad (3.11)$$

Donde $N(i,j)$ era el valor del píxel con ruido proveniente de una distribución uniforme en el intervalo de los posibles componentes de color con una probabilidad q . $C_O(i,j)$ el píxel original de la imagen y $C(i,j)$ el píxel corrupto de la imagen.

El mecanismo de detección de ruido se basó en una primera etapa que involucró, para cada canal RGB, la consideración de una ventana deslizante sobre el píxel a clasificar. El valor medio mínimo (MMV) era entonces calculado con:

$$MVV = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n=1} \min(d_{(i,j)}^n) \quad (3.12)$$

Después de que MMV era comparado con un umbral (Th), entonces, la decisión era realizada con la condición:

$$\begin{aligned} \text{Si } MMV > Th, \text{ Entonces } C_z(i,j) \text{ es corrupto.} \\ \text{Si no, } C_z(i,j) \text{ no es corrupto.} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Tabla 3.4: Comparación de rendimiento de RAFF (256x256) con varias densidades de ruido en PSNR (db) para Lena (*Chen et al., 2016*).

Filter	Noise Density (%)						
	10	20	30	40	50	60	70
CWVMF	30.90	28.34	22.97	18.74	16.52	14.91	13.48
TVMS	38.12	36.26	33.35	30.87	27.19	24.11	20.09
MHFC	35.46	30.30	26.37	21.91	19.79	18.17	15.02
ANCLPVMF	42.43	38.79	35.52	32.14	30.27	26.43	22.77
MSVMAF	40.12	37.54	34.98	31.92	28.76	24.84	21.98
CAVMFWMF	41.63	39.67	36.22	34.44	30.71	26.17	23.35
RAFF	42.45	40.82	37.26	35.14	31.43	27.29	24.41

El rendimiento se consideró en términos de PSNR y se comparó con el de otros filtros existentes, como el filtro de mediana vectorial ponderado al centro (CWVMF), filtro de mediana adaptable vectorial basado en predicción lineal no causal (ANCLPVMF), multiclase admite filtro adaptativo basado en máquina de vectores (MSVMAF), histograma difuso de color modificado (MHFC), combinación de filtro de vector adaptativo mediano y filtro de media ponderada (CAVMFWMF) y esquema de minimización de filtro de variación total (TVMS), etc., en términos de objetivo (Tabla 3.4) y análisis subjetivo (Figura 3.16).



Figura 3.16: Comparación del filtro propuesto con otros filtros. (a) Imagen original de Lena. (b) Imagen Lena corrompida con 50% de ruido. (c) Imagen restaurada usando ANCLPVMF. (d) Imagen restaurada usando MSVMAF. (e) Imagen restaurada usando MHFC. (f) Imagen restaurada usando RAFF (*Chen et al., 2016*).

Filtros Hampel Generalizados (*Pearson et al., 2016*)

El artículo abordó la generalización de los filtros no lineales Hampel, se abarcaron entonces: concepto y funcionamiento del filtro Hampel, diferencia con el filtro de mediana, filtros Hampel obtenidos de variaciones del filtro de mediana (filtros Hampel recursivos y su enfoque de cascada). Se consideró la implementación de

ventana deslizante del identificador de Hampel, un procedimiento de detección atípico basado en la mediana y el estimador de escala MAD. La respuesta del filtro estuvo dada por:

$$y_k = \begin{cases} x_k & |x_k - m_k| \leq tS_k, \\ m_k & |x_k - m_k| > tS_k. \end{cases} \quad (3.14)$$

Donde m_k era el valor de la mediana de la ventana y S_k la estimación de MAD, definida como:

$$S_k = 1,4826 \times \text{median}_{j \in [-k, k]} \{|x_{k-j} - m_k|\}. \quad (3.15)$$

El factor 1.4826 hizo que MAD calcule una estimación imparcial de la desviación estándar para distribuciones normales. Cuando el parámetro de umbral t era establecido en cero, se obtenía el filtro de mediana estándar:

$$y_k|_{t=0} = m_k \quad (3.16)$$

De esta observación se dedujo el filtro Hampel como una generalización del filtro de mediana, con t como parámetro de ajuste adicional. El filtro de Hampel recursivo se definió reemplazando la ventana definida en el filtro de mediana recursivo con la ventana:

$$R_k^{t,K} = \{H_{k-K}^t, \dots, H_{k-1}^t, x_k, x_k + 1, \dots, x_k + K\} \quad (3.17)$$

donde H_{k-j}^t representa la salida anterior $k-j$ del filtro Hampel con el parámetro de umbral t aplicado a la entrada $\{x_k\}$.

Eliminación de Ruido Sal y Pimienta Usando filtro M Robusto (Kumar and Nanalya, 2016)

En este artículo se abordó la eliminación de ruido impulsivo (sal y pimienta) mediante el uso de un Filtro Robusto M. Se abordaron causas comunes de generación de ruido impulsivo, como por ejemplo: velocidad de captura de la cámara, interferencia electromagnética, daño en el dispositivo de almacenamiento y cambios asíncronos en comunicación digital. Se comentó como los filtros lineales también eran capaces de eliminar este tipo de ruido, pero conforme incrementaba el ruido perdían la propiedad de recuperar la imagen original, mientras que un filtro basado en un Estimador M Redescendente eliminaba altas y bajas frecuencias, ya que su función ψ no decrecía cerca del origen, pero decrecía hacia cero lejos de él.

El método propuesto agregó un ruido impulsivo del 90% a una imagen, para posteriormente recorrer la imagen resultante con una ventana deslizante de 3x3. Se detectaba cada píxel con ruido en la ventana, si se detectaba ruido se implementa un filtro de mediana para después comparar el píxel resultado con el original. Si la diferencia entre el píxel vecino y el resultado del filtro de mediana era cero se

aplicaba el filtro M. El método propuesto fue evaluado con las métricas de *Peak Signal to Noise Ratio* (PSNR) y *Structural Similarity index* (SSIM). Se obtuvieron resultados aceptables y superiores en comparación con el filtro de mediana 3x3, filtro de mediana adaptativo y algoritmo basado en decisiones.

Enfoque Eficiente de Tres Etapas para Eliminar Ruido Sal y Pimienta de Imágenes Digitales (Gao and Liu, 2015)

Este trabajo propuso un esquema de tres etapas para eliminación de ruido sal y pimienta. Se basó en un detector de impulsos, un filtro adaptativo de media-mediana y un método de variación total de restauración de imagen. Si un píxel era clasificado como ruido, su intensidad se estimaba primero mediante un filtro de media-mediana y luego se obtenía una estimación precisa mediante el uso de la variación total en el método de restauración. Por el contrario, si no se detectaba como un píxel sin ruido no se generan cambios, lo que permite mantener la calidad de la imagen.

Se propuso el uso de doce direcciones para detectar la dirección del borde de un objeto. Se usó una ventana 7x7 centrada en (i, j) para la detección de bordes. Se hizo notar que $S_{i,j}^k$ ($k = 1$ a 12) denotaba el conjunto de píxeles alineados con la dirección k -ésima en (i, j) . Basados en $S_{i,j}^k$ ($k = 1$ a 12), la diferencia absoluta de los valores de escalas de grises $d_{i,j}^k$ entre el píxel central $u_{i,j}$ y sus vecinos S^k se calculaba como:

$$d_{i,j}^k = \sum_{m=1}^7 \omega_m |S_{i,j}(m) - u_{i,j}| \quad (3.18)$$

$d_{i,j}^k$ era grande cuando el píxel $u_{i,j}$ se veía afectado por el ruido, y $d_{i,j}^k$ era pequeño cuando el píxel $u_{i,j}$ no se veía afectado por ruido, fuera o no un píxel de región plana, borde o línea delgada. Comparando $d_{i,j}^k$ con un umbral de detección T , el píxel en (i, j) se clasificaba como píxel de ruido o píxel sin ruido según la siguiente regla:

$$u_{i,j} = \begin{cases} \text{Pixel con ruido, si } (u_{i,j} = 0 \text{ o } 255) \text{ y } d_{i,j}^k > T \\ \text{Pixel sin ruido, cualquier otra cosa.} \end{cases} \quad (3.19)$$

Se utilizaron dos ventanas, una era la ventana simplificada y la otra la ventana completa. Las dos ventanas se muestran en la Figura 3.17. La ventana simplificada se utilizaba a densidades de ruido inferiores al 50%, mientras que la ventana completa se aplicaba a las otras densidades de ruido.

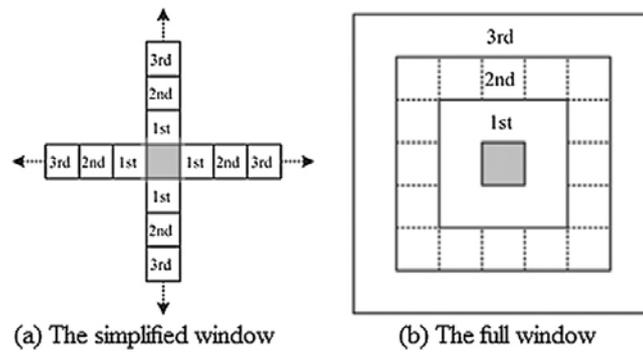


Figura 3.17: Determinación del valor de la mediana por el proceso de selección olvidadizo, aplicado a una ventana 3×3 (Gao and Liu, 2015).

Después, se calculaba el número total de píxeles libres de ruido en la ventana. La ventana de filtrado se extendía iterativamente hacia afuera un píxel en los cuatro lados de la ventana. El modelo de variación total de restauración (TVI) se presentó como un método eficiente para llenar el bloque que falta en una imagen con la propagación de información circundante. Primero detectaba los píxeles con ruido, y luego se utilizaba el método TVI para restaurar los píxeles con ruido porque este método es relativamente simple y pudo proporcionar una buena estimación de las regiones ruidosas.

Los resultados experimentales demostraron que el enfoque propuesto de tres etapas no solo podía eliminar el ruido de los impulsos sal y pimienta de manera eficiente, sino también preservar bien la información detallada de una imagen. Resultados cualitativos pueden observarse en Figura 3.18.

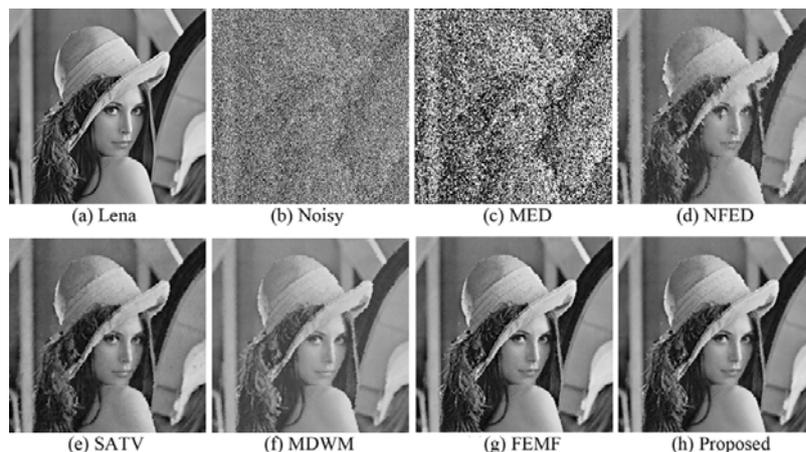


Figura 3.18: Imágenes restauradas (512×512) de varios filtros de eliminación de ruido para la imagen de Lena con una densidad de ruido del 80% (Gao and Liu, 2015).

Filtro de Cambio Mediana-Media para Eliminación de Ruido Impulsivo de Alta Densidad de Imágenes Digitales (Zhang and Wang, 2015)

En este artículo se presentó un filtro de cambio mediana-media para la eliminación

de ruido impulsivo en imágenes digitales. El enfoque utilizado para el método propuesto constaba de dos etapas. La primera etapa detectaba los píxeles con ruido y la segunda etapa los eliminaba. Solo se cambiaban los píxeles con ruido y los píxeles sin ruido se mantenían sin cambios, esto permitió que el método conservara la mayoría de los detalles de la imagen. En la primera etapa del método, la etapa de detección, los píxeles eran agrupados en dos clases, con ruido y sin ruido. Se asumía que la intensidad del píxel con ruido era 0 ó $L - 1$, para una imagen con L niveles de intensidad. Por lo tanto, cada ubicación (i, j) se marcaba de la siguiente manera:

$$a^f(xy) = \begin{cases} 0 & f(x,y) = 0 \text{ o } f(x,y) = L - 1, \\ 1 & \text{Cualquier otra cosa.} \end{cases} \quad (3.20)$$

Donde f era la imagen, el valor de 1 denotaba un píxel libre de ruido y el valor de 0 denotaba un píxel con ruido. La segunda etapa constaba en el filtrado obtenido de la imagen restaurada g que se definió como:

$$g(x,y) = [1 - a^f(x,y)]r(x,y) + a^f(x,y)f(x,y) \quad (3.21)$$

Donde $r(x,y)$ era la imagen de referencia obtenida por el método propuesto. En el mismo artículo se presentaron dos variantes del algoritmo de filtrado, haciendo el cambio del orden de implementación de la media o mediana. La primera variante era la de Filtro de Cambio Mediana-Media ($SMMF^1$) y la segunda de Filtro de Cambio Media-Mediana ($SMMF^2$). Resultados cualitativos pueden observarse en la Figura 3.19.

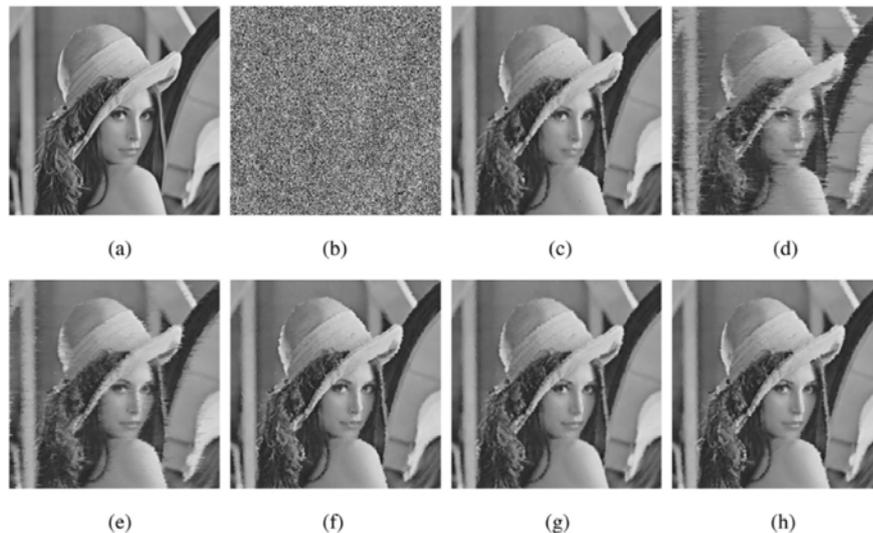


Figura 3.19: Resultados de diferentes métodos de imagen corrupta de Lena: (a) Imagen original libre de ruido, (b) Imagen con 90% de ruido, (c) IMF, (d) LMMF, (e) DNLM, (f) ASMF, (g) $SMMF^1$, (h) $SMMF^2$ (Zhang and Wang, 2015).

Implementación de alta velocidad con ajuste fino de un filtro de mediana basado en GPU (Perrot et al., 2014)

En el trabajo se presentó una implementación de una Unidad de Procesamiento Gráfica (GPU) que utilizó como base el filtro de mediana que era comúnmente utilizado para la eliminación de ruido, en específico del ruido impulsivo sal y pimienta, el funcionamiento de este filtro se muestra en la Figura 3.20. El objetivo se enfocó en obtener una implementación de alta velocidad con ajuste fino. El objetivo se logró a través de tres puntos clave que abarcaban la transferencia de información y uso de registros.

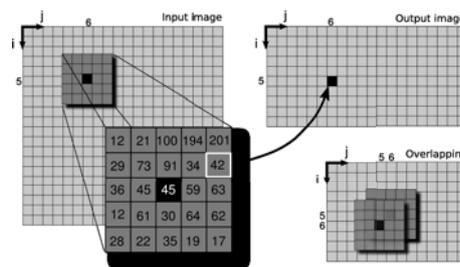


Figura 3.20: Filtrado de mediana de 5x5, aplicado en píxeles de coordenadas (5,6). Abajo a la derecha: ventana superpuesta (Perrot et al., 2014).

En el aspecto de transferencia de información se utilizó una característica de asignación de memoria capaz de asignar memoria no paginable llamada *pinned-memory* o memoria fija, que era una alternativa eficiente a la asignación clásica, ya que permitió un acceso más directo a los datos almacenados. El inconveniente era que debía usarse con moderación para evitar un desbordamiento de la memoria. Para el uso de registros se usó un algoritmo de selección olvidadizo. El algoritmo construyó una lista de valores de R_n píxeles, tomada entre las $n = k \times k$ de la ventana. Luego identificaba y eliminaba (olvidaba) ambos elementos que mostraran los valores máximo y mínimo en la lista. Después, se incluía uno de los valores que quedaban aparte de la lista original. Este proceso se repetía hasta que no se podían incluir más valores en la lista. Finalmente el elemento restante en la lista era el valor medio global. El procedimiento propuesto, llamado Parallel Register-only Median Filter (PRMF) fue contrastado con los filtros de Vectorized Median filter (BVM), Parallel Ccdf-based Median Filter (PCMF) y la herramienta ArrayFire. Una gráfica de la comparación realizada se muestra en la Figura 3.21.

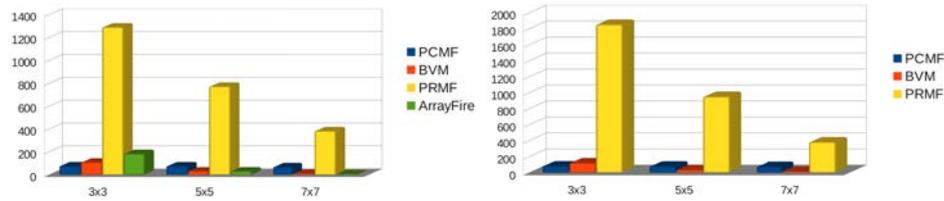


Figura 3.21: Comparación de rendimiento, en millones de píxeles por segundo, de varias implementaciones contra PRMF. De izquierda a derecha: PCMF, BVM, PRMF, ArrayFire (Perrot et al., 2014).

Recuperación Estable de Señal de Mediciones Incompletas e Inexactas (Candes et al., 2006)

El artículo abordó el problema de recuperación de una señal, por ejemplo una imagen digital, de una serie de observaciones incompletas o contaminadas de la forma $y = Ax_0 + e$; donde A era una matriz $n \times m$ que cumplía $n \ll m$ y e era un término de error. Para la recuperación del x_0 , se consideró la solución $x^\#$ para la regularización l_1 del problema:

$$(P2) \quad \min \|x\|_{l_1} \quad \text{sujeto para} \quad \|Ax - y\|_{l_2} \leq e \quad (3.22)$$

El trabajo consideró escenarios realistas donde más mediciones de una señal se veían afectadas por ruido inherente de estos escenarios imperfectos. Por lo cual el trabajo trató de responder a la siguiente pregunta, ¿Cómo es posible esperar recuperar una señal cuando no solamente la información disponible está incompleta y en adición las pocas observaciones disponibles son inexactas?. Para responder a eso se propusieron dos teoremas que son presentados y demostrados con un caso limitado y uno general.

Como demostración del resultado de recuperación se implementó en una imagen de 256×256 píxeles de la imagen *Boats* mostrada en la Figura 3.22. En ambos casos, el error de reconstrucción obtenida era menor que la suma de los errores de medición y aproximación no lineal.



Figura 3.22: (a) Imagen Original. (b) Recuperación de $n=25000$ mediciones corruptas con ruido Gaussiano. (c) Recuperación de $n=25000$ mediciones corruptas por redondeo de error (Candes et al., 2006).

El comportamiento de los niveles de ruido, para la imagen *boats*, se puede observar en la Figura 3.23.

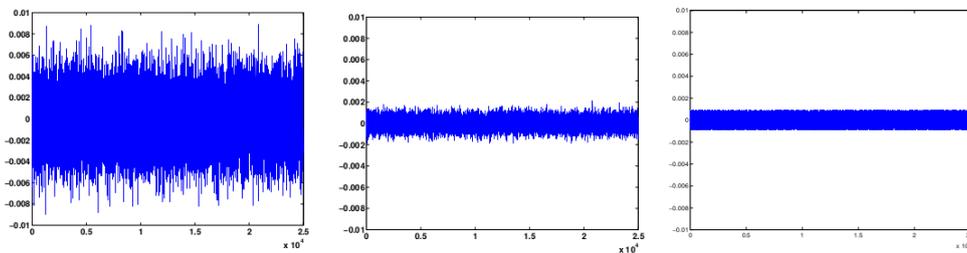


Figura 3.23: (a) Medición sin eliminación de ruido Ax_0 . (b) Medición de error Gaussiano con $\sigma = 5 \cdot 10^{-4}$. (c) Error de redondeo con relación señal-ruido $\|Ax_0\|_{l_2} \|e\|_{l_2} = 4,3$ (Candes et al., 2006).

Eliminación de Ruido Superficial con un Framework Basado en Filtrado Normal de Estadística Robusta (Yadav et al., 2020)

En este trabajo se presentó un *framework* que contenía una serie de algoritmos basados en suavizadores M para la eliminación de ruido en superficies obtenidas mediante escáneres 3D. Entre los algoritmos de suavizado sobresalen los basados en la norma L_2 , Huber minimax y norma Tukey. La principal aportación se basó en la implementación de los estimadores M en un *framework*, resultados de la experimentación se muestran en la figura 3.24.

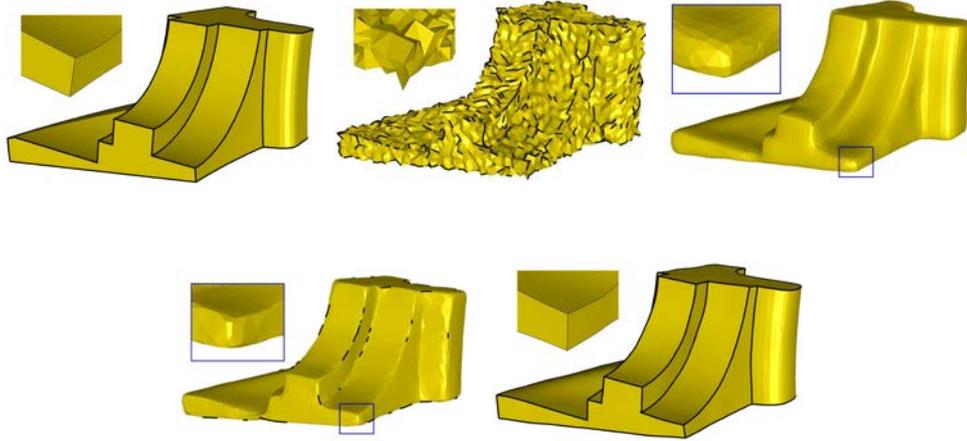


Figura 3.24: (a) original. (b) Corrupta con ruido Gaussiano $\sigma = 0,3$. (c) L2.(d) Huber. (e) tukey (Yadav et al., 2020).

La norma L_2 no resultó ser efectiva en términos de preservación de características debido a la función de influencia lineal que además no está limitada, Huber minimax demostró una mejor preservación de bordes por su función de influencia redescendente y el hecho de no usar filtros espaciales y la norma Tukey tiene los mejores resultados por su función de influencia con corte agudo que contenía además un filtro espacial que ayudaba a la eliminación de componentes de ruido de forma efectiva. Los resultados del trabajo se muestran cualitativamente y son carentes de resultados cuantitativos.

Estimadores de Relación en Presencia de Valores Atípicos Mediante Estimadores M Redescendentes (Noor-ul Amin et al., 2020)

El trabajo hizo uso de estimadores de relación, los cuales fueron de utilidad cuando la correlación entre una variable de estudio y una variable auxiliar era positiva, siendo que el estimador de relación tomaba ventaja de la información auxiliar para proveer mejores resultados. Los autores hicieron uso del estimador M redescendente de Noor-il-Amin combinado con la relación de Kadilar. Siendo la función objetivo de Noor-ul-Amin:

$$\rho(r) = \frac{c^2}{4} \left[\frac{\tan^{-1}\left(\frac{2r}{c}\right)^2}{4} + \frac{r^2 c^2}{c^4 16 r^4} \right] \quad (3.23)$$

De la cual se derivó el estimador utilizado:

$$\Psi(r) = r \left[1 + \left(\frac{2r}{c} \right) \right]^{-2} \quad \text{para } |r| \geq 0 \quad (3.24)$$

Mediante la evaluación de la eficiencia del estimador con la métrica del error cuadrático medio (MSE) se realizaron dos experimentos de la vida real usando lenguaje R. Una ventaja de los experimentos es que presentaban información

estadística completa del proceso, un ejemplo de esto para producción de manzanas se muestra en la tabla 3.5.

Tabla 3.5: Información Estadística (Noor-ul Amin et al., 2020).

$N = 104$	$\rho = 0.88$	$R_{KC1} = 4.38$
$n = 30$	$S_{xy} = 237,782.1$	$R_{KC2} = 4.33$
$\bar{Y} = 625.36$	$\beta_2(x) = 16.06$	$R_{KC3} = 3.93$
$\bar{X} = 142.74$	$C_x = 1.61$	$B_p = 3.01$
$S_y = 1167$	$B = 4.48$	
$S_x = 230.16$	$B_{rob} = 3.33$	

Donde N era total de datos, n el tamaño de la muestra, \hat{Y} y \hat{X} la media muestral de estudio y la variable auxiliar, S_y^2 y S_x^2 las varianzas de la población de estudio de estudio y auxiliar, $S_{x,y}$ la covarianza de la población entre la variable estudio y auxiliar, C_x el coeficiente de variación de la variable auxiliar, $\beta_2(x)$ el coeficiente de curtosis de la población de la variable auxiliar ρ era el coeficiente de correlación entre la variable auxiliar y la de estudio, B calculada del método de mínimos cuadrados, B_{rob} calculado del estimador Huber, B_p calculado del estimador Noor-ul-Amin. El trabajo concluye un análisis estadístico completo que demuestra la eficiencia de los estimadores M para la aplicación de problemas del mundo real.

Estimador DOA de Puntuación Cauchy para Radar MIMO Monoestático en un Entorno de Ruido Impulsivo (Xu et al., 2020)

El trabajo tuvo por objetivo determinar la dirección de llegada (DOA) de señales con ruido impulsivo en un radar monoestático de múltiples entradas y múltiples salidas. La investigación se inspiró en la estadística robusta, en específico en los estimadores M, en conjunto con una función de puntuación Cauchy para suprimir datos atípicos para una estimación robusta DOA.

El proceso se resume en que primero la función de costo de puntuación Cauchy fue derivada. Entonces, un algoritmo de optimización convexa fue utilizado para adquirir una eficiente solución para la función de costo y finalmente usando la matriz del sub-espacio de la señal obtenida de alternar el paso anterior se adaptó al algoritmo ESPRIT para obtener las estimaciones esperadas del DOA. El método propuesto fue comparado contra los algoritmos RD-Capon, RD-MUSIC y MUSIC en términos de la métrica de error cuadrático medio (RMSE). Los resultados mostraron mejores resultados en los aspectos de resolución angular, eficacia de la estimación y eliminación de ruido.

Detección y Estimación de Juntas Secuenciales Distribuidas para Ruido no Gaussiano (Reinhard and Zoubir, 2020)

El trabajo trató el problema de la prueba de hipótesis y la estimación de un parámetro aleatorio en ruido no gaussiano. El ruido no gaussiano es resultado de una mezcla de una distribución gaussiana conocida y una distribución contaminante desconocida. La investigación aportó dos esquemas robustos de comunicación sensitivos a distribuciones de contaminación. El primer esquema se centró en la derivación de límites superiores para las variaciones de los estimadores, el segundo era un esquema secuencial donde la detección y estimación de errores era limitada para todas las posibles distribuciones contaminantes. Como resultado se obtuvo un esquema que contiene un mínimo número de muestras en promedio.

El trabajo se validó con resultados de la métrica de error cuadrático medio para distribuciones contaminantes de alta densidad, estos resultados arrojaron indicadores que demostraron un buen resultado para los esquemas que utilizan el estimador M de Huber y distribución Cauchy.

Incrustación de Ruido Dinámico: Entrenamiento Consciente de Ruido y Adaptación para Mejoramiento de Voz (Lee et al., 2020)

El artículo propuso un método para mejora de señales de voz usando una incrustación de ruido llamada incrustación de ruido dinámico (DNE). Se agregó también la detección de actividad de voz para la detección de instantes donde no se contiene voz aplicando un umbral optimo para la obtención de información de ruido ambiental. Después de eso el DNE se extrajo utilizando la información del ruido con una red neuronal con capas totalmente conectadas. El proceso del método propuesto se muestra en la Figura 3.25.

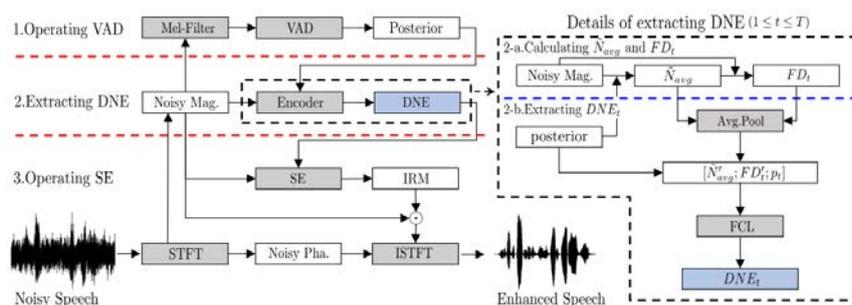


Figura 3.25: El diagrama esquemático del método propuesto en 3 etapas; funcionamiento de VAD, extracción de DNE y funcionamiento de SE. El proceso del paso dos se representa en la columna derecha encerrado con una línea punteada negra (Lee et al., 2020).

El método propuesto demostró robustez en ambientes no estacionarios o desconocidos, además de haber sido mejor respecto a las métricas de evaluación perceptiva de la calidad de voz (PESQ) y inteligibilidad objetiva a corto plazo (STOI) en la base de datos TIMIT.

Eliminación de Ruido Impulsivo de Valor Aleatorio de Imágenes en Escala de Grises Usando un Filtro Difuso Adaptable Espacialmente Basado en Cuadrantes (Nadeem et al., 2020)

Se presentó una técnica adaptativa espacial basada en reglas difusas para reducción de ruido impulsivo de valor aleatorio (RVIN) en imágenes en escala de grises, esta técnica presentó un concepto híbrido de deslizamiento de ventana que uso un ventana de gran tamaño junto con una descomposición de ventanas pequeñas para la detección de píxeles corrompidos en imágenes con ruido de baja o alta densidad. El método pasaba por una fase de detección de ruido; de existir un pixel con ruido se pasaba a una fase iterativa de filtrado basada en reglas difusas y dos funciones de membresía que delimitan los tamaños de ventana. Resultados cualitativos, del filtro propuesto contra filtros del estado del arte, para la imagen Lena se muestran en la Figura 3.26.



Figura 3.26: (a) original, (b) RVIN 40%, (c) NLM, (d) DWM, (e) ATFDF, (f) SBF, (g) CEF, (h) SDOOD, (i) MDW, (j) NWM, (k) AFIDM, (l) Filtro propuesto (Nadeem et al., 2020).

Resultados cualitativos con las métricas de PSNR Y SSIM se muestran en la Figura 3.27. Los experimentos mostrados en el trabajo comprenden densidades de RVIN de 50% a 60%, siendo que para la mayor densidad se obtuvieron valores de PSNR de 32.04 y SSIM de 0.805.

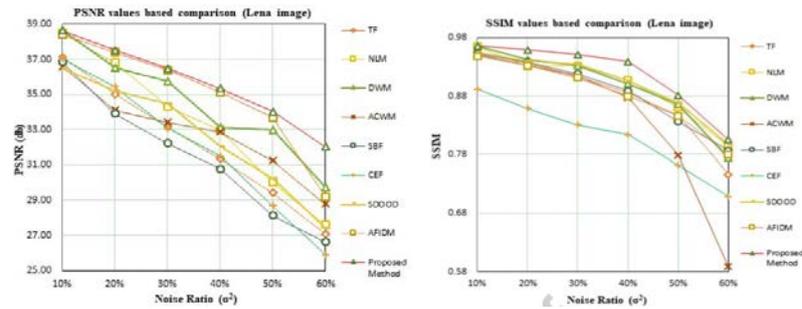


Figura 3.27: Resultados graficados para Lena: (a) PSNR y (b) SSIM (Nadeem et al., 2020).

Reducción de Ruido Impulsivo Usando Filtro Neuro-Difuso con Algoritmo Luciérnaga Mejorado de Bio-Imágenes de Rayos X (Pugalenthi et al., 2020)

En este trabajo se introdujo una red neuro-difusa diseñada para el filtrado de ruido impulsivo en imágenes médicas. Además, se mejoró una versión del algoritmo luciérnaga (FA) llamada búsqueda de diversidad basado en PSFA (SDPSFA) que era usado para reducir problemas de captura así como para determinar la forma óptima de la función de membresía del sistema difuso utilizado. Resultados cualitativos de las imágenes médicas de rayos X se muestran en la Figura 3.28.

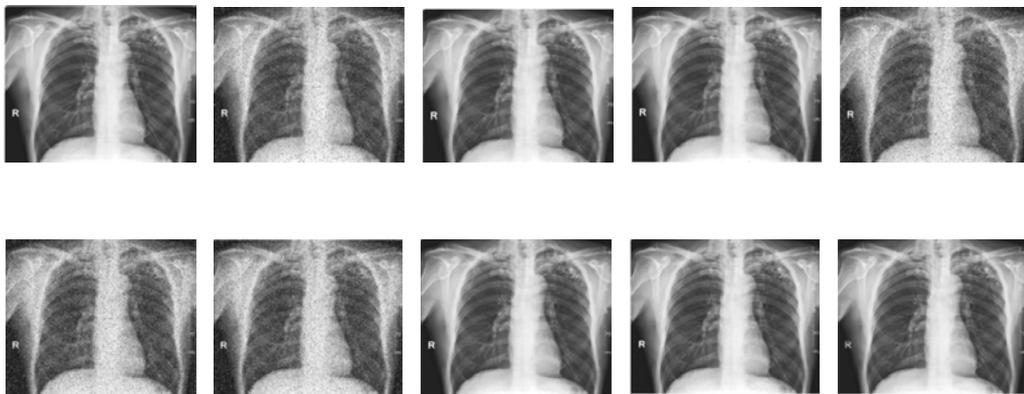


Figura 3.28: (a) original, (b) Ruido Impulsivo 30%, (c) EMF, (d) FF, (e) T2FCS, (f) GF, (g) HNFF, (h) GNFF, (i) SNFF, (j) SDPSFA (Pugalenthi et al., 2020).

Los resultados del filtro propuesto para una densidad de ruido de 30% mostraron mejores valores, que filtros de su estado del arte, en las métricas MSE (40.01), PSNR (42.12), MAE (30.6), SSIM (0.867) Y SDME (36.14).

Registro de imágenes usando Hampel y Estimadores Modificados M Hampel (Kanneganti and Pamula, 2018)

El trabajo presentó un método de registro de imágenes (IR), técnica de

procesamiento de imágenes que se utilizó para hacer coincidir dos o más imágenes de la misma escena capturadas con diferentes sensores, con estimadores M. Usando el coeficiente de correlación de estimación M (MCC) junto con una función Hampel y Hampel modificado obtienen un RI en presencia de oclusión y ruido de hasta 60%. La función de influencia de Hampel y Hampel utilizadas se muestran en la Figura 3.29.

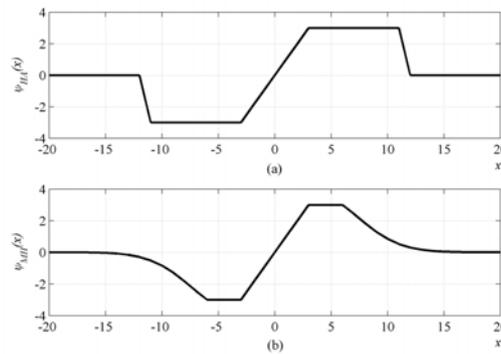


Figura 3.29: Función de influencia de: (a) Estimador M Hampel, (b) Estimador M Hampel modificado (Kanneganti and Pamula, 2018).

El trabajo fue comparado con el método de coeficiente de correlación selectivo en cuestión de tiempo, siendo MCC más rápido y robusto. También se utilizó Huber y Tukey en el método MCC, siendo el estimador M de Huber más rápido, mientras que el estimador M de Hampel modificado el de alta precisión. Los resultados experimentales demuestran que el método MCC podía registrar de manera eficiente imágenes de objetos, caras, e imágenes satelitales. Los resultados, en cuanto a tiempo, al menos demostraron que el método MCC funciona de manera rápida en presencia de ruido e imágenes ocluidas en comparación con los métodos clásicos de IR.

Eliminación de ruido de señal púlsar de rayos X para ruido impulsivo utilizando un paquete de ondas (Xiuping et al., 2017)

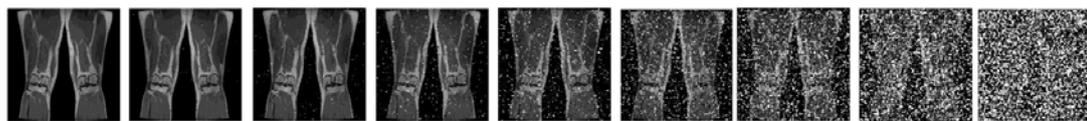
Se presentó un método que utilizaba la transformación de paquetes wavelet para la eliminación de ruido con el propósito de resolver el impacto del ruido impulsivo en el ámbito del dispositivo pulsar de rayos X. El método se presentó en tres fases principales, la primera establecía el modelo del sistema que contiene la señal contaminada del púlsar de rayos X. En segundo lugar, la señal transformada por paquete de ondas se calculaba de acuerdo con la entropía, con el objetivo de obtener la base óptima. Finalmente, el ruido impulsivo se filtraba con un el umbral adecuado.

Los resultados experimentales mostraron que el ruido de impulsivo se puede filtrar de las señales de una dimensión mediante el método propuesto, y el algoritmo mejoraba la SNR en aproximadamente un 40% en comparación con otros

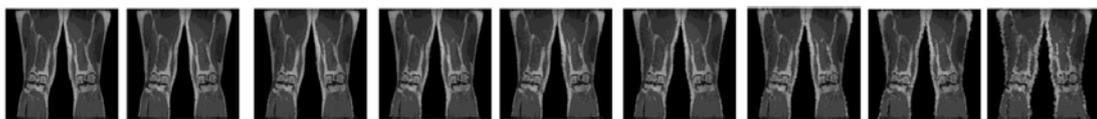
métodos en condiciones reales de baja SNR.

Filtro de media mediana-media de cuatro etapas para mejorar imágenes dañadas por ruido de sal y pimienta de alta densidad (Garg and Arya, 2020)

El artículo presentó un algoritmo de filtrado de cuatro etapas para mejorar imágenes corrompidas por ruido sal y pimienta de muy alta densidad. El algoritmo se componía de dos filtros de mediana recortada (TMF) como etapa inicial, seguidos por una serie de máscaras que seleccionaban los píxeles libres de ruido según su prioridad. Para reducir el efecto de desenfoque se dio mayor prioridad a TMF con un tamaño de ventana pequeño. En ausencia de píxeles libres de ruido, el píxel mayor actual se dejaba sin cambios en la primera etapa. Después, la eliminación de ruido de píxeles mayores no procesados se realizaba con TMF con una ventana de gran tamaño en la segunda etapa. Los píxeles con ruido restantes se mejoraban mediante el filtro de media en la tercera etapa. Finalmente, la última etapa manejaba los píxeles con ruido. El algoritmo fue puesto a prueba con una densidad de ruido de hasta 80%, imágenes de los resultados cualitativos pueden observarse en la Figura 3.30.



Imágenes con ruido impulsivo de 0%(original) a 80%.



Resultados del algoritmo propuesto.

Figura 3.30: Resultados cualitativos del algoritmo propuesto (Garg and Arya, 2020).

Los resultados experimentales demostraron una mejora promedio de 2.09 dB (0.018) y 1.06 dB (0.0478) de PSNR respectivamente para rangos de densidad de ruido muy altos (hasta 80%) sobre filtros clásicos del estado del arte.

Algoritmo de Reemplazo de Píxeles de Proximidad más Cercano Basado en Contenido Adaptable para Eliminar Ruido Sal y Pimienta de Alta Densidad en Imágenes (Vasanth and Varatharajan, 2020)

Se propuso un algoritmo de reemplazo de píxeles de proximidad más cercano basado en contenido adaptable para eliminar el ruido de sal y pimienta de alta densidad en las imágenes (ACCPRA) basado en un árbol de decisión para identificar y detectar si los píxeles de una imagen eran ruido o no. El algoritmo encontraba la distancia euclidiana entre el píxel procesado y el número de píxeles sin ruido dentro del núcleo de procesamiento, se requería que solo estén presentes

dos píxeles libres de ruido en el kernel para que funcionara. Los píxeles corruptos eran reemplazados por la mediana de píxeles que se produce con más frecuencia en el núcleo de procesamiento según la distancia euclidiana. El algoritmo aumentaba el tamaño de la ventana en dos cuando no había píxeles limpios en el núcleo de procesamiento. El algoritmo fue evaluado con las métricas de SSIM y PSNR para las densidades de 10% a 80%, en la Tabla 3.6 se muestran los resultados cualitativos para las densidades de 60% 80%.

Tabla 3.6: Resultados del artículo (Vasanth and Varatharajan, 2020).

Image	Baboon 256x256			
Noise	20%	40%	60%	80%
PSNR	29.82	26.99	24.72	22.28
SSIM	0.915	0.830	0.599	0.498

Resultados cualitativos de diversas imágenes pueden observarse en la Figura 3.31.



Figura 3.31: Rendimiento del algoritmo propuesto en diferentes imágenes de la base de datos de prueba estándar para densidades de ruido de 80% (Vasanth and Varatharajan, 2020).

Eliminación Cuántica de Ruido en Imágenes de Rayos X con Regularización de Variación Total Adaptativa (Prasath, 2017)

En este artículo se abordó el problema de la presencia de ruido en imágenes médicas de rayos X, se propuso un método de regularización de variación total adaptativa para la eliminación de ruido mediante un proceso cuántico de las imágenes de rayos X. El ruido a eliminar de las imágenes era el tipo de ruido presente en la vida real, el ruido de disparo que es aquel que tiene lugar cuando el número finito de partículas que transportan energía, tales como los electrones en un circuito electrónico o los fotones en un dispositivo óptico, es suficientemente pequeño para dar lugar a la aparición de fluctuaciones estadísticas apreciables en una medición. La regularización de variación total (TV) fue usada como base, esta técnica era

uno de los enfoques más conocidos para conservar los bordes sin comprometer la calidad de los resultados obtenidos por la eliminación del ruido. El método propuesto fue comparado con la regularización TV y ATV, las métricas utilizadas para la evaluación comprendieron RMSE, RE, FOM y MSSIM. Los resultados son visibles en la Tabla 3.32.

Figura 3.32: Resultados de las métricas para TV, ATV y el método propuesto para densidad de ruido de disparo del 20% (Prasath, 2017).

Image	Method	RMSE	RE	FOM	MSSIM
<i>Lena</i>	TV	0.4112	0.0548	0.9508	0.8230
	ATV	0.3637	0.0503	0.9667	0.8452
	Our	0.3532	0.0456	0.9708	0.9125
<i>Cameraman</i>	TV	0.4681	0.0501	0.9752	0.7892
	ATV	0.3701	0.0443	0.9834	0.8216
	Our	0.3622	0.0418	0.9901	0.8993
<i>Boat</i>	TV	0.4711	0.0534	0.9537	0.7397
	ATV	0.4388	0.0507	0.9618	0.8166
	Our	0.4197	0.0445	0.9693	0.8884

Los valores pequeños de RMSE y RE, junto con los valores altos de FOM y MSSIM significaron una mejor capacidad de restauración.

Estimación Robusta de Ruido para Imágenes Cerebrales Electromagnéticas con el Algoritmo Champagne (Cai et al., 2020)

El trabajo propuso varios métodos robustos para estimar el ruido proveniente del exterior del cerebro sin la necesidad de mediciones de referencia adicionales. La incorporación de estos métodos para la estimación de la covarianza de ruido diagonal pretendía mejorar la reconstrucción robusta de la actividad de la fuente cerebral bajo altos niveles de ruido e interferencia, al tiempo que mantenía las características de rendimiento del algoritmo Champagne, el cual era un algoritmo de inferencia bayesiano con gran éxito en la reconstrucción de fuentes M/EEG. En el trabajo se desarrollan dos variaciones robustas del algoritmo Champagne, maximización de expectativas con aprendizaje de ruido (EM_NL) y delimitación convexa con aprendizaje de ruido (CB_NL). Se demostró que las variantes resultantes del Champagne con aprendizaje de ruido, eran bastantes robustas para la inicialización y eran computacionalmente eficientes. En los experimentos, el rendimiento del algoritmo de aprendizaje de ruido propuesto era consistentemente superior al de Champagne clásico.

Eliminación del Ruido Sal & Pimienta de las Imágenes en Color Mediante una Técnica Difusa Adaptativa Basada en la Estimación del Histograma (Roy et al., 2020)

Este artículo presentó un algoritmo para eliminar el ruido de sal y pimienta de las

imágenes en color. Se propuso un filtro difuso adaptativo basado en la estimación de histograma (AFHE) en el que el tamaño de la ventana de procesamiento se adaptaba en función de las densidades de ruido locales utilizando un criterio basado en lógica difusa. El algoritmo utilizaba AFHE de forma iterativa y se incorpora un procedimiento iterativo adicional basado en la media gaussiana para el procesamiento de imágenes dañadas por ruido de impulso de densidad media y alta, respectivamente. Los experimentos se realizaron a cabo con una gran base de datos para diferentes clases de imágenes y el rendimiento se midió en términos de MSE y SSIM, gráficas de los resultados para la imagen de Lena y Peppers se muestran en la Figura 3.33.

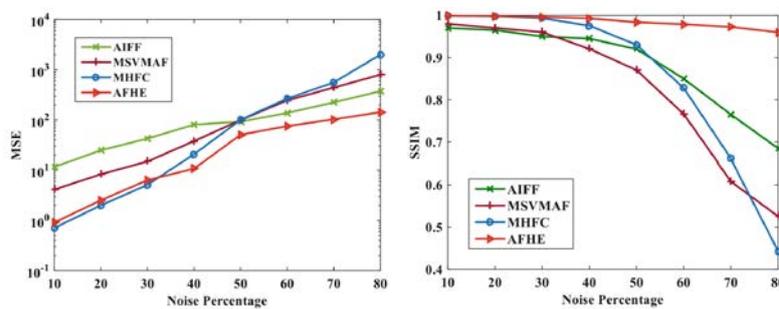


Figura 3.33: Comparación del rendimiento de Lena (256 x 256) para (a) MSE (c) SSIM (Roy et al., 2020).

Estrategia de Implementación de Filtros de Media y Difuso para Eliminar Ruido Gaussiano (Mahapatruni et al., 2020)

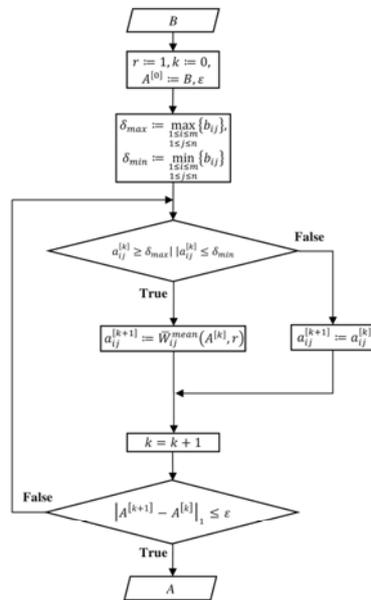
Este artículo presentó el filtrado de imágenes utilizando filtros de media y difusos para eliminar el ruido gaussiano de una imagen. Se realizó una comparación entre un filtro difuso y un filtro de media utilizando variaciones en el ruido gaussiano y en la resolución de las imágenes utilizadas. El filtro de media aplicaba la técnica de enmascaramiento en cada píxel de una ventana de una imagen, el píxel central se reemplazaba por el valor promedio. Por lo tanto, la media también se denomina filtro de media. La reducción del ruido de una imagen mediante un filtro difuso dependía de la hipótesis del conjunto difuso, explotaron reglas difusas para determinar el nivel de intensidad de un píxel en una ventana. El resultado de las pruebas realizadas se puede observar en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7: Resultados cuantitativos para las métricas PSNR y MSE (Mahapatruni et al., 2020).

Variance	Mean Function		Fuzzy Function	
	MSE	PSNR	MSE	PSNR
0.02	27.8246	77.5661	27.028	77.856
0.04	18.0984	81.8671	16.941	82.527
0.06	13.2203	85.0077	12.010	85.967
0.08	10.5391	87.2743	9.0892	88.754

Filtro de Media Iterativo para Eliminación de Ruido de Imágenes (Thanh et al., 2019)

El trabajo presentó un filtro de media iterativo (IMF) para eliminar el ruido de sal y pimienta. IMF utilizó la media de los valores de escala de grises de los píxeles sin ruido en una ventana de tamaño fijo a diferencia de otros filtros no lineales, IMF no aumentaba el tamaño de la ventana. Un tamaño grande reducía la precisión de la eliminación de ruido. Por lo tanto, IMF solo usaba una ventana con un tamaño de 3x3. Esta función hace que IMF pudiera evaluar con mayor precisión un nuevo valor para el píxel central. Por último, para tratar eficazmente el ruido de alta densidad, se propuso un procedimiento iterativo.

**Figura 3.34:** Diagrama de flujo del IMF (Thanh et al., 2019).

En cada paso de iteración, se consideraban ventanas de 3x3 cuyo píxel central tenía ruido. La media ponderada de una ventana era el nuevo valor de gris del píxel central. En el caso de que todos los píxeles de la ventana actual tuvieran ruido, el valor del píxel central de la ventana no cambiará. IMF tenía la interesante propiedad de que los píxeles lejanos tenían pesos más bajos, en otras palabras, la

influencia de los píxeles lejanos en el nuevo valor del píxel central en el caso de IMF es menor. Por lo tanto, IMF podía mantener detalles y bordes finos como se mostró en su sección experimental. El procedimiento iterativo se detenía si no había cambios en la distancia de Manhattan entre las imágenes en dos iteraciones consecutivas. El diagrama de flujo que representa el proceso completo se muestra en la Figura 3.34. Para evaluar los resultados se utilizaron las métricas PSNR, SSIM, VIF, IEF y MSSIM. Se compararon los resultados con los siguientes métodos de eliminación de ruido: BPDF, DBA, MDBUTMF, NAFSMF, AWMF, FDS y DAMF. Uno de los experimentos responde a una densidad de ruido de 60% y se obtuvieron los valores PSNR, SSIM de: BPDF (27,41 dB, 0,8759), DBA (30,38 dB, 0,9228), MDBUTMF (35,02 dB, 0,9452), NAFSMF (33,98 dB, 0,9387), AWMF (37,80 dB, 0,9754), DAMF (36,51 dB, 0,9704), FDS (29,77 dB, 0,9171), IMF (39,77 dB, 0,9805). Los resultados de eliminación de ruido de IMF demostraron ser los más altos en este y otros experimentos.

Filtro Bilateral Reductor de Ruido Speckle Basado en Estadísticas Locales para Imágenes Médicas de Ultrasonido (Singh et al., 2020)

En este artículo se diseñó un nuevo filtro de eliminación de ruido multiplicativo basado en estadísticas locales, medida de distancia Chi-cuadrada y función de núcleo basada en un filtro bilateral para su aplicación y uso en tiempo real. El filtro propuesto LSBF era capaz de preservar la información estructural fina esencial en las imágenes de ultrasonido eliminadas del ruido en mayor medida. El ruido multiplicativo a tratar era el Speckle, el cual se definió como:

$$f(x,y) = g(x,y) + (g^\alpha(x,y))\eta(x,y) \quad (3.25)$$

donde $g(x,y)$, $f(x,y)$ eran imágenes médicas originales y con ruido, respectivamente, x y y la ubicación del píxel, y α el parámetro que definía el tipo de la imagen de ultrasonido médico, por ejemplo, cuando $\alpha = 1$, luego por encima de la Ecuación 1 estaba diseñado para tratar con imágenes médicas reales y, en caso de que $\alpha = 0.5$, el modelo anterior se definía para tratar las imágenes médicas en modo B. El término $\eta(x,y)$ representa el ruido gaussiano que tiene una varianza σ^2 .

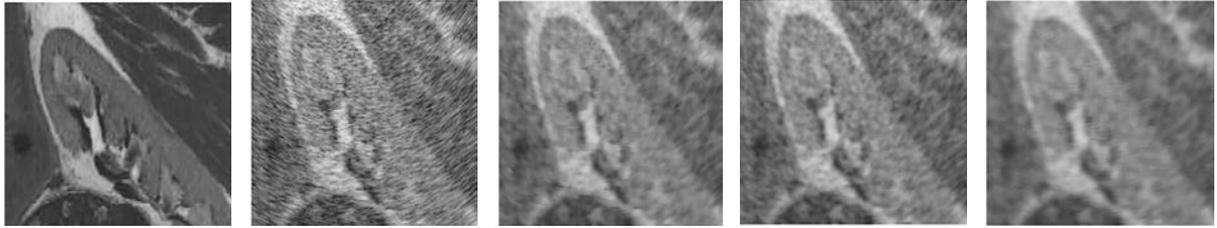


Figura 3.35: Resultados de eliminación de ruido obtenidos aplicando diferentes filtros de eliminación de ruido en imágenes de pruebas de riñón simuladas, (a) Imagen de riñón simulada (b) Imagen de riñón simulada con ruido (c) GF (d) CBF (e) Filtro LSBF propuesto (Singh et al., 2020).

El filtro propuesto LSBF fue comparado con el filtro guiado (GF) y el filtro bilateral clásico (CBF) en cuanto a las métricas PSNR, SNR y MSSIM. Los resultados cualitativos pueden observarse en la Figura 3.35 y los cuantitativos en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8: Resultados cuantitativos para las métricas PSNR, SNR y MSSIM (Singh et al., 2020).

Filters	PSNR	SNR	MSSIM
FG	15.18	7.58	0.4103
CBF	15.12	7.52	0.3798
LSBF	15.29	7.69	0.4666

Eliminación de Ruido de Imagen a Ciegas Profunda Universal (Soh and Cho, 2020)

En este artículo se presentó un método basado en una red neuronal convolucional (CNN) que aprovechaba las ventajas de métodos basados en la perspectiva bayesiana. El problema de la eliminación de ruido de la imagen a ciegas fue dividido en subproblemas para su resolución por partes. Concretamente se introdujo una variable aleatoria auxiliar para dividir y aproximar el valor original. La CNN resultante se denomina eliminación de ruido a ciegas profunda universal (DUBD), que aprovecha las ventajas de la inferencia máxima a posteriori y el poder del aprendizaje profundo. Se presentaron dos variaciones de DUBD, una que trabaja a ciegas DUBD-B y otra que no DUBD-NB. Las versiones de la red propuesta se compararon con métodos de aprendizaje profundo clásicos como: CBM3D, TNRD, RED, MemNet, DnCNN, FFDNet, UNLNet, y ATDNet; resultados cualitativos pueden observarse en la Figura 3.36.

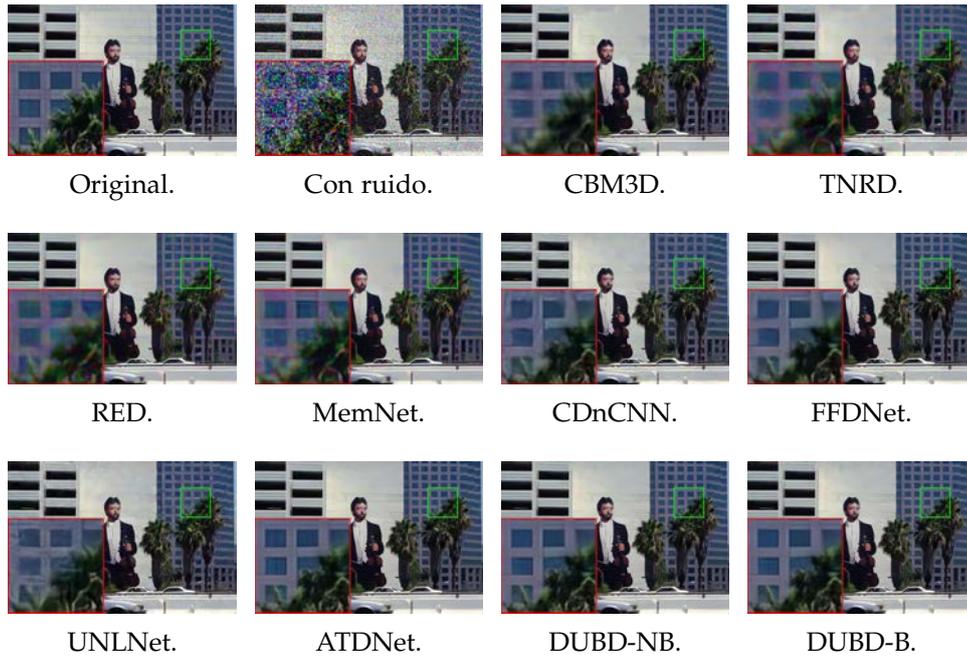


Figura 3.36: Ejemplos de eliminación de ruido para $\sigma = 50$ (Soh and Cho, 2020).

Eliminación de Ruido de Malla Robusta de Alta Fidelidad (Yadav et al., 2018)

Este artículo presentó un algoritmo de eliminación de ruido de malla de dos etapas. En la primera etapa, el filtrado normal de la frente se realizó mediante el uso de un filtrado normal bilateral en un marco de estadística robusto. La función de peso doble de Tukey se utilizó como función de similitud en la ponderación bilateral, que era un estimador robusto y detenía la difusión en los bordes finos para retener las características y eliminaba el ruido de las regiones planas. En la segunda etapa, se introdujo un operador de Laplace ponderado en los bordes para calcular una coordenada diferencial. Esta coordenada diferencial ayudaba al algoritmo a producir una malla de alta calidad sin ningún giro normal de la cara e hizo que el método fuera robusto contra el ruido de alta intensidad. La función *Tukey's bi-weight* era utilizada por ser la más prometedora, por ejemplo en comparación con la función gaussiana, porque no permitía la difusión entre características definidas y eliminaba los componentes de ruido a lo largo de estas características definidas de manera efectiva. En el algoritmo se utilizaba la función Tukey como función de similitud para producir características que preservaban las normales de cara suave. La función *Tukey's bi-weight* se definió como:

$$g(x, \sigma_s) = \begin{cases} \frac{1}{2} \{1 - (x/\sigma_s)^2\}^2 & \text{si } |x| \leq \sigma_s, \\ 0 & \text{si } |x| \geq \sigma_s \end{cases} \quad (3.26)$$

La forma grafica de la función de influencia se muestra en la Figura 3.37.

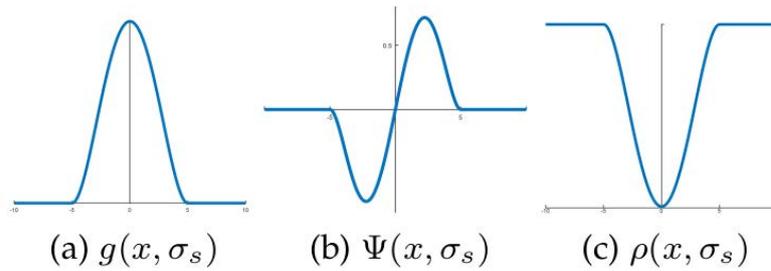


Figura 3.37: Función de Tukey bi-weight con su correspondiente función de influencia (Yadav et al., 2018).

Los resultados obtenidos fueron comparados con los trabajos de Filtrado anisotrópico de características superficiales no lineales (AFNLSF), Filtrado normal bilateral para eliminación de ruido de malla (BNFMD), Eliminación de ruido de la malla mediante la minimización de L0 (MDVL), Filtrado bi-normal para eliminar ruido de la malla (BFMD), Eliminación de ruido de la malla mediante regresión normal en cascada (MDCNR) y Eliminación de ruido de malla basada en el tensor de votación normal y optimización binaria (MDBNV). La Figura 3.38b muestra los modelos con ruido, que están corrompidos por un ruido uniforme ($\sigma_n = 0.5 l_e$) en direcciones aleatorias. Las figuras 3.38(c) - (i) muestran los resultados producidos por los métodos mencionados y el método propuesto. La segunda fila muestra la vista ampliada de la calidad de la malla en las esquinas afiladas. Las curvas características agudas se calcularon en $\theta = 65$ (para el modelo Bearing) y las caras de color rojo tienen una orientación incorrecta (normales invertidas).

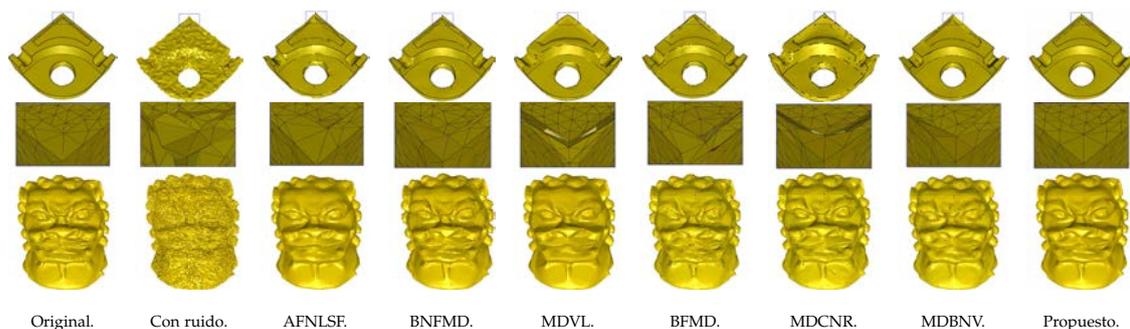


Figura 3.38: Ejemplos de eliminación de ruido para $\sigma = 50$ (Yadav et al., 2018).

Estimador M Redescendente Insha para Regresión Robusta: Estudio Comparativo (Ullah et al., 2006)

Este artículo presentó el estimador M redescendente Insha para la detección de valores atípicos y regresión robusta que superaba algunos inconvenientes de otros estimadores M para la detección de valores atípicos y regresión robusta, como la destrucción de los detalles finos y la falta de simplicidad en las aplicaciones. La función ψ asociada con el estimador propuesto alcanzó más linealidad

en la sección central antes de volver a descender, lo que resultó en una mayor eficiencia. Además, el estimador era continuo en todas partes y se podía escribir en forma cerrada sin el uso de una función indicadora. Este estimador cubre algunos inconvenientes de los estimadores M Redescendentes y se consideró como una herramienta para la detección de valores atípicos y regresión robusta (Ullah et al., 2006). La forma y propiedades de su función ψ correspondiente se aborda a continuación:

$$\rho(x) = \frac{c^2}{4} \left[\arctan\left(\frac{x}{c}\right)^2 + \frac{c^2 + x^2}{c^4 + x^4} \right] \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (3.27)$$

donde c es la constante de ajuste y para la i -ésima observación la variable x_i son los residuos escalados sobre MAD. Derivando respecto a x , se obtuvo la función ψ :

$$\psi(x) = x \left[1 + \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right]^{-2} \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (3.28)$$

Dividiendo la función 5 por r se obtuvo la correspondiente función de peso:

$$w(x) = \left[1 + \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right]^{-2} \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (3.29)$$

La grafica de la función ψ Insha se muestra en la Figura 3.39.

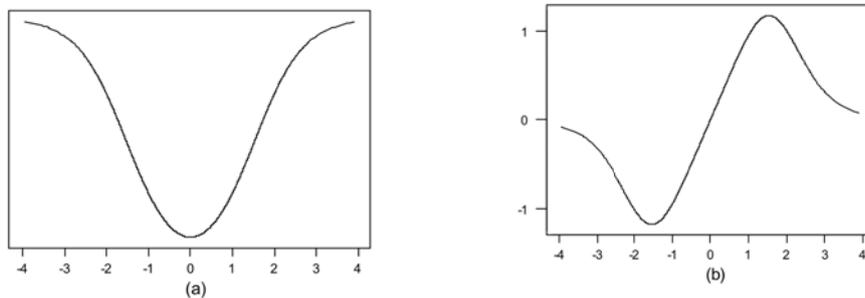


Figura 3.39: Gráfica de la función Insha (a) Función objetivo (b) Función ψ .

Estimador M Redescendente para Regresión Robusta (Noor-Ul-Amin et al., 2018)

En este artículo se introdujo un estimador redescendente para regresión robusta con el objetivo de eliminar el efecto de valores atípicos en los datos. El estimador propuesto rechazaba el efecto de los valores atípicos y proporciona resultados eficientes gracias a la función ψ y función objetivo propuesta, estas alcanzaban más linealidad en el centro antes de volver a descender en comparación con Insha, Tukey, Qadir y Andrews. La función de ponderación del estimador M redescendente propuesta también aclamaba proporcionar mejores resultados para el propósito en el que se introdujo. El estimador propuesto se definió con la función objetivo:

$$\rho(x) = \frac{c^2}{4} \left[\frac{\tan^{-1}\left(\frac{2x}{c}\right)^2}{4} + \frac{x^2 c^2}{c^4 + 16x^4} \right] \quad \text{para } |x| \geq 0 \quad (3.30)$$

donde $c[0, \infty]$ era una constante de ajuste. La función propuesta redescendente cumplió con las propiedades estándar. La función de los pesos era la siguiente:

$$w(x) = \left[1 + \left(\frac{2x}{c}\right)^4\right]^{-2} \quad (3.31)$$

La función de ponderación propuesta aclamaba cubrir los inconvenientes de los estimadores M redescendentes anteriores y proporcionaba menos ponderaciones a los valores atípicos. La Figura 3.40 muestra la naturaleza en descenso de la función propuesta y la comparación contra las funciones de Insha, Qadir y Tukey.

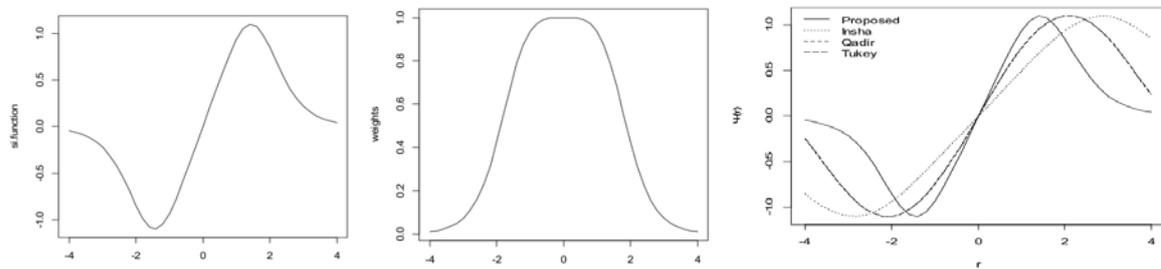


Figura 3.40: Gráfica de (a) función ψ (b) función de peso (c) Comparación de funciones ψ (Noor-Ul-Amin et al., 2018).

El estimador propuesto demostró ser mejor en aplicaciones reales con grupos pequeños de datos, rechazando completamente el efecto de los valores atípicos.

Eliminación de Ruido Adaptativo en Imágenes Basado en Lógica Difusa para Imágenes con Ruido Speckle (Yu et al., 2020)

El artículo propuso un modelo de eliminación de ruido speckle de imagen basado en lógica difusa. La principal aportación del trabajo fue el modelo de algoritmo basado en una función de pertenencia que atravesaba la imagen con ruido y preprocesa la imagen para suavizarla. Se diseñó una plantilla de máscara de 5x5 por definición de cálculo g-l con un parámetro desconocido en esta plantilla. La relación funcional entre el parámetro desconocido y el gradiente de la imagen hacía que el algoritmo del modelo fuera adaptativo. Finalmente, la operación de convolución se realizaba entre la plantilla y la imagen suavizada. Las funciones de pertenencia y peso de imagen se muestran graficadas en la Figura 3.41.

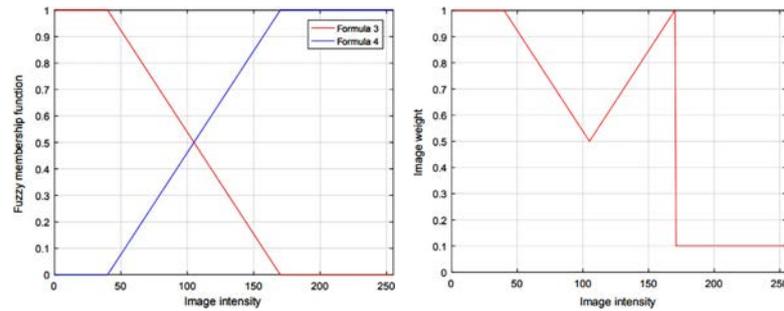


Figura 3.41: Función de membresía de (a) las fórmulas propuestas (b) Peso de imagen (Yu et al., 2020).

El método propuesto fue comparado contra Wiener, Median Filtering, PM, Wavelet, NL-Means, GAFIA, AFFT, y FOIA, con base en las métricas de PSNR y SSIM. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 3.42.

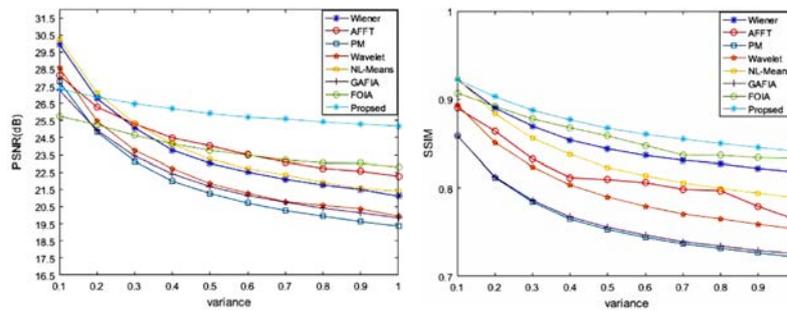


Figura 3.42: Curvas que muestran los valores para la imagen de ultrasonido de cerebro fetal con diferentes variaciones (a) PSNR (b) SSIM (Yu et al., 2020).

Algoritmo de Registro de Imágenes de Subpíxeles Basado en SURF y Consenso de Muestras con Estimador M (Wu et al., 2020)

El trabajo introdujo un método de registro de imágenes de subpíxeles basado en características robustas aceleradas y consenso de muestra con estimador M. Implicó principalmente cuatro aspectos, al principio, se extraían los puntos de características a nivel de subpíxeles según el algoritmo SURF. Después, se obtenían los pares de puntos coincidentes iniciales basados en los algoritmos de suma de diferencias cuadradas y biblioteca rápida para vecinos más cercanos aproximados. El siguiente paso comprendía eliminar el par de puntos que no coincidían según el algoritmo de consenso de la muestra del estimador M (MSAC). Finalmente, se calculaba la matriz de transformación geométrica basada en puntos de coincidencia preparados para alcanzar un registro de imagen de precisión de subpíxeles. El método propuesto funcionó con el MSAC y SURF, recibiendo el nombre de MSAC-SURF que constaba de cinco fases principales: extracción de puntos característicos, limpieza de pares de

puntos coincidentes, transformación geométrica y registro de imágenes. El método obtuvo como mayor propiedad el aumentar los valores *inliers* de forma interactiva y eliminar los valores atípicos para garantizar coincidencias correctas. Los resultados experimentales de varios pares de imágenes de teledetección con desplazamiento, ruido agregado, rotación y diferentes sensores, tiempos y tamaños, demostraron que el método propuesto pudo obtener más coincidencias anti interferentes que otros métodos y tener un menor costo computacional en el proceso de registro.

Estimador M Redescendente UK Eficiente para Regresión Robusta (Khalil et al., 2016)

El artículo presentó el desarrollo del un Estimador M redescendente UK para regresión robusta y detección de valores atípicos, que brindaba protección contra errores provocados a valores atípicos siendo que la función ψ del estimador de Uk era más lineal en el segmento central antes de volver a descender. Sobre la base de las propiedades de los estimadores M Redescendentes, el estimador propuesto contó con las propiedades y forma de función ρ y función objetivo (función ψ) dada por:

$$\rho(r) = \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)\sin\left(\frac{4}{9}\right)\left[\frac{r^{10}}{10c^8} - \frac{r^6}{3c^4} + \frac{r^2}{2}\right] & \text{para } |r| \leq c \\ \frac{3}{2}\sin\left(\frac{16c^2}{135}\right) & \text{para } |r| \geq c \end{cases} \quad (3.32)$$

Diferenciando la ecuación anterior con respecto a los residuos se obtuvo la función ψ , que tenía la siguiente ecuación:

$$\psi(r) = \begin{cases} r\left(\frac{3}{2}\right)\left\{1 - \left(\frac{r}{c}\right)^4\right\}^2\sin\left[\left(\frac{2}{3}\right)\left\{1 - \left(\frac{r}{c}\right)^4\right\}^2\right] & \text{para } |r| \leq c \\ 0 & \text{para } |r| \geq c \end{cases} \quad (3.33)$$

La graficación de las funciones anteriores se muestran en la Figura 3.43.

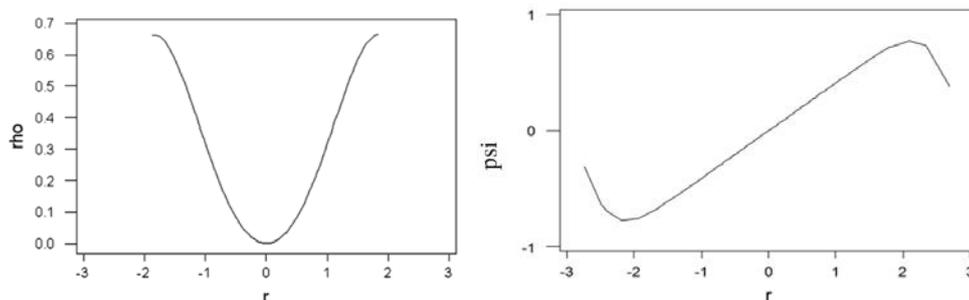


Figura 3.43: Gráfica de la función (a) ρ del estimador propuesto (b) ψ del estimador propuesto (Khalil et al., 2016).

Filtro de Imagen Adaptativo Basado en Transformación Difusa para la Reducción del Ruido Impulsivo (Schuster and Sussner, 2017)

En este artículo se presentó un filtro adaptativo basado en transformación difusa para la eliminación de ruido impulsivo. El método propuesto primero utilizó un filtro de mediana para reducir la cantidad de ruido impulsivo en una imagen dañada. Después se aplicaba la transformada difusa directa (FT) a la imagen resultante, restaurando los valores de píxeles correspondientes a las ubicaciones marcadas por el detector de ruido basado en reglas difusas mediante la transformada difusa inversa. Finalmente, se obtenía la salida del filtro de imagen propuesto combinando los píxeles restaurados con los marcados como silenciosos por el detector difuso de ruido. El filtro propuesto recibió el nombre de AFT-IF y resultados cualitativos pueden observarse en la Figura 3.44.

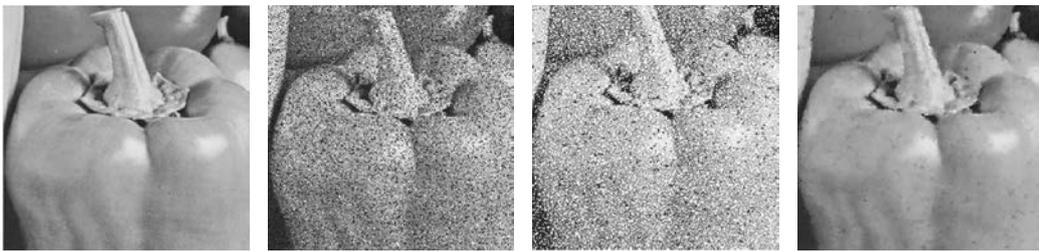


Figura 3.44: Imágenes correspondientes con (a) Original (b) Original con ruido impulsivo a 50% (c) Píxeles detectados de blanco (d) Imagen filtrada con método propuesto (Schuster and Sussner, 2017).

La principal ventaja de esta metodología es que conservaba detalles como bordes y texturas de la imagen original, al tiempo que reducía la cantidad de ruido impulsivo.

Eliminador de Ruido del Mundo Real con Función de Voz Wavelet (*Chiluveru and Tripathy, 2020*)

En este artículo se presentó una mejora del habla en entornos del mundo real con una función de voz. El artículo aclamaba tener tres grandes aportaciones. La primera aportación era el modelo propuesto analizado en entornos del mundo real. La segunda aportación era que el modelo propuesto utilizaba coeficientes de transformada de ondas discretas (DWT) como características de entrada y la última aportación residía en el Autoencoder Deep Denoising (DDAE) propuesto.

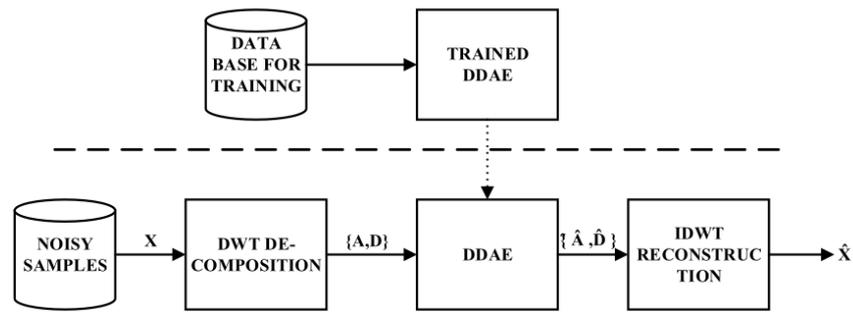


Figura 3.45: Diagrama de bloques del algoritmo propuesto de mejora de voz basado en DDAE (Chiluveru and Tripathy, 2020).

Los resultados demostraron que la función DWT tenía buenos resultados. El propuesto DDAE fue comparado con métodos convencionales como KLT, MMSE, DWT y Spectral Subtraction usando IMCRA, se encontró que las medidas de inteligibilidad y calidad objetiva del habla mostraban un resultado mejor en todos los niveles de SNR.

¡WHAM!: Ampliación de la Separación de Voz a Entornos Ruidosos (*Wichern et al., 2019*)

En este documento, se centró en aumentar el campo de los datasets de señales de audio hacia escenarios más realistas y desafiantes. Con ese fin, se presentó el conjunto de datos WSJ0 Hipster Ambient Mixtures (WHAM!), Que constaba de dos mezclas de altavoces del conjunto de datos wsj0-2mix combinadas con muestras de ruido ambiental real. Las muestras se recolectaron en cafeterías, restaurantes y bares del Área de la Bahía de San Francisco. Se compararon varias arquitecturas de separación de voz y funciones objetivas para evaluar su robustez al ruido. Si bien el rendimiento de la separación disminuía como resultado del ruido, se lograron notar ganancias sustanciales en relación con las señales ruidosas para la mayoría de los enfoques.

El conjunto de datos contiene 20.000, 5.000 y 3.000 mezclas instantáneas de dos hablantes en sus conjuntos de 30 horas de entrenamiento, 10 horas de validación y 5 horas de prueba, respectivamente. Los conjuntos de capacitación y validación comparten hablantes comunes, pero los altavoces del conjunto de prueba son diferentes. Hay cuatro variaciones del conjunto de datos wsj0-2mix, una versión mínima en la que se trunca la más larga de las dos señales, y una versión máxima en la que se agrega silencio a la señal más corta, ambas disponibles a frecuencias de muestreo de 16 kHz y 8 kHz. También existe una versión de tres altavoces de wsj0-mix. El conjunto de datos de ruido de fondo se registró en entornos urbanos como cafeterías, restaurantes, bares, edificios de oficinas, parques, etc., en el Área de la Bahía de San Francisco. El audio se grabó utilizando un micrófono binaural Apogee Sennheiser conectado a un teléfono inteligente, donde el micrófono se

montó en un trípode que normalmente se colocaba sobre una mesa con alturas que varían entre 1,0 y 1,5 m y una distancia entre micrófonos de entre 15 y 17 cm.

Eliminación de Ruido en Señal ECG Mediante el Algoritmo de Escalada β -hill y la Transformación de Ondas (Alyasseri et al., 2017)

En este artículo, los autores propusieron un método híbrido de escala β -hill combinada con transformada de ondas para eliminar el ruido de las señales de ECG. La selección de parámetros de ondículas se definió como una tarea desafiante que generalmente se realiza en base a evidencia empírica o experiencia. Por lo tanto, β -hill debía encontrar los parámetros de ondícula óptimos para la eliminación de ruido de la señal de ECG que pudieran obtener el error cuadrático medio mínimo entre las señales de ECG original y sin ruido. El método propuesto se probó utilizando un conjunto de datos de ECG estándar establecido por MIT-BIH. El método propuesto demostró un excelente rendimiento de reducción de ruido para las señales de ECG, y la calidad de la señal eliminada es adecuada para el diagnóstico clínico. Rendimientos del método creado pueden verse en la Figura 3.46 que muestra que existe una relación lineal entre la SNR de entrada y la SNR de salida.

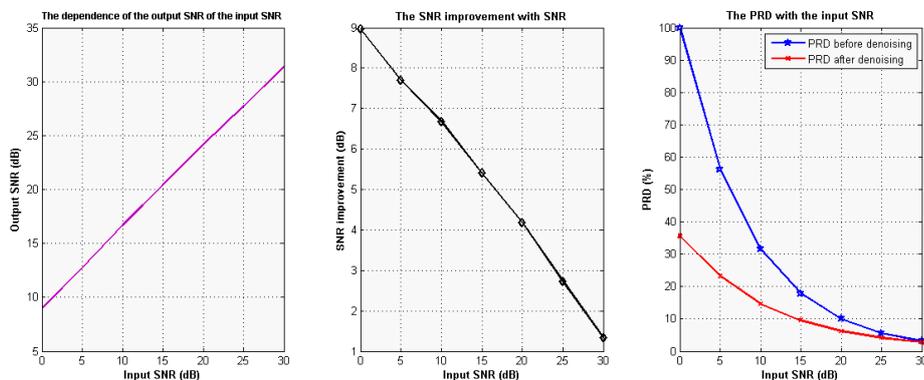


Figura 3.46: Rendimiento de la escalada β -hill para eliminar el ruido de la señal de ECG (Alyasseri et al., 2017).

Eliminación de Artefactos y Ruido para Electroencefalograma (EEG): Revisión de la Literatura (Lai et al., 2018)

En este trabajo se realizó una revisión de la literatura para estudiar los trabajos que se han realizado para la eliminación de ruidos y artefactos desde el año 2010 hasta el 2018. Se encontró que los enfoques convencionales incluyen ICA, análisis basado en wavelets, análisis estadístico y otros. Sin embargo, las formas descritas de eliminación de artefactos no pudieron eliminar cierto ruido y provocaban la pérdida de información al desechar directamente los componentes contaminados. A partir del estudio, se demostró que la combinación de métodos convencionales con

otros métodos se usaba popularmente, ya que era capaz de mejorar la eliminación de artefactos. La tendencia popular de eliminación de artefactos hacía uso del aprendizaje automático para proporcionar una solución automatizada con mayor eficiencia, pero con la necesidad de un entrenamiento correcto.

Reducción de Ruido Speckle en Imágenes de Ultrasonido para Mejorar la Evaluación Metrológica de Aplicaciones Biomédicas: Revisión (Duarte-Salazar et al., 2020)

Este trabajo presentó una descripción general de los métodos de filtrado de ruido speckle implementados en imágenes. Se describieron los enfoques más comunes en el campo junto con un grupo de técnicas y métodos híbridos muy relevantes en el filtrado de ruido speckle y ofrecen alternativas para resolver problemas comunes en imágenes. El filtrado de ruido speckle generalmente se arruina en etapas posteriores (por ejemplo, segmentación o detección de regiones de interés) porque tiende a suavizar características importantes como geometrías y texturas. Por lo tanto, este estudio describió técnicamente un total de 27 métodos diferentes de filtrado de manchas en imágenes, que se clasificaron en métodos de análisis dinámico, análisis de tiempo-frecuencia, nuevos métodos, HT y técnicas basadas en el aprendizaje automático. Además, se detallaron cinco métricas de distorsión, comunes en los procesos de evaluación de filtros, junto con una metodología de compensación entre métricas de no referencia, que pudo generar mayor certeza en la clasificación de los filtros al tomar en cuenta información del comportamiento en términos de calidad perceptiva. En la Tabla 3.9 se muestra la aportación con las ventajas y desventajas de las técnicas revisadas en este trabajo.

Tabla 3.9: Ventajas y desventajas de las categorías consideradas en este trabajo (Duarte-Salazar et al., 2020).

Techniques	Advantages	Disadvantages
Dynamic Analysis-Based Techniques	Gradual smoothing	Oversmoothing
	Strong speckle suppression	Exhaustive parameter tuning Removal of meaningful structural details with low-intensity contrasts.
SAR-Based Methods	Simple	Assumes Gaussian distribution
	Real-time implementations	Exhaustive parameter tuning (empirical)
Wavelet-Based Methods	Good behavior in regions with constant distributions	Eradication of weak and diffused edges Poor performance if the variance of a region is quite high
	Simple	Requires fine-tuning of thresholding value
Modern Techniques (SBF)	Properties like sparsity, multiresolution and multiscale nature	Tend to produce ringing artifacts when preserving features
	Good performance with high-level noise	
Modern Techniques (OBNLM)	Simple	Oversmoothing
	It very well preserves the local features	Introduce artifact
Modern Techniques (SRBF)	Very efficient for smoothing homogeneous areas while preserving edges.	Exhaustive parameter tuning
	Does not require a predefined region to tune the intensity of the filtering.	High complexity. Exhaustive parameter tuning. Features with low contrasts are usually heavily blurred.
Hybrid Techniques	It preserves the shape edge	Introduce false edges
	Good performance in speckle reduction.	Leads to staircase effect Gradient reversal
Machine Learning-Based Techniques	Edge preservation.	Techniques are sensitive to the combination used.
	Achieves maintains important anatomical features.	Increase the number of parameters to adjust. It can be overfitting the type of US image used.
Machine Learning-Based Techniques	Avoid the manual fitting	High complexity
	generalize with different types of US data	Requires clean data for training

3.4. Discusión del Estado del Arte

Los trabajos mencionados en el estado del arte abarcan diversos temas referentes al procesamiento de señales que son de importancia para esta investigación, entre los temas de interés se encuentran: estimadores M , filtros clásicos para el procesamiento de señales, lógica difusa para procesamiento de señales, métricas para la evaluación de resultados, optimización de filtros, eliminación de ruido en una y dos dimensiones. Este compendio de artículos se compone principalmente de trabajos recientes que sustentan a este trabajo como un trabajo de actualidad. A continuación se muestra en la Tabla 3.10 información resumida de las partes clave de cada artículo que comprenden el nombre del trabajo, objetivo, algoritmos/métodos

utilizados y la utilidad para esta investigación.

Tabla 3.10: Tabla de clasificación del los artículos del estado del arte.

Categoría		Utilidad	Artículos
Estadística Robusta	Estimadores M	Estimadores M y M Redescendentes para eliminación de datos atípicos en conjuntos de datos e imágenes.	(Ollila et al., 2020), (Gao et al., 2019), (Mújica-Vargas et al., 2019), (Mújica-Vargas et al., 2018), (Dagar et al., 2018), (Mújica-Vargas et al., 2017), (Pearson et al., 2016), (Kumar and Nanalya, 2016), (Noor-ul Amin et al., 2020), (Kanneganti and Pamula, 2018), (Yadav et al., 2018), (Ullah et al., 2006), (Noor-Ul-Amin et al., 2018), (Wu et al., 2020) y (Khalil et al., 2016).
	Estimadores Robustos	No lineales para diversas aplicaciones.	(Meer, 2020), (Yadav et al., 2020), (Cai et al., 2020), (Thanh et al., 2019) y (Singh et al., 2020).
Filtros Difusos		Conceptos difusos para eliminación de ruido.	(Nadeem et al., 2019), (Chen et al., 2016), (Nadeem et al., 2020), (Pugalethi et al., 2020), (Roy et al., 2020), (Mahapatruni et al., 2020), (Yu et al., 2020) y (Schuster and Sussner, 2017).
Recuperación de Señales		Métodos de recuperación de señales clásicos y recientes.	(El-Fiqi et al., 2019), (Ye et al., 2017) y (Candes et al., 2006).
Eliminación de Ruido	Impulsivo	Clásico y aleatorio.	(Gao et al., 2019), (Mújica-Vargas et al., 2018), (Mújica-Vargas et al., 2017), (Chen et al., 2016), (Kumar and Nanalya, 2016), (Gao and Liu, 2015), (Zhang and Wang, 2015), (Xu et al., 2020), (Nadeem et al., 2020), (Pugalethi et al., 2020), (Xiuping et al., 2017), (Garg and Arya, 2020), (Vasanth and Varatharajan, 2020), (Roy et al., 2020), (Schuster and Sussner, 2017) y (Soh and Cho, 2020).
	Speckle	-	(Nadeem et al., 2019), (Sivaranjani et al., 2019), (Mafi et al., 2018), (Saadia and Rashdi, 2018), (Singh et al., 2020), (Yu et al., 2020) y (Duarte-Salazar et al., 2020).
	Gaussiano	-	(Mafi et al., 2018), (Perrot et al., 2014), (Reinhard and Zoubir, 2020) y (Mahapatruni et al., 2020).
Una Dimensión		-	(Lee et al., 2020), (Chiluveru and Tripathy, 2020), (Wichern et al., 2019), (Alyasseri et al., 2017), (Lai et al., 2018) y (El-Fiqi et al., 2019).
Señales Médicas		De una y dos dimensiones.	(Pugalethi et al., 2020), (Xiuping et al., 2017), (Prasath, 2017), (Cai et al., 2020), (Singh et al., 2020), (Alyasseri et al., 2017), (Lai et al., 2018), (Duarte-Salazar et al., 2020), (Nadeem et al., 2019), (El-Fiqi et al., 2019) y (Mafi et al., 2018).

Capítulo 4

Metodología

4.1. Estimadores propuestos

La propuesta se enfocó en eliminar el ruido aditivo y multiplicativo con el estimador Insha, ya que la distribución normal de estos ruidos se logró modelar de manera óptima a través de este enfoque. Para el ruido impulsivo, se utiliza el estimador de tres partes de Hampel, que tiene un comportamiento adaptativo gracias al componente MAD, lo que permite, a través de sus umbrales, la supresión correcta del ruido impulsivo. Para hacer que el proceso sea más robusto, se siguió la estructura del filtro de Wiener. El filtrado de Wiener minimiza el error cuadrático medio global en el proceso de filtrado inverso y suavizado del ruido. Wiener estima la media y la varianza local alrededor de cada píxel (Chen et al., 2006) de la siguiente forma:

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} a(n_1, n_2), \quad (4.1)$$

y

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum_{n_1, n_2 \in \eta} a^2(n_1, n_2) - \mu^2, \quad (4.2)$$

donde η es la vecindad local $N \times M$ de cada píxel en la imagen X . Wiener crea un filtro por píxel utilizando estas estimaciones. Con las medidas anteriores, tenemos la siguiente ecuación:

$$b(n_1, n_2) = \mu + \frac{\sigma^2}{v^2} (a(n_1, n_2) - \mu). \quad (4.3)$$

donde v^2 es la varianza del ruido. Si la varianza del ruido no se proporciona, Wiener utiliza el promedio de todas las varianzas locales estimadas. Luego, considerando lo anterior, reescribimos las medias locales en términos de un estimador redescendente:

$$\mu(\hat{x}) = \frac{1}{nm} \sum_{i,j} \psi(x) \quad (4.4)$$

donde \tilde{x} es la observación de la imagen ruidosa y \hat{x} es el resultado del componente del filtro de Wiener. La varianza local es la siguiente:

$$\zeta^2(\hat{x}) = \frac{1}{nm} \sum_{i,j \in \eta} \psi^2(x_{ij}) - \mu^2(x) \quad (4.5)$$

La varianza del ruido es la siguiente:

$$v^2(\hat{x}) = k \cdot \text{med}\{|\psi x_{ij} - \text{med}(\psi(x_\eta))|\} \quad (4.6)$$

donde k es un factor de escala para datos distribuidos normalmente; utiliza el recíproco de la función cuantil Φ^{-1} , mientras que $3/4$ representa la porción que cubre el 50

$$k = \frac{1}{\Phi^{-1} \frac{3}{4}} = 1.4826 \quad (4.7)$$

Como resultado de las ecuaciones anteriores, utilizando un filtro con la estructura de Wiener pero operando con las propiedades del estimador M redescendente, se planteó lo siguiente:

$$\tilde{x} = \psi(x) + \frac{\zeta^2(\hat{x}) - v^2(\hat{x})}{\zeta^2(\hat{x})} \cdot (x - \psi(x)) \quad (4.8)$$

La función de influencia ψ puede tomar el valor de Insha = $\psi_{I(r)}$ o Hampel = $\psi_{HAM(a,b,r)}$, dependiendo del tipo de ruido que se desee procesar. De esta manera, combinamos los dos métodos no paramétricos que permiten la eliminación del ruido impulsivo y multiplicativo mediante un procedimiento de suavizado de Wiener y la robustez proporcionada por un estimador M redescendente. Las funciones de influencia utilizadas se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Funciones de influencia modificadas del Estimador M Redescendente.

Función	Fórmula	Umbrales
Insha	$\psi_{I(r)}(x) = x \cdot [1 + (\frac{x}{c})^4]^2$ for $ x \geq 0$	$c = k \cdot \text{Med}(\tilde{x}_i - \text{Med}(h))$
Hampel's T.P.R.	$\psi_{HAM(a,b,r)}(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq a \\ a \cdot \text{sgn}(x) & a \leq x \leq r \\ a \cdot \frac{r- x }{r-b} & b \leq x \leq r \\ 0 & 0 \leq x \end{cases}$	$r = k \cdot \text{Med}(\tilde{x}_i - \text{Med}(h))$, $a = 0,15 \cdot r$ y $b = 0,85 \cdot r$

4.2. Diagrama Solución

Con la aportación explicada se desarrolló un nuevo diagrama de solución el cual abarca las funciones de influencia de los estimadores M Redescendentes que se modificaron. El diagrama se puede ver en la Figura 4.1.

Capítulo 5

Experimentación y Resultados

En este capítulo se presentan los experimentos diseñados e implementados para este trabajo, así como las métricas de evaluación y resultados obtenidos.

5.1. Diseño e Implementación de Experimentos

En esta sección se detallan los experimentos y métricas implementadas a los filtros basados en los Estimadores M Redescendentes propuestos.

5.2. Métricas

Para la evaluación de los resultados de esta investigación, por el momento, se contemplan las tres métricas más utilizadas en el estado del arte.

- *Peak Signal-to-Noise Ratio* (PSNR) define la relación entre la máxima energía posible de una señal y el ruido que afecta su representación (*Vijaykumar et al., 2009*). PSNR se expresa de la siguiente forma:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left[\frac{255^2}{MSE} \right] \quad (5.1)$$

MSE es el error cuadrático medio y se determina como:

$$MSE = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [x(i,j) - y(i,j)]^2 \quad (5.2)$$

donde, $M \cdot N$ es el tamaño de la imagen, $x(i,j)$ es la imagen original y $y(i,j)$ es la imagen restaurada.

- *Structural Similarity* (SSIM) es una métrica que se utiliza para medir la similitud entre dos imágenes (*Wang et al., 2004*). Se define de la siguiente

manera:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(1\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (5.3)$$

donde μ_{x_k} y μ_{y_k} son la intensidad media de x_k y y_k ; σ_{x_k} y σ_{y_k} las desviaciones estándar de x_k y y_k ; $\sigma_{x_k y_k}$ la covarianza entre x_k y y_k ; $C1 = (255K_1)^2$ y $C2 = (255K_2)^2$ son pequeñas constantes para estabilizar a SSIM con $K_1 = 0,01$ Y $K_2 = 0,03$ (Zhang et al., 2013).

- Mean Absolute Error (MAE) mide la magnitud promedio de los errores en un conjunto de predicciones, sin considerar su dirección. Es el promedio sobre la muestra de prueba de las diferencias absolutas entre la predicción y la observación real donde todas las diferencias individuales tienen el mismo peso. Se expresa de la siguiente forma:

$$MAE = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |x(i, j) - y(i, j)| \quad (5.4)$$

5.3. Experimentos

El rendimiento del filtro propuesto se valida a través de tres pruebas: procesamiento de imágenes en escala de grises estándar y médicas, procesamiento de imágenes de diferentes tamaños y lotes, y procesamiento de imágenes y videos a color.

Procesamiento de Imágenes en Escala de Grises Estándar y Médicas

En primer lugar, este experimento se llevó a cabo utilizando métricas de calidad e imágenes de prueba, como Lena estándar (512×512), lbox_66720-Afbeelding7 (abreviada como e2, 437×520), mdb332DNORM (abreviada como e3, 425×390) y 00000152_016 (abreviada como e4, 272×530) de los conjuntos de datos FUJIFILM Healthcare Europe (2020); Suckling (2017); Jhon Beltran (2018). En la ejecución, se corrompieron las imágenes con ruido aditivo y multiplicativo en un rango de varianza de 0.02 a 0.12 y ruido impulsivo de 0.1 a 0.6.

El rendimiento de nuestro filtro se comparó con cuatro métodos de filtrado de última generación que se probaron ampliamente para suprimir diferentes tipos de ruido, como el método de medias no locales (NLM) Buades et al. (2005); Immerkaer (1996), BM3DDabov et al. (2007), filtro bilateral Tomasi and Manduchi (1998), filtro trilateral Garnett et al. (2005), y estimación de parámetros para el filtrado de difusión anisotrópica Perona and Malik (1990); Tsotsios and Petrou (2013).

Programamos el filtro propuesto en MATLAB en un procesador Intel(R) Core(TM) i5-8400 CPU @2.8 GHz con seis núcleos y 32 GB de RAM. Los métodos comparativos también se implementaron en MATLAB. Los resultados de la

experimentación con las métricas PSNR, SSIM y MAE se pueden observar en la Tabla 5.1 para la imagen en escala de grises Lena. Según la tabla, podemos ver que el filtro propuesto, considerando las funciones de influencia redescendente en las densidades más bajas, tiene un rendimiento medio-bajo. Sin embargo, a medida que aumenta la densidad de ruido, el rendimiento de nuestro filtro propuesto es más eficiente que los filtros comparativos, especialmente para el ruido multiplicativo.

Tabla 5.1: Resultados de restauración en términos PSNR, SSIM y MAE para Lena para el método propuesto. Aditivo (A), multiplicativo (M), impulsivo (I), bilateral (Bi) y trilateral (Tri).

Noise Type	Noise Density	Denoising Method																	
		PSNR					SSIM					MAE							
		R	NLM	AD	BM3D	Bi	Tri	R	NLM	AD	BM3D	Bi	Tri	R	NLM	AD	BM3D	Bi	Tri
A	0.02	27.71	28.30	26.69	17.061	18.274	30.45	0.74	0.75	0.65	0.45	0.36	0.74	0.0227	0.0223	0.0208	0.0675	0.0980	0.0323
	0.04	26.37	26.34	24.18	15.088	15.622	29.542	0.67	0.66	0.54	0.44	0.32	0.66	0.0361	0.0348	0.0387	0.0936	0.1340	0.0505
	0.06	25.33	25.08	23.09	13.921	14.186	25.257	0.62	0.60	0.54	0.44	0.30	0.62	0.0415	0.0412	0.0468	0.1136	0.1593	0.0597
	0.08	24.48	24.16	22.28	13.123	13.250	24.514	0.59	0.56	0.50	0.43	0.30	0.57	0.0467	0.0470	0.0486	0.1298	0.1787	0.0682
	0.1	23.72	23.38	21.44	12.517	12.580	23.700	0.56	0.53	0.45	0.43	0.29	0.54	0.0511	0.0511	0.0514	0.1436	0.1944	0.0741
	0.12	22.99	22.77	21.00	12.030	12.072	23.011	0.53	0.50	0.51	0.42	0.29	0.48	0.0554	0.0563	0.0543	0.1559	0.2074	0.0816
M	0.02	29.01	30.24	30.46	18.433	23.460	23.425	0.81	0.79	0.82	0.38	0.51	0.79	0.0227	0.0223	0.0208	0.0538	0.0538	0.0323
	0.04	28.46	28.47	28.43	16.525	20.758	21.752	0.78	0.72	0.77	0.36	0.45	0.67	0.0254	0.0270	0.0279	0.0741	0.0737	0.0392
	0.06	27.95	27.59	27.31	15.397	19.167	20.276	0.75	0.68	0.72	0.35	0.41	0.64	0.0279	0.0303	0.0303	0.0893	0.0887	0.0439
	0.08	27.46	26.72	26.43	14.569	18.033	20.045	0.73	0.65	0.70	0.34	0.39	0.61	0.0301	0.0334	0.0324	0.1026	0.1015	0.0484
	0.1	27.04	26.06	25.72	13.936	17.161	19.873	0.71	0.62	0.69	0.34	0.37	0.58	0.0321	0.0357	0.0353	0.1139	0.1123	0.0518
	0.12	26.67	25.59	25.12	13.409	16.442	19.742	0.70	0.60	0.66	0.33	0.36	0.75	0.0339	0.0382	0.0363	0.1244	0.1221	0.0554
I	0.1	26.08	21.73	14.78	13.647	16.635	30.436	0.53	0.40	0.12	0.36	0.36	0.55	0.0347	0.0317	0.0572	0.0949	0.0733	0.0460
	0.2	21.96	22.65	13.74	11.503	13.713	28.456	0.50	0.37	0.24	0.35	0.31	0.54	0.0502	0.0471	0.0662	0.1509	0.1254	0.0683
	0.3	19.06	20.20	13.20	10.343	12.052	21.450	0.47	0.32	0.35	0.35	0.29	0.54	0.0658	0.0633	0.0766	0.1942	0.1718	0.0918
	0.4	16.77	17.75	12.33	9.474	10.835	18.562	0.45	0.29	0.37	0.35	0.28	0.49	0.0834	0.0782	0.0858	0.2327	0.2165	0.1134
	0.5	15.01	15.83	11.73	8.825	9.943	14.943	0.39	0.26	0.38	0.35	0.27	0.45	0.1015	0.0916	0.0929	0.2659	0.2566	0.1328
	0.6	13.47	14.17	12.10	8.306	9.202	14.202	0.35	0.24	0.36	0.34	0.27	0.35	0.1225	0.1055	0.1040	0.2954	0.2946	0.1530

Los resultados se pueden identificar de manera más sencilla en los gráficos de la Figura 5.1, 5.2 y 5.3 . Estos gráficos muestran el promedio de las métricas para las cuatro imágenes de prueba utilizando el estimador Insha para el ruido aditivo y multiplicativo, exhibiendo un comportamiento más tolerante a medida que aumenta la densidad del ruido. Por otro lado, para el estimador Hampel, se observa un comportamiento inverso, ya que tiene un rendimiento más eficiente a bajas densidades de ruido impulsivo. Sin embargo, a medida que aumenta la densidad de ruido, se ve más afectado.

La Figura 5.4 confirma que la imagen de Lena filtrada utilizando funciones redescendentes se alinea con los resultados esperados de las métricas. Se observa un mejor rendimiento a altas densidades de ruido tanto para el ruido aditivo como para el multiplicativo con el estimador Insha, mientras que visualmente, las imágenes procesadas muestran una mejor preservación de los detalles. En contraste,

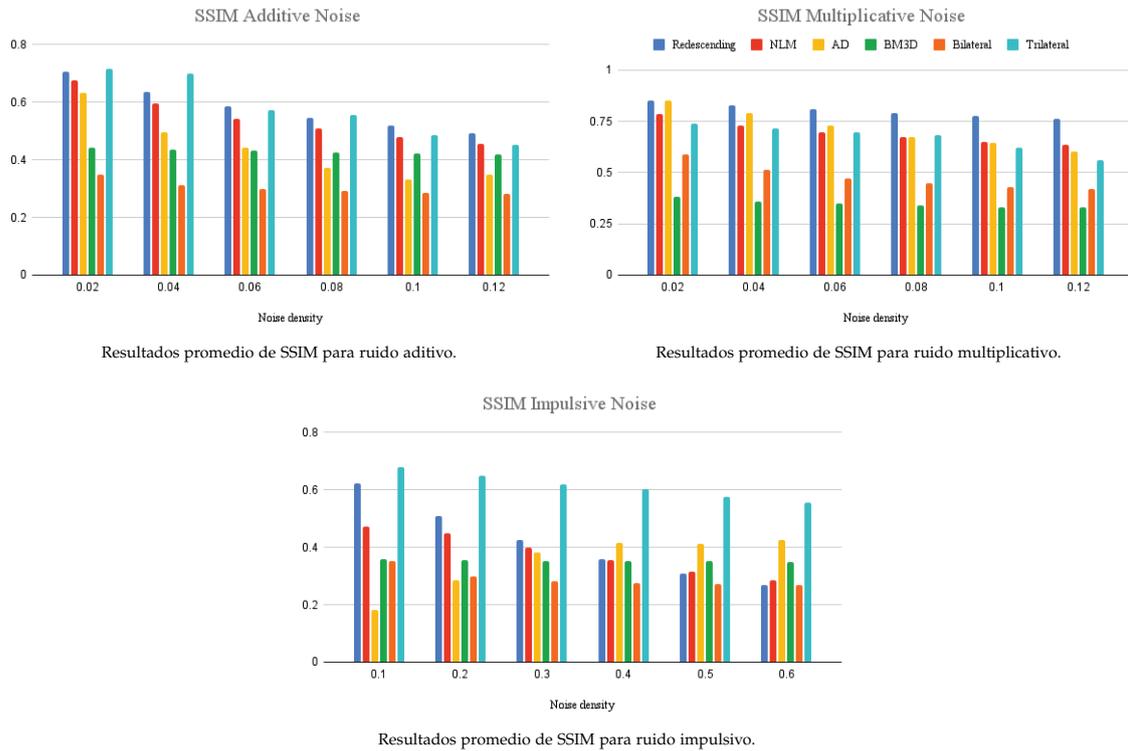


Figura 5.1: Ilustraciones gráficas de los resultados promedio de la métrica SSIM para las cuatro imágenes de prueba.

el estimador Hampel muestra resultados superiores para el ruido impulsivo a bajas densidades.

La Figura 5.5 presenta los resultados para las imágenes e2, e3 y e4; demostrando la eficacia del filtro propuesto en la eliminación eficiente de varios tipos de ruido de imágenes médicas.

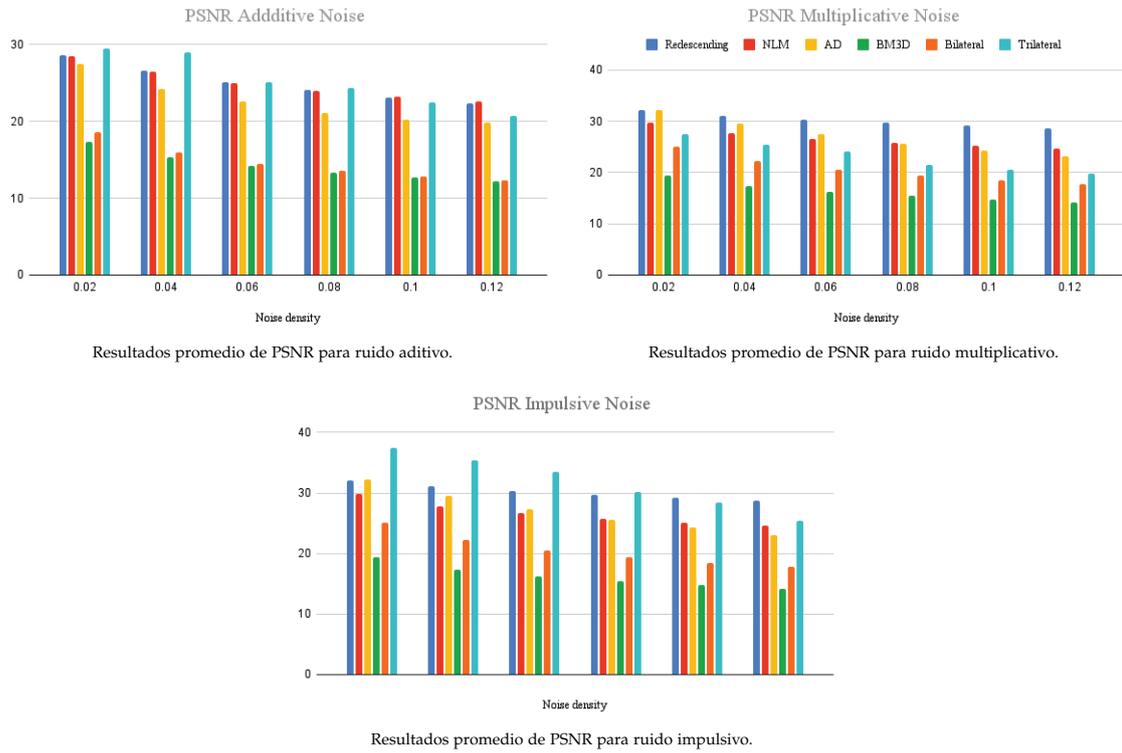


Figura 5.2: Ilustraciones gráficas de los resultados promedio de la métrica PSNR para las cuatro imágenes de prueba.

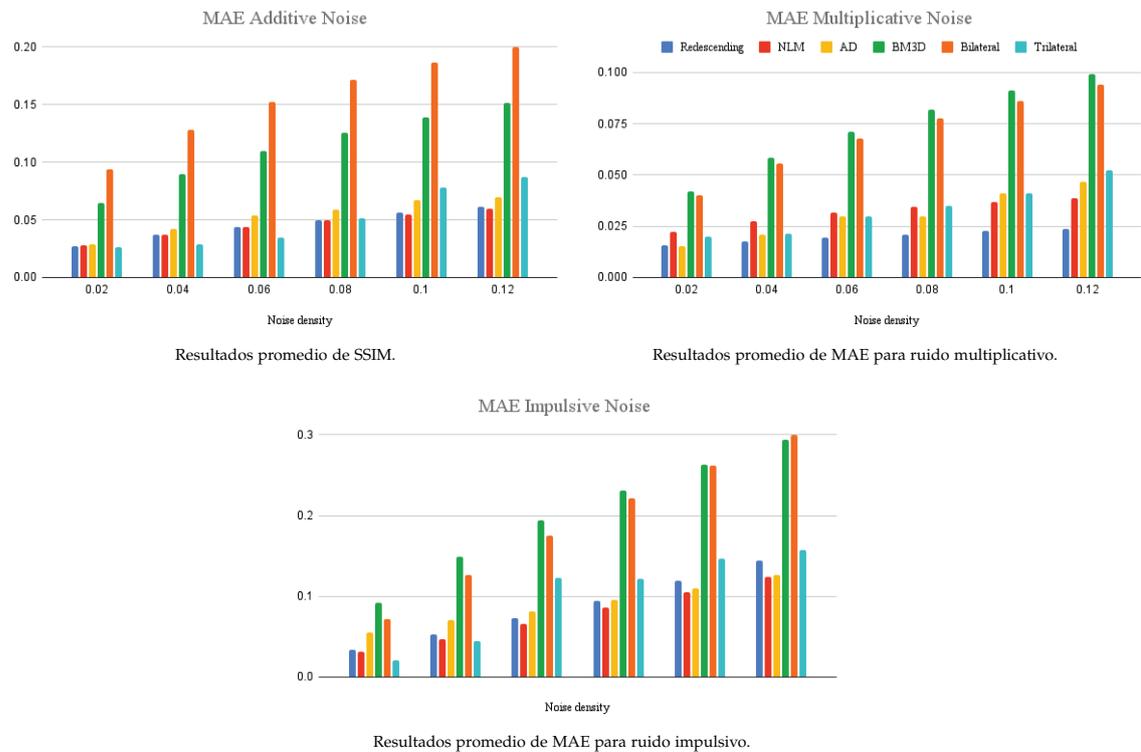


Figura 5.3: Ilustraciones gráficas de los resultados promedio de la métrica MAE para las cuatro imágenes de prueba.



Figura 5.4: Resultados cualitativos de la imagen Lena de los filtros Redescendente (R), NLM, AD, BM3D y bilateral.

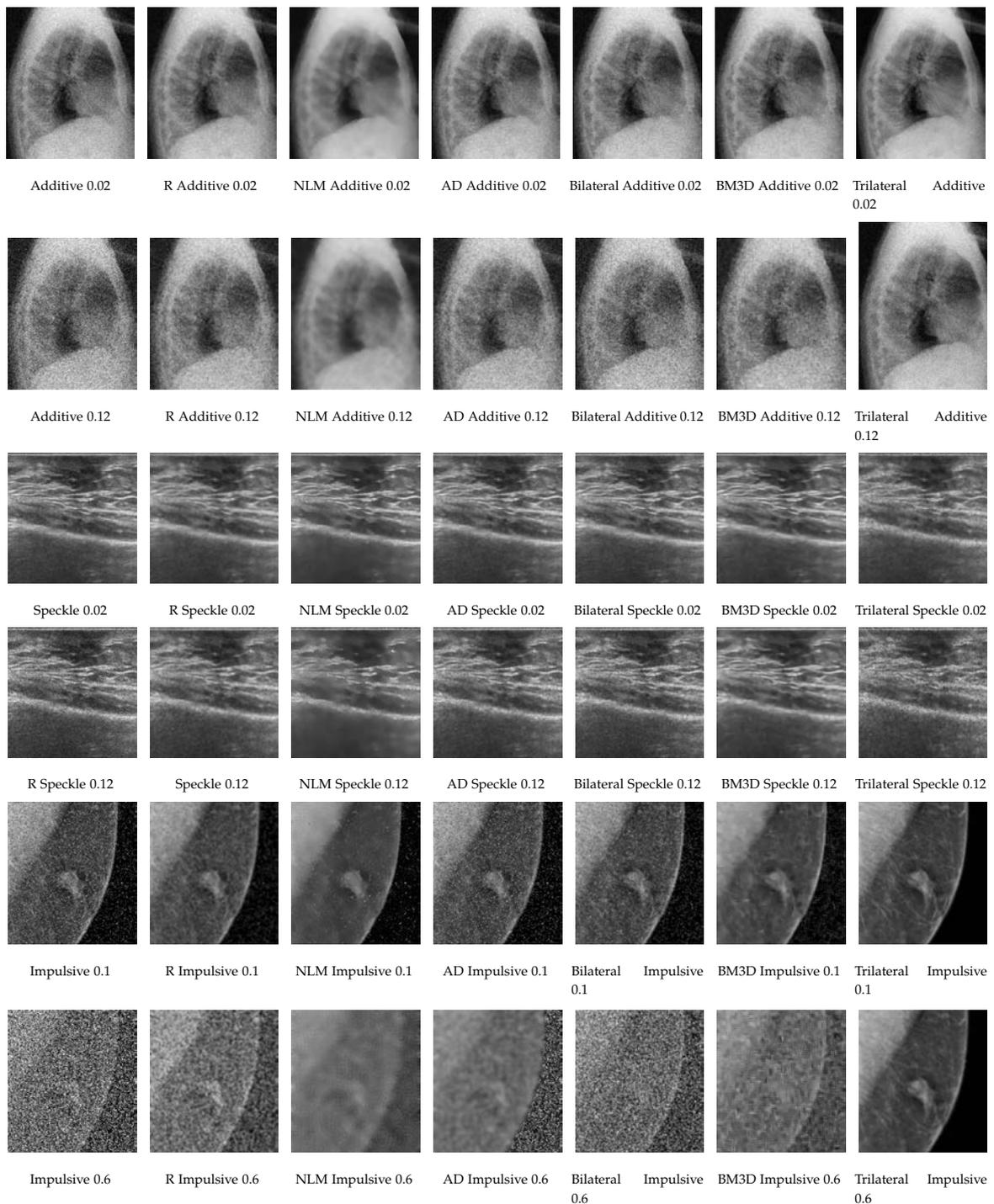


Figura 5.5: Resultados de Redescendente (R), NLM y AD para los métodos existentes y propuestos con densidades de ruido bajas (aditiva = 0,02, multiplicativa = 0,02 e impulsiva = 0,1) y densidades de ruido altas (aditiva = 0,12, multiplicativa = 0,12 e impulsiva) = 0,6).

Procesamiento de Imágenes de Diferentes Tamaños y Lotes

Para evaluar la complejidad del algoritmo, se midieron los tiempos de ejecución de varios algoritmos utilizando la imagen de Lena en escala de grises

redimensionada. Los resultados de este experimento se muestran en la Tabla 5.2. Los resultados indican que el enfoque propuesto tiene un tiempo de ejecución razonable en comparación con los métodos comparativos. Sin embargo, es importante destacar que se recomienda utilizar una GPU para acelerar aún más el tiempo de ejecución del método propuesto.

Tabla 5.2: Tiempos de ejecución promedio (en segundos) con el tamaño de imagen creciente en la imagen de Lena; negrita indica el más rápido y subrayado indica el más lento.

Algorithm/Size	281.7 kB	436.1 kB	607.9 kB	783.9 kB
	<u>768 × 768</u>	<u>1024 × 1024</u>	<u>1280 × 1024</u>	<u>1536 × 1024</u>
Redescending	13.76	25.59	37.68	54.52
NLM	5.06	54.71	119.82	139.78
AD	20.36	45.83	60.68	91.43
BM3D	25.66	46.88	66.82	96.16
Bilateral	0.09	0.143	0.22	0.31
Trilateral	10.4	21.56	55.76	82.45

En general, se puede decir que el algoritmo propuesto tiene una complejidad de $O(n^2)$, ya que itera a través de todos los píxeles de la imagen, y para cada píxel, se realiza un cálculo específico dependiendo del tipo de ruido. Sin embargo, para los tipos de ruido multiplicativo e impulsivo, generalmente se obtienen mejores resultados en comparación con los algoritmos comparativos.

Para validar la efectividad de nuestro enfoque propuesto, se implementó en varios conjuntos de datos para evaluar su rendimiento en diferentes densidades de los tres tipos de ruido. Los conjuntos de datos utilizados incluyeron la base de datos de mamografías de la Sociedad de Análisis de Imágenes Mamográficas Digitales (MIAS) Suckling (2017), que consta de cien imágenes, doce imágenes en escala de grises estándar del conjunto de datos BSD68 Martin et al. (2001), y cincuenta imágenes del conjunto de datos de imágenes de ultrasonido mamario (DBUI) Al-Dhabyani et al. (2019). Los resultados obtenidos para diferentes densidades de ruido demostraron un rendimiento satisfactorio en diferentes tipos de imágenes. Los resultados de las densidades más altas de cada tipo de ruido se presentan en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3: Resultados de los diferentes conjuntos de datos con ruido aditivo = 0.12, ruido multiplicativo = 0.12 y ruido impulsivo = 0.6.

Dataset	Noise	Algorithm	PSNR	SSIM	MAE	Dataset	PSNR	SSIM	MAE	Dataset	PSNR	SSIM	MAE
Mias	Additive	Redescending	18.43	0.57	0.0244	BSD68	21.37	0.88	0.017	DBUI	21.60	0.63	0.017
		NLM	18.65	0.58	0.0242		21.52	0.88	0.017		21.71	0.61	0.017
		AD	17.61	0.55	0.0251		18.47	0.78	0.019		18.74	0.43	0.020
		BM3D	13.33	0.38	0.0431		13.74	0.50	0.041		13.57	0.13	0.042
		Bilateral	18.23	0.60	0.0257		19.75	0.82	0.021		19.90	0.47	0.021
		Trilateral	18.11	0.51	0.020		18.01	0.77	0.016		22.07	0.59	0.017
	Multiplicative	Redescending	20.65	0.64	0.019	25.80	0.95	0.009	25.91	0.77	0.009		
		NLM	20.59	0.71	0.018	23.96	0.92	0.011	23.07	0.68	0.012		
		AD	20.14	0.68	0.018	22.17	0.89	0.012	22.11	0.69	0.012		
		BM3D	18.70	0.57	0.021	19.64	0.82	0.018	20.77	0.57	0.016		
		Bilateral	21.11	0.54	0.016	24.84	0.93	0.011	25.36	0.75	0.010		
		Trilateral	22.98	0.63	0.018	21.45	0.79	0.022	22.7	0.65	0.014		
	Impulsive	Redescending	16.41	0.51	0.026	18.70	0.80	0.016	15.76	0.33	0.035		
		NLM	14.71	0.34	0.040	15.13	0.58	0.038	13.87	0.30	0.036		
		AD	13.63	0.29	0.041	11.39	0.29	0.045	14.18	0.17	0.040		
		BM3D	10.54	0.17	0.058	10.69	0.24	0.057	10.74	0.05	0.057		
		Bilateral	13.66	0.30	0.043	13.89	0.43	0.042	18.81	0.45	0.017		
		Trilateral	13.97	0.30	0.027	16.40	0.55	0.041	22.54	0.46	0.014		

Procesamiento de Imágenes y Videos a Color

Se realizaron ajustes necesarios para implementar los algoritmos de filtrado en imágenes a color, específicamente en imágenes en el espacio de color RGB (rojo, verde y azul). Estos ajustes se centraron en separar las imágenes en sus tres canales RGB, procesar cada canal por separado y luego volver a combinar las imágenes al final. De cada imagen, se crearon tres copias con ruido impulsivo, aditivo y multiplicativo, respectivamente. Las copias con ruido impulsivo se procesaron utilizando el estimador Hampel, mientras que las imágenes con ruido aditivo y multiplicativo se procesaron utilizando el estimador Insha. Además de los algoritmos de filtrado propuestos, se implementaron también algoritmos de medias no locales (NLM), difusión anisotrópica (AD), filtro bilateral, bloque coincidente y filtrado en 3D (BM3D) en las imágenes. Así, se obtuvieron 108 imágenes resultantes de cada imagen.

El hecho de que ahora se estén procesando tres canales de información ha resultado en un aumento de la información, lo que a su vez ha llevado a un mejor rendimiento para el trabajo propuesto. Para la experimentación con ruido de alta densidad, se utilizaron imágenes estándar a color, es decir, Lena, Baboon, Goldhill, Boats, Barbara y Peppers, junto con una imagen de tomografía por emisión de positrones (PET). Los resultados cuantitativos para el filtrado de imágenes a color se pueden ver en la Figura 5.6 para la imagen PET cerebral. Se puede observar cómo el aumento de la información beneficia al filtro propuesto, especialmente para el ruido impulsivo.

Se realizó un experimento con algoritmos utilizando los conjuntos de datos de imágenes a color Kodak24 Franzen y CBSD68 Martin et al. (2001) en los niveles más altos de densidad utilizados en este trabajo. Los resultados promedio de los tres tipos de ruido se pueden observar en los gráficos de la Figura 5.7, donde el

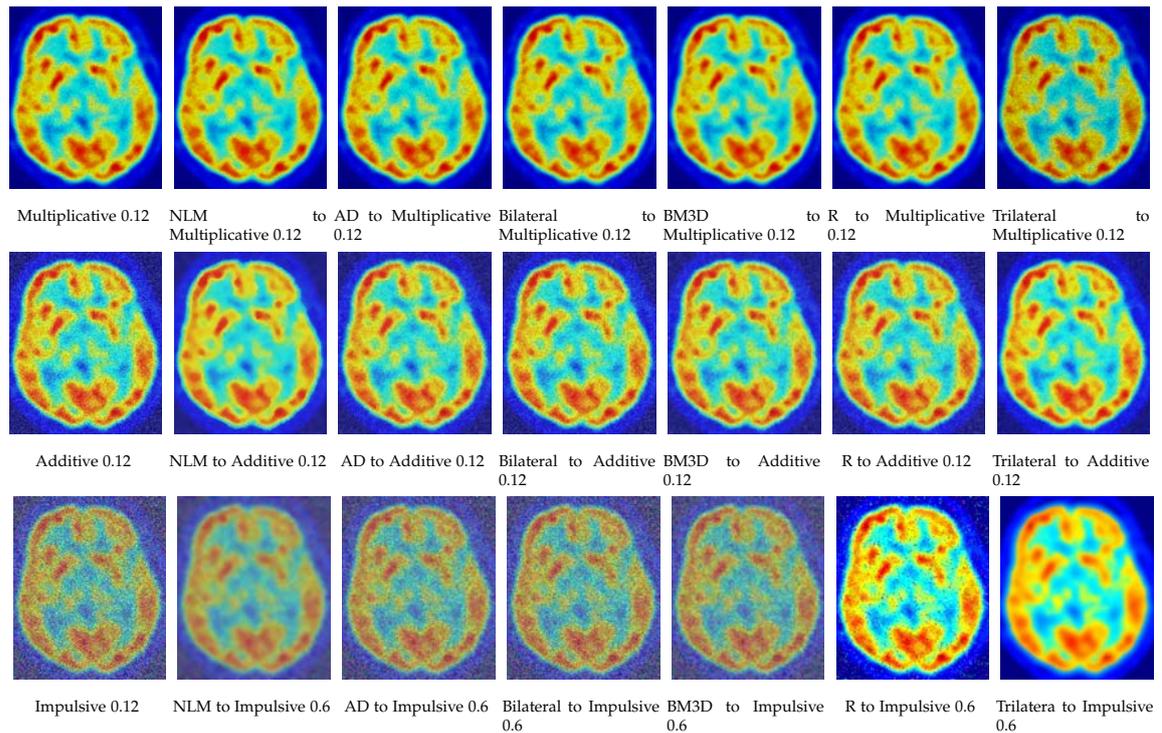


Figura 5.6: Resultados del filtrado de la imagen PET cerebral a altas densidades.

El filtro propuesto tiene un mejor rendimiento en las métricas de SSIM y MAE, y el segundo mejor rendimiento en la métrica de PSNR.

Otro objetivo adicional involucra el procesamiento de grandes lotes de imágenes, especialmente en videos. Para esta implementación, se utilizó un video de ultrasonido dañado. Se implementaron los estimadores y algoritmos formulados de NLM y Wiener. El video consta de 687 fotogramas, cada uno con dimensiones de 540x360 píxeles. Algunos de estos fotogramas se pueden ver en la Figura 5.8.

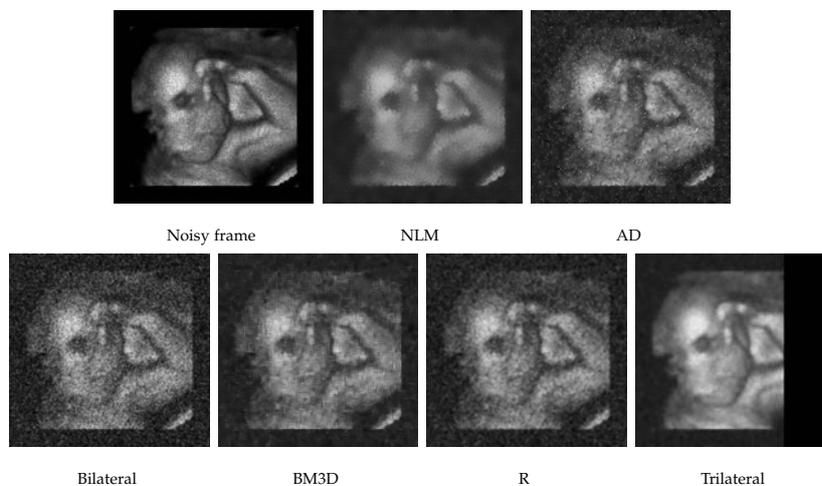


Figura 5.8: Resultados del filtrado de un fotograma de ultrasonido.

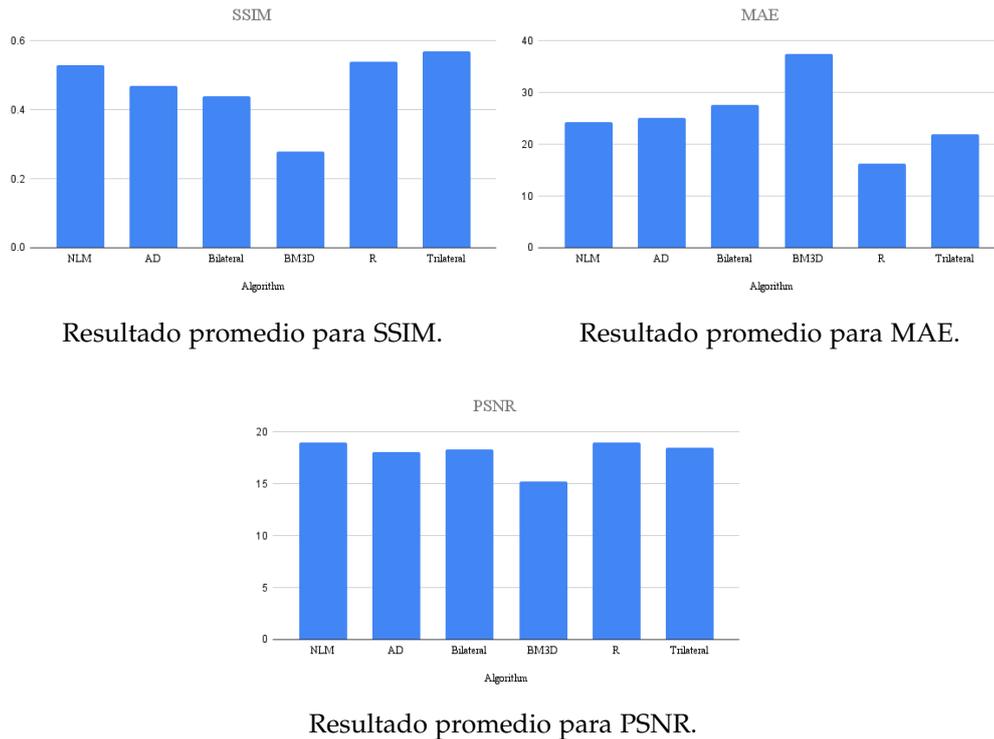


Figura 5.7: Resultados promedio para densidades de ruido altas en conjuntos de datos de color Kodak24 y CBSD68.

Para evaluar esta implementación, se utilizó una métrica de calidad de imagen sin referencia llamada "Naturalness Image Quality Evaluator"(NIQE). NIQE opera exclusivamente midiendo desviaciones cuantificables de patrones estadísticos observados en imágenes naturales, sin depender de ningún conocimiento o información previa. En la Figura 5.9, el filtro propuesto obtuvo un valor más bajo en comparación con los demás en el trabajo propuesto. Tener un valor bajo significa que la calidad de la imagen se percibe como buena. La métrica NIQE se utiliza para evaluar la calidad visual de las imágenes y proporciona una puntuación numérica que indica cuán cerca está una imagen de ser percibida como natural por los humanos. Por lo tanto, un valor bajo en la métrica NIQE indica que la imagen tiene una buena calidad visual.

5.4. Discusión de Resultados

Los experimentos presentados con el enfoque de filtrado basado en Estimadores M Redescendentes para la mejora de imágenes y videos afectados por diversos tipos de ruido revelan un buen rendimiento contra los filtros del estado del arte con los cuales se compara, destacando la eficacia del filtro propuesto, especialmente en escenarios de alta densidad de ruido. Las métricas de evaluación, como PSNR, SSIM y MAE, respaldan la capacidad del método para preservar detalles y reducir el

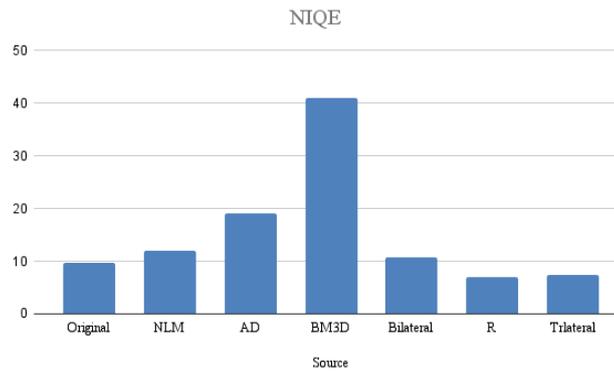


Figura 5.9: Gráfica de la métrica NIQE.

impacto del ruido. Además, la adaptabilidad del enfoque a imágenes a color y su eficiencia en el procesamiento de grandes lotes, como videos, refuerzan su aplicabilidad práctica. Sin embargo, se recalca la necesidad de considerar el tiempo de ejecución y la posible optimización del algoritmo para escenarios más complejos. En general, los resultados respaldan la viabilidad y el potencial del enfoque propuesto en el contexto de filtrado de imágenes y videos.

Capítulo 6

Conclusiones

En este capítulo se realiza un análisis de las conclusiones a las que se llegaron después de la evaluación de los filtros propuestos y de estudiar los resultados obtenidos. También se realiza un análisis del trabajo futuro.

6.1. Objetivos y Alcances Logrados

En la Tabla 6.1, se muestran las actividades realizadas en relación a los objetivos y alcances planteados, Tabla 6.2, para el desarrollo de la tesis.

Tabla 6.1: Objetivos realizados.

Objetivo	Actividad
Estudio y experimentación de fundamentos básicos de estadística robusta para el procesamiento de señales.	Se estudió la teoría de estadística robusta y procesamiento de señales. Se realizó un reporte del estado del arte con 50 elementos.
Implementación y comparación de Estimadores M Redescendentes.	Se estudiaron a estimadores M, L y R para su posterior implementación. Se experimentó con posibles funciones de influencia para los estimadores M Redescendentes.
Formulación matemática de variantes de los Estimadores M Redescendentes Hampel's Three Part Redescending e Insha.	Se seleccionaron las funciones de influencia Hampel e Insha y se procedió a darle un enfoque que abarca los tres tipos de ruido mediante un enfoque del filtro Wiener. Se ajustaron parámetros y se presentaron las formulaciones.
Propuesta de algoritmos de filtrado para la eliminación de ruido en imágenes médicas utilizando los estimadores propuestos.	Con los Estimadores M Redescendentes se procedió a hacer dos filtros, uno con la función Hampel para ruido impulsivo y la función Insha para ruido aditivo y multiplicativo.
Evaluación de los Estimadores propuestos con base en la mejora de calidad de señales a través de algoritmos propuestos.	Se procedió a procesar imágenes en escala de grises, a color, en lotes y en video, evaluando con las métricas PSNR, MAE Y SSIM.
Comparación con algoritmos mencionados en la literatura.	Se compararon los filtros propuestos con filtros del estado del arte, obteniendo en la mayoría de aspectos mejores resultados cualitativa como cuantitativa.

Tabla 6.2: Alcances realizados.

Alcance	Actividad
Análisis y experimentación con técnicas/algoritmos/métodos para detección y eliminación de ruido en señales.	Se probaron varios filtros del estado del arte, eligiendo los más eficientes para una posterior comparación en la evaluación.
Análisis y experimentación con enfoques de estadística robusta para el manejo y procesamiento de señales.	Se trabajó con estimadores robustos, desde la mediana hasta los estimadores M, L y R.
Formulación de variantes de Estimadores M Redescendentes.	Se formularon las variantes de los estimadores Hampel e Insha que cumplieran con el objetivo de la tesis.
Evaluación de los Estimadores M Redescendentes propuestos con filtros del estado del arte en cuestiones de eliminación de ruido en imágenes.	Se realizaron diferentes experimentos para probar los filtros basados en los Estimadores M Redescendentes propuestos, aplicando métricas donde se obtuvieron buenos resultados cualitativos como cuantitativos y también en comparación con los trabajos del estado del arte.

6.2. Resultados del Trabajo

Productos

Durante el desarrollo de este trabajo de tesis se obtuvieron los siguientes productos:

- Reporte del estado del arte.
- Artículo aceptado y publicado en el congreso MCPR 2021, Figura A.4.
- Artículo publicado en la revista entropy de MDPI en la edición especial "*Pattern Recognition and Data Clustering in Information Theory*", Figura A.1.
- Aplicación del conocimiento en beneficio de la sociedad con talleres (Figura A.5) y obtención del primer lugar en el evento 3MT (Figura A.2).
- Formación continua con constancia en diversos ámbitos como formación en Matlab (Figura A.3 y enseñanza mediante el taller A.6).

6.3. Aportaciones

Las aportaciones obtenidas con esta investigación son las siguientes:

- Formulación matemática de dos funciones de influencia M Redescendentes robustas basadas en Insha y Hampel.
- Aplicación de las funciones presentadas para el filtrado de ruido impulsivo, multiplicativo y aditivo.
- Aplicación de los filtros en imágenes en escala de grises, médicas, imágenes RGB y secuencias de video.
- Procesamiento de imágenes de diferentes tamaños y en lotes aplicando el filtro propuesto con sus variaciones de función de influencia.

6.4. Conclusiones

Este trabajo propone dos estadística robusta para la supresión de ruido basado en Estimadores M redescendentes. El objetivo es proporcionar un enfoque robusto que pueda restaurar imágenes afectadas por ruido aditivo, multiplicativo e impulsivo. Una aplicación en el campo de la imagen médica podría ayudar a los expertos a diagnosticar posibles patologías de manera más efectiva. Se propuso el uso de dos funciones de influencia. La primera es la Insha; debido a su aproximación a una distribución normal, permitió la eliminación de ruido aditivo y multiplicativo. La segunda, la función Hampel, que se utilizó para suprimir el ruido impulsivo. Las variantes del filtro propuesto muestran un mejor rendimiento en comparación con los filtros NLM y AD en términos de PSNR, SSIM y MAE para altas densidades de ruido aditivo y multiplicativo, mientras que para el ruido impulsivo, los mejores resultados se obtuvieron a bajas densidades. Considerando el procesamiento de imágenes RGB, se obtuvieron resultados positivos de acuerdo con las métricas, en parte debido a la ganancia de información resultante de los tres canales. Además, en el experimento de procesamiento de video, se demostró un buen resultado a través de la métrica NIQE.

6.5. Trabajo futuro

En trabajos futuros, se considerará que las funciones pueden mejorarse a través de procesos iterativos, implementando un detector de ruido e incorporando funciones robustas adicionales o diferentes. Sin embargo, es importante tener en cuenta que esto puede conllevar altos costos computacionales, por lo que también como trabajo futuro se tiene que explorar el procesamiento en paralelo para este

tipo de implementaciones y la exploración del campo de las imágenes HDR que contienen más información y se tiene el potencial de aplicar el trabajo propuesto.

Bibliografía

- FUJIFILM Healthcare Europe (2020). Ultrasound Cases Info. <https://www.ultrasoundcases.info/>. Online; accessed 11 November 2022.
- Aguilar, C. J. Z. (2016). Estimador M de Huber para la Identificación de un Modelo en Red Neuronal. Master's thesis, CENIDET, México.
- Al-Dhabyani, W., Gomaa, M., Khaled, H., and Fahmy, A. (2019). Dataset of breast ultrasound images. data brief 28, 104863 (2020).
- Alyasseri, Z. A. A., Khader, A. T., Al-Betar, M. A., and Abualigah, L. M. (2017). Ecg signal denoising using β -hill climbing algorithm and wavelet transform. In *2017 8th International Conference on Information Technology (ICIT)*, pages 96–101. IEEE.
- Buades, A., Coll, B., and Morel, J.-M. (2005). A non-local algorithm for image denoising. In *2005 IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition (CVPR'05)*, volume 2, pages 60–65. Ieee.
- Cai, C., Diwakar, M., Hashemi, A., Haufe, S., Sekihara, K., and Nagarajan, S. S. (2020). Robust estimation of noise for electromagnetic brain imaging with the champagne algorithm. *NeuroImage*, page 117411.
- Candes, E. J., Romberg, J. K., and Tao, T. (2006). Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. *Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences*, 59(8):1207–1223.
- Chen, J., Benesty, J., Huang, Y., and Doclo, S. (2006). New insights into the noise reduction wiener filter. *IEEE Transactions on audio, speech, and language processing*, 14(4):1218–1234.
- Chen, Y., Zhang, Y., Shu, H., Yang, J., Luo, L., Coatrieux, J.-L., and Feng, Q. (2016). Structure-adaptive fuzzy estimation for random-valued impulse noise suppression. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 28(2):414–427.
- Chiluveru, S. R. and Tripathy, M. (2020). A real-world noise removal with wavelet speech feature. *International Journal of Speech Technology*, 23(3):683–693.
- Dabov, K., Foi, A., Katkovnik, V., and Egiazarian, K. (2007). Image denoising by sparse 3-d transform-domain collaborative filtering. *IEEE Transactions on image processing*, 16(8):2080–2095.
- Dagar, M., Mishra, N., Rani, A., Agarwal, S., and Yadav, J. (2018). Performance comparison of hampel and median filters in removing deep brain stimulation artifact. In *Innovations in Computational Intelligence*, pages 17–28. Springer.
- Deerga Rao, K. and Swamy, M. (2018). Digital signal processing: Theory and practice.
- Distante, A. (2021a). *VISIONE COMPUTAZIONALE: From Energy to Image*. SPRINGER.

- Distante, A. (2021b). *VISIONE COMPUTAZIONALE: From Pattern to Object*. SPRINGER.
- Duarte-Salazar, C. A., Castro-Ospina, A. E., Becerra, M. A., and Delgado-Trejos, E. (2020). Speckle noise reduction in ultrasound images for improving the metrological evaluation of biomedical applications: an overview. *IEEE Access*, 8:15983–15999.
- El-Fiqi, H., Kasmarik, K., Bezerianos, A., Tan, K. C., and Abbass, H. A. (2019). Gate-layer autoencoders with application to incomplete eeg signal recovery. In *2019 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, pages 1–8. IEEE.
- Farcomeni, A. and Greco, L. (2016). *Robust methods for data reduction*. CRC press.
- Franzen, R. Kodak lossless true color image suite.
- Frigui, H. and Krishnapuram, R. (1996). A robust algorithm for automatic extraction of an unknown number of clusters from noisy data. *Pattern Recognition Letters*, 17(12):1223–1232.
- Gao, G. and Liu, Y. (2015). An efficient three-stage approach for removing salt & pepper noise from digital images. *Optik*, 126(4):467–471.
- Gao, L., Bi, D., Li, X., Peng, L., Xu, W., and Xie, Y. (2019). Robust sparse recovery in impulsive noise via m-estimator and non-convex regularization. *IEEE Access*, 7:26941–26952.
- Garg, B. and Arya, K. (2020). Four stage median-average filter for healing high density salt and pepper noise corrupted images. *Multimedia Tools and Applications*, 79(43):32305–32329.
- Garnett, R., Huegerich, T., Chui, C., and He, W. (2005). A universal noise removal algorithm with an impulse detector. *IEEE Transactions on image processing*, 14(11):1747–1754.
- Gazi, O. (2018). *Understanding digital signal processing*. Springer.
- Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J., and Stahel, W. A. (1986). *Robust statistics: the approach based on influence functions*, volume 196. John Wiley & Sons.
- Huber, P. J. (1981). *Robust statistics*, volume 523. John Wiley & Sons.
- Hussain, Z. M., Sadik, A. Z., and O’Shea, P. (2011). *Digital signal processing: an introduction with MATLAB and applications*. Springer Science & Business Media.
- Immerkaer, J. (1996). Fast noise variance estimation. *Computer vision and image understanding*, 64(2):300–302.
- Jhon Beltran (2018). Xrays Chest 224 small Aug Less Values Selected. <https://www.kaggle.com/jbeltranleon/xrays-chest-224-small-aug-less-values-selected>. Online; accessed 22 November 2020.
- Kanneganti, R. K. and Pamula, V. K. (2018). Image registration using hampel and modified hampel m-estimators. In *2018 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI)*, pages 1678–1683. IEEE.
- Khalil, U., Ali, A., Khan, D. M., Khan, S. A., Qadir, F., et al. (2016). Efficient uk’s re-descending m-estimator for robust regression. *Pakistan Journal of Statistics*, 32(2).
- Kumar, V. V. and Nanalya, G. (2016). Removal of salt and pepper noise using robust m-filter. In *2016 International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT)*, pages 175–178. IEEE.

- Lai, C. Q., Ibrahim, H., Abdullah, M. Z., Abdullah, J. M., Suandi, S. A., and Azman, A. (2018). Artifacts and noise removal for electroencephalogram (eeg): A literature review. In *2018 IEEE Symposium on Computer Applications & Industrial Electronics (ISCAIE)*, pages 326–332. IEEE.
- Lee, J., Jung, Y., Jung, M., and Kim, H. (2020). Dynamic noise embedding: Noise aware training and adaptation for speech enhancement. In *2020 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA ASC)*, pages 739–746. IEEE.
- Mafi, M., Tabarestani, S., Cabrerizo, M., Barreto, A., and Adjouadi, M. (2018). Denoising of ultrasound images affected by combined speckle and gaussian noise. *IET Image Processing*, 12(12):2346–2351.
- Mahapatruni, N., Gopi Krishna, P., Gandi, R. K., and Kuriti, R. (2020). Implementation strategy of mean and fuzzy filters in removing gaussian noise from images. *Journal of Critical Reviews*, 7(14):566–570.
- Marin, A., Pothier, J., Zimmermann, K., and Gibrat, J.-F. (2002). Frost: a filter-based fold recognition method. *Proteins: Structure, Function, and Bioinformatics*, 49(4):493–509.
- Maronna, R. A., Martin, R. D., Yohai, V. J., and Salibián-Barrera, M. (2019). *Robust statistics: theory and methods (with R)*. John Wiley & Sons.
- Martin, D., Fowlkes, C., Tal, D., and Malik, J. (2001). A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. In *Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision. ICCV 2001*, volume 2, pages 416–423. IEEE.
- Meer, P. (2020). Robust estimation techniques. *Computer Vision: A Reference Guide*, pages 1–8.
- Mújica-Vargas, D., Carvajal-Gómez, B., Ochoa, G., and Rubio, J. (2019). Robust gaussian-base radial kernel fuzzy clustering algorithm for image segmentation. *Electronics Letters*, 55(15):835–837.
- Mújica-Vargas, D., de Jesús Rubio, J., Kinani, J. M. V., and Gallegos-Funes, F. J. (2018). An efficient nonlinear approach for removing fixed-value impulse noise from grayscale images. *Journal of Real-Time Image Processing*, 14(3):617–633.
- Mújica-Vargas, D., Gallegos-Funes, F. J., de Jesús Rubio, J., and Pacheco, J. (2017). Impulsive noise filtering using a median redescending m-estimator. *Intelligent Data Analysis*, 21(3):739–754.
- Mújica-Vargas, D., Kinani, J. M. V., and de Jesús Rubio, J. (2020). Color-based image segmentation by means of a robust intuitionistic fuzzy c-means algorithm. *International Journal of Fuzzy Systems*, pages 1–16.
- Nadeem, M., Hussain, A., and Munir, A. (2019). Fuzzy logic based computational model for speckle noise removal in ultrasound images. *Multimedia Tools and Applications*, 78(13):18531–18548.
- Nadeem, M., Hussain, A., Munir, A., Habib, M., and Naseem, M. T. (2020). Removal of random valued impulse noise from grayscale images using quadrant based spatially adaptive fuzzy filter. *Signal Processing*, 169:107403.
- Noor-Ul-Amin, M., Asghar, S. U. D., Sanaullah, A., and Shehzad, M. A. (2018). Redescending m-estimator for robust regression. *Journal of Reliability and Statistical Studies*, pages 69–80.

- Noor-ul Amin, M., Sanaullah, A., et al. (2020). Ratio estimators in the presence of outliers using redescending m-estimator. *Proceedings of the National Academy of Sciences, India Section A: Physical Sciences*, pages 1–6.
- Ollila, E., Palomar, D. P., and Pascal, F. (2020). M-estimators of scatter with eigenvalue shrinkage. In *ICASSP 2020-2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 5305–5309. IEEE.
- Ortiz, E. R. (2017). Detección de Ruido Impulsivo o Gaussiano en Imágenes Monocromáticas Mediante Redes Neuronales Artificiales Pulso-Acopladas. Master's thesis, CENIDET, México.
- Pandey, N. (2019). Chest xray masks and labels.
- Paris, S., Kornprobst, P., Tumblin, J., and Durand, F. (2009). *Bilateral filtering: Theory and applications*. Now Publishers Inc.
- Pearson, R. K., Neuvo, Y., Astola, J., and Gabbouj, M. (2016). Generalized hampel filters. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2016(1):1–18.
- Perona, P. and Malik, J. (1990). Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 12(7):629–639.
- Perrot, G., Domas, S., and Couturier, R. (2014). Fine-tuned high-speed implementation of a gpu-based median filter. *Journal of Signal Processing Systems*, 75(3):185–190.
- Pitas, I. and Venetsanopoulos, A. N. (1990). *Nonlinear digital filters: principles and applications*, volume 84. Springer Science & Business Media.
- Prasath, V. (2017). Quantum noise removal in x-ray images with adaptive total variation regularization. *Informatica*, 28(3):505–515.
- Pugalthi, R., Oliver, A. S., and Anuradha, M. (2020). Impulse noise reduction using hybrid neuro-fuzzy filter with improved firefly algorithm from x-ray bio-images. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 30(4):1119–1131.
- Reinhard, D. and Zoubir, A. M. (2020). Distributed sequential joint detection and estimation for non-gaussian noise. *EUSIPCO*.
- Rousseeuw, P. J. and Hubert, M. (2011). Robust statistics for outlier detection. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery*, 1(1):73–79.
- Roy, A., Manam, L., and Laskar, R. H. (2020). Removal of 'salt & pepper' noise from color images using adaptive fuzzy technique based on histogram estimation. *Multimedia Tools and Applications*, 79(47):34851–34873.
- Saadia, A. and Rashdi, A. (2018). A speckle noise removal method. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 37(6):2639–2650.
- Schuster, T. and Sussner, P. (2017). An adaptive image filter based on the fuzzy transform for impulse noise reduction. *Soft Computing*, 21(13):3659–3672.
- Singh, K., Sharma, B., Singh, J., Srivastava, G., Sharma, S., Aggarwal, A., and Cheng, X. (2020). Local statistics-based speckle reducing bilateral filter for medical ultrasound images. *Mobile Networks and Applications*, 25(6):2367–2389.

- Sivaranjani, R., Roomi, S. M. M., and Senthilarasi, M. (2019). Speckle noise removal in sar images using multi-objective pso (mopso) algorithm. *Applied Soft Computing*, 76:671–681.
- Soh, J. W. and Cho, N. I. (2020). Deep universal blind image denoising. *arXiv preprint arXiv:2101.07017*.
- Suckling (2017). The miniMIAS database of mammograms. <https://www.kaggle.com/kmader/mias-mammography>. Online; accessed 22 November 2020.
- Thanh, D. N. H., Enginoğlu, S., et al. (2019). An iterative mean filter for image denoising. *IEEE Access*, 7:167847–167859.
- Tomasi, C. and Manduchi, R. (1998). Bilateral filtering for gray and color images. In *Sixth international conference on computer vision (IEEE Cat. No. 98CH36271)*, pages 839–846. IEEE.
- Tsiotsios, C. and Petrou, M. (2013). On the choice of the parameters for anisotropic diffusion in image processing. *Pattern recognition*, 46(5):1369–1381.
- Ullah, I., Qadir, M. F., and Ali, A. (2006). Insha’s redescending m-estimator for robust regression: A comparative study. *Pakistan journal of statistics and operation research*, pages 135–144.
- Vasanth, K. and Varatharajan, R. (2020). An adaptive content based closer proximity pixel replacement algorithm for high density salt and pepper noise removal in images. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, pages 1–15.
- Vijaykumar, V., Vanathi, P., Kanagasabapathy, P., and Ebenezer, D. (2009). Robust statistics based algorithm to remove salt and pepper noise in images. *International Journal of Information and Communication Engineering*, 5(3):164–173.
- Wang, Z., Bovik, A. C., Sheikh, H. R., and Simoncelli, E. P. (2004). Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *IEEE transactions on image processing*, 13(4):600–612.
- Wichern, G., Antognini, J., Flynn, M., Zhu, L. R., McQuinn, E., Crow, D., Manilow, E., and Roux, J. L. (2019). Wham!: Extending speech separation to noisy environments. *arXiv preprint arXiv:1907.01160*.
- Wu, S., Zeng, W., and Chen, H. (2020). A sub-pixel image registration algorithm based on surf and m-estimator sample consensus. *Pattern Recognition Letters*, 140:261–266.
- Xiuping, L., Wei, Y., Lili, H., Junfeng, J., Jian, X., Zebin, S., and Haifeng, S. (2017). X-ray pulsar signal de-noising for impulse noise using wavelet packet. *Aerospace Science and Technology*, 64:147–153.
- Xu, L., Wang, S., and Pan, X. (2020). A cauchy score doa estimator for monostatic mimo radar in impulsive noise environment. *International Journal of Electronics*, pages 1–15.
- Yadav, S. K., Reitebuch, U., and Polthier, K. (2018). Robust and high fidelity mesh denoising. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, 25(6):2304–2310.
- Yadav, S. K., Skrodzki, M., Zimmermann, E., and Polthier, K. (2020). Surface denoising based on normal filtering in a robust statistics framework. *arXiv preprint arXiv:2007.00842*.
- Ye, H., Li, G. Y., and Juang, B.-H. (2017). Power of deep learning for channel estimation and signal detection in ofdm systems. *IEEE Wireless Communications Letters*, 7(1):114–117.

- Yommy, A. S., Liu, R., and Wu, S. (2015). Sar image despeckling using refined lee filter. In *2015 7th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, volume 2, pages 260–265. IEEE.
- Yu, J., Chen, L., Zhou, S., Wang, L., Li, H., and Huang, S. (2020). Adaptive image denoising for speckle noise images based on fuzzy logic. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 30(4):1132–1142.
- Zhang, C. and Wang, K. (2015). A switching median–mean filter for removal of high-density impulse noise from digital images. *Optik*, 126(9-10):956–961.
- Zhang, X., Zhan, Y., Ding, M., Hou, W., and Yin, Z. (2013). Decision-based non-local means filter for removing impulse noise from digital images. *Signal Processing*, 93(2):517–524.

Anexo A



Article

Enhancing Image Quality via Robust Noise Filtering Using Redescending M-Estimators

Ángel Arturo Rendón-Castro ¹, Dante Mújica-Vargas ^{1,*}, Antonio Luna-Álvarez ¹ and Jean Marie Vianney Kinani ²

¹ Department of Computer Science, Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Interior Internado Palmira S/N, Palmira, Cuernavaca 62490, Mexico; angel.rendon18ce@cenedet.edu.mx (Á.A.R.-C.)

² Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Campus Hidalgo, Instituto Politécnico Nacional, Pachuca 07738, Mexico

* Correspondence: dante.mv@cenedet.tecnm.mx

Abstract: In the field of image processing, noise represents an unwanted component that can occur during signal acquisition, transmission, and storage. In this paper, we introduce an efficient method that incorporates redescending M-estimators within the framework of Wiener estimation. The proposed approach effectively suppresses impulsive, additive, and multiplicative noise across varied densities. Our proposed filter operates on both grayscale and color images; it uses local information obtained from the Wiener filter and robust outlier rejection based on Insha and Hampel's tripartite redescending influence functions. The effectiveness of the proposed method is verified through qualitative and quantitative results, using metrics such as PSNR, MAE, and SSIM.

Keywords: noise filtering; redescending M-estimator; image processing; multiplicative noise; additive noise; impulsive noise

Figura A.1: Artículo publicado en la revista entropy de MDPI en la edición especial "Pattern Recognition and Data Clustering in Information Theory".



Figura A.2: Reconocimiento por ganar el primer lugar en concurso 3MT en CENIDET.

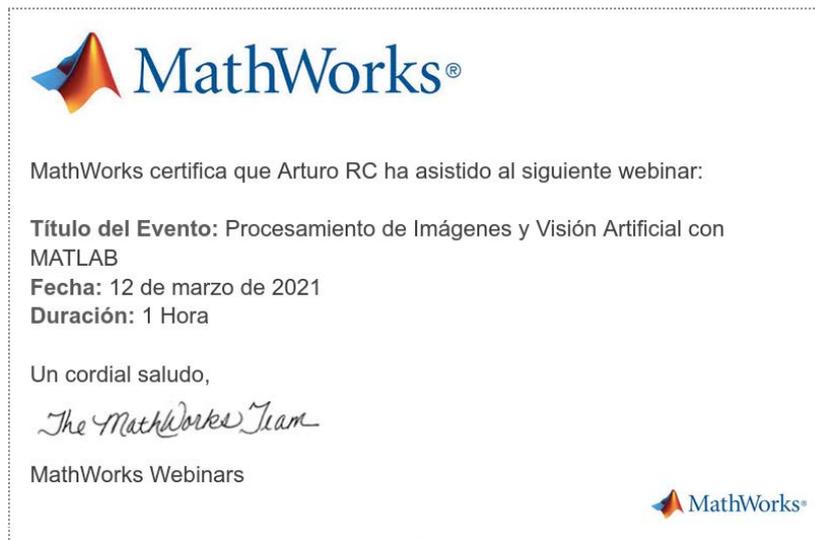


Figura A.3: Certificado del Webinar de procesamiento de imágenes y visión artificial con Matlab.



Figura A.4: Publicación de artículo en congreso MCPR 2021 sobre Estimadores M Redescendentes.



Figura A.5: Certificado de impartición del taller de Detección de rostros mediante visión por computadora en el congreso internacional CICOM 2021.



Figura A.6: Constancia de participación en el taller de Introducción a la programación en Matlab en CICOM 2022.