

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Mecánica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

Análisis Experimental en el Balanceo Modal de Rotores Asimétricos

presentado por

Ing. Félix Jesús Ramírez Moroyoqui

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Director de tesis

Dr. Jorge Colín Ocampo

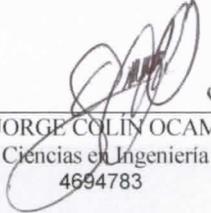
Codirector de tesis

Dr. Enrique Simón Gutiérrez Wing

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

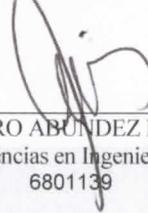
Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Félix Jesús Ramírez Moroyoqui, con número de control M14CE006, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Análisis experimental en el balanceo modal de rotores asimétricos.", hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



DR. JORGE COLÍN OCAMPO
 Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
 4694783

REVISOR 1



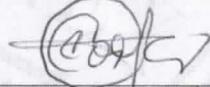
DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO
 Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
 6801139

REVISOR 2



DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA
 Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica
 6559298

REVISOR 3



DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
 Doctora en Ciencias en Ingeniería Mecánica
 9336586

C.p. (Lic. Guadalupe Garrido Rivera).- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
 Estudiante
 Expediente

Iniciales AAP/mrsr

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Cuernavaca, Mor. 18 de mayo de 2016
OFICIO No. SAC/173/2016

Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. FÉLIX JESÚS RAMÍREZ MOROYOQUI
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **“Análisis experimental en el balanceo modal de rotores asimétricos”**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

“CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO”

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

AGRADECIMIENTOS

A ti mi Dios Padre Celestial te doy Gracias por las bendiciones que me has dado día a día como persona y como padre de familia. Por permitir que mi esposa e hijas estuvieran siempre a mi lado, así como tenderme la mano y guiarme hasta aquí, brindándome una oportunidad más en mi vida académica y profesional.

A la **Secretaría de Educación Pública (SEP), Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)** y a nuestro país el **Pueblo de México**, por el apoyo económico que me brindaron para continuar mis estudios de posgrado... Muchas Gracias.

Al **Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET)** por darme la oportunidad de ser mi casa de estudios y prepararme en mi formación profesional... Muchas Gracias.

A **todos mis profesores** que con su conocimiento y experiencia, me enseñaron y fortalecieron en mi formación académica; y en general a todo el **personal académico** y de **Apoyo** del Departamento de Ingeniería Mecánica.

A **mi asesor el Dr. Jorge Colín Ocampo** por brindarme la oportunidad de tener el privilegio de formar parte de su equipo de trabajo en el área de Rotodinámica, por su amistad y su valioso tiempo en todo momento en el apoyo, asesoría y atención a mis consultas, para lograr culminar este proyecto. Muchas Gracias.

A **mis revisores Dr. Arturo Abundez Pliego, Dr. Andrés Blanco Ortega, Dra. Claudia Cortés García**, por sus valiosas observaciones, comentarios, asesorías y aportaciones que ayudaron a mejorar la realización de este proyecto.

Al **Tecnológico Nacional de México (TecNM) e Instituto Tecnológico de Huatabampo (ITHua)**, por brindarme el apoyo para continuar mi preparación profesional de maestría.

A **Carmen Julia** esposa y madre de mis hijas Nadya Abigail y Mariangel: las personas más importantes en mi vida, a quienes amo con todo mi corazón y pensamiento. Gracias por formar juntos una familia: Te amo.

A **mis hijas Nadya Abigail y Mariangel** los angelitos que Dios ha enviado a mi vida, a quienes adoro con todo mi corazón y mi ser.

Con un gran Cariño, Respeto y Admiración, a los padres y hermanos de mi esposa: **Don Luis, Doña Julia, Jesús Ramón y Jose Luis**, por el invaluable apoyo que nos brindaron en esta etapa de nuestra vida. Muchas Gracias.

Con un gran Cariño, Respeto y Admiración para mis hermanos: **Lucio, Silvia, Anselmo, Joel, Carolina y Carlos Juan** y con un cariño especial para **Onésima (Mi nana Luce)**.

Al Lic. Abraham Leyva Mendivil, que por su insistencia y consejos en años atrás, hoy también forma parte de este logro; pero sobre todo por ser una gran persona, amigo y compañero de trabajo. Muchas gracias Amigo Abraham.

A mis compañeros de Área en el Laboratorio de Rotodinámica: M.C. José Gabriel Mendoza Larios, José Valles Aguilar y Carlos Correa gracias por su valiosa amistad y su apoyo en todo momento.

A mis compañeros de generación: Ileana, Erick Jael, Dilvar, José Manuel por su valiosa amistad, los gratos y momentos convividos, por las enseñanzas, aprendizajes y experiencias que me llevo de cada uno de ustedes.

A mis compañeros Emmanuel Rey David Salazar, Norma Celeste Ruíz Hidalgo de quienes aprendí mucho, pero en particular por su valiosa amistad.

DEDICATORIA

*A Dios, por brindarme una
oportunidad más en mi vida*

Para mi familia:

Carmen Julia, Nadya Abigail

y

Mariangel

CONTENIDO

NOMENCLATURA	x
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABLAS	xvi
RESUMEN	xix
ABSTRACT	xx
INTRODUCCIÓN	xxi
CAPÍTULO I. ESTADO DEL ARTE	
1.1 Revisión bibliográfica	1
1.2 Conclusión de la revisión bibliográfica	6
1.3 Objetivos	7
1.3.1 Objetivos generales	7
1.3.2 Objetivos específicos	7
1.4 Alcances	7
1.5 Justificación	7
CAPÍTULO II. METODOLOGÍAS DE BALANCEO	
2.1 Método de Balanceo por Coeficientes de Influencia.	9
2.2 Método de Balanceo Modal.	12
2.3 Balanceo Modal Usando Coeficientes de Influencia	15
2.3.1 Generalización del Método de los Coeficientes de Influencia	15
2.4 Uso de Arreglo de Pesos Modales para Balanceo de Rotores	18
2.4.1 Construcción de Arreglos de Pesos Modales	18
CAPÍTULO III. EQUIPO E INSTRUMENTACIÓN DE LABORATORIO	
3.1 Equipo utilizado en las pruebas de impacto	20
3.2 Esquema conceptual del rotor experimental	22

3.2.1	Rotor simétrico	23
3.2.2	Rotor asimétrico	23

CAPÍTULO IV. MODELO MATEMÁTICO DE IDENTIFICACIÓN DE LA POSICIÓN ANGULAR DEL DESBALANCE EN UN ROTOR ASIMÉTRICO

4.1	Desarrollo Matemático	25
4.1.1	Análisis de un rotor asimétrico	25
4.1.2	Método de Newton - Raphson	28
4.1.3	Criterio de convergencia	30
4.2	Análisis teórico de la respuesta al desbalance del rotor asimétrico	31
4.3	Parámetros modales y ángulo de desbalance (Respuesta Teórica)	34
4.4	Análisis de la respuesta experimental	36
4.5	Parámetros modales y ángulo de desbalance (Respuesta Experimental)	38

CAPÍTULO V. CONSTRUCCIÓN DE ARREGLO DE PESOS MODALES PARA EL BALANCEO DE ROTORES ASIMÉTRICOS

5.1	Arreglo de pesos modales para el Balanceo de Rotores Asimétricos	43
-----	--	----

CAPÍTULO VI. BALANCEO DE ROTOR EXPERIMENTAL SIMÉTRICO

6.1	Determinación de formas modales del rotor en forma experimental	46
6.2	Balanceo del rotor experimental simétrico sin pesos de corrección	53
6.2.1	Rodado 1	53
6.2.2	Rodado 2	62
6.3	Balanceo del rotor experimental simétrico con pesos de corrección	67
6.3.1	Rodado 1	67
6.3.2	Rodado 2	76

6.3.3	Rodado 3	81
-------	----------	----

CAPÍTULO VII. BALANCEO DE ROTOR EXPERIMENTAL ASIMÉTRICO

7.1	Determinación de formas modales del rotor en forma experimental.	87
7.2	Balanceo del rotor experimental asimétrico.	93
7.2.1	Rodado 1	94
7.2.2	Rodado 2	106
7.2.3	Rodado 3	112
7.2.4	Rodado 4	115

CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1	Conclusiones	124
8.2	Recomendaciones	125

BIBLIOGRAFÍA	126
---------------------	-----

APÉNDICE	128
-----------------	-----

NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción
μ	Factor de medida de la asimetría del eje
σ_r	Factor de amortiguamiento
$^\circ$	Unidad del sistema sexagesimal denotada como grados
x	Eje coordenado en la dirección x
z	Eje coordenado en la dirección z
c_x	Amortiguamiento en la dirección x
c_z	Amortiguamiento en la dirección z
k_x	Rigidez en la dirección x
k_z	Rigidez en la dirección z
u	Eje coordenado en rotación con dirección u
w	Eje coordenado en rotación con dirección w
I_u	Momento de inercia principal con dirección u
I_w	Momento de inercia principal con dirección w
$=$	Igualdad
\neq	Desigual
$+$	Suma
M	Función de transferencia
ω	Frecuencia
\emptyset	Ángulo de fase
Ω	Relación de frecuencias
d	Desbalance
ζ	Factor de amortiguamiento
i	Índice para el número de modo de vibración
j	Índice para el número de plano de medición
$V_{o_{ij}}$	Vector de vibración inicial para el modo i en el plano j
$\phi_i(y_j)$	Factor de forma modal del plano j para el modo i
ϕ_M	Factor modal en el modo M
W_{Mj}	Peso para el modo M en el plano j
M_j	Resultante de la suma de los pesos modales W_{Mj} colocado en el plano de balanceo j
$V_{r_{ij}}$	Vectores residuales para el modo i en el plano j
$V_{e_{ij}}$	Vectores efecto para el modo i en el plano j
H	Eje orientado a 45°
$V_{e_{ij}}^H$	Componente del vector efecto para el modo i en el plano j con dirección H
W_{Mj}^L	Componente para el peso en el modo M en el plano j con dirección L
W_{Mj}^H	Componente para el peso en el modo M en el plano j con dirección H
α_{ij}	Coefficiente de influencia para el modo i en el plano j
$[\alpha_{ij}^L]$	Matriz de coeficientes de influencia para el modo i en el plano j con dirección L
$[\alpha_{ij}^H]$	Matriz de coeficientes de influencia para el modo i en el plano j con dirección H

U_{ij}	Peso de corrección para el modo i en el plano j
$[U_{ij}^L]$	Matriz de pesos de corrección para el modo i en el plano j con dirección L
$[U_{ij}^H]$	Matriz de pesos de corrección para el modo i en el plano j con dirección H
oxy	Sistema en coordenadas rectangulares fijo
OEN	Sistema en coordenadas rectangulares en rotación
f_d	Fuerza de desbalance
\bar{r}	Magnitud de la respuesta
θ_d	Posición angular del desbalance
ξ	Eje coordenado paralelo al eje E
η	Eje coordenado paralelo al eje N
K_ξ	Rigidez en la dirección ξ
K_η	Rigidez en la dirección η
t	Tiempo
c	Coefficiente de amortiguamiento
ω_i	Frecuencia en el punto i considerada en el diagrama polar
ω_j	Frecuencia en el punto j considerada en el diagrama polar
θ_i	Posición en el punto i considerada en el diagrama polar
θ_j	Posición en el punto j considerada en el diagrama polar
x_1, x_2, x_3	Valores con amplitud de vibración y fase
∂	Derivada parcial
Δ	Incrementos
m	Masa
W_{Mj}^H	Componente para el peso en el modo M en el plano j con dirección H
α_{ij}	Coefficiente de influencia para el modo i en el plano j
rpm	Revoluciones por minuto
mils	Unidad correspondiente a milésimas de pulgada
V_{reMj}	Vectores de vibraciones resultantes en el modo M en el plano j .
Amáx	Amplitud máxima de vibración en los diagramas polares de respuesta
a11	Amplitud del factor de forma modal del modo 1 en el plano 1 en la 1er. Forma Modal
a12	Amplitud del factor de forma modal del modo 1 en el plano 2 en la 1er. Forma Modal
a21	Amplitud del factor de forma modal del modo 2 en el plano 1 en la 2da. Forma Modal
a22	Amplitud del factor de forma modal del modo 2 en el plano 2 en la 2da. Forma Modal

LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción	Página
3.1.1	Equipo de laboratorio: a) Rotor experimental RK4 Bently Nevada, b) Martillo de impacto, c) Amplificador y acoplador para acelerómetros, d) Tarjeta NI-DAQmx-USB-6009, e) Computadora Personal.	21
3.2.1	Esquema conceptual del rotor experimental, acotación mm.	22
3.2.2	Graduación del rotor	22
3.2.1.1	Flecha del rotor simétrico, acotación mm.	23
3.2.1.2	Arreglo experimental del rotor simétrico, acotación mm.	23
3.2.2.1	Flecha del rotor asimétrico, acotación mm.	23
3.2.2.2	Configuración del disco inercial con la flecha asimétrica.	24
3.2.2.3	Arreglo experimental del rotor asimétrico, acotación mm.	24
4.1.1.1	Sistema coordinado de referencia. a) sección transversal de un rotor asimétrico, b) diagrama de cuerpo libre de fuerzas dinámicas actuantes en el rotor asimétrico.	25
4.2.1	Diagramas polares de respuesta teóricos para diferentes posiciones angulares de la fuerza de desbalance f_d para un rotor asimétrico: a) $\theta_d=135^\circ$, b) $\theta_d=180^\circ$, c) $\theta_d=225^\circ$ y d) $\theta_d=270^\circ$	32
4.2.2	Simetría de la respuesta vibratoria de un rotor asimétrico con excitación f_d . a) $\theta_d=45^\circ$, b) $\theta_d=225^\circ$	33
4.3.1	Identificación de la posición angular del desbalance, para los diagramas polares de respuesta teóricos de la figura 4.2.1. a) $\theta_d=135^\circ$, b) $\theta_d=180^\circ$, c) $\theta_d=225^\circ$ y d) $\theta_d=270^\circ$.	35
4.4.1	Frecuencias naturales del rotor experimental en los ejes correspondientes a: a) k_ξ y b) k_η .	36
4.4.2	Diagramas polares de respuesta experimentales para una fuerza de excitación f_d : a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$.	37
4.5.1	Posición angular del desbalance en función de la frecuencia de giro del rotor, para los diagramas polares de respuesta experimentales de la figura 6. a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$	40
4.5.2	Diagramas polares de respuesta numéricos ajustados a los experimentales a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$.	41
4.5.3	Identificación de la posición angular del desbalance para las elipses ajustadas de las figuras 4.5.2: a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$.	42
5.1.1	Sistema coordinado del rotor asimétrico.	44
5.1.2	Ejes coordinados dirección H y L.	44
6.1.1	Sistema rotodinámico experimental	46
6.1.2	Rotor discretizado en 19 nodos	47
6.1.3	FRF's obtenidas para el caso del inciso A).	49,50

6.1.4	FRF's obtenidas para el caso del inciso B).	50,51
6.1.5	Primera y segunda forma modal experimental del rotor simétrico	52
6.1.6	Formas modales teóricas y experimentales del eje del rotor simétrico.	52
6.2.1	Perfil de velocidades del rotor experimental	53
6.2.1.1	Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 1	54
6.2.1.2	Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 2	54
6.2.1.3	Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1	55
6.2.1.4	Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 2	56
6.2.1.5	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.	57
6.2.1.6	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.	58
6.2.1.7	Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 1.	59
6.2.1.8	Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 2.	59
6.2.2.1	Vibración resultante del rotor, sensor 1	62,63
6.2.2.2	Vibración resultante del rotor, sensor 2	63
6.2.2.3	Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 1	64
6.2.2.4	Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 2.	64
6.2.2.5	Diagramas de bode inicial y resultante, sensor 1.	65
6.2.2.6	Diagramas de bode inicial y resultante, sensor 2	65
6.2.2.7	Diagramas polares de respuesta inicial y resultante, sensor 1.	66
6.2.2.8	Diagramas de respuesta inicial y resultante, sensor 2.	66
6.3.1.1	Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 1	67
6.3.1.2	Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 2.	68
6.3.1.3	Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1.	68,69
6.3.1.4	Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 2.	69,70
6.3.1.5	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.	71
6.3.1.6	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.	71
6.3.1.7	Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 1.	72
6.3.1.8	Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 2.	73
6.3.2.1	Vibración resultante del rotor, sensor 1.	76
6.3.2.2	Vibración resultante del rotor, sensor 2.	77
6.3.2.3	Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 1.	78
6.3.2.4	Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 2.	78
6.3.2.5	Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.	79
6.3.2.6	Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.	79
6.3.3.1	Vibración residual del rotor, sensor 1.	81
6.3.3.2	Vibración residual del rotor, sensor 2.	82
6.3.3.3	Diagrama polar de respuesta residual, sensor 1.	83
6.3.3.4	Diagrama polar de respuesta residual, sensor 2.	83

6.3.3.5	Diagramas de bode inicial y residual, sensor 1.	84
6.3.3.6	Diagramas de bode inicial y residual, sensor 2.	84
6.3.3.7	Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 1.	85
6.3.3.8	Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 2.	85
7.1.1	Sistema rotodinámico experimental.	87
7.1.2	Rotor discretizado en 19 nodos.	88
7.1.3	FRF's obtenidas para el caso del inciso A).	90,91
7.1.4	FRF's obtenidas para el caso del inciso B).	91
7.1.5	Primera y segunda forma modal experimental del rotor asimétrico en su rigidez k_{ξ} .	92
7.1.6	Primera y segunda forma modal experimental del rotor asimétrico en su rigidez k_{η} .	93
7.2.1	Perfil de velocidades del rotor experimental.	94
7.2.1.1	Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 1.	95
7.2.1.2	Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 2.	95
7.2.1.3	Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1.	96
7.2.1.4	Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 2.	97
7.2.1.5	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.	98
7.2.1.6	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.	99
7.2.1.7	Ajuste de elipses, diagramas polares de respuesta inicial, sensor 1.	100
7.2.1.8	Ajuste de elipses, diagramas polares de respuesta inicial, sensor 2.	100
7.2.1.9	Identificación de la posición angular del desbalance, sensor 1.	101
7.2.1.10	Identificación de la posición angular del desbalance, sensor 2.	101
7.2.1.11	Posiciones angulares de la fuerza de excitación y de balanceo en el modo 1 y modo 2, sensor 1.	102
7.2.1.12	Posiciones angulares de la fuerza de excitación y de balanceo en el modo 1 y modo 2, sensor 2.	103
7.2.2.1	Vibración resultante del rotor, sensor 1.	106
7.2.2.2	Vibración resultante del rotor, sensor 2.	107
7.2.2.3	Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 1.	108
7.2.2.4	Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 2.	108
7.2.2.5	Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.	109
7.2.2.6	Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.	109
7.2.3.1	Vibración residual del rotor, sensor 1	112
7.2.3.2	Vibración residual del rotor, sensor 2.	113
7.2.3.3	Diagrama polar de respuesta residual, sensor 1.	114
7.2.3.4	Diagrama polar de respuesta residual, sensor 2.	114
7.2.4.1	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 del rotor, sensor 1.	116
7.2.4.2	Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 del rotor, sensor 2.	116

7.2.4.3	Vibración residual del rotor, sensor 1.	118
7.2.4.4	Vibración residual del rotor, sensor 2.	119
7.2.4.5	Diagrama polar de respuesta residual, sensor 1.	120
7.2.4.6	Diagrama polar de respuesta residual, sensor 2.	120
7.2.4.7	Diagramas de bode inicial y residual, sensor 1.	121
7.2.4.8	Diagramas de bode inicial y residual, sensor 2.	121
7.2.4.9	Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 1.	122
7.2.4.10	Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 2.	122

LISTA DE TABLAS

Tabla	Descripción	Página
2.1.1	Ventajas del Método de Balanceo por Coeficientes de Influencia.	12
2.1.2	Desventajas del Método de Balanceo por Coeficientes de Influencia.	12
2.2.1	Ventajas del Método de Balanceo Modal.	14
2.2.2	Desventajas del Método de Balanceo Modal.	14
3.1.1	Funciones de Transferencia.	21
4.3.1	Solución obtenida para los Diagramas Polares de Respuesta de la figura 4.2.1.	34
4.5.1	Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, Fig. 4.4.2a (fd en $\theta_d = 90^\circ$)	38
4.5.2	Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, Fig. 4.4.2b (fd en $\theta_d = 135^\circ$)	38
4.5.3	Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, figura 4.4.2c (fd en $\theta_d = 180^\circ$)	38
4.5.4	Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, figura 4.4.2d (fd en $\theta_d = 225^\circ$)	38
4.5.5	Frecuencias naturales obtenidas y experimentales	39
4.5.6	Frecuencias naturales promedio y experimentales.	39
4.5.7	Valores Promedio	39
6.1.1	Características y dimensiones del eje simétrico	46
6.1.2	Distancias de cada nodo en el rotor	47
6.1.3	Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso A).	48
6.1.4	Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso B).	48
6.2.1.1	Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 1.	57
6.2.1.2	Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 2.	57
6.2.1.3	Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.	57
6.2.1.4	Amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.	58
6.2.1.5	Posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración.	60
6.2.1.6	Posición angular de la fuerza de balanceo para cada modo de vibración.	60
6.2.1.7	Factores de forma modal.	61
6.2.1.8	Arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}).	61
6.2.1.9	Arreglo de pesos modales de prueba por plano de balanceo.	61
6.2.1.10	Distribución de arreglo de pesos modales de prueba.	62
6.2.2.1	Amplitudes de vibración resultantes.	65
6.3.1.1	Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 1.	70
6.3.1.2	Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 2.	70
6.3.1.3	Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.	70
6.3.1.4	Amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.	72

6.3.1.5	Posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración.	73
6.3.1.6	Posición angular de la fuerza de balanceo para cada modo de vibración.	73
6.3.1.7	Factores de forma modal.	74
6.3.1.8	Arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}).	74
6.3.1.9	Arreglo de pesos modales de prueba por plano de balanceo.	74
6.3.1.10	Distribución de arreglo de pesos modales.	75
6.3.1.11	Distribución real de arreglo de pesos modales	75
6.3.2.1	Amplitudes de vibración resultantes.	80
6.3.2.2	Pesos de corrección ($U_{C_{Mj}}$).	80
6.3.2.3	Arreglo de pesos modales de corrección	80
6.3.2.4	Pesos de corrección. ($U_{C_{ij}}$)	80
6.3.2.5	Arreglo de pesos modales de corrección.	81
6.3.3.1	Amplitudes de vibración residuales (V_{rij}).	83
6.3.3.2	Porcentajes de disminución de la vibración inicial del rotor.	86
7.1.1	Características y dimensiones del eje asimétrico	87
7.1.2	Distancias de cada nodo en el rotor.	88
7.1.3	Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso A).	89
7.1.4	Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso B).	90
7.2.1.1	Velocidades de balanceo y amplitudes de vibración inicial, sensor 1.	98
7.2.1.2	Velocidades de balanceo y amplitudes de vibración inicial, sensor 2.	98
7.2.1.3	Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.	98
7.2.1.4	Amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.	99
7.2.1.5	Posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración.	101
7.2.1.6	Posición angular de la fuerza de balanceo para cada modo de vibración.	102
7.2.1.7	Factores de forma modal.	104
7.2.1.8	Arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}).	105
7.2.1.9	Arreglo de pesos modales de prueba por plano de balanceo.	105
7.2.1.10	Distribución de arreglo de pesos modales de prueba.	105
7.2.1.11	Distribución real de arreglo de pesos modales	105
7.2.2.1	Amplitudes de vibración resultantes.	110
7.2.2.2	Vectores de vibración efecto.	110
7.2.2.3	Componentes de vibraciones iniciales ($V_{O_{ij}}$) en direcciones H y L	111
7.2.2.4	Componentes de pesos de prueba (W_{Mj}) en direcciones H y L	111
7.2.2.5	Componentes de vectores efecto ($V_{e_{ij}}$) en direcciones H y L	111
7.2.2.6	Coefficientes de influencia en el eje L	111
7.2.2.7	Pesos de corrección ($U_{C_{ij}}$) en el eje L.	112
7.2.2.8	Arreglo de pesos modales de corrección en el eje L.	112

7.2.3.1	Porcentajes de disminución de la vibración inicial del rotor.	115
7.2.4.1	Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.	115
7.2.4.2	Nuevas amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.	117
7.2.4.3	Componentes de la nueva vibración inicial (V_{oij}) en los ejes H y L	117
7.2.4.4	Pesos nuevos de balanceo (U_{cij}) en el eje L.	117
7.2.4.5	Nuevo arreglo de pesos modales de corrección en el eje L.	117
7.2.4.6	Amplitudes de vibración residuales (V_{rij}).	120
7.2.4.7	Porcentajes de disminución de la vibración inicial del rotor.	123

RESUMEN

Actualmente existe una tendencia generalizada de aumentar la velocidad de operación de los equipos industriales [1, 2, 3]. Esto genera la necesidad de desarrollar técnicas de análisis del comportamiento dinámico y métodos de control de vibraciones, particularmente de balanceo de rotores. Esta necesidad ha motivado investigaciones sobre los métodos de balanceo de rotores flexibles durante años y, aun cuando muchos alcances se han logrado, el problema principal es la reducción del número de rodados durante el proceso de balanceo. Este problema ha sido estudiado entre otros por Bishop and Parkinson [4], Kellenberger [5], Shiraki and Kanki [6] y recientemente por Preciado [7], Blanco et al. [8] y Arias et al. [9], y sin embargo, las metodologías propuestas, no son factibles de aplicar en el balanceo de rotores que presentan rigidez diferente en sus planos principales (rotores asimétricos), tal es el caso de los generadores eléctricos de dos polos y algunos turbogeneradores, ya que éstos presentan modos de vibración más complejos que el de los rotores simétricos, lo que complica el proceso de balanceo mediante métodos convencionales. Los efectos de una sección transversal asimétrica en las características de la vibración de los rotores son de gran interés para el desarrollo de métodos de balanceo, ya que los métodos de balanceo para este tipo de rotores son escasos y complicados en su aplicación a causa de la dificultad de determinar de forma correcta la posición angular del desbalance.

En este trabajo se presenta una metodología para identificar la posición del desbalance en rotores asimétricos (rotores con rigidez diferente en los planos principales de su sección transversal), a partir de diagramas polares de respuesta. Para el desarrollo del identificador propuesto, se parte de un modelo simplificado de dos grados de libertad, donde se requiere como datos de entrada cuatro puntos de la respuesta de vibración del rotor (diagrama polar de respuesta), donde cada punto involucra amplitud de vibración y ángulo de fase, así como la velocidad de rotación en la que se presenta la vibración. El identificador propuesto se aplicó a diagramas polares de respuesta experimentales obtenidos de un rotor asimétrico tipo Jeffcott considerando diferentes posiciones angulares de desbalance en el rotor, donde se obtuvo un porcentaje de error máximo del 4.4% entre la posición angular del desbalance real y el identificado.

Adicionalmente, se propone un nuevo método de balanceo para rotores asimétricos mediante la construcción de un arreglo de pesos modales utilizando el identificador de la posición angular del desbalance desarrollado. La utilización del arreglo de pesos afecta modos específicos de vibración y permite caracterizar la respuesta del rotor en un solo rodado de prueba, determinando el efecto específico de cada arreglo sobre la componente del modo de vibración correspondiente. La metodología de balanceo se aplicó a un rotor asimétrico experimental logrando el balanceo de dos modos de vibración al mismo tiempo, reduciendo la vibración del rotor hasta un 93% en cada modo de vibración.

ABSTRACT

There is now a general trend of increasing the speed of operation of industrial equipment [1, 2, 3]. This creates the need to develop techniques for analyzing the dynamic behavior and vibration control methods, particularly balancing rotors. This need has prompted research into methods of balancing flexible rotors for years and, even though many achievements have been made, the main problem is reducing the number of rolls during the rolling process. This problem has been studied among others by Bishop and Parkinson [4], Kellenberger [5], Shiraki and Kanki [6] and recently by Preciado [7], White et al. [8] and Arias et al. [9], however, the proposed methodologies are not feasible to apply in balancing rotors having different rigidity in its main planes (asymmetric rotors), as in the case of electric generators of two poles and some turbogenerators, because they present more complex modes the vibration of symmetrical rotors, which complicates the process of rolling by conventional methods. The effects of an asymmetrical cross section in the vibration characteristics of the rotors are of great interest to develop methods of balancing, as the balancing methods for these rotors are scarce and complicated in its application because of the difficulty of correctly determining the angular position of the imbalance.

This work presents a methodology for identifying the position of the imbalance in asymmetric rotors (rotors with different stiffness in the main planes of its cross section), from polar response diagram. For the development of the proposed identifier it is part of a simplified model of two degrees of freedom, where it is required as input four points of the vibration response of the rotor (polar response diagram), where each point involves vibration amplitude and phase angle and the rotation speed at which vibration occurs. The proposed identifier applied to polar diagrams obtained experimental response of a type asymmetric rotor Jeffcott considering different angular positions of imbalance in the rotor, where a percentage of maximum error of 4.4% between the angular position of actual imbalance and identified was obtained.

In addition, a new method for asymmetric rotor balancing is proposed by building arrangement manners weights using the identifier of the angular position of the imbalance developed. Using specific arrangement of weights affects vibration modes and to characterize the response of the rotor in a single shot test, determining the arrangement specific effect on the component corresponding vibration mode. Balancing methodology was applied to an experimental achieving asymmetric rotor balancing two vibration modes while reducing vibration of the rotor up to 93% in each mode of vibration

INTRODUCCIÓN

Una de las fuentes más comunes de generación de vibración en máquinas rotatorias se debe al desbalance. El desbalance ocurre cuando el eje principal de inercia del rotor no coincide con el eje geométrico del sistema, lo que provoca vibraciones que generan fuerzas indeseables que se transmiten directamente a los elementos mecánicos, así como, soportes y cojinetes del rotor. Por otra parte, el fenómeno de la resonancia que ocurre cuando la frecuencia de excitación se iguala con una frecuencia natural del rotor, genera que los efectos del desbalance sean catastróficos para el sistema. Actualmente, se han propuesto diversos métodos de balanceo donde se busca utilizar el menor número de rodados posibles para el balanceo final, sin embargo los métodos principales son dos: el balanceo por coeficientes de influencia y balanceo modal, con base a las ventajas y desventajas que presenta cada método, ninguno de ellos es preferible respecto al otro, por lo que en el Instituto de Investigaciones Eléctricas se desarrolló el método conocido como Balanceo modal usando coeficientes de influencia. Este método en términos generales consiste en la generalización del método de coeficientes de influencia con la utilización de arreglo de pesos. El arreglo de pesos permite que en solo rodado de prueba se caracterice la respuesta del rotor, para lo cual es necesario determinar el efecto específico de cada arreglo sobre la componente del modo de vibración correspondiente. Los métodos mencionados ha sido aplicados exitosamente en el balanceo de rotores simétricos, es decir rotores que presentan parámetros de rigidez igual en toda su sección transversal, sin embargo, las metodologías propuestas, no son factibles de aplicar en el balanceo de rotores que presentan rigidez diferente en sus planos principales (rotores asimétricos), tal es el caso de los generadores eléctricos de dos polos y algunos turbogeneradores, ya que éstos presentan modos de vibración más complejos que el de los rotores simétricos, lo que complica el proceso de balanceo mediante métodos convencionales. Lo anterior se debe a que la respuesta del rotor asimétrico varía en amplitud y fase para diferentes posiciones angulares de la fuerza de excitación, lo que dificulta determinar de forma correcta la posición angular del desbalance.

De acuerdo con lo anterior, en este trabajo se propone un nuevo método de balanceo para rotores asimétricos, el método propuesto se desarrolló tomando como base el método de balanceo modal usando coeficientes de influencia, con lo que se pretende acoplar un método de balanceo convencional de fácil aplicación al balanceo de rotores asimétricos. Asimismo como complemento de la metodología de balanceo propuesta, se desarrolló una técnica de identificación para determinar la posición angular del desbalance del rotor a partir de datos obtenidos de los diagramas polares de respuesta. La técnica de identificación se validó con datos experimentales (respuesta de vibración) de un rotor asimétrico, controlando la fuerza de excitación para diferentes posiciones angulares.

Finalmente, la metodología de balanceo propuesta se utilizó para el balanceo de un rotor asimétrico experimental, donde se realizó la construcción de un arreglo de pesos modales para el balanceo de dos modos de vibración, logrando reducir la vibración inicial del rotor hasta en un 93% en cada modo de vibración.

CAPÍTULO I

ESTADO DEL ARTE

En éste capítulo se presenta una revisión bibliográfica, así como los objetivos, metas y alcances del proyecto.

1.1 Revisión bibliográfica

Los primeros trabajos que se elaboraron en el modelado de maquinaria rotatoria fueron realizados por W.J.M. Rankie [10]. Rankie presentó el concepto de velocidad crítica y asoció este fenómeno al generado en estructuras sometidas a fuerzas de excitación. También planteó la existencia de una velocidad "crítica", velocidad que no se podía superar durante los ciclos de operación.

Posteriores investigaciones elaboradas por De Laval, C.P.G. [10], acerca del comportamiento de la maquinaria rotatoria sometida a grandes velocidades, demuestran la necesidad de tener modelos matemáticos que representen el comportamiento vibratorio de un sistema real, por lo que el modelo del rotor de De Laval se desarrolló para explicar las características dinámicas de las turbo máquinas. El objetivo del modelo fue predecir el comportamiento dinámico de turbinas que fueron usadas inicialmente como parte del proceso industrial de separadores de crema en productos lácteos. Con los resultados obtenidos del análisis del modelo de De Laval, se consiguió aumentar la capacidad de producción de ese tipo de turbinas, al incrementar la velocidad de operación hasta 40,000 rpm. Sin embargo, a causa del considerable exceso de velocidad, el comportamiento vibratorio de la turbina permitió superar las expectativas del modelo utilizado, apareciendo los efectos inerciales desconocidos hasta entonces. De Laval describió el fenómeno de resonancia y formuló los primeros conceptos de desbalance rotatorio, explicando además el fenómeno como producto de la heterogeneidad en la distribución de la masa sobre el rotor.

Por otra parte Foppl, A. [10], analizó la interacción entre un disco montado sobre una flecha rotatoria y la respuesta al desbalance. En su trabajo desarrolló un modelo que describe la dinámica del rotor, y explico el comportamiento vibratorio del rotor cerca y lejos de la resonancia.

En esta misma línea de investigación, Dunkerley *et al.* [11], demostraron que un eje tiene distintas velocidades críticas, por lo que utilizó el método de Lagrange para encontrar las frecuencias naturales del rotor. En ese mismo año, Dunkerley propuso un catálogo de rotores, donde clasifica los distintos tipos de rotores típicos empleados en la industria, donde se podía conocer las frecuencias naturales del rotor con un porcentaje de error de $\pm 5\%$.

Aun cuando ya existían investigaciones en el área de rotodinámica, el primer trabajo conocido en América, en particular en los Estados Unidos, fue el modelo presentado por

Jeffcott, H. H. [12], donde consideró un rotor con dos soportes y una masa en forma de disco colocada en el centro de la flecha. Jeffcott concluyó que la vibración del sistema, se debe a una vibración forzada, la cual tiene como componentes una vibración libre, que provee al sistema de una respuesta en estado transitorio y una vibración forzada, que provee al sistema de una respuesta en estado estable. Asimismo, determinó las ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento del rotor, incluyendo las fuerzas de desbalance rotatorio. Es a partir de este estudio, que inicia el desarrollo de métodos y técnicas de balanceo con el objetivo de reducir las vibraciones en sistemas rotatorios.

Bishop [13], publicó un estudio en donde hace referencia al trabajo elaborado por Jeffcott; describió que el modelo del rotor presentado por Jeffcott no prevé la información suficiente para resolver los problemas del balanceo de rotores, desarrollando así un planteamiento general para resolver el problema de balanceo de rotores de tipo flexible. La ecuación diferencial de movimiento que desarrolló de tal planteamiento, se determinó al tomar en cuenta la rigidez en los soportes, la velocidad de rotación del eje y sus formas modales, considerando las distorsiones de los modos principales del sistema como una mezcla de otros modos de vibración. Más tarde, los investigadores enfocaron su atención al estudio del comportamiento vibratorio de rotores asimétricos, rotores que presentan parámetros de rigidez diferente en los ejes de inercia principales de su sección transversal.

Chávez, J.P., *et al.* [14], realizaron el estudio teórico y experimental de un rotor tipo Jeffcott asimétrico, para analizar el comportamiento dinámico que éste exhibe dentro de un anillo amortiguador con soportes anisotrópicos, con holgura entre el eje del rotor y el anillo. El estudio se realizó, considerando dos modos de operación: un régimen sin contacto y un régimen con contacto, en la interacción del eje del rotor y el anillo amortiguador del sistema. En las ecuaciones de movimiento deducidas para cada régimen considerado, el tratamiento matemático arrojó un sistema de ecuaciones diferenciales lineales para cada caso, pero la diferencia entre cada uno estriba, que en el caso del régimen con contacto, se incluyeron las componentes de una fuerza normal resultante de reacción que aparece en la superficie de contacto del anillo amortiguador y el eje del rotor por efecto del golpe de éste. Además, puesto que esta fuerza adicional depende de la posición y la velocidad del anillo amortiguado, se necesitó modelar la posición instantánea del anillo amortiguado minimizando la energía total elástica en los resortes para cualquier cambio en la posición del rotor durante el régimen de contacto, generando un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales.

Por último, para la validación experimental, se implementó la construcción del sistema vibratorio, concluyendo que los modelos matemáticos generados son capaces de describir el comportamiento dinámico del sistema considerando contacto entre el eje del rotor y el anillo amortiguado.

Por su parte, Parkinson, A.G. [15], analizó el comportamiento de una flecha asimétrica soportada por chumaceras flexibles. Para su análisis consideró una ecuación de movimiento para cada eje de inercia principal del rotor. De la solución de las ecuaciones diferenciales de movimiento, encontró una expresión matemática que ilustra de manera simple el efecto de la simetría del rotor. Parkinson realizó un análisis de la expresión matemática obtenida

considerando amortiguamiento histerético en relación con la asimetría del sistema. De acuerdo con los parámetros anteriores, los diagramas polares de respuesta de la vibración del sistema pueden ser:

- a) Un círculo, si $\mu = 0$.
- b) Una elipse, si $\sigma_r > \mu$, $\mu \neq 0$,
- c) Una parábola, si $\sigma_r = \mu$, $\mu \neq 0$,
- d) Una hipérbola, si $\sigma_r < \mu$, $\mu \neq 0$,

donde: μ = Factor de asimetría del eje.

σ_r = Factor de amortiguamiento histerético.

Matsukura, Y. *et al.* [16], desarrollaron un método de balanceo de rotores flexibles con flecha de sección transversal asimétrica; para el balanceo del rotor, propusieron la utilización de un factor de convergencia β para hacer que los desbalances residuales converjan y disminuyan rápidamente. El factor de convergencia deberá aplicarse tantas veces como corridas de balanceo se realicen en el rotor, donde el factor de convergencia podrá ser un escalar o un vector y su magnitud deberá ser menor que la unidad. El concepto del factor de convergencia propuesto, es análogo a un factor de estabilización en evaluaciones de bucles en los sistemas automáticos de control y un factor de convergencia en los métodos iterativos de cálculo numérico.

Inagaki, T. *et al.* [17] proponen un método para la evaluación de la respuesta síncrona de un sistema de rotor-chumacera con flecha asimétrica; para lo anterior se desarrolló un modelo matemático donde se consideró la rigidez de la flecha, momento de inercia y masa del sistema, así como las propiedades dinámicas de los rodamientos. En este análisis, las ecuaciones de movimiento que se describen son expresadas en función de coeficientes periódicos dependientes del tiempo, y la solución del modelo se llevó a cabo por el método de balanceo armónico.

Mas tarde, Delgado, E.P. *et al.* [18], presentaron las bases teóricas y la verificación experimental de una metodología de balanceo modal apoyada en la utilización de coeficientes de influencia. Esta metodología conjunta las ventajas y elimina las desventajas de los dos métodos principales de balanceo, que son balanceo por coeficientes de influencia y balanceo modal, y ofrece mejoras adicionales con respecto a otras técnicas similares. El método propuesto requiere teóricamente, de una sola corrida de prueba para la caracterización del rotor; y en el caso de que se disponga de información de balanceos previos, puede aspirarse a balancear sin corridas de prueba, para lo cual no es necesario el desarrollo de modelos numéricos del rotor. En conclusión, por su característica, el nuevo método es capaz de aprovechar al máximo la información disponible en la respuesta dinámica de la máquina captada por los sensores de vibración, con lo cual se obtiene un conocimiento más detallado de su comportamiento dinámico. Además, existe la posibilidad de programar el método, por lo que no se limita su aplicación con base a la capacidad de análisis o el conocimiento sobre dinámica de rotores que tenga el usuario.

Por otra parte, Kang, Y. C., *et al.* [19], presentaron un trabajo relativo a la modificación del método de balanceo por coeficientes de influencia con el propósito de balancear rotores asimétricos. Para esto realizaron dos formulaciones matemáticas, la primera utilizando el método de elementos finitos y otra por variables complejas. En la formulación por método de elemento finito se desarrollaron las ecuaciones de movimiento de una sección del rotor, del desbalance y de los rodamientos. También, se representó a los vectores de respuesta, desbalance y masas de prueba en variables complejas utilizando un marco de referencia rotatorio (v, w) para el análisis. En la formulación planteada, consideraron dos puntos de análisis, uno ubicado en el plano de medición y otro ubicado en el plano de balanceo. Para el caso del punto del plano de medición se analizó la desviación del punto O_k de la flecha, respecto del centro B de la chumacera por medio de la respuesta r_k , identificando su posición angular ψ_k con base al eje de referencia rotatorio v . En el caso del punto en el plano de balanceo, se desconoce la posición angular del desbalance en un plano determinado al cual se denominó como S ; asimismo, en el cambio de fase del marco de referencia rotatorio, se pueden definir las posiciones angulares para el desbalance, masas de prueba y la respuesta, por lo que, α_j^0 denota la posición angular del desbalance relativo al desbalance inicial; α_j es la posición angular relativa de la masa de prueba y φ_k es la posición angular relativa que se genera del eje del plano S con dirección a la respuesta. Además, la posición angular del eje de desbalance se desconoce, más sin embargo, ésta posición se logra conocer a través del eje del marco de referencia rotatorio v , a través de v_j^0 , posición angular relativa del desbalance desde el eje rotatorio v ; v_j posición angular relativa de la masa de prueba y θ como la posición angular del eje S al eje v del marco de referencia rotatorio, es posible determinar la posición angular relativa del desbalance en cualquier plano, a través de:

$$\alpha_j^0 = \theta - v_j^0$$

De esta manera, las componentes de la posición angular del desbalance y la respuesta se expresan en forma compleja, se representan en referencia al marco rotatorio (u, v) , y quedan representadas en la forma:

$$\sum_{j=1}^J (A_{kj}P_j + B_{kj}Q_j) = r_k \quad k = 1, \dots, K$$

Así, para cada corrida de prueba, se obtiene una posición angular del desbalance y respuesta del sistema, por lo que se procede a generar ecuaciones no homogéneas en su respectiva parte real e imaginaria. El enfoque más simple de resolver las ecuaciones generadas se relaciona con la colocación de una primer masa en una dirección principal de la asimetría y realizar una operación de prueba, a continuación se coloca una segunda masa de prueba en la segunda dirección principal de la asimetría a la misma distancia como se empleó para la primer masa. Por lo que en dos operaciones se obtiene:

$$(P'_w)_j = 0 = (P''_v)_j \text{ y } (P'_v)_j = \mu_k = (P''_w)_j$$

Por lo que en su formulación indicaron que se requieren dos masas de prueba que serán colocadas en las direcciones principales para cada plano de balanceo.

Por otra parte, también se realizó el análisis considerando asimetría en los cojinetes, donde de igual forma, se desarrollaron las ecuaciones de movimiento, logrando correlacionar los coeficientes de influencia modificados con precesiones “forward” y las fuerzas de desbalance, llegando a la conclusión que en lugar de realizar mediciones de desplazamiento para calcular los coeficientes de influencia, es necesario utilizar las precesiones “forward”.

Colín, J.O [20], propuso una metodología para el balanceo de rotores asimétricos, donde determinó que la respuesta vibratoria de rotores asimétricos, considerando rampas de excitación, depende de tres parámetros principales adimensionales que son: factor de amortiguamiento modal, factor de velocidad de la rampa de excitación y factor de asimetría modal. Demostró que a diferencia de los rotores simétricos, donde los diagramas polares de respuesta muestran una geometría circular, los rotores asimétricos generan una geometría elíptica. Concluyó que al aplicar rampas de excitación, la geometría de los diagramas polares de respuesta se distorsionan, además, cuando la posición angular de la fuerza de excitación se encuentra a un ángulo $\pm 45^\circ$, el ángulo de fase φ del vector de vibración en condiciones de resonancia es igual a 90° , tal y como se presenta en rotores simétricos. Sin embargo, la máxima amplitud de vibración no siempre se presenta en condiciones de resonancia, lo que dificulta la localización de la posición angular del desbalance.

Más tarde, Kang, Y. C., *et al.* [21], presentaron un trabajo relativo a la modificación del método unificado por coeficientes de influencia y balanceo modal, para balancear rotores asimétricos. En el mismo sentido que el análisis realizado por Kang [19], en este caso, se presentó el análisis matemático para determinar masas de corrección modales que afecten a un sólo modo de vibración, sin afectar modos ya balanceados. En este trabajo se desarrolló una metodología para lograr el balanceo de rotores asimétricos, concluyendo que los primeros dos modos de vibración pueden ser balanceados a pesar de que las dos masas de corrección aplicadas en el plano de balanceo, y la utilización de la precesión forward, no puedan proporcionar una equivalente distribución del desbalance.

Posteriormente, González, J.M, [22], desarrolló un modelo numérico, en el que propuso una metodología de balanceo para rotores asimétricos basado en la construcción de arreglos de pesos modales, conjuntando las metodologías de balanceo modal y por coeficientes de influencia. Modeló matemáticamente la configuración de un sistema -rotor-chumacera con flecha asimétrica mediante la técnica del elemento finito y determinó los parámetros de amplitud de vibración, frecuencias naturales, velocidades críticas y formas modales en función de la velocidad de rotación del rotor. Analizó el comportamiento dinámico de los rotores asimétricos mediante diagramas de Campbell, diagramas de Bode y diagramas polares de respuesta. Para el análisis de los diagramas polares de respuesta, consideró intervalos de 45° cada uno.

Se analizó el comportamiento vibratorio para posiciones angulares del desbalance en los intervalos de $315^\circ - 0^\circ$, $0^\circ - 45^\circ$, $45^\circ - 90^\circ$, y $90^\circ - 135^\circ$; partiendo de las posiciones de referencias de 315° ó 135° y 45° ó 225° , donde la amplitud de vibración de la respuesta del rotor es máxima y mínima respectivamente, y donde el rotor se comporta igual que un rotor simétrico. González concluyó que es posible el balanceo de rotores asimétricos empleando la construcción de arreglo de pesos modales utilizando las técnicas establecidas para rotores simétricos.

1.2 Conclusión de la revisión bibliográfica.

Cuando los elementos de máquinas rotatorias de un sistema mecánico presentan un problema de desbalance y éstos trabajan bajo ciertas condiciones cerca de velocidades que afectan de manera significativa su buen funcionamiento, ocurrirán fenómenos que son muy importantes para ser analizados, estudiados y explicados, aplicando alguna acción técnica de mantenimiento evitando así problemas de cualquier naturaleza.

Para esto, muchos investigadores pertenecientes al área de Rotodinámica han realizado muchas aportaciones científicas que van desde del desarrollo de modelos matemáticos complejos y simulación en programas computacionales, hasta llegar al análisis experimental con el fin de obtener la validación tanto teórica como experimental de sus descubrimientos en torno a los comportamientos que los elementos rotatorios exhiben cuando se encuentran en movimiento. Así mismo, han desarrollado metodologías de balanceo de rotores para lograr controlar, reducir o eliminar los fenómenos que un problema de desbalance ocasionan.

Los efectos de una sección transversal asimétrica en las características de la vibración de los rotores son de gran interés para el desarrollo de métodos de balanceo, ya que los métodos de balanceo para este tipo de rotores son escasos y complicados en su aplicación a causa de la dificultad de determinar de forma correcta la posición angular del desbalance, además de que su comportamiento vibratorio es más complejo que el de los rotores simétricos.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos generales

Desarrollar una metodología que combine las ventajas de los dos métodos de balanceo más comunes (balanceo por coeficientes de influencia y balanceo modal) aplicando la construcción de arreglo de pesos modales para el balanceo de rotores asimétricos validada experimentalmente.

1.3.2 Objetivos específicos

- Aplicar la metodología de construcción de arreglo de pesos modales al balanceo de un rotor asimétrico experimental.
- Desarrollar una metodología para la identificación de la posición angular del desbalance en rotores asimétricos.
- Balanceo de al menos dos modos de vibración al mismo tiempo.

1.4 Alcances

Análisis experimental aplicando la metodología de construcción de arreglo de pesos modales al balanceo de rotores asimétricos, balanceando al menos dos modos de vibración.

1.5 Justificación

El diseño de las máquinas rotatorias, y sobre todo la explotación de las turbinas de vapor a partir del siglo XIX, crearon la necesidad de conocer el comportamiento dinámico de los equipos y sus componentes y, en especial, de contar con técnicas de balanceo de sistemas rotodinámicos. La actividad del balanceo está encaminado a reducir las vibraciones causadas por la excentricidad de las masas de los rotores, hasta niveles que permitan la operación adecuada de las máquinas y así evitar fenómenos vibratorios como:

- Problemas de carga de inercia
- Torsión
- Vibración excesiva
- Inestabilidad
- Fatiga

De acuerdo a estudios realizados en distintas fuentes de información, se sabe que con base en las características de los parámetros de rigidez que presenta el rotor en su sección transversal, en sus ejes de inercia principales, estos se pueden clasificar como rotores simétricos y asimétricos.

Un rotor simétrico presenta parámetros de rigidez igual en toda su sección transversal, y el comportamiento de la respuesta de vibración se puede analizar en un diagrama polar de respuesta que presenta una geometría similar a un círculo, donde la máxima amplitud de la respuesta de vibración se presenta aproximadamente en condiciones de resonancia, y se

presenta 90° atrasada con respecto a la fuerza de excitación. Asimismo, la respuesta de vibración es lineal con respecto a la fuerza de excitación que la genera y siempre es igual para cada posición angular del desbalance. Por su parte, los rotores asimétricos presentan parámetros de rigidez diferentes en sus ejes de inercia principales, lo que afecta a las velocidades críticas y la respuesta al desbalance del rotor; esto provoca que los diagramas polares de respuesta presenten una geometría similar a una elipse, lo que dificulta la localización de la posición angular del desbalance. Por otra parte, la geometría del diagrama polar de respuesta es función de la asimetría del rotor, lo que hace que el proceso de balanceo mediante el método modal convencional se dificulte. Asimismo, la respuesta de vibración es no lineal con respecto a la fuerza de excitación que la genera y es diferente para cada posición angular del desbalance.

En el transcurso de las últimas décadas, diversos investigadores como Matsukura, Kiso *et al.* [16], Songbo, Xinghua *et al.* [23], Parkinson [15], Inagaki *et al.* [17], han propuesto diferentes técnicas de balanceo para rotores asimétricos, sin embargo, la mayoría, de las técnicas de balanceo existentes son métodos iterativos, lo que conlleva a realizar varios rodados de prueba antes de llegar al balanceo. Lo anterior, se debe principalmente a la dificultad de localizar la posición angular de la fuerza de excitación y de la variación de los coeficientes de influencia del rotor.

CAPÍTULO II

METODOLOGÍAS DE BALANCEO

En este capítulo se describen los métodos de balanceo más comunes que son: coeficientes de influencia y balanceo modal; asimismo, se presentan las principales ventajas y desventajas de cada uno de ellos con el objeto de establecer las bases para entender la metodología de balanceo mediante la construcción de arreglo de pesos modales para el balanceo de rotores asimétricos.

2.1 Método de Balanceo por Coeficientes de Influencia.

De acuerdo con Muñoz [24], la suposición básica del método por coeficientes de influencia, es que, la vibración del rotor en los planos de medición, resulta de la distribución de pesos de desbalance. De este modo, se toma a $\{V\}$ como la respuesta del rotor, y se relaciona con la distribución de pesos de desbalance $\{P\}$ por medio de una matriz $[\alpha]$ denominada de coeficientes de influencia, esto es:

$$\{V\} = [\alpha] \{P\} \quad (2.1.1)$$

En donde:

$\{V\}$ Es un vector de p mediciones de vibración del rotor.

$[\alpha]$ Es una matriz de $p \times q$ coeficientes de influencia.

$\{P\}$ Es un vector de q elementos de pesos de desbalance del rotor.

Donde q representa el número de planos de balanceo que son utilizados.

Los datos de respuesta son tomados generalmente de más de una velocidad del rotor. De este modo $p = m * n$, donde m es el número de velocidades de balanceo y n es el número de planos de medición.

Cada uno de los elementos de $\{V\}$, $[\alpha]$ y $\{P\}$ son cantidades vectoriales, y por tanto, tienen una magnitud y un ángulo de fase.

Los datos de respuesta del rotor se miden directamente y el procedimiento para determinar la matriz $[\alpha]$, es el siguiente:

Un coeficiente de influencia, se define como la relación entre la variación de la vibración de un rotor y el peso de prueba que la provoca, es decir:

$$\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta P} \quad (2.1.2)$$

O bien

$$\alpha_{ij}^m = \frac{V_{ij}^m - V_{i0}^m}{PP_j} \quad (2.1.3)$$

Donde:

V_{ij} Representa la vibración medida en el plano i después de colocar el peso de prueba en el plano j .

V_{i0} Representa la vibración original medida en el plano i .

PP_j Representa al peso de prueba colocado en el plano de balanceo j .

m Es el número de velocidad de balanceo.

La matriz de coeficientes de influencia $[a]$ se construye con los resultados obtenidos de α_{ij} y tiene la siguiente forma:

$$[a] = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{12}^1 & \alpha_{13}^1 & \dots & \alpha_{1q}^1 \\ \alpha_{21}^1 & \alpha_{22}^1 & \alpha_{23}^1 & \dots & \alpha_{2q}^1 \\ & & & \dots & \\ \alpha_{n1}^1 & \alpha_{n2}^1 & \alpha_{n3}^1 & \dots & \alpha_{nq}^1 \\ \alpha_{11}^2 & \alpha_{12}^2 & \alpha_{13}^2 & \dots & \alpha_{1q}^2 \\ \alpha_{21}^2 & \alpha_{22}^2 & \alpha_{23}^2 & \dots & \alpha_{2q}^2 \\ & & & \dots & \\ \alpha_{n1}^2 & \alpha_{n2}^2 & \alpha_{n3}^2 & \dots & \alpha_{nq}^2 \\ \cdot & & & \dots & \\ \cdot & & & \dots & \\ \alpha_{n1}^m & \alpha_{n2}^m & \alpha_{n3}^m & \dots & \alpha_{nq}^m \end{bmatrix} \quad (2.1.4)$$

Una vez que los coeficientes de influencia α_{ij}^m se determinan, así como la respuesta del rotor, es posible conocer el vector de pesos de desbalance. Para corregir el desbalance provocado por estos pesos, es necesario calcular un vector de pesos de corrección que es opuesto al vector $\{P\}$.

El planteamiento es el siguiente:

$$\{C\} = - [a]^{-1} \{V\} \quad (2.1.5)$$

Es decir:

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ C_q \end{Bmatrix} = - [\alpha]^{-1} \begin{Bmatrix} V_{10}^1 \\ V_{20}^1 \\ V_{n0}^1 \\ V_{10}^2 \\ V_{20}^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_{n0}^m \end{Bmatrix} \quad (2.1.6)$$

En donde $C_j = (1, 2, \dots, q)$ son los pesos de corrección requeridos en el plano j a un ángulo de fase ϕ respecto a la posición de referencia para disminuir las vibraciones en las m velocidades de balanceo.

Para obtener la inversa de la matriz $[\alpha]$, se requiere que sea cuadrada $q * q$, es decir que p (número de transductores de medición multiplicado por el número de velocidades de balanceo) sea igual a q , y además que la matriz no sea singular.

A causa de que generalmente se usan varias velocidades, la matriz $[\alpha]$ no es cuadrada y en esos casos es aplicada una técnica de mínimos cuadrados para obtener una solución.

Con el objeto de hacer más clara la aplicación del método y poder establecer sus ventajas y desventajas, se presenta a continuación un procedimiento general para su uso:

1. Se instalan " n " transductores en los lugares apropiados para medir las vibraciones del rotor a diferentes velocidades, es decir, se establece el valor de p ($m * n$). Además, se seleccionan q planos prescritos de corrección. El valor mínimo de q depende del problema particular de balanceo que se esté realizando.
2. Se seleccionan las velocidades de balanceo apropiadas $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$. Cabe mencionar, que puede ser necesario balancear previamente y en forma parcial sin pasar por la velocidad crítica, a causa de que en esta última se presentan vibraciones altas que ponen en riesgo a la máquina y también a la instrumentación.
3. Se lleva a cabo la medición y registro de las amplitudes de vibración original en cada uno de los n transductores para cada una de las m velocidades sin colocar pesos de prueba.
4. Se coloca un peso de prueba PP_1 en el plano de balanceo 1, y se hace la medición y registro de la respuesta dinámica del rotor para cada uno de los transductores en cada una de las velocidades de balanceo.
5. Se retira el peso de prueba del plano anterior y se coloca un peso de prueba PP_j , en el plano de corrección j en un radio y posición angular conocida.

6. Nuevamente se mide y registra la vibración en cada uno de los n planos de medición, para cada una de las m velocidades usadas para el balanceo.
7. Las operaciones de los pasos 5 y 6 se repiten para cada uno de los planos de balanceo, es decir, para $j = 3, 4, \dots, q$
8. Finalmente, se calculan los pesos de corrección del desbalance que se requieren, así como su posición angular mediante la ecuación (2.1.5).

Ventajas y Desventajas del Método.

Como pudo observarse, el método de coeficientes de influencia presenta ciertas características, algunas de las cuales resultan ser ventajas y otras son desventajas. En las tablas 2.1.1 y 2.1.2 se presentan las ventajas y desventajas del método respectivamente.

Tabla 2.1.1. Ventajas del Método de Balanceo por Coeficientes de Influencia.

<ol style="list-style-type: none"> 1. Requiere un conocimiento mínimo sobre dinámica de rotores. 2. Balancea a dos o más velocidades simultáneamente. 3. Se programa y automatiza fácilmente. 4. Las mediciones de vibración pueden llevarse a cabo en velocidades muy cercanas a las críticas, con lo cual, puede reducirse considerablemente el desbalance. 5. Puede utilizarse una técnica de mínimos cuadrados para la optimización de resultados cuando se consideran varias velocidades.

Tabla 2.1.2 Desventajas del Método de Balanceo por Coeficientes de Influencia.

<ol style="list-style-type: none"> 1. Supone linealidad en la respuesta del rotor. 2. Requiere de un gran número de corridas de prueba para caracterizar el comportamiento dinámico del rotor. 3. En ocasiones será necesario rebasar las velocidades críticas para obtener los datos que se requieren. 4. El balanceo a una velocidad no garantiza un bajo nivel de vibración en todo el rango de operación.

2.2 Método de Balanceo Modal.

El método de balanceo modal se basa en el análisis de las señales de respuesta del rotor, que generalmente se representan en un diagrama polar, también llamado de Nyquist o diagrama de Argand. En este diagrama se grafica la señal de vibración (generalmente desplazamiento contra ángulo de fase) en un recorrido a través del rango de velocidad de la máquina.

Para la aplicación del método, se busca identificar los vectores de vibración en resonancia para cada uno de los diagramas polares, a causa de esto, el método de balanceo modal requiere de gran experiencia por parte del analista y por esta razón, el método de balanceo modal no es fácil de automatizar y de programar en una computadora.

Una vez que se han identificado los vectores de vibración en resonancia, se procede a balancear modo por modo, comenzado por aquellos que presentan una vibración mayor.

Para el balanceo del rotor, se selecciona un arreglo cuyos pesos se colocan en los diferentes planos de balanceo en posiciones radiales y angulares conocidas. La selección de esos pesos debe ser tal que no afecte negativamente el estado de desbalance de otros modos de vibración, lo cual puede expresarse de la siguiente forma:

$$\sum (\Phi_{ij} \cdot C_{mj}) = -\delta_{mi} \cdot D_m \quad (2.2.1)$$

En la cual:

- Φ_{ij} Es un factor de forma modal del plano de balanceo j para el modo i .
- C_{mj} Es el peso de corrección para el modo m a colocarse en el plano de balanceo j
- D_m Es la componente de desbalance del modo m .
- δ_{mi} Es la delta de Kronecker. $\begin{cases} 0 \text{ para } m \neq i \\ 1 \text{ para } m = i \end{cases}$
- j 1, 2, 3, ... q
- q Número de planos de balanceo

Es decir:

$$\begin{aligned} \sum (\Phi_{ij} \cdot C_{mj}) &= -D_m \text{ para } m = i \\ \sum (\Phi_{ij} \cdot C_{mj}) &= 0 \text{ para } m \neq i \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

La ecuación (2.2.2) permite que los pesos seleccionados C_{mj} , no afecten a otros modos diferentes al modo m , de esta forma puede llevarse a cabo un balanceo por este método. Para poder detectar sus ventajas y desventajas, se presenta a continuación un procedimiento general para su aplicación:

1. Se colocan los transductores adecuados en los planos de medición del rotor identificando los planos de balanceo que serán usados.
2. Se lleva a cabo un rodado inicial en el rotor para identificar las velocidades de balanceo $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_0$.
3. Durante el mismo rodado se trazan los diagramas polares usando graficadores x-y.
4. Se identifican los vectores de vibración en resonancia en los diagramas polares.

5. Se establecen los factores de forma modal para cada modo a balancear.
6. Con la información que se obtuvo en los puntos anteriores se calculan arreglos de pesos de prueba para cada modo, para lo cual, puede considerarse la información de balanceos previos de esa máquina o de alguna similar.
7. Se coloca el arreglo de pesos de prueba calculado en el punto anterior para el modo a balancear.
8. Se vuelve a rodar el rotor y se grafican los valores de vibración. Con base en los diagramas obtenidos, se analiza la influencia de cada arreglo de pesos en el modo correspondiente, con lo cual, se puede realizar una corrección de dichos pesos y repetir la operación.
9. Si las vibraciones aún son grandes, tiene que repetirse la operación anterior hasta lograr que la vibración residual esté dentro de los límites permisibles.

Ventajas y desventajas del Método.

A continuación se presentan las principales ventajas y desventajas que tiene el uso del método de balanceo modal:

Tabla 2.2.1. Ventajas del Método de Balanceo Modal.

<ol style="list-style-type: none"> 1. Los rodados de prueba pueden utilizarse como rodados de corrección. 2. Utiliza arreglos de pesos para afectar modos específicos. 3. Puede atacar varios modos a la vez. 4. Se obtiene mayor entendimiento del comportamiento del rotor. 5. Se aprovecha la experiencia del analista. 6. Las vibraciones pueden reducirse directamente si se hace uso de información extraída de modos bien identificados.

Tabla 2.2.2 Desventajas del Método de Balanceo Modal.

<ol style="list-style-type: none"> 1. Se requiere de experiencia y conocimientos de dinámica de rotores. 2. Es necesario conocer la forma modal para configurar los arreglos de pesos. 3. La utilización de arreglos de pesos, elimina la posibilidad de usar un programa basado en el método de coeficientes de influencia.

Con base en las ventajas y desventajas que presentan los métodos de balanceo por coeficientes de influencia y balanceo modal, ninguno de ellos es preferible respecto al otro.

2.3 Balanceo Modal Usando Coeficientes de Influencia.

Con base en las características que presentan los métodos de coeficientes de influencia y modal, en el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) [24] se generó un nuevo método que conjunta las ventajas de ambos y elimina sus desventajas.

El nuevo método de balanceo se denomina: "Balanceo Modal Usando Coeficientes de Influencia" y sus principales características son:

- a El uso de arreglos de pesos para caracterizar el comportamiento dinámico del rotor.
- b Es posible hacer uso de arreglos de pesos que exciten a modos específicos de vibración, sin afectar negativamente a otros modos.
- c Es posible caracterizar el comportamiento dinámico del rotor en un solo rodado de prueba, si se construyen arreglos modales de pesos.
- d Puede ser programable, con lo cual, no se hace necesaria una gran experiencia por parte del analista en balanceo de rotores.
- e Puede compensar vibraciones de varios modos a la vez y los rodados de prueba pueden utilizarse para reducir las vibraciones de la máquina.

El nuevo método consiste en la generalización del método de los coeficientes de influencia para hacer uso de arreglos de pesos y compensar vibraciones a varias velocidades.

A continuación, se describe el desarrollo básico de los puntos que conforman al método.

2.3.1 Generalización del Método de los Coeficientes de Influencia.

Con base en la definición de un coeficiente de influencia, tal como se presentó en la sección 2.1, se tiene que:

$$\alpha = \frac{\Delta V_i}{\Delta PP_j} \quad (2.3.1.1)$$

Se planteó una matriz de coeficientes de influencia (2.3.1.1) que sirve para relacionar en forma lineal las vibraciones a compensar de un rotor con los pesos que producen a estas vibraciones, esta relación se expresó como:

$$\{V\} = -[\alpha]\{C\}$$

o bien :

$$\{C\} = -[\alpha]^{-1}\{V\} \quad (2.3.1.2)$$

Esta es la ecuación básica que utiliza el método de los coeficientes de influencia que permite llevar a cabo el balanceo de un rotor, una vez evaluada la matriz de coeficientes de influencia $[a]$.

La determinación de los elementos de la matriz de coeficientes de influencia se realiza columna por columna. Para el cálculo de la j -ésima columna se coloca un peso de prueba en el plano j y se registran los cambios de vibración producido por los pesos en los i planos de medición. Cada elemento de la j -ésima columna se determina sustituyendo los valores correspondientes en la ecuación (2.3.1.1).

Partiendo de la ecuación (2.3.1.1), el procedimiento de obtención de la matriz de coeficientes de influencia $[a]$ puede ser expresado de la siguiente forma:

$$[a] = \{\Delta V\} [PP]_{jj}^{-1} \quad (2.3.1.3)$$

Donde:

$\{\Delta V\}$ Es una matriz que contiene los cambios de vibración registrados durante los rodados de prueba. El número de renglón indica el plano de medición en el que se registró el cambio de vibración y el número de columna corresponde al plano de balanceo donde se colocó el peso de prueba.

$[PP]_{jj}$ Es una matriz diagonal que contiene a los pesos que fueron utilizados para cada rodado del prueba (los pesos son colocados en la diagonal principal).

La ecuación (2.3.1.2) permite calcular los pesos necesarios para disminuir las vibraciones de un rotor, siempre y cuando se conozca la matriz de coeficientes de influencia dada por la ecuación (2.3.1.3). Estas son las ecuaciones básicas usadas por del método de los coeficientes de influencia.

Como se explicó en la sección 2.1, para la aplicación del método de los coeficientes de influencia, es necesario realizar los rodados de prueba colocando pesos únicos en cada plano de balanceo. Sin embargo, es posible generalizar el método para hacer uso de arreglos de pesos de prueba.

El procedimiento es el siguiente:

Si se coloca un conjunto de pesos de prueba $\{PP\}_i$ el efecto en las vibraciones está dado por $\{\Delta V\}_i$ tal que:

$$\{\Delta V\}_i = [a] \{PP\}_i \quad (2.3.1.4)$$

En la ecuación (2.3.1.4), los coeficientes de la matriz $[a]$ son incógnitas y se deben calcular. En esta ecuación el vector $\{\Delta V\}_i$ es de orden p , es decir, el número de transductores multiplicado por el número de velocidades usadas para tomar las lecturas de

vibración. El vector $\{PP\}_i$ es de orden q que representa al número de planos de balanceo. Finalmente, la matriz $[\alpha]$ es de orden $p \times q$.

La ecuación (2.3.1.4) representa un sistema de p ecuaciones de $p \times q$ incógnitas. De aquí se deduce que el número de rodados de prueba necesario para la completa definición de los coeficientes de influencia es igual al número de planos de balanceo utilizados.

Con base en lo anterior, los vectores $\{\Delta V\}_i$ y $\{PP\}_i$ de la ecuación (2.3.1.4) pueden expresarse como matrices de orden $p \times q$ y $q \times q$ respectivamente, donde todos los elementos de estas matrices son ceros, con excepción de los elementos de las columnas i , las cuales contiene los cambios de vibración y los pesos del arreglo utilizado para el rodado de prueba, respectivamente. Esto es:

$$[\Delta V]_i = [\alpha] [PP]_i \quad (2.3.1.5)$$

Si se realizan q rodados de prueba del rotor con distintos arreglos de pesos, se obtendrán q sistemas de ecuaciones similares al dado por la ecuación (2.3.1.5). Al sumar estos sistemas de ecuaciones se obtiene la expresión:

$$[\Delta V] = [\alpha] [PP]$$

De la cual se deduce que la expresión general para la determinación de los coeficientes de influencia es la siguiente:

$$[\alpha] = [\Delta V] [PP]^{-1} \quad (2.3.1.6)$$

Donde:

$[PP]$ Es una matriz de pesos. Cada columna de esta matriz contiene los pesos utilizados en los diferentes planos de balance durante cada rodado de prueba.

$[\Delta V]$ Es una matriz de valores de vibración. Cada columna de esta matriz contiene los cambios de vibración en los diferentes transductores, producidos por cada uno de los diferentes arreglos de pesos de prueba.

$[\alpha]$ Está formada por coeficientes de influencia que representan el efecto sobre las vibraciones registradas por un transductor, a causa de la colocación de un arreglo de pesos dado.

Las ecuaciones (2.3.1.2) Y (2.3.1.6) constituyen las ecuaciones básicas del método generalizado de los coeficientes de influencia.

La ecuación (2.3.1.6) puede ser usada utilizando arreglos de pesos arbitrarios, sin embargo, también pueden emplearse arreglos de pesos que afecten únicamente a modos específicos de vibración.

2.4 Uso de Arreglos de Pesos Modales para Balanceo de Rotores.

Una vez hecho el planteamiento para hallar los pesos de balanceo del rotor con base en la influencia de arreglos de pesos, se presenta ahora un procedimiento mediante el cual es posible construir arreglos de pesos de prueba que afecten a modos específicos de vibración sin afectar negativamente el estado de desbalanceo de otros modos.

2.4.1 Construcción de Arreglos de Pesos Modales.

Los modos de vibración se presentan cuando el rotor se encuentra en operación y se flexiona adoptando "Formas Modales" predominantes a determinadas velocidades de rotación (ω) que coinciden con sus frecuencias naturales ω_n .

Cuando ocurre $\omega = \omega_n$, el modo correspondiente es excitado y los modos restantes generalmente son de amplitud de vibración muy pequeña, por lo que la influencia de esos modos a esa velocidad puede ser despreciada.

Para excitar a un modo, es necesario emplear pesos que se coloquen en posiciones diferentes a las nodales, es decir, en los planos en donde exista deformación del rotor. La influencia de esos pesos depende de la deformación que se genere para el modo correspondiente en la posición en la cual se coloca el peso. Al valor de la relación que existe entre la deformación de los planos de balanceo para cada modo de vibración se le llama "Factor de Forma Modal".

En vista de lo anterior, es posible establecer una ecuación que garantice que los pesos calculados para balancear algún modo no afecten a los modos restantes, de esta forma, la resultante de la suma de los pesos modales para cada modo puede ser colocado en su plano de balanceo correspondiente para constituir un arreglo único de pesos de prueba, destinado a balancear varios modos en forma simultánea.

Lo anterior puede expresarse de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \sum (PP_{Mj} \cdot \Phi_{Mj}) &= 0 \text{ para } M \neq i \\ \sum (PP_{Mj}) &= P_j \end{aligned} \tag{2.4.1.1}$$

En la cual:

PP_{Mj} es el peso para el modo M colocado en el plano j .

Φ_{Mj} es el factor de forma modal del plano j para el modo i .

P_j es la resultante de la sumatoria de los pesos modales P_{Mj} colocado en el plano de balanceo j .

M, i, j varían de 1 a m , para m igual al número de modos considerados para balanceo.

Para poder plantear el sistema de ecuaciones anteriores es necesario conocer los factores Φ_{ij} los cuales representan las relaciones de vibración entre planos de balanceo para los diferentes modos de vibración, y es aquí en donde tienen aplicación las formas modales de los rotores.

CAPÍTULO III

EQUIPO E INSTRUMENTACIÓN DE LABORATORIO

En este capítulo se presenta el sistema de medición y la configuración del equipo que se utilizó para realizar las pruebas de impacto, asimismo, se muestra el esquema de la configuración del sistema de adquisición de datos para la obtención de Diagramas de Bode, Diagramas Polares de Respuesta y Perfil de Velocidad de los sistema rotodinámicos experimentales simétrico y asimétrico.

3.1 Equipo utilizado en las pruebas de impacto

En el análisis de vibraciones mediante técnicas experimentales es común caracterizar el sistema vibratorio para conocer sus frecuencias naturales y formas modales, para lo anterior es necesario conocer el efecto que una fuerza de excitación (impacto) provoca en la respuesta vibratoria del sistema.

La instrumentación y equipo utilizado para determinar las formas modales y frecuencias naturales de los rotores experimentales simétrico y asimétrico, es el siguiente:

Martillo de impacto (*Hammer Impact*): marca Kistler, modelo 9722A 2000.

Amplificador de señal *Power Supply/Couple*: marca Kistler de 4 canales, entradas y salidas BNC y ganancia de 1, 10 y 100.

Sensor de aceleración o acelerómetro: marca Kistler, tipo 8632C50, rango de medición 50 g y sensibilidad de 99.8 mV/g.

Tarjeta de adquisición de datos: NI-DAQmx-USB-6009, con 8 entradas analógicas y 8 digitales.

Software LabVIEW 2013: aplicación de Impact Test (DAQmx).

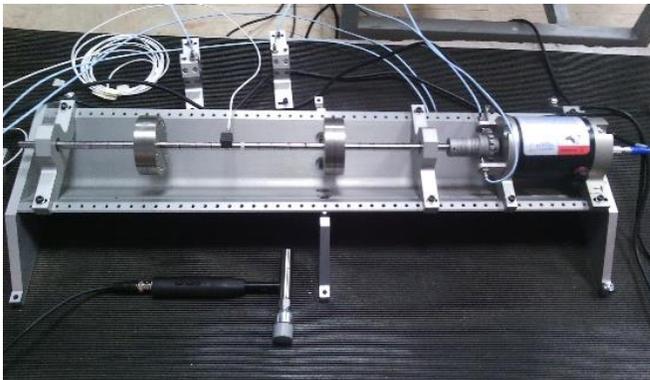
Para la caracterización del sistema rotodinámico, se utilizó una función de transferencia que relaciona la fuerza de excitación “F” con la respuesta del sistema “R”, donde la respuesta del rotor puede expresarse en términos de parámetros de vibración como desplazamiento, velocidad o aceleración. En la tabla 3.1.1 se muestran las diferentes funciones de transferencia en función del parámetro de vibración.

Tabla 3.1.1. Funciones de Transferencia.

Parámetros de Respuesta “R”	Relación $\left(\frac{R}{F}\right)$	Relación $\left(\frac{F}{R}\right)$
DESPLAZAMIENTO	<ul style="list-style-type: none"> • Receptancia • Admitancia • Complianza Dinámica • Flexibilidad Dinámica 	<ul style="list-style-type: none"> • Rigidez Dinámica
VELOCIDAD	<ul style="list-style-type: none"> • Movilidad 	<ul style="list-style-type: none"> • Impedancia Mecánica
ACELERACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> • Inertancia • Acelerancia 	<ul style="list-style-type: none"> • Masa Dinámica

De acuerdo con la tabla 3.1.1, en el presente Proyecto para la caracterización del rotor, se utilizó la función de transferencia “Acelerancia”.

En la figura 3.1.1 se muestra la fotografía de los diferentes equipos utilizados.



a)



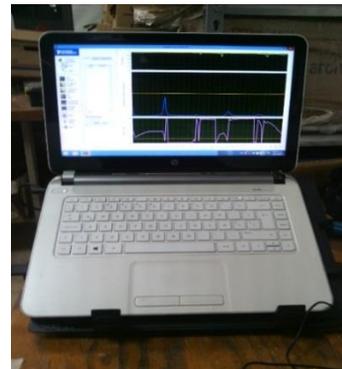
b)



c)



d)



e)

Figura 3.1.1 Equipo de laboratorio: a) Rotor experimental RK4 Bently Nevada, b) Martillo de impacto, c) Amplificador y acoplador para acelerómetros, d) Tarjeta NI-DAQmx-USB-6009, e) Computadora Personal.

3.2 Esquema conceptual del rotor experimental.

Es importante mencionar, que los esquemas que se presentan en esta sección fueron utilizados tanto para el rotor simétrico como para rotor asimétrico.

En la figura 3.2.1 se presenta el esquema conceptual de la distribución de las masas inerciales, así como la posición de los soportes y sensores de desplazamiento para la medición de vibración del rotor experimental.

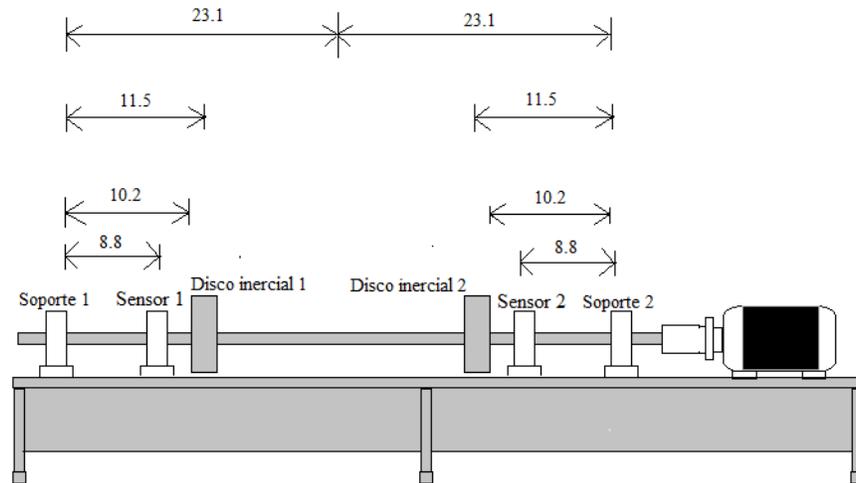


Figura 3.2.1. Esquema conceptual del rotor experimental, acotación mm.

De la figura 3.2.1 se puede observar que la distribución de masas inerciales y sensores de medición están distribuidos simétricamente. Por otra parte, en la figura 3.2.2 se muestra la graduación del rotor, así como la posición angular del tacómetro, también se puede apreciar que el giro del rotor es en sentido contrario a las manecillas del reloj. De acuerdo con la figura 3.2.2 la posición del sensor 1 y sensor 2 es vertical y coinciden con la posición angular de 0° , por tanto, en los diagramas polares de respuesta de la vibración, la posición angular de 0° está referido a la posición del sensor de desplazamiento.

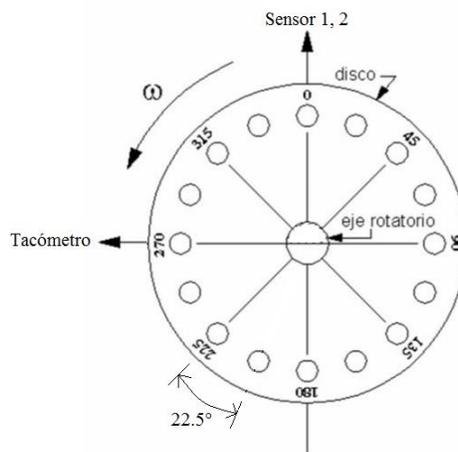


Figura 3.2.2. Graduación del rotor.

3.2.1 Rotor simétrico

En la figura 3.2.1.1, se muestra la geometría y dimensiones de la flecha del rotor simétrico

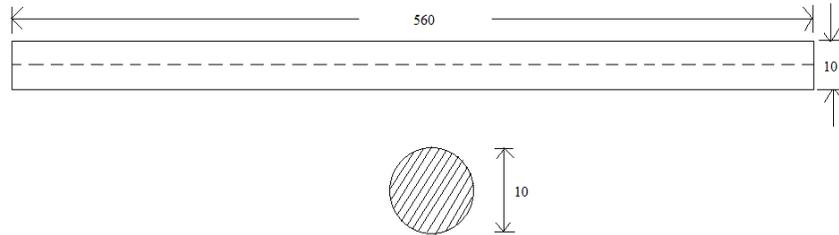


Figura 3.2.1.1. Flecha del rotor simétrico, acotación mm.

De la figura se puede observar que la flecha presenta un diámetro uniforme en toda su longitud. Asimismo en la figura 3.2.1.2 se muestra el esquema general del arreglo experimental del rotor simétrico.

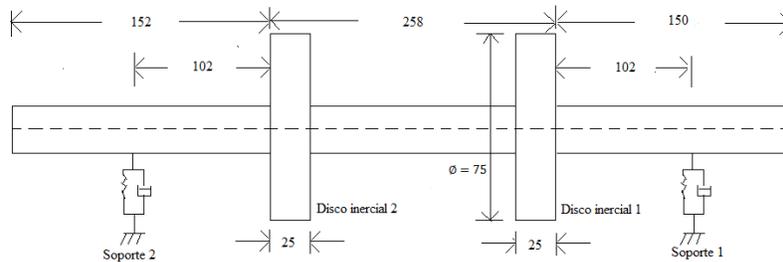


Figura 3.2.1.2. Arreglo experimental del rotor simétrico, acotación mm.

3.2.2 Rotor asimétrico

En la figura 3.2.2.1, se muestra la geometría y dimensiones de la flecha del rotor asimétrico.

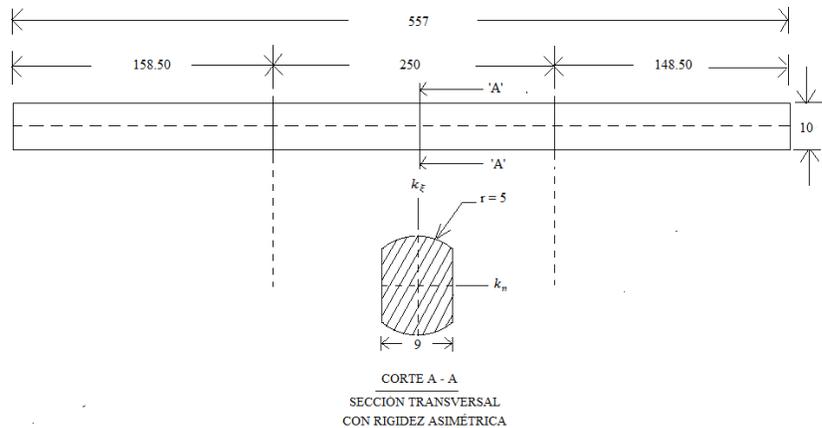


Figura 3.2.2.1. Flecha del rotor asimétrico, acotación mm.

De la figura se puede observar que la flecha tiene en la parte central una sección transversal asimétrica que presenta parámetros de rigidez diferentes k_ξ y k_η en sus ejes de inercia principales. Por otra parte, en la figura 3.2.2.2 se muestra la configuración de los discos inerciales con la sección transversal de la flecha asimétrica, donde la posición angular de 0° coincide con el eje correspondiente a la rigidez k_ξ .

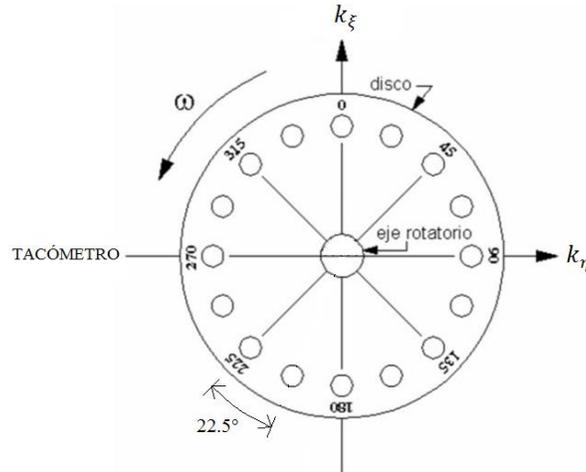


Figura 3.2.2.2. Configuración del disco inercial con la flecha asimétrica.

Asimismo en la figura 3.2.2.3 se muestra el esquema general del arreglo experimental del rotor asimétrico.

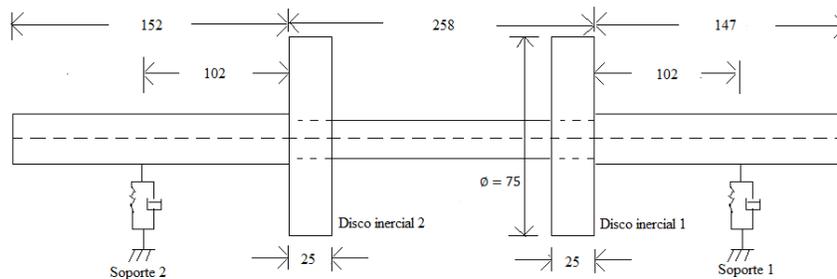


Figura 3.2.2.3. Arreglo experimental del rotor asimétrico, acotación mm.

CAPÍTULO IV

MODELO MATEMÁTICO PARA LA IDENTIFICACIÓN DE LA POSICIÓN ANGULAR DEL DESBALANCE EN UN ROTOR ASIMÉTRICO

En este capítulo se presenta una metodología para identificar la posición del desbalance en rotores asimétricos (rotores con rigidez diferente en los planos principales de su sección transversal), a partir de diagrama polares de respuesta. Para el desarrollo del identificador propuesto, se parte de un modelo simplificado de dos grados de libertad, donde se requiere como datos de entrada de cuatro puntos de la respuesta de vibración del rotor, donde cada punto involucra amplitud de vibración y ángulo de fase, así como la velocidad de rotación en la que se presenta la vibración.

4.1 Desarrollo Matemático

4.1.1 Análisis de un rotor asimétrico

Para el análisis se parte de una sección transversal típica de una flecha asimétrica como la que se muestra en la Figura 4.1.1.a, donde f_d y θ_d denotan la fuerza de desbalance y su posición angular. Asimismo, \vec{r} y θ representan la amplitud de vibración y su ángulo de fase tomando como referencia el sistema coordenado rotatorio EN de la figura 4.1.1.a. Puede apreciarse en la figura que la flecha presenta dos planos principales de flexión con k_η y k_ξ , de tal manera que las frecuencias naturales para cada plano pueden denotarse como ω_η y ω_ξ , tal que $\omega_\xi < \omega_\eta$.

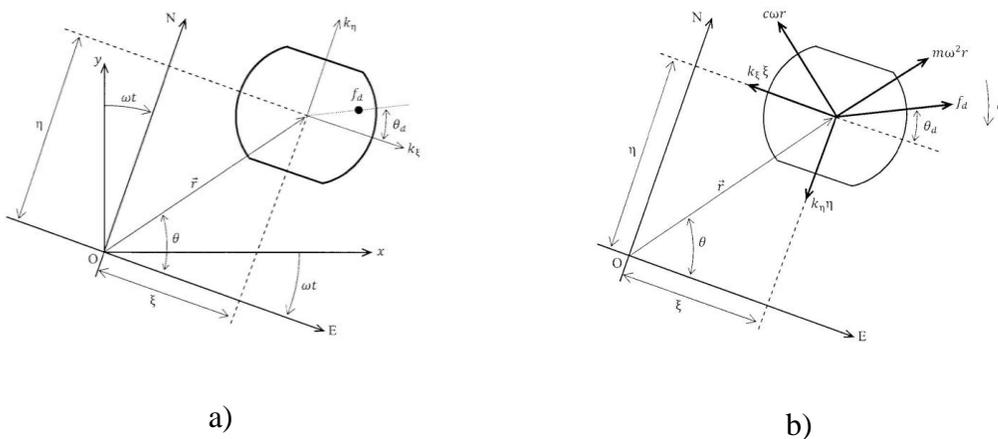


Figura 4.1.1.1. Sistema coordenado de referencia. a) sección transversal de un rotor asimétrico, b) diagrama de cuerpo libre de fuerzas dinámicas actuantes en el rotor asimétrico.

Para propósitos del presente análisis, se considera que las rigideces de flexión k_η y k_ξ de la flecha son independientes de la longitud del rotor. Tomando como referencia el sistema rotatorio coordinado EN en la figura 4.1.1.1b, se muestran las fuerzas actuantes tanto de rigidez ($k_\xi \xi$, $k_\eta \eta$) como de amortiguamiento ($c \omega r$), inerciales ($m \omega^2 r$) y de excitación (f_d), al plantear el equilibrio dinámico, las fuerzas que actúan en los ejes E y N respectivamente, se pueden escribir como:

$$f_d \cos(\theta_d - \theta) - k_\xi \xi \cos \theta - k_\eta \eta \sin \theta + m \omega^2 r = 0 \quad (4.1.1.1)$$

$$f_d \sin(\theta_d - \theta) + k_\xi \xi \sin \theta - k_\eta \eta \cos \theta + c \omega r = 0 \quad (4.1.1.2)$$

De (4.1.1.1) y (4.1.1.2), se tiene que:

$$f_d = \frac{k_\xi r \cos^2 \theta + k_\eta r \sin^2 \theta - m \omega^2 r}{\cos(\theta_d - \theta)} \quad (4.1.1.3)$$

$$f_d = \frac{-k_\xi r \sin \theta \cos \theta + k_\eta r \sin \theta \cos \theta - c \omega r}{\sin(\theta_d - \theta)} \quad (4.1.1.4)$$

Igualando (4.1.1.3) y (4.1.1.4) se encuentra que:

$$\tan \theta = \frac{[k_\xi - m \omega^2] \sin \theta_d + c \omega \cos \theta_d}{[k_\eta - m \omega^2] \cos \theta_d - c \omega \sin \theta_d} \quad (4.1.1.5)$$

De (4.1.1.5), se puede observar que el ángulo de fase de la respuesta del sistema es función de la posición angular del desbalance.

Por otra parte, al elevar al cuadrado (4.1.1.3) y (4.1.1.4) y sumarlas, se encuentra la amplitud del desplazamiento del sistema en función del ángulo de fase θ :

$$r = \frac{f_d}{\sqrt{[k_\xi \cos^2 \theta + k_\eta \sin^2 \theta - m \omega^2]^2 + [-k_\xi \sin \theta \cos \theta + k_\eta \sin \theta \cos \theta - c \omega]^2}} \quad (4.1.1.6)$$

De donde:

$$\left[\frac{f_d}{r}\right]^2 = [k_\xi \cos^2 \theta + k_\eta \sin^2 \theta - m \omega^2]^2 \quad (4.1.1.7)$$

$$+ [-k_\xi \sin \theta \cos \theta + k_\eta \sin \theta \cos \theta - c \omega]^2$$

Si se obtiene una respuesta r_i para una fuerza de desbalance f_d , de (4.1.1.7) se tiene que:

$$\left[\frac{f_d}{r_i}\right]^2 = [k_\xi \cos^2 \theta_i + k_\eta \sin^2 \theta_i - m \omega_i^2]^2 \quad (4.1.1.8)$$

$$+ [-k_\xi \sin \theta_i \cos \theta_i + k_\eta \sin \theta_i \cos \theta_i - c \omega_i]^2$$

De manera similar, para una respuesta r_j con la misma fuerza de desbalance se tiene que:

$$\left[\frac{f_d}{r_j}\right]^2 = [k_\xi \cos^2 \theta_j + k_\eta \sin^2 \theta_j - m \omega_j^2]^2 \quad (4.1.1.9)$$

$$+ [-k_\xi \sin \theta_j \cos \theta_j + k_\eta \sin \theta_j \cos \theta_j - c \omega_j]^2$$

Donde $i \neq j$. Al dividir (4.1.1.9) entre (4.1.1.8) se obtiene:

$$m^2 (m2) = k_\xi^2 (e2) + k_\eta^2 (n2) + k_\xi m (em) + k_\eta m (nm) + k_\xi c (ec) + k_\eta c (nc) + c^2 (c2) \quad (4.1.1.10)$$

Donde:

$$m2 = \left[-\omega_j^4 + \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 \omega_i^4 \right]$$

$$e2 = \left[\cos^4 \theta_j - \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 \cos^4 \theta_i + \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j - \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i \right]$$

$$n2 = \left[\sin^4 \theta_j - \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 \sin^4 \theta_i + \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j - \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i \right]$$

$$em = \left[-2 \cos^2 \theta_j \omega_j^2 + \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 2 \cos^2 \theta_i \omega_i^2 \right]$$

$$nm = \left[-2 \sin^2 \theta_j \omega_j^2 + \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 2 \sin^2 \theta_i \omega_i^2 \right]$$

$$ec = \left[2 \sin \theta_j \cos \theta_j \omega_j - \left(\frac{r_i}{r_j}\right)^2 2 \sin \theta_i \cos \theta_i \omega_i \right]$$

$$nc = \left[-2 \operatorname{sen} \theta_j \cos \theta_j \omega_j + \left(\frac{r_i}{r_j} \right)^2 2 \operatorname{sen} \theta_i \cos \theta_i \omega_i \right]$$

$$c2 = \left[\omega_j^2 - \left(\frac{r_i}{r_j} \right)^2 \omega_i^2 \right]$$

Por otra parte, si se divide (4.1.1.10) entre m^2 se obtiene una ecuación con 5 incógnitas:

$$\left(\frac{k_\xi}{m} \right); \quad \left(\frac{k_\eta}{m} \right); \quad \left(\frac{k_\xi c}{m^2} \right); \quad \left(\frac{k_\eta c}{m^2} \right); \quad \left(\frac{c}{m} \right)^2$$

Haciendo:

$$x_1 = \left(\frac{k_\xi}{m} \right); \quad x_2 = \left(\frac{k_\eta}{m} \right); \quad x_3 = \left(\frac{c}{m} \right)$$

Donde m es la masa del sistema.

Al sustituir x_1, x_2 y x_3 en (4.1.1.10), esta se puede reescribir como una ecuación con tres incógnitas:

$$x_1^2(e2) + x_2^2(n2) + x_1(em) + x_2(nm) + x_1 x_3(ec) + x_2 x_3(nc) + x_3^2(c2) - (m2) = 0 \quad (4.1.1.11)$$

De la solución de (4.1.1.11), se encuentran los valores de x_1, x_2 y x_3 , por otra parte, si se despeja θ_d de (4.1.1.5), se tiene que:

$$\tan \theta_d = \frac{x_3 \omega - \tan \theta [x_2 - \omega^2]}{-x_3 \omega \tan \theta - [x_1 - \omega^2]} \quad (4.1.1.12)$$

De (4.1.1.12) se puede observar que la posición angular θ_d de la fuerza de excitación se puede calcular fácilmente, ya que es función de x_1, x_2 y x_3 , además de datos conocidos de la respuesta del rotor como son ω y θ que se obtienen del diagrama polar de respuesta.

4.1.2 Método de Newton-Raphson

La ecuación (4.1.1.11) se soluciona aplicando el Método Newton-Raphson, donde la ecuación sólo quedará satisfecha para aquellos valores particulares x_1, x_2 y x_3 que logren que la ecuación sea igual a cero. Estos valores, se conocen como las raíces de la ecuación. Para cualquier valor de x_1, x_2 y x_3 diferentes a las raíces, la ecuación (4.1.1.11) no quedará satisfecha, por lo que en general:

$$x_1^2(e2) + x_2^2(n2) + x_1(em) + x_2(nm) + x_1 x_3(ec) + x_2 x_3(nc) + x_3^2(c2) - (m2) = f_n(X) \quad (4.1.2.1)$$

Donde

$X = x_1, x_2$ y x_3 .

$n = 1, \dots, 3$, siendo n el número mínimo de ecuaciones necesarias. Para resolver (4.1.2.1), se deben considerar 4 puntos del diagrama polar de respuesta, cada punto involucra amplitud de vibración y fase, así como velocidad de rotación.

Encontrar las raíces de la ecuación (4.1.2.1) es ahora equivalente a encontrar los valores de x_1, x_2 y x_3 para los cuales $f_n(X)$ es igual a cero. En este punto se podría usar una solución de prueba y error para encontrar las raíces. Sin embargo, un procedimiento más eficiente consiste en usar una aproximación lineal a las funciones en búsqueda de soluciones sucesivamente mejoradas.

Suponga, por ejemplo, que los valores de x_1, x_2 y x_3 se eligen de forma arbitraria. En general, estos valores no serán raíces de la ecuación (4.1.2.1). Existen, sin embargo, algunos valores $\Delta x_1, \Delta x_2$ y Δx_3 que al sumarlos a x_1, x_2 y x_3 darán las raíces. Esto puede expresarse como sigue:

$$f_n(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3 + \Delta x_3) = f_n(X + \Delta) = 0 \quad (4.1.2.2)$$

Una aproximación lineal para esta función, se obtiene tomando los tres primeros términos de la expresión de su serie de Taylor respecto al punto x_1, x_2 y x_3 .

$$f_n(X + \Delta) = f_n(X) + \left(\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} \right) \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 + \left(\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_3} \right) \Delta x_3 \quad (4.1.2.3)$$

Ahora es posible resolver la ecuación (4.1.2.1) para los valores de $\Delta x_1, \Delta x_2$ y Δx_3 que llevarán esta función lineal a cero. Si la función lineal es una aproximación razonable a la función original, estos valores también deberán hacer que la función original sea aproximadamente igual a cero. Al hacer la función lineal igual a cero se obtiene:

$$\left(\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} \right) \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 + \left(\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_3} \right) \Delta x_3 = -f_n(X) \quad (4.1.2.4)$$

Una vez que se ha hecho una estimación inicial para los valores x_1, x_2 y x_3 , los valores de $f_n(X)$ pueden calcularse a partir de la ecuación (4.1.2.1). Las derivadas parciales que se necesitan en la ecuación (4.1.2.4) se obtienen de la ecuación (4.1.2.1) y se escriben como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} &= 2 x_1(e2) + (em) + x_3(ec) \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_2} &= 2 x_2(n2) + (nm) + x_3(nc) \end{aligned} \quad (4.1.2.5)$$

$$\frac{\partial f_n(X)}{\partial x_3} = x_1(ec) + x_2(nc) + 2x_3(c2)$$

A causa de que las derivadas parciales de la ecuación (4.1.2.5) se evalúan con los valores estimados de x_1 , x_2 y x_3 , la ecuación (4.1.2.4) es en realidad un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas Δx_1 , Δx_2 y Δx_3 . Al resolver simultáneamente estas ecuaciones se obtienen los valores de Δx_1 , Δx_2 y Δx_3 que al sumarse a los valores estimados de x_1 , x_2 y x_3 , harán la función lineal aproximadamente igual a cero. Empleando la estimación mejorada, se efectúa una segunda aproximación lineal para la función y se calcula un nuevo conjunto de valores para x_1 , x_2 y x_3 . Este proceso se repite hasta que las raíces de la función aproximada producen valores de la función original que son casi iguales a cero.

4.1.3 Criterio de convergencia

Se puede apreciar en la ecuación (4.1.2.1) que se tienen tres incógnitas o variables independientes que son:

$$x_1 = \left(\frac{k_\xi}{m}\right); \quad x_2 = \left(\frac{k_\eta}{m}\right); \quad x_3 = \left(\frac{c}{m}\right) \quad (4.1.3.1)$$

donde:

x_1 es el cuadrado de la frecuencia natural correspondiente al eje con rigidez k_ξ , por tanto $\omega_\xi^2 = \frac{k_\xi}{m}$ y $x_1 = \omega_\xi^2$.

x_2 es el cuadrado de la frecuencia natural correspondiente al eje con rigidez k_η , por tanto $\omega_\eta^2 = \frac{k_\eta}{m}$ y $x_2 = \omega_\eta^2$.

De acuerdo con Parkinson [6], la frecuencia natural promedio está dada por: $\omega^* = \sqrt{\frac{1}{2}[\omega_\eta^2 + \omega_\xi^2]}$, mientras que el factor de amortiguamiento se define como:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega^*} \quad (4.1.3.2)$$

donde c_c es el amortiguamiento crítico del sistema. Si se despeja $\left(\frac{c}{m}\right)$ de la ecuación (4.1.3.2), entonces se tiene que $x_3 = \frac{c}{m} = 2\zeta\omega^*$. En conclusión, la solución de la ecuación (4.1.2.1) proporciona los parámetros modales del sistema.

Por otra parte, Parkinson [6] e Inagaki *et al.* [8], demostraron que la respuesta al desbalance de un rotor asimétrico es función del cociente de la simetría $\mu = \frac{\omega_\eta^2 - \omega_\xi^2}{2(\omega_\eta^2 + \omega_\xi^2)}$ y el factor de

amortiguamiento modal ζ del sistema. Cuando la asimetría del sistema es mayor que el factor de amortiguamiento modal ($\mu/\zeta > 1$), se presenta una inestabilidad del sistema en la zona de resonancia.

De acuerdo con lo anterior, se deben cumplir los criterios siguientes para asegurar que el método numérico de Newton-Raphson (ver sección 4,1,2) converge de manera satisfactoria.

1. Al evaluar la ecuación (4.1.2.1) con los valores obtenidos de x_1, x_2 y x_3 , el resultado debe ser cercano o igual con cero.
2. Si la rigidez mínima coincide con el eje ξ , entonces $x_1 < x_2$.
3. Si la rigidez mínima coincide con el eje η , entonces $x_1 > x_2$.
4. Las variables x_1, x_2 y x_3 siempre son positivas.
5. Obtenidos los valores de x_1, x_2 y x_3 , se calculan la asimetría y el factor de amortiguamiento del sistema. Si $\mu/\zeta > 1$ entonces los valores de x_1, x_2 y x_3 no son correctos.

4.2 Análisis teórico de la respuesta al desbalance del rotor asimétrico.

Los diagramas polares de respuesta que se presentan en la figura 4.2.1 se obtuvieron al programar (4.1.1.5) y (4.1.1.6) obtenidas en la sección 4.1.1 “Análisis de un rotor asimétrico”, y corresponden a la respuesta de un rotor asimétrico para cuatro diferentes posiciones angulares θ_d de la fuerza de excitación f_d . Para estos diagramas, se tiene que $\omega_\xi = 240 \frac{rad}{seg}$, $\omega_\eta = 246 \frac{rad}{seg}$, $k_\eta/k_\xi = 1.025$, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.025$, asimetría $\mu = 0.0136$ para $\theta_d = 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ$ y 270° .

En los diagramas polares de respuesta de la figura 4.2.1, la posición de 0° está asociada con el plano de rigidez de flexión k_ξ del rotor, se considera que la flecha gira a una velocidad angular ω en dirección contraria a las manecillas del reloj. A partir de ahora, la frecuencia natural promedio $\omega^* = \sqrt{\frac{1}{2}[\omega_\eta^2 + \omega_\xi^2]}$ se considerará como la frecuencia natural del sistema.

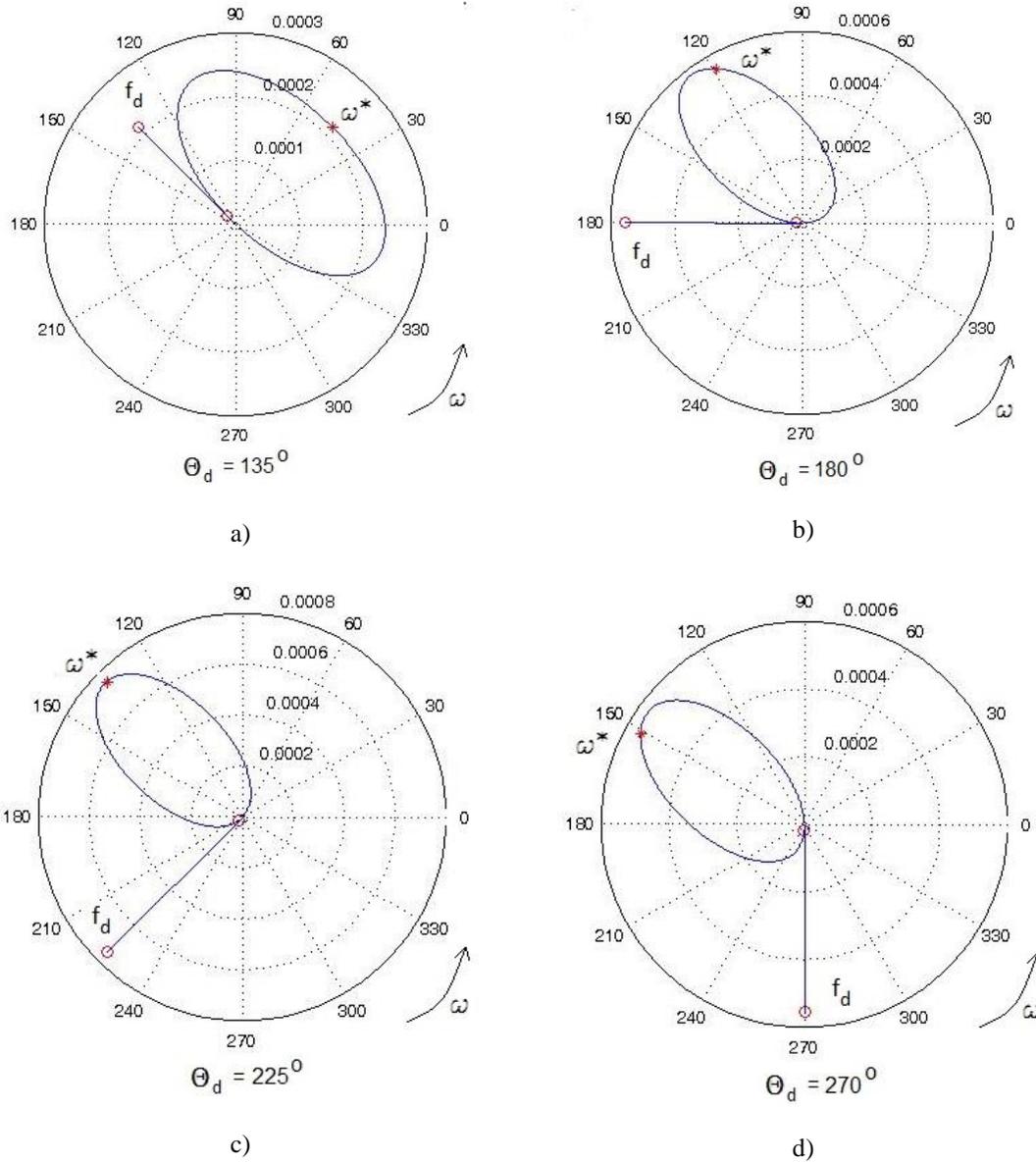


Figura 4.2.1. Diagramas polares de respuesta teóricos para diferentes posiciones angulares de la fuerza de desbalance f_d para un rotor asimétrico: a) $\theta_d=135^\circ$, b) $\theta_d=180^\circ$, c) $\theta_d=225^\circ$ y d) $\theta_d=270^\circ$

En la figura 4.2.1 se puede observar que los diagramas polares de respuesta presentan una forma elíptica en todos los casos, donde el eje mayor de la elipse está localizado a -45° y el eje menor a 45° tomando como referencia el eje correspondiente a la rigidez k_ξ . Nótese en la figuras 4.2.1a y 4.2.1c, que únicamente para $\theta_d = 135^\circ$ y 225° , la respuesta en condiciones de resonancia $\omega = \omega^*$ se atrasa aproximadamente 90 grados con respecto a la fuerza de excitación f_d , tal y como se presenta en los rotores simétricos. Sin embargo, la máxima amplitud de la respuesta no siempre se presenta en condiciones de resonancia, lo que dificulta la localización de la posición angular de la fuerza de excitación, con base en la dirección del vector de vibración en esta condición.

En contraste con lo anterior, cuando la fuerza de excitación f_d se encuentra directamente sobre los ejes de inercia principales del rotor ($\theta_d = 180^\circ$ y $\theta_d = 270^\circ$) ó cualquier otro ángulo θ_d diferente de $\pm 45^\circ$, el ángulo de fase entre la fuerza de excitación y el vector de vibración en condiciones de resonancia $\omega = \omega^*$, es diferente de 90 grados, lo cual se puede observar en las figuras 4.2.1b y 4.2.1d. En la figura 4.2.1 también se puede observar que la respuesta de vibración del rotor es función de la posición angular del desbalance.

En el caso de rotores asimétricos, la posición angular θ_d de la fuerza de excitación f_d es de gran interés, ya que a diferencia de los rotores simétricos, la respuesta vibratoria presenta características diferentes. Cuando la fuerza de excitación f_d se encuentra en $\theta_d = 135^\circ$, se presenta una respuesta vibratoria de amplitud mínima. Por otra parte, cuando la misma fuerza de excitación f_d se encuentra en $\theta_d = 225^\circ$, se presenta una respuesta vibratoria de amplitud máxima, como se observa en las figuras 4.2.1a y 4.2.1c.

Cabe aclarar que la respuesta de un rotor asimétrico es la misma para θ_d y $\theta_d + 180^\circ$ como se puede ver en la figura 4.2.2, la respuesta del rotor se asemeja a un espejo la una de la otra.

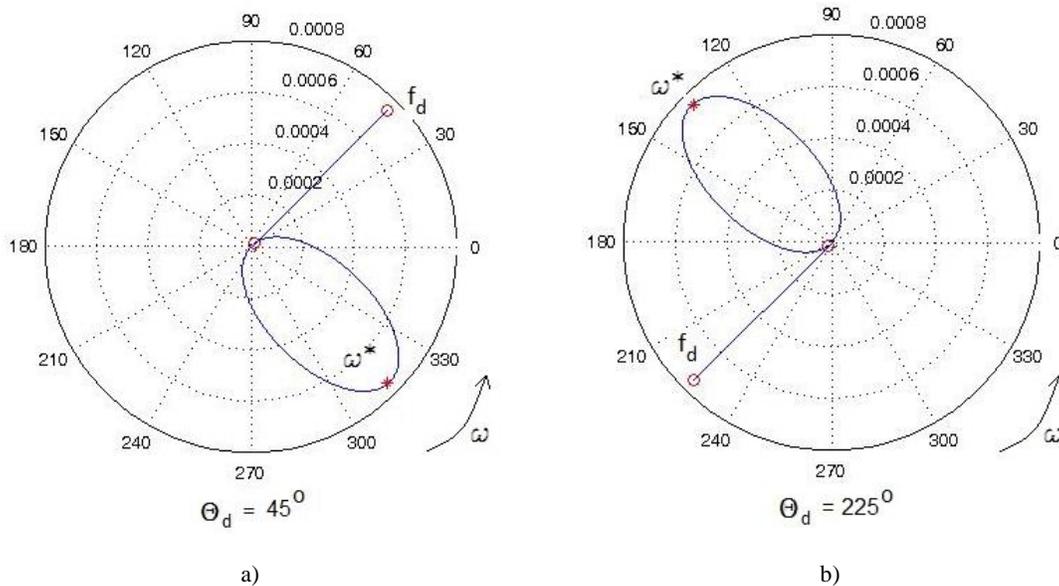


Figura 4.2.2. Simetría de la respuesta vibratoria de un rotor asimétrico con excitación f_d . a) $\theta_d = 45^\circ$, b) $\theta_d = 225^\circ$

4.3 Parámetros modales y ángulo de desbalance (Respuesta teórica)

Para la obtención de los parámetros modales de la respuesta teórica, se genera un vector de frecuencias ω con inicio en 50 rad/seg con incrementos de 0.035 hasta una frecuencia final de 400 rad/seg. Para la solución de (4.1.2.1), se seleccionaron 4 puntos diferentes del diagrama polar de respuesta que corresponden a 0.1, 0.25, 0.50 y 0.9 de la longitud del vector de frecuencias ω generado. Cada punto seleccionado tiene amplitud de vibración, ángulo de fase y velocidad angular en la que sucede la vibración. Los diagramas polares de respuesta de la figura 4.2.1 se consideran para el análisis.

En la tabla 4.3.1, se muestran la solución obtenida para las diferentes posiciones angulares θ_d . Para los diferentes casos analizados se cumplió los criterios de convergencia descritos en la sección 4.1.3 y la solución obtenida fue exactamente igual que los parámetros con que se generaron los diagramas polares de respuesta de la figura 4.2.1.

Tabla 4.3.1. Solución obtenida para los Diagramas Polares de Respuesta de la figura 4.2.1.

f_d en $\theta_d=135^\circ$, $\theta_d=180^\circ$, $\theta_d=225^\circ$ y $\theta_d=270^\circ$	
Variables independientes	Variables dependientes
$x_1 = 56870 \text{ s}^{-2}$ $x_2 = 60994 \text{ s}^{-2}$ $x_3 = 12 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$	$\omega_\xi = 240.16 \text{ s}^{-1}$ $\omega_\eta = 246.96 \text{ s}^{-1}$ $\mu = 0.0140$ $\zeta = 0.0252$

Obtenidos los valores de x_1 , x_2 y x_3 , se sustituyen en (4.1.1.12) y se determina el ángulo de desbalance para el intervalo de frecuencias seleccionado. Para ello se utiliza el vector de frecuencias generado ω con sus respectivos ángulos de fase de la respuesta en esa frecuencia. Los gráficos de las figuras 4.3.1a, 4.3.1b, 4.3.1c y 4.3.1d muestran el ángulo de desbalance vs frecuencia de giro para los diagramas polares de respuesta de la figura 4.2.1a, 4.2.1b, 4.2.1c y 4.2.1d, respectivamente.

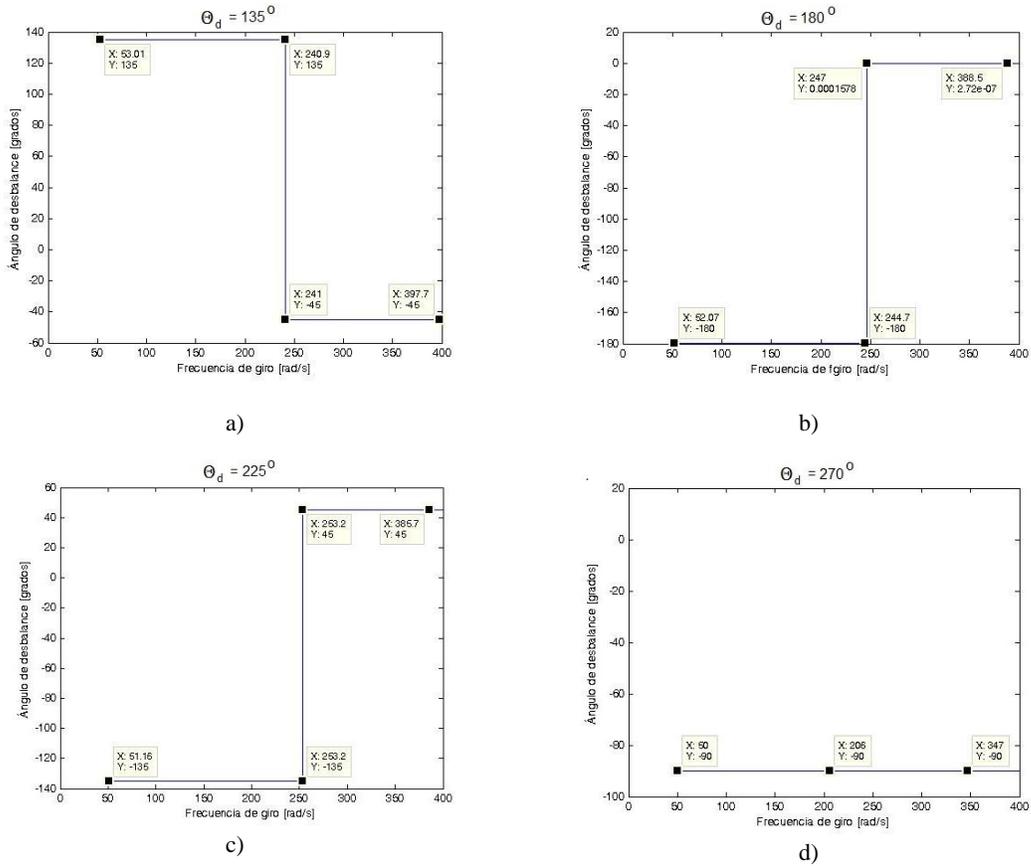


Figura 4.3.1. Identificación de la posición angular del desbalance, para los diagramas polares de respuesta teóricos de la figura 4.2.1. a) $\theta_d=135^\circ$, b) $\theta_d=180^\circ$, c) $\theta_d=225^\circ$ y d) $\theta_d=270^\circ$

En los gráficos de la figura 4.3.1 se puede apreciar que el comportamiento de la posición angular del desbalance puede ser una línea recta o una línea tipo función escalón. En las figuras 4.3.1a, 4.3.1b y 4.3.1c, el cambio súbito de 180 grados en el ángulo de fase se debe a un cambio de signo en (4.1.1.12), esto sucede cuando el valor de x_1 o x_2 es mayor que la frecuencia de giro ω , aunado también a un cambio de signo de la función $\tan \theta$; dependiendo en qué cuadrante se encuentre el valor del ángulo de fase θ de la respuesta del sistema.

4.4 Análisis de la respuesta experimental

El banco de pruebas experimental que se utilizó se describe en el Capítulo III, sección 3.2. El sistema consiste de una flecha asimétrica con $k_{\eta}/k_{\xi}=1.025$, y dos discos inerciales con masa de 0.8 kg cada uno. La rampa de excitación se genera con un motor de corriente continua de 1/10 HP con un intervalo de operación de 150 a 10,000 rpm. La vibración del rotor se obtuvo con sensores de desplazamiento con una sensibilidad de 200 mV/mils, mientras que el ángulo de fase se midió a través de un tacómetro.

Para el arreglo mostrado en la figura 3.2.1 (Capítulo III), y considerando el rotor sin empotrar, las frecuencias naturales correspondientes a la rigidez de flexión k_{ξ} y k_{η} del rotor experimental medidas son $\omega_{\xi}=257.6$ rad/seg (41 Hz.) y $\omega_{\eta}=263.9$ rad/seg (42 Hz.), en la figura 4.4.1 se presentan los espectros de vibración donde se muestran las frecuencias naturales del rotor verticales en los ejes correspondientes a k_{η} y k_{ξ} , en la parte superior de las figuras se muestra la coherencia, en la parte central los modos de vibración y en la parte inferior la fase de la respuesta del sistema, los espectros mostrados corresponden a un solo nodo de la prueba de impacto que se realizó al rotor para su caracterización, en cada espectro de vibración aparecen tres frecuencias naturales, ω_g corresponde a la frecuencia natural a causa de los efectos de gravedad en el rotor asimétrico, mientras que ω_{E1} y ω_{N1} son las frecuencias naturales del modo 1 y ω_{E2} y ω_{N2} son las frecuencias naturales del modo 2 en los ejes correspondientes a k_{ξ} y k_{η} respectivamente.

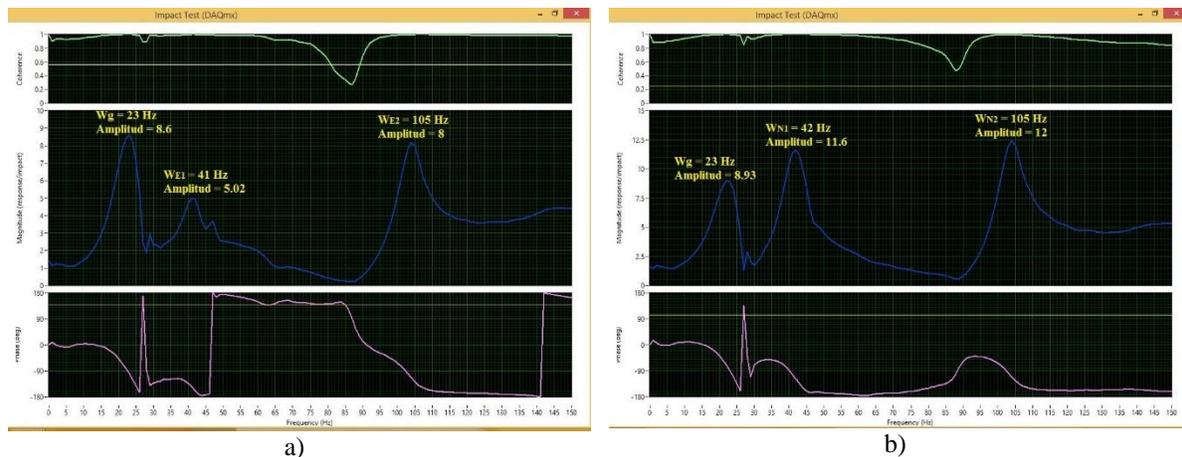


Figura 4.4.1. Frecuencias naturales del rotor experimental en los ejes correspondientes a: a) k_{ξ} y b) k_{η} .

Por otra parte, de las frecuencias naturales ω_{E1} y ω_{N1} se calcula la asimetría del primer modo del sistema, siendo $\mu=0.0121$.

Para obtener los diagramas polares de respuesta del rotor experimental para diferentes posiciones angulares, se colocó una masa de 0.4 g-cm en las posiciones $\theta_d = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ y 225° . El rotor se operó en el intervalo de velocidad de 0 - 3000 rpm,

donde el giro del rotor fue en sentido contrario a las manecillas del reloj. La posición de 0° en los diagramas polares de respuesta, está asociado con el plano de rigidez de flexión k_ξ del rotor. Los diagramas polares de respuesta correspondientes se muestran en las figuras 4.4.2a, 4.4.2b, 4.4.2c y 4.4.2d respectivamente.

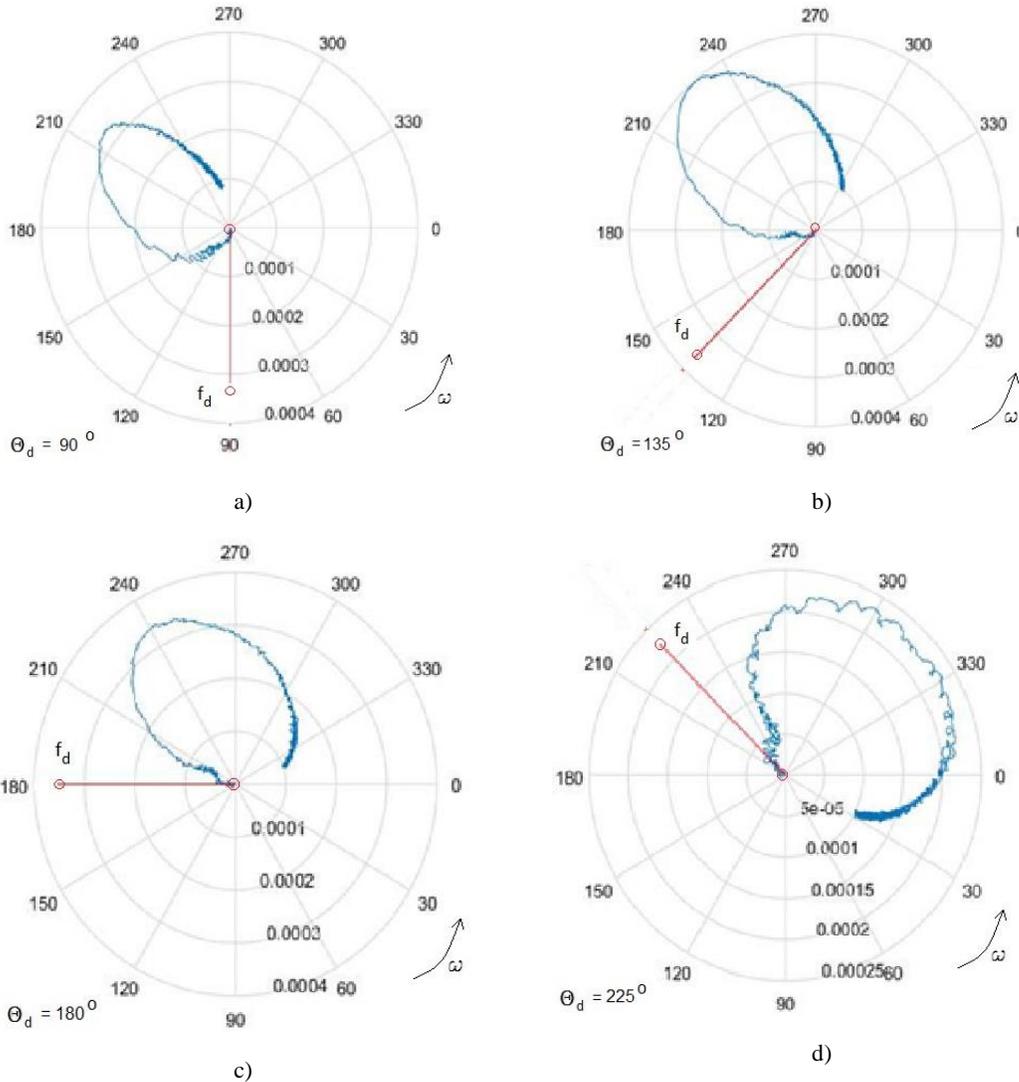


Figura 4.4.2. Diagramas polares de respuesta experimentales para una fuerza de excitación f_d : a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$

De forma similar al análisis teórico (sección 4.2, Capítulo IV), los diagramas polares de respuesta experimental presentan una forma elíptica, con el eje mayor orientado aproximadamente a 45° tomando como referencia el eje correspondiente a la rigidez k_ξ . Asimismo, en los diagramas polares de respuesta experimental puede observarse una vibración de amplitud máxima cuando la masa de desbalance se coloca en $\theta_d = 135^\circ$ (figura 4.4.2b) y una vibración de amplitud mínima cuando la masa de desbalance se coloca en $\theta_d = 225^\circ$ (figura 4.4.2d). Las figuras 4.4.2a, 4.4.2b, 4.4.2c y 4.4.2d encuentran su similitud de los resultados teóricos en las figuras 4.2.1d, 4.2.1c, 4.2.1b y 4.2.1a, respectivamente. Se

puede apreciar que la respuesta de vibración del sistema rotodinámico depende de la posición angular θ_d donde se encuentra la fuerza de desbalance f_d , de tal manera que es imposible mediante el diagrama polar de respuesta determinar la posición angular de la fuerza de desbalance.

4.5 Parámetros modales y ángulo de desbalance (Respuesta Experimental)

Para la obtención de los parámetros modales de la respuesta experimental, solución de (4.1.2.1), se seleccionaron 4 puntos diferentes al azar del diagrama polar de respuesta experimental, cada punto seleccionado involucra amplitud de vibración, ángulo de fase, así como la velocidad angular en la que se presenta la vibración. Los diagramas polares de respuesta de la figura 4.4.2 se consideran para el análisis.

De los datos experimentales de los diagramas polares de respuesta de las figuras 4.4.2, donde $\theta_d = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ y 225° , se determinó x_1, x_2 y x_3 . En las tablas 4.5.1, 4.5.2, 4.5.3 y 4.5.4 se muestran la solución obtenida. Para cada caso analizado, se cumplieron los criterios de convergencia descritos en la sección 4.1.3, Capítulo IV.

Tabla 4.5.1. Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, figura. 4.4.2a (f_d en $\theta_d = 90^\circ$).

VARIABLES INDEPENDIENTES	VARIABLES DEPENDIENTES
$x_1=56877 s^{-2}$ $x_2=59390 s^{-2}$ $x_3=13 kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$	$\omega_\xi = 238.48 s^{-1}$ $\omega_\eta = 243.70 s^{-1}$ $\mu = 0.0108$ $\zeta = 0.02667$

Tabla 4.5.2. Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, figura. 4.4.2b (f_d en $\theta_d = 135^\circ$).

VARIABLES INDEPENDIENTES	VARIABLES DEPENDIENTES
$x_1=53587 s^{-2}$ $x_2=56667 s^{-2}$ $x_3=12 kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$	$\omega_\xi = 231.48 s^{-1}$ $\omega_\eta = 238.00 s^{-1}$ $\mu = 0.0140$ $\zeta = 0.0260$

Tabla 4.5.3. Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, figura. 4.4.2c (f_d en $\theta_d = 180^\circ$).

VARIABLES INDEPENDIENTES	VARIABLES DEPENDIENTES
$x_1=54861 s^{-2}$ $x_2=57177 s^{-2}$ $x_3=9 kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$	$\omega_\xi = 234.22 s^{-1}$ $\omega_\eta = 239.11 s^{-1}$ $\mu = 0.0103$ $\zeta = 0.0195$

Tabla 4.5.4. Solución obtenida para el Diagrama Polar de Respuesta, figura. 4.4.2d (f_d en $\theta_d = 225^\circ$).

VARIABLES INDEPENDIENTES	VARIABLES DEPENDIENTES
$x_1=65397 s^{-2}$ $x_2=70742 s^{-2}$ $x_3=15 kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$	$\omega_\xi = 255.72 s^{-1}$ $\omega_\eta = 265.97 s^{-1}$ $\mu = 0.0196$ $\zeta = 0.0278$

En la tabla 4.5.5 se muestra la comparación de las frecuencias naturales ω_ξ y ω_η obtenidas con la metodología propuesta y experimentalmente. Aquí, se puede observar que los resultados para los cuatro casos analizados son consistentes. En la tabla 4.5.6, se muestra la comparación entre las frecuencias naturales experimentales y la promedio obtenida de la tabla 4.5.5, se puede apreciar un 6.7% de error para ω_ξ y 6.5% para ω_η .

Tabla 4.5.5. Frecuencias naturales obtenidas y experimentales

f_d en $\theta_d = 90^\circ$ ω (rad/s)	f_d en $\theta_d = 135^\circ$ ω (rad/s)	f_d en $\theta_d = 180^\circ$ ω (rad/s)	f_d en $\theta_d = 225^\circ$ ω (rad/s)	Experimentales ω (rad/s)
$\omega_\xi = 238.48$	$\omega_\xi = 231.48$	$\omega_\xi = 234.22$	$\omega_\xi = 255.72$	$\omega_\xi = 257.61$
$\omega_\eta = 243.70$	$\omega_\eta = 238$	$\omega_\eta = 239.11$	$\omega_\eta = 265.97$	$\omega_\eta = 263.89$

Tabla 4.5.6. Frecuencias naturales promedio y experimentales.

Calculada Promedio ω (rad/s)	Experimentales ω (rad/s)	% error
$\omega_\xi = 240.16$	$\omega_\xi = 257.61$	6.7
$\omega_\eta = 246.96$	$\omega_\eta = 263.89$	6.4

Para la identificación de la posición angular del desbalance, se tomó un valor promedio de los valores de x_1 , x_2 y x_3 obtenidos para los cuatro casos analizados. Los valores promedios se muestran en la tabla 4.5.7.

Tabla 4.5.7 Valores Promedio

$x_1=57680 s^{-2}$
$x_2=60994 s^{-2}$
$x_3=12.25 kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$

Obtenidos los valores de x_1 , x_2 y x_3 , se sustituyen en (4.1.1.12) y se construye el gráfico Ángulo de desbalance vs Frecuencia de giro para el intervalo de frecuencias de operación del rotor experimental, para este caso se consideró el intervalo $198 \leq \omega \leq 315$ rad/s ($1900 \leq rpm \leq 3000$). En la figura 4.5.1 se muestran los gráficos correspondientes.

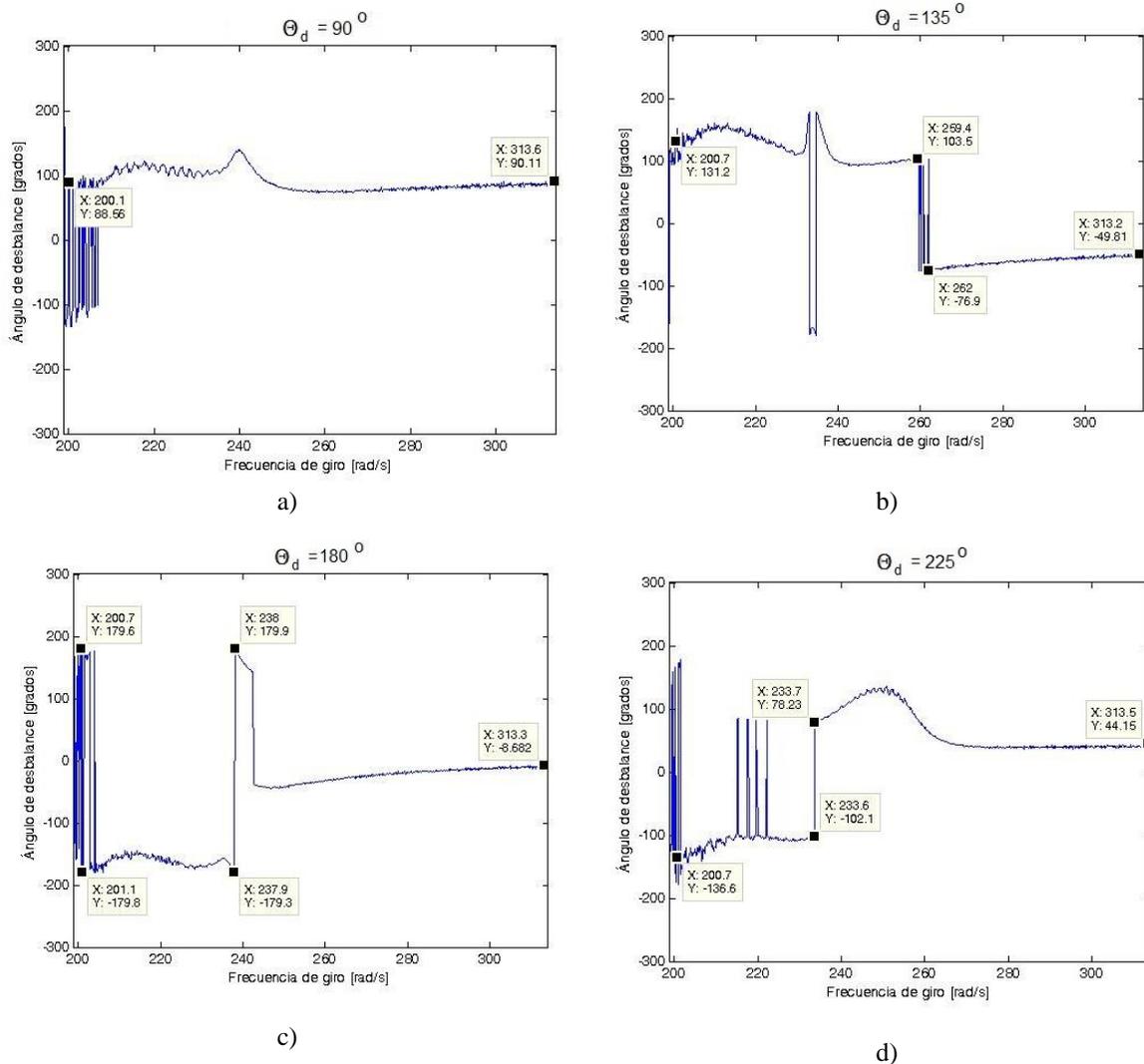


Figura 4.5.1. Posición angular del desbalance en función de la frecuencia de giro del rotor, para los diagramas polares de respuesta experimentales de la figura 4.4.2. a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$

Se puede apreciar que las figuras 4.5.1b, 4.5.1c y 4.5.1d tienen un comportamiento similar al presentado en la parte teórica, en las figuras 4.3.1a, 4.3.1b y 4.3.1c respectivamente; en estas figuras también se presenta un cambio súbito de 180 grados en la posición angular del desbalance identificada. Por otra parte, la figura 4.5.1a presenta un comportamiento similar al que presenta la gráfica de la figura 4.3.1d de la parte teórica, donde el comportamiento del identificador de la posición angular del desbalance es una línea horizontal. Es importante notar que para todos los casos el identificador siempre inicia prácticamente en la posición angular del desbalance buscada y termina en línea recta o hay un cambio súbito de la posición angular identificada de 180° .

Por otra parte, es importante hacer notar que en teoría la identificación de la posición angular del desbalance se puede llevar a cabo con solo cuatro puntos tomados al azar del diagrama polar de respuesta experimental, sin embargo la identificación se dificulta, a causa de que la orientación de los ejes de la elipse del diagrama polar de respuesta no se

encuentran exactamente en $\pm 45^\circ$ tomando como referencia el eje correspondiente a la rigidez k_ξ , además de que existen variaciones en la trayectoria del trazo de la elipse, ocasionando que no sea una línea continua, tal y como sucede en la parte teórica. De acuerdo a lo anterior, se propone que mediante el modelo matemático de dos grados de libertad del rotor asimétrico presentado en la sección 4.1.1, Capítulo IV, se ajuste una elipse al diagrama polar de respuesta experimental, tal y como se muestra en la figura 4.5.2; una vez realizado el ajuste necesario, los datos de la elipse ajustada se consideran para la identificación de la posición angular del desbalance.

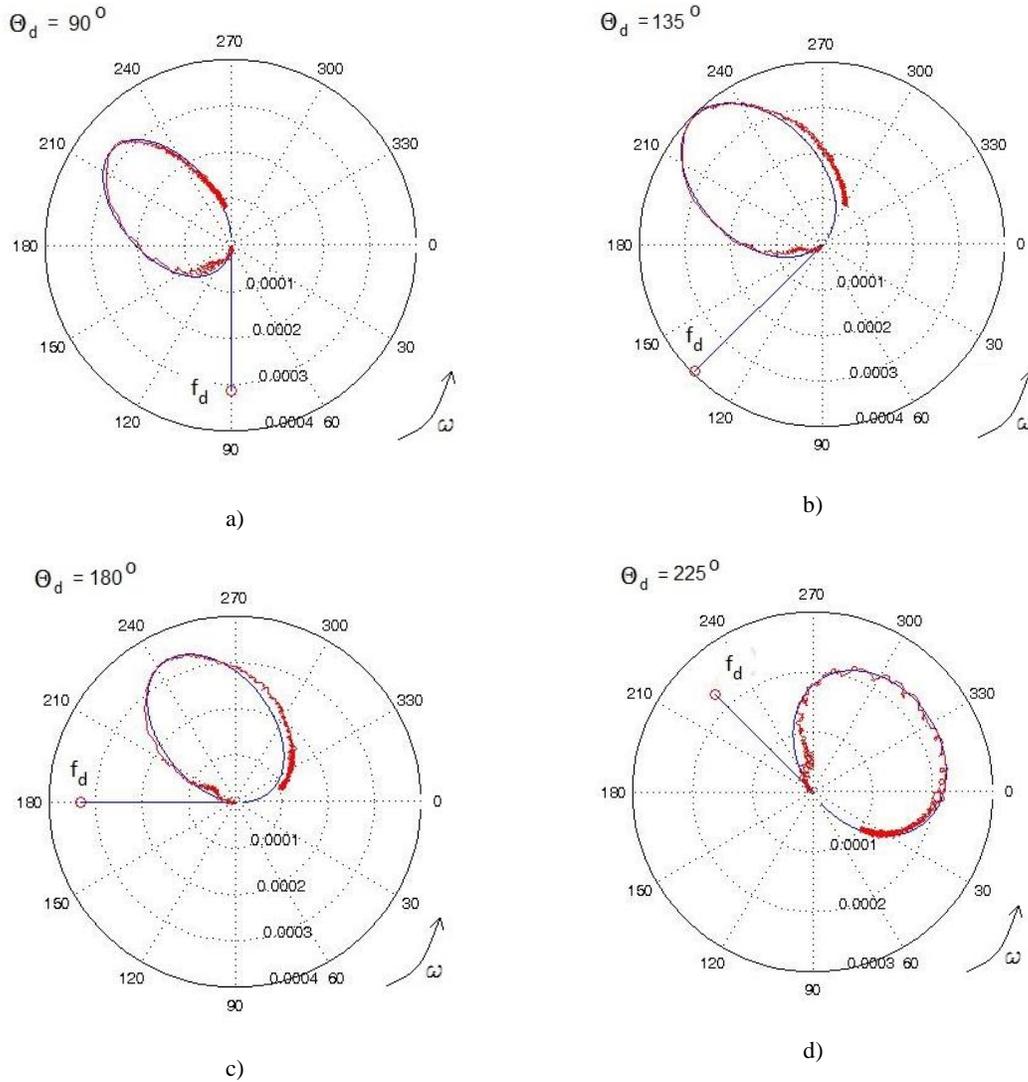


Figura 4.5.2. Diagramas polares de respuesta numéricos ajustados a los experimentales a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$

En la figura 4.5.3, se muestra el comportamiento del identificador de la posición angular considerando los datos de la elipse ajustada para los 4 diagramas polares de respuesta experimentales. De la figura 4.5.3 se observa que el comportamiento del identificador de la

posición angular del desbalance es similar al obtenido en la figura 4.5.1 donde se consideraron los datos experimentales.

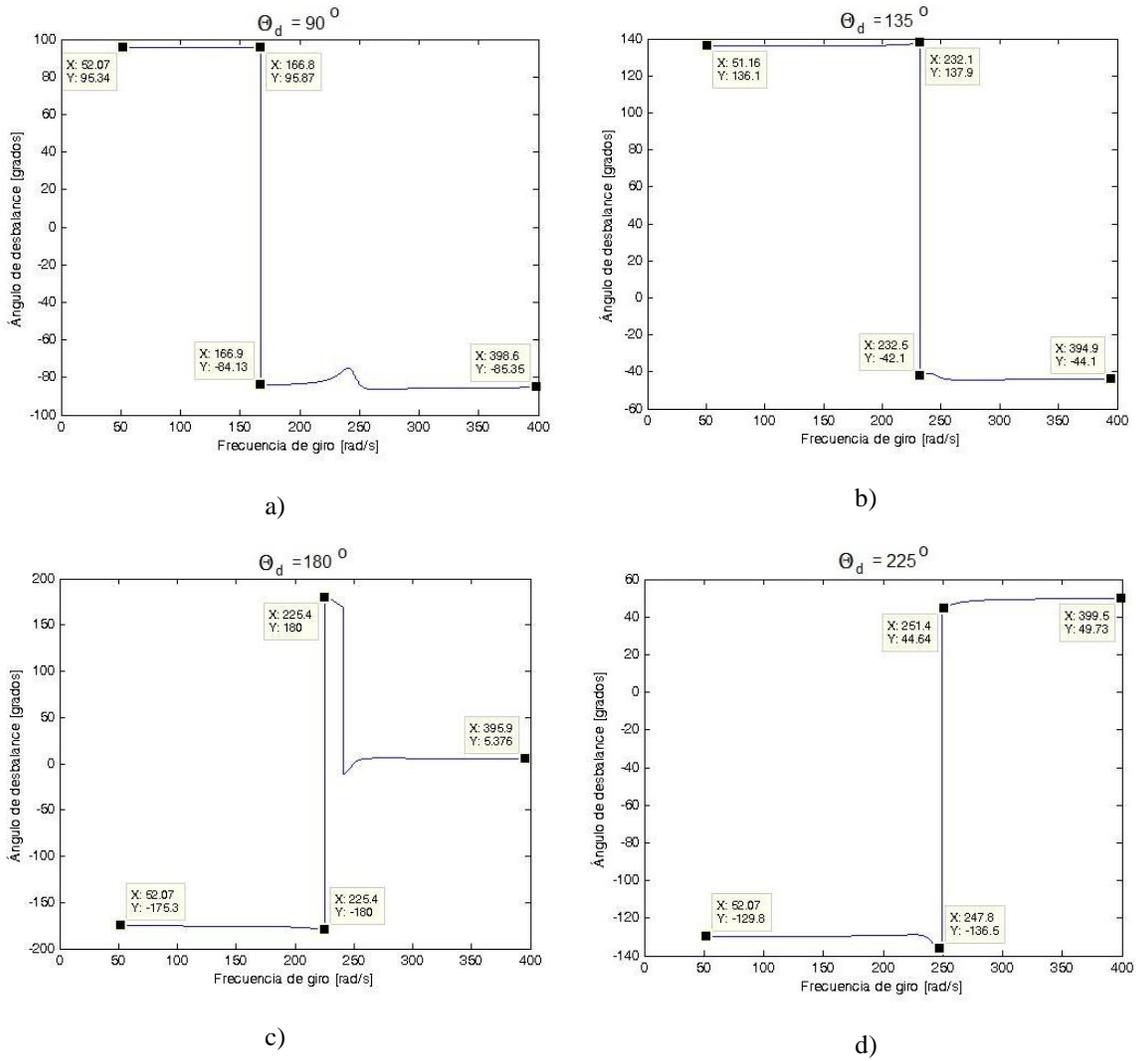


Figura 4.5.3. Identificación de la posición angular del desbalance para las elipses ajustadas de las figuras 4.5.2: a) $\theta_d=90^\circ$, b) $\theta_d=135^\circ$, c) $\theta_d=180^\circ$ y d) $\theta_d=225^\circ$

CAPÍTULO V

CONSTRUCCIÓN DE ARREGLO DE PESOS MODALES PARA EL BALANCEO DE ROTORES ASIMÉTRICOS

En este capítulo se presenta la metodología de balanceo propuesta para el balanceo de rotores asimétricos mediante la construcción de arreglo de pesos modales.

5.1 Arreglo de Pesos Modales para el Balanceo de Rotores Asimétricos

De acuerdo con los trabajos desarrollados en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) [22], se propone una metodología de balanceo para rotores asimétricos mediante la construcción de arreglos de pesos modales. La metodología propuesta combina los métodos de balanceo modal y por coeficientes de influencia, junto con la metodología de identificación de la posición del desbalance propuesta en el Capítulo IV.

A continuación se describe la metodología a seguir para el balanceo de rotores asimétricos mediante la construcción de arreglo de pesos modales.

Rodado 1:

1. Se realiza el rodado inicial y se obtiene la respuesta del sistema (Diagramas polares de respuesta) en el intervalo de velocidades de operación del rotor.
2. Se identifican los vectores de vibración inicial V_{oij} en las frecuencias de balanceo $\omega_b \approx \omega^*$ para cada modo i de vibración en cada plano j de balanceo.
3. Se identifican las posiciones angulares del desbalance para cada modo de vibración, de acuerdo a la metodología propuesta en la sección 4.5, Capítulo IV. Si el diagrama polar de respuesta es semicircular, entonces se sigue el procedimiento tradicional para rotores simétricos.
4. Se determinan los factores de forma modal para cada modo de vibración, ya sea de forma experimental o numérica.
5. Se propone un peso total de prueba para cada modo de vibración a balancear.
6. Se calcula el arreglo de pesos modales de prueba mediante la ecuación (2.4.1.1).

Rodado 2:

7. Se instala el arreglo de pesos modales de prueba en el rotor y se pone a rodar el sistema.
8. Se miden las vibraciones resultantes V_{reij} en las frecuencias de balanceo ω_b .
9. Se calculan los pesos de corrección de acuerdo con la siguiente metodología:

a) Se calculan los vectores efecto mediante la siguiente ecuación

$$V_{eij} = V_{reij} - V_{oij} \quad (5.1.2)$$

donde:

- V_{eij} Vector efecto del modo i en el plano j .
- V_{reij} Vector de vibración resultante del modo i en el plano j .
- V_{oij} Vectores de vibración inicial en el modo i en el plano j .

b) Se calculan los componentes de los vectores de vibración inicial V_{oij} , vectores efecto V_{eij} y pesos de prueba PP_{Mj} en los ejes H y L , estos ejes están orientados a $\pm 45^\circ$ respectivamente tomando como referencia (posición de 0°) el eje correspondiente a la rigidez k_ξ , tal y como se muestra en la figura 5.1.1 y 5.1.2, obteniendo así: (V_{oij}^H, V_{oij}^L) , (V_{eij}^H, V_{eij}^L) y (PP_{Mj}^H, PP_{Mj}^L) .

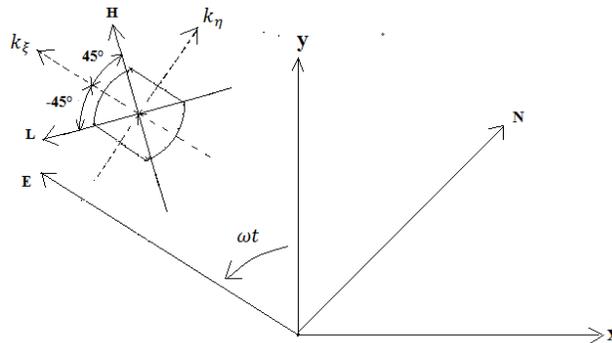


Figura 5.1.1. Sistema coordenado del rotor asimétrico.

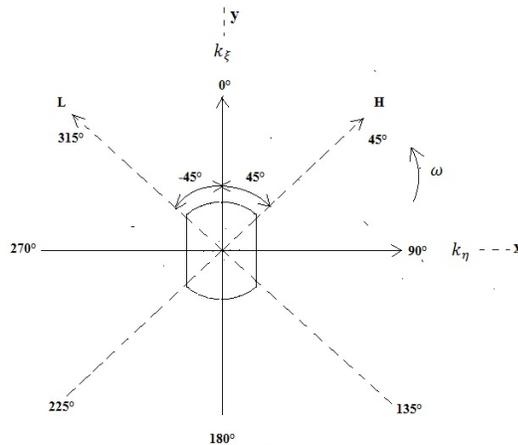


Figura 5.1.2. Ejes coordenados dirección H y L.

- c) Se calculan los coeficientes de influencia en los ejes H y L de acuerdo con las siguientes relaciones matemáticas:

$$[\alpha_{ij}^H] = [V_{eij}^L] [PP_{Mj}^H]^{-1} \quad (5.1.3)$$

$$[\alpha_{ij}^L] = [V_{eij}^H] [PP_{Mj}^L]^{-1} \quad (5.1.4)$$

Donde:

- α_{ij}^H Coeficientes de Influencia del modo i en el plano j , en el eje H.
 α_{ij}^L Coeficientes de Influencia del modo i en el plano j , en el eje L.

- d) Se calculan los pesos de corrección mediante las ecuaciones siguientes:

$$[U_{cij}^H] = -[\alpha_{ij}^H]^{-1} [V_{oij}^L] \quad (5.1.5)$$

$$[U_{cij}^L] = -[\alpha_{ij}^L]^{-1} [V_{oij}^H] \quad (5.1.6)$$

- e) Se construye el arreglo de pesos modales para el balanceo del rotor, realizando una suma vectorial de los pesos de corrección en el plano de balanceo j , para cada modo de vibración i .

Rodado 3:

10. Se coloca el arreglo de pesos modales de balanceo (pesos de corrección) en el rotor y se pone a rodar el sistema.
11. Se miden las vibraciones residuales V_{rij} . Si las vibraciones residuales cumplen con los límites permisibles de vibración, el proceso de balanceo finaliza.

Rodado 4:

12. Se miden las vibraciones residuales V_{rij} . Si las vibraciones residuales no cumplen con los límites permisibles de vibración, se toman los pesos de corrección como pesos de prueba y se repite el procedimiento a partir del punto 9.

CAPÍTULO VI

BALANCEO DE ROTOR EXPERIMENTAL SIMÉTRICO

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología de arreglo de pesos modales descrita en el Capítulo II, sección 2.4 al balanceo de un rotor simétrico experimental. Para el balanceo se consideraron los dos primeros modos de vibración, que corresponden a la primera y segunda forma modal del rotor.

6.1 Determinación de formas modales experimentales del rotor

En la figura 6.1.1 se muestra un esquema del rotor experimental utilizado, el rotor está formado por una flecha con diámetro constante en toda su longitud (ver Capítulo III, sección 3.2.2), dos discos inerciales y un motor de corriente continua, el rotor se consideró empotrado. En la tabla 6.1.1 se muestran las características y dimensiones del rotor. Para la obtención de las formas modales, el rotor se discretizó en 19 nodos, tal y como se muestra en la figura 6.1.2. En la tabla 6.1.2 se dan las longitudes correspondientes a cada nodo del rotor, tomando como origen el Soporte 1 del rotor.

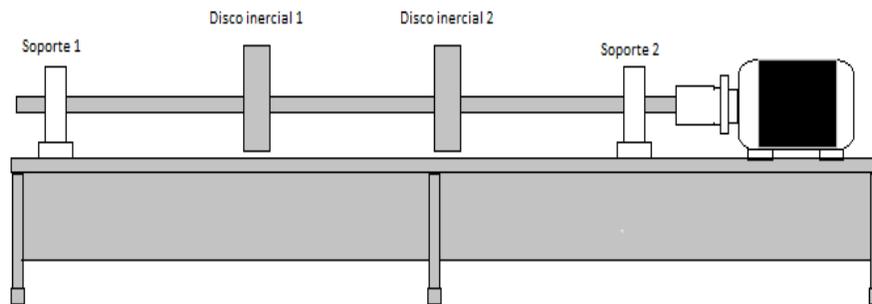


Figura. 6.1.1 Sistema rotodinámico experimental.

Tabla 6.1.1. Características y dimensiones del eje simétrico.

Material	Acero SAE 4140
Longitud de la flecha soporte1-soporte2	462 mm
Diámetro de la flecha	10 mm
Sección transversal	78.5 mm ²
Diámetro externo del disco inercial	75 mm
Espesor del disco inercial	25 mm

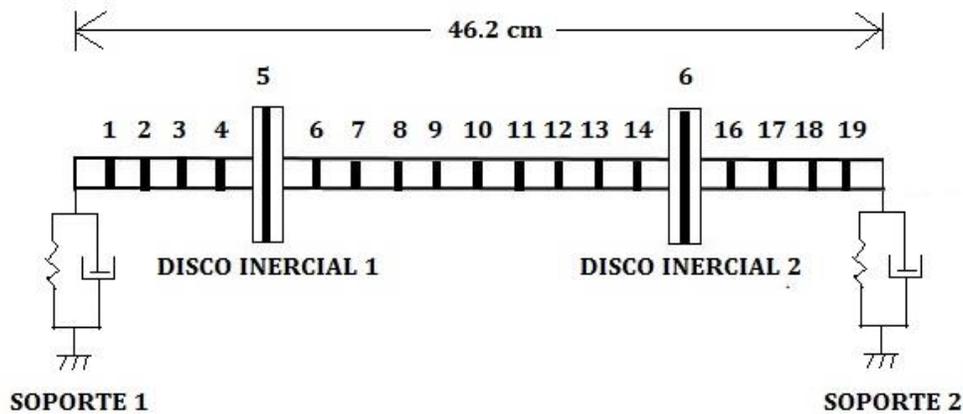


Figura. 6.1.2 Rotor discretizado en 19 nodos.

Tabla 6.1.2. Distancias de cada nodo en el rotor.

Número del nodo	Distancia [cm.]
Soporte 1	0
1	2.3
2	4.3
3	6.3
4	8.3
5	11.6
6	15.1
7	17.1
8	19.1
9	21.1
10	23.1
11	25.1
12	27.1
13	29.1
14	31.1
15	34.4
16	37.6
17	39.6
18	41.6
19	43.6
Soporte 2	46.2

La función de respuesta (FRF's) utilizada para la obtención de las formas modales del rotor experimental fue la "acelerancia", ver Capítulo III, sección 3.1.

Para caracterizar el sistema, éste se configuró de la siguiente manera:

- A) Se eligió el nodo 3, como punto de golpeo, y se colocó el acelerómetro en los nodos restantes, iniciando en el nodo 1 hasta el nodo 19.
- B) Se eligió el nodo 17 como punto de golpeo y se colocó el acelerómetro iniciando en el nodo 19 hasta el nodo 1.

Obtenidas las FRF's para los dos caso mencionados se toman los valores promedio en amplitud y frecuencia en los nodos 1A y 19B, 2A y 18B, , 19A y 1B, obteniendo así, las formas modales correspondientes.

En la tabla 6.1.3 y 6.1.4, se muestran los datos obtenidos de las FRF's para el caso del inciso A) y B) respectivamente. En estas, se muestra la amplitud de vibración (Respuesta/Fuerza), frecuencia natural y el signo correspondiente a la fase para cada forma modal del rotor. En las tablas 6.1.3 y 6.1.4, los signos de la fase representan un cambio en la dirección de la amplitud de la función de transferencia, de tal manera que entre dos puntos consecutivos con signos contrarios en la fase existe un punto nodal, en el cual no hay desplazamiento con respecto al centro de giro.

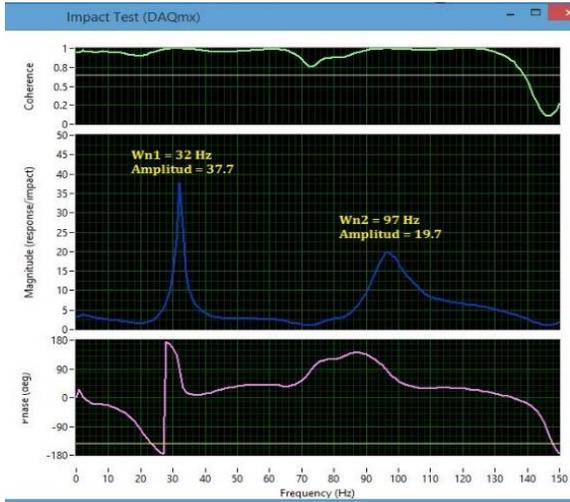
Tabla 6.1.3. Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso A).

Nodo #	1er Forma Modal de Vibración			2da Forma Modal de Vibración		
	Amplitud (Volts)	ω_{n_1} (Hz)	Fase (Signo)	Amplitud (Volts)	ω_{n_2} (Hz)	Fase (Signo)
1	14.5	32	+	9.05	96	+
2	20.2	32	+	12.7	99	+
3	NODO DE GOLPEO					
4	30.3	32	+	20	97	+
5	37.7	32	+	19.7	97	+
6	42.3	32	+	16.5	96	+
7	43	32	+	14.5	96	+
8	48.7	32	+	11.7	98	+
9	50.6	32	+	7.96	98	+
10	51	32	+	4.14	97	+
11	48.7	32	+	1.78	97	-
12	45.8	32	+	3.94	97	-
13	39.4	32	+	8.74	95	-
14	38.7	32	+	11.4	95	-
15	32.2	32	+	14.3	96	-
16	24.5	32	+	13.7	95	-
17	20.5	32	+	15.3	96	-
18	16.4	32	+	13.9	96	-
19	10.9	32	+	12.8	96	-

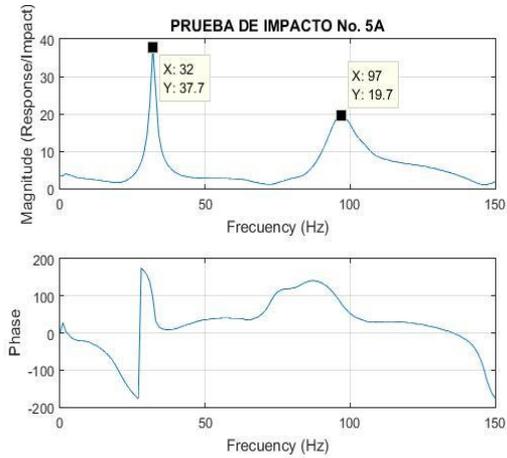
Tabla 6.1.4. Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso B).

Nodo #	1er Forma Modal de Vibración			2da Forma Modal de Vibración		
	Amplitud (Volts)	ω_{n_1} (Hz)	Fase (Signo)	Amplitud (Volts)	ω_{n_2} (Hz)	Fase (Signo)
19	10.4	32	+	17.1	95	+
18	17.8	32	+	20.6	96	+
17	NODO DE GOLPEO					
16	25.2	32	+	25.1	96	+
15	30.2	32	+	18.7	96	+
14	37	32	+	16.4	97	+
13	43.4	32	+	16	97	+
12	42.2	32	+	13.1	97	+
11	44.6	32	+	7	97	+
10	44.5	32	+	2.81	97	+
9	44.5	32	+	4.78	95	-
8	42.4	32	+	8.12	95	-
7	37.7	32	+	11.2	95	-
6	38	32	+	14.6	95	-
5	33.5	32	+	17.6	95	-
4	26.3	32	+	15.8	95	-
3	21.9	32	+	14	95	-
2	17.9	32	+	12	96	-
1	12.5	32	+	9.72	95	-

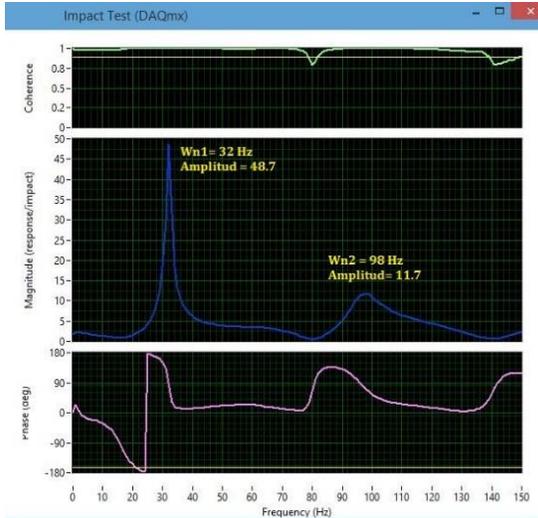
Por otra parte, en las figuras 6.1.3 y 6.1.4 se presentan las FRF's obtenidas para diferentes nodos de los casos del inciso A) y B) respectivamente, aquí se muestran los espectros de vibración, la fase correspondiente, así como la coherencia de las mediciones realizadas, cabe aclarar que los valores de coherencia obtenidos para todos los nodos fue superior de 0.9. En las figuras 6.1.3 y 6.1.4, la figura denotada con a) corresponde a la FRF obtenida directamente con el software LabVIEW, mientras que la figura denotada con b) es la FRF procesada en el software MatLAB.



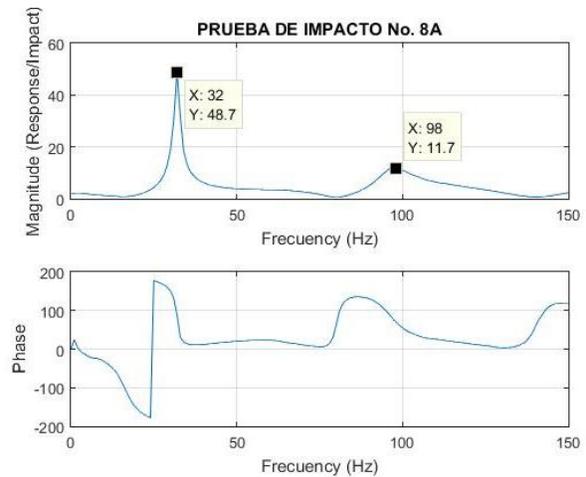
a) Nodo 5



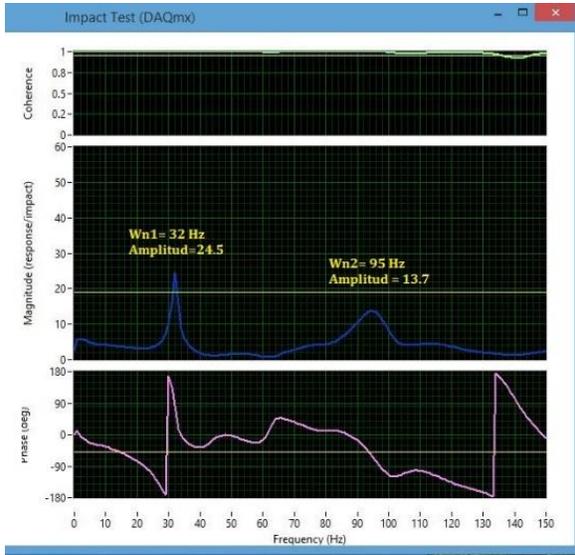
b) Nodo 5



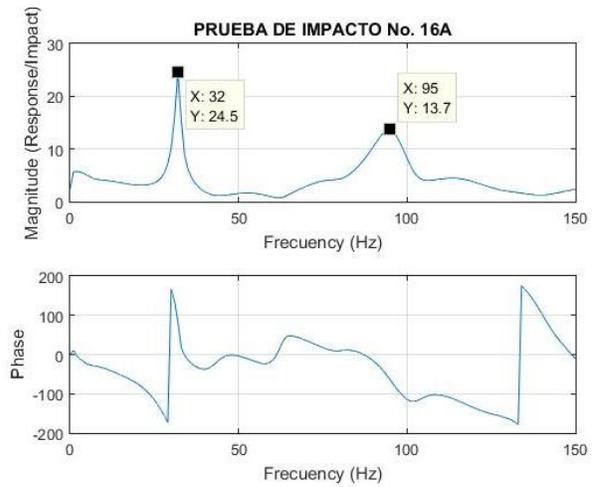
a) Nodo 8



b) Nodo 8

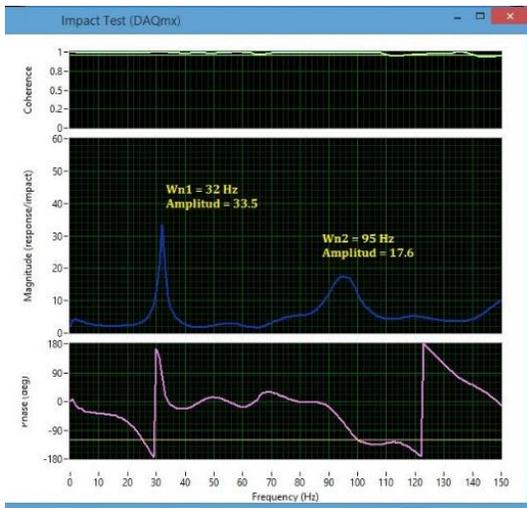


a) Nodo 16

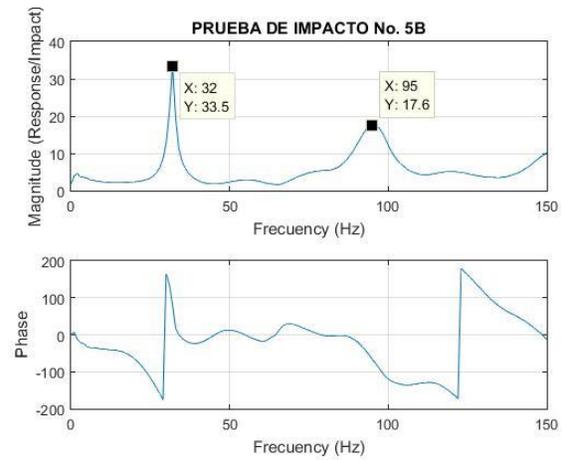


b) Nodo 16

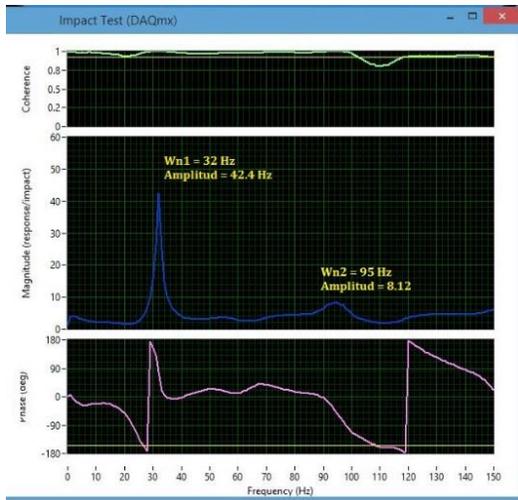
Figura. 6.1.3. FRF's obtenidas para el caso del inciso A).



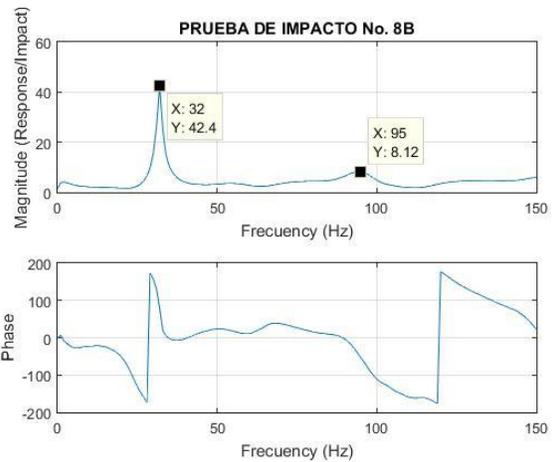
a) Nodo 5



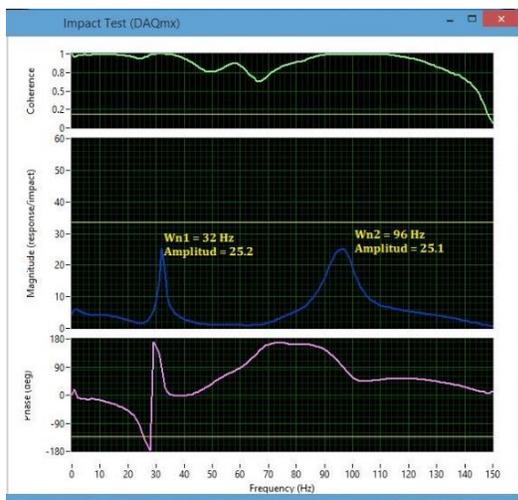
b) Nodo 5



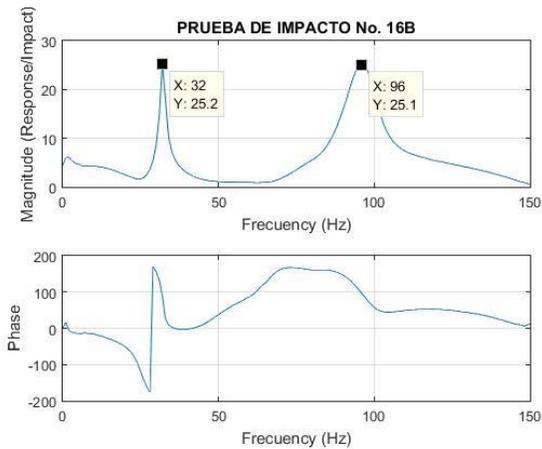
a) Nodo 8



b) Nodo 8



a) Nodo 16



b) Nodo 16

Figura. 6.1.4. FRF's obtenidas para el caso del inciso B).

De las figuras 6.1.3 y 6.1.4, se puede observar que la primera y segunda frecuencia natural del rotor experimental se encuentra en $\omega_{n1} = 32 \text{ Hz}$ (1920 rpm) y $\omega_{n2} = 96 \text{ Hz}$ (5760 rpm) respectivamente.

En la figura 6.1.5 se muestran las formas modales obtenidas de los datos de las FRF's del rotor presentados en las tablas 6.1.3 y 6.1.4. Es importante hacer notar, que las amplitudes máximas en la segunda forma modal, se presentan en los nodos 4 y 16, nodos cercanos donde se encuentran ubicados los discos inerciales 1 y 2 del rotor, posiciones que serán utilizadas como planos de balanceo.

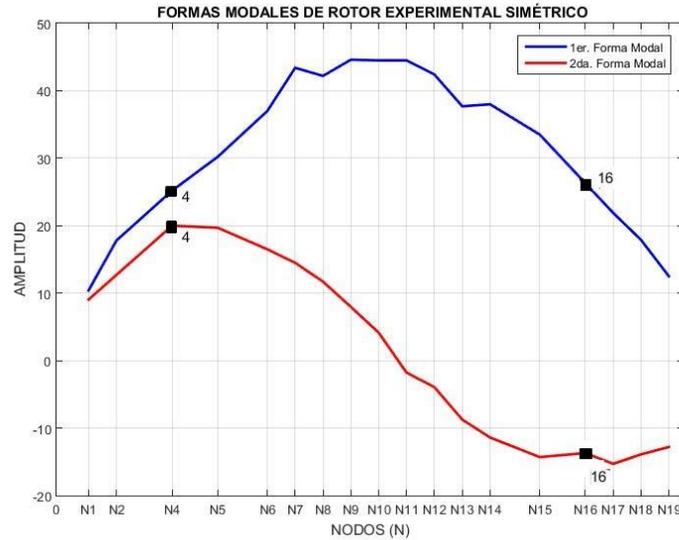


Figura 6.1.5. Primera y segunda forma modal experimental del rotor simétrico.

Las formas modales experimentales se comparan con las formas modales obtenidas de forma numérica mediante un programa que utiliza la técnica de Elemento Finito, donde se considera un elemento viga de cuatro grados de libertad por nodo. En la figura 6.1.6, se muestran las formas modales teóricas y las experimentales, con fines de comparación se normalizó tanto la amplitud de la respuesta, como la longitud del rotor.

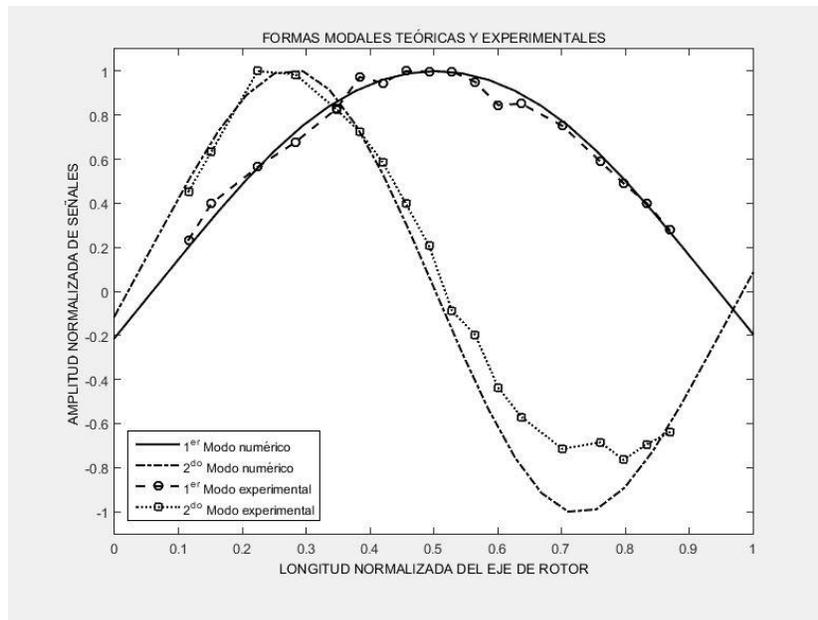


Fig. 6.1.6 Formas modales teóricas y experimentales del eje del rotor simétrico.

En la figura 6.1.6 se puede observar que existe similitud entre las formas modales obtenidas de forma experimental y de forma numérica. De lo anterior se concluye, que independientemente de la manera en que se obtenga las formas modales, durante el proceso

de balanceo mediante arreglo de pesos modales, éstas darán resultados similares. Las formas modales de la figura 6.1.5 se utilizaran para balancear el rotor experimental.

6.2 Balanceo del rotor experimental simétrico sin pesos de corrección.

En el Capítulo III, sección 3.2 se muestra el esquema del arreglo experimental del rotor, así como la configuración y posición de los sensores de desplazamiento en el rotor, los sensores utilizados tienen una sensibilidad de 200 mV/mils y se denotan como sensor 1 y sensor 2 (ver figura 3.2.1), el rotor se consideró empotrado. En la figura 6.2.1 se muestra el perfil de velocidades del rotor.

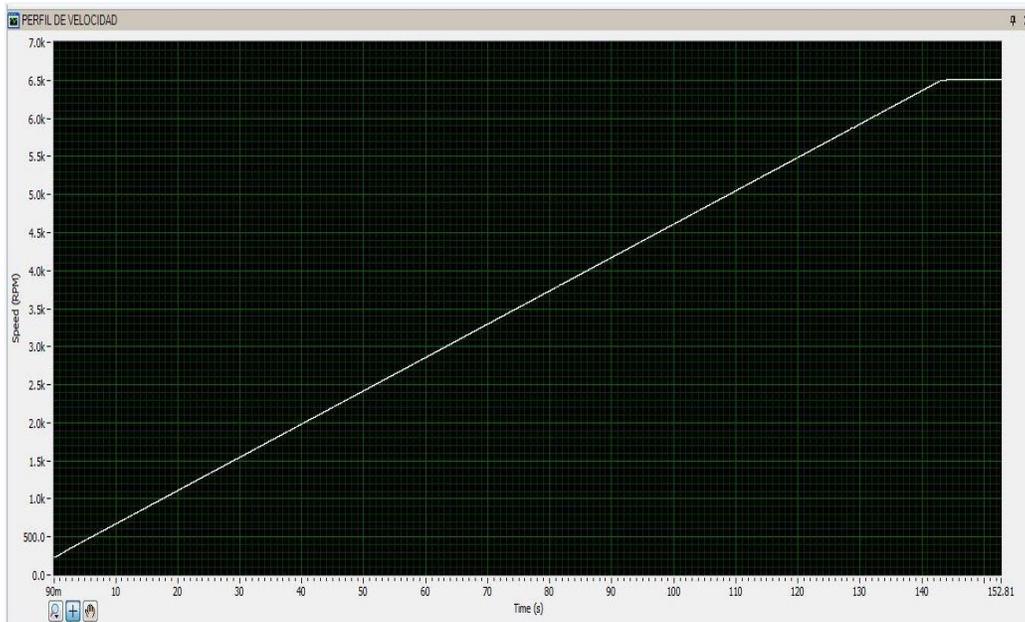


Figura 6.2.1. Perfil de velocidades del rotor experimental

En la figura se puede apreciar que el perfil de velocidades es de tipo lineal y el rotor alcanza una velocidad de 6500 rpm en un tiempo de 144 segundos, es importante hacer notar que el giro del rotor es en contra de las manecillas del reloj (CCW).

6.2.1 Rodado 1

En las figuras 6.2.1.1 y 6.2.1.2 se muestran los diagramas de bode y fase de la respuesta de vibración al desbalance inicial del rotor, sensor 1 y sensor 2 respectivamente, en las figuras la amplitud de vibración se muestra en Volts pico a pico (Vp-p). En la figura 6.2.1.1 se puede observar que la amplitud máxima para el primer modo se localiza aproximadamente en 1808 rpm, mientras que para el segundo modo es en 5512 rpm; en contraste, en la figura 6.2.1.2 la amplitud máxima para el primer modo se encuentra en 1807 rpm y para el segundo modo es en 5518 rpm. Para cuestiones del proceso de balanceo, se consideran

como frecuencias naturales las velocidades donde se encuentran las amplitudes máximas para el primer y segundo modo del sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

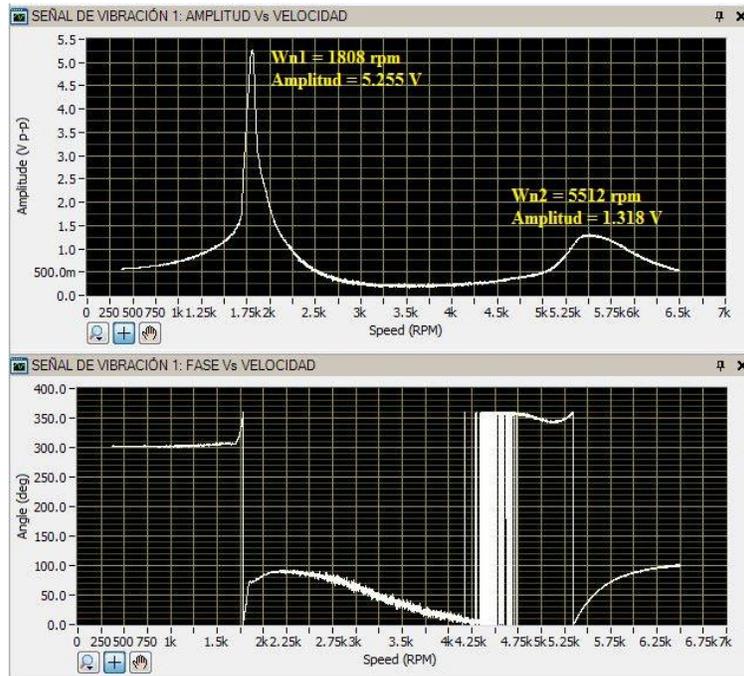


Figura 6.2.1.1. Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 1

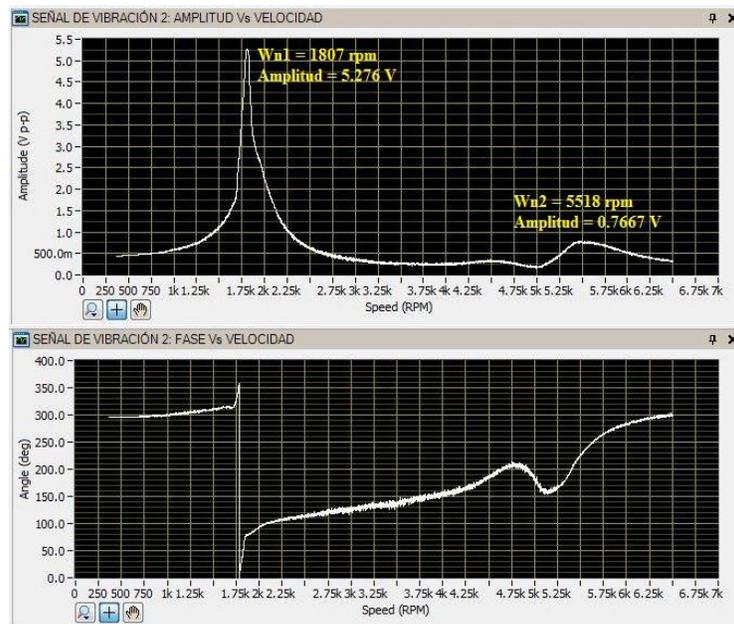
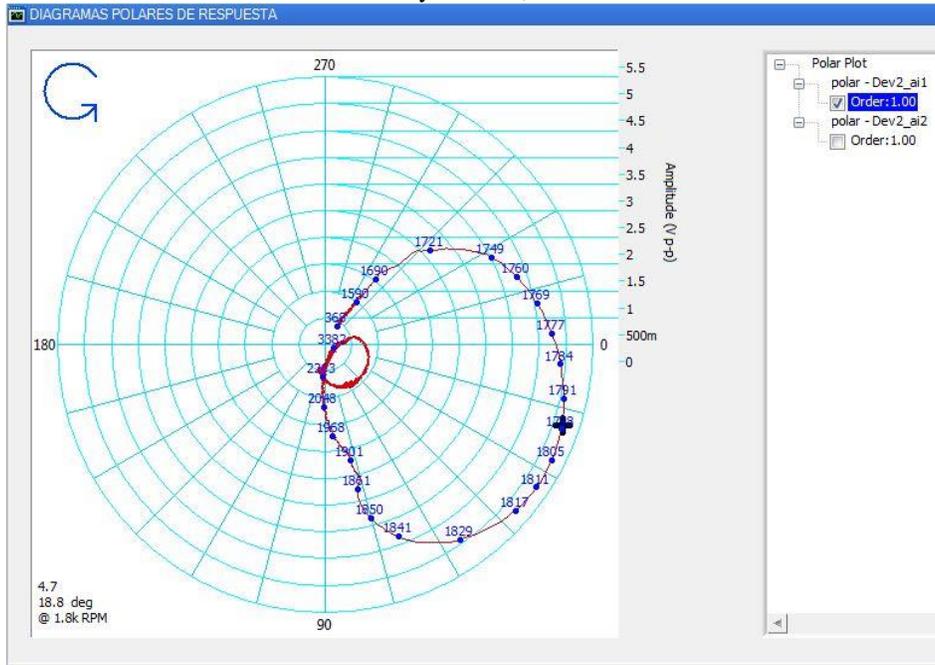


Figura 6.2.1.2. Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 2

Asimismo, en las figuras 6.2.1.3 y 6.2.1.4 se muestran los diagramas polares de respuesta para el primer y segundo modo de vibración inicial del rotor, sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

Modo 1 y Modo 2, sensor 1



Zoom Modo 2, sensor 1

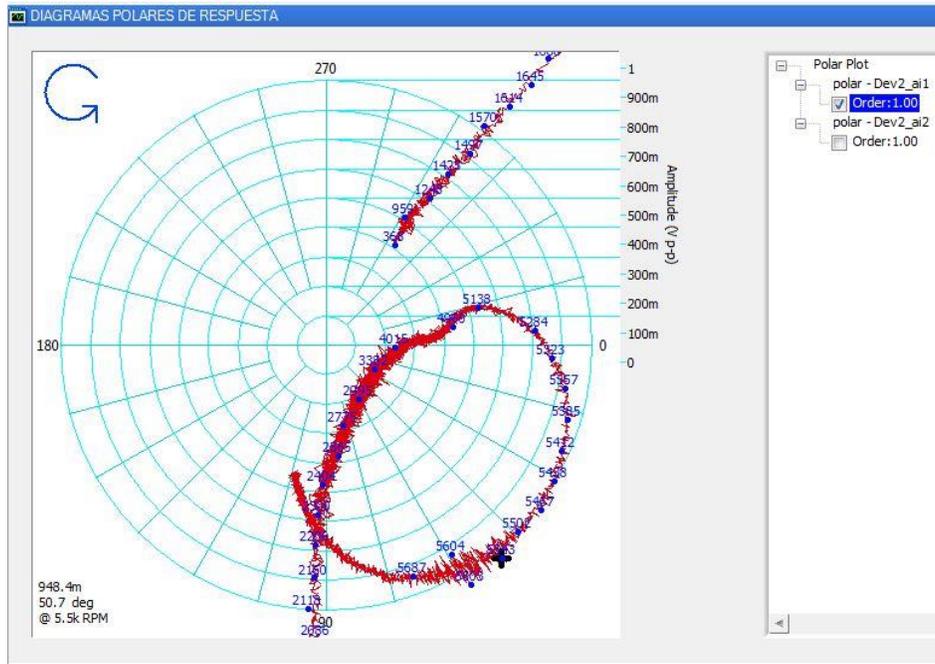
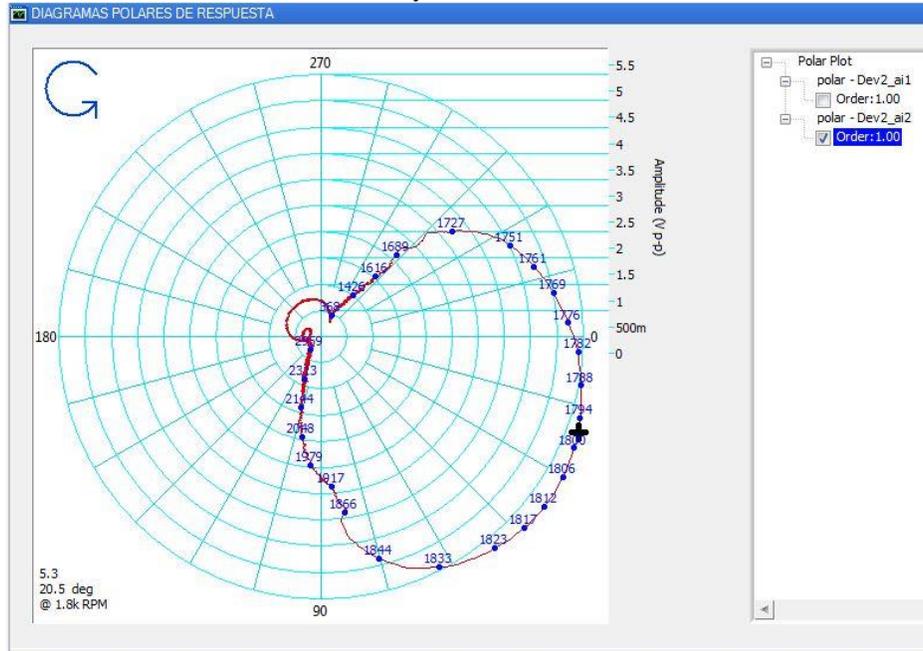


Figura 6.2.1.3. Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1

Modo 1 y Modo 2, sensor 2



Zoom Modo 2, sensor 2

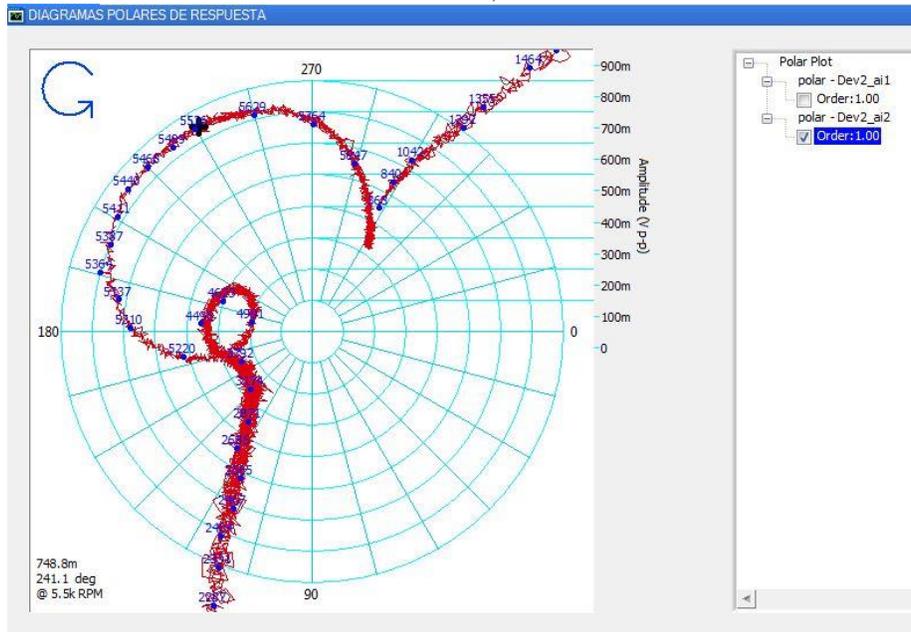


Figura 6.2.1.4. Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 2

En la figuras 6.2.1.3 y 6.2.1.4 se puede observar que la geometría de los diagramas polares de respuesta, son de forma semicircular tal y como se menciona en la literatura.

Del análisis de las figuras 6.2.1.3 a la 6.2.1.4 se obtienen las amplitudes de vibración en las velocidades críticas del rotor. En las tablas 6.2.1.1 y 6.2.1.2 se muestran los datos de las

velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente

Tabla 6.2.1.1. Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 1.

$\omega_{n_1} = 1808 \text{ rpm} = 30.1333 \text{ Hz}$	Amplitud = 667.385 μm
$\omega_{n_2} = 5512 \text{ rpm} = 91.8666 \text{ Hz}$	Amplitud = 167.386 μm

Tabla 6.2.1.2 Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 2.

$\omega_{n_1} = 1807 \text{ rpm} = 30.1166 \text{ Hz}$	Amplitud = 670.052 μm
$\omega_{n_2} = 5518 \text{ rpm} = 91.9666 \text{ Hz}$	Amplitud = 97.3709 μm

Tomando como referencia los datos de las tablas 6.2.1.1 y 6.2.1.2, en los diagramas polares de respuesta se seleccionan los puntos más cercanos a éstos para el proceso de balanceo. En la tabla 6.2.1.3 se muestran las velocidades del rotor seleccionadas.

Tabla 6.2.1.3 Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	1805 rpm	1806 rpm
2	5546 rpm	5536 rpm

Con la finalidad de mostrar los puntos de interés seleccionados en los diagramas polares de respuesta, en las figuras 6.2.1.5 y 6.2.1.6 se muestran los radio vectores de vibración y sus datos para cada modo de vibración correspondientes al sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

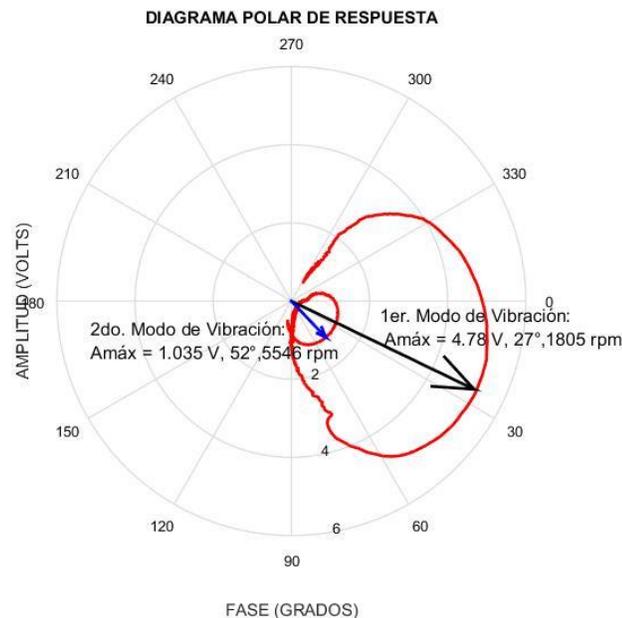


Figura 6.2.1.5. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.

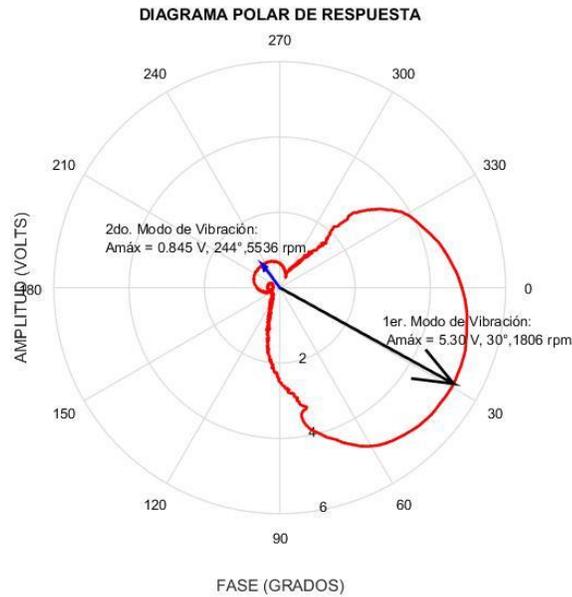


Figura 6.2.1.6. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.

Seleccionadas las velocidades para el balanceo, se obtiene la amplitud de vibración correspondiente a cada modo de vibración. De acuerdo con la sensibilidad del sensor de desplazamiento 200 mv/mils, se realiza la conversión de amplitud en volts a micras [μm]. En la tabla 6.2.1.4 se muestran las vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 6.2.1.4 Amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{O_{11}} = 607.06 \mu\text{m}, 27^\circ$	$V_{O_{12}} = 673.1 \mu\text{m}, 30^\circ$
2	$V_{O_{21}} = 131.445 \mu\text{m}, 52^\circ$	$V_{O_{22}} = 107.315 \mu\text{m}, 244^\circ$

De acuerdo con Jeffcott [12], se sabe que la respuesta de vibración en condiciones de resonancia se atrasa 90° con respecto a la fuerza de excitación, por lo que para localizar la posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración, es necesario desplazarse en sentido contrario a las manecillas del reloj en el diagrama polar de respuesta, tomando como referencia la posición angular del radio vector de la vibración inicial que se muestra en la tabla 6.2.1.4. En las figuras 6.2.1.7 y 6.2.1.8 se muestran las posiciones angulares de la fuerza de excitación de cada modo de vibración

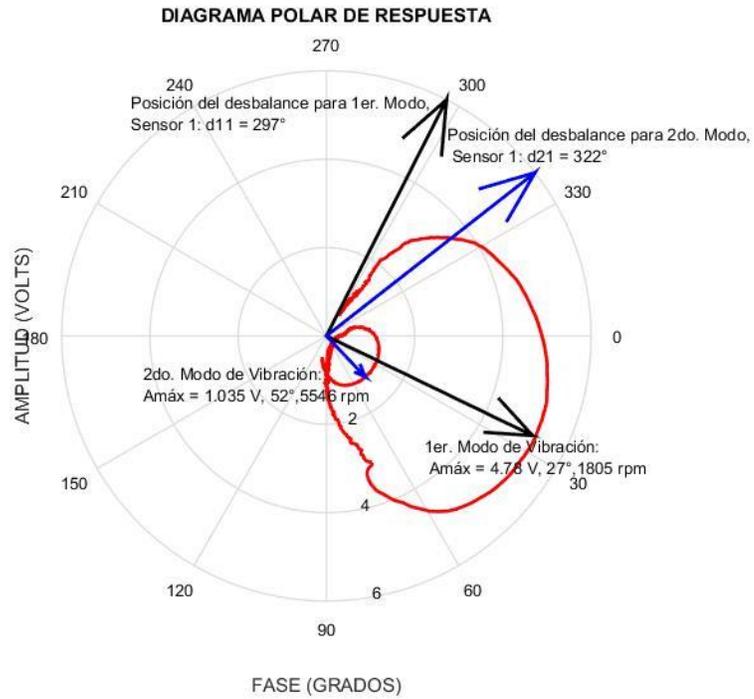


Figura 6.2.1.7. Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 1.

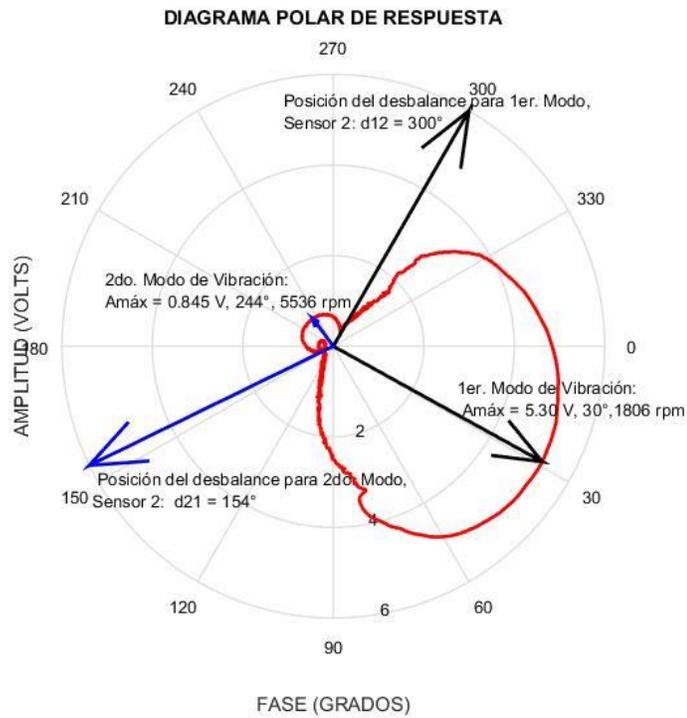


Figura 6.2.1.8. Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 2.

En la tabla 6.2.1.5, se presentan los datos de las posiciones angulares de la fuerza de excitación para cada modo de vibración del rotor.

Tabla 6.2.1.5 Posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\theta_{d_{11}} = 297^\circ$	$\theta_{d_{12}} = 300^\circ$
2	$\theta_{d_{21}} = 322^\circ$	$\theta_{d_{22}} = 154^\circ$

Localizada la posición angular de la fuerza de desbalance, 180° adelante se localiza la posición angular de las fuerzas de balanceo. En la tabla 6.2.1.6 se presentan las posiciones angulares de las fuerzas de balanceo del rotor.

Tabla 6.2.1.6 Posición angular de la fuerza de balanceo para cada modo de vibración.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\theta_{w_{11}} = 117^\circ$	$\theta_{w_{12}} = 120^\circ$
2	$\theta_{w_{21}} = 142^\circ$	$\theta_{w_{22}} = 334^\circ$

En las posiciones angulares que se muestran en la tabla 6.2.1.6, se colocan los pesos calculados para el balanceo del rotor.

Para el cálculo del arreglo de pesos modales para el balanceo del rotor, se determinan los factores de forma modal para el primer y segundo modo de vibración, a partir de las formas modales de la figura 6.1.5, para lo anterior se seleccionan los nodos 4 y 16 donde la segunda forma modal presenta su amplitud máxima positiva y negativa respectivamente; cabe recordar que estos nodos están cercanos a los discos inerciales 1 y 2 y se consideran como planos de balanceo. En la figura 6.1.5 se muestran las amplitudes de las formas modales en los nodos 4 y 16 del rotor.

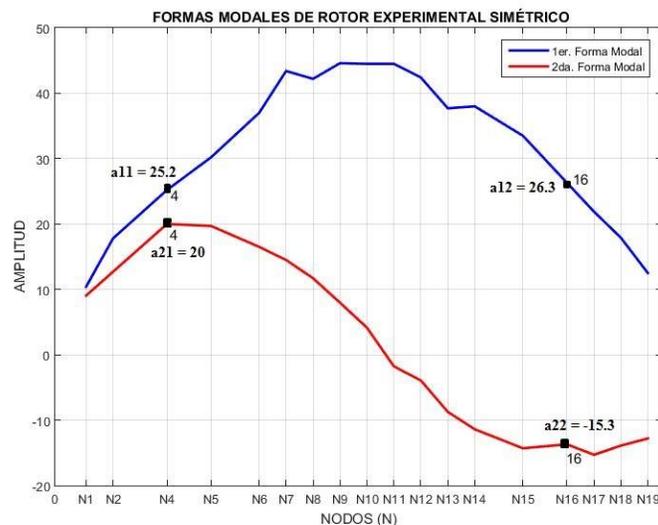


Figura 6.1.5. Primera y segunda forma modal experimental del rotor simétrico.

El factor de forma se obtiene haciendo 1 la amplitud de la forma modal en uno de los planos de balanceo. Para el caso de la forma modal 1 en el plano 1, $\phi_{11} = \frac{25.2}{25.2} = 1$, en el plano 2, $\phi_{12} = \frac{26.3}{25.2} = 1.043$. Para el caso de la forma modal 2 en el plano 1, $\phi_{21} = \frac{20}{20} = 1$, en el plano 2, $\phi_{22} = -\frac{15.3}{20} = -0.765$. En la tabla 6.2.1.7 se presentan los factores de forma modal obtenidos de las formas modales experimentales del rotor.

Tabla 6.2.1.7. Factores de forma modal.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\phi_{11} = 1$	$\phi_{12} = 1.043$
2	$\phi_{21} = 1$	$\phi_{22} = -0.765$

Considerando balanceos previos, sensibilidad del rotor experimental y de acuerdo con las amplitudes iniciales de vibración, se proponen los siguientes pesos de totales de prueba:

- Una masa $m_1 = 2$ gramos, para balancear el primer modo de vibración.
- Una masa $m_2 = 0.8$ gramos, para balancear el segundo modo de vibración.

Para la construcción del arreglo de pesos modales de prueba, se hace uso de las ecuaciones (2.4.1.1), dando como resultado el siguiente sistema de ecuaciones:

Ecuaciones para Modo 1

$$\begin{aligned} 1 W_{11} + 1.043 W_{12} &= 2 \\ 1 W_{11} - 0.765 W_{12} &= 0 \end{aligned}$$

Ecuaciones para Modo 2

$$\begin{aligned} 1 W_{11} - 0.765 W_{12} &= 0.8 \\ 1 W_{11} + 1.043 W_{12} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo los sistemas de ecuaciones para cada modo de vibración, se obtiene el arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}), como se muestra en la tabla 6.2.1.8.

Tabla 6.2.1.8. Arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}).

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$W_{11} = 0.8462 \text{ g}, 117^\circ$	$W_{12} = 1.1062 \text{ g}, 120^\circ$
2	$W_{21} = 0.4615 \text{ g}, 142^\circ$	$W_{22} = 0.8462 \text{ g}, 334^\circ$

De la Tabla 6.2.1.8 se obtiene el arreglo de pesos modales de prueba para cada plano de balanceo que se habrán de colocar en los discos inerciales 1 y 2, se realiza la suma vectorial de W_{11} y W_{21} para el plano 1, W_{12} y W_{22} para el plano 2, estos se muestran en la tabla 6.2.1.9:

Tabla 6.2.1.9. Arreglo de pesos modales de prueba por plano de balanceo.

Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
$M_1 = 1.2795 \text{ g}, 125.7683^\circ$	$M_2 = 0.7797 \text{ g}, 101.4970^\circ$

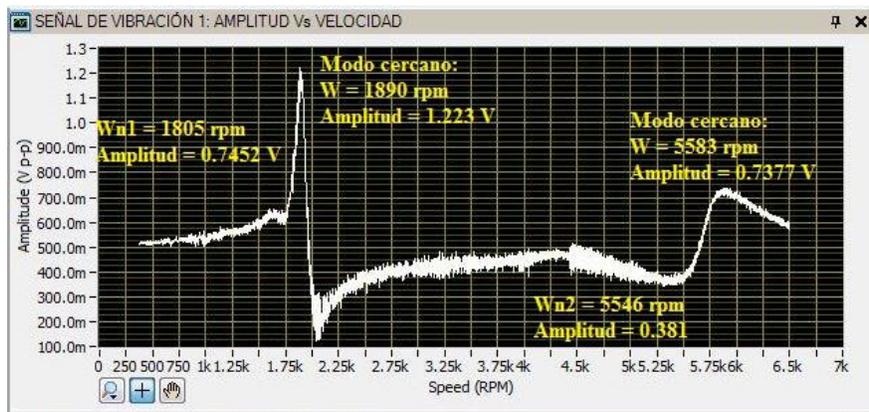
Cabe mencionar que la distribución de pozos de balanceo en los discos inerciales es un pozo por cada 22.5° , por tanto, como el arreglo de pesos modales tiene posiciones angulares que no corresponden con la distribución de los pozos de los discos inerciales, este se distribuye en los pozos contiguos, tal y como se muestra en la tabla 6.2.1.10.

Tabla 6.2.1.10. Distribución de arreglo de pesos modales de prueba.

Peso de Prueba Modal en Plano 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1
$M_1 = 1.2795 \text{ g}, 125.7683^\circ$	$M_{C_{11}} = 0.5364 \text{ g}, 112.5^\circ$
	$M_{C_{12}} = 0.7674 \text{ g}, 135^\circ$
Peso de Prueba Modal en Plano 2	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$M_2 = 0.7797 \text{ g}, 101.4970^\circ$	$M_{C_{21}} = 0.3889 \text{ g}, 112.5^\circ$
	$M_{C_{22}} = 0.4061 \text{ g}, 135^\circ$

6.2.2 Rodado 2

En las figuras 6.2.2.1 y 6.2.2.2 se muestra la vibración resultante del rotor, posterior a la colocación del arreglo de pesos modales de prueba de la tabla 6.2.1.10.



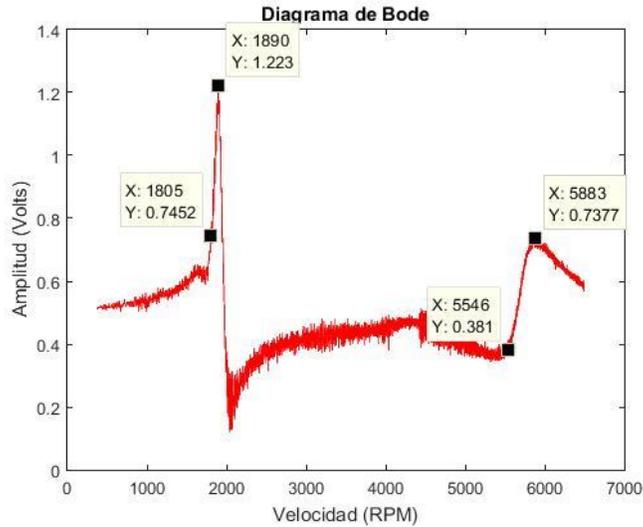


Figura 6.2.2.1. Vibración resultante del rotor, sensor 1

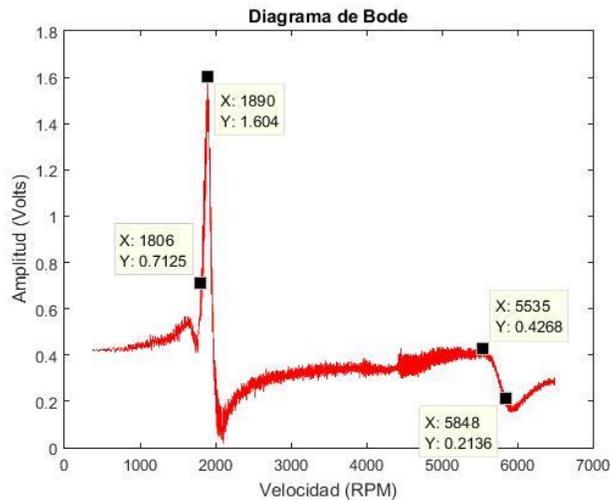
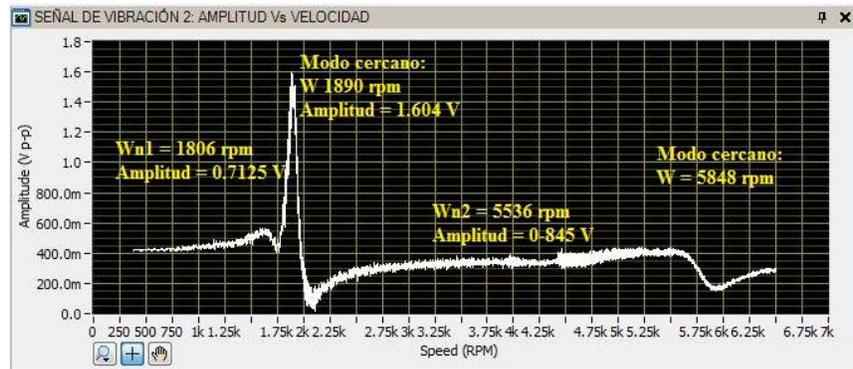


Figura 6.2.2.2. Vibración resultante del rotor, sensor 2

De las figuras 6.2.2.1 y 6.2.2.2 se puede observar que el arreglo de pesos de prueba propuesto afectó los niveles de vibración directamente en las velocidades consideradas como velocidades críticas o de resonancia del rotor (ver tabla 6.2.1.3). Sin embargo, también se puede observar que existen modos cercanos a la primera y segunda frecuencia

natural del rotor, que se presentan en las velocidades de 1890 rpm para el primer modo y aproximadamente en 5880 rpm para el segundo modo.

Por otra parte en las figuras 6.2.2.3 y 6.2.2.4 se muestran los diagramas polares de respuesta resultante para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente. Aquí se puede observar, que es casi imposible darle seguimiento al vector de vibración resultante en las velocidades consideradas inicialmente como críticas o de resonancia de los dos modos de vibración del rotor (ver tabla 6.2.1.3). Como consecuencia de lo anterior, no fue posible calcular pesos de corrección para mejorar las vibraciones residuales del rotor.

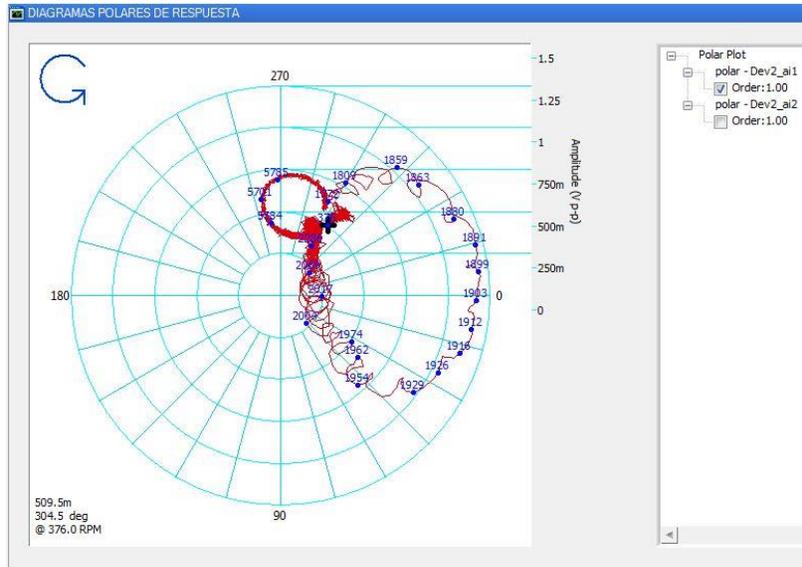


Figura 6.2.2.3. Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 1

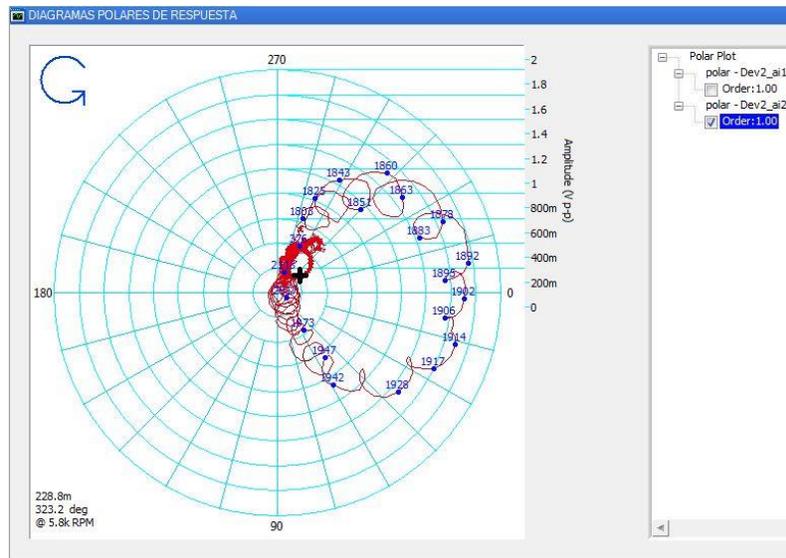


Figura 6.2.2.4. Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 2.

En la tabla 6.2.2.1 se muestran las amplitudes de vibración resultante, para las velocidades críticas del rotor que se muestran en la tabla 6.2.1.3

Tabla 6.2.2.1. Amplitudes de vibración resultantes.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{re_{11}} = 94.6404 \mu\text{m}$	$V_{re_{12}} = 90.4875 \mu\text{m}$
2	$V_{re_{21}} = 48.387 \mu\text{m}$	$V_{re_{22}} = 54.2036 \mu\text{m}$

De las tablas 6.2.2.1 y 6.2.1.4 se puede observar que la amplitud de vibración del rotor, disminuyó en un 85% para el modo 1 y aproximadamente un 55% para el modo 2. En las figuras 6.2.2.5 y 6.2.2.6 se presenta la comparación de las amplitudes de vibración inicial y vibración resultante en el sensor 1 y sensor 2 al colocar en el rotor el arreglo de pesos de prueba de balanceo.

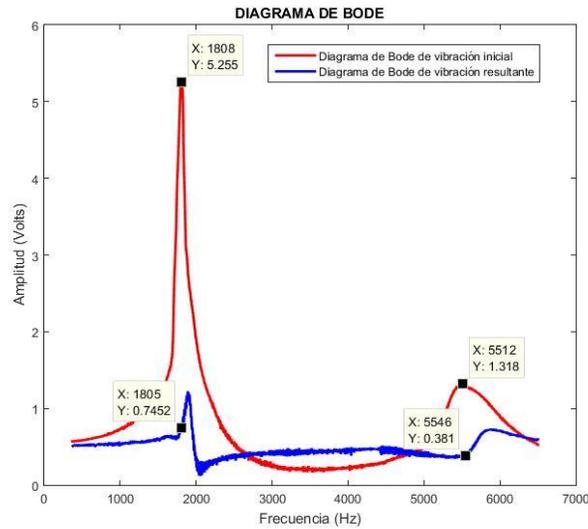


Figura 6.2.2.5. Diagramas de bode inicial y resultante, sensor 1.

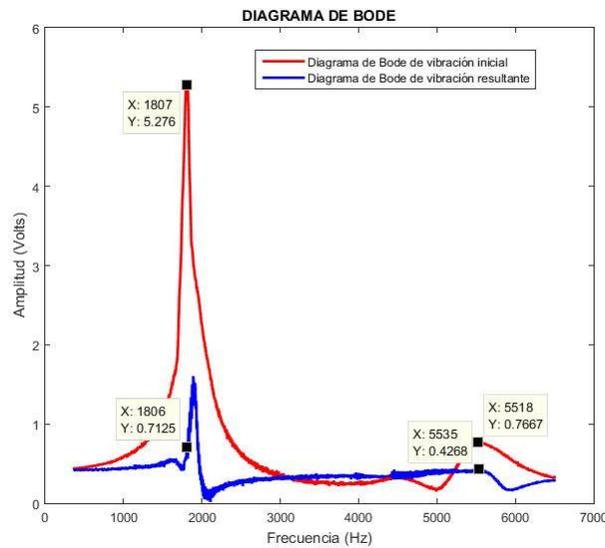


Figura 6.2.2.6. Diagramas de bode inicial y resultante, sensor 2.

Por otra parte en las figuras 6.2.2.7 y 6.2.2.8 se muestran los diagramas polares de respuesta inicial y resultante en el sensor 1 y sensor 2 respectivamente. En estas figuras se puede observar que aun cuando la vibración del modo 2 disminuyó en un 55%, las vibraciones residuales ya no son perceptibles ya que la vibración inicial no era de gran magnitud.

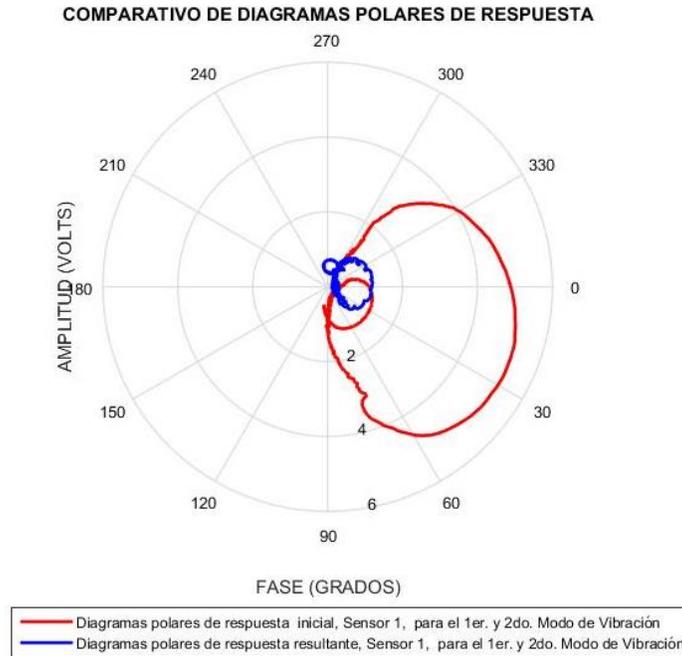


Figura 6.2.2.7. Diagramas polares de respuesta inicial y resultante, sensor 1.

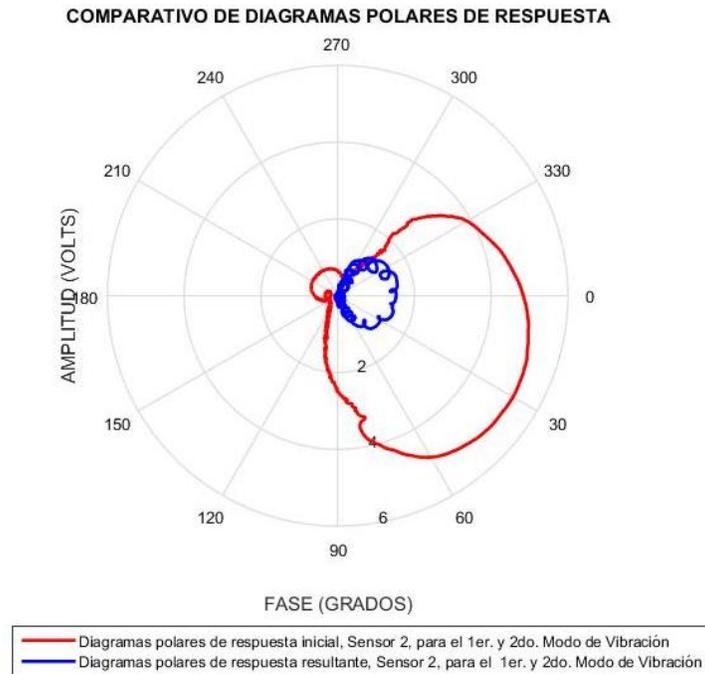


Figura 6.2.2.8. Diagramas de respuesta inicial y resultante, sensor 2.

6.3 Balanceo del rotor experimental simétrico con pesos de corrección

Como resultado de la construcción del arreglo de pesos de prueba que se realizó en la sección 6.2 para el balanceo del rotor, se encontró que se presentaron dos modos de vibraciones cercanos al modo 1 y al modo 2, por lo que no fue posible calcular pesos de corrección y disminuir la vibración resultante del sistema rotodinámico. De acuerdo con lo anterior, se propone la construcción de un nuevo arreglo de pesos para el balanceo de los modos cercanos del rotor experimental. Por tanto, para la construcción del nuevo arreglo de pesos de prueba de balanceo, se consideran las vibraciones resultantes en la sección 6.2, figura 6.2.2.7 y 6.2.2.8 como vibraciones iniciales del sistema.

6.3.1 Rodado 1

En las figuras 6.3.1.1 y 6.3.1.2 se muestran los diagramas de bode y fase de la respuesta de vibración al desbalance inicial del rotor, sensor 1 y sensor 2 respectivamente

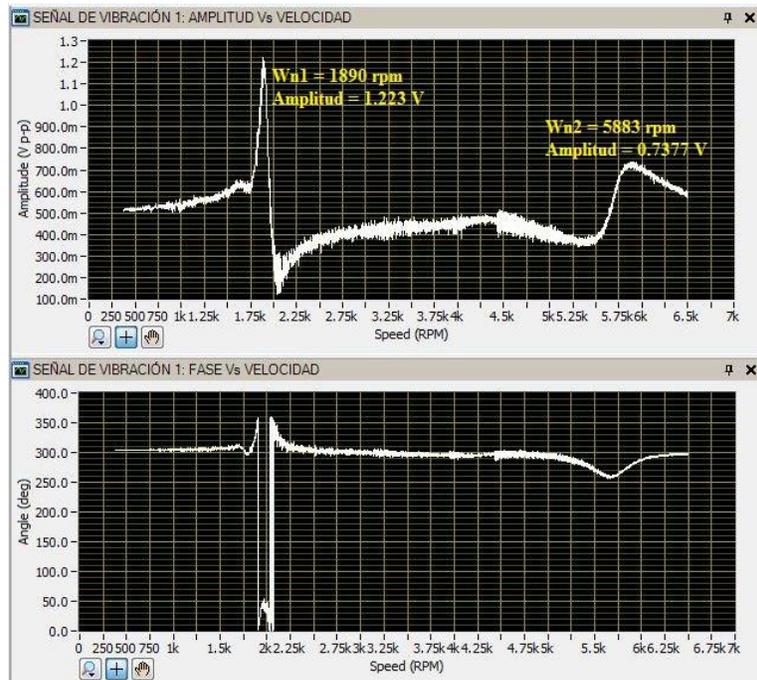


Figura 6.3.1.1. Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 1

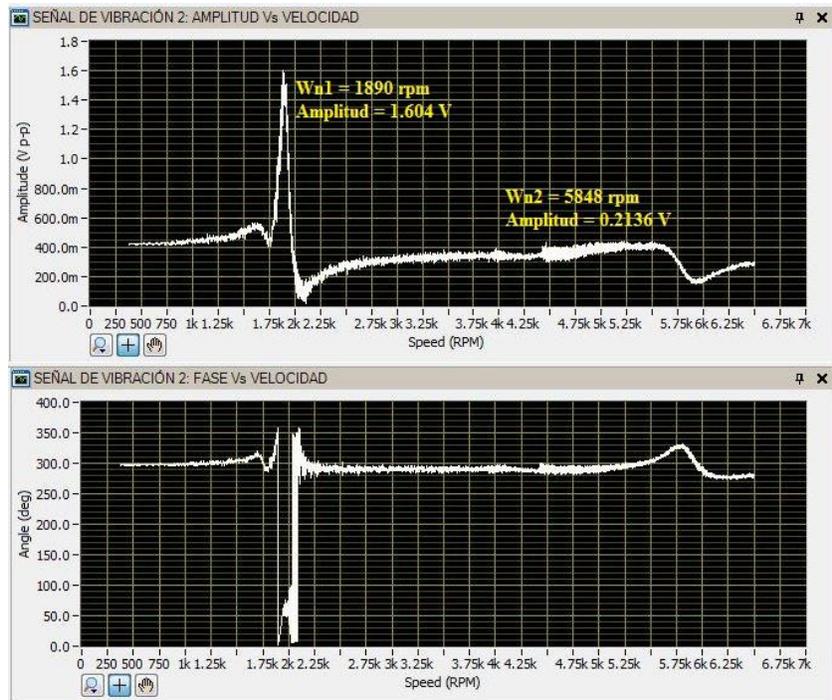
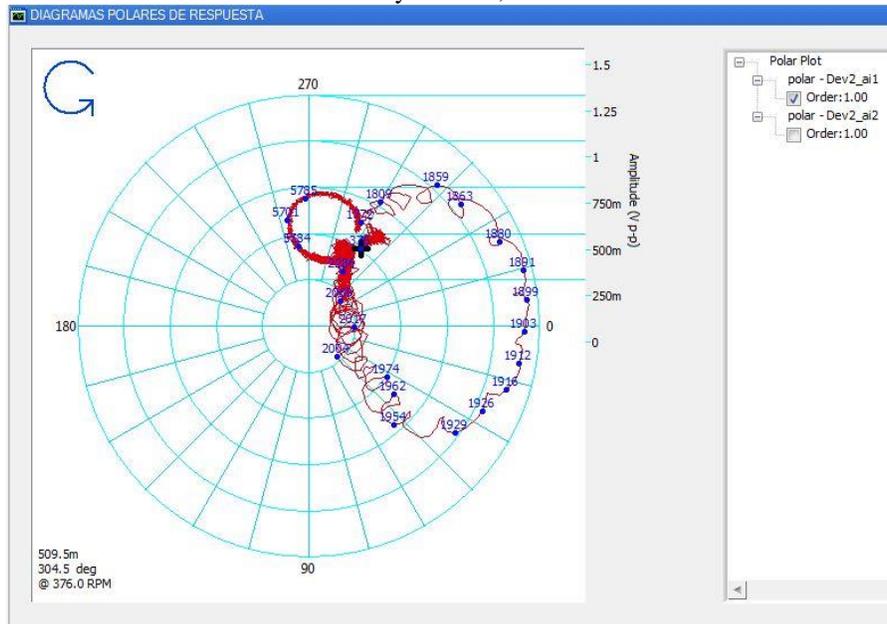


Figura 6.3.1.2. Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 2.

Así mismo, en las figuras 6.3.1.3 y 6.3.1.4 se muestran los diagramas polares de respuesta para el primer y segundo modo de vibración inicial del rotor, sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

Modo 1 y Modo 2, sensor 1



Zoom Modo 2, sensor 1

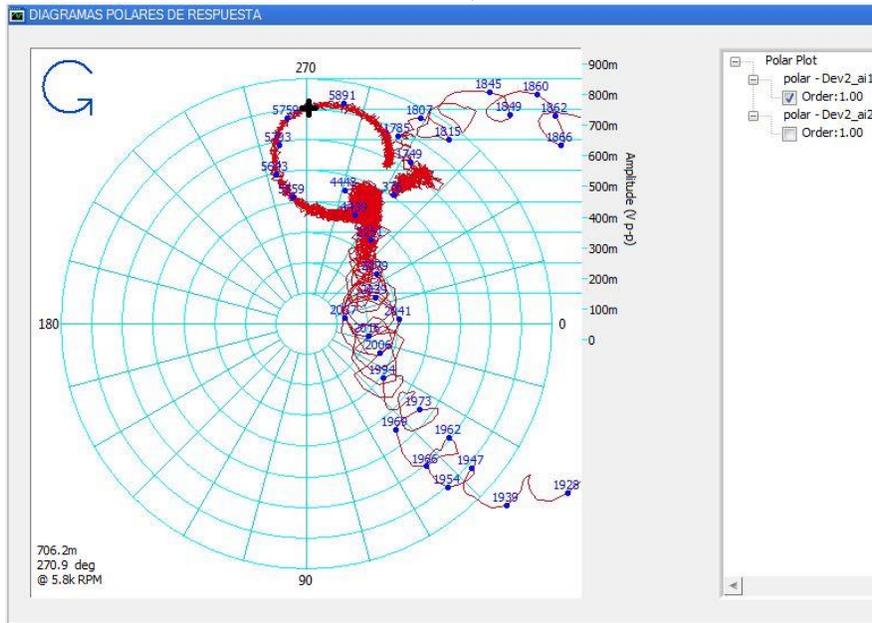
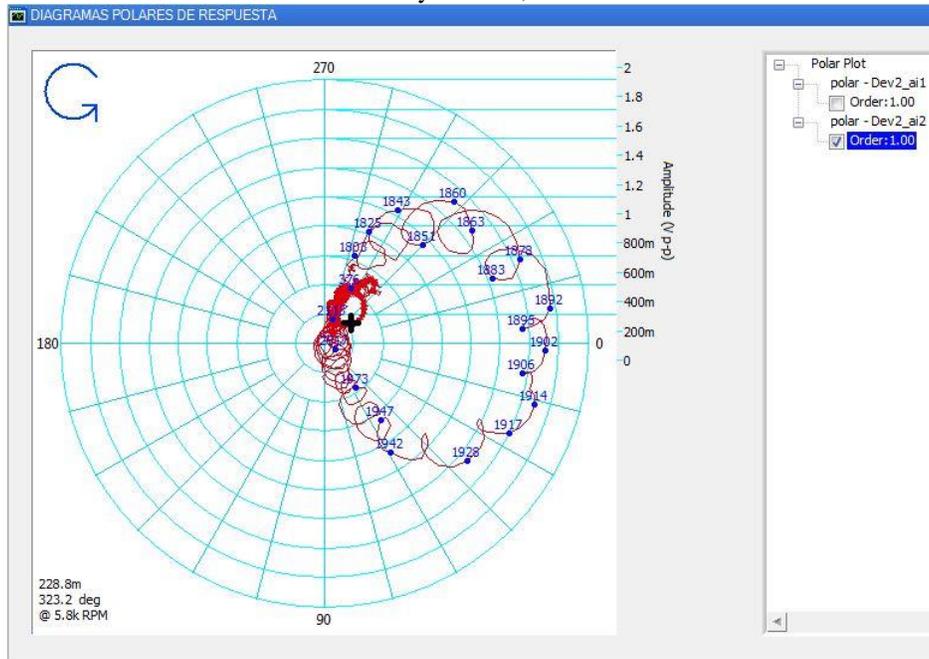


Figura 6.3.1.3. Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1.

Modo 1 y Modo 2, sensor 2



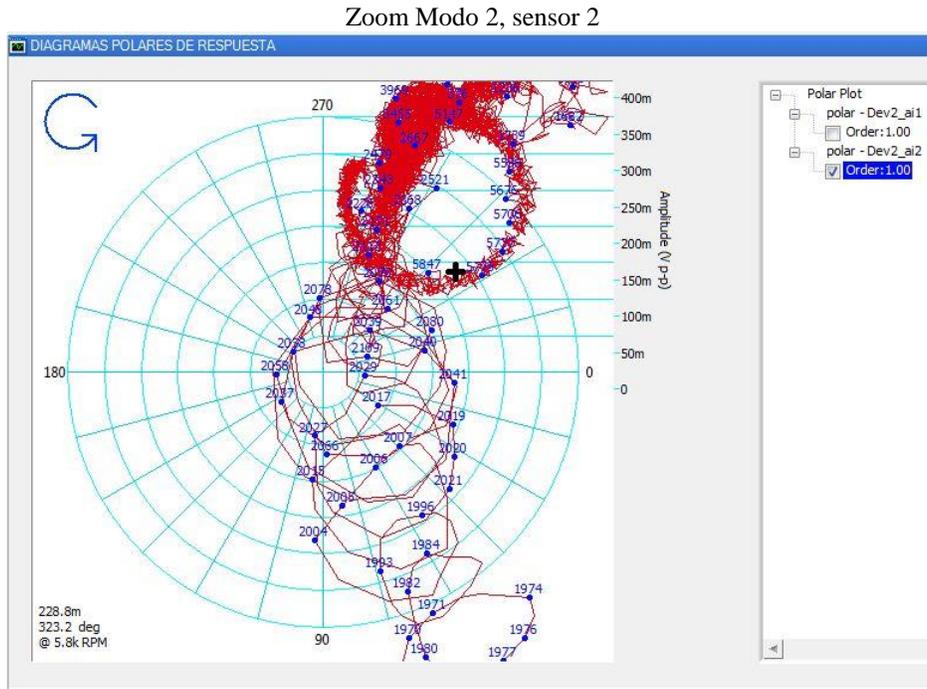


Figura 6.3.1.4. Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 2.

De las figuras 6.3.1.1 a la 6.3.1.4 se obtienen las nuevas frecuencias naturales o velocidades críticas del rotor. En la tabla 6.3.1.1 y 6.3.1.2 se muestran las frecuencias naturales de los modos cercanos, así como las amplitudes de vibración inicial para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

Tabla 6.3.1.1. Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 1.

$\omega_{n_1} = 1890 \text{ rpm} = 31.5 \text{ Hz}$	Amplitud= 155.321 μm
$\omega_{n_2} = 5870 \text{ rpm} = 90.05 \text{ Hz}$	Amplitud= 93.6879 μm

Tabla 6.3.1.2. Velocidades críticas y amplitudes de vibración inicial, sensor 2.

$\omega_{n_1} = 1890 \text{ rpm} = 31.5 \text{ Hz}$	Amplitud = 203.708 μm
$\omega_{n_2} = 5848 \text{ rpm} = 97.46 \text{ Hz}$	Amplitud = 27.1272 μm

Tomando como referencia los datos de las tablas 6.3.1.1 y 6.3.1.2, en los diagramas polares de respuesta se seleccionan los puntos más cercanos a éstos para el proceso de balanceo. En la tabla 6.3.1.3 se muestran las velocidades del rotor seleccionadas.

Tabla 6.3.1.3 Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	1891 rpm	1892 rpm
2	5848 rpm	5847 rpm

Con la finalidad de mostrar los puntos de interés seleccionados en los diagramas polares de respuesta, en las figuras 6.3.1.5 y 6.3.1.6 se muestran los radio vectores de vibración y sus datos para cada modo de vibración correspondientes al sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

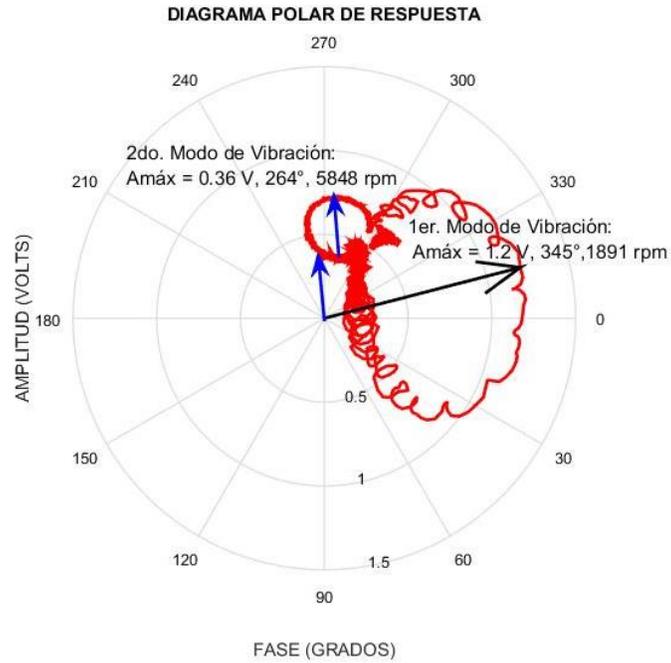


Figura 6.3.1.5. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.

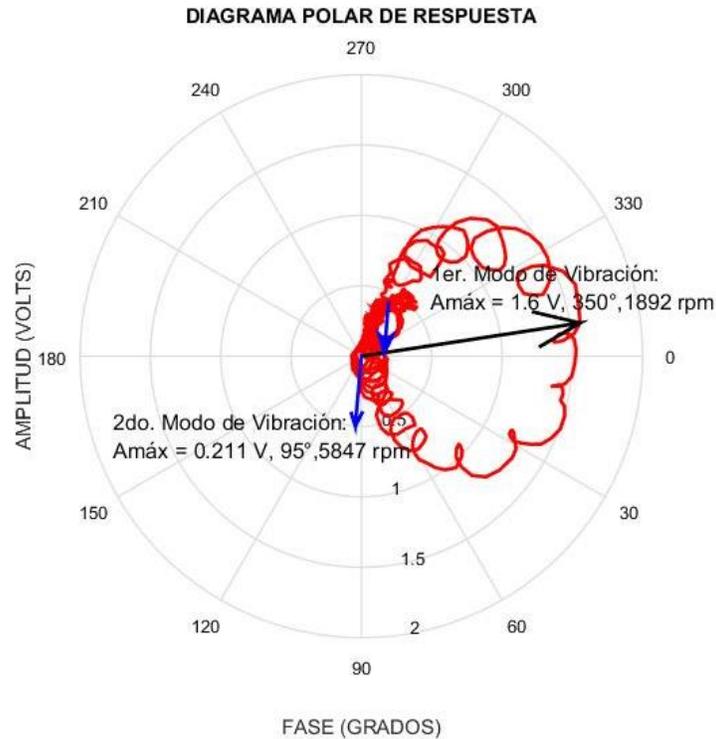


Figura 6.3.1.6. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.

Seleccionadas las velocidades para el balanceo, se obtiene la amplitud de vibración correspondiente a cada modo de vibración. De acuerdo con la sensibilidad del sensor de desplazamiento 200 mV/mils, se realiza la conversión de amplitud en Volts a micras [μm]. En la tabla 6.3.1.4 se muestran las vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 6.3.1.4 Amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{O_{11}} = 152.4 \mu m, 345^\circ$	$V_{O_{12}} = 203.2 \mu m, 350^\circ$
2	$V_{O_{21}} = 45.72 \mu m, 264^\circ$	$V_{O_{22}} = 26.797 \mu m, 95^\circ$

De acuerdo con Jeffcott [12], se sabe que la respuesta de vibración en condiciones de resonancia se atrasa 90° con respecto a la fuerza de excitación, por lo que para localizar la posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración, es necesario desplazarse en sentido contrario a las manecillas del reloj en el diagrama polar de respuesta tomando como referencia la posición angular del radio vector de la vibración inicial que se muestra en la tabla 6.3.1.4. En las figuras 6.3.1.7 y 6.3.1.8 se muestran las posiciones angulares de la fuerza de excitación de cada modo de vibración

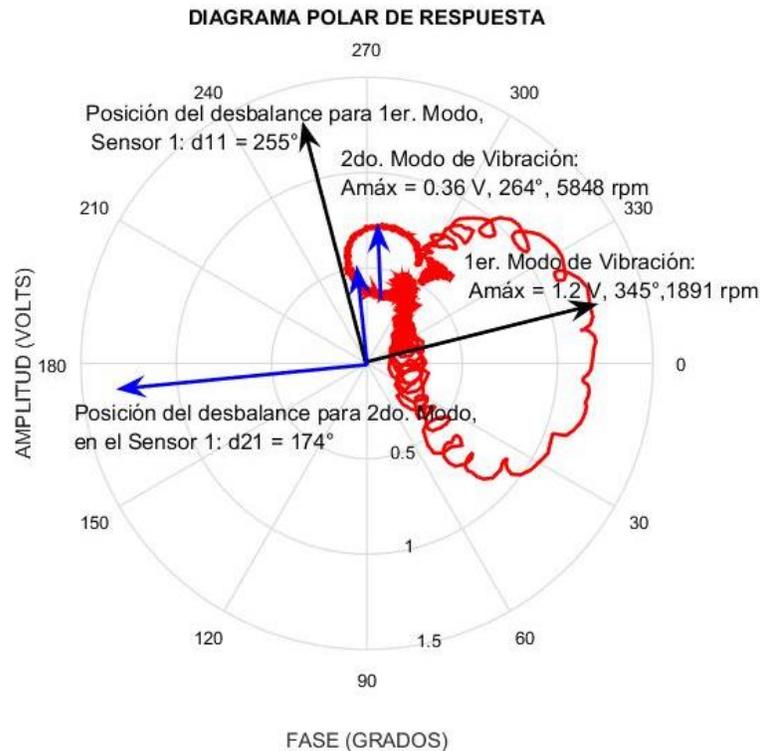


Figura 6.3.1.7. Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 1.

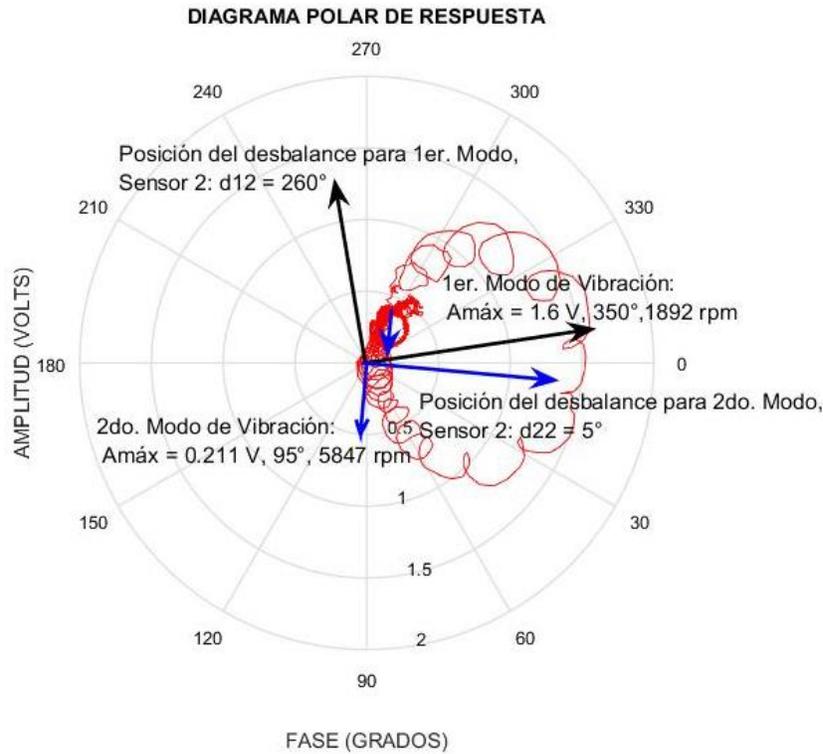


Figura 6.3.1.8. Posición angular del desbalance para el modo 1 y modo 2, sensor 2

En la tabla 6.3.1.5, se presentan los datos de las posiciones angulares de la fuerza de excitación para cada modo de vibración del rotor.

Tabla 6.3.1.5 Posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\theta_{d_{11}} = 255^\circ$	$\theta_{d_{12}} = 260^\circ$
2	$\theta_{d_{21}} = 174^\circ$	$\theta_{d_{22}} = 5^\circ$

Localizada la posición angular de la fuerza de desbalance, 180° adelante se localiza la posición angular para las fuerzas de balanceo. En la tabla 6.3.1.6 se presentan las posiciones angulares de las fuerzas de balanceo del rotor.

Tabla 6.3.1.6 Posición angular de la fuerza de balanceo para cada modo de vibración.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\theta_{w_{11}} = 75^\circ$	$\theta_{w_{12}} = 80^\circ$
2	$\theta_{w_{21}} = 354^\circ$	$\theta_{w_{22}} = 185^\circ$

En las posiciones angulares que se muestran en la tabla 6.3.1.6, se colocan los pesos calculados por el balanceo del rotor.

En la tabla 6.3.1.7 se presentan los factores de forma modal obtenidos de las formas modales experimentales del rotor, ver sección 6.2.

Tabla 6.3.1.7. Factores de forma modal.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\phi_{11} = 1$	$\phi_{12} = 1.043$
2	$\phi_{21} = 1$	$\phi_{22} = -0.765$

Considerando balanceos previos, sensibilidad del rotor experimental y de acuerdo con las amplitudes iniciales de vibración, se proponen los siguientes pesos totales de prueba:

- Una masa $m_1 = 0.5$ gramos, para balancear el primer modo de vibración.
- Una masa $m_2 = 0.2$ gramos, para balancear el segundo modo de vibración.

Para la construcción del arreglo de pesos modales de prueba, se hace uso de las ecuaciones (2.4.1.1), dando como resultado el siguiente sistema de ecuaciones:

Ecuaciones para Modo 1

$$\begin{aligned} 1 W_{11} + 1.043 W_{12} &= 0.5 \\ 1 W_{11} - 0.765 W_{12} &= 0 \end{aligned}$$

Ecuaciones para Modo 2

$$\begin{aligned} 1 W_{11} - 0.765 W_{12} &= 0.2 \\ 1 W_{11} + 1.043 W_{12} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo los sistemas de ecuaciones para cada modo de vibración, se obtiene el arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}), como se muestra en la tabla 6.3.1.8.

Tabla 6.3.1.8. Arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}).

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$W_{11} = 0.2116 \text{ g}, 75^\circ$	$W_{12} = 0.2765 \text{ g}, 80^\circ$
2	$W_{21} = 0.1154 \text{ g}, 354^\circ$	$W_{22} = 0.1106 \text{ g}, 185^\circ$

De la Tabla 6.3.1.8 se obtiene el arreglo de pesos modales de prueba para cada plano de balanceo que se habrán de colocar en los discos inerciales 1 y 2, se realiza la suma vectorial de W_{11} y W_{21} para el plano 1, W_{12} y W_{22} para el plano 2, estos se muestran en la tabla 6.3.1.9.

Tabla 6.3.1.9. Arreglo de pesos modales de prueba por plano de balanceo.

Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
$M_1 = 0.2460 \text{ g}, 47.4033^\circ$	$M_2 = 0.2699 \text{ g}, 103.3155^\circ$

Cabe mencionar que la distribución de pozos de balanceo en los discos inerciales es un pozo por cada 22.5° , por tanto, como el arreglo de pesos modales tiene posiciones angulares que no corresponden con la distribución de los pozos de los discos inerciales, este se distribuye en los pozos contiguos, tal y como se muestra en la tabla 6.3.1.10.

Tabla 6.3.1.10. Distribución de arreglo de pesos modales.

Peso de Prueba Modal en Plano 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1
$M_1 = 0.2460 \text{ g}, 47.4033^\circ$	$M_{C_{11}} = 0.2209 \text{ g}, 45^\circ$
	$M_{C_{12}} = 0.02 \text{ g}, 67.5^\circ$
Peso de Prueba Modal en Plano 2	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$M_2 = 0.2699 \text{ g}, 103.3155^\circ$	$M_{C_{21}} = 0.1126 \text{ g}, 90^\circ$
	$M_{C_{22}} = 0.1624 \text{ g}, 112.5^\circ$

Dado que existen limitantes en los pesos del rotor experimental, en la tabla 6.3.1.11 se muestran los pesos reales colocados en el rotor.

Tabla 6.3.1.11. Distribución real de arreglo de pesos modales

Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$M_{C_{11}} = 0.2 \text{ g}, 45^\circ$ $M_{C_{12}} = 0.0 \text{ g}$	$M_{C_{21}} = 0.1 \text{ g}, 90^\circ$ $M_{C_{22}} = 0.1 \text{ g}, 112.5^\circ$

6.3.2 Rodado 2

En las figuras 6.3.2.1 y 6.3.2.2 se muestra la vibración resultante del rotor, posterior a la colocación del arreglo de pesos modales de prueba de la tabla 6.3.11.

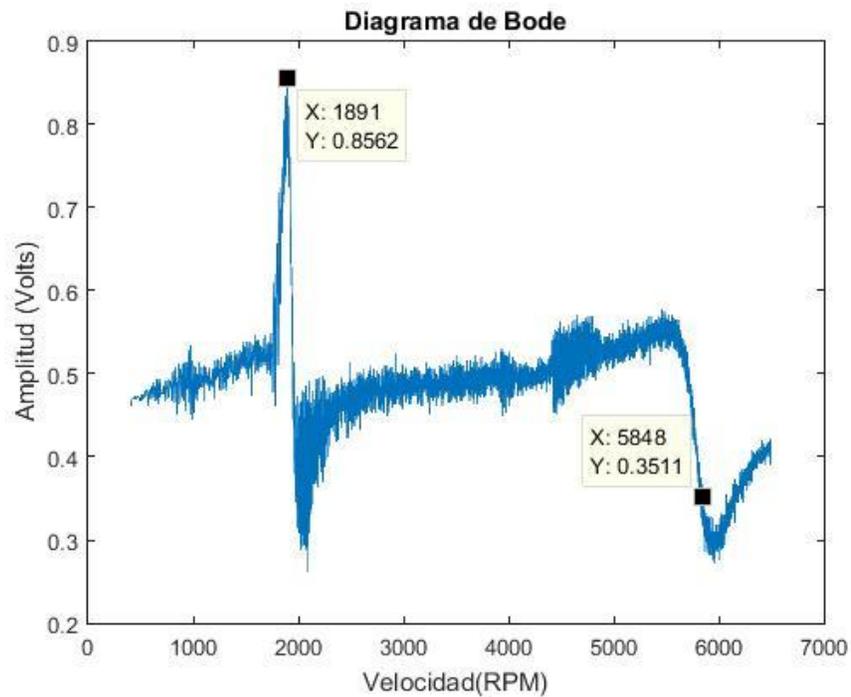
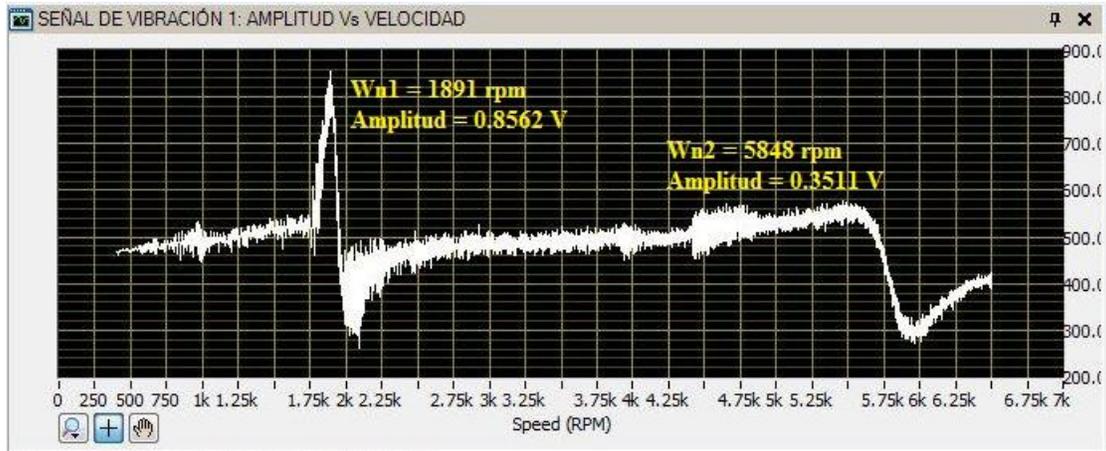


Figura 6.3.2.1. Vibración resultante del rotor, sensor 1.

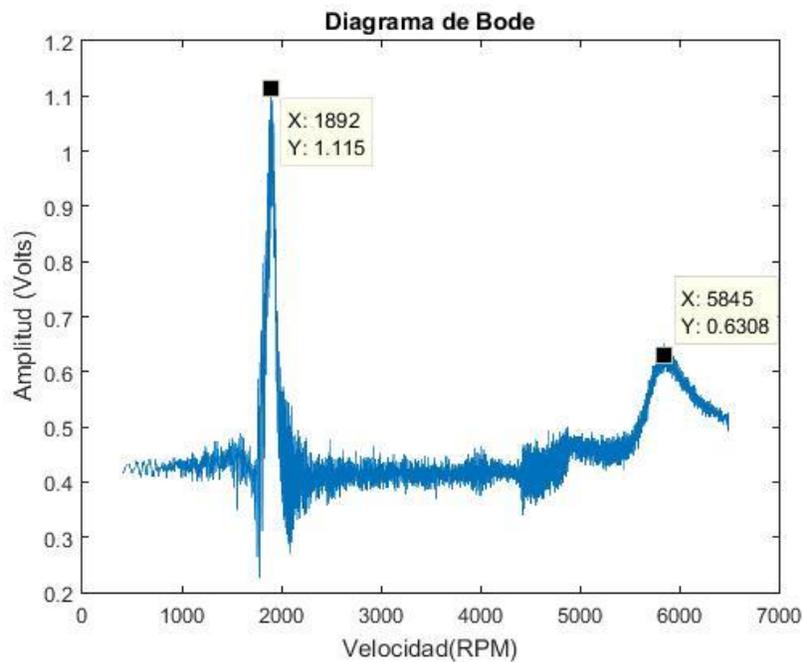
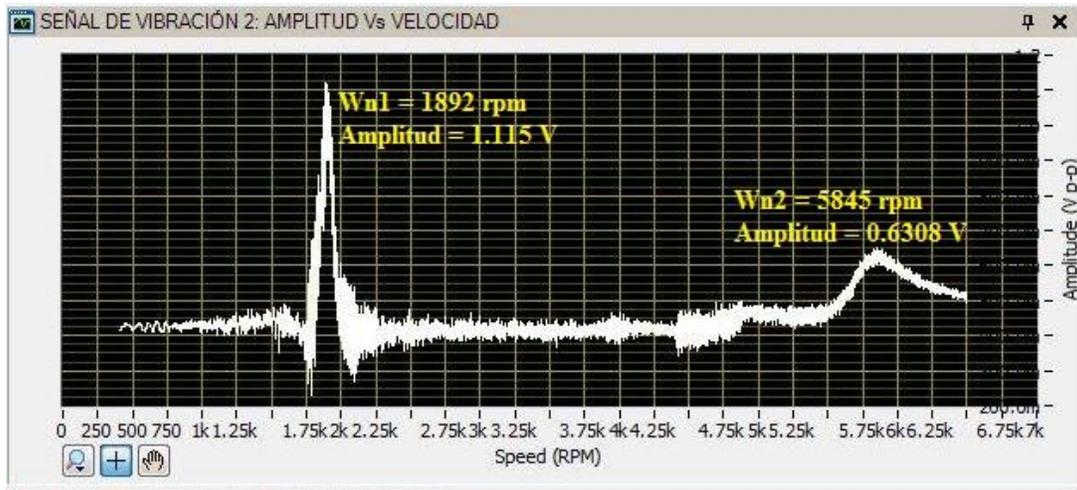


Figura 6.3.2.2. Vibración resultante del rotor, sensor 2.

De las figuras 6.3.2.1 y 6.3.2.2 se puede observar que el arreglo de pesos de prueba propuesto afectó los niveles de vibración directamente en las velocidades consideradas como velocidades críticas o de resonancia del rotor (ver tabla 6.3.1.3). También se puede observar, que las amplitudes máximas de vibración se mantienen en las velocidades críticas del rotor.

Por otra parte en las figuras 6.3.2.3 y 6.3.2.4 se muestran los diagramas polares de respuesta resultante para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

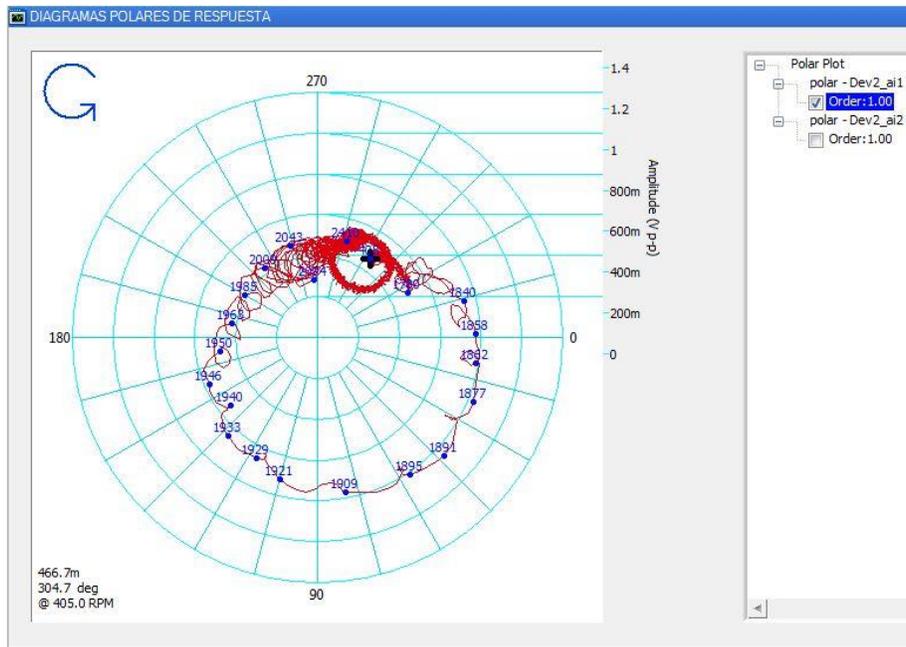


Figura 6.3.2.3. Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 1.

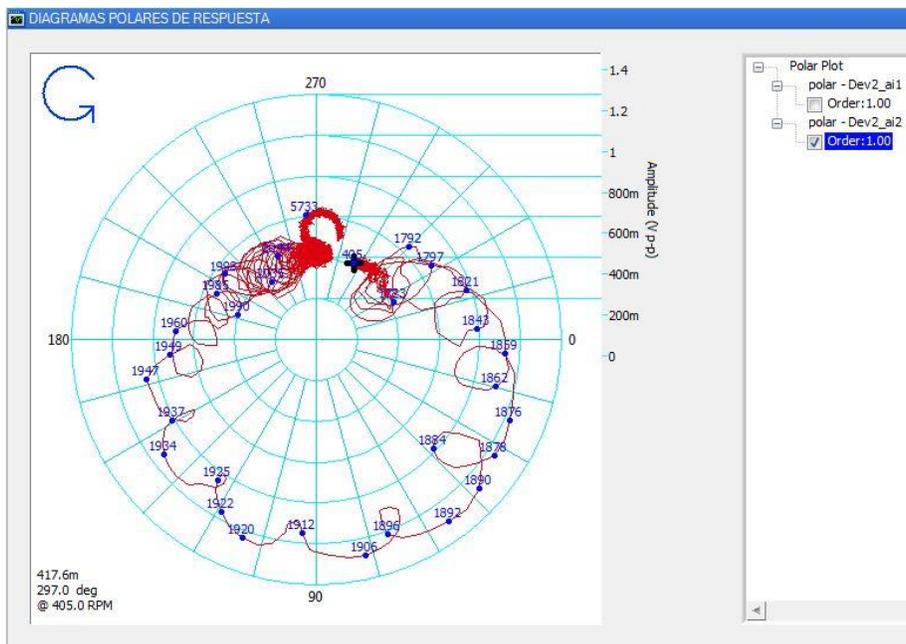


Figura 6.3.2.4. Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 2.

Con la finalidad de analizar los vectores de vibración resultantes en las velocidades críticas, en las figuras 6.3.2.5 y 6.3.2.6 se muestran los radio vectores de vibración y sus datos para cada modo de vibración correspondientes al sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

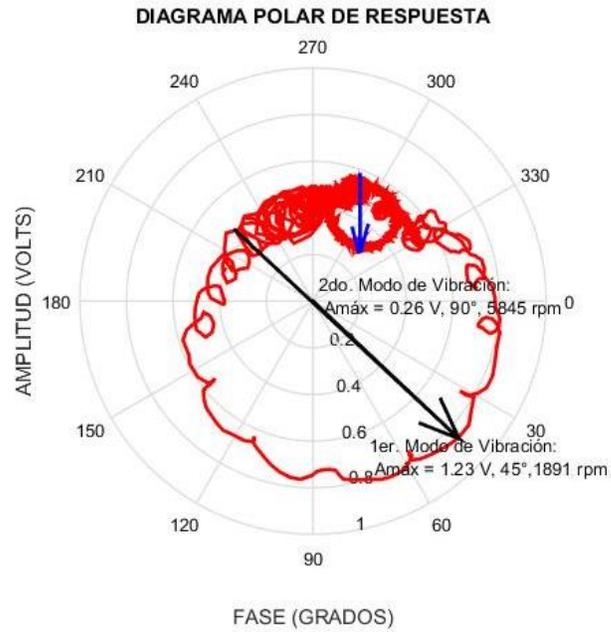


Figura 6.3.2.5. Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.

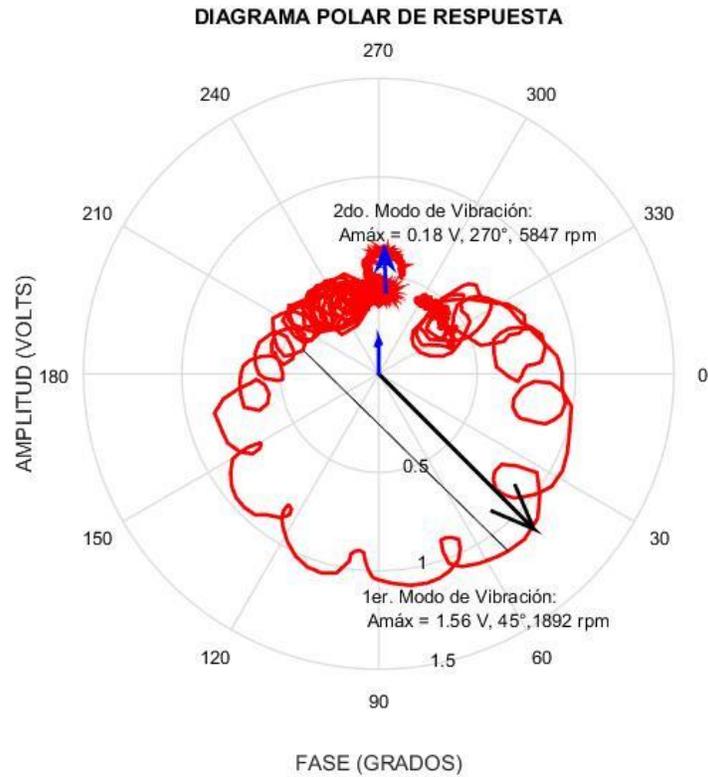


Figura 6.3.2.6. Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.

En la tabla 6.3.2.1 se muestran las amplitudes de vibración resultante en micras [μm], para las velocidades críticas del rotor que se muestran en la tabla 6.3.1.3.

Tabla 6.3.2.1. Amplitudes de vibración resultantes.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{re_{11}} = 156.21 \mu\text{m}, 45^\circ$	$V_{re_{12}} = 198.12 \mu\text{m}, 45^\circ$
2	$V_{re_{21}} = 33.02 \mu\text{m}, 90^\circ$	$V_{re_{22}} = 22.86 \mu\text{m}, 270^\circ$

Cabe hacer notar que las vibraciones resultantes que se muestran en la tabla 6.3.2.1, son a causa del arreglo de pesos de prueba y no de la construcción de un arreglo de pesos para balanceo, por lo que es necesario calcular un arreglo de pesos modales de corrección para completar el proceso de balanceo del rotor experimental.

En la tabla 6.3.2.2 se muestran los pesos de corrección U_C calculados a partir de las ecuaciones 2.3.1.2 y 2.3.1.6 que se describen en el Capítulo II, sección 2.3.1

Tabla 6.3.2.2. Pesos de corrección ($U_{C_{Mj}}$).

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$U_{C_{11}} = 0.2177 \text{ g}, 139.9828^\circ$	$U_{C_{12}} = 0.3010 \text{ g}, 138.5872^\circ$
2	$U_{C_{21}} = 0.0676 \text{ g}, 353.6044^\circ$	$U_{C_{22}} = 0.0597 \text{ g}, 183.5162^\circ$

De la Tabla 6.3.2.2 se obtiene el arreglo de pesos modales de corrección para cada plano de balanceo que se habrán de colocar en los discos inerciales 1 y 2, estos se muestran en la tabla 6.3.2.3:

Tabla 6.3.2.3. Arreglo de pesos modales de corrección.

Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
$U_{C_1} = 0.1657 \text{ g}, 126.9267^\circ$	$U_{C_2} = 0.3458 \text{ g}, 145.5895^\circ$

Cabe mencionar que la distribución de pozos de balanceo en los discos inerciales es un pozo por cada 22.5° , por tanto, como el arreglo de pesos modales tiene posiciones angulares que no corresponden con la distribución de los pozos de los discos inerciales, este se distribuye en los pozos contiguos, tal y como se muestra en la tabla 6.3.2.4.

Tabla 6.3.2.4. Pesos de corrección ($U_{C_{ij}}$)

Peso de Prueba Modal en Plano 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1
$U_{C_1} = 0.1657 \text{ g}, 126.9267^\circ$	$U_{C_{c11}} = 0.0608 \text{ g}, 112.5^\circ$
	$U_{C_{c12}} = 0.1079 \text{ g}, 135^\circ$
Peso de Prueba Modal en Plano 2	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$U_{C_2} = 0.3458 \text{ g}, 145.5895^\circ$	$U_{C_{c21}} = 0.1865 \text{ g}, 135^\circ$
	$U_{C_{c22}} = 0.1661 \text{ g}, 157.5^\circ$

Dado que existen limitantes en los pesos del rotor experimental, en la tabla 6.3.2.5 se muestran los pesos reales colocados en el rotor.

Tabla 6.3.2.5. Arreglo de pesos modales de corrección.

Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$M_{C_{11}} = 0.1 \text{ g}, 112.5^\circ$ $M_{C_{12}} = 0.1 \text{ g}, 135^\circ$	$M_{C_{21}} = 0.2 \text{ g}, 135^\circ$ $M_{C_{22}} = 0.1 \text{ g}, 157.5^\circ$

6.3.3 Rodado 3

En las figuras 6.3.3.1 y 6.3.3.2 se muestra la vibración residual del rotor, posterior a la colocación del arreglo de pesos modales de corrección de la tabla 6.3.2.5.

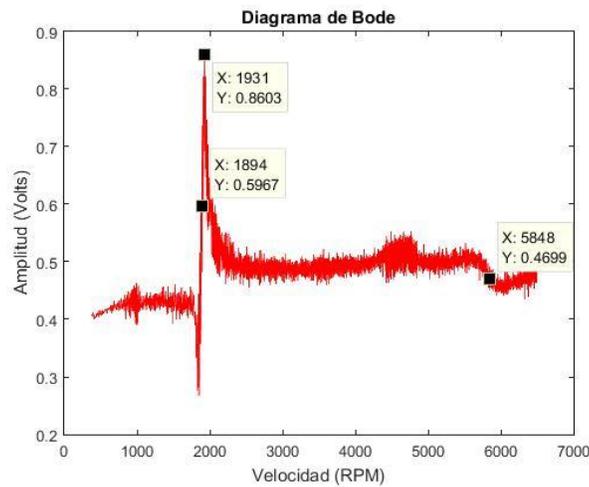
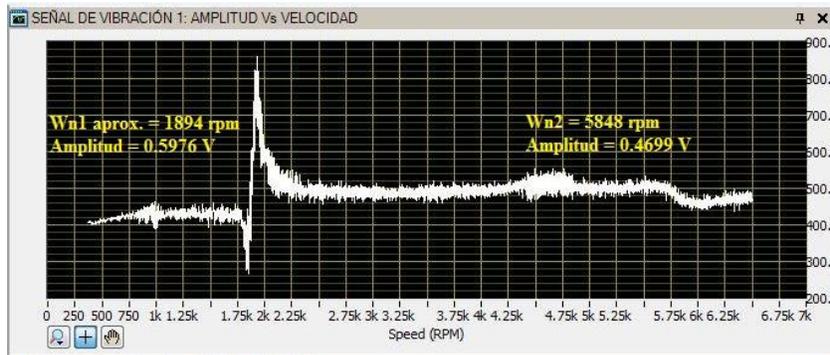


Figura 6.3.3.1. Vibración residual del rotor, sensor 1.

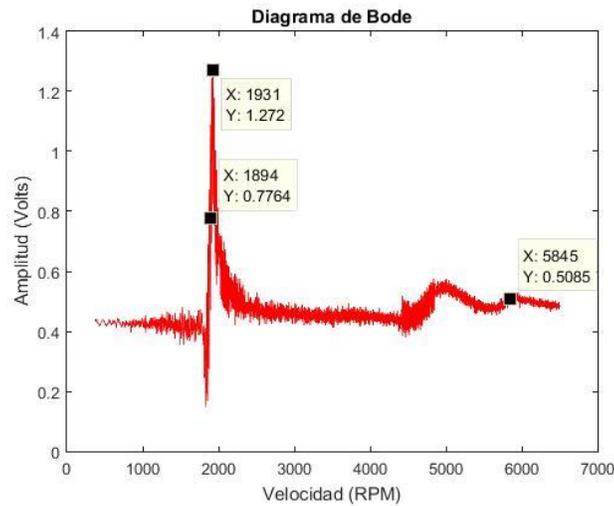
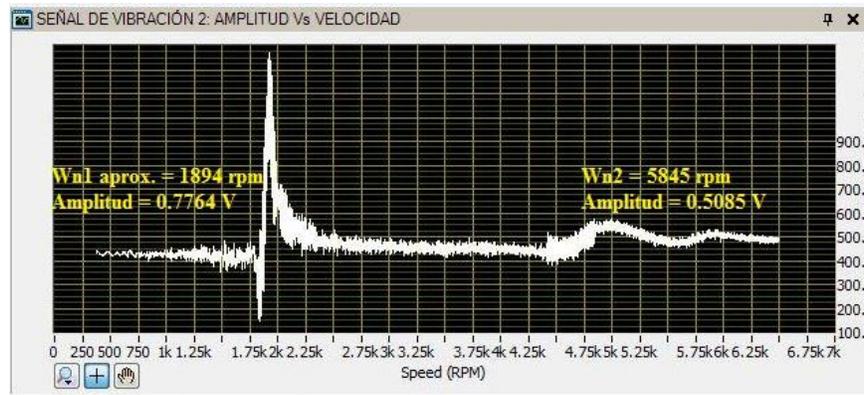


Figura 6.3.3.2. Vibración residual del rotor, sensor 2.

De las figuras 6.3.3.1 y 6.3.3.2 se puede observar que el arreglo de pesos de prueba propuesto afectó los niveles de vibración directamente en las velocidades consideradas como velocidades críticas o de resonancia del rotor, ver tabla 6.3.1.3.

Por otra parte en las figuras 6.3.3.3 y 6.3.3.4 se muestran los diagramas polares de respuesta resultante para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

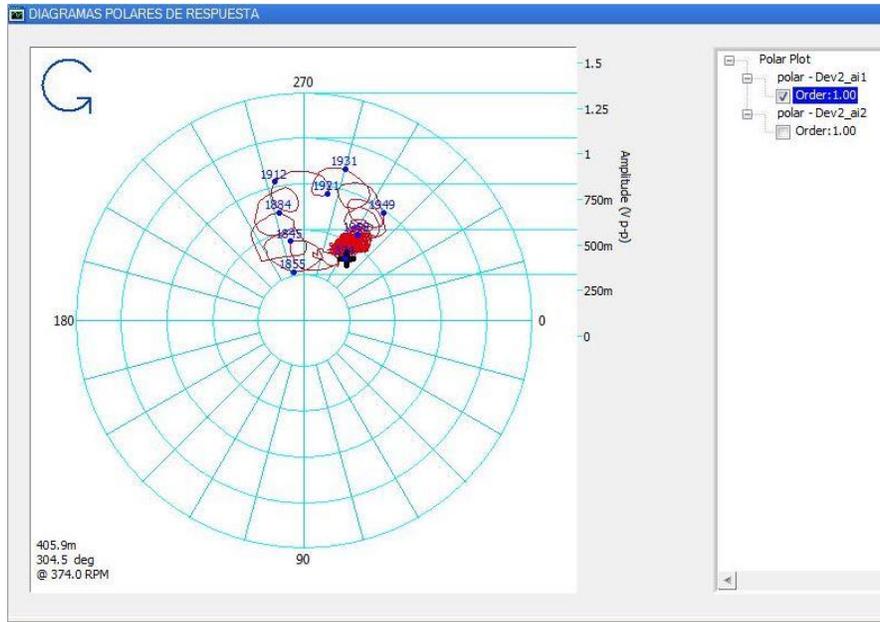


Figura 6.3.3.3. Diagrama polar de respuesta residual, sensor 1.

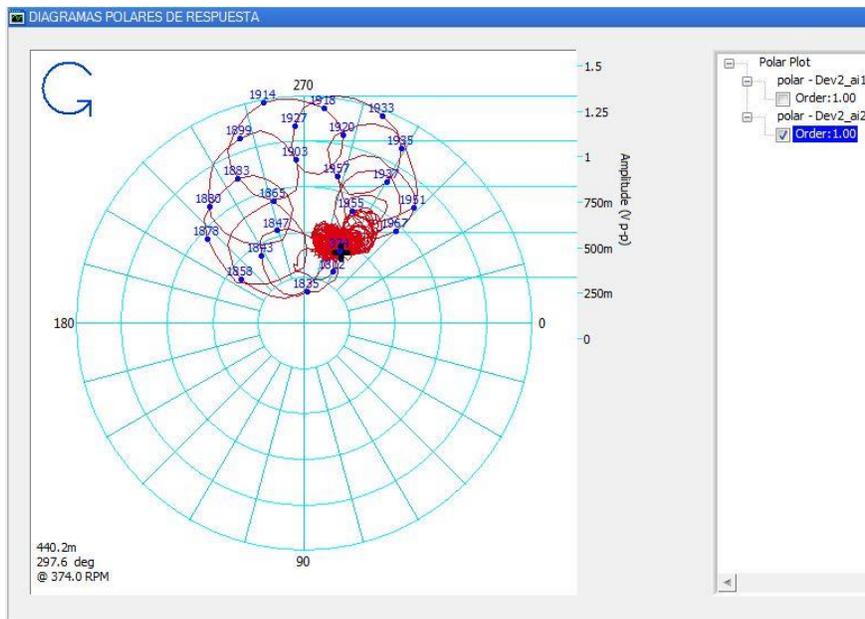


Figura 6.3.3.4. Diagrama polar de respuesta residual, sensor 2.

En la tabla 6.3.3.1 se muestran las amplitudes de vibración residual, para las velocidades críticas del rotor que se muestran en la tabla 6.3.1.3

Tabla 6.3.3.1. Amplitudes de vibración residuales (V_{rij}).

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{r11} = 51.5874 \mu\text{m}$	$V_{r12} = 64.4525 \mu\text{m}$
2	$V_{r21} = 52.197 \mu\text{m}$	$V_{r22} = 59.7789 \mu\text{m}$

De las tablas 6.3.3.1 y 6.3.1.4 se puede observar que la amplitud de vibración del rotor disminuyó en un 90% para el modo 1 y un 55% en promedio para el modo 2. En las figuras 6.3.3.5 y 6.3.3.6 se presenta la comparación de las amplitudes de vibración inicial y vibración residual en el sensor 1 y sensor 2.

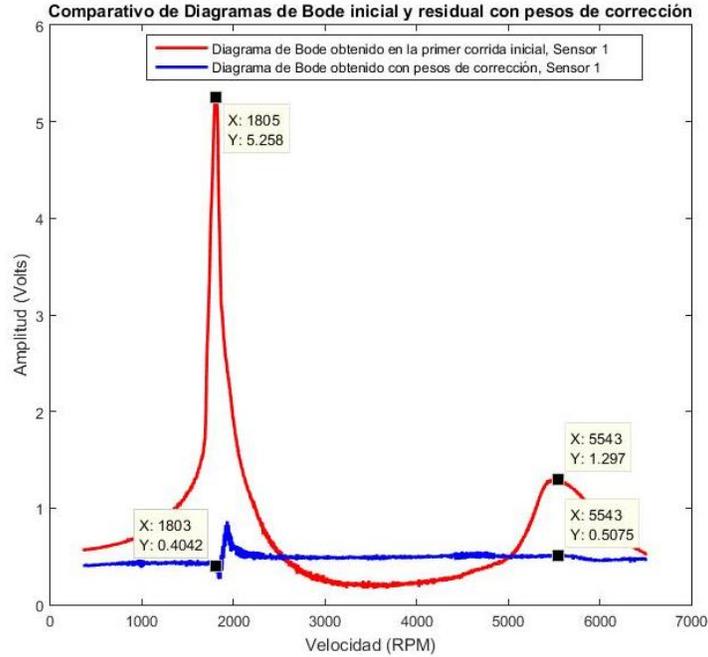


Figura 6.3.3.5. Diagramas de bode inicial y residual, sensor 1.

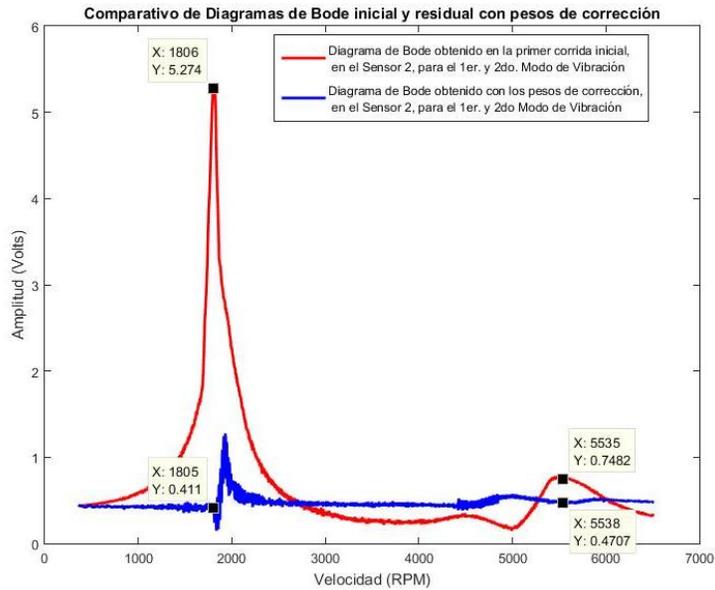


Figura 6.3.3.6. Diagramas de bode inicial y residual, sensor 2.

Por otra parte en las figuras 6.3.3.7 y 6.3.3.8 se muestran los diagramas polares de respuesta inicial y resultante en el sensor 1 y sensor 2 respectivamente. En estas figuras se puede observar que aun cuando la vibración del modo 2 disminuyó en un 55%, las vibraciones residuales ya no son perceptibles ya que la vibración inicial no era de gran magnitud.

RESULTADOS DEL PROCESO DE BALANCEO DE ROTOR SIMÉTRICO

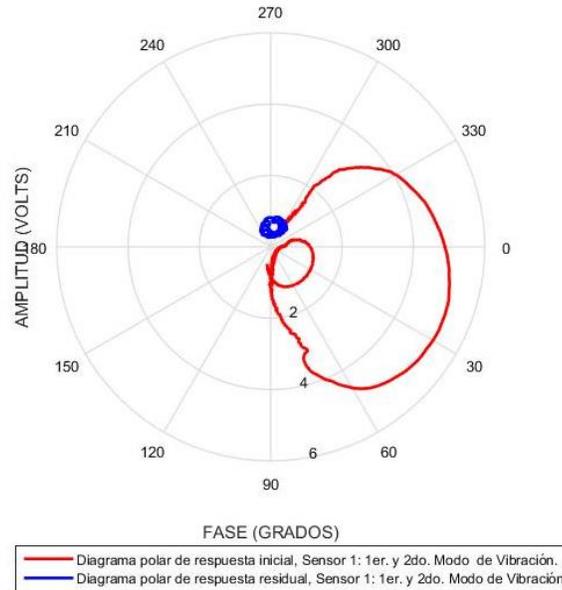


Figura 6.3.3.7. Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 1.

RESULTADOS DEL PROCESO DE BALANCEO DE ROTOR SIMÉTRICO

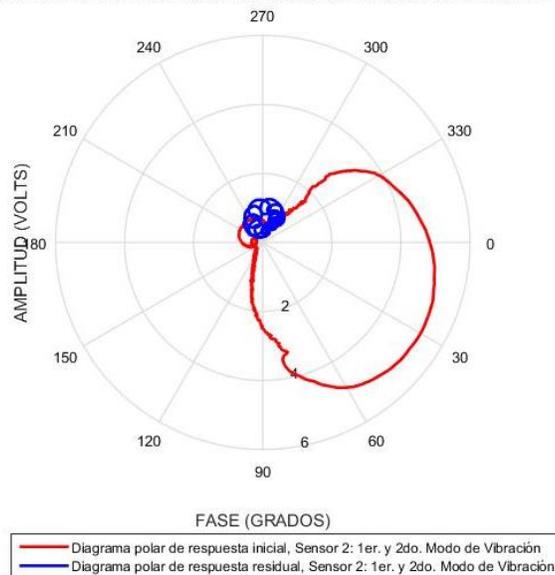


Figura 6.3.3.8. Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 2.

Finalmente en la tabla 6.3.3.2 se muestran los porcentajes de reducción de las vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 6.3.3.2. Porcentajes de disminución de la vibración inicial del rotor.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	91.5%	90.4%
2	60.3 %	44.3 %

Es importante hacer notar que aun cuando la vibración del modo 2 se redujo en promedio un 55%, en los diagramas polares de respuesta de las figuras 6.3.3.7 y 6.3.3.8 se puede observar que el modo 2 está 100% balanceado, esto se debe a que la amplitud inicial del rotor del modo 2 era de baja magnitud.

CAPÍTULO VII

BALANCEO DE ROTOR EXPERIMENTAL ASIMÉTRICO

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología de arreglo de pesos modales descrita en el Capítulo V, al balanceo de un rotor asimétrico experimental. Para el balanceo se consideraron los dos primeros modos de vibración, que corresponden a la primera y segunda forma modal del rotor.

7.1 Determinación de formas modales del rotor en forma experimental

En la figura 7.1.1 se muestra un esquema del rotor experimental utilizado, el rotor está formado por una flecha que presenta parámetros de rigidez diferentes en su sección transversal (ver Capítulo III, sección 3.2.2), dos discos inerciales y un motor de corriente continua, el rotor se consideró empotrado. En la tabla 7.1.1 se muestran las características y dimensiones del eje asimétrico. Para la obtención de las formas modales, el rotor se discretizó en 19 nodos, tal y como se muestra en la figura 7.1.2. En la tabla 7.1.2 se dan las longitudes correspondientes a cada nodo del rotor, tomando como origen el Soporte 1 del rotor.

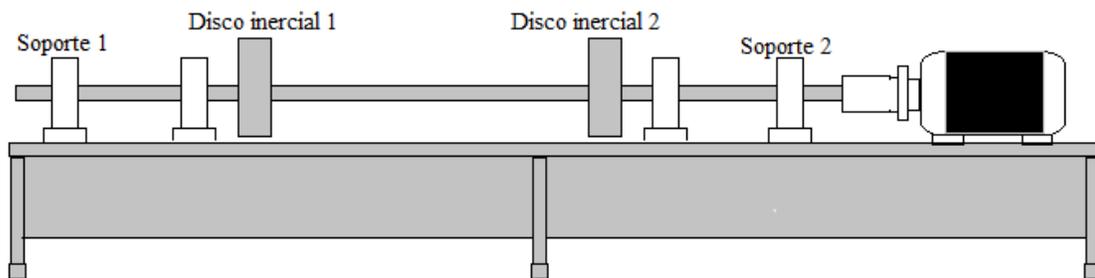


Figura 7.1.1. Sistema rotodinámico experimental.

Tabla 7.1.1. Características y dimensiones del eje asimétrico

Material	Acero SAE 4140
Longitud de la flecha soporte1-soporte2	462 mm
Longitud de la flecha	557 mm
Diámetro de la flecha, sección circular	10 mm
Longitud de la sección asimétrica	250 mm

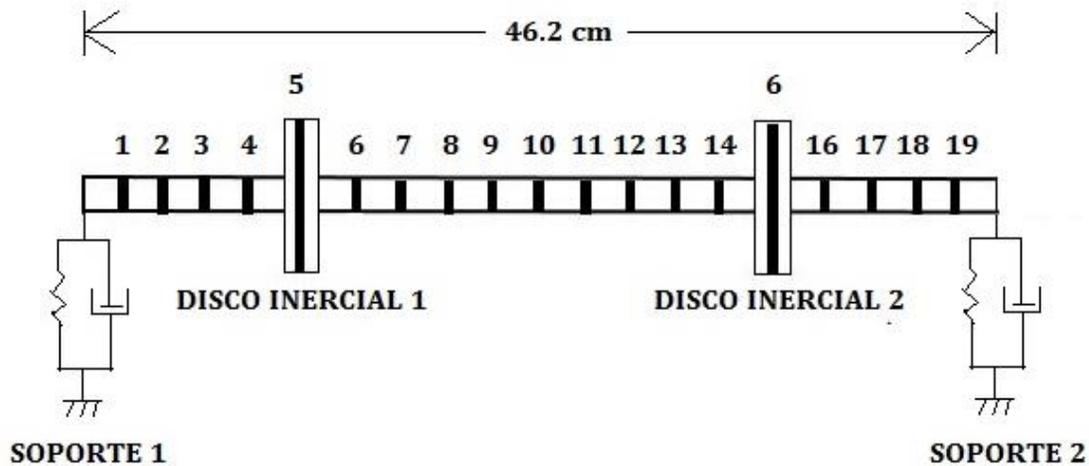


Figura 7.1.2. Rotor discretizado en 19 nodos.

Tabla 7.1.2. Distancias de cada nodo en el rotor.

Número del nodo	Distancia [cm.]
Soporte 1	0
1	2.3
2	4.3
3	6.3
4	8.3
5	11.6
6	15.1
7	17.1
8	19.1
9	21.1
10	23.1
11	25.1
12	27.1
13	29.1
14	31.1
15	34.4
16	37.6
17	39.6
18	41.6
19	43.6
Soporte 2	46.2

La función de respuesta (FRF's) utilizada para la obtención de las formas modales del rotor experimental fue la "acelerancia" (ver Capítulo III, sección 3.1).

Para caracterizar el sistema, éste se configuró de la siguiente manera:

- A) Se eligió el nodo 6, como punto de golpeo, y se colocó el acelerómetro en los nodos restantes, iniciando en el nodo 1 hasta el nodo 19.
- B) Se eligió el nodo 14 como punto de golpeo y se colocó el acelerómetro iniciando en el nodo 19 hasta el nodo 1.

Cabe mencionar que los nodos 3, 4, 16 y 17 no se consideraron.

Obtenidas las FRF's para los dos casos mencionados se toman los valores promedio en amplitud y frecuencia en los nodos 1A y 19B, 2A y 18B,....., 19A y 1B, obteniendo así, las formas modales correspondientes. Lo anterior se realizó para la rigidez k_{η} y k_{ξ} del rotor en dirección vertical.

En la tabla 7.1.3 y 7.1.4, se muestran los datos obtenidos de las FRF's para el caso del inciso A) y B) respectivamente, considerando el eje de la rigidez k_{ξ} del rotor. En estas, se muestra la amplitud de vibración (Respuesta/Fuerza), frecuencia natural y el signo correspondiente a la fase para cada forma modal del rotor. En las tablas 7.1.3 y 7.1.4, los signos de la fase representan un cambio en la dirección de la amplitud de la función de transferencia, de tal manera que entre dos puntos consecutivos con signos contrarios en la fase existe un punto nodal, en el cual no hay desplazamiento con respecto al centro de giro.

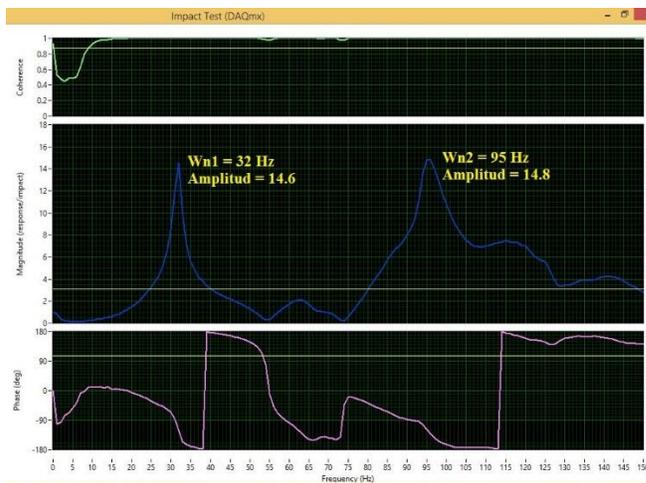
Tabla 7.1.3. Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso A).

Nodo #	1er Forma Modal de Vibración			2da Forma Modal de Vibración		
	Amplitud (Volts)	ω_{n_1} (Hz)	Fase (Signo)	Amplitud (Volts)	ω_{n_2} (Hz)	Fase (Signo)
1	14.6	32	-	14.8	95	+
2	19.6	32	-	20.2	95	+
5	37.5	32	-	30.1	95	+
6	NODO DE GOLPEO					
7	46	32	-	22.8	95	+
8	51.6	32	-	15.5	95	+
9	54	32	-	8.4	95	+
10	54.6	32	-	4.04	95	+
11	55.3	32	-	6.55	95	-
12	54.1	32	-	14.6	94	-
13	50.6	32	-	19.5	94	-
14	47.3	32	-	24.3	94	-
15	37.9	32	-	28.1	94	-
18	24.9	32	-	22.7	94	-
19	16.1	32	-	16.4	94	-

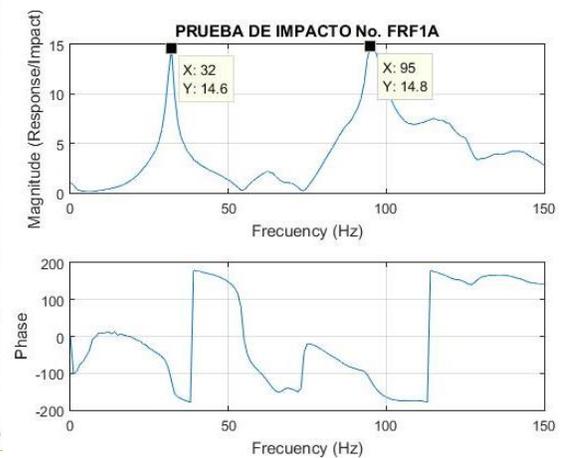
Tabla 7.1.4. Valores de las FRF's, pruebas de impacto inciso B).

Nodo #	1er Forma Modal de Vibración			2da Forma Modal de Vibración		
	Amplitud (Volts)	ω_{n1} (Hz)	Fase (Signo)	Amplitud (Volts)	ω_{n2} (Hz)	Fase (Signo)
19	15.1	32	-	21.6	95	-
18	22.6	32	-	28.9	95	-
15	39.1	32	-	39.6	95	-
14	NODO DE GOLPEO					
13	49	32	-	28.2	95	-
12	48.8	32	-	23.7	95	-
11	47.7	32	-	12.5	95	-
10	48.1	32	-	5.48	94	+
9	48.1	32	-	9.64	94	+
8	47.6	32	-	17.7	94	+
7	44.1	32	-	25.8	94	+
6	41.1	32	-	32.1	94	+
5	36.6	32	-	41.4	94	+
2	20.6	32	-	30.1	94	+
1	14.8	32	-	22.2	94	+

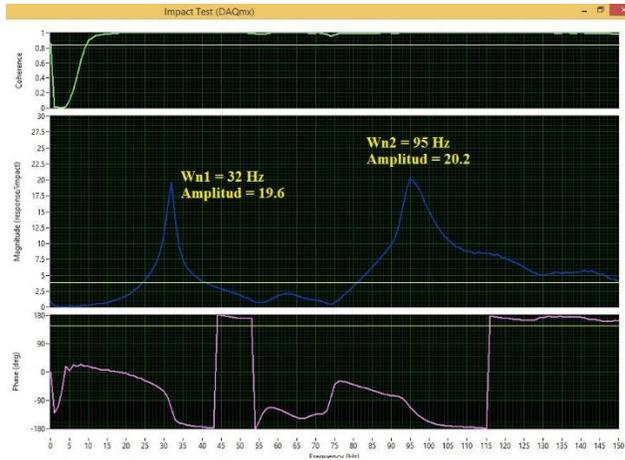
Por otra parte, en las figuras 7.1.3 y 7.1.4 se presentan las FRF's obtenidas para diferentes nodos de los casos del inciso A) y B) respectivamente, en ellas se muestran los espectros de vibración, la fase correspondiente, así como la coherencia de las mediciones realizadas, cabe aclarar que los valores de coherencia obtenidos para todos los nodos fue superior de 0.9. En las figuras 7.1.3 y 7.1.4, la figura denotada con a) corresponde a la FRF obtenida directamente con el software LabVIEW, mientras que la figura denotada con b) es la FRF procesada en el software MatLAB.



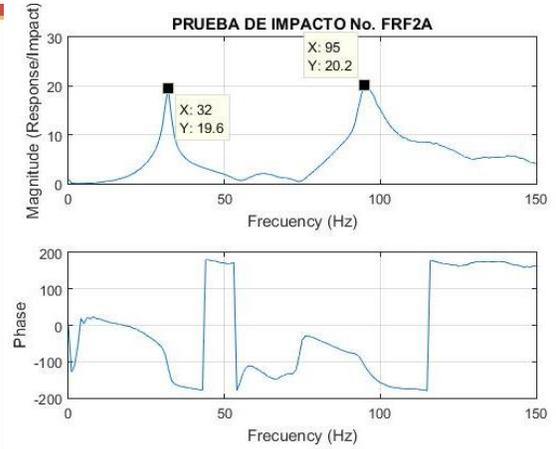
a) Nodo 1



b) Nodo 1

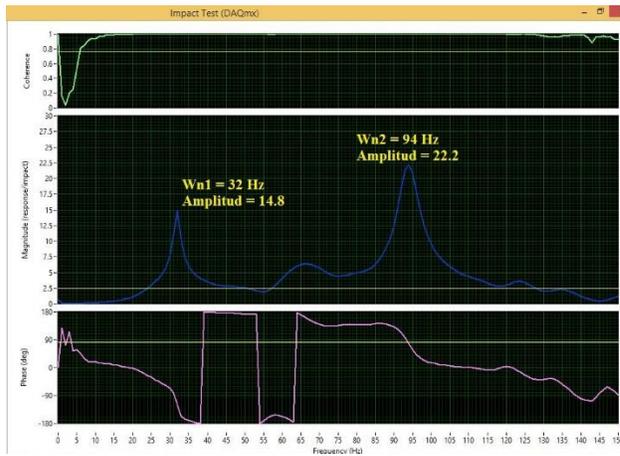


a) Nodo 2

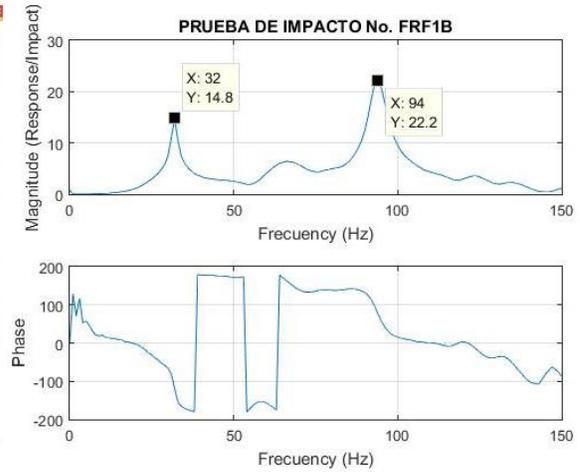


b) Nodo 2

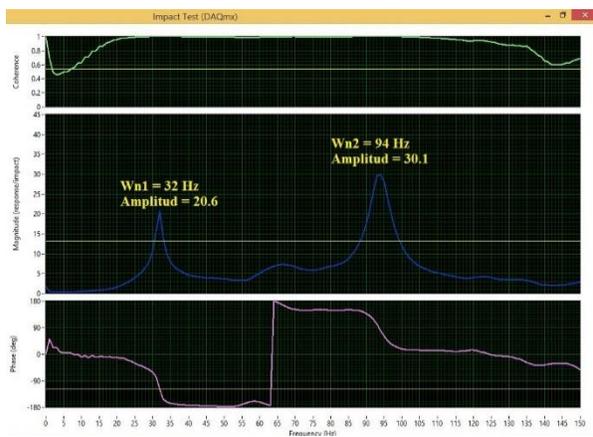
Figura 7.1.3. FRF's obtenidas para el caso del inciso A).



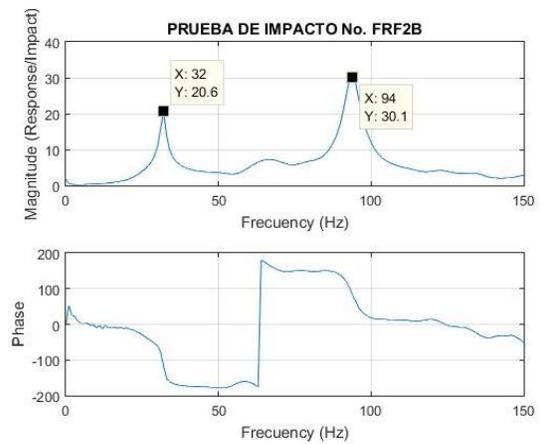
a) Nodo 1



b) Nodo 1



a) Nodo 2



b) Nodo 2

Figura 7.1.4. FRF's obtenidas para el caso del inciso B).

En el Capítulo IV, sección 4.2, se explicó que en rotores asimétricos la amplitud máxima de vibración no se presenta en la resonancia del sistema, sin embargo para el proceso de balanceo del rotor asimétrico se tomaran como velocidades de balanceo donde se presenta la amplitud máxima de vibración. De las figuras 7.1.3 y 7.1.4, se puede observar que la primera y segunda velocidad de balanceo del rotor experimental se encuentra en $\omega_{b_1} = 32 \text{ Hz}$ (1920 rpm) y $\omega_{b_2} = 94.46 \text{ Hz}$ (5667.6 rpm) respectivamente.

En la figura 7.1.5 se muestran las formas modales obtenidas de los datos de las FRF's del rotor presentados en las tablas 7.1.3 y 7.1.4.

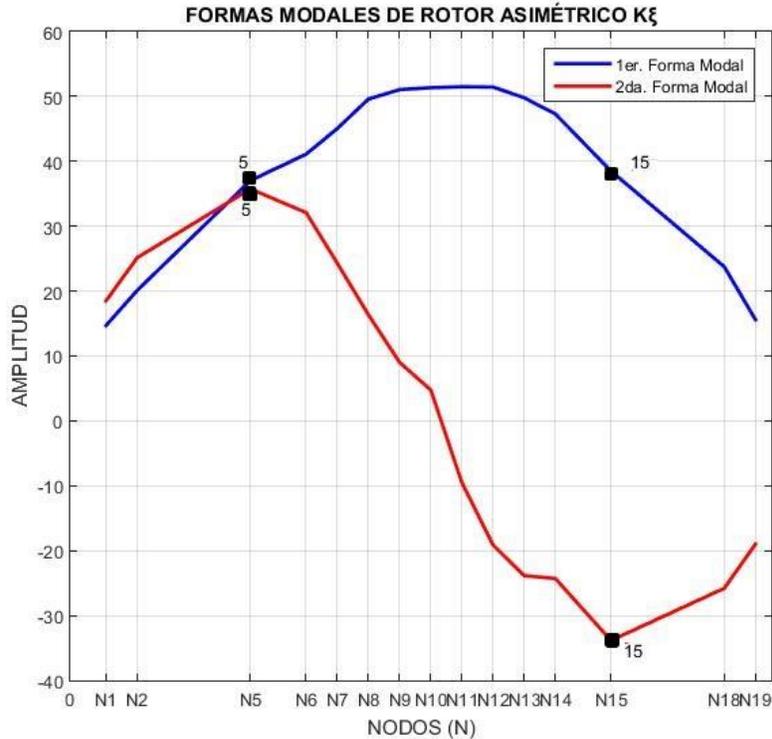


Figura 7.1.5. Primera y segunda forma modal experimental del rotor asimétrico en su rigidez k_{ξ} .

Para la obtención de las formas modales considerando la rigidez máxima del rotor asimétrico, se sigue la misma metodología que se aplicó para las formas modales considerando la rigidez k_{ξ} . En la figura 7.1.6 se muestran las formas modales obtenidas de los datos de las FRF's del rotor en su rigidez k_{η} .

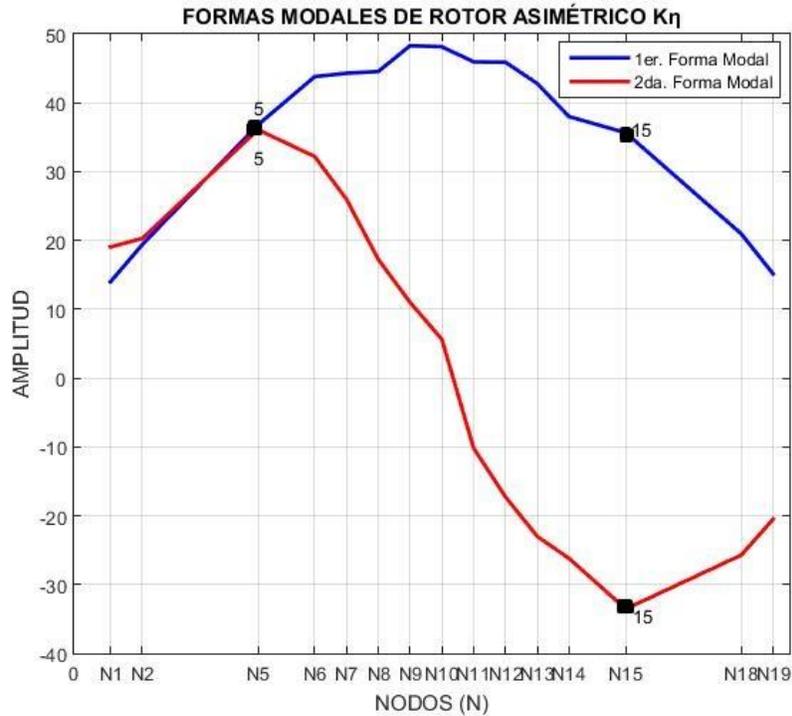


Figura 7.1.6. Primera y segunda forma modal experimental del rotor asimétrico en su rigidez k_{η} .

Es importante hacer notar, que en las figuras 7.1.5 y 7.1.6, las amplitudes máximas positivas y negativas en la segunda forma modal, se presentan en los nodos 5 y 15, nodos donde se encuentran ubicados los discos inerciales 1 y 2 del rotor, posiciones que serán utilizadas como planos de balanceo.

Del análisis de las formas modales de las figuras 7.1.5 y 7.1.6, se puede observar que las proporciones entre las amplitudes de las formas modales en los planos de balanceo (nodos donde se presenta la amplitud máxima positiva y negativa de la segunda forma modal) son muy similares, por lo que para el proceso de balanceo mediante arreglo de pesos modales del rotor, se seleccionan las formas modales del rotor asimétrico en su rigidez k_{η} , figura 7.1.6.

7.2 Balanceo del rotor experimental asimétrico.

En el Capítulo III, sección 3.2 se muestra el esquema del arreglo experimental del rotor, así como la configuración y posición de los sensores de desplazamiento en el rotor, los sensores utilizados tienen una sensibilidad de 200 mV/mils y se denotan como sensor 1 y sensor 2 (ver figura 3.2.1), el rotor se consideró empotrado. En la figura 7.2.1 se muestra el perfil de velocidades del rotor.

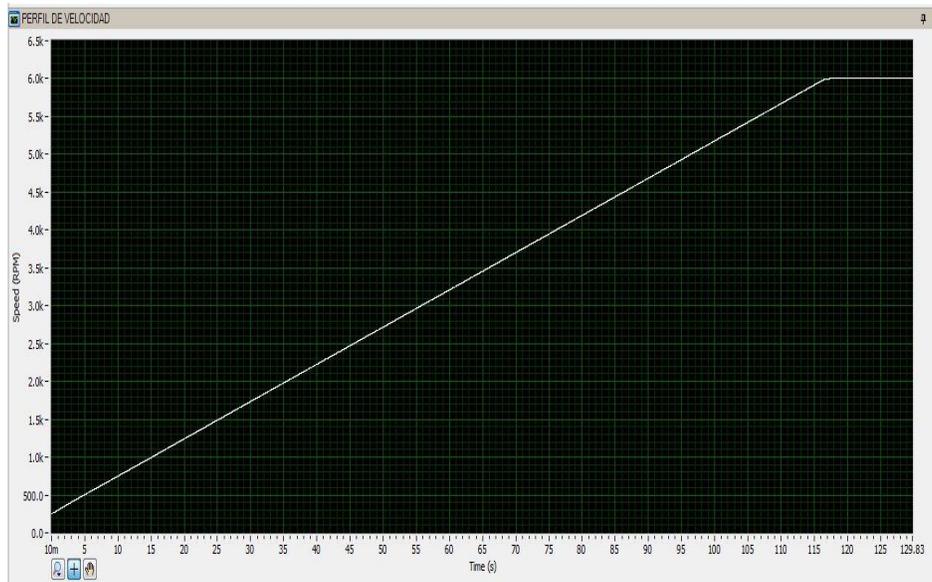


Figura 7.2.1. Perfil de velocidades del rotor experimental.

En la figura se puede apreciar que el perfil de velocidades es de tipo lineal y el rotor alcanza una velocidad de 6000 rpm en un tiempo de 118 segundos, es importante hacer notar que el giro del rotor es en contra de las manecillas del reloj (CCW).

7.2.1 Rodado 1

En las figuras 7.2.1.1 y 7.2.1.2 se muestran los diagramas de bode y fase de la respuesta de vibración al desbalance inicial del rotor, sensor 1 y sensor 2 respectivamente, en las figuras la amplitud de vibración se muestra en Volts pico a pico (Vp-p). En la figura 7.2.1.1 y 7.2.1.2 se puede observar que la amplitud máxima para el primer modo se localiza aproximadamente en 1688 rpm, mientras que para el segundo modo es en 4949 rpm. Para cuestiones del proceso de balanceo, se tomaran como frecuencia de balanceo las velocidades donde se encuentran las amplitudes máximas para el primer y segundo modo del sensor 1 y sensor 2 respectivamente. Asimismo, también se puede observar un modo de vibración adicional que se presenta a 892 rpm y se denota como ω_g , que de acuerdo con Bishop y Parkinson [4] se debe a los efectos de la gravedad por la asimetría del rotor y se presenta aproximadamente a la mitad de la primera frecuencia natural crítica, como este modo no es por efectos de desbalance siempre estará presente en la vibración y se presenta en una armónica de 2x del sistema.

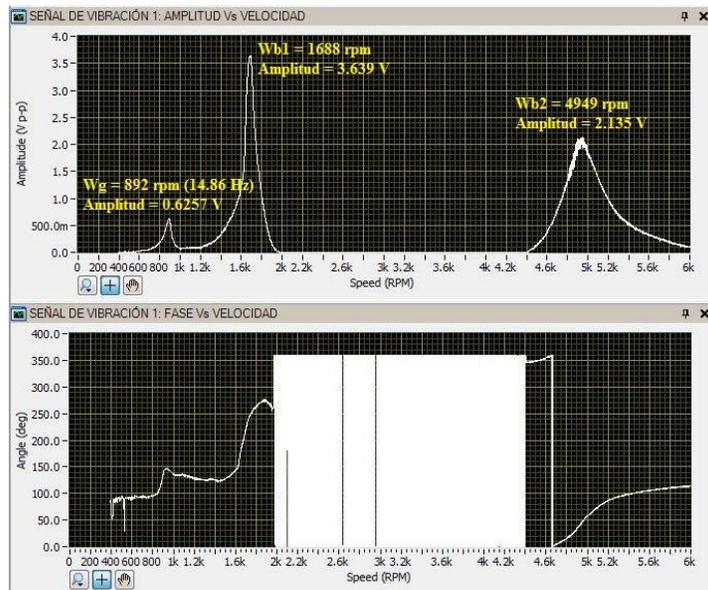


Figura 7.2.1.1. Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 1.

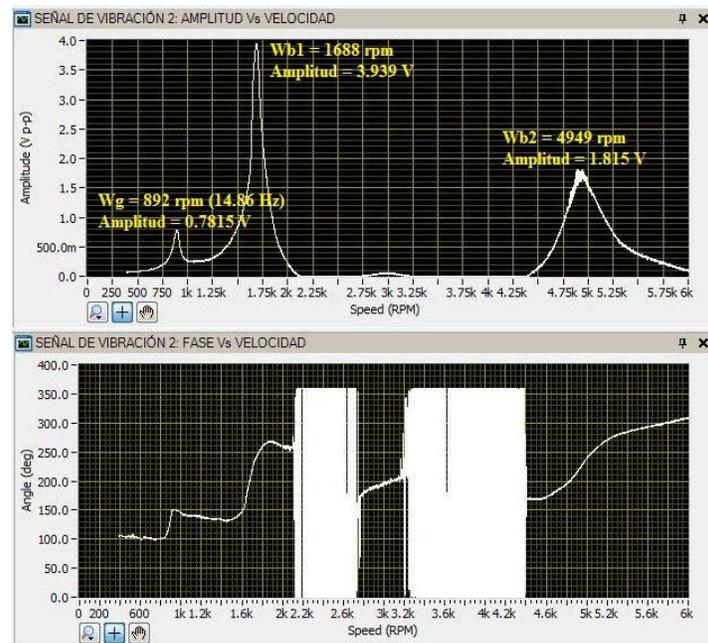
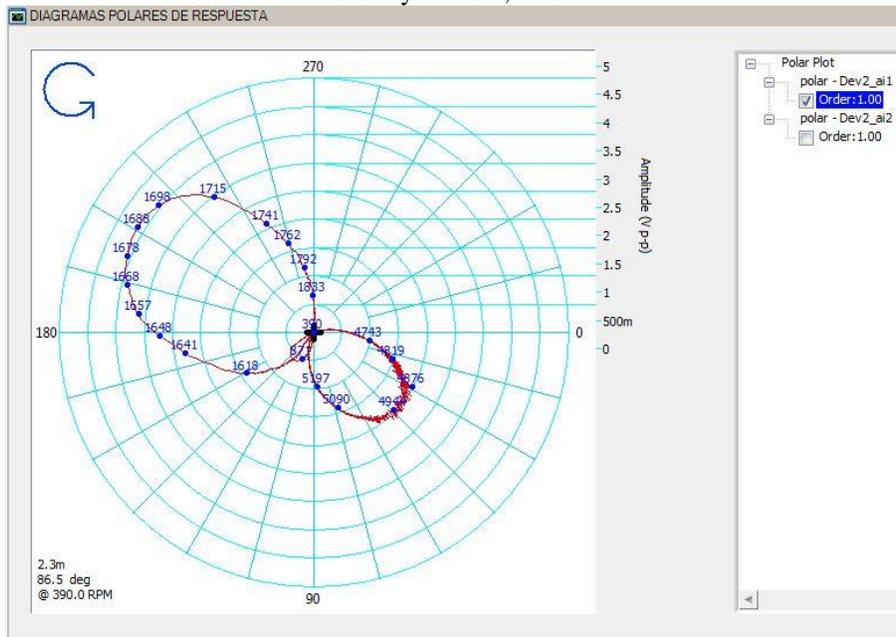


Figura 7.2.1.2. Respuesta de vibración inicial del rotor, sensor 2.

Asimismo, en las figuras 7.2.1.3 y 7.2.1.4 se muestran los diagramas polares de respuesta para el primer y segundo modo de vibración inicial del rotor, sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

Modo 1 y Modo 2, sensor 1



Zoom Modo 2, sensor 1

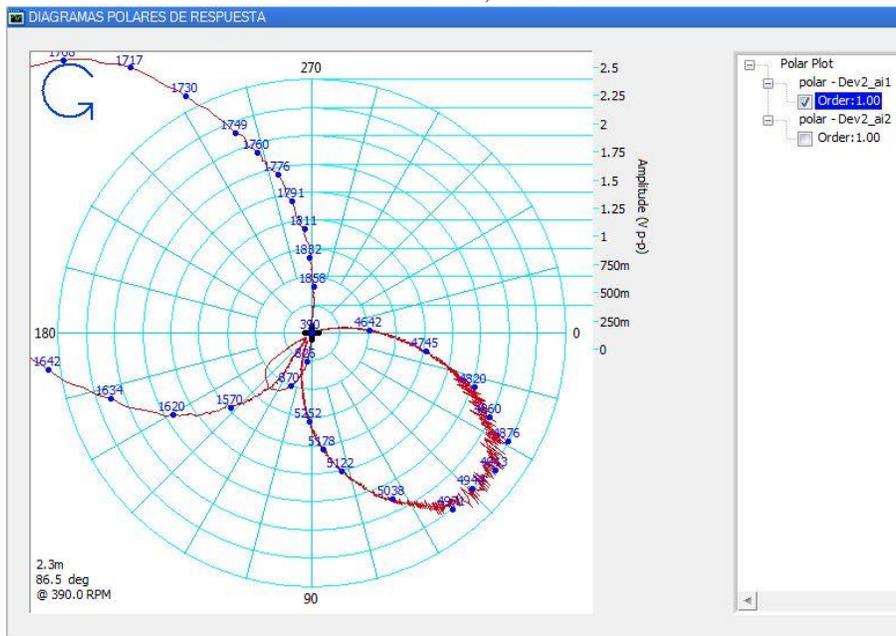


Figura 7.2.1.3. Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1.

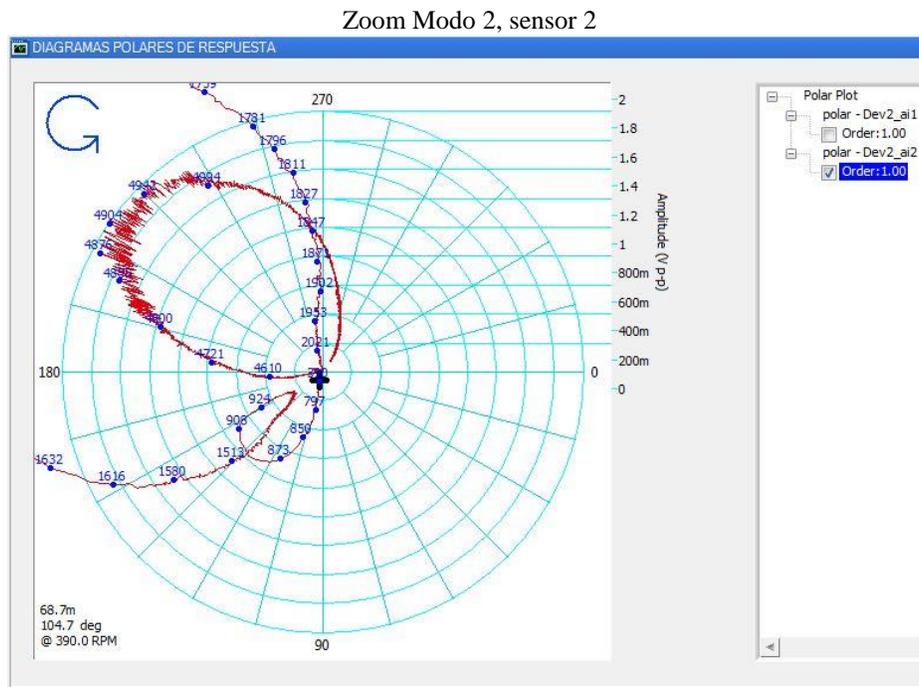
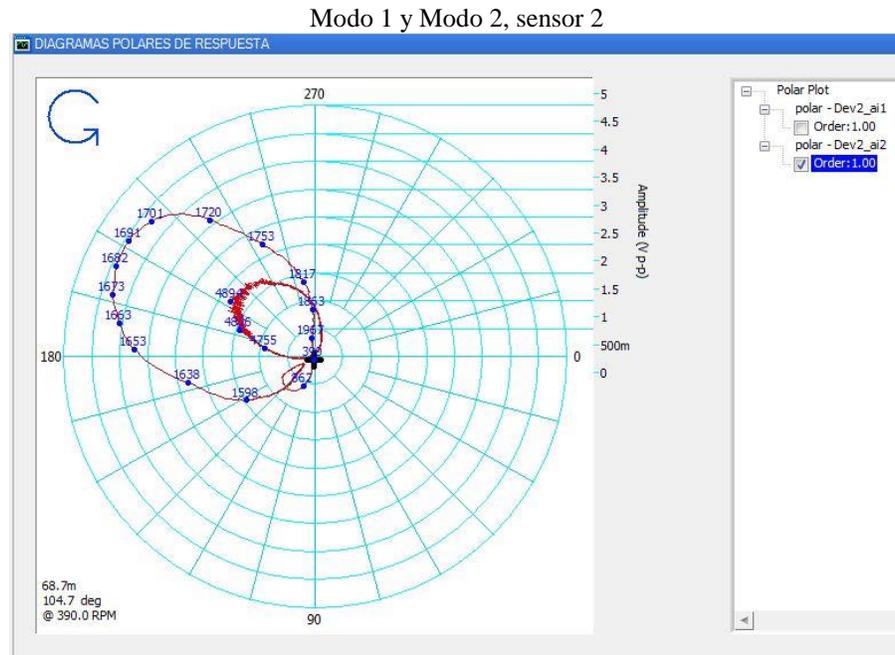


Figura 7.2.1.4. Diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 2.

En las figuras 7.2.1.3 y 7.2.1.4 se puede observar que la geometría de los diagramas polares de respuesta para los dos modos de vibración del rotor, son de forma semielíptica, tal y como se demostró en el Capítulo IV, sección 4.2.

Del análisis de las figuras 7.2.1.1 a la 7.2.1.4 se obtienen las amplitudes de vibración en las velocidades de balanceo del rotor. En las tablas 7.2.1.1 y 7.2.1.2 se muestran los datos de las velocidades de balanceo y amplitudes de vibración inicial para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente

Tabla 7.2.1.1. Velocidades de balanceo y amplitudes de vibración inicial, sensor 1.

$\omega_{b_1} = 1688 \text{ rpm} = 28.13 \text{ Hz}$	Amplitud = 462.153 μm
$\omega_{b_2} = 4949 \text{ rpm} = 82.48 \text{ Hz}$	Amplitud = 271.145 μm

Tabla 7.2.1.2 Velocidades de balanceo y amplitudes de vibración inicial, sensor 2.

$\omega_{b_1} = 1688 \text{ rpm} = 28.13 \text{ Hz}$	Amplitud = 500.253 μm
$\omega_{b_2} = 4949 \text{ rpm} = 82.48 \text{ Hz}$	Amplitud = 230.505 μm

Tomando como referencia los datos de las tablas 7.2.1.1 y 7.2.1.2, en los diagramas polares de respuesta se seleccionan los puntos más cercanos a éstos para el proceso de balanceo. En la tabla 7.2.1.3 se muestran las velocidades del rotor seleccionadas.

Tabla 7.2.1.3 Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	1688 rpm	1688 rpm
2	4944 rpm	4944 rpm

Con la finalidad de mostrar los puntos de interés seleccionados en los diagramas polares de respuesta, en las figuras 7.2.1.5 y 7.2.1.6 se muestran los radio vectores de vibración y sus datos para cada modo de vibración correspondientes al sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

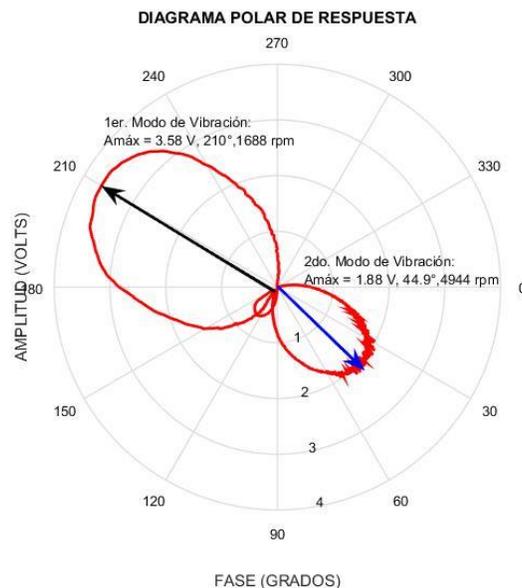


Figura 7.2.1.5. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.

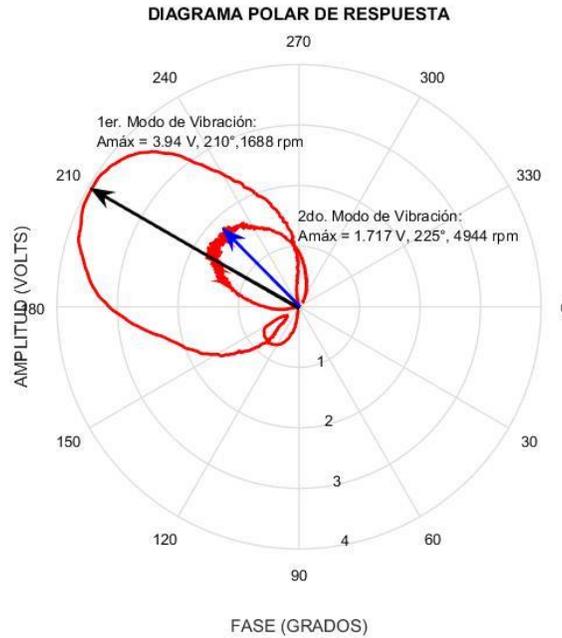


Figura 7.2.1.6. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.

Seleccionadas las velocidades para el balanceo, se obtiene la amplitud de vibración correspondiente a cada modo de vibración. De acuerdo con la sensibilidad del sensor de desplazamiento 200 mV/mils, se realiza la conversión de amplitud en Volts a micras [μm]. En la tabla 7.2.1.4 se muestran las vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 7.2.1.4 Amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{O_{11}} = 454.66 \mu\text{m}, 210^\circ$	$V_{O_{12}} = 500.38 \mu\text{m}, 210^\circ$
2	$V_{O_{21}} = 238.76 \mu\text{m}, 44.9^\circ$	$V_{O_{22}} = 218.059 \mu\text{m}, 225^\circ$

Para localizar la posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración, se utiliza la metodología propuesta en el Capítulo IV, sección 4.5.

En las figuras 7.2.1.7 y 7.2.1.8 se muestra el ajuste de elipses realizado a cada uno de los modos de vibración del rotor.

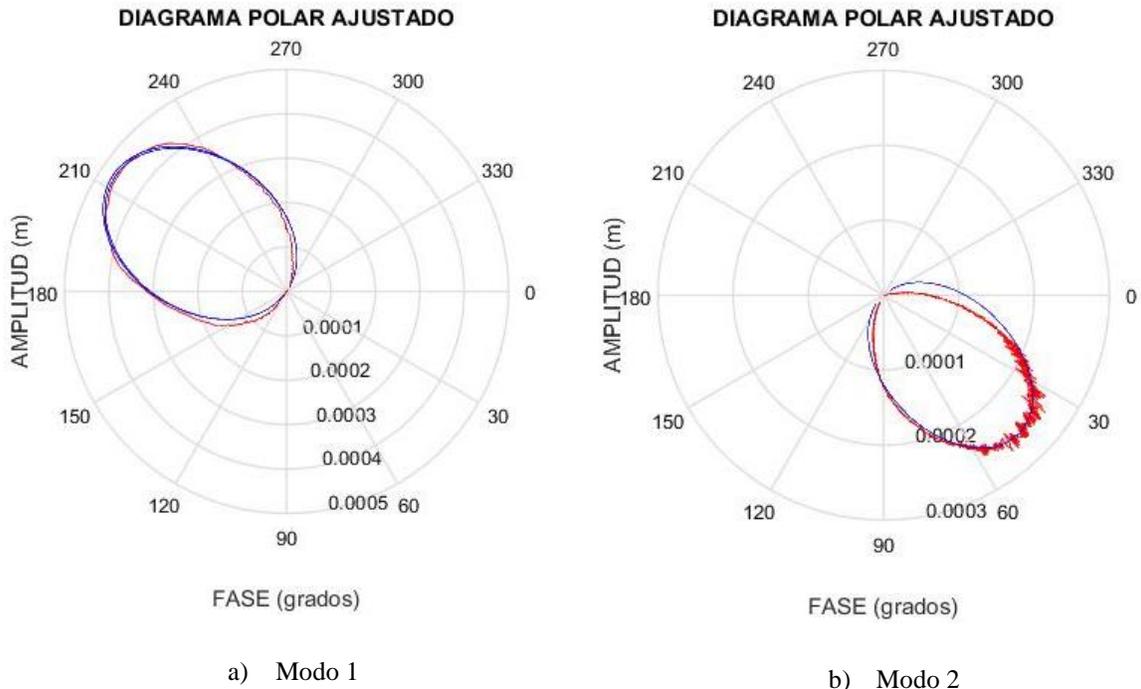


Figura 7.2.1.7. Ajuste de elipses, diagramas polares de respuesta iniciales, sensor 1.

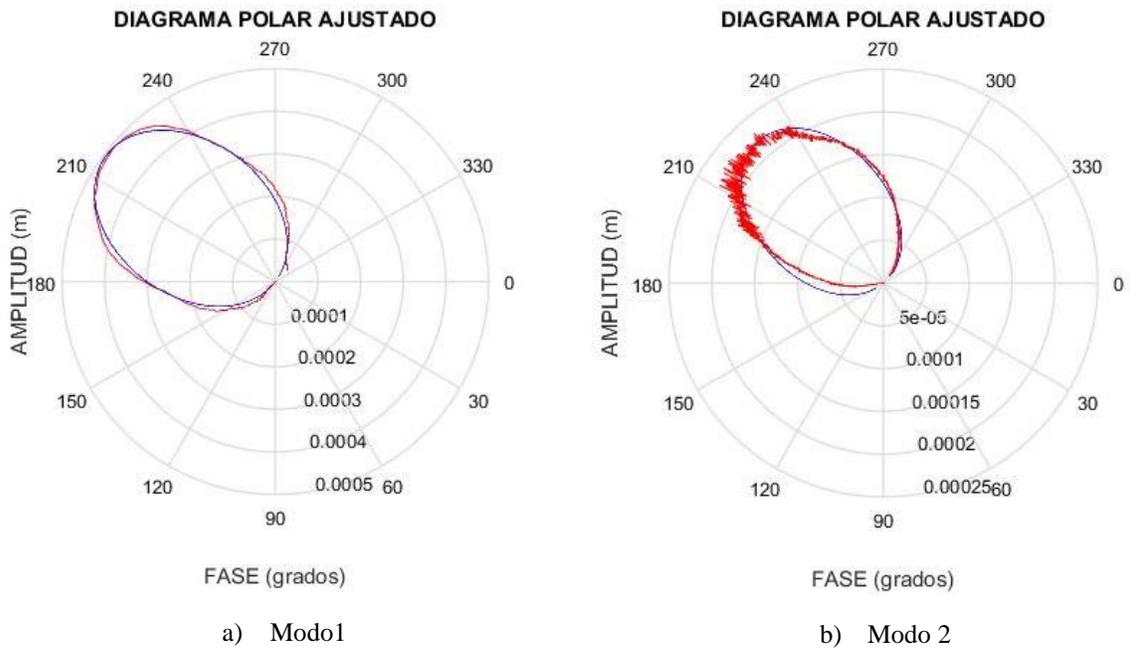


Figura 7.2.1.8. Ajuste de elipses, diagramas polares de respuesta inicial, sensor 2.

Asimismo, en las figuras 7.2.1.9 y 7.2.1.10 se muestran las gráficas de la identificación de la posición angular del desbalance para cada modo de vibración.

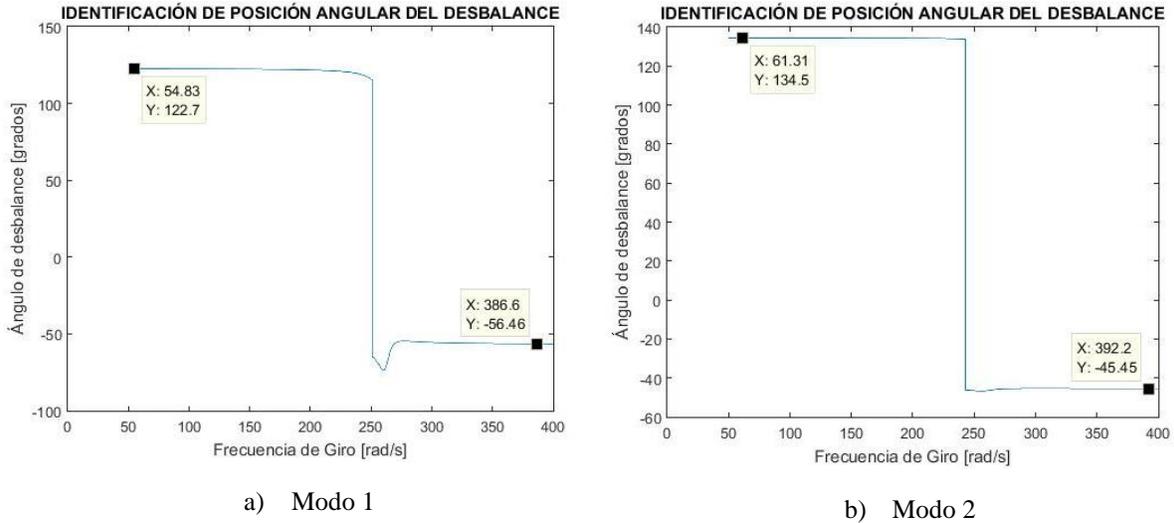


Figura 7.2.1.9 Identificación de la posición angular del desbalance, sensor 1.

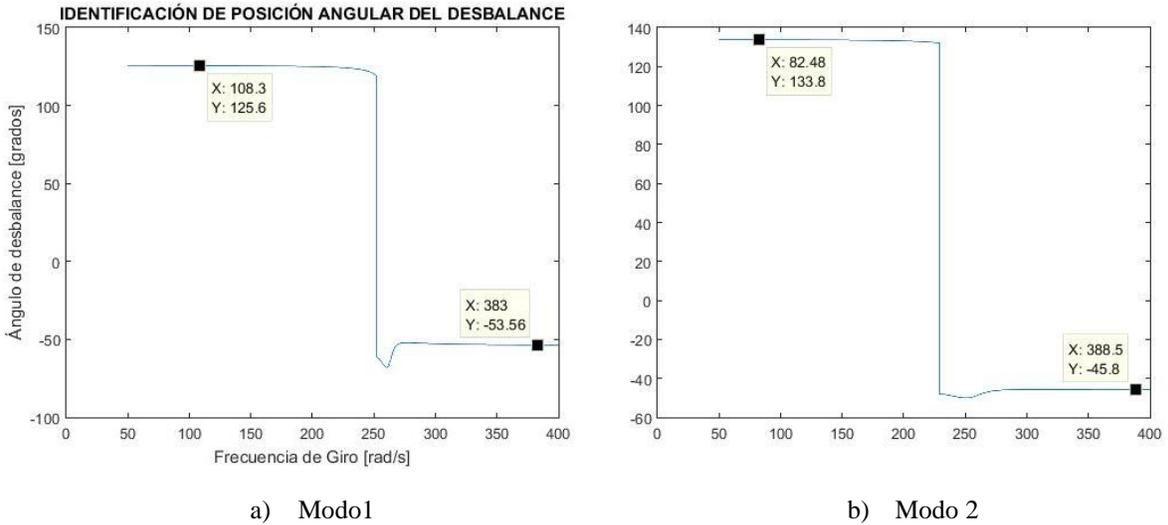


Figura 7.2.1.10. Identificación de la posición angular del desbalance, sensor 2.

En la tabla 7.2.1.5, se presentan los datos de las posiciones angulares de la fuerza de excitación para cada modo de vibración del rotor.

Tabla 7.2.1.5 Posición angular de la fuerza de excitación para cada modo de vibración.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\theta_{d_{11}} = 122.7^\circ$	$\theta_{d_{12}} = 125.6^\circ$
2	$\theta_{d_{21}} = 314.55^\circ$	$\theta_{d_{22}} = 133.8^\circ$

Localizada la posición angular de la fuerza de desbalance, 180° adelante se localiza la posición angular de las fuerzas de balanceo. En la tabla 7.2.1.6 se presentan las posiciones angulares de la fuerzas de balanceo del rotor.

Tabla 7.2.1.6 Posición angular de la fuerza de balanceo para cada modo de vibración.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\theta_{w_{11}} = 303.54^\circ$	$\theta_{w_{12}} = 306.44^\circ$
2	$\theta_{w_{21}} = 134.5^\circ$	$\theta_{w_{22}} = 314.2^\circ$

En las posiciones angulares que se muestran en la tabla 7.2.1.6, se colocan los pesos calculados para el balanceo del rotor.

En las figuras 7.2.1.11 y 7.2.1.12 se muestran las posiciones angulares de la fuerza de excitación de cada modo de vibración y las posiciones angulares de las fuerzas de balanceo.

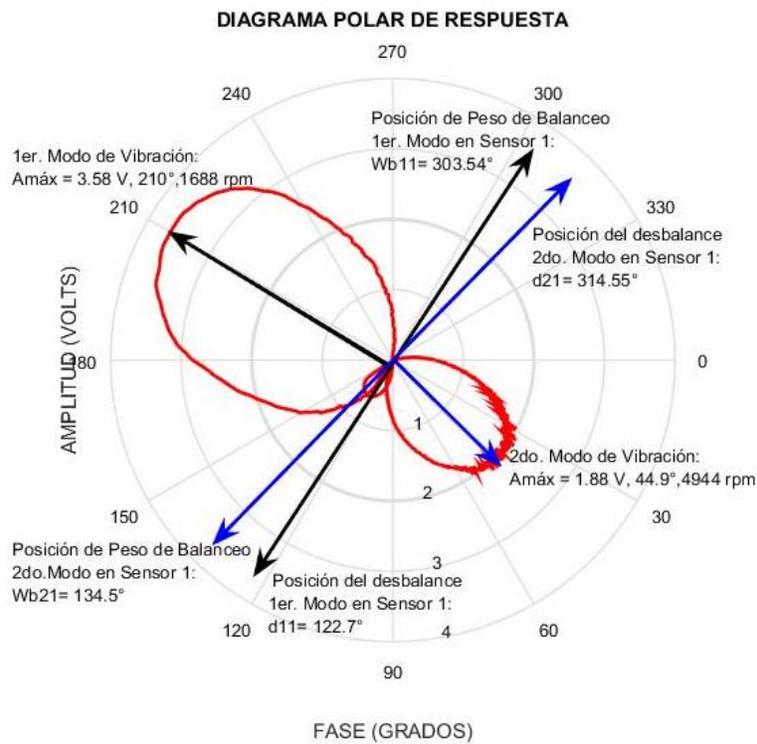


Figura 7.2.1.11. Posiciones angulares de la fuerza de excitación y de balanceo en el modo 1 y modo 2, sensor 1.

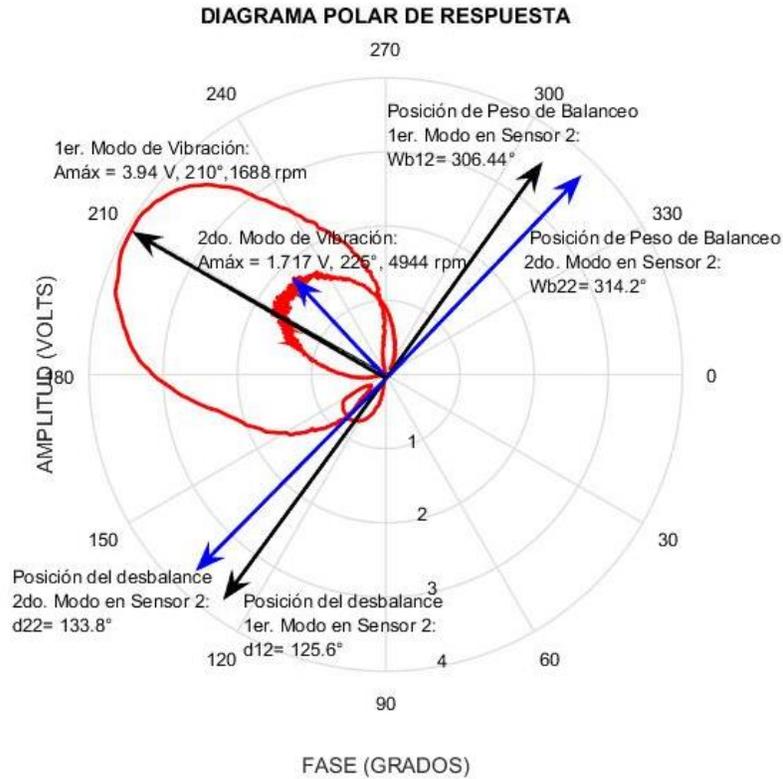


Figura 7.2.1.12. Posiciones angulares de la fuerza de excitación y de balanceo en el modo 1 y modo 2, sensor 2.

Para el cálculo del arreglo de pesos modales para el balanceo del rotor, se determinan los factores de forma modal para el primer y segundo modo de vibración, a partir de las formas modales de la figura 7.1.6; para lo anterior se seleccionan los nodos 5 y 15 donde la segunda forma modal presenta su amplitud máxima positiva y negativa respectivamente, cabe recordar que estos nodos están colocados los discos inerciales 1 y 2 y se consideran como planos de balanceo. En la figura 7.1.6 se muestran las amplitudes de las formas modales en los nodos 5 y 15 del rotor.

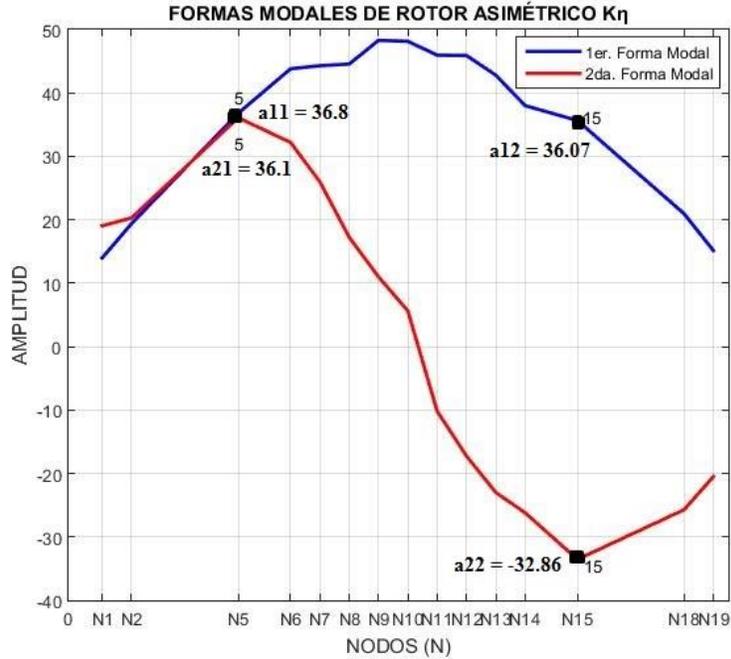


Figura 7.1.6. Primera y segunda forma modal experimental del rotor asimétrico en su rigidez k_η

En la tabla 7.2.1.7 se presentan los factores de forma modal obtenidos de las formas modales experimentales del rotor.

Tabla 7.2.1.7. Factores de forma modal.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$\phi_{11} = 1$	$\phi_{12} = 0.9803$
2	$\phi_{21} = 1$	$\phi_{22} = -0.9103$

Considerando balanceos previos, sensibilidad del rotor experimental y de acuerdo con las amplitudes iniciales de vibración, se proponen los siguientes pesos totales de prueba:

- Una masa $m_1 = 1.2$ gramos, para balancear el primer modo de vibración.
- Una masa $m_2 = 0.8$ gramos, para balancear el segundo modo de vibración.

Para la construcción del arreglo de pesos modales de prueba, se hace uso de las ecuaciones (2.4.1.1), dando como resultado el siguiente sistema de ecuaciones:

Ecuaciones para Modo 1

$$\begin{aligned} 1 W_{11} + 0.9803 W_{12} &= 1.2 \\ 1 W_{11} - 0.9103 W_{12} &= 0 \end{aligned}$$

Ecuaciones para Modo 2

$$\begin{aligned} 1 W_{11} - 0.9103 W_{12} &= 0.8 \\ 1 W_{11} + 0.9803 W_{12} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo los sistemas de ecuaciones para cada modo de vibración, se obtiene el arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}), como se muestra en la tabla 7.2.1.8.

Tabla 7.2.1.8. Arreglo de pesos modales de prueba (W_{Mj}).

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$W_{11} = 0.5559 \text{ g}, 303.54^\circ$	$W_{12} = 0.7162 \text{ g}, 306.44^\circ$
2	$W_{21} = 0.3808 \text{ g}, 134.05^\circ$	$W_{22} = 0.3693 \text{ g}, 314.2^\circ$

De la Tabla 7.2.1.8 se obtiene el arreglo de pesos modales de prueba para cada plano de balanceo que se habrán de colocar en los discos inerciales 1 y 2, se realiza la suma vectorial de W_{11} y W_{21} para el plano 1, W_{12} y W_{22} para el plano 2, estos se muestran en la tabla 7.2.1.9:

Tabla 7.2.1.9. Arreglo de pesos modales de prueba por plano de balanceo.

Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
$M_1 = 0.1879 \text{ g}, 278.7259^\circ$	$M_2 = 1.0555 \text{ g}, 309.5427^\circ$

Cabe mencionar que la distribución de pozos de balanceo en los discos inerciales es un pozo por cada 22.5° , por tanto, como el arreglo de pesos modales tiene posiciones angulares que no corresponden con la distribución de los pozos de los discos inerciales, este se distribuye en los pozos contiguos, tal y como se muestra en la tabla 7.2.1.10.

Tabla 7.2.1.10. Distribución de arreglo de pesos modales de prueba.

Peso de Prueba Modal en Plano 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1
$M_1 = 0.1879 \text{ g}, 278.7259^\circ$	$M_{C_{11}} = 0.1169 \text{ g}, 270^\circ$
	$M_{C_{12}} = 0.0745 \text{ g}, 292.5^\circ$
Peso de Prueba Modal en Plano 2	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$M_2 = 1.0555 \text{ g}, 309.5427^\circ$	$M_{C_{21}} = 0.2623 \text{ g}, 292.5^\circ$
	$M_{C_{22}} = 0.8084 \text{ g}, 315^\circ$

Dado que existen limitantes en los pesos del rotor experimental, en la tabla 7.2.1.11 se muestran los pesos reales colocados en el rotor.

Tabla 7.2.1.11. Distribución real de arreglo de pesos modales de prueba.

Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 1	Distribución de Peso de Prueba Modal Disco Inercial 2
$M_{C_{11}} = 0.1 \text{ g}, 270^\circ$ $M_{C_{12}} = 0.1 \text{ g}, 292.5^\circ$	$M_{C_{21}} = 0.3 \text{ g}, 292.5^\circ$ $M_{C_{22}} = 0.8 \text{ g}, 315^\circ$

7.2.2 Rodado 2

En las figuras 7.2.2.1 y 7.2.2.2 se muestra la vibración resultante del rotor, posterior a la colocación del arreglo de pesos modales de prueba de la tabla 7.2.1.11.

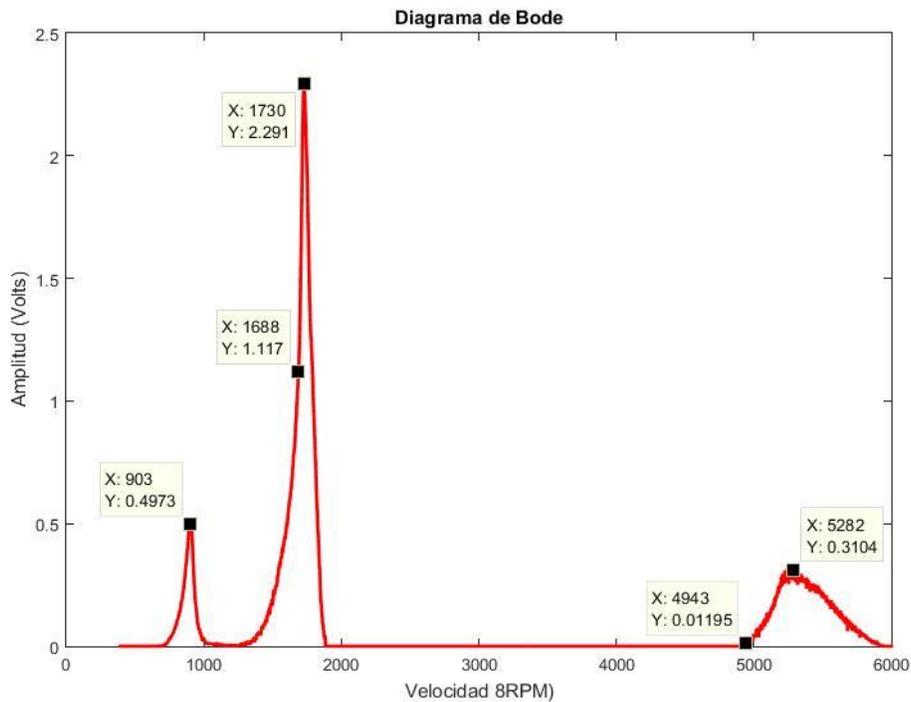
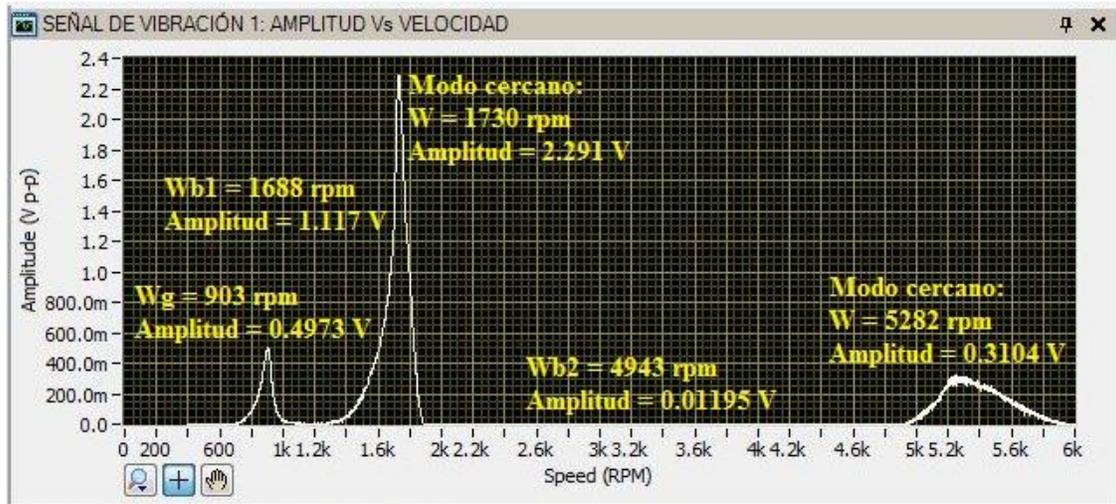


Figura 7.2.2.1. Vibración resultante del rotor, sensor 1.

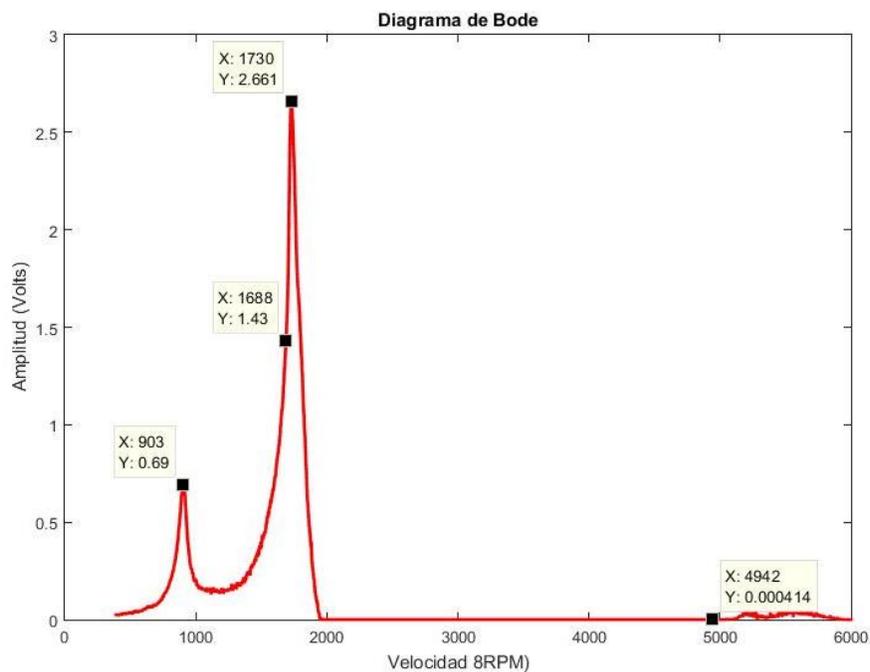
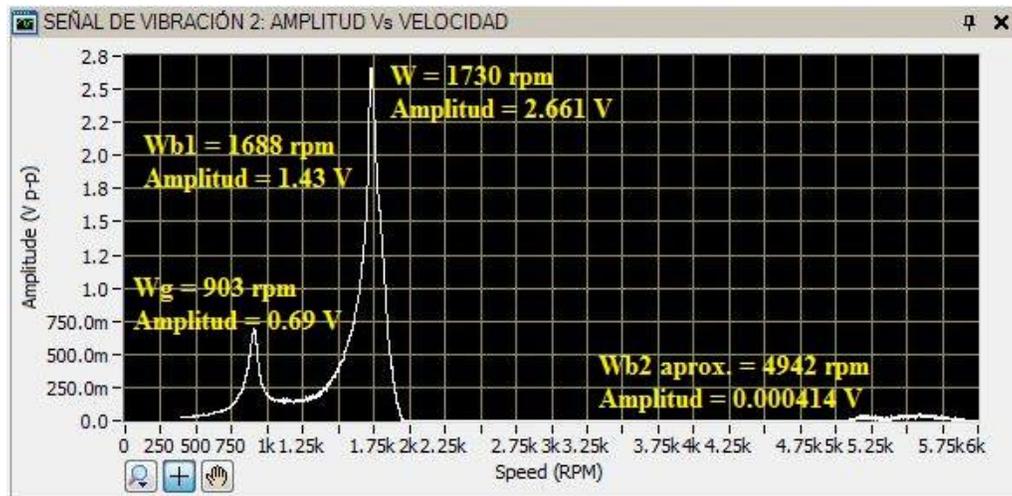


Figura 7.2.2.2. Vibración resultante del rotor, sensor 2.

De las figuras 7.2.2.1 y 7.2.2.2 se puede observar que el arreglo de pesos de prueba propuesto afectó los niveles de vibración directamente en las velocidades consideradas como velocidades de balanceo del rotor (ver tabla 7.2.1.3), sin embargo, también se puede observar que existen modos cercanos a la primera y segunda velocidad de balanceo del rotor, que se presentan aproximadamente en las velocidades de 1730 rpm para el primer modo y 5282 rpm para el segundo modo.

Por otra parte en las figuras 7.2.2.3 y 7.2.2.4 se muestran los diagramas polares de respuesta resultante para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

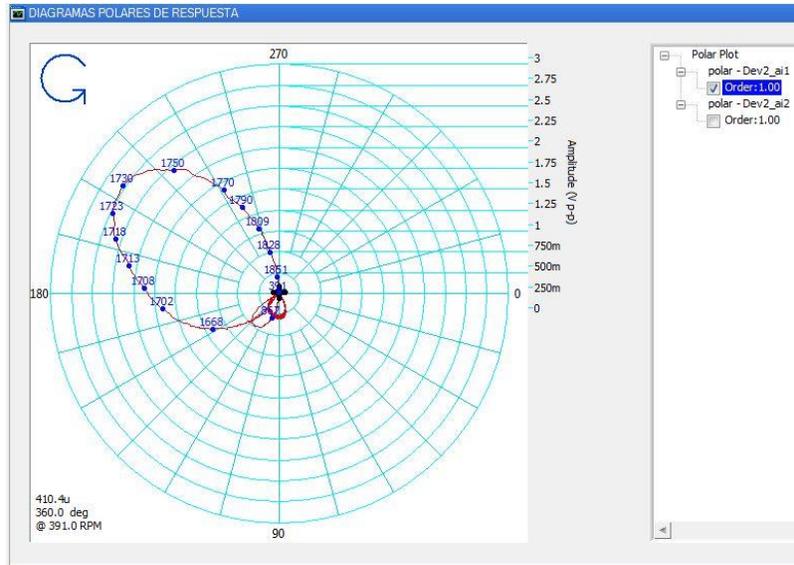


Figura 7.2.2.3. Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 1.

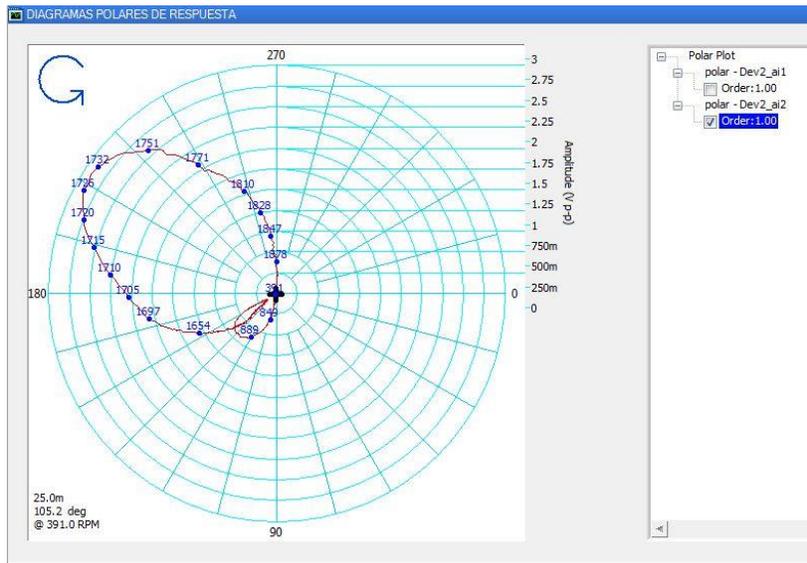


Figura 7.2.2.4. Diagrama polar de respuesta resultante, sensor 2.

Con la finalidad de analizar los vectores de vibración resultantes en las velocidades críticas, en las figuras 7.2.2.5 y 7.2.2.6 se muestran los radio vectores de vibración y sus datos para cada modo de vibración correspondientes al sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

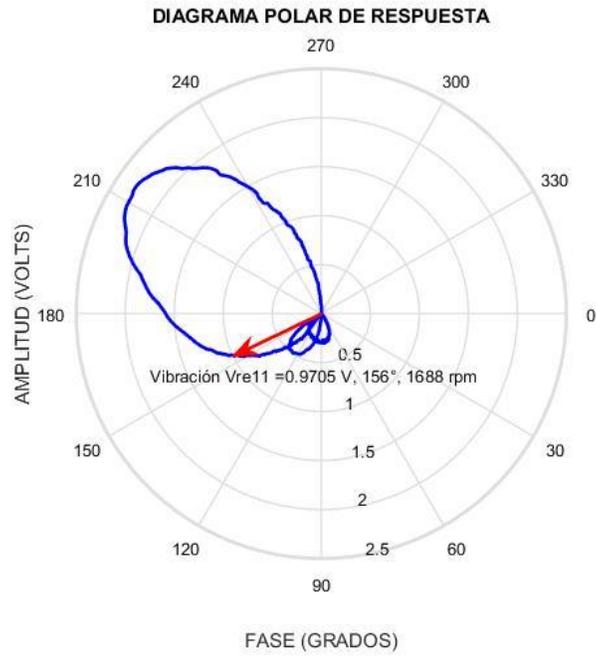


Figura 7.2.2.5. Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 1.

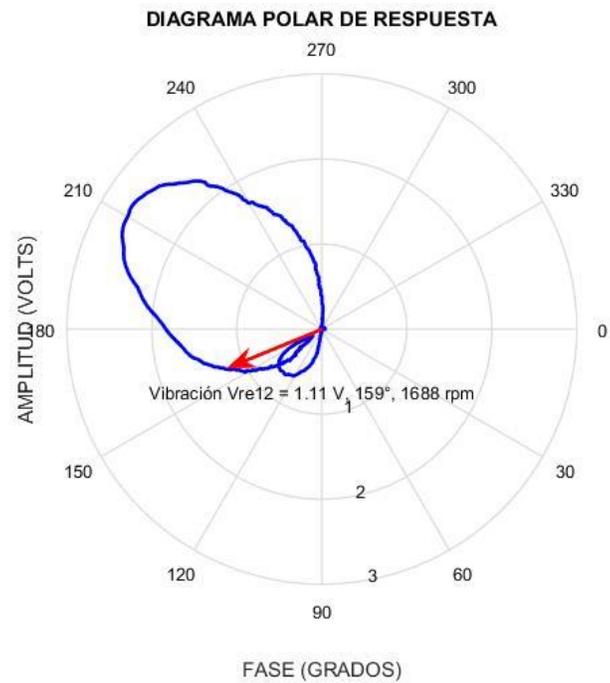


Figura 7.2.2.6. Vibración resultante en las velocidades críticas en el modo 1 y modo 2 del rotor, sensor 2.

En la tabla 7.2.2.1 se muestran las amplitudes de vibración resultante en micras [μm], para las velocidades de balanceo del rotor que se muestran en la tabla 7.2.1.3.

Tabla 7.2.2.1. Amplitudes de vibración resultantes.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{re_{11}} = 123.25 \mu\text{m}, 156^\circ$	$V_{re_{12}} = 140.97 \mu\text{m}, 159^\circ$
2	$V_{re_{21}} = 0.38 \mu\text{m}, 21^\circ$	$V_{re_{22}} = 0.0 \mu\text{m}, 00^\circ$

Cabe hacer notar que las vibraciones resultantes que se muestran en la tabla 7.2.2.1, son a causa del arreglo de pesos de prueba y no de la construcción de un arreglo de pesos para balanceo, por lo que es necesario calcular un arreglo de pesos modales de corrección para completar el proceso de balanceo del rotor experimental.

Para el cálculo de los pesos de corrección se sigue la metodología propuesta en el Capítulo V, sección 5.1. Para lo anterior se calculan los vectores efectos, mediante la ecuación (5.1.2):

$$V_{e_{ij}} = V_{re_{ij}} - V_{o_{ij}} \quad (5.1.2)$$

Donde

$V_{e_{ij}}$ = Vectores de vibración efecto.

$V_{re_{ij}}$ = Vectores de vibración resultantes, tabla 7.2.2.1.

$V_{o_{ij}}$ = Vectores de vibración iniciales, tabla 7.2.1.4.

En la tabla 7.2.2.2 se muestran los vectores efectos calculados con la ecuación (5.1.2):

Tabla 7.2.2.2. Vectores de vibración efecto.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{e_{11}} = 394.97 \mu\text{m}, 44.6^\circ$	$V_{e_{12}} = 425.45 \mu\text{m}, 44.9^\circ$
2	$V_{e_{21}} = 237.49 \mu\text{m}, 224.9^\circ$	$V_{e_{22}} = 218.059 \mu\text{m}, 45^\circ$

En las tablas 7.2.2.3 a la 7.2.2.5 se muestran los componentes vectoriales en los ejes H-L localizados en $\pm 45^\circ$ de la sección transversal del rotor asimétrico, tomando como referencia el eje correspondiente a la rigidez k_ξ para los vectores de vibraciones iniciales $V_{o_{ij}}$, arreglo de pesos de prueba W_{M_j} , y vectores efecto $V_{e_{ij}}$ respectivamente.

Tabla 7.2.2.3. Componentes de vibraciones iniciales ($V_{O_{ij}}$) en direcciones H y L

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{O_{11}}^L = 117.6655 \mu\text{m}, 135^\circ$ $V_{O_{11}}^H = 439.166 \mu\text{m}, 225^\circ$	$V_{O_{12}}^L = 129.5019 \mu\text{m}, 135^\circ$ $V_{O_{12}}^H = 483.3239 \mu\text{m}, 225^\circ$
2	$V_{O_{21}}^L = 0.4064 \mu\text{m}, 315^\circ$ $V_{O_{21}}^H = 238.7473 \mu\text{m}, 45^\circ$	$V_{O_{22}}^L = 0$ $V_{O_{22}}^H = 218.059 \mu\text{m}, 225^\circ$

Tabla 7.2.2.4. Componentes de pesos de prueba (W_{M_j}) en direcciones H y L

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$W_{11}^L = 0.5448 \text{ g}, 315^\circ$ $W_{11}^H = 0.1104 \text{ g}, 225^\circ$	$W_{12}^L = 0.7082 \text{ g}, 315^\circ$ $W_{12}^H = 0.1066 \text{ g}, 225^\circ$
2	$W_{21}^L = 0.3807 \text{ g}, 135^\circ$ $W_{21}^H = 0.0063 \text{ g}, 45^\circ$	$W_{22}^L = 0.3692 \text{ g}, 315^\circ$ $W_{22}^H = 0.0051 \text{ g}, 225^\circ$

Tabla 7.2.2.5. Componentes de vectores efecto ($V_{e_{ij}}$) en direcciones H y L

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{e_{11}}^L = 2.7559 \mu\text{m}, 315^\circ$ $V_{e_{11}}^H = 394.9573 \mu\text{m}, 45^\circ$	$V_{e_{12}}^L = 0.7366 \mu\text{m}, 135^\circ$ $V_{e_{12}}^H = 425.4373 \mu\text{m}, 225^\circ$
2	$V_{e_{21}}^L = 0.4064 \mu\text{m}, 135^\circ$ $V_{e_{21}}^H = 237.4773 \mu\text{m}, 225^\circ$	$V_{e_{22}}^L = 0$ $V_{e_{22}}^H = 218.059 \mu\text{m}, 45^\circ$

En la tabla 7.2.2.5 se puede apreciar que los componentes de los vectores efecto en el eje L son muy pequeños por lo que para los cálculos de los pesos de corrección se consideran igual a cero, por tanto, en consecuencia únicamente se obtiene una matriz de coeficientes de influencia en la dirección L. A partir de las ecuaciones (5.1.4) y (5.1.6) que se describen en el Capítulo V, sección 5.1, se calculan los coeficientes de influencia α_{ij}^L y los pesos de corrección $U_{c_{ij}}^L$, estos se muestran en la tabla 7.2.2.6 y 7.2.2.7 respectivamente.

Tabla 7.2.2.6. Coeficientes de influencia en el eje L

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$\alpha_{11}^L = 5.2631, 90^\circ$	$\alpha_{12}^L = 0.3431, 90^\circ$
2	$\alpha_{21}^L = 0.0476, 90^\circ$	$\alpha_{22}^L = 4.6997, 90^\circ$

Tabla 7.2.2.7. Pesos de corrección ($U_{C_{Mi}}$) en el eje L.

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$U_{C_{11}}^L = 0.6046 \text{ g}, 315^\circ$	$U_{C_{12}}^L = 0.8047 \text{ g}, 315^\circ$
2	$U_{C_{21}}^L = 0.3826 \text{ g}, 135^\circ$	$U_{C_{22}}^L = 0.3692 \text{ g}, 315^\circ$

De la Tabla 7.2.2.7 se obtiene el arreglo de pesos modales de corrección para cada plano de balanceo que se habrán de colocar en los discos inerciales 1 y 2, estos se muestran en la tabla 7.2.2.8:

Tabla 7.2.2.8. Arreglo de pesos modales de corrección en el eje L.

Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
$U_{C_1} = 0.222 \text{ g}, 315^\circ$	$U_{C_2} = 1.1739 \text{ g}, 315^\circ$

7.2.3 Rodado 3

En las figuras 7.2.3.1 y 7.2.3.2 se muestra la vibración residual del rotor, posterior a la colocación del arreglo de pesos modales de corrección de la tabla 7.2.2.8.

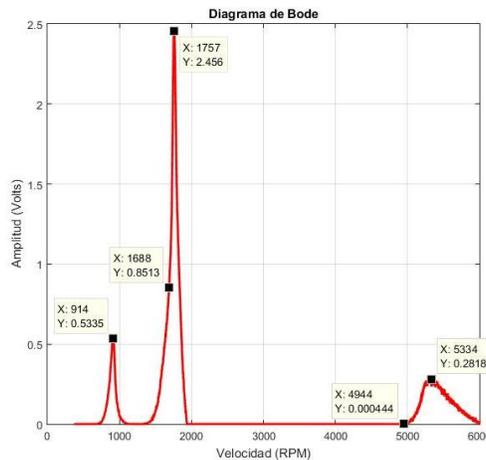
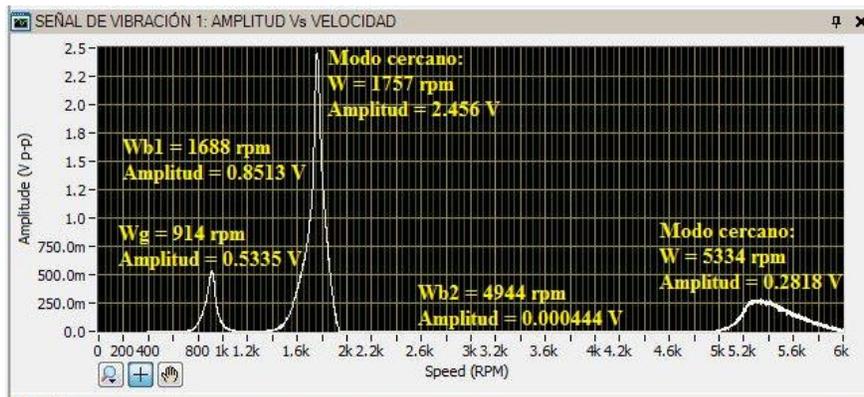


Figura 7.2.3.1. Vibración residual del rotor, sensor 1

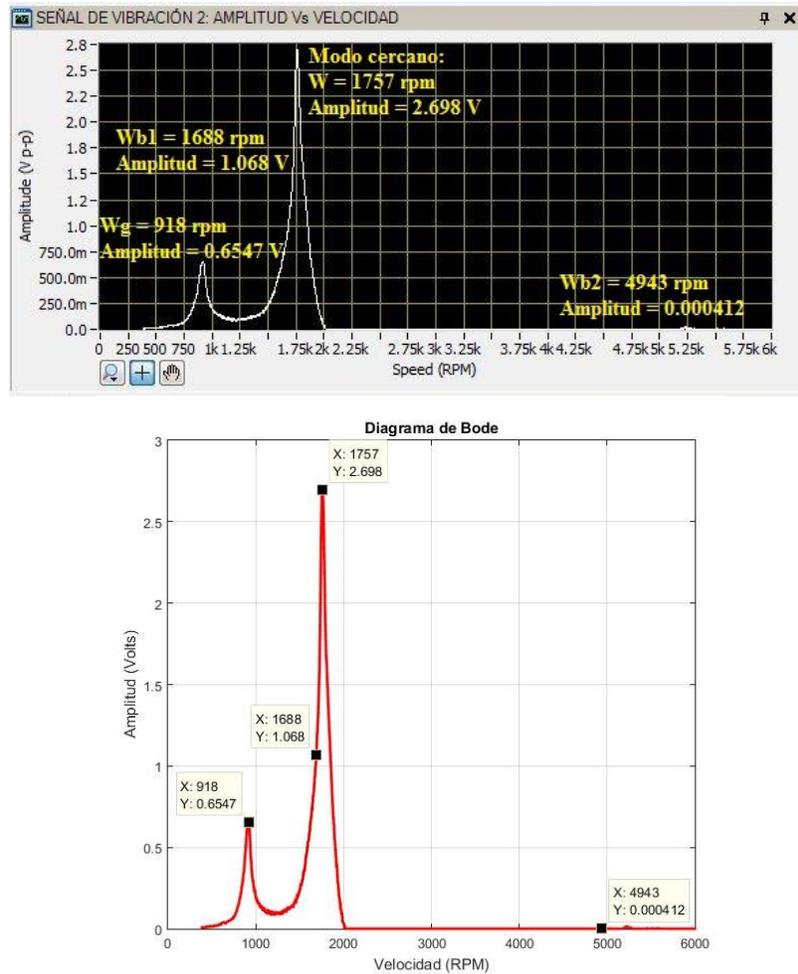


Figura 7.2.3.2. Vibración residual del rotor, sensor 2.

Por otra parte en las figuras 7.2.3.3 y 7.2.3.4 se muestran los diagramas polares de respuesta residuales para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

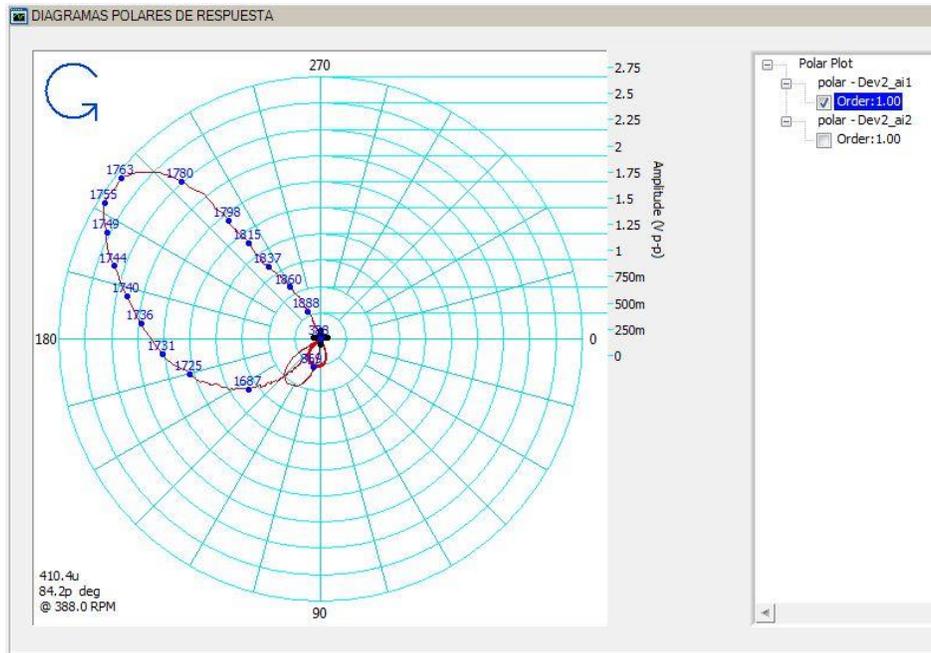


Figura 7.2.3.3. Diagrama polar de respuesta residual, sensor 1.

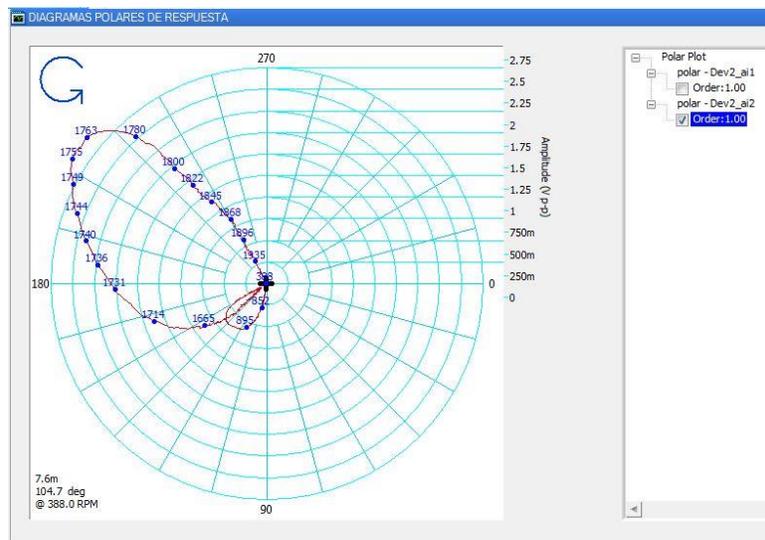


Figura 7.2.3.4. Diagrama polar de respuesta residual, sensor 2.

De las figuras 7.2.3.1 a la 7.2.3.4 se puede observar que el arreglo de pesos de prueba propuesto afectó los niveles de vibración directamente en las velocidades consideradas como velocidades de balanceo del rotor (ver tabla 7.2.1.3), sin embargo, también se puede observar que existen modos cercanos a la primera y segunda frecuencia natural del rotor, y se presentan aproximadamente en 1760 rpm para el primer modo y 5334 rpm para el segundo modo.

Finalmente en la tabla 7.2.3.1 se muestran los porcentajes de reducción de las vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 7.2.3.1. Porcentajes de disminución de la vibración inicial del rotor.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	76.22 %	73 %
2	100 %	100 %

De la tabla 7.2.3.1 se puede observar que los niveles de reducción de la vibración para el primer modo son en promedio del 74 %, mientras que para el segundo modo la vibración disminuyó el 100%. Con el objetivo de mejorar los porcentajes de reducción del nivel de vibración del primer modo, se considera como vibración inicial las vibraciones residuales del rotor que se presentan en las figuras 7.2.3.3 y 7.2.3.4.

7.2.4 Rodado 4

De las figura 7.2.3.3 y 7.2.3.4 se obtienen las nuevas velocidades de balanceo del rotor. En la tabla 7.2.4.1 se muestran las velocidades donde se presentan los modos cercanos.

Tabla 7.2.4.1 Velocidades consideradas para el balanceo del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	1763 rpm	1763 rpm
2	5334 rpm	5334 rpm

Con la finalidad de mostrar los puntos de interés seleccionados en los diagramas polares de respuesta, en las figuras 7.2.4.1 y 7.2.4.2 se muestran los radio vectores de vibración y sus datos para el modo 1 de vibración correspondientes al sensor 1 y sensor 2 respectivamente. El modo 2 se considera balanceado.

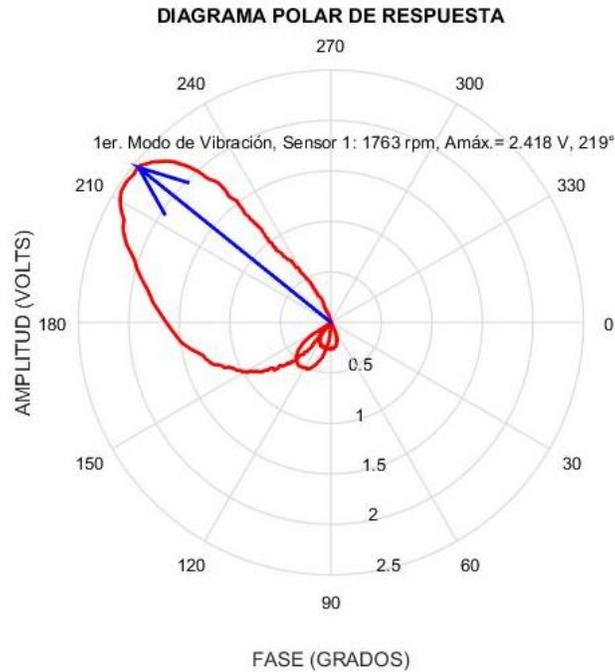


Figura 7.2.4.1. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 del rotor, sensor 1.

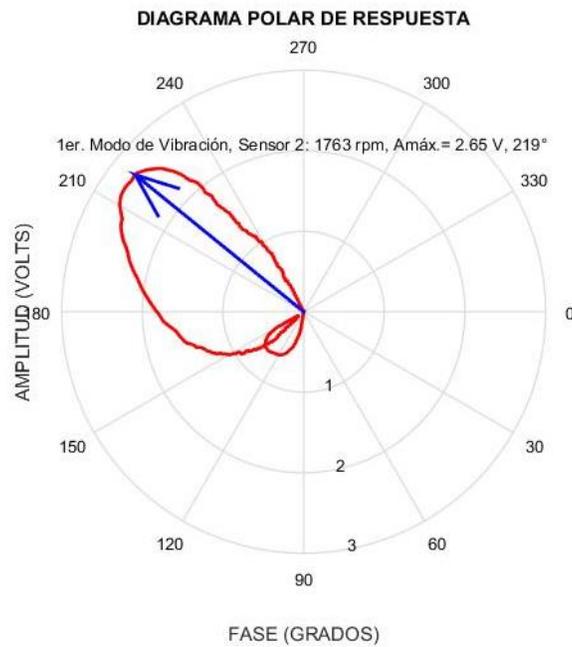


Figura 7.2.4.2. Velocidades seleccionadas para el balanceo en el modo 1 del rotor, sensor 2.

Seleccionadas las velocidades para el balanceo, se obtiene la amplitud de vibración correspondiente a cada modo de vibración. De acuerdo con la sensibilidad del sensor de desplazamiento 200 mV/mils, se realiza la conversión de amplitud en Volts a micras [μm]. En la tabla 7.2.4.2 se muestran las nuevas vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 7.2.4.2 Nuevas amplitudes de vibración inicial del rotor experimental.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{O_{11}} = 307.086 \mu\text{m}, 219^\circ$	$V_{O_{12}} = 336.55 \mu\text{m}, 219^\circ$
2	$V_{O_{21}} = 34.036 \mu\text{m}, 44.9^\circ$	$V_{O_{22}} = 0$

En las tablas 7.2.4.3 se muestran los componentes vectoriales de las amplitudes de vibración inicial de la tabla 7.2.4.2 en los ejes H-L, localizados en $\pm 45^\circ$ de la sección transversal del rotor asimétrico, tomando como referencia el eje correspondiente a la rigidez k_ξ . Ver Capítulo V.

Tabla 7.2.4.3. Componentes de la nueva vibración inicial ($V_{O_{ij}}$) en los ejes H y L

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{O_{11}}^L = 32.09 \mu\text{m}, 135^\circ$ $V_{O_{11}}^H = 305.403 \mu\text{m}, 225^\circ$	$V_{O_{12}}^L = 35.17 \mu\text{m}, 135^\circ$ $V_{O_{12}}^H = 334.70 \mu\text{m}, 225^\circ$
2	$V_{O_{21}}^L = 0.059 \mu\text{m}, 315^\circ$ $V_{O_{21}}^H = 34.035 \mu\text{m}, 45^\circ$	$V_{O_{22}}^L = 0$ $V_{O_{22}}^H = 0 \mu\text{m}, 225^\circ$

De la tabla 7.2.4.3 se puede observar que los componente de las vibraciones iniciales en el eje L no son significativos, por lo que para el cálculo del nuevo arreglo de pesos de balanceo se desprecian y se consideran únicamente las componentes en el eje H. Lo anterior también se debe a que solo se cuenta con los coeficientes de influencia en el eje L del rotor, ver tabla 7.2.2.6.

A partir de las ecuaciones (5.1.4) y (5.1.6) que se describen en el Capítulo V, se calcula el nuevo arreglo de pesos modales para el balanceo del rotor. En la tabla 7.2.4.4 se muestran los nuevos pesos de balanceo calculados para el eje L.

Tabla 7.2.4.4. Pesos nuevos de balanceo ($U_{C_{ij}}$) en el eje L.

Modo	Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
1	$U_{C_{11}}^L = 0.4229 \text{ g}, 315^\circ$	$U_{C_{12}}^L = 0.5596 \text{ g}, 315^\circ$
2	$U_{C_{21}}^L = 0.0510 \text{ g}, 135^\circ$	$U_{C_{22}}^L = 0.0005 \text{ g}, 45^\circ$

De la Tabla 7.2.4.4 se obtiene el arreglo de pesos modales para cada plano de balanceo que se habrán de colocar en los discos inerciales 1 y 2. Dado que existen limitantes en los pesos del rotor experimental, en la tabla 7.2.4.5 se muestran los pesos reales colocados en cada plano de balanceo.

Tabla 7.2.4.5. Nuevo arreglo de pesos modales de corrección en el eje L.

Plano de balanceo 1	Plano de balanceo 2
$U_{C_1} = 0.4 \text{ g}, 315^\circ$	$U_{C_2} = 6 \text{ g}, 315^\circ$

En las figuras 7.2.4.3 y 7.2.4.4 se muestra la vibración residual del rotor, posterior a la colocación del arreglo de pesos modales de balanceo de la tabla 7.2.4.5.

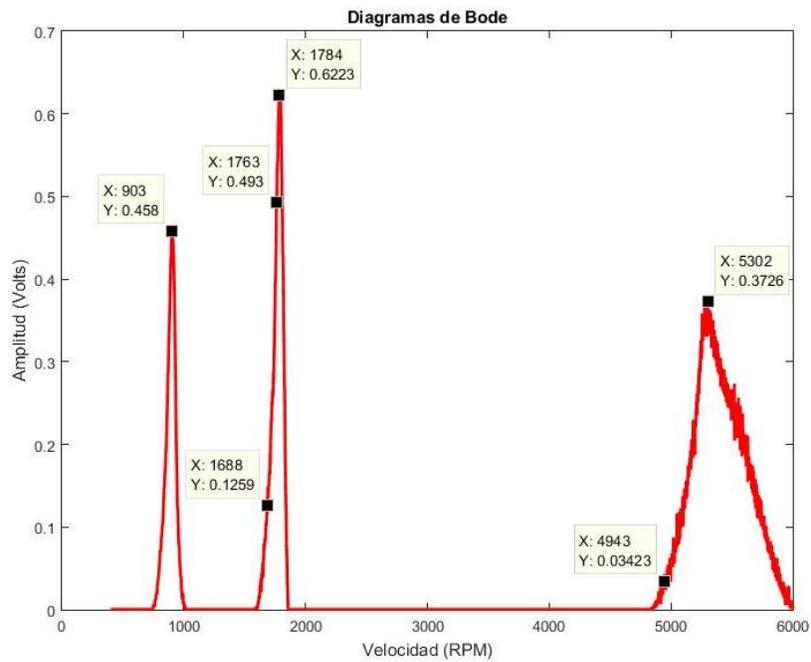
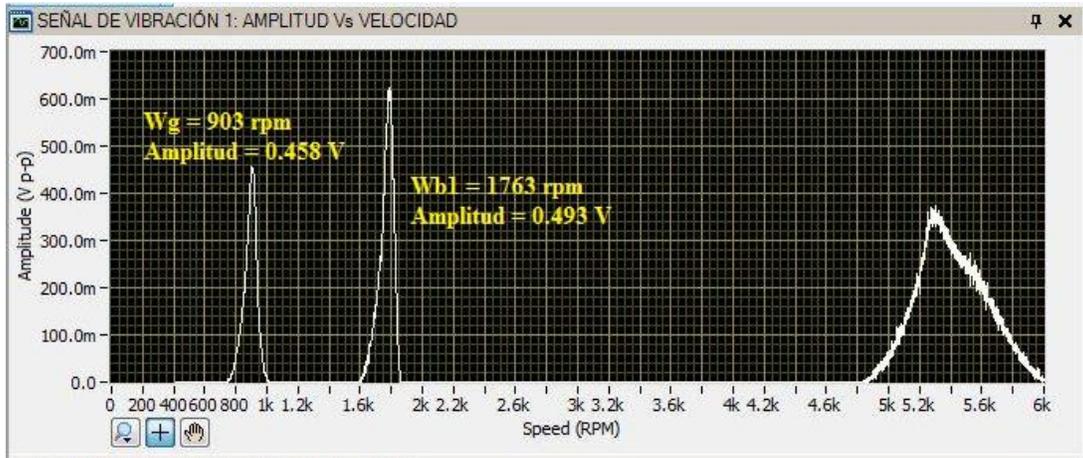


Figura 7.2.4.3. Vibración residual del rotor, sensor 1.

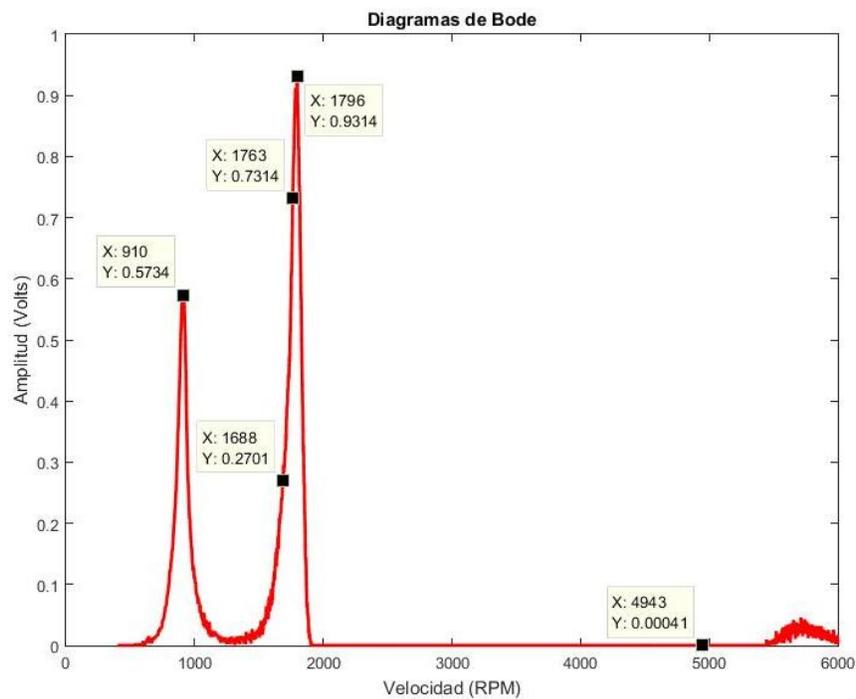
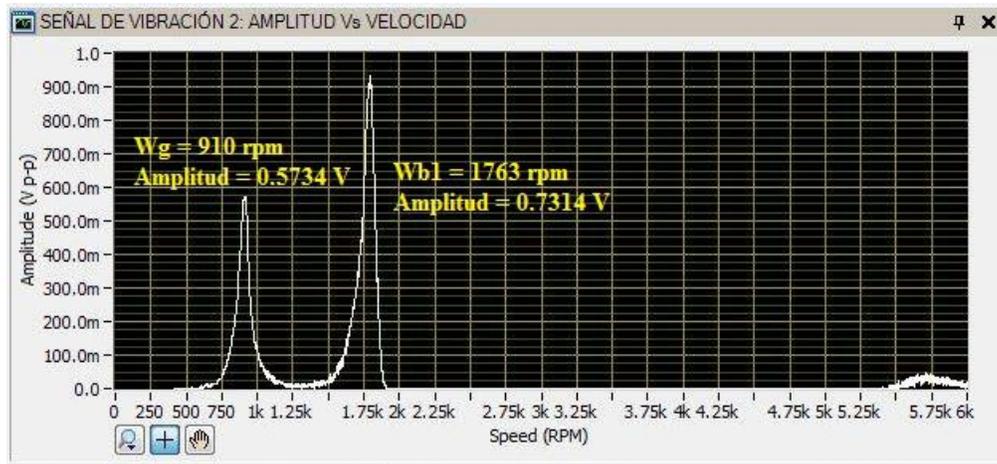


Figura 7.2.4.4. Vibración residual del rotor, sensor 2.

Por otra parte en las figuras 7.2.4.5 y 7.2.4.6 se muestran los diagramas polares de respuesta resultante para el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

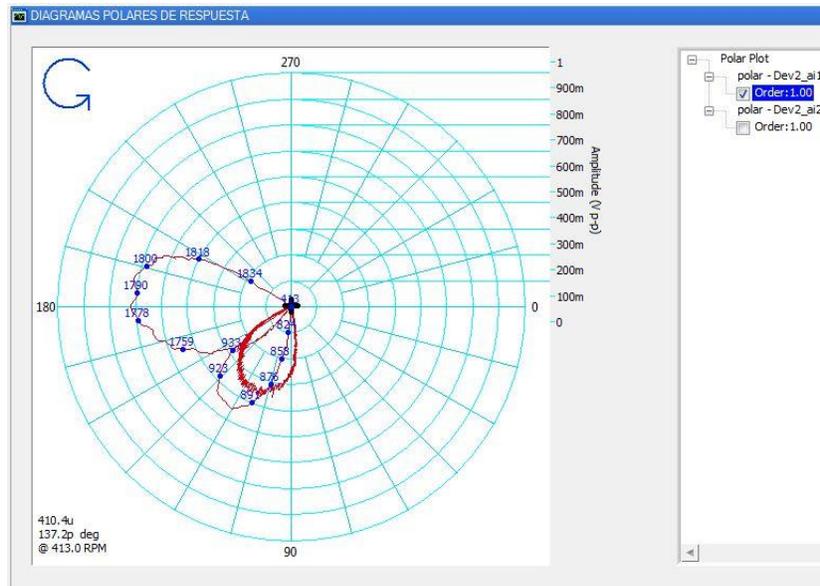


Figura 7.2.4.5. Diagrama polar de respuesta residual, sensor 1.

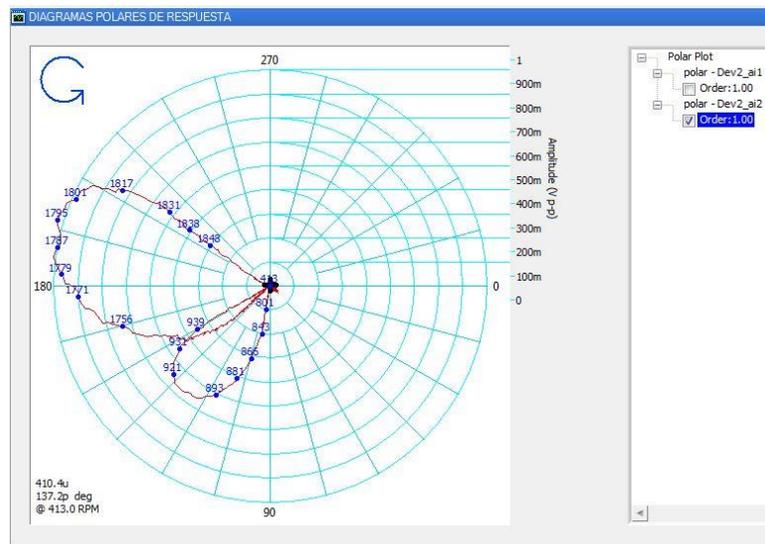


Figura 7.2.4.6. Diagrama polar de respuesta residual, sensor 2.

De las figuras 7.2.4.3 a la 7.2.4.6, se puede observar que el arreglo de pesos de balanceo obtenido a partir de los coeficientes de influencia, redujo la vibración inicial del rotor hasta en un 90 %, por lo que una vez caracterizado el rotor, los coeficientes de influencia son de gran importancia para el proceso de balanceo.

En la tabla 7.2.4.6 se muestran las amplitudes de vibración residual, para las velocidades de balanceo del rotor.

Tabla 7.2.4.6. Amplitudes de vibración residuales (V_{rij}).

Modo	sensor 1	sensor 2
1	$V_{r11} = 15.98 \mu\text{m}$	$V_{r12} = 34.30 \mu\text{m}$
2	$V_{r21} = 4.34 \mu\text{m}$	$V_{r22} = 0.0520 \mu\text{m}$

En las figuras 7.2.4.7 y 7.2.4.8 se presenta la comparación de las amplitudes de vibración inicial y vibración residual en el sensor 1 y sensor 2.

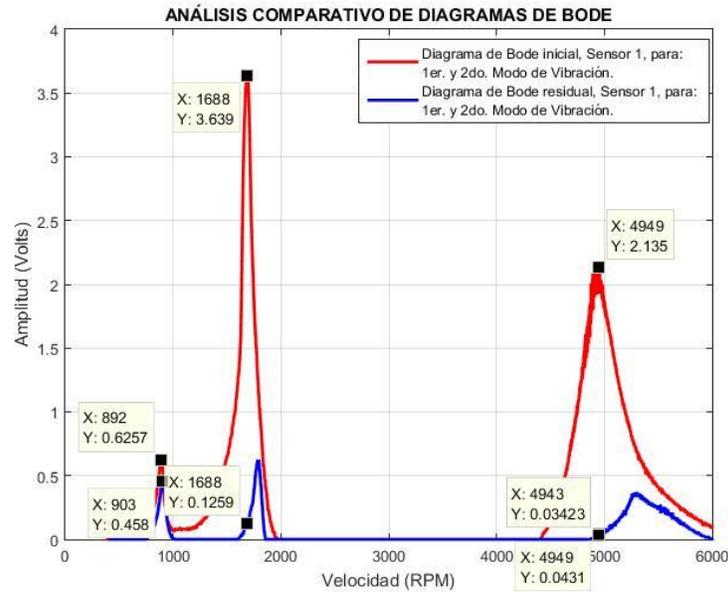


Figura 7.2.4.7. Diagramas de bode inicial y residual, sensor 1.

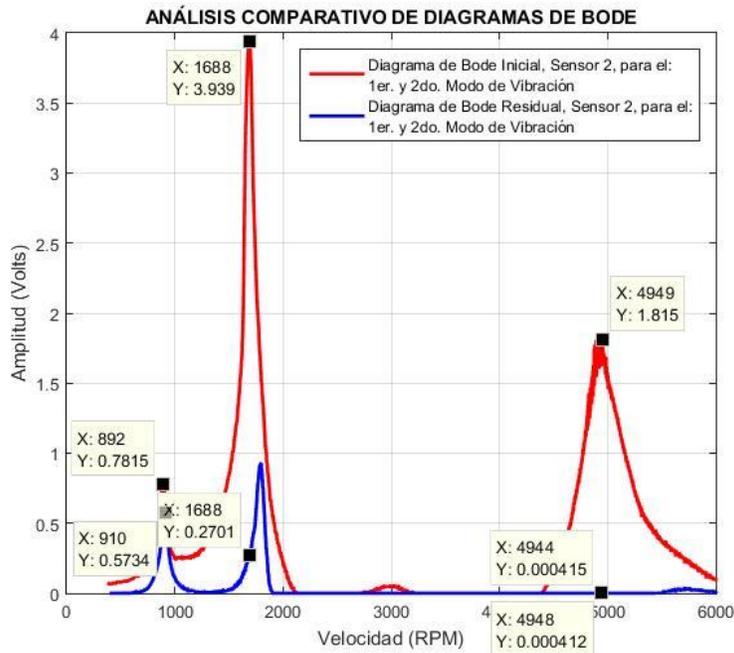


Figura 7.2.4.8. Diagramas de bode inicial y residual, sensor 2.

Por otra parte en las figuras 7.2.4.9 y 7.2.4.10 se muestran los diagramas polares de respuesta inicial y resultante en el sensor 1 y sensor 2 respectivamente.

ANÁLISIS COMPARATIVO DE DIAGRAMAS POLARES DE RESPUESTA

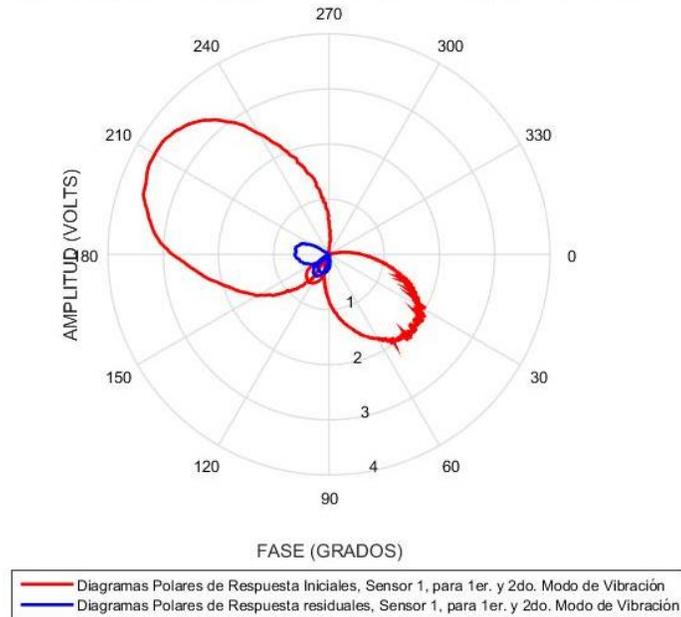


Figura 7.2.4.9. Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 1.

ANÁLISIS COMPARATIVO DE DIAGRAMAS POLARES DE RESPUESTA

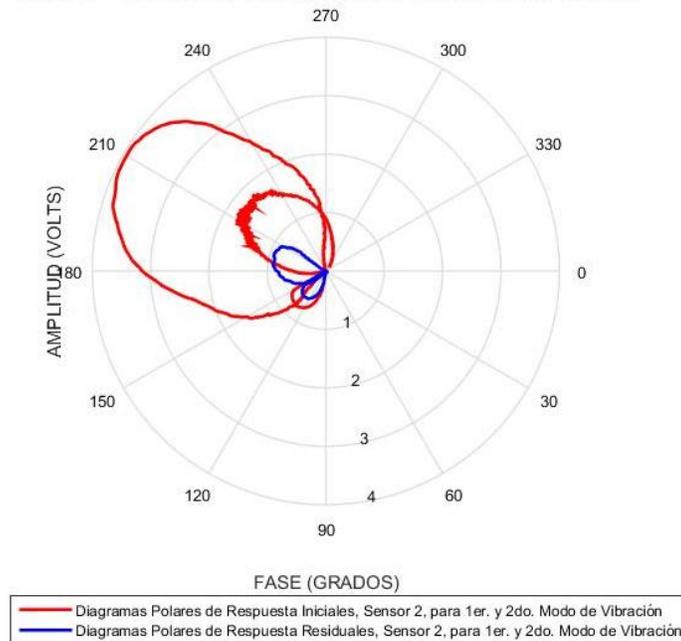


Figura 7.2.4.10. Diagramas polares de respuesta inicial y residual, sensor 2.

En las figuras 7.2.4.9 y 7.2.4.10 se puede observar que la vibración del modo 2 se redujo en un 100%. Por otro lado, es importante hacer notar que la vibración a causa del efecto de gravedad en el rotor, prácticamente no presentó cambios durante todo el proceso de balanceo.

Finalmente en la tabla 7.2.4.7 se muestran los porcentajes de reducción de las vibraciones iniciales del rotor.

Tabla 7.2.4.7. Porcentajes de disminución de la vibración inicial del rotor.

Modo	sensor 1	sensor 2
1	96%	93%
2	100 %	100 %

Con los resultados obtenidos se demuestra que la metodología propuesta de construcción de arreglo de pesos modales para el balanceo de rotores asimétricos, es factible en el balanceo de este tipo de rotores.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 Conclusiones

En el presente trabajo se realizó un estudio experimental del proceso de balanceo de un rotor asimétrico, considerando rampas de excitación con frecuencia variable de tipo lineal ascendentes, para el estudio se utilizó un rotor experimental modelo RK4, marca Bently Nevada, con dos discos inerciales. Las conclusiones generadas de los resultados obtenidos del trabajo realizado, se resumen a continuación:

Para la adquisición y tratamiento de datos de vibración, se implementó, un sistema de adquisición y procesamiento de señales a través del software LabVIEW con el que es posible generar, Diagramas de Bode, Diagramas de fase, Diagramas Polares de respuesta, Diagrama del Perfil de Velocidad (Rampa de Excitación), Diagramas de Cascada (Waterfall), Diagramas de Órbita, entre otros. Asimismo, se implementó la aplicación del módulo Impact Test (DAQmx), aplicación que permite realizar pruebas de impacto para obtener las Funciones de Respuesta de Frecuencia (FRF's) del sistema o estructura.

Se propone un modelo teórico de dos grados de libertad, que representa el comportamiento vibratorio de un rotor asimétrico. Con base en el modelo desarrollado, se propone un identificador para determinar la posición angular del desbalance del rotor utilizando diagramas polares de respuesta. Para la identificación de la posición del desbalance, el identificador requiere de cuatro puntos de la respuesta de vibración del rotor, donde cada punto involucra amplitud de vibración, ángulo de fase, así como la velocidad de rotación en la que se presenta la vibración. El identificador propuesto se utilizó para determinar la posición angular del desbalance en un rotor asimétrico experimental considerando diagramas polares de respuesta para cuatro diferentes posiciones angulares de desbalance $\theta_d = 90^0, 135^0, 180^0$ y 225^0 . De los resultados obtenidos, se obtuvo un porcentaje de error máximo del 6.7% entre las frecuencias naturales experimentales y las obtenidas numéricamente con el modelo propuesto, así mismo, se logró identificar de manera satisfactoria las posiciones angulares del desbalance para cada uno de los casos mencionados.

Asimismo, se utilizó el modelo matemático propuesto de dos grados de libertad de un rotor asimétrico, para ajustar diagramas polares de respuesta teóricos a los diagramas polares de respuesta experimentales y se demostró que el comportamiento del identificador de la posición angular del desbalance, a partir de los datos de los diagramas polares de respuesta experimentales, son similares a aquellos calculados a partir de los datos de diagramas polares de respuesta teóricos ajustados. El identificador propuesto contribuye y facilita la aplicación de técnicas de balanceo convencionales en rotores asimétricos, ya que en la

literatura no se reportan metodologías para determinar de forma correcta la posición angular de la fuerza del desbalance.

Por otra parte, se propuso una metodología de balanceo de rotores asimétricos, mediante la construcción de arreglo de pesos modales, utilizando diagramas polares de respuesta y el método de identificación de la posición del desbalance desarrollado.

La metodología propuesta, se utilizó para el balanceo de un rotor asimétrico experimental balanceando dos modos de vibración al mismo tiempo, logrando reducir la vibración inicial en un 94% para el primer modo y 100% para el segundo modo. La reducción de las vibraciones estuvo limitada por las condiciones experimentales, ya que solo se cuentan con pesos de balanceo de 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1, 1.2, 1.6 y 2 gramos. Para la construcción del arreglo de pesos modales, se caracterizó y se obtuvo las formas modales de manera experimental del rotor.

Se balanceo un rotor simétrico aplicando la metodología clásica de construcción de arreglo de pesos modales, concluyendo, que es necesario realizar el mismo número de rodados para el balanceo del rotor asimétrico mediante la metodología propuesta, que los que se realizan para el balanceo de rotores simétricos.

Con los resultados obtenidos se demuestra que la metodología propuesta de construcción de arreglo de pesos modales para el balanceo de rotores asimétricos, es factible en el balanceo de este tipo de rotores.

8.2 Recomendaciones

Para investigaciones de futuros trabajos de tipo experimental, se recomienda lo siguiente:

Mejorar la plataforma en el sistema de adquisición de señales, implementando en su configuración un toolkit de LabVIEW para el análisis de señal de vibración, que elimine armónicas no deseadas en la generación de los Diagramas Polares de Respuesta.

Mejorar las condiciones de la base para el montaje del sistema de rotodinámico, ya que éste es muy sensible en su respuesta dinámica a cualquier excitación de otros componentes.

Aplicar la metodología propuesta al balanceo de tres modos de vibración del rotor, considerando flechas con diferente grado de asimetría.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Nagorny A.S. Dravid N.V. Jansen R.H. Kenny B.H. **Design aspect of a high speed permanent magnet synchronous motor/generator for flywheel applications.** Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Electric Machines and Drives. 635 – 641.15 May 2005
- [2] A.S. Nagorny, R.H. Jansen, D.M. Kankam, **Experimental performance evaluation of a highspeed permanent magnet synchronous motor and drive for a flywheel application at different frequencies,** in *Proceedings of 17th International Conference on Electrical Machines—ICEM, 2006*
- [3] P. Beer, J.E. Tessaro, B. Eckels, P. Gaberson, **High-speed motor design for gas compressor applications,** in *Proceeding of 35th Turbomachinery Symposium,* pp. 103–112, 2006
- [4] Bishop, R. E. D. and Parkinson A. G., **Second Order Vibration of Flexible Shafts,** Phil. Trans. of Royal Society of London, Vol. 259, No. 1095, 1965.
- [5] W. kellenberger 1972, Transactions of the America Society of mechanical Engineers Series B 94, 2-548. **Should a flexible rotor be balanced in N or (N+2) planes?.**
- [6] K. Shiraki and H. Kanki 1974, in international Union of Theoretical and Applied mechanics Dynamics of Rotors Symposium, Lyngby Denmark. **New field balancing method on tandem connected multispan flexible rotor system.**
- [7] Preciado Delgado E.; H. Bannister Roy. **Balancing of an experimental rotor without trial runs,** the international journal of Rotating machinery, Vo. 8, No. 2, March-April 2002.
- [8] Andrés Blanco-Ortega, Gerardo Silva-Navarro, Jorge Colín-Ocampo, Marco Oliver-Salazar, Gerardo Vela-Valdés (2012). **Automatic Balancing of Rotor-Bearing Systems, Advances on Analysis and Control of Vibrations - Theory and Applications,** Dr. Mauricio Zapateiro (Ed.), ISBN: 978-953-51-0699-9, InTech, DOI: 10.5772/48621. Available from: <http://www.intechopen.com/books/advances-on-analysis-and-control-of-vibrations-theory-and-applications/automatic-balancing-of-rotor-bearing-systems>.
- [9] Manuel Arias M.; Beltran Carbajal F.; Silva Navarro G. (2014). **On-line algebraic identification of eccentricity parameters in active rotor-bearing system,** International Journal of mechanical Science, DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.05.027.
- [10] Elizondo Garza Fernando J. 1992. **"Historia de las vibraciones mecánicas a través de biografías"**. Boletín especial de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Universidad Autónoma de Nuevo León. P23-32.
- [11] Rao, J.S. 2002 **"Rotor dynamics come age"** Proceedings. Sixth International Conference on Rotor Dynamics , Sydney Australia, September 30 to october 4. Vol. 2, pp. 221-226.
- [12] H.H. Jeffcott, **The lateral Vibration of Loaded Shaft in the Neighbourhood of a Whirling Spedd- The Effect of Want of Balance**
- [13] Rieger, Neville, 1982 **"Vibrations of Rotating Machinery. Part 1 Rotor-Bearing Dynamics"**. The Vibration Institute, Suite 206,1010 West 55th street, Clarendon Hills,

- Illinois EEUU. Stress Technology Incorporated 1800 Brighton-Henrietta Town line road. Rochester, New York 14623.
- [14] Chávez, Joseph Paéz, et al., Modelling and experimental verification of an asymmetric Jeffcott rotor with radial clearance, *Journal Sound and Vibration* 334 (2015) 86-97.
- [15] A.G.Parkinson, "**On the balancing of shafts with axial asymmetry**", Communicated by H.M.34 Barlow, F.R.S. Received 13 December 1965-Revised 28 March 1966). Royal Society Publishing.
- [16] Y. Matsukura, M. Kiso, T. Inoue and M. Tomisawa, "**On the Balancing Convergence of Flexible Rotors, With Special Reference to Asymmetric Rotors**", (Received 11 July 1978, and in revised form 17 November 1978). *Journal of Sound Vibration* (1979) 63(3), 419-428.
- [17] T. Inagaki, H. Kanki, K. Shiraki, "**Response Analysis of a General Asymmetric Rotor-Bearing System**", Contributed by the Vibrations Committee for presentation at the Design Engineering Technical Conference. St. Louis., Mo., Sept. 10-12. 1979 of the American Society of Mechanical Engineers. Manuscript received at ASME Headquarter June 17, 1979. Paper no. 79-DET-84.
- [18] Aguirre Romano J. E., Preciado D.E., 1993 "**Balanceo Modal de Rotores utilizando coeficientes de influencia**" *Boletín IIE*, Enero 1993, No. 17 Vol. 1.
- [19] Y. Kang, C.-P Liu and G.-J. Sheen, 1996, "**A Modified Influence Coefficient Method for Balancing Unsymmetrical Rotor-Bearing Systems**", *Journal Sound and Vibration*.
- [20] Ocampo, Jorge Colín, Tesis de maestría: "**Balanceo de Rotores Asimétricos**", CENIDET, Noviembre de 1996.
- [21] Y. Kang, G.-J. Sheen and S.-M. Wang, 1997, "**Development and Modifications of a Unified Balancing Method for Unsymmetrical Rotor-Bearing Systems**", *Journal Sound and Vibration*.
- [22] González, Javier Molina, Tesis de maestría: "**Arreglo de Pesos Modales para el Balanceo de Rotores Asimétricos**", CENIDET, Febrero 2009.
- [23] X. Songbo, W. Xinghua, W. Guangming, P. Yucai, L. Rongqiang and X. Shichang, **A New Balance Method for Flexible Rotors with Asymmetric Principal Stiffnesses**, ASME Biennial 1989, 411-415
- [24] Quezada, Rodolfo M., Tesis de Maestría: **Metodología de Construcción de Arreglos de Pesos Modales para Balanceo de Rotores**, CENIDET, Julio 1992.
- [25] Harris, Cyril M., Piersol, Allan G., **Harri's Shock and Vibration Habbbook**, Fifth Edition, Ed. McGrawHill, 1-13 Chapeer One
- [26] Blevins, Ph. D. Robert D., **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**, 1979,p.108.

APÉNDICE

En este apartado, se presenta la información de los componentes que integran el sistema de adquisición de datos y que corresponden al hardware del dispositivo NI-DAQmx-USB-6009 que con interface en LabVIEW se utilizará para realizar el tratamiento de señales.

A.1 Tarjeta NI-DAQmx-USB-6009

A.1.1 Hardware de adquisición de datos utilizando Tarjeta NI-DAQmx-USB-6009

La tarjeta NI-6009 es una tarjeta de adquisición de datos multifuncional para Windows 2000/XP/Vista, MAC OS X, LINUX; posee alto rendimiento y alta velocidad de muestreo. Las especificaciones de la tarjeta y el soporte de proveedores externos hacen ideal su uso para un amplio rango de aplicaciones en nuestro caso el de la adquisición de datos, para la industria, laboratorios, control de procesos y automatización de sistemas en las fábricas.



Figura A.1.1.1 NI-DAQmx-USB-6009

La tarjeta está compuesto de tres elementos, el elemento principal de la DAQ (de aquí en adelante la DAQ se refiere a la tarjeta NI USB-6009) y dos grupos de borneras, tal como se observa a continuación:

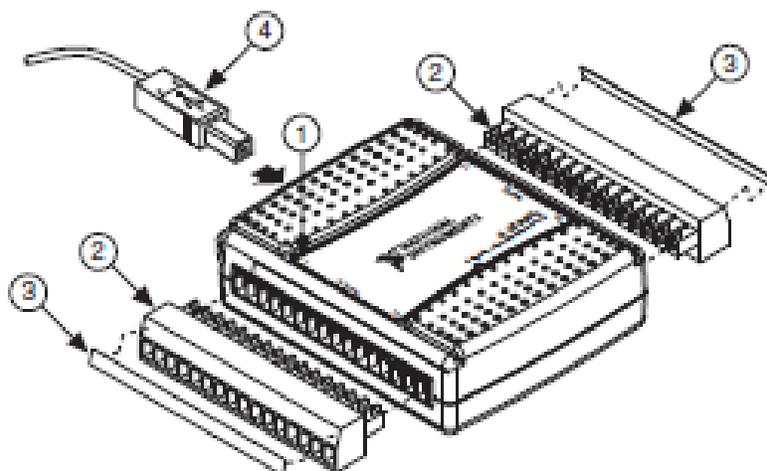


Figura A.1.1.2. Partes de la Tarjeta NI-DAQmx-USB-6009: 1) Etiqueta superior con indicadores de bornes, 2) Borneras, 3) Etiquetas de bornes, 4) Cable USB

Un grupo de borneras corresponden a las entradas y salidas analógicas y el grupo opuesto corresponden a las entradas y salidas digitales, entrada de trigger o contador, +5 V y tierra, como se indica a continuación:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
GND	+AI0	-	GND	+AI1	-	GND	+AI2	-	GND	+AI3	-	GND	AO0	AO1	GND
GND	AI0	AI4	GND	AI1	AI5	GND	AI2	AI6	GND	AI3	AI7	GND	AO0	AO1	GND

Figura A.1.1.3. Entradas/Salidas analógicas del borne 1 al 16.

32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17
GND	+5V	+2.5V	PFI0	P1.3	P1.2	P1.1	P1.0	P0.7	P0.6	P0.5	P0.4	P0.3	P0.2	P0.1	P0.0

Figura A.1.1.4. Entradas/Salidas digitales, +5V y tierra del borne 17 al 32.

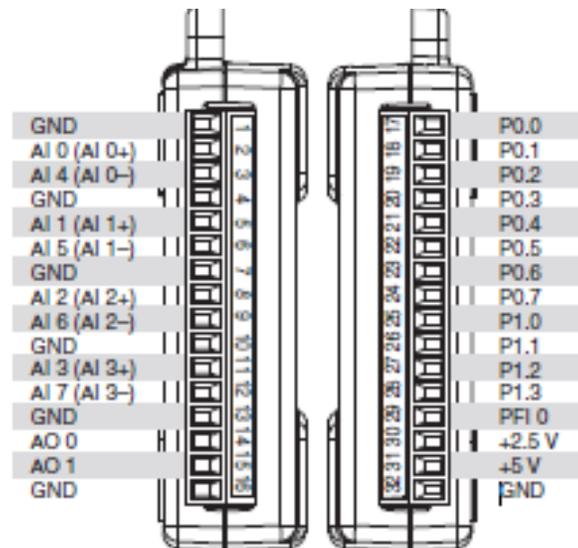


Figura A.1.1.5. Pinout de la tarjeta NI-DAQmx-USB-6009

A.1.2 Descripción de las características de la Tarjeta NI-DAQmx-USB-6009

- Canales de entrada analógica seleccionados por software: 8 canales unipolares y 4 diferenciales.
- Un convertidor A/D de 14 bits de aproximaciones sucesivas. Y 13 bits de modo diferencial.
- El rango máximo de muestreo de la tarjeta es 5 Mhz.
- Rangos de entradas analógicas seleccionadas por software: Unipolares: $\pm 10 V$ y Diferenciales: $\pm 20 V$, $\pm 10 V$, $\pm 5 V$, $\pm 4 V$, $\pm 2.5 V$, $\pm 2 V$, $\pm 1.25 V$, $\pm 1 V$
- Provee de dos modos de disparo para el A/D: por software y por disparador digital externo.
- Resolución de entrada: 14 bits en modo unipolar y 13 bits en modo diferencial.
- Muestreo de tasa máxima: Un canal 48 KS/s, para múltiples canales 42KS/s.
- Voltaje de trabajo $\pm 10 V$, con una impedancia de entrada de 144K Ω y una protección de sobretensión de $\pm 35 V$.
- Cuenta con 8 entradas analógicas y 8 digitales ambas pueden configurarse como entradas o salidas por medio de software; además posee 8 salidas digitales con 2 salidas analógicas utilizando un convertidor de aproximaciones sucesivas.

A.1.3 Requisitos de Software y Hardware

Para poder trabajar con la tarjeta de adquisición de datos NI USB-6009 es necesario disponer de los siguientes elementos:

- Computador con NI LabVIEW
- NI-DAQmx2, compatible con la versión de LabVIEW instalada
- Tarjeta de adquisición de datos NI USB-60093 y Cable USB tipo USB A/M a USB B/M.



Figura. A.1.3.1 Elementos básicos para adquisición de datos.

A.2 Martillo de Impacto Kistler 9722A (*Impulse Force Hammer*)

A.2.1 Características

A continuación se muestran los datos técnicos del martillo de impacto (Impulse Force Hammer) que será utilizado para determinar las frecuencias naturales del rotor.



Figura A.2.1.1 Martillo de Impacto Marca Kistler Tipo 9722A

Características:

- Es utilizado para excitar estructuras ligeras a medianas, en un rango de frecuencias medias a altas, tales como discos y motores pequeños.
- Este tipo de martillo, utiliza una extensión de masa de 50 g.

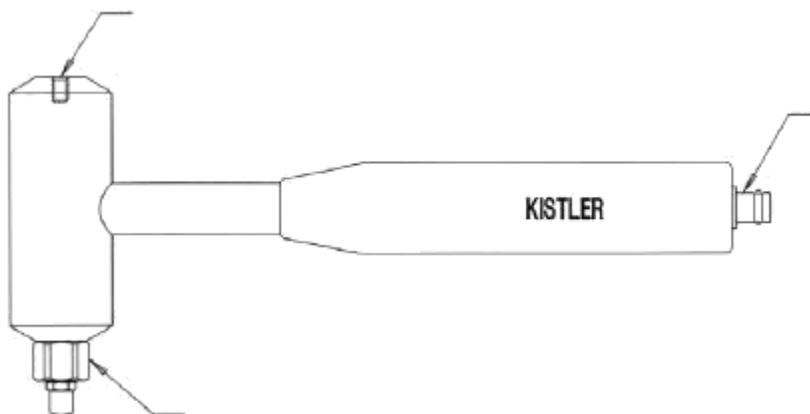


Figura A.2.1.2 Partes de un martillo de impacto Kistler tipo 9722A

Tabla A.2.1.1. Especificaciones de martillo tipo 9722A 500 y 9722A 2000

Especificaciones	Unidades	9722A 500	9722A 2000
Rango de fuerza (Para salida de 5 V)	N(lbf)	500(100)	2000(500)
Capacidad de sobrecarga	%	500	500
Sensitividad nominal	mV/N(mV/lbf)	10(50)	2(10)
Frecuencia de resonancia	KHz	27	27
Masa de martillo	g(lb)	100(0.2)	100(0.2)
Máxima frecuencia-10dB			
Sin extensión	Hz	8200	9300
Con extensión	Hz	7000	7700
Rigidez	KN/ μ m	0.8	0.8
	KN/ μ in	4.8	4.8