



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO EN CELAYA



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE REDES COMPLEJAS
PARA ANÁLISIS DE SISTEMAS: INFRAESTRUCTURA
VIAL Y VENTAS DE UNA TIENDA DEPARTAMENTAL**

**TESIS PROFESIONAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:**

MAESTRO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

**PRESENTA:
ING. IND. JOSÉ EDUARDO HERNÁNDEZ TORRES**

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. SALVADOR HERNÁNDEZ GONZÁLEZ**

**CODIRECTOR:
MC. VICENTE FIGUEROA FERNÁNDEZ**

CELAYA, GUANAJUATO, MÉXICO



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Asunto: Autorización de impresión de trabajo profesional.

Celaya Gto., **05 Febrero 2020**

M.C. MOISES TAPIA ESQUIVIAS
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL.
Presente.

De acuerdo a la convocatoria hecha por esta jefatura a fin de aprobar o no la impresión del trabajo profesional titulado:

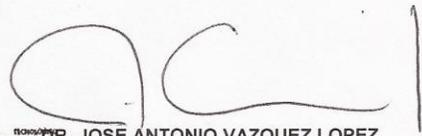
"Aplicación de la teoría de redes complejas para análisis de sistemas: infraestructura vial y ventas de una tienda departamental"

*Presentado por el (a) pasante **C. ING. José Eduardo Hernández Torres (M1803006)** alumno (a) del programa de Maestría en Ingeniería Industrial que ofrece nuestro Instituto. Hacemos de su conocimiento que éste jurado ha tenido a bien aprobar la impresión de dicho trabajo para los efectos consiguientes.*

ATENTAMENTE


DR. SALVADOR HERNÁNDEZ GONZÁLEZ
Presidente

 **EDUCACIÓN**
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA


DR. JOSÉ ANTONIO VAZQUEZ LOPEZ
Secretario

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
en Celaya


M.C. MAURICIO FELIPE FLORES MOLINA
Vocal

COORDINACIÓN DE MAESTRÍA DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL


M.C. MANUEL DARIO HERNANDEZ RIPALDA
Vocal Suplente

Ccp. Escolares
Archivo.
VFF*MTE*dmvp



DEDICATORIA

A mi hijo Eduardo Alexander Hernández Aguilar porque es mi principal motivación para poder lograr mis objetivos y porque a pesar de ser tan pequeño y unido a mí, me permitió quitarle de mi tiempo para poder lograr este sueño de realizar la maestría.

A mis padres Brenda Torres y José Antonio Hernández, porque gracias a su esfuerzo y apoyo incondicional me han permitido llegar a cumplir hoy una meta más.

A mi hermano Jorge Antonio Hernández, por estar conmigo en todo momento dándome su apoyo incondicional.

No tengo palabras para agradecerles las incontables veces que me brindaron su apoyo en todas las decisiones que he tomado a lo largo de mi vida.

A mis amigos, con los que compartí momentos buenos y malos, dentro y fuera de las aulas y que se convirtieron en personas muy importantes en esta etapa de mi vida, gracias por todo su apoyo y diversión.

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor de tesis, el Dr. Salvador Hernández González por guiarme en todo el camino que se recorrió y quien con sus conocimientos y su gran trayectoria, ha logrado en mi culminar mis estudios de maestría con éxito.

A mis profesores de clases, quienes aportaron conocimientos muy importantes para mi formación y a mis revisores de tesis, por las valiosas aportaciones hechas a este trabajo durante el proceso de revisión.

Al Tecnológico Nacional de México en Celaya por abrirme las puertas y ser parte de esta gran institución académica.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por su apoyo al otorgarme una beca para mis estudios de posgrado.

RESUMEN

Los sistemas de transporte y los sistemas de servicio de ventas tienen una característica especial, que es la conexión que hay entre todos sus componentes. La red de transporte es fundamental para el desarrollo y crecimiento de un lugar, ya que es el medio que posibilita el transporte de personas y mercancías desde un lugar a otro, permitiendo satisfacer las necesidades básicas como la educación, el trabajo, la alimentación y la salud, para ello es necesario contar con una red de transporte que sea eficiente y segura para poder transitar libremente a través de ella. Y la red de ventas permite identificar la distribución de sus productos y así poder encontrar la relación que hay entre cada uno de ellos, de acuerdo con los hábitos de consumo de los clientes y los cuales generan mayores ventas en una tienda. Las redes complejas sirven para analizar estos sistemas, ya que permiten mapear de forma directa los elementos del sistema, clasificándolos en nodos y vínculos entre ellos y su análisis permite poder tomar decisiones para mejorar su eficiencia.

ABSTRACT

Transportation systems and sales service systems have a special feature, which is the connection between all their components. The transport network is fundamental for the development and growth of a place, since it is the means that enables the transport of people and goods from one place to another, allowing to satisfy basic needs such as education, work, food and health, for this it is necessary to have a transport network that is efficient and safe to be able to travel freely through it. And the sales network allows you to identify the distribution of your products and thus be able to find the relationship that exists between each one of them, according to the customers' consumption habits and which generate higher sales in a store. Complex networks are used to analyze these systems, since they allow direct mapping of the elements of the system, classifying them in nodes and links between them and their analysis allows to make decisions to improve their efficiency.

CONTENIDO

<i>DEDICATORIA</i>	3
<i>AGRADECIMIENTOS</i>	3
RESUMEN	4
ABSTRACT	5
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	11
1.1. Planteamiento del problema	12
1.2. Objetivo General	12
1.3. Objetivos específicos	12
1.4. Justificación	12
1.5. Preguntas de la investigación	14
1.6. Alcances y limitaciones	14
1.7. Hipótesis	14
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....	15
2.1. Redes complejas	15
2.1.1. Elementos de una red	18
2.1.2. Redes regulares	19
2.1.3. Redes aleatorias	19
2.1.4. Redes dinámicas complejas	20
2.1.5. Redes de mundo pequeño	22
2.1.6. Redes de libre escala (Modelo BA)	23
2.2. Caminos y distancias	24
2.2.1. Ruta más corta	24
2.2.2. Longitud promedio de ruta	25
2.2.3. Diámetro de red	25
2.3. Centralidad	25
2.3.1. Grado, grado promedio y distribución de grado	27
2.3.2. Cercanía (Closeness)	30
2.4. Coeficiente de agrupamiento (Clustering)	31
2.5. Intermediación (betweenness centrality)	32
2.5.1. Intermediación de Newman	33
2.6. Vulnerabilidad (robustez) de una red	33

2.7. Eficiencia de una red	35
2.8. Regresión lineal	36
2.9. Sistemas de transporte.....	38
2.10. Análisis de la cesta de supermercado.....	38
2.11. Estado del arte.....	39
CAPÍTULO III. MÉTODO DE TRABAJO.....	44
3.1. Diagrama de las etapas del método de trabajo	44
3.2. Descripción de las etapas del método de trabajo	45
3.2.1. Detectar la problemática en los sistemas de redes seleccionados	45
3.2.2. Identificar los modelos de redes complejas	45
3.2.3. Construir los modelos de redes del sistema de transporte y de ventas	45
3.2.4. Analizar y evaluar la red de avenidas y la red de ventas	45
3.2.5. Documentar los resultados obtenidos	46
3.2.6. Generar conclusiones de acuerdo con lo desarrollado	46
CAPÍTULO IV. RESULTADOS	47
4.1. Red de avenidas principales de la Ciudad de Celaya, Guanajuato.....	47
4.2. Análisis de la red de relación de ventas de una tienda departamental	65
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES	88
ANEXOS	91
BIBLIOGRAFÍA	108

Índice de Figuras

Figura 2.1 Königsberg en la época de Euler. Fuente: (Albert László, 2016)	15
Figura 2.2 Los puentes de Königsberg. Fuente: (Albert László, 2016)	15
Figura 2.3 Modelo de red. Fuente: (Albert László, 2016).....	16
Figura 2.4 Modelo de red completa. Fuente: (Albert László & Réka, 1999).....	19
Figura 2.5 Modelo de redes aleatorias. Fuente: (Erdős & Rényi, 1959)	20
Figura 2.6 Red aleatoria y red libre de escala. Fuente (Maldonado, 2005).....	21
Figura 2.7 La interpolación entre una red regular y una red aleatoria origina una red de mundo pequeño. Fuente (Watts & Strogatz, 1998)	22
Figura 2.8 Representación de Modelo de Redes de Libre Escala. Fuente: (Erdős & Rényi, 1959).....	23
Figura 2.9 Ruta entre nodos. Fuente (Albert László, 2016)	24
Figura 2.10 Grado de centralidad mayo: nodo a. Fuente (Elaboración propia)	26
Figura 2.11 Grado de un nodo. Fuente (Albert László, 2016).....	27

Figura 2.12 Distribución de Grado. Fuente (Albert László, 2016)	29
Figura 2.13 Grado de cercanía mayor: nodo b y c. Fuente: (Elaboración propia)	30
Figura 2.14 Coeficiente de Clustering. Fuente (Albert László, 2016)	32
Figura 2.15 Grado de intermediación mayor: nodo a. Fuente: (Elaboración propia).....	32
Figura 2.16 Tipos de relaciones entre dos variables. Fuente: (Devore, 2008)	37
Figura 3.1 Etapas del método de trabajo. Fuente: (Elaboración propia)	44
Figura 4.1 Representación de nodos en el mapa de la Cd. De Celaya Guanajuato. Fuente: (Elaboración propia)	47
Figura 4.2 Representación de la red de nodos de la ciudad de Celaya, Gto. Fuente: (Elaboración propia)	49
Figura 4.3 Red de nodos “cercanía” representada con el algoritmo de Fruchterman- Reingold. Fuente: (Elaboración propia)	50
Figura 4.4 Gráfica de dispersión: Weighted Degree (Fuente: Elaboración propia)	52
Figura 4.5 Gráfica de dispersión: Closeness centrality. Fuente: (Elaboración propia)	54
Figura 4.6 Gráfica de dispersión: betweenness centrality (Fuente: Elaboración propia).....	55
Figura 4.7 Histograma de Betweenness centrality. Fuente: (Elaboración propia)	56
Figura 4.8 Eliminación de nodos de la red de Celaya. Fuente: (Elaboración propia)	57
Figura 4.9 Red de nodos “cercanía” representando el análisis de robustez (Fuente: Elaboración propia)	58
Figura 4.10 Gráfica de dispersión: Weighted Degree, Robustez (Fuente: Elaboración propia).....	60
Figura 4.11 Gráfica de dispersión Closeness centrality, Robustez (Fuente: Elaboración propia).....	61
Figura 4.12 Gráfica de dispersión: betweenness centrality, Robustez (Fuente: Elaboración propia).....	63
Figura 4.13 Histograma de Betweenness centrality, Robustez (Fuente: Elaboración propia).....	64
Figura 4.14 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel (Fuente: Elaboración propia)	68
Figura 4.15 Distribución de grado (izquierda), Red de la relación de ventas de la tienda Coppel “Grado del nodo” (derecha) (Fuente: Elaboración propia)	69
Figura 4.16 Gráfica de dispersión “Grado del nodo” (Fuente: Elaboración propia).....	70
Figura 4.17 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel “Grado con pesos del nodo” (Fuente: Elaboración propia)	71
Figura 4.18 Gráfica de dispersión “Grado con pesos del nodo” (Fuente: Elaboración propia)	72
Figura 4.19 Distribución de intermediación (izquierda), Red de la relación de ventas de la tienda Coppel “Centralidad de intermediación” (derecha) (Fuente: Elaboración propia)....	73
Figura 4.20 Gráfica de dispersión “Centralidad de intermediación” (Fuente: Elaboración propia).....	74
Figura 4.21 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel “Coeficiente de agrupación” (Fuente: Elaboración propia)	75
Figura 4.22 Gráfica de dispersión “Coeficiente de agrupación” (Fuente: Elaboración propia).....	76

Figura 4.23 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel “Centralidad de cercanía” (Fuente: Elaboración propia).....	77
Figura 4.24 Gráfica de dispersión “Centralidad de cercanía” (Fuente: Elaboración propia).....	77
Figura 4.25 Red “representación de la relación de artículos” (Fuente: Elaboración propia).....	78
Figura 4.26 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	79
Figura 4.27 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	80
Figura 4.28 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	80
Figura 4.29 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	80
Figura 4.30 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	81
Figura 4.31 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	81
Figura 4.32 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	81
Figura 4.33 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia).....	82
Figura 4.34 Red de ventas de teléfonos (Modularidad) (Fuente: Elaboración propia)	84
Figura 4.35 Gráfica de modularidad de la red de ventas de teléfonos (Fuente: Elaboración propia).....	87

Índice de Tablas

Tabla 2.1 Artículos estado del arte (Fuente: Elaboración propia).....	42
Tabla 4. 1 Origen-Destino con distancias (Fuente: Elaboración propia)	48
Tabla 4. 2 Grado del nodo (Fuente: Elaboración propia).....	51
Tabla 4. 3 Grado con pesos del nodo (Fuente: Elaboración propia)	52
Tabla 4.4 Análisis de regresión: Weighted Degree (Fuente: Elaboración propia).....	53
Tabla 4.5 Análisis de regresión: Closeness Centrality (Fuente: Elaboración propia).....	54
Tabla 4.6 Análisis de regresión: Betweenness centrality (Fuente: Elaboración propia).....	56
Tabla 4.7 Grado del nodo, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)	59
Tabla 4.8 Grado con pesos del nodo, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia).....	60
Tabla 4.9 Análisis de regresión: Weighted Degree, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)	61
Tabla 4.10 Análisis de regresión: Closeness Centrality, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia).....	62
Tabla 4.11 Análisis de regresión: Betweenness centrality, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia).....	63
Tabla 4.12 Relación de ventas (Fuente: Elaboración propia).....	66
Tabla 4.13 Relación de departamentos de la tienda Coppel (Fuente: Elaboración propia)..	66
Tabla 4.14 Relación de nodos (Fuente: Elaboración propia)	67
Tabla 4.15 Relación entre nodos (Fuente: Elaboración propia)	67
Tabla 4.16 Grado del nodo (Fuente: Elaboración propia)	69
Tabla 4.17 Grado con pesos del nodo (Fuente: Elaboración propia)	70
Tabla 4.18 Centralidad de intermediación del nodo (Fuente: Elaboración propia).....	72
Tabla 4.19 Relación de ventas de teléfonos celulares (Fuente: Elaboración propia).....	83
Tabla 4.20 Análisis de la cesta de mercado (Fuente: Elaboración propia).....	85

Índice de Ecuaciones

Ecuación 2.1	25
Ecuación 2.2	27
Ecuación 2.3	28
Ecuación 2.4	28
Ecuación 2.5	28
Ecuación 2.6	28
Ecuación 2.7	28
Ecuación 2.8	29
Ecuación 2.9	30
Ecuación 2.10	31
Ecuación 2.11	31
Ecuación 2.12	33
Ecuación 2.13	33
Ecuación 2.14	36
Ecuación 2.15	37
Ecuación 4.1	52
Ecuación 4.2	54
Ecuación 4.3	56
Ecuación 4.4	61
Ecuación 4.5	62
Ecuación 4.6	63

Índice de Anexos

Anexo 1 Portada de artículo publicado en Pistas Educativas	91
Anexo 2 Acuse de recibo de envío de artículo a revista EIA	92
Anexo 3 Relación de tickets de ventas del periodo analizado.....	93
Anexo 4 Relación Id-Nodos	96
Anexo 5 Relación de enlaces de nodos	98
Anexo 6 Datos obtenidos mediante el paquete Gephi.....	102

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

Las redes complejas se estudian por su relación con muchos campos de la ciencia. Muchos sistemas dentro de la naturaleza se pueden describir por medio de redes complejas, cuyos nodos representan individuos u organizaciones y los enlaces simbolizan las interacciones que hay entre ellos.

La red compleja se refiere a una red o grafos, que son estructuras matemáticas formadas por nodos o vértices, conectados por enlaces o aristas. Se les agregan algunas características dinámicas que hacen necesario estudiarlos desde varios puntos de vista (Albert László, 2016).

La Teoría de las Redes Complejas comprende una serie de herramientas metodológicas. Se utilizan para el análisis de las propiedades topológicas (rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los cuerpos geométricos) y dinámicas de un conjunto de sistemas de interacción. La interacción que hay entre sus elementos da lugar a fenómenos emergentes que no podrían explicarse mediante el análisis de sus componentes por separado. La teoría de redes complejas permite estudiar cómo están organizadas las redes de cualquier sistema para poder mejorar su eficiencia (Albert László, 2016).

La presente investigación se compone de cinco capítulos vitales; el primero de ellos abarca los aspectos relacionados con el marco de referencia, en el cual se encuentran el planteamiento del problema, los objetivos, la justificación, algunas preguntas de investigación, los alcances y limitaciones y la hipótesis de esta investigación. El segundo capítulo aborda el desarrollo de las teorías analizadas respecto a las redes complejas que dan sustento a esta investigación. En el tercer capítulo se encuentra el método de trabajo que describe de manera secuencial cada una de las etapas que se llevaron a cabo para realizar esta investigación y así poder comprobar la hipótesis formulada al inicio de la exploración.

En el capítulo cuatro se presentan los resultados y finalmente en el capítulo cinco se muestran las conclusiones obtenidas mediante el desarrollo de la investigación.

1.1. Planteamiento del problema

Los sistemas de transporte y los sistemas de servicio de ventas tienen una característica especial, que es la conexión que hay entre todos sus componentes. La red de transporte es fundamental para el desarrollo y crecimiento de un lugar, ya que es el medio que posibilita el transporte de personas y mercancías desde un lugar a otro, permitiendo satisfacer las necesidades básicas como la educación, el trabajo, la alimentación y la salud, además que dada la ubicación de Celaya, es puente de acceso a ciudades de Guanajuato y se conecta con otras ciudades gracias a la buena infraestructura que posee, para ello es necesario contar con una red de transporte que sea eficiente y segura para poder transitar libremente a través de ella. Para el caso de la red de ventas, esta permite identificar la distribución de sus productos y así poder encontrar la relación que hay entre cada uno de ellos, de acuerdo con los hábitos de consumo de los clientes y los cuales generan mayores ventas en una tienda. Las redes complejas sirven para analizar estos sistemas, ya que permiten mapear de forma directa los elementos del sistema, clasificándolos en nodos y vínculos entre ellos y su análisis permite poder tomar decisiones para mejorar su eficiencia.

1.2. Objetivo General

Aplicar la teoría de redes complejas para mejorar la eficiencia y la toma de decisiones en los sistemas logísticos de transporte y de servicios de ventas.

1.3. Objetivos específicos

- Estudiar la teoría de redes complejas para aplicarlo a la investigación.
- Identificar los sistemas de redes seleccionados (Red de avenidas principales de Celaya, Gto. y red de ventas de una tienda departamental).
- Crear un modelo de red compleja de los sistemas seleccionados (Red de avenidas principales de Celaya, Gto. y red de ventas de una tienda departamental).
- Conocer la eficiencia de la red de los sistemas, analizando el grado, la cercanía, la intermediación y la robustez de dichas redes.
- Analizar los sistemas de redes seleccionados para la toma de decisiones.

1.4. Justificación

El estudio de las redes basado en el enfoque de las redes complejas es un campo poco explorado para la mejora de procesos dentro de un sistema. Uno de los aspectos más

importantes del análisis de las redes complejas es que a partir de su topología es posible determinar algunas de sus propiedades, por lo que ofrece nuevas herramientas metodológicas para una mejor comprensión de fenómenos propios del transporte como la congestión (Loteró Vélez & Hurtado Heredia, 2014). Por lo tanto, para el análisis de los sistemas seleccionados es mediante las redes complejas, ya que permiten mapear de manera directa los elementos del sistema en nodos y vínculos entre ellos.

El propósito del transporte es la obtención de un sistema de transporte eficiente y seguro tanto para la movilidad de personas como de materiales. Los sistemas de transporte y movilidad son sistemas complejos, compuestos por un gran número de elementos interconectados entre sí, que además presentan comportamientos colectivos no lineales (Amaral & Ottino, 2004).

Mediante la aplicación de redes complejas en las redes de transporte, se puede analizar la vulnerabilidad o robustez, donde esta se enfoca en analizar qué pasa con la red ante accidentes de tráfico, condiciones climáticas, desastres naturales que afecten la infraestructura vial, entre otros, que implican la eliminación de uno o varios arcos de la red y que puede afectar la conectividad y los flujos sobre esta.

En el caso de la red de ventas, los hábitos de compra de los clientes pueden ser representados a través de asociaciones o correlaciones entre los diferentes productos que compran en sus canastas y permiten conocer y entender el comportamiento de compra de los clientes en base a las preferencias, ofertas o promociones (Raeder & Chawla, 2011).

Lo que se quiere lograr con esta investigación es encontrar la eficiencia con la que los medios de transporte se desplazan a través de las avenidas principales de la ciudad de Celaya a partir del análisis del grado, la cercanía, la intermediación y la robustez de la red, para poder tomar decisiones de qué rutas o tramos viales de la red deben darse prioridad en el desarrollo de planes de transporte y en el caso de la red de ventas, se requiere encontrar la relación con la que cuentan los productos de una tienda departamental de acuerdo con los hábitos de consumo de los clientes analizando el coeficiente de agrupación de la red y de la misma manera saber cuáles son los productos y el departamento que generan mayores ventas para la tienda mediante el análisis de grado, para poder tomar decisiones sobre que productos o departamentos se les debe dar mayor prioridad para mejorar sus estrategias de venta.

1.5. Preguntas de la investigación

- ¿Qué beneficios tiene la aplicación de la teoría de redes complejas?
- ¿Cuáles son los tipos de modelos de redes complejas?
- ¿Cómo se crea un modelo de red compleja?
- ¿Cómo está distribuido el sistema de avenidas principales de Celaya?
- ¿Cómo se comporta el sistema de ventas de una tienda departamental?
- ¿Cómo se obtiene y para qué sirve la eficiencia en una red compleja?
- ¿Qué tan eficiente es el sistema de avenidas principales de Celaya?
- ¿Qué es la robustez y que beneficio se obtiene dentro de una red compleja?
- ¿Cuál es la mejor decisión de acuerdo con los resultados obtenidos?

1.6. Alcances y limitaciones

Alcances:

El alcance potencial para esta tesis es la aplicación de la teoría de redes complejas para el análisis de la red de avenidas principales de Celaya, Gto. y para la red de ventas de una tienda departamental, con el objetivo de obtener la eficiencia de dichas redes analizando el grado, la cercanía, la intermediación y la robustez que hay entre sus nodos.

Limitaciones:

Esta investigación se limita solo a la red de avenidas principales de Celaya Guanajuato debido a que no es posible analizar toda la red de carreteras en general y a la red de ventas de una tienda departamental ya que no es posible analizar un conjunto de tiendas más grande para el desarrollo de la tesis.

1.7. Hipótesis

Red de transporte: Al eliminar un conjunto de nodos de la red del sistema de transporte se ve afectada la intermediación y la cercanía que hay entre los nodos.

Red de ventas: Al analizar la red de ventas de la tienda mediante un modelo de red compleja, se obtendría cual es el impacto que genera cada uno de los departamentos creando la mayor cantidad de ventas para la tienda.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

En los siguientes apartados se desarrollan los temas de interés que se tomaron en cuenta para poder realizar la investigación de la presente tesis.

2.1. Redes complejas

La perspectiva de las redes complejas dio inicio a finales de los años 90 dando lugar a un amplio soporte conceptual y metodológico en el análisis de redes sociales y gracias a aportes empíricos y teóricos de la física estadística (Newman M. , 2010).

Las bases matemáticas del análisis de redes como área de investigación científica fueron establecidas por Leonhard Euler (1736) cuando publicó el artículo “*Solutio Problematis ad Geometriam Situs Pertinentis*” con la solución del problema de los puentes de Königsberg (hoy Kaliningrado en Rusia), donde el problema consistía en encontrar un trayecto alrededor de una serie de puentes que atravesaban el río Pregel, con el objetivo de que cruzara solamente una vez cada uno de ellos y regresando al punto de origen (Albert László, 2016).

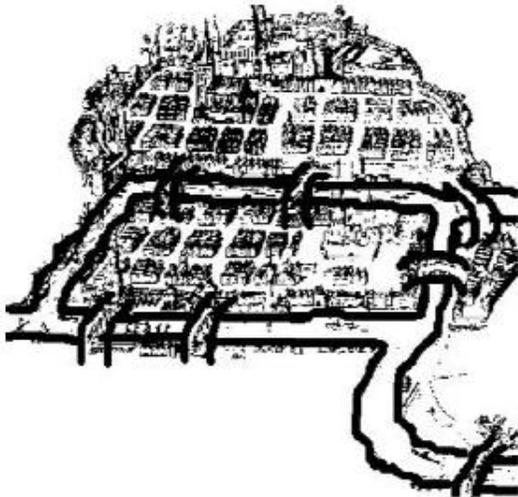


Figura 2.1 Königsberg en la época de Euler. Fuente: (Albert László, 2016)

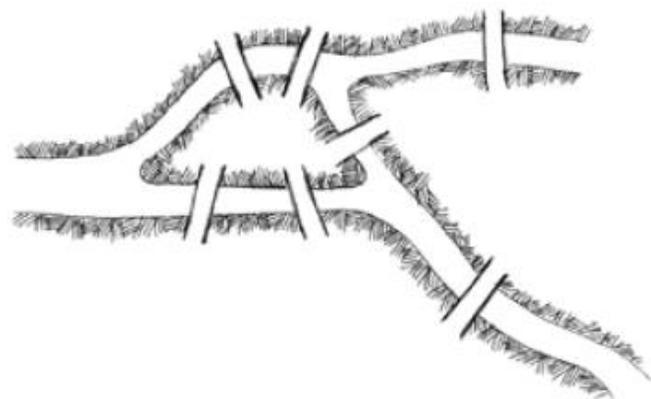


Figura 2.2 Los puentes de Königsberg. Fuente: (Albert László, 2016)

En la **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.** se puede observar la ciudad de Königsberg en la época de Euler, donde muestra los siete puntos que existían en sus tiempos. La idea de Euler fue considerar los cuatro lugares terrestres, que se deseaban comunicar como puntos de destino y a los puentes como enlaces entre esos puntos. El mapa de Königsberg

puede ser reducido al siguiente diagrama (Figura 2.3), es decir, un ejemplo de lo que puede llamarse una red:

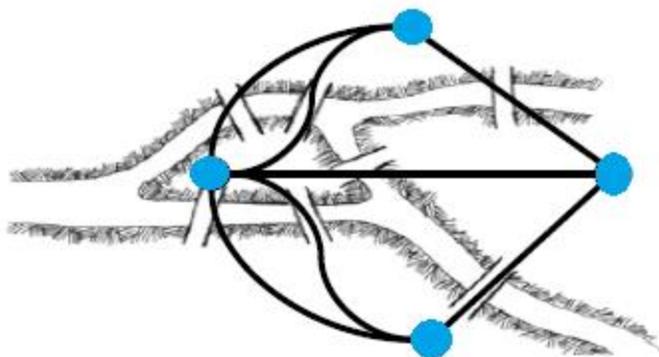


Figura 2.3 Modelo de red. Fuente: (Albert László, 2016)

Una red es una figura cuyas líneas (arcos), conectan puntos o nodos. La trayectoria de los puentes de Königsberg puede ser reformulada como una red, donde solo una vez se pasa por cada arco. Para cada uno de los nodos de la red existe un grado, que corresponde al número de arcos incidentes en el mismo, es decir que tienen por extremo ese nodo.

Euler estableció que el problema de los puentes de Königsberg no tenía solución, pero no fue hasta 1873 cuando Carl Hierholzer prueba que este problema tiene solución. El determinó que este tipo de caminos existen solo si cada vértice de la gráfica tiene un número par de aristas. El progreso en el estudio de las gráficas fue muy lento, en parte debido a la dificultad de trabajar con redes grandes (Albert László, 2016).

El uso de grafos para representar sistemas sociales en la primera mitad del siglo XX, cuando fue posible trazar analogías entre las propiedades o fenómenos presentes en sistemas reales con algunas propiedades topológicas de los grafos que los representan. En la segunda mitad del mismo siglo muchos de sus conceptos fueron precisados o clarificados y se introdujo formalmente el análisis matemático, incluyendo resultados de la teoría de grafos y la estadística (Freeman, 2004).

Aunque la Teoría de Grafos, el análisis de redes y las redes complejas han sido estudiados desde diversas disciplinas, el problema original de la teoría de grafos surgió de un problema de transporte urbano (Derrible & Kennedy, 2011).

En el desarrollo del formalismo de las redes complejas, los biólogos, sociólogos, economistas e ingenieros de diversas áreas se han concentrado en la recolección de información empírica y en la fenomenología de diversos sistemas sociales, naturales y artificiales, los matemáticos han hecho aportes en la Teoría de Grafos y los físicos han dado las bases teóricas para la definición de una concepción que integra trabajo empírico, análisis y modelación (Albert László, 2016).

El aporte por parte de los físicos al análisis de redes complejas es el reconocimiento de que a pesar de la aparente aleatoriedad del sistema a escala microscópica, también existen comportamientos macroscópicos que están dados por leyes estadísticas que pueden ser identificados según sean las características topológicas de los grafos que representan las redes y que dependen de las propiedades de los elementos del sistema (Albert László, 2016).

Para entender un sistema complejo, primeramente, es necesario saber cómo interactúan sus componentes entre sí, es decir, se necesita un mapa de su diagrama de cableado (Albert László, 2016).

Una red compleja se refiere a una red o grafo, la cual tiene propiedades estadísticas y topológicas no triviales que no ocurren en redes simples. En la actualidad las redes complejas se estudian por su relación con muchos campos de la ciencia. Muchos sistemas en la naturaleza se pueden describir por medio de redes complejas.

Una red es un catálogo de los componentes de un sistema, los cuales son llamados nodos o vértices y las interacciones directas que hay entre ellos, son llamados enlaces o bordes. Con estas representaciones de red, es posible estudiar sistemas que pueden diferir mucho en naturaleza, apariencia o alcance (Albert László, 2016).

Los ejemplos de la presencia de las redes complejas en la vida real son numerosos, por ejemplo, las redes sociales, las redes neuronales, las redes de tráfico aéreo, las redes de transportes.

Muchas de las redes complejas son redes de infraestructura entre las que se encuentran las redes de acueducto, alcantarillado, riego, telecomunicaciones, energía, etc., las cuales en un momento dado pueden presentar fallas, interrupciones, errores aleatorios, congestión o sufrir un ataque dirigido (Loteró Vélez & Hurtado Heredia, 2014).

El desarrollo de las redes complejas se ha concentrado en tres ramas de investigación:

- en conocer las propiedades estadísticas de la red,
- sus características de estructura y topología; los modelos de redes que representen y ayuden a entender el significado de sus propiedades y,
- el análisis de las dinámicas y de los comportamientos emergentes de las redes (Loteró Vélez & Hurtado Heredia, 2014).

2.1.1. Elementos de una red

El nodo o evento es el momento de iniciación o terminación de una actividad y se determina en un tiempo variable entre el más temprano y el más tardío posible, de iniciación o de terminación. El evento inicial se llama *i* y el evento final se llama *j*. El evento final de una actividad será el evento inicial de la siguiente actividad (Albert László, 2016).

El nudo es un bucle cerrado contenido en el espacio tridimensional ordinario, una red está compuesta por varios de estos bucles.

Las flechas se dibujan de acuerdo con la necesidad y comodidad de presentación de la red. Pueden ser horizontales, verticales, ascendentes, descendentes, curvas, rectas, etc.

Línea punteada, llamada liga, representa en algunas ocasiones un tiempo de espera para poder iniciar la actividad siguiente.

Los enlaces de una red pueden ser dirigidos o no dirigidos. Hay sistemas con enlaces dirigidos como la *www*, donde sus localizadores de recursos uniformes (URL) van desde un documento web a otro. Otros sistemas tienen enlaces no dirigidos, como las líneas de transmisión en la red eléctrica, donde la corriente eléctrica puede fluir en ambas direcciones. (Albert László, 2016).

2.1.2. Redes regulares

Una red completa tiene la menor longitud de camino promedio ($L=1$ ya que todos los nodos están conectados) y el mayor coeficiente de clustering ($C=1$). Aunque el modelo de red completa captura las propiedades de mundo pequeño y alto clustering de muchas redes reales, es fácil darse cuenta de sus limitaciones, ya que una red completa con N nodos tiene $N(N-1)/2$ enlaces, mientras que la mayoría de las redes reales de gran escala parecen tener un número de enlaces de orden $O(N)$ en lugar de $O(N^2)$ (Albert László, 2016).

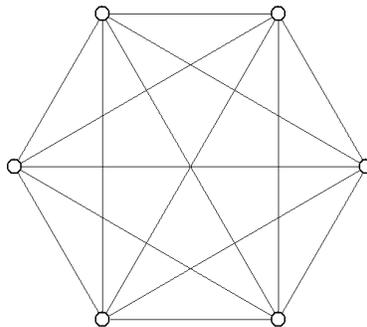


Figura 2.4 Modelo de red completa. Fuente: (Albert László & Réka, 1999)

Las redes regulares de grado k , se puede considerar que son aquellas en las que todos los nodos tienen el mismo grado, que tienen una cantidad lineal de enlaces sea $k < N$, un alto coeficiente de clustering y una longitud promedio alta.

En las redes reales la cantidad de nodos y de enlaces puede variar ampliamente. Por ejemplo, la red neuronal del gusano *C. elegans*, el único sistema nervioso completamente mapeado de un organismo vivo, el cual tiene $N=302$ neuronas (nodos). Por el contrario, se estima que el cerebro humano tiene alrededor de 100 mil millones de neuronas (Albert László, 2016).

2.1.3. Redes aleatorias

Se denominan redes aleatorias debido a que no hay una razón determinante que establezca que una red es de un tipo y no de otro (Maldonado, 2005).

El primer modelo de redes complejas que se conoció fue el modelo de redes aleatorias, el cual fue propuesto por los matemáticos húngaros Erdős y Rényi en 1959. En este modelo se inicia con un número de nodos N , los cuales se enlazan con la misma probabilidad, por lo que en este tipo de redes todos los nodos tienen más o menos el mismo número de enlaces.

Las redes que poseen un número de nodos N pequeño siguen una distribución de grado Poisson, es decir, presentan una conectividad media porque la mayoría de los nodos tienen el mismo grado. En estas redes la distancia media tiende a $p \sim \log N$, mientras que el clustering generalmente es bajo, ya que tiende a $a \frac{k}{N}$, donde k es el grado promedio de los nodos. En redes aleatorias, los vecinos de un determinado nodo se eligen al azar, por lo que no hay correlación entre el grado de nodos vecinos. Estas redes tienden a ser más robustas a ataques dirigidos, pero a su vez son vulnerables ante errores internos (Erdős & Rényi, 1959).

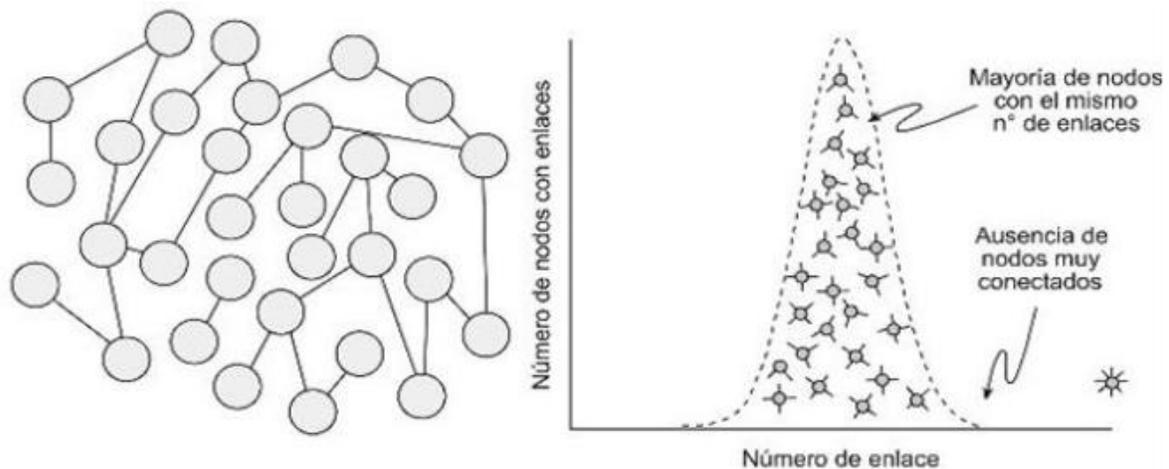


Figura 2.5 Modelo de redes aleatorias. Fuente: (Erdős & Rényi, 1959)

El objetivo principal de la teoría de redes aleatorias es determinar para que valores de p aparecerán propiedades específicas en la red. Un resultado que se obtuvo fue que algunas de las propiedades importantes podían aparecer de repente, es decir, que si poco a poco se modifica el valor de p las redes obtenidas verifican esa propiedad, y de repente, para un intervalo muy pequeño de variación el comportamiento de las redes obtenidas era completamente distinto. A esto se le conoce como una transición de fase, en donde el cambio de la propiedad medida no es lineal en el cambio del parámetro (Erdős & Rényi, 1959).

2.1.4. Redes dinámicas complejas

Las redes dinámicas complejas se caracterizan porque las relaciones y los términos relacionados están marcados por una permanente movilidad, no siempre previsible ni uniforme. Una red puede tener muchas unidades (clústers) y ser de escala libre, cuando

pequeños nodos fuertemente entrelazados están conectados a grupos más amplios, pero menos cohesionados (Maldonado, 2005).

El estudio de las redes sugiere de manera inmediata dos líneas de análisis. Para ello es importante describir estas redes, es decir, describir la dinámica en el tiempo de las redes. Una forma consiste en simularlas, de otra forma es necesario explicarlas, para ello, las simulaciones pueden servir como herramientas para el análisis conceptual.

Las redes aleatorias son redes sin escalas y las redes dinámicas complejas son caracterizadas como redes de escala libre (scale free). Las primeras están marcadas por la aleatoriedad. Uno de los problemas de la aleatoriedad es que puede aportar vetas de trabajo grandes, pero en el caso de las relaciones internacionales queda reducido a estimaciones y cálculos probabilísticos, ya que la aleatoriedad encuentra su fundamento siempre a partir de factores individuales. La Teoría de Grafos de P. Erdős constituye una invaluable herramienta para trabajar especialmente las redes aleatorias. Las redes aleatorias tienen distribuciones en forma de campana, mientras que las leyes de potencia (que son las que determinan a las redes libres de escala) no poseen un pico, sino que son descritas como una función continuamente decreciente (Maldonado, 2005).

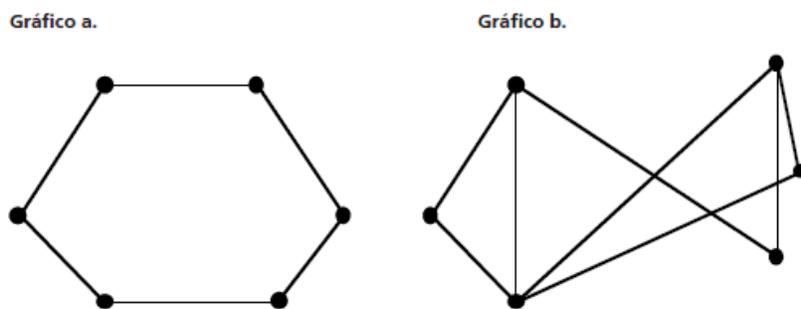


Figura 2.6 Red aleatoria y red libre de escala. Fuente (Maldonado, 2005)

Las dos figuras son topológicamente equivalentes, pero las redes o conexiones varían, ya que hay mayor complejidad de conexiones en el gráfico b.

En el lenguaje de las redes, se concentra básicamente en dos conceptos que son: nodos y aristas o enlaces. Lo que es en verdad importante consiste en determinar los tipos de

relaciones (= nodos) entre los términos. De esta manera un triángulo es un grafo que se compone por tres nodos y tres aristas.

2.1.5. Redes de mundo pequeño

El modelo de redes de mundo pequeño introducido por Watts y Strogatz en 1998 combina la propiedad de mundo pequeño y el concepto de cloustering. Este modelo consiste en iniciar con un arreglo en forma de círculo de N nodos (conocidos en redes como anillo) donde cada nodo se conecta con sus primeros k -vecinos, para obtener una red regular conectada. De forma aleatoria se reconecta una fracción de nodos con una probabilidad p , donde $p \in [0,1]$, evitando la duplicación de arcos y la formación de rizados, creando atajos entre nodos distantes, lo cual tiene un efecto no lineal en la distancia media L , acortando la distancia no solo entre el par de nodos que conecta, sino también entre sus vecinos inmediatos, los vecinos de sus vecinos y así consecutivamente. Por el contrario, el remover un arco de una subgráfica agrupada para crear un atajo, a lo más tiene un efecto lineal en el coeficiente de aglomerado C , para esto $C(p)$ permanece prácticamente sin cambios para pequeños valores de p mientras que $L(p)$ disminuye rápidamente. Para valores grandes de p , se obtiene una gráfica aleatoria incrementando el valor del coeficiente de aglomerado y disminuyendo la distancia media (Watts & Strogatz, 1998).

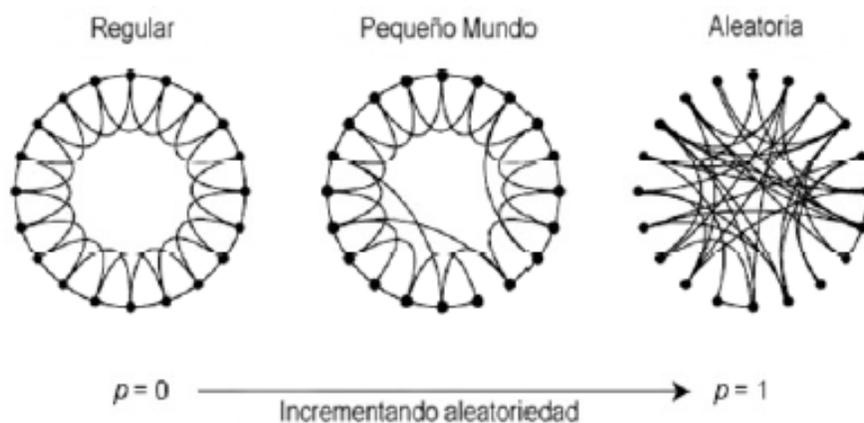


Figura 2.7 La interpolación entre una red regular y una red aleatoria origina una red de mundo pequeño. Fuente (Watts & Strogatz, 1998)

2.1.6. Redes de libre escala (Modelo BA)

En 1999, Barabási y Albert, plantearon un modelo en el cual buscaban la representación de redes reales, a este modelo se le conoce por el nombre de modelo de redes de libre escala. Este es un modelo del crecimiento de una red, en el cual desarrollaron el concepto de preferencia de enlace, la cual empieza con un conjunto pequeño de nodos (incluso sólo dos o tres nodos) conectados de forma aleatoria. Posteriormente se añaden nuevos nodos con un ritmo constante, en el cual cada uno de estos nuevos nodos es muy simple y es la siguiente, los nodos entrantes prefieren conectarse con los nodos antiguos los cuales ya tienen muchos enlaces (Albert László & Réka, 1999).

En principio los nuevos nodos se pueden conectar a cualquier nodo, pero cuanto mayor sea el grado de un nodo antiguo, mayor es la probabilidad de que atraiga a un nuevo nodo, generando una tendencia a la formación de hubs. Cabe señalar que los nodos menos conectados recibirán nuevos enlaces, pero en la mayoría de los casos los hubs serán mucho más atractivos. Por lo tanto, surge una jerarquía de nodos, la cual va desde los menos conectados hasta los hubs, dando como resultado una red heterogénea, con una distribución de grado la cual corresponde a la ley de potencia $P(k) \sim k^{-\gamma}$; donde γ (gamma) es el exponente del grado, esto indica que un número pequeño de nodos tiene alto grado de conectividad, en un plano *log-log* se observa que la gráfica tiene una pendiente negativa. Además, debido a la presencia de los hubs, la distancia media de estas redes es ultra pequeña y tiende a $p \sim \log \log N$. Estas redes son más vulnerables a ataques dirigidos a hubs, pero a su vez son más robustas a errores internos (Albert László & Réka, 1999).

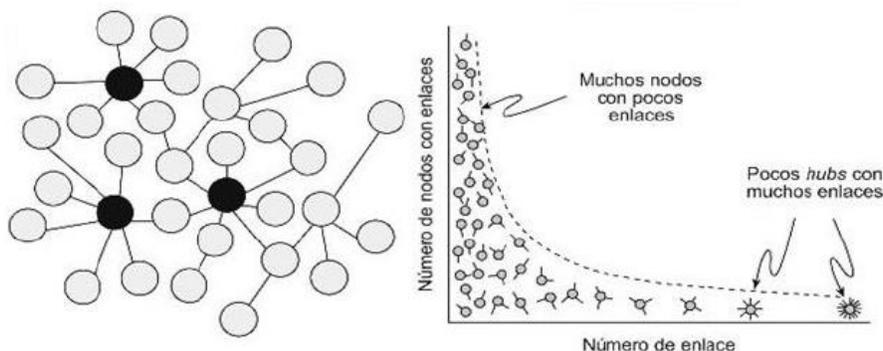


Figura 2.8 Representación de Modelo de Redes de Libre Escala. Fuente: (Erdős & Rényi, 1959)

2.2. Caminos y distancias

La distancia física ocupa un papel importante en la determinación de las interacciones que hay entre los componentes de los sistemas físicos. Por ejemplo, la distancia que hay entre dos átomos en un cristal o entre dos galaxias en el universo, determinan las fuerzas que hay entre ellos (Albert László, 2016).

En cuestión de las redes, la distancia física puede ser reemplazada por la longitud de la ruta. Un camino es la ruta que se ejecuta a lo largo de los enlaces que hay en una red y la longitud de la ruta representa la cantidad de enlaces que contiene la ruta.

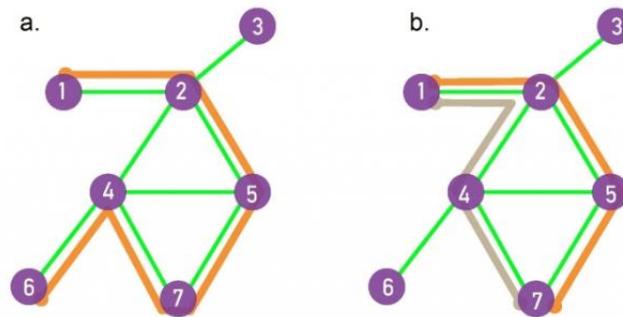


Figura 2.9 Ruta entre nodos. Fuente (Albert László, 2016)

Una ruta entre los nodos i_0 e i_n es una lista ordenada de enlaces $P = ((i_0, i_1), (i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{n-1}, i_n))$. La longitud de este camino es n , la ruta que se muestra en color naranja en la ilustración a, sigue la ruta 1-2-5-7-4-6, por lo que la longitud de su distancia es $n=5$.

Las rutas más cortas entre los nodos 1 y 7 o la distancia d_{17} , corresponden a la ruta con el menor número de enlaces que conectan los nodos 1 a 7. En este caso puede haber diferentes rutas con la misma longitud, como se muestra en la ilustración b, en las dos rutas que se muestran en color naranja y gris, el diámetro de la red es la distancia más grande, siendo en este caso $d_{max} = 3$ (Albert László, 2016).

2.2.1. Ruta más corta

El algoritmo de la ruta más corta consiste en una modalidad de problemas de redes, en el que se debe determinar el plan de rutas que genere la trayectoria con la mínima distancia total o costo, que una un nodo fuente con un nodo destino, sin importar el número de nodos que existan entre ellos.

La ruta más corta que hay entre los nodos i y j es la ruta con el menor número de enlaces como se muestra en la Figura 2.9 gráfico b. El camino más corto se le llama a la distancia que hay entre los nodos i y j , el cual se denota por d_{ij} , o simplemente d , se pueden tener diferentes rutas más cortas con la misma longitud d entre un par de nodos, la ruta más corta nunca contiene bucles o intersecciones (Albert László, 2016).

2.2.2. Longitud promedio de ruta

La longitud promedio de la ruta (d), es la distancia promedio entre todos los pares de nodos en la red. Para una red dirigida de N nodos, d es:

$$d = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j=1,N;i \neq j} d_{i,j} \quad \text{Ecuación 2.1}$$

Teniendo en cuenta que la ecuación anterior se utiliza sólo para pares de nodos que se encuentran en el mismo componente (Albert László, 2016).

2.2.3. Diámetro de red

El diámetro de una red (d_{max}) es la ruta máxima más corta que hay en la red, es decir, es la mayor distancia registrada entre cualquier par de nodos (Albert László, 2016).

La longitud promedio del camino es el número promedio de nodos de todas las rutas más cortas de la red; el diámetro se refiere a la ruta más corta de mayor longitud en la red (Rodrigue, Slack, & Comtois, 2017). El diámetro cuantifica la capacidad de comunicación entre dos nodos de la red, entre más pequeño, la red está mejor comunicada.

2.3. Centralidad

El concepto de medida de centralidad fue introducido en su inicio por A. Bavelas a fines de los años 1940, en el contexto de las ciencias sociales, en la década de los 50, se trata de uno de los términos más estudiados en el análisis de redes ya desde finales de la década de los 70 en el análisis de las redes sociales. Algunos autores han empleado las medidas de centralidad en relación con el flujo de información en diversas redes, así como de bienes usados,

movimiento de dinero, propagación de rumores, correos electrónicos, diseminación de actitudes, propagación de infecciones y movimiento de paquetes (Bavelas, 1948).

La centralidad no es un atributo intrínseco de los nodos o actores de una red, como podrían serlo la autoestima, la temperatura, el ingreso monetario, etc. Sino un atributo estructural, es decir, un valor asignado que depende estrictamente de su localización en la red. La centralidad mide la contribución de un nodo según su ubicación en la red, independientemente de si se esté evaluando su importancia, influencia, relevancia o prominencia.

En la siguiente figura (Figura 2.10) se puede observar como el nodo *a* tiene la mayor cantidad de uniones, por lo que puede decir que es el nodo con mayor grado de centralidad en la red.

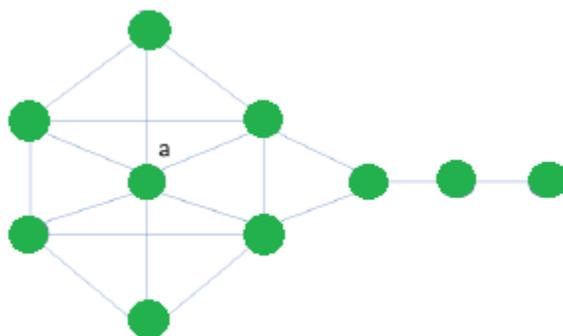


Figura 2.10 Grado de centralidad mayo: nodo *a*. Fuente (Elaboración propia)

Una función de centralidad (f_G) asigna un valor real positivo a cada nodo de una red G de manera que si $g: G \rightarrow G'$ es un isomorfismo, entonces $f_G(x) = f_{G'}(g(x))$ para todo x nodo de G . De esta manera, la función de centralidad es un atributo estructural de los nodos en una red, es decir, se trata de un valor asignado al nodo debido a su posición estructural en la red. Algunas medidas de centralidad son:

- Grado pesado. Es el número de enlaces (con peso) que posee un nodo con otros. Suele representarse como k . El grado se interpreta como el número de conexiones que tiene un elemento de la red en ella.
- Por cercanía. De acuerdo con Freeman (1979), la cercanía $C_G(x)$ de un nodo x a la red G es el promedio de la separación (definida como el inverso de la distancia entre ellos) de x a cada uno de los nodos de la red. Dada su notación matemática:

$$C_G(x) = \frac{1}{n} \frac{1}{\sum_{y \neq x} d(x, y)} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Donde n es el número de nodos en la red.

Como ejemplo, en una red carretera G , si suponemos que los automóviles se mueven a velocidad constante, a mayor longitud de una carretera menor cercanía entre los extremos. En este caso $C_G(x)$ puede ser interpretado como el tiempo medio de llegada desde x hasta otra ciudad (Freeman, 1979).

En una red, la medida de cercanía se puede interpretar como el tiempo de llegada al destino de una entidad que circula por la red (Borgatti, 2005). Otras interpretaciones son:

- Rapidez que tomará la propagación de la información desde un nodo a todos los demás.
- La capacidad que tiene un nodo para acceder o comunicarse con cualquier otro nodo que forma parte de la red (Newman M. , 2005).

2.3.1. Grado, grado promedio y distribución de grado

Una de las propiedades clave de un nodo es su grado, el cual representa la cantidad de enlaces que tiene con respecto a otros nodos, un ejemplo es el número de citas que recibe un trabajo de investigación en la red de citas. (Albert László, 2016).

El grado de un nodo x en una red G es el número de vértices en G que inciden a x , así que cada vértice con x como un nodo final, las curvas o lazos son doble. Esta interacción esta denotada por $d(x)$ o $d_G(x)$. Un nodo está aislado si su grado es igual a cero.

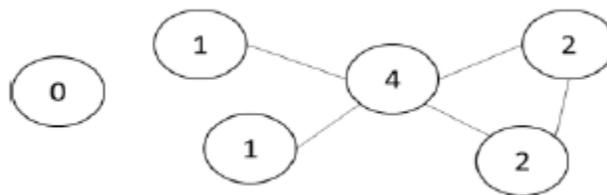


Figura 2.11 Grado de un nodo. Fuente (Albert László, 2016)

Grado. Se denota con k_i el grado del nodo en la red. En una red no dirigida, el número total de enlaces L , se puede expresar como la suma de los grados de los nodos:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad \text{Ecuación 2.3}$$

Grado promedio. Es una propiedad importante de una red, para una red no dirigida es:

$$k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2L}{N} \quad \text{Ecuación 2.4}$$

En redes dirigidas se distingue entre grado entrante k_i^{in} , que representa el número de enlaces que apuntan al nodo i , y el grado saliente, k_i^{out} , el cual representa el número de enlaces que van desde el nodo i hasta otros nodos. El grado total de un nodo k_i , está dado por:

$$k_i = k_i^{in} + k_i^{out} \quad \text{Ecuación 2.5}$$

Distribución de grado (p_k). Esta proporciona la probabilidad de que, al seleccionar un nodo al azar en la red, tenga el grado k . Al ser p_k una probabilidad, esta debe normalizarse, es decir:

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1 \quad \text{Ecuación 2.6}$$

Para una red con N nodos, la distribución de grados es el histograma normalizado (Ver Figura 2.12) dado por:

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Donde N_k es el número de nodos de grado k , por lo tanto, el número de nodos de grado k se puede obtener de la distribución de grados como $N_k = Np_k$.

La distribución de grados ha asumido un papel principal en la teoría de redes después del descubrimiento de las redes libres de escala. Una de las razones es que el cálculo de la mayoría de las propiedades de red requiere que sepamos p_k . Por ejemplo, el grado promedio de una red se puede escribir como:

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k \quad \text{Ecuación 2.8}$$

La otra razón es que la forma funcional de p_k determina muchos fenómenos de red, desde la robustez de dicha red hasta la propagación de virus.

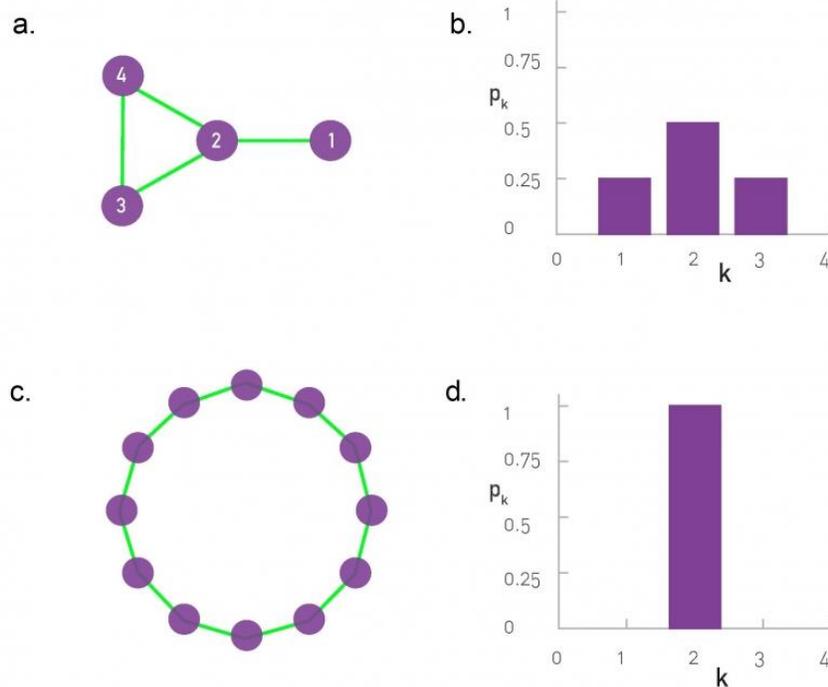


Figura 2.12 Distribución de Grado. Fuente (Albert-László Barabási, 2016)

La distribución de grados de una red es proporcionada por la relación 2.7.

- Para la red en (a) con $N=4$, la distribución de grados se muestra en el diagrama (b).

- Tenemos $p_1=1/4$ (uno de los cuatro nodos tiene grado $k_1=1$), $p_2=1/2$ (dos nodos tienen $k_3= k_4 =2$) y $p_3=1/4$ (como $k_2= 3$). Como carecemos de nodos con grado $k>3$, $p_k=0$ para cualquier $k>3$.
- Una red unidimensional para la cual cada nodo tiene el mismo grado $k=2$.
- La distribución en grados de (c) es una función delta de kronecker, $p_k= \delta(k-2)$ (Albert László, 2016).

2.3.2. Cercanía (Closeness)

La medida de cercanía es la más conocida y utilizada de las medidas radiales de longitud. Esta se basa en calcular la suma o bien el promedio de las distancias más cortas desde un nodo hacia todos los demás (Sun & Tang, 2011).

En la Figura 2.13 se puede observar cómo los nodos b y c cuentan con la mayor centralidad de cercanía, lo cual indica que son los nodos que cuentan con la menor distancia o ruta más corta para alcanzar a todos los demás nodos de la red.

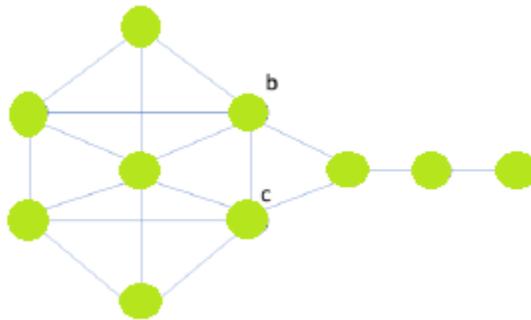


Figura 2.13 Grado de cercanía mayor: nodo b y c. Fuente: (Elaboración propia)

La cercanía $C_{CLO}(i)$ de un nodo i se define como:

$$C_{CLO}(i) = e_i^T S^{-1} = \sum_{j=1}^n (S^{-1})_{ij} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Donde S es la matriz de distancias de la red, es decir, aquella matriz cuyos elementos (i, j) corresponden a la distancia más corta desde el nodo i hasta el nodo j . Mientras menor sea el

valor anterior, se puede decir que el nodo está más cercano al centro de la red. En tal caso definido así corresponde en realidad a una medida de lejanía. Por esta razón, la cercanía a veces se define cómo el valor recíproco de lo anterior, no cambiando por ello la idea del concepto.

$$C_{CLO}(i) = \frac{1}{e_i^T S 1} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n (S)_{ij}} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

En una red de flujo esta medida se puede interpretar como el tiempo de llegada al destino de algo que fluye a través de la red (Borgatti, 2005). También puede interpretarse como la rapidez que tomará la propagación de la información desde un nodo a todos los demás. La cercanía mide de alguna forma la accesibilidad que tiene un nodo en la red (Newman M. , 2005).

2.4. Coeficiente de agrupamiento (Clustering)

El coeficiente de agrupamiento es una medida del grado en el que los nodos tienden a agruparse en un gráfico. La evidencia sugiere que en la mayoría de las redes del mundo real y en particular las redes sociales, los nodos tienden a crear grupos muy unidos que se caracterizan por una densidad relativamente alta de enlaces, esta probabilidad tiende a ser mayor que la probabilidad media de un lazo establecido al azar entre dos nodos (Watts & Strogatz, 1998).

El coeficiente de Clustering C , se puede definir como la proporción media de pares de vecinos de un nodo que también son vecinos entre sí. Supongamos que un nodo i de la red tiene k_i vecinos o enlaces. Donde a lo sumo pueden existir $k_i(k_i - 1)/2$ enlaces entre ellos (esto solo ocurre si los nodos están conectados entre sí). El coeficiente de Clustering, C_i , del nodo i se define entonces como la proporción entre E_i , el número de enlaces que de verdad existen entre los vecinos de i , y la máxima cantidad posible, es decir:

$$C_i = \frac{E_i}{k_i(k_i - 1)/2} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

El coeficiente de Clustering de la red será la media de los coeficientes de Clustering de todos sus nodos. $C \leq 1$ y solo tomará el valor 1 en el caso de que la red sea completa, es decir,

aquella que tiene todas las posibles conexiones entre todos sus nodos. En una red completamente aleatoria de N nodos se puede probar que $C \sim 1/N$, un valor que sería muy pequeño en la mayoría de las redes reales, que tienen un número muy elevado de nodos.

La mayoría de las redes reales tienen tendencia a la agrupación, en el sentido de que sus coeficientes de Clustering son mucho mayores que $0(\frac{1}{N})$, a pesar de que sea significativamente menores que 1. Con esto se puede inferir que la mayoría de las redes complejas reales no son ni aleatorias ni complejas (Albert László, 2016).

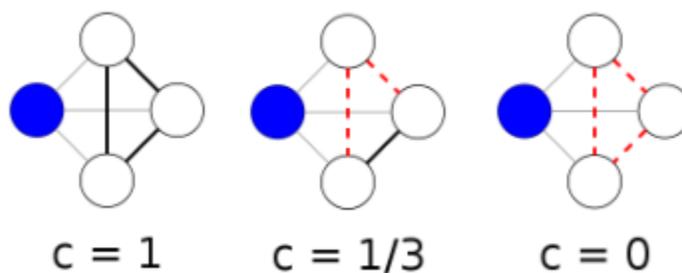


Figura 2.14 Coeficiente de Clustering. Fuente (Albert László, 2016)

2.5. Intermediación (betweenness centrality)

La intermediación es una medida que cuantifica el número de veces o la frecuencia con la que un nodo actúa como puente a lo largo del camino más corto entre otros dos nodos (Sun & Tang, 2011).

En la Figura 2.15 se puede observar que el nodo con mayor grado de intermediación es el nodo a , tal como lo indica, una el camino para tener conexión entre todos los nodos.

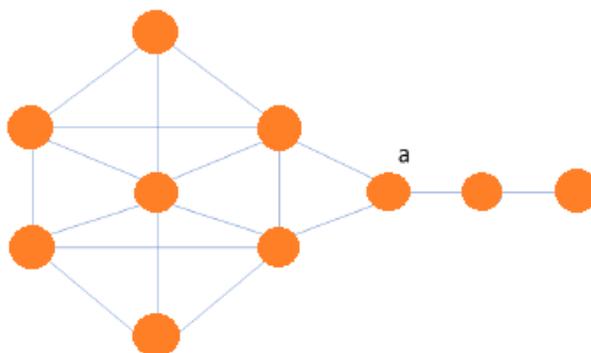


Figura 2.15 Grado de intermediación mayor: nodo a . Fuente: (Elaboración propia)

La medida fue introducida por Linton Freeman en 1977, como una forma para cuantificar el control de un humano en la comunicación existente con otros humanos a través de una red social. La idea es que, si se eligen dos nodos completamente al azar y luego también al azar uno de los posibles caminos más cortos entre ellos, entonces los nodos con mayor intermediación serán aquellos que aparezcan con mayor probabilidad dentro de este camino (Freeman, 1977).

La intermediación $C_{BET}(i)$ de un nodo i en una red se define como:

$$C_{BET}(i) = \sum_{j,k} \frac{b_{jik}}{b_{jk}} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Donde b_{jk} es el número de caminos más cortos desde el nodo j hasta el nodo k , y b_{jik} el número de caminos más cortos desde j hasta k que pasan a través del nodo i (Sun & Tang, 2011).

2.5.1. Intermediación de Newman

Newman (2005) propuso una versión alterna de la medida de intermediación, que se basa en considerar caminos aleatorios del grafo, y no exclusivamente los caminos más cortos. La idea es tomar en cuenta todos los caminos posibles y calcular la medida de acuerdo con los elegidos aleatoriamente. Dicha ecuación se define como:

$$C_{NBET}(i) = \sum_{j \neq i \neq k} R_{jk}^{(i)} \quad \text{Ecuación 2.13}$$

Donde $R^{(i)}$ es la matriz cuyos elementos (j, k) contienen la probabilidad de ocurrencia de un camino al azar desde j hasta k y que contiene al nodo i como nodo intermediario (Newman M. , 2005).

2.6. Vulnerabilidad (robustez) de una red

No existe consenso en la definición del concepto de vulnerabilidad, que también es asociado con la robustez o resiliencia.

Se puede definir vulnerabilidad como un concepto formado por dos partes, la primera tiene que ver con la probabilidad de que ocurra un evento peligroso y la segunda, llamada exposición, tiene que ver con las consecuencias del evento en cierto lugar de la red (Loteró Vélez & Hurtado Heredia, 2014). Siendo esta la sensibilidad del sistema, en este caso la infraestructura física, ante las amenazas, los riesgos o las perturbaciones que puedan presentarse en la red, siendo esta una disminución de la eficiencia de la red después de un ataque.

La robustez es la capacidad del sistema de mantener su estructura o sus funciones intactas o ligeramente afectadas cuando está sujeto a una perturbación y la resiliencia es la capacidad del sistema de reponerse o recuperarse después de una perturbación, dichos conceptos son complementarios al de vulnerabilidad.

Para medir la vulnerabilidad o robustez de una red, esta debe ser evaluada después de la eliminación de uno o varios de sus elementos, ya sean nodos, arcos o la combinación de ambos, donde esta eliminación puede ser de forma aleatoria, simulando una falla, o también puede ser dirigida a un elemento importante simulando un ataque (Albert László, 2016).

La eliminación de nodos en forma dirigida se inicia eliminando los nodos más importantes, que pueden ser los más conectados. La importancia de un nodo está dada por varios factores asociados a su conectividad y a la de la red como un todo.

Una de las propiedades de un nodo son las medidas de centralidad de grado nodal, la cual se define como el número de conexiones que tiene un nodo. La centralidad de intermediación, que se define a partir del número de geodésicas o caminos más cortos entre pares de nodos que pasan por el nodo en cuestión. La centralidad de cercanía está dada por el inverso de la suma de las distancias del nodo a los demás nodos. Los coeficientes de cohesión están dados por la conectividad entre los vecinos de un nodo y las distancias geodésicas (Newman M. , 2010).

Los resultados de Albert, Jeong y Barabási (2000) del análisis de vulnerabilidad y robustez de las redes complejas, marcaron un punto de partida, ya que ellos encontraron que algunos de los aspectos de sus propiedades, dependen de la topología de las redes, en particular de la distribución del grado nodal. Siendo que las redes libres de escala son consideradas como

redes robustas ante la presentación de errores o fallas aleatorias en su sistema, mientras que son vulnerables ante ataques dirigidos a los nodos más conectados. Las redes aleatorias son robustas ante los ataques dirigidos a nodos muy conectados.

Por otro lado, los resultados de Newman, (2002) muestran que las redes con configuración selectiva en sus distribuciones de grado son más robustas ante la eliminación de nodos altamente conectados. Una configuración selectiva se da cuando los nodos con mayor número de conexiones están enlazados con otros nodos altamente ligados. Este comportamiento se observa en redes sociales, mientras que las redes tecnológicas y las biológicas tienden a no tener una configuración selectiva. Los resultados obtenidos sugieren que las redes sociales son menos vulnerables que las redes biológicas o las artificiales ante la presencia de ataques a sus nodos más importantes (Loteró Vélez & Hurtado Heredia, 2014).

Se plantean diferentes maneras de analizar los efectos de quitar un elemento de la red, como por ejemplo establecer cuando cambian las geodésicas, evaluar que tanto se fragmenta la red o evaluar los cambios en los flujos de ésta. Para ello, no hay un acuerdo sobre alguna metodología de análisis que tenga en cuenta los cambios en la topología de la red de forma sistemática, para poder medir y estudiar la vulnerabilidad de una red ante diferentes sucesos posibles (Loteró Vélez & Hurtado Heredia, 2014).

2.7. Eficiencia de una red

En el 2001, M. Marchiori y V. Latora introdujeron el concepto de eficiencia para redes como una medida para determinar qué tan eficiente es el intercambio de información dentro de una red. La eficiencia en la comunicación entre un par de nodos se define como la medida inversamente proporcional a la ruta más corta entre dichos nodos, ya que la distancia que debe recorrer la información afecta la eficiencia del intercambio. Esta medida puede obtenerse para redes reales, es decir, no es necesario que la red cumpla con determinadas condiciones para poder determinar su eficiencia (Latora & Marchiori, 2002).

Según De la Peña (2012), siendo la red un modelo de un sistema carretero, su eficiencia es una medida del tiempo que emplea un vehículo que se desplaza a través de ella, asumiendo una velocidad constante y se calcula cómo la suma de los inversos de las distancias entre

todos los pares de nodos, normalizado por el número total de pares que se pueden formar, esto es:

$$ef(G) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d(i,j)} \quad \text{Ecuación 2.14}$$

Como medida de la calidad de una red, esta ha sido utilizada en el estudio de la red neuronal y las de comunicación y transportación (De la Peña, 2012).

2.8. Regresión lineal

El análisis de regresión es la parte de la estadística que se ocupa de investigar la relación entre dos o más variables relacionadas en una forma no determinística.

El término regresión fue utilizado por primera vez como un concepto estadístico en 1877 por sir Francisco Galton, quien llevó a cabo un estudio que mostró que la estatura de los niños nacidos de padres altos tiende a retroceder o “regresar” hacia la estatura media de la población. Designó la palabra regresión como el nombre del proceso general de predecir una variable (la estatura de los niños) a partir de otra (la estatura de los padres). Más tarde los estadísticos acuñaron el término regresión múltiple para describir el proceso mediante el cual se utilizan varias variables para predecir otra (Devore, 2008).

En la terminología de la regresión, la variable que se va a predecir se llama dependiente, a explicar o endógena. La o las variables que se usan para predecir el valor de la variable dependiente se llaman independientes, explicativas o exógenas. En general existen cuatro posibles formas en que las variables se pueden relacionar, a saber: Relación lineal directa, relación lineal inversa, relación no lineal directa y relación no lineal inversa (Figura 2.16), donde su estructura formal y funcional, permite dilucidar con objetividad las actividades orientadas a decidir qué ecuación se debe emplear, la que mejor se ajuste a los datos y cómo debe validarse la significancia estadística de los pronósticos realizados (Cardona, González, Rivera, & Cárdenas, 2013).

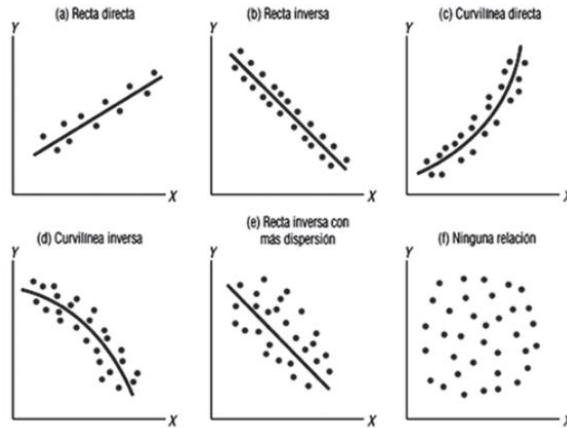


Figura 2.16 Tipos de relaciones entre dos variables. Fuente: (Devore, 2008)

Muchos de los autores que han realizado estudios sobre modelos de regresión, coinciden en que siempre cuando se analizan datos observados o recopilados para llegar a un modelo matemático (función o ecuación) que describa la relación entre las variables de interés por medio de una regresión, se deben enfrentar a tres problemas:

1. Decidir qué clase de curva muestran los puntos y por lo tanto qué clase de ecuación se debe usar.
2. Encontrar una ecuación en particular que mejor se ajuste a los datos que se desean analizar.
3. Demostrar que la ecuación particular encontrada cumple con ciertos aspectos referentes a los méritos de ésta para hacer pronósticos.

El modelo de regresión lineal simple es:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Ecuación 2.15}$$

Esta expresión es una aproximación de la verdadera relación entre X e Y . Es decir, para un valor dado de X , el modelo predice un cierto valor para Y . El coeficiente β_0 es la pendiente de la recta, que mide el cambio en Y por cada unidad de cambio en X , y el coeficiente β_1 es la ordenada al origen, que es el punto donde la recta intercepta el eje Y (Devore, 2008).

2.9. Sistemas de transporte

Un sistema de transporte hace referencia a un conjunto de instalaciones fijas, (es decir, redes y terminales), entidades de flujo, (los cuales son los vehículos), y un sistema de control que permiten movilizar eficientemente personas y bienes, para satisfacer las necesidades humanas de movilidad.

Existen dos clases de transporte: el de los productos manufacturados o materias primas a, o desde el lugar de venta o de producción; y el de las personas que necesitan recorrer la distancia que separa físicamente los lugares donde deben desarrollar las actividades que realizan durante el día (Lane & Powell, 1976).

2.10. Análisis de la cesta de supermercado

El campo del análisis de la canasta de mercado, la búsqueda de asociaciones significativas en los datos de compra del cliente es una de las áreas más antiguas de la minería de datos. La solución típica involucra la minería y el análisis de las reglas de asociación, que toman la forma de declaraciones como "las personas que compran pañales probablemente compren cerveza". Sin embargo, es bien sabido que los conjuntos de datos de transacciones típicas pueden admitir cientos o miles de reglas de asociación obvias para cada regla interesante, y el filtrado a través de las reglas no es una tarea trivial (Klemettinen, Mannila, Ronkainen, Toivonen, & Verkamo, 1994).

El Market Basket Analysis es un análisis matemático el cual ayuda a localizar patrones en la información de los tickets de venta de las tiendas, durante un periodo analizado determinado, también ayuda a entender cómo es que están respondiendo los clientes a las diferentes promociones de forma clara. Con la información obtenida de cada artículo, es posible determinar y asociar su ruta en la jerarquía comercial del retailer (departamento, clase, familia, sku) y dependiendo de la estrategia de costeo utilizada, es posible asociar un margen estimado de rentabilidad por sku y ticket (Raeder & Chawla, 2011).

Reglas de asociación

Un enfoque popular para analizar los datos de la canasta de mercado es el descubrimiento e interpretación de las reglas de asociación. El problema de las reglas de asociación (Agrawal & Srikant, 1994) se define de la siguiente manera:

Dado un umbral s , denominado soporte mínimo y un umbral c , la confianza mínima, encuentre todas las reglas de la forma $A - B$, donde A y B son conjuntos de productos, de manera que:

- A y B aparecen juntos en al menos $s\%$ de las transacciones.
- B ocurre en al menos $c\%$ de las transacciones en las que A ocurre.

Los conjuntos de productos generalmente se denominan conjuntos de elementos, los conjuntos de elementos de tamaño k se denominan conjuntos de elementos k , y los conjuntos que cumplen con el criterio de soporte mínimo generalmente se denominan conjuntos de elementos grandes o frecuentes. Se dice que una regla de asociación se admite en una base de datos de transacciones si cumple con los criterios de soporte mínimo y de confianza mínimo (Raeder & Chawla, 2011).

2.11. Estado del arte

Una red compleja se refiere a una red o grafos, que son estructuras matemáticas formadas por nodos o vértices, conectados por enlaces o aristas. Laura Lotero y Rafael Hurtado (2014) escribieron un artículo sobre la vulnerabilidad de redes complejas y las aplicaciones al transporte urbano, donde presenta una revisión de la literatura acerca de ello, y su propósito es dar a conocer a académicos y tomadores de decisión, nuevos enfoques para poder analizar los sistemas de movilidad. También habla acerca de que una de las propiedades de mayor importancia en la práctica de las redes complejas es la capacidad que tienen para mantener sus funciones cuando ocurren fallas, errores o ataques en sus nodos o vínculos, a lo cual se le llama robustez, resiliencia o vulnerabilidad.

José Antonio de la Peña (2012) realizó un análisis de centralidad en teoría de redes en los sistemas de transporte en México, donde su estudio se concentró en dos medidas de

centralidad, la que se da por cercanía y la espectral. Las técnicas de la teoría de gráficas y el análisis matricial permiten definir medidas de centralidad, los cuales determinan la importancia relativa de los vértices, esta información es estratégica para la solución de problemas en muchos casos. También aplicó el concepto de coherencia de una red, que es una medida que indica qué tanto la estructura de la red de transporte está construida de acuerdo con los requerimientos reales.

En el artículo “La teoría de redes en ingeniería de control: aplicación al análisis dinámico y al control de procesos”, los autores hicieron uso de un conjunto de resultados previos que combinan los aspectos de la teoría de sistemas y grafos, con métodos de termodinámica y de redes de reacción para sentar las bases para poder elaborar una representación formal y generalizada de procesos en términos de redes complejas, donde demostraron como el uso de esta herramienta permite abordar diferentes problemas abiertos en el campo de la ingeniería de control (Antelo, Otero-Muras, Banga, & Alonso, 2007).

En el artículo “La lógica del multilateralismo: una red dinámica compleja”, el autor escribe sobre el estudio de nodos y redes en un caso de relaciones internacionales donde el marco específico de las relaciones internacionales es la topología y el marco general, la dinámica de sistemas complejos adaptativos (Maldonado, 2005).

El artículo “Centrality and network flow” habla sobre las medidas de centralidad y las interpretaciones de dichas medidas que hacen suposiciones implícitas sobre la manera en que el tráfico fluye a través de una red, realizando una tipología de flujos de red basada en dos dimensiones de variación, siendo los tipos de trayectorias que el tráfico puede seguir y el método de propagación. También afirma que las medidas de centralidad generan valores esperados para ciertos tipos de resultados de nodos, tales como la velocidad y la frecuencia de recepción (Borgatti, 2005).

En el artículo “Betweenness centrality in a weighted network” aplicaron el análisis de la centralidad de intermediación en redes ponderadas, mencionan que cuando el transporte en redes sigue las rutas más cortas, la unión de cada uno de los caminos puede ser considerada como la red de superposición de transporte, que son consideradas como un subgrafo (Wang, Hernandez, & Mieghem, 2008).

En el Artículo “Los meridianos y puntos de la acupuntura: estudio de su topología de red” se aplicó el análisis de redes y los conceptos de la teoría de grafos en el sistema de los meridianos y puntos de acupuntura obteniendo los parámetros topológicos que caracterizan las redes complejas y obteniendo como resultados que el sistema de meridianos y puntos de acupuntura es una red compleja espacial, que muestra propiedades de mundo pequeño y libre de escala (Herrera, 2011).

En el artículo “El mercado OTC de los valores en Colombia: caracterización y comparación con base en el análisis de redes complejas” los autores describen cómo se conforma y articula el mercado OTC de valores en Colombia, así como en el marco del mercado de deuda pública local, mediante el análisis de redes complejas para describir, caracterizar y comparar a dicho mercado con los mercados organizados (SEN y MEC). En base a los resultados que obtuvieron, sugieren que existe semejanza estructural entre las redes del OTC y del MEC, donde las identifican como redes robustas ante choques aleatorios, pero vulnerables ante choques dirigidos. Y concluyen que el mercado en su conjunto es robusto, pero frágil (León & Pérez, 2013).

En el artículo llamado “Vulnerability Analysis of Urban Rail Transit Networks: A Case Study of Shanghai, China”, se realizó un análisis de vulnerabilidad de la red y la estación del sistema de tránsito ferroviario urbano, basándose en redes complejas y la teoría de grafos. Identificaron que dicha red es bastante robusta ante los ataques aleatorios, pero es vulnerable a ataques en nodos de mayor grado y en nodos con mayor interrelación. También sugieren que los hallazgos encontrados con dicha investigación son de gran importancia tanto teórica como práctica para el diseño de la red de transporte ferroviario urbano, así como para la evaluación del desempeño de este (Sun, Zhao, & Lu, 2015).

Matthias Dehmer (2015) realizó una encuesta de la literatura reciente sobre el análisis estadístico de redes, revisando las contribuciones relacionadas con las propiedades estadísticas de las redes complejas como la distribución de grado, el clustering, entre otras técnicas de análisis estadístico. Observaron que esas técnicas son adecuadas para investigar las redes no deterministas.

En el artículo “Measuring centralities for transportation networks beyond structures”, los autores realizaron una investigación sobre el uso de medidas de centralidad para poder

determinar cuáles son los nodos críticos en una red de transporte, con el objetivo de mejorar el diseño de la red y para diseñar planes que hagan frente a los fallos de dicha red. También proponen nuevas medidas de centralidad que incorporan el retraso del tiempo de viaje y el volumen de flujo de cercanías, aplicándolo en la red del metro de Singapur (Cheng, Lee Ka-Wei, Ee-Peng, & Zhu, 2015).

En lo referente al análisis de calles y avenidas empleando medidas de centralidad se pueden mencionar los trabajos de (Crucitti, Latora, & Porta, 2006), (Cardillo, Scellato, Latora, & Porta, 2006), (Strano, y otros, 2013) y (Boeing, 2018). Dos conclusiones de estos trabajos son que las calles forman redes donde el grado promedio es menor o igual a 3 y que las medidas de centralidad permiten diferenciar aquellas ciudades con un crecimiento controlado y planificado. También se ha observado que dentro de una red de avenidas existe una jerarquía en cuanto a la relevancia de las vialidades, debida a factores como el volumen de tránsito (20% de las calles captan el 80% del tránsito en una ciudad (Huang, et al. 2015).

Tabla 2.1 Artículos estado del arte (Fuente: Elaboración propia)

AÑO	AUTORES	REVISTA	TÍTULO DEL ARTÍCULO	FACTOR DE IMPACTO	RELACIÓN CON LA INVESTIGACIÓN
2005	Maldonado Carlos Eduardo	OASIS	La lógica del multilateralismo: una red dinámica compleja		Estructuras y conceptos para el estudio de una red dinámica compleja.
2005	Stephen P. Borgatti	Social Networks	Centrality and network flow		Análisis de medidas de centralidad sobre el tráfico que fluye a través de una red.
2007	Luis T. Antelo, Irene Otero-Muras, Julio R. Banga, Antonio A. Alonso	Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial	La teoría de redes en ingeniería de control: aplicación al análisis dinámico y al control de procesos	0,500	Aplicación de la teoría de redes a los procesos.
2008	Huijuan Wang, Javier Martin Hernández, Piet Van Mieghem	Physical Review E.	Betweenness centrality in a weighted network		Análisis y aplicación de la intermediación en una red ponderada.

2011	O. Sánchez Herrera	Revista Internacional de Acupuntura	Los meridianos y puntos de la acupuntura: estudio de su topología de red	0,167	Análisis de redes y aplicación de la teoría de grafos.
2012	José Antonio de la Peña	Revista Internacional de Estadística y Geografía	Sistemas de Transporte en México: un análisis de centralidad en teoría de redes.		Aplicación de la teoría de redes complejas en el sistema de transporte en México.
2013	Carlos León Jhonatan Pérez	Borradores de Economía	El mercado OTC de valores en Colombia: caracterización y comparación con base en el análisis de redes complejas		Análisis de redes complejas aplicado en el mercado OTC de valores.
2014	Laura Lotero Vélez, Rafael Germán Hurtado Heredia	EIA	Vulnerabilidad de redes complejas y aplicaciones al transporte urbano: Una revisión de la literatura		Aplicación de redes complejas al transporte urbano.
2015	Daniel (Jian) Sun, Yuhao Zhao, Qing-Chang Lu	Sustainability	Vulnerability Analysis of Urban Rail Transit Networks: A Case Study of Shanghai, China	2.075	Análisis de la vulnerabilidad del sistema de transporte ferroviario urbano de China, mediante redes complejas
2015	Matthias Dehmer, Stefan Pickl, Zhonglin Wang	Journal of Systemics	Recent Developments in Network Analysis and their Applications	4.3	Análisis relacionados con las propiedades estadísticas de las redes complejas y sus aplicaciones.
2015	Yew-Yih Cheng, Roy Ka-Wei Lee, Ee-Peng Lim, Feida Zhu	Applications of Social Media and Social Network Analysis	Measuring centralities for transportation networks beyond structures		Análisis de medidas de centralidad para determinar nodos críticos en una red de transporte.

CAPÍTULO III. MÉTODO DE TRABAJO

3.1. Diagrama de las etapas del método de trabajo

La Figura 17, muestra las etapas del método de trabajo que se seguirán para desarrollar la presente tesis. En esta figura se muestran 5 etapas del método de trabajo.

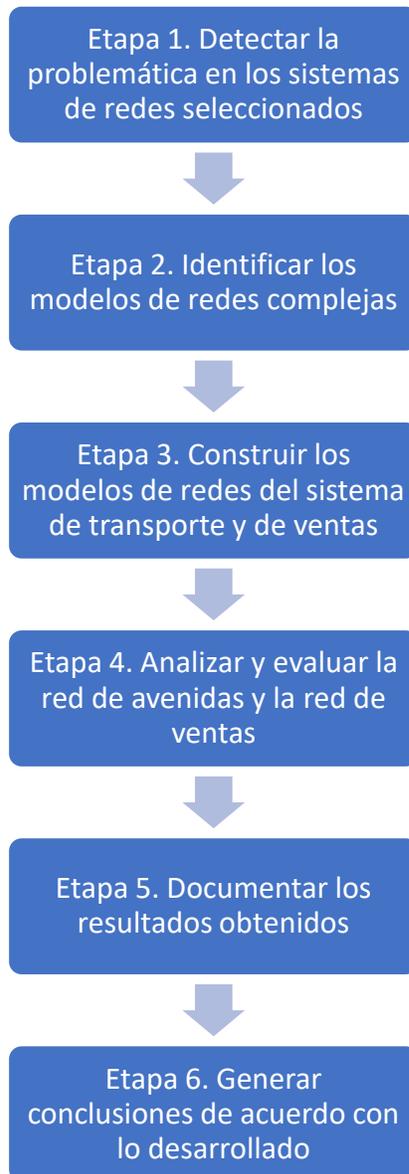


Figura 17 Etapas del método de trabajo. Fuente: (Elaboración propia)

3.2. Descripción de las etapas del método de trabajo

Los siguientes puntos describen cada una de las 5 etapas del método de trabajo que se seguirán para poder llevar a cabo el desarrollo de la tesis.

3.2.1. Detectar la problemática en los sistemas de redes seleccionados

En esta primera etapa se define cuál es el problema que se quiere investigar en la tesis, donde en el primer caso que es la “red de avenidas principales de Celaya, Guanajuato”, es necesario investigar la red de avenidas principales de la ciudad, se debe analizar cómo está distribuido dicho sistema de transporte, tomando en cuenta cuáles son las rutas más transitadas, los puntos más importantes, los puntos más críticos, etc. Para el segundo caso, “análisis de la red de relación de ventas de una tienda departamental”, es necesario recopilar los tickets de ventas de la tienda Coppel para generar una base de datos con la información necesaria para poder crear la red.

3.2.2. Identificar los modelos de redes complejas

En esta etapa se debe documentar todo lo referente a la teoría de redes complejas, para tener un amplio conocimiento acerca de las redes, identificando y analizando cuales son los principales modelos de redes complejas, cuáles son sus características y cómo se adecúan en la presencia de las redes complejas de la vida real. También se debe investigar la forma de construir y desarrollar dichos modelos para poder determinar cuál es la mejor ruta de acuerdo con sus diferentes tipos de análisis y métricas obtenidas.

3.2.3. Construir los modelos de redes del sistema de transporte y de ventas

Después de identificar y analizar los modelos de redes complejas, identificando los nodos y los enlaces, en esta etapa se debe crear y desarrollar los modelos de redes de acuerdo con la red de avenidas principales de Celaya y la otra con los datos obtenidos de la base de datos de las ventas de la tienda, empleando el paquete Gephi, el cual permite obtener las características de redes complejas (Gephi.org, 2017).

3.2.4. Analizar y evaluar la red de avenidas y la red de ventas

Una vez construidos los modelos de red de las avenidas principales de la ciudad de Celaya y la red de ventas de la tienda Coppel, en esta cuarta etapa se cuantificaron los índices de intermediación y cercanía, también se cuantificó el grado promedio de la red, los cálculos se realizaron empleando el paquete Gephi. Se construyó la gráfica de probabilidad acumulada

de cada medida de centralidad y se realizó un análisis de regresión para cada caso (Cats, 2017). En el caso de la red de ventas de la tienda Coppel se realizó un análisis de la cesta de mercado para encontrar la relación que hay entre sus productos.

3.2.5. Documentar los resultados obtenidos

En esta etapa se deben redactar y documentar los resultados que se obtuvieron, desde la obtención de los datos hasta los resultados que se generaron después de analizar y evaluar las redes de cada uno de los casos.

3.2.6. Generar conclusiones de acuerdo con lo desarrollado

En esta última etapa se deben redactar conclusiones concretas referente a todo el desarrollo de la tesis, considerando las ventajas y desventajas que trae la aplicación de redes complejas en los sistemas de transporte y en los sistemas de ventas, así como sus beneficios al aplicarlo en este tipo de sistema y las recomendaciones que pudieran surgir de acuerdo con lo investigado.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS

Para el desarrollo de esta investigación se aplicó la teoría de redes complejas en dos casos diferentes, de los cuales los resultados se muestran a continuación.

4.1. Red de avenidas principales de la Ciudad de Celaya, Guanajuato

La siguiente figura (ver Figura 18), muestra el mapa de la ciudad de Celaya, Gto., donde se representan las avenidas principales de la ciudad, los nodos corresponden a las intersecciones que se encuentran en los cruces de dichas avenidas; cabe señalar que los nombres asignados a cada nodo corresponden a una referencia (negocio, edificio, estación de gasolina) conocida y que permite una rápida ubicación de dicho punto en un mapa. Los arcos corresponden a las avenidas que conectan un par nodos, el peso del arco corresponde a la distancia que hay en kilómetros de un nodo a otro.

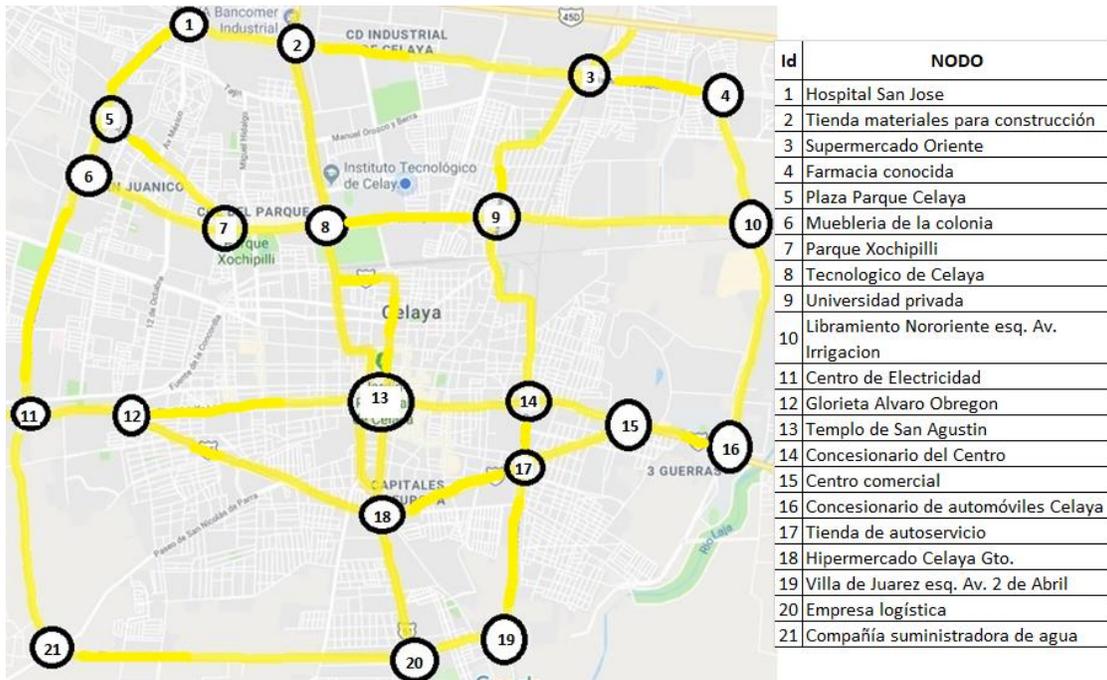


Figura 18 Representación de nodos en el mapa de la Cd. De Celaya Guanajuato. Fuente: (Elaboración propia)

En la figura anterior también se muestra a la derecha la tabla donde se indica el “Id” número de nodo y el establecimiento con el que fue identificado cada uno de ellos.

En la Tabla 4. 1 se puede observar el nodo de origen y el nodo de destino con sus respectivos pesos, que son las distancias en kilómetros que hay entre cada uno de ellos, de acuerdo con lo especificado en el mapa de la ciudad de Celaya, Gto, cabe mencionar que para cada enlace de la red es de tipo no dirigida.

Tabla 4. 1 Origen-Destino con distancias (Fuente: Elaboración propia)

NODO ORIGEN	NODO DESTINO	DISTANCIA KILÓMETROS	NODO ORIGEN	NODO DESTINO	DISTANCIA KILÓMETROS
1	2	1.1	10	16	2.4
1	5	1.3	11	12	1
2	3	3.1	11	21	2.6
2	8	1.9	12	13	2.6
3	4	1.3	12	18	2.8
3	9	1.9	13	14	1.5
4	10	1.4	13	18	1.2
5	6	0.6	14	15	1.1
5	7	1.8	14	17	0.7
6	7	1.6	15	16	1.1
6	11	2.6	15	17	1.2
7	8	1.1	17	18	1.6
8	9	1.7	17	19	1.8
8	13	2.3	18	20	1.5
9	10	2.6	19	20	1
9	14	2.2	20	21	3.5

Considerando el mapa de las avenidas principales de la ciudad de Celaya, Gto. Se decidió construir el modelo gráfico de red de nodos en el paquete Gephi. En la siguiente gráfica (ver Figura 19) se representa el modelo construido de la red de avenidas principales de la ciudad de Celaya, Gto.

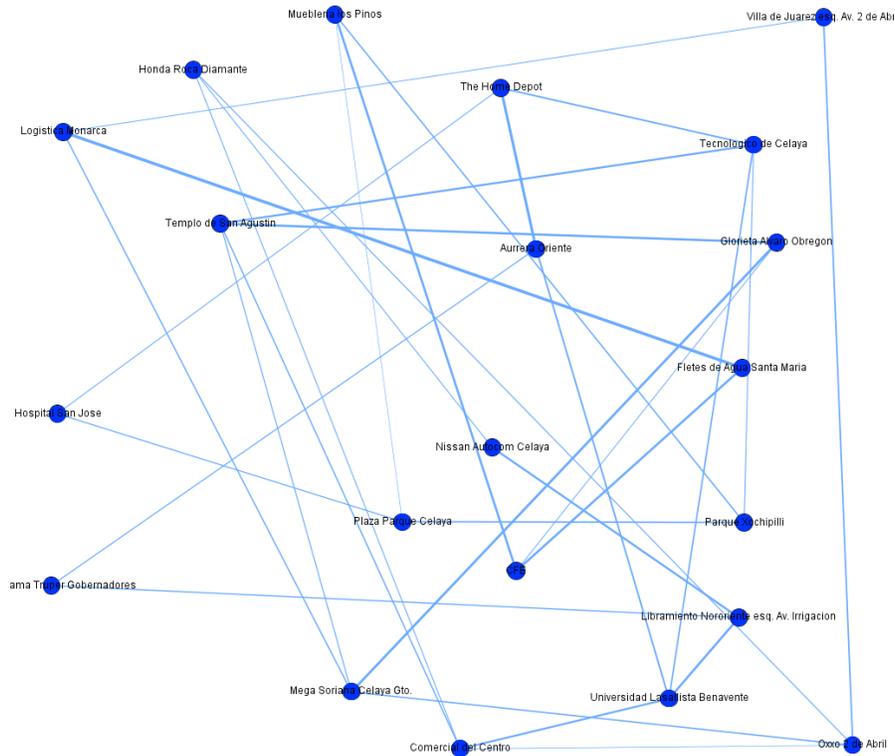


Figura 19 Representación de la red de nodos de la ciudad de Celaya, Gto. Fuente: (Elaboración propia)

La Figura 19 es una red no dirigida de las avenidas principales de la ciudad de Celaya, ésta muestra cada uno de los nodos con sus conexiones, donde los enlaces o aristas más anchos indican el peso o distancia entre pares de nodos. Se aprecia un conjunto de avenidas que forman un circuito que rodea a la ciudad formado por los nodos 19-20-21-11-6-5-1-2-3-4-10-16. Se debe señalar que para la época en la que se realizó esta investigación el arco que une los nodos 16 y 19 correspondía a un camino sin pavimentar, por lo que no se consideró en este trabajo.

Los nodos 16, 20 y 11 surgen de la intersección que forman una avenida con carreteras que conecta a la ciudad con otras poblaciones: el nodo 16 es la entrada de la carretera Celaya – Querétaro, el nodo 20 corresponde a la carretera Celaya – Salvatierra, el nodo 11 corresponde a la carretera Celaya – Salamanca.

Para poder observar mejor la distribución de la red, se decidió graficar con el algoritmo de Fruchterman-Reingold, donde los nodos y sus enlaces se distribuyen de acuerdo con sus

pesos, de esta manera es posible observar detalladamente cada uno de sus nodos con sus respectivas conexiones. Este algoritmo forma parte de las opciones del programa Gephi.

El algoritmo de Fruchterman-Reingold es un algoritmo de diseño dirigido por la fuerza. La idea de un algoritmo de diseño de fuerza dirigida es considerar una fuerza entre dos nodos cualesquiera. En este algoritmo, los nodos están representados por anillos de acero y los bordes son resortes entre ellos. La fuerza de atracción es análoga a la fuerza de resorte y la fuerza de repulsión es análoga a la fuerza eléctrica. La idea es minimizar la energía del sistema moviendo los nodos y cambiando las fuerzas entre ellos (Fruchterman & Reingold, 1991).

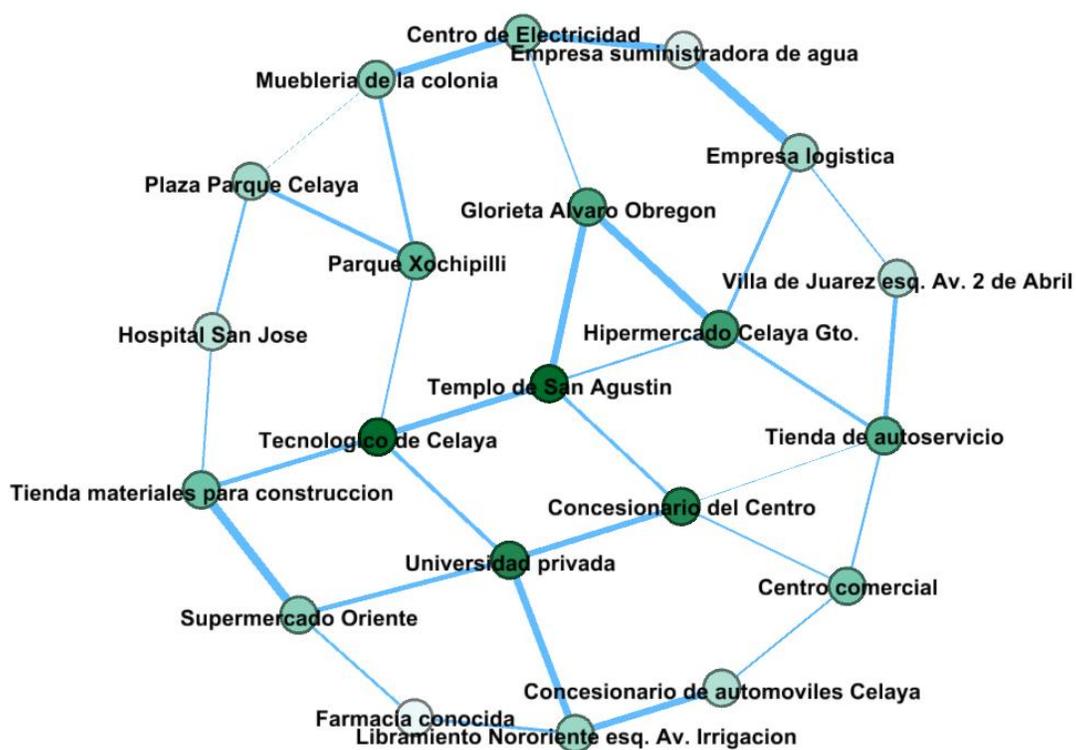


Figura 20 Red de nodos “cercanía” representada con el algoritmo de Fruchterman-Reingold. Fuente: (Elaboración propia)

El gráfico de la Figura 20 distribuye los nodos de acuerdo con sus pesos y sus conexiones, donde los nodos con mayor peso y más vínculos se encuentran al centro de la red, los cuales representan las medidas de centralidad, siendo los establecimientos o nodos con mayor número de conexiones a los que está directamente unido, ya que tienen un acceso más fácil

y rápido o bien, es la ruta más corta a los demás nodos de la red, también muestran una mayor capacidad para ejercer un control de flujo entre ellos.

Diámetro de la red y longitud promedio del viaje

La red de vialidades tiene un diámetro de 7 unidades, es decir, el mayor número de intersecciones que deben recorrerse en la ruta más corta de mayor distancia es 7 nodos, por otra parte, la ruta más corta promedio cruza por $2.96 \approx 3$ nodos o intersecciones.

Grado de un nodo

En la tabla se muestra el número de conexiones de cada avenida, se observa que el Tecnológico de Celaya, la Universidad privada, el Templo de San Agustín, el Concesionario del Centro, la tienda de autoservicio y el Hipermercado Celaya, Gto son las avenidas que cuentan con el mayor número de intersecciones con otras avenidas.

Tabla 4. 2 Grado del nodo (Fuente: Elaboración propia)

Nodo	Grado	Nodo	Grado
Tecnológico de Celaya	4	Libramiento Nororiental esq. Av. Irrigación	3
Universidad Privada	4	Centro de Electricidad	3
Templo de San Agustín	4	Glorieta Álvaro Obregón	3
Concesionario del Centro	4	Centro Comercial	3
Tienda de Autoservicio	4	Empresa Logística	3
Hipermercado Celaya Gto.	4	Hospital San José	2
Tienda de materiales para construcción	3	Farmacia conocida	2
Supermercado Oriente	3	Concesionario de automóviles Celaya	2
Plaza Parque Celaya	3	Villa de Juárez esq. Av. 2 de Abril	2
Mueblería de la colonia	3	Empresa suministradora de agua	2
Parque Xochipilli	3		

En la tabla se presenta la clasificación con base al grado con peso, en este caso la suma más grande corresponde a la Universidad Privada, es decir, la distancia acumulada que cubre este nodo es de 8.4 km; le siguen el templo de San Agustín, el Hipermercado Celaya y el Tecnológico de Celaya.

Tabla 4. 3 Grado con pesos del nodo (Fuente: Elaboración propia)

Nodo	Grado con pesos	Nodo	Grado con pesos
Universidad Privada	8.4	Concesionario del Centro	5.5
Templo de San Agustín	7.6	Tienda de Autoservicio	5.3
Hipermercado Celaya Gto.	7.1	Mueblería de la colonia	4.8
Tecnológico de Celaya	7	Parque Xochipilli	4.5
Libramiento Nororiente esq. Av. Irrigación	6.4	Plaza Parque Celaya	3.7
Glorieta Álvaro Obregón	6.4	Concesionario de automóviles Celaya	3.5
Supermercado Oriente	6.3	Centro comercial	3.4
Centro de Electricidad	6.2	Villa de Juárez esq. Av. 2 de Abril	2.8
Tienda de materiales para construcción	6.1	Farmacia conocida	2.7
Empresa suministradora de agua	6.1	Hospital San José	2.4
Empresa Logística	6		

La siguiente figura muestra la distribución de probabilidad del grado del nodo con pesos:

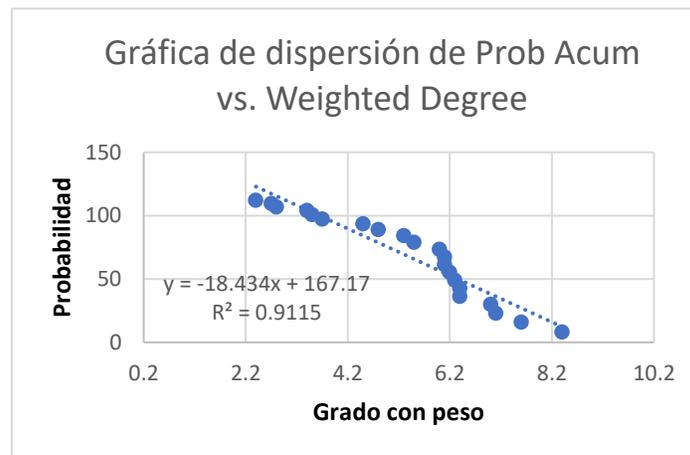


Figura 21 Gráfica de dispersión: Weighted Degree (Fuente: Elaboración propia)

De esta figura se observa que 4 nodos concentran alrededor del 30% de la distancia cubierta por las vialidades de la ciudad.

El modelo de regresión lineal es:

$$y = 167.17 + (-18.434)x \quad \text{Ecuación 16}$$

El cual ayuda para hacer pronósticos a futuro de los datos de grado con pesos y de esta forma validar los datos obtenidos mediante las métricas de la red. Del análisis de regresión de probabilidad acumulada vs. Weighted degree se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.4 Análisis de regresión: Weighted Degree (Fuente: Elaboración propia)

ANÁLISIS DE VARIANZA					
FV	SC	GL	MC	F	P
REGRESIÓN	19963.8460	1	19963.8460	195.5888	0.000
ERROR	1939.3397	19	102.0705		
TOTAL	21903.1857	20			
Coeficiente de Correlación	r=	-0.955			
	R^2=	0.91146			

El análisis de varianza de la Tabla 4.4 muestra los valores de SSE, SSR y SST en la columna que indica la suma de cuadrados, obteniendo el coeficiente de R^2 que muestra un 0.9115, esto indica que la ecuación de regresión explica en un 91.15% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de grado con pesos dentro de la red de avenidas principales de Celaya.

Centralidad de la cercanía

En la Figura 20 se muestra la red resultante con sus pesos y sus conexiones, la intensidad del color de los nodos indica la centralidad de la cercanía; se aprecia que los cinco nodos con índice de cercanía más grande son el Tecnológico de Celaya, el templo de San Agustín, la Universidad Privada, el Concesionario del centro y el Hipermercado Celaya; en términos de distancia, estos puntos son en promedio los más cercanos a cualquier otro nodo dentro de la red.

En el mapa de la ciudad, estos nodos forman un cuadro dentro del cual se ubican una gran cantidad de comercios, la terminal de autobuses y la Central de Abasto de la ciudad, por lo que se presenta un considerable flujo de vehículos. En el caso particular del Hipermercado Celaya, se trata de la conexión con la carretera Celaya – Salvatierra.

Se construyó la gráfica de probabilidad acumulada de la centralidad de la cercanía, el resultado se aprecia en la Figura 22.

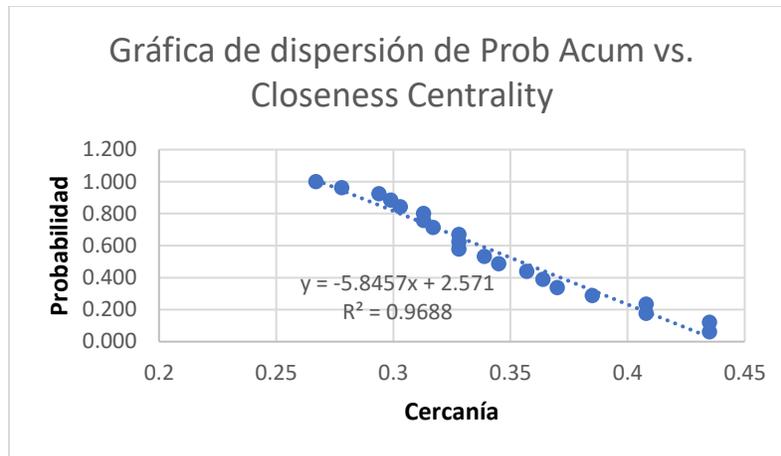


Figura 22 Gráfica de dispersión: Closeness centrality. Fuente: (Elaboración propia)

El modelo de regresión lineal es:

$$y = 2.571 - 5.8457x$$

Ecuación 17

La Figura 22 muestra la probabilidad acumulada de la centralidad de la cercanía. Al realizar el análisis de regresión de la probabilidad acumulada vs. Closeness centrality se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.5 Análisis de regresión: Closeness Centrality (Fuente: Elaboración propia)

ANÁLISIS DE VARIANZA					
FV	SC	GL	MC	F	P
REGRESIÓN	1.6270	1	1.6270	590.8771	0.000
ERROR	0.0523	19	0.0028		
TOTAL	1.6793	20			
Coeficiente de Correlación	r=	-0.984			
	R²=	0.96885			

El análisis de varianza (ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) muestra el valor de SSE, SSR y SST en la columna que indica la suma de cuadrados, de allí se obtiene el coeficiente de R^2 que muestra un 0.9688. Esto revela que la ecuación de regresión explica en un 96.88% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de cercanía.

El resultado de la centralidad de la cercanía indica que aproximadamente el 20% de los nodos (4 nodos) son los que se encuentran más cerca de cualquier otro punto dentro de la red, en otras palabras, el 80% de las intersecciones entre las avenidas se encuentran muy alejadas entre sí; además estos 4 nodos se encuentran al sur de lo que se conoce como Centro de la ciudad.

Un vehículo que circula por una avenida debe recorrer una distancia promedio de 1.75 km ± 0.72 para conectarse con otra avenida; cabe señalar que el coeficiente de variación es 0.414 lo que indica que la distancia promedio presenta una variabilidad baja.

Centralidad de la intermediación

Los nodos con mayor grado de intermediación son el Tecnológico de Celaya, la Universidad Privada, el templo de San Agustín y el Concesionario del centro, estos nodos funcionan como puentes ya que por estos pasan la mayor parte de las rutas más cortas de la red.

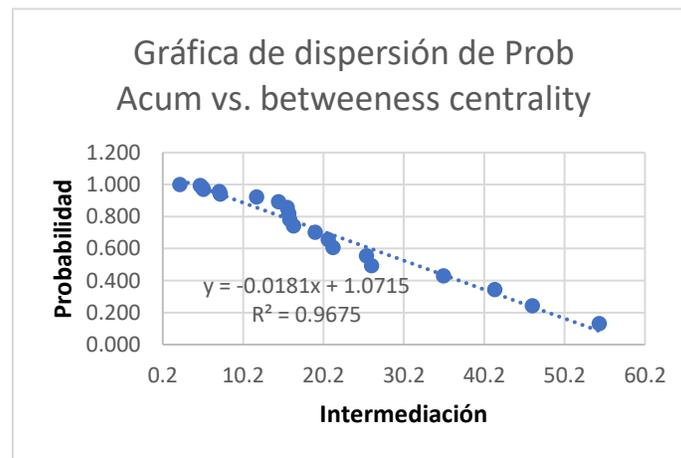


Figura 23 Gráfica de dispersión: betweenness centrality (Fuente: Elaboración propia)

La Figura 23 muestra la probabilidad acumulada de la intermediación; se aprecia que Tecnológico de Celaya, la Universidad Privada, el templo de San Agustín y el Concesionario del centro acumulan el 40% de las rutas más cortas que conforman la red de avenidas seleccionadas, estos nodos forman la cola de la distribución de probabilidad.

El modelo de regresión lineal es:

$$y = 1.0715 - 0.0181x$$

Ecuación 18

Al realizar también el análisis de regresión de probabilidad acumulada vs. betweenness centrality se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.6 Análisis de regresión: Betweenness centrality (Fuente: Elaboración propia)

ANÁLISIS DE VARIANZA					
FV	SC	GL	MC	F	P
REGRESIÓN	1.3431	1	1.3431	564.9655	0.000
ERROR	0.0452	19	0.0024		
TOTAL	1.3883	20			
Coeficiente de Correlación	r=	-0.984			
	R²=	0.96746			

Donde el análisis de varianza (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) muestra los valores de SSE, SSR y SST, y donde se obtiene el coeficiente de R^2 que muestra un 0.9675, lo cual indica que la ecuación de regresión explica en un 96.75% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de intermediación.

Para este caso se realizó un análisis para encontrar la distribución de probabilidad que mejor se adapte a los datos, para ello, se construyó el siguiente histograma:

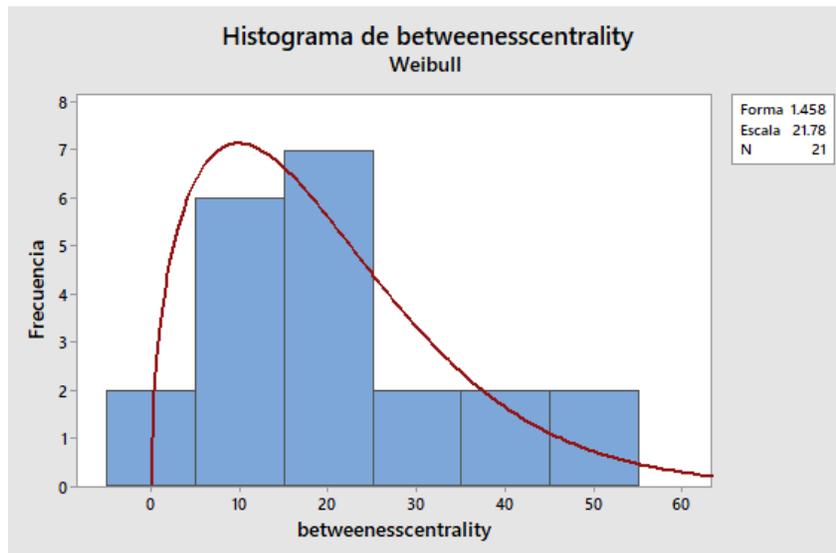


Figura 24 Histograma de Betweenness centrality. Fuente: (Elaboración propia)

De acuerdo con el histograma la mejor distribución que se obtuvo es la distribución de probabilidad Weibull, obteniendo una media de 19.67 y una desviación estándar de 14.32 para los datos de intermediación.

Resiliencia ante ataques dirigidos

Después de que se realizaron operativos contra el robo de combustible, en la ciudad se registraron cortes de circulación mediante la quema de vehículos con el objetivo de bloquear el paso en ambos sentidos de dos de las entradas a Celaya y retrasar así la llegada de los equipos de seguridad.

En el mapa equivalió a la eliminación del nodo 11 que es la entrada y salida de vehículos de la carretera Celaya-Salamanca y del nodo 16, entrada y salida de la carretera Celaya-Querétaro, tal como se muestra en la siguiente figura:

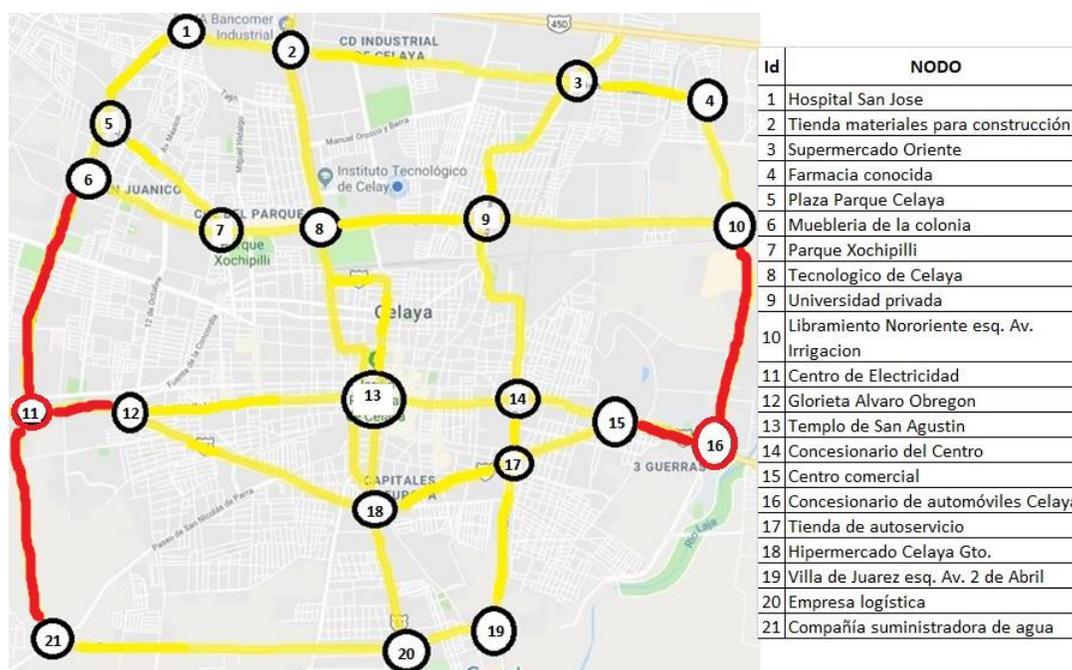


Figura 25 Eliminación de nodos de la red de Celaya. Fuente: (Elaboración propia)

Después de la eliminación de los dos nodos (nodo 11 y 16 marcados en rojo con sus respectivos enlaces) afectados dentro de la red representada en la Figura 25, se volvió a generar dicha red en el paquete Gephi con la misma distribución que da el algoritmo de Fruchterman-Reingold, para tener una mayor perspectiva de la red, quedando de la siguiente manera (Ver Figura 26).

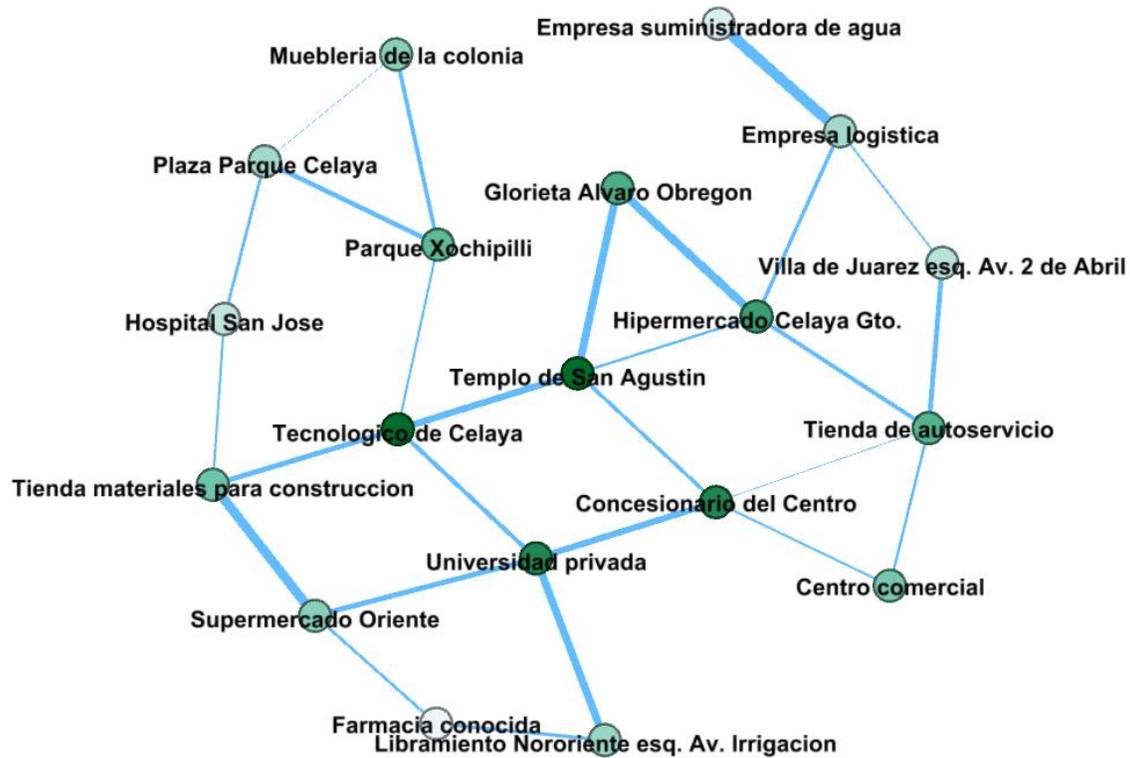


Figura 26 Red de nodos “cercanía” representando el análisis de robustez (Fuente: Elaboración propia)

La figura anterior representa la red de avenidas principales de la ciudad de Celaya con el análisis de robustez, después de la eliminación de dos de sus nodos mediante un ataque dirigido, donde se observa que al eliminar el nodo 11 “Centro de Electricidad”, ya no se cuenta con una conexión directa entre los nodos 12 “glorieta Álvaro Obregón”, nodo 6 “mueblería de la colonia” y nodo 21 “Empresa suministradora de agua”, y al eliminar el nodo 16 “Concesionario de automóviles Celaya” se elimina también la conexión directa entre el nodo 15 “Centro comercial” y el nodo 10 “Libramiento Nororiental esq. Av. Irrigación” afectando directamente la entrada y salida del flujo de vehículos a la ciudad, al igual que la ruta más corta para poder llegar a cada uno de los nodos donde se perdió la conexión, ya que en este caso es necesario buscar rutas alternas para poder llegar a dichos puntos anteriormente mencionados.

De acuerdo con los resultados obtenidos mediante el paquete Gephi después de la eliminación de los nodos, se volvieron a analizar de la misma manera los resultados, obteniendo lo siguiente:

Diámetro de la red y longitud promedio del viaje

La red de vialidades después de la eliminación de los nodos 11 y 16, queda de igual manera con un diámetro de 7 unidades, es decir, el mayor número de intersecciones que deben recorrerse en la ruta más corta de mayor distancia son 7 nodos y la ruta más corta promedio cruza por $3.07 \approx 3$ nodos o intersecciones.

Grado de un nodo

En la tabla se muestra el número de conexiones de cada avenida, quedando de la misma manera que antes de la eliminación del nodo 11 y 16, se observa que el Tecnológico de Celaya, la Universidad privada, el Templo de San Agustín, el Concesionario del Centro, la tienda de autoservicio y el Hipermercado Celaya, Gto son las avenidas que cuentan con el mayor número de intersecciones con otras avenidas.

Tabla 4.7 Grado del nodo, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)

Nodo	Grado	Nodo	Grado
Tecnológico de Celaya	4	Parque Xochipilli	3
Universidad privada	4	Libramiento Nororiental esq. Av. Irrigación	3
Templo de San Agustín	4	Glorieta Álvaro Obregón	3
Concesionario del Centro	4	Centro comercial	3
Tienda de autoservicio	4	Empresa logística	3
Hipermercado Celaya Gto.	4	Hospital San José	2
Tienda de materiales para construcción	3	Farmacia conocida	2
Supermercado Oriente	3	Villa de Juárez esq. Av. 2 de Abril	2
Plaza Parque Celaya	3	Empresa suministradora de agua	2
Mueblería de la colonia	3		

Al igual que en el caso anterior, los grados con pesos no cambiaron de forma significativa, en la tabla se presenta la clasificación con base al grado con peso, que la suma más grande sigue correspondiendo a la Universidad Privada, es decir, la distancia acumulada que cubre este nodo es de 8.4 km; le siguen el templo de San Agustín, el Hipermercado Celaya y el Tecnológico de Celaya.

Tabla 4.8 Grado con pesos del nodo, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)

Nodo	Grado con pesos	Nodo	Grado con pesos
Universidad privada	8.4	Concesionario del Centro	5.5
Templo de San Agustín	7.6	Tienda de autoservicio	5.3
Hipermercado Celaya Gto.	7.1	Mueblería de la colonia	4.8
Tecnológico de Celaya	7	Parque Xochipilli	4.5
Libramiento Nororiental esq. Av. Irrigación	6.4	Plaza Parque Celaya	3.7
Glorieta Álvaro Obregón	6.4	Centro comercial	3.4
Supermercado Oriente	6.3	Villa de Juárez esq. Av. 2 de Abril	2.8
Tienda de materiales para construcción	6.1	Farmacia conocida	2.7
Empresa suministradora de agua	6.1	Hospital San José	2.4
Empresa logística	6		

Se realizó el análisis de los datos del grado con pesos después de la eliminación de los dos nodos, donde dicha eliminación no afectó el grado de los demás nodos, quedando de la misma manera, pero modificando los datos en la gráfica de dispersión, tal como se muestra en la siguiente figura:

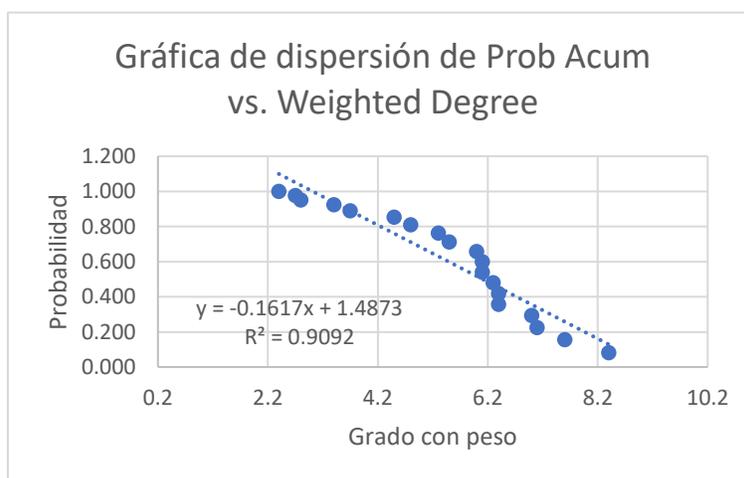


Figura 27 Gráfica de dispersión: Weighted Degree, Robustez (Fuente: Elaboración propia)

La grafica de dispersión de la Figura 27 muestra la relación entre las variables obtenidas después de la eliminación de dos nodos y está representada por la línea de regresión ajustada, mostrando una regresión lineal negativa.

El nuevo modelo de regresión lineal obtenido es:

$$y = 1.4873 - 0.1617x \quad \text{Ecuación 19}$$

Donde al realizar el análisis de regresión de probabilidad acumulada vs. Weighted degree después de la eliminación de los nodos se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.9 Análisis de regresión: Weighted Degree, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)

Análisis de Varianza					
FV	SC	GL	MC	F	P
REGRESIÓN	1.4266	1	1.4266	170.2006	0
ERROR	0.1425	17	0.0084		
TOTAL	1.5691	18			
Coeficiente de Correlación	r=	-0.954			
	R^2=	90.92			

Con el análisis de varianza (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se obtuvo el coeficiente de R^2 que indica que la ecuación de regresión explica en un 90.92% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de grado con pesos después de la eliminación de dos nodos de la red, disminuyendo dicho valor en un 0.23% según el dato obtenido en el primer análisis que fue de 91.15%.

Centralidad de la cercanía

Al realizar el análisis de los datos de cercanía con el diagrama de dispersión se obtuvo el siguiente resultado:

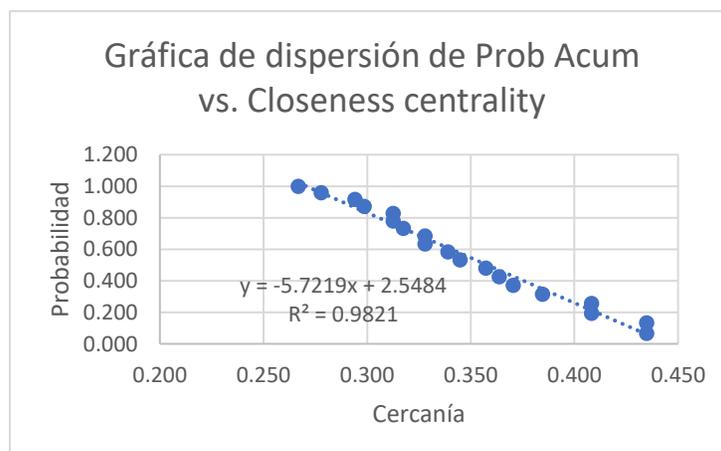


Figura 28 Gráfica de dispersión Closeness centrality, Robustez (Fuente: Elaboración propia)

La gráfica de la Figura 28 muestra la relación entre las variables obtenidas después de la eliminación de dos nodos y está representada por la línea de regresión ajustada, mostrando una regresión lineal negativa.

El nuevo modelo de regresión lineal obtenido es:

$$y = 2.5484 - 5.7219x \quad \text{Ecuación 20}$$

Al realizar el análisis de regresión de la probabilidad acumulada vs. Closeness centrality después de la eliminación de nodos se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.10 Análisis de regresión: Closeness Centrality, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)

Análisis de Varianza					
FV	SC	GL	MC	F	P
REGRESIÓN	1.4954	1	1.4954	932.7957	0
ERROR	0.0273	17	0.0016		
TOTAL	1.5226	18			
Coeficiente de Correlación	r=	-0.991			
	R^2=	98.210			

Con el análisis de varianza (Tabla 4.10) se obtuvo el coeficiente de R^2 que indica que la ecuación de regresión explica en un 98.21% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de cercanía después de la eliminación de dos nodos de la red, aumentando dicho valor en un 1.33% según con el primer análisis.

Centralidad de la intermediación

Los nodos con mayor grado de intermediación son el Tecnológico de Celaya, el templo de San Agustín, la Universidad Privada, y el Concesionario del centro, estos nodos funcionan como puentes ya que por estos pasan la mayor parte de las rutas más cortas de la red. Al realizar la gráfica de dispersión de los datos, quedó de la siguiente manera:

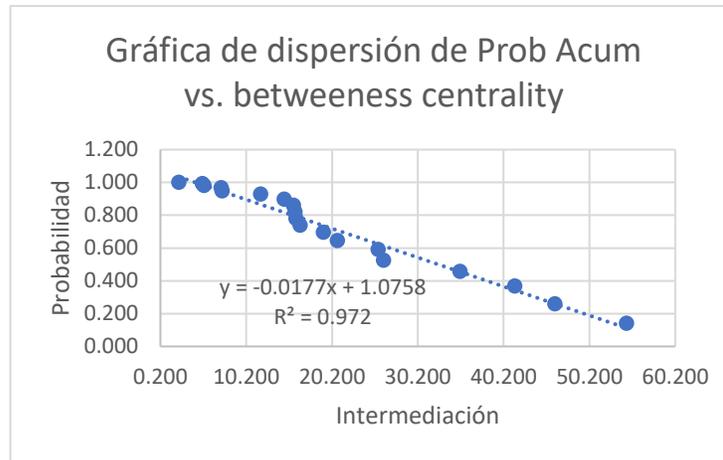


Figura 29 Gráfica de dispersión: betweenness centrality, Robustez (Fuente: Elaboración propia)

La gráfica de la Figura 29 muestra la relación entre las variables obtenidas de la probabilidad acumulada de la intermediación después de la eliminación de dos nodos y está representada por la línea de regresión ajustada, mostrando una regresión lineal negativa. Se aprecia que Tecnológico de Celaya, la Universidad Privada, el templo de San Agustín y el Concesionario del centro acumulan el 40% de las rutas más cortas que conforman la red de avenidas seleccionadas, estos nodos forman la cola de la distribución de probabilidad.

El nuevo modelo de regresión lineal obtenido es:

$$y = 1.0758 - 0.0177x \quad \text{Ecuación 21}$$

Al realizar también el análisis de regresión de probabilidad acumulada vs. betweenness centrality después de la eliminación de nodos, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4.11 Análisis de regresión: Betweenness centrality, Resiliencia (Fuente: Elaboración propia)

Análisis de Varianza					
FV	SC	GL	MC	F	P
REGRESIÓN	1.2085	1	1.2085	590.5648	0
ERROR	0.0348	17	0.0020		
TOTAL	1.2433	18			
Coeficiente de Correlación	r=	-0.986			
	R ² =	97.202			

Con el análisis de varianza (Tabla 4.11) se obtuvo el coeficiente de R^2 , lo cual indica que la ecuación de regresión explica en un 97.20% los valores observados de la probabilidad

acumulada según las medidas de intermediación después de la eliminación de dos nodos de la red, aumentando dicho valor en un 0.45% según el dato obtenido en el primer análisis.

Al igual que en el primer caso, se realizó un análisis para encontrar la distribución de probabilidad que mejor se adapte a los datos de intermediación después de la eliminación de los dos nodos de la red mediante un histograma, el cual se representa en la siguiente figura:

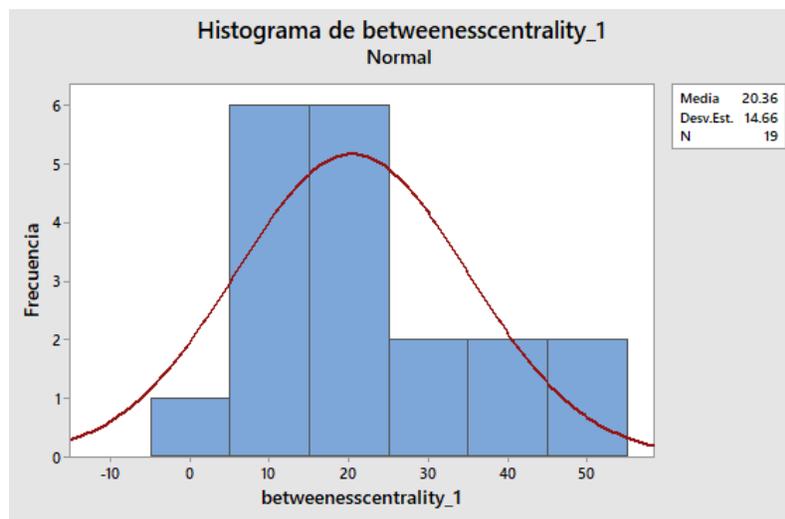


Figura 30 Histograma de Betweenness centrality, Robustez (Fuente: Elaboración propia)

De acuerdo con el histograma anterior, la distribución que mejor se ajustó a los datos es la distribución de probabilidad normal con una media de 20.36 y una desviación estándar de 14.66 para los datos de intermediación.

Análisis para la toma de decisiones

De acuerdo con los análisis realizados y ante el análisis de resiliencia, después de la eliminación de dos de sus nodos mediante un ataque dirigido, donde se observa que al eliminar el nodo 11 “Centro de Electricidad”, ya no se cuenta con una conexión directa entre los nodos 12 “glorieta Álvaro Obregón”, nodo 6 “mueblería de la colonia” y nodo 21 “Empresa suministradora de agua”, y al eliminar el nodo 16 “Concesionario de automóviles Celaya” se elimina también la conexión directa entre el nodo 15 “Centro comercial” y el nodo 10 “Libramiento Nororiente esq. Av. Irrigación” afectando directamente la entrada y salida del flujo de vehículos a la ciudad, al igual que la ruta más corta para poder llegar a

cada uno de los nodos donde se perdió la conexión, ya que en este caso es necesario buscar rutas alternas para poder llegar a dichos puntos anteriormente mencionados. Para esto es necesario mantener libres estas entradas a la ciudad y evitar que pasen este tipo de situaciones.

Por otra parte, los cinco nodos con índice de cercanía más grande son el Tecnológico de Celaya, el templo de San Agustín, la Universidad Privada, el Concesionario del centro y el Hipermercado Celaya; en términos de distancia, estos puntos son en promedio los más cercanos o bien, la ruta más corta a cualquier otro nodo dentro de la red.

En el mapa de la ciudad, estos nodos forman un cuadro dentro del cual se ubican una gran cantidad de comercios, la terminal de autobuses y la Central de Abasto de la ciudad, por lo que se presenta un considerable flujo de vehículos. En el caso particular del Hipermercado Celaya, se trata de la conexión con la carretera Celaya – Salvatierra.

De acuerdo con lo anterior, se puede afirmar que estos cinco nodos son las intersecciones que tienen un papel fundamental en la comunicación de la ciudad, por lo que estas deberían tener prioridad para el desarrollo de planes logísticos de transporte. Cabe señalar que estas se encuentran dentro de la zona comercial de la ciudad. También se recomienda mantener en buenas condiciones estas vialidades, al igual que evitar cualquier tipo de congestiónamiento que pudiera surgir dentro de ellas y si es el caso, buscar algunas rutas alternas que no afecten en tiempo y distancia a los transportistas que circulan por estas avenidas.

4.2. Análisis de la red de relación de ventas de una tienda departamental

Para desarrollar la siguiente red, se contó con el apoyo del gerente de muebles, el Ing. Bogar González de la tienda departamental “Coppel Quintana” ubicada en Prolongación Ezequiel Montes No. 8, Colonia San Pablo Tecnológico de la ciudad de Querétaro, donde se tomaron como datos los tickets de una semana de ventas de dicho departamento, en el cual una parte de la relación de las ventas se encuentra en la siguiente tabla:

Tabla 4.12 Relación de ventas (Fuente: Elaboración propia)

TICKET	SKU	ART	\$
1	545546	RIN 26 MERCURIO	3099
	530409	CASCO CALVERT	249
2	549061	APARATO D INOVA AB TOMIC	2399
3	341355	JUEGO BOX SPRING AIR	7799
4	200872	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	6499
	236824	CHIP TELCEL	1
5	136671	JUEGOS DE CONAIR	399
6	296885	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4	4289
	236824	CHIP TELCEL	1
7	705756	RELOJ Q&Q	739
	532401	DESBROZADO ADIR	699
8	289685	MOVISTAR MOTO G6 PLUS	7299
	295258	CHIP MOVISTAR	1
9	119521	PORTAFOLIO NOVOTEK	299
10	298356	TV LED SAMSUNG	13999

La relación completa de los datos se muestra en el anexo, donde se muestra el total de tickets analizados durante el periodo del 11 al 17 de febrero del 2019, dicha relación muestra el número de nota o ticket, el sku o código del artículo, la descripción del artículo y el precio de cada uno.

Dentro del área de muebles de la tienda, se cuenta con 9 diferentes departamentos, a los cuales se les asignó un color para poder diferenciarlos al realizar la red, la siguiente tabla muestra cada uno de los departamentos con su color asignado:

Tabla 4.13 Relación de departamentos de la tienda Coppel (Fuente: Elaboración propia)

No. De Dep.	Nombre del Departamento
1	ELECTRODOMESTICOS
2	ELECTRONICA
3	MUEBLES SUELTOS
4	MUEBLES EN CONJUNTO
5	LLANTAS Y BICICLETAS
6	LINEA BLANCA
7	RELOJERIA
8	JOYERIA
9	OPTICA

Los nodos surgieron tomando en cuenta los 9 departamentos y cada uno de los artículos vendidos que aparecen en los tickets del periodo analizado, la siguiente tabla muestra una pequeña parte de los primeros nodos y la tabla completa se muestra en el anexo.

Tabla 4.14 Relación de nodos (Fuente: Elaboración propia)

Id	Nodo
1	1 ELECTRODOMESTICOS
2	2 ELECTRONICA
3	3 MUEBLES SUELTOS
4	4 MUEBLES EN CONJUNTO
5	5 LLANTAS Y BICICLETAS
6	6 LINEA BLANCA
7	7 RELOJERIA
8	8 JOYERIA
9	9 OPTICA
10	CUBIERTOS GIBSON H MONTIERO
11	MESSENGER NOVOTEK MB-8000 14"
12	LICUADORA OSTER 16 VEL

Para formar las aristas se enlazó cada uno de los artículos con su departamento y posteriormente se enlazaron cada uno de los artículos que se vendieron juntos en una misma nota o ticket, el peso que se le dio a cada uno está en función de su precio de venta y la frecuencia con la que se vendió, los enlaces se marcaron como una conexión de tipo no dirigida. Una parte de la relación se muestra en la siguiente tabla, (la tabla completa se encuentra en el anexo).

Tabla 4.15 Relación entre nodos (Fuente: Elaboración propia)

Source	Target	Weight	Type
1	10	378	Undirected
1	11	549	Undirected
1	12	849	Undirected
1	13	399	Undirected
1	14	289	Undirected
1	15	429	Undirected
1	16	899	Undirected
1	17	299	Undirected
1	18	449	Undirected
1	19	299	Undirected

Una vez identificados y obtenidos los datos anteriores, se metieron al paquete Gephi para generar la red, la cual se muestra en la siguiente figura:

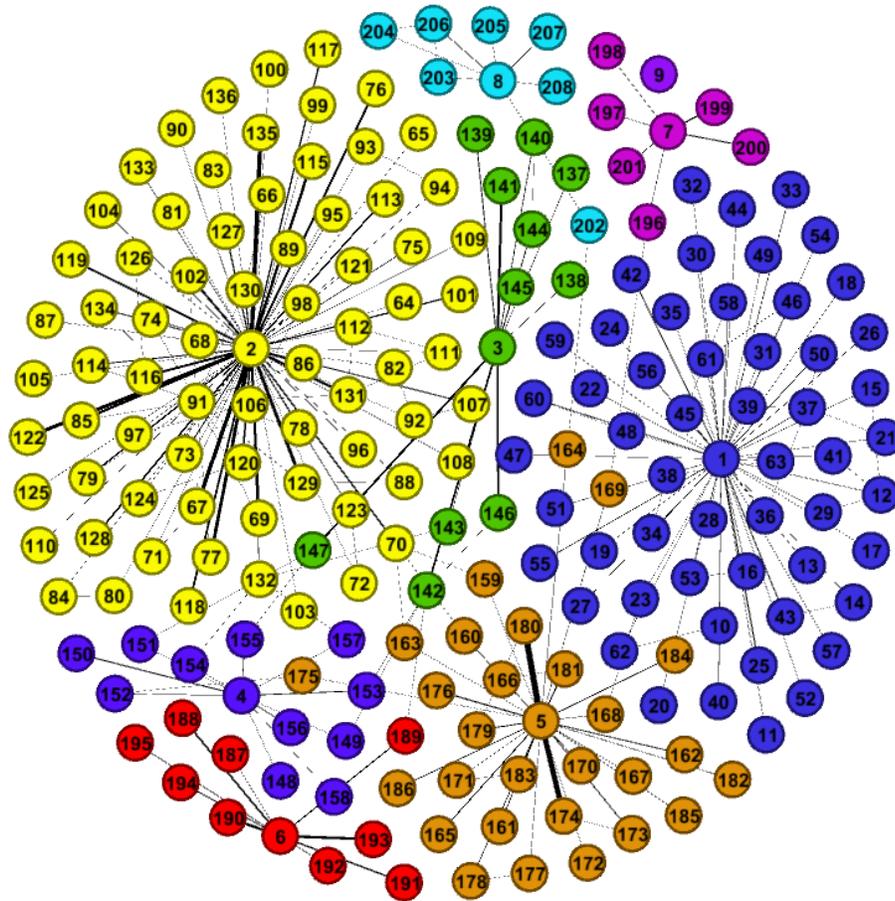


Figura 31 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel (Fuente: Elaboración propia)

La red anterior está representada con el algoritmo de Fruchterman-Reingold, el cual distribuye los nodos de acuerdo con sus pesos y sus conexiones para una mejor visibilidad de la red. En esta red se aprecia la relación que hay entre cada uno de los departamentos con los artículos vendidos de su área, al igual que la relación existente entre los artículos de otras áreas y donde en la mayor parte de los casos no influye que los clientes adquieran un tipo de producto en particular y, por consiguiente, lleven alguno otro en específico del mismo departamento o de otro. Los pesos que se le asignó a los nodos están en función del precio de cada artículo, por lo tanto, los enlaces con la línea mayormente remarcada en color negro indican que son los artículos vendidos que están generando mayores ingresos al

departamento. La tabla de resultados obtenidos mediante el paquete Gephi se muestra en el anexo.

Grado

Para el grado se puede observar que los departamentos que tienen un mayor grado son el nodo 2-Electrónica, 1-Electrodomésticos, 5-Llantas y bicicletas, 3-Muebles sueltos y el 4-Muebles en conjunto, tal como lo muestra la siguiente red, donde los colores de los nodos indican los grados existentes entre sí, entre más fuerte es la tonalidad del color verde, indica que existe un mayor grado de conexión en el nodo, también se observa que el grado promedio del nodo es de 2.606.

Results:

Average Degree: 2.606

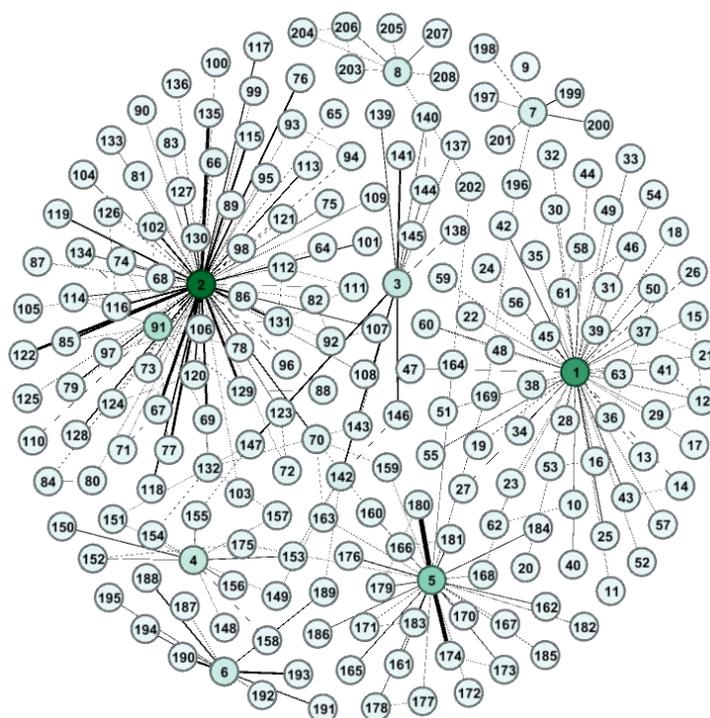
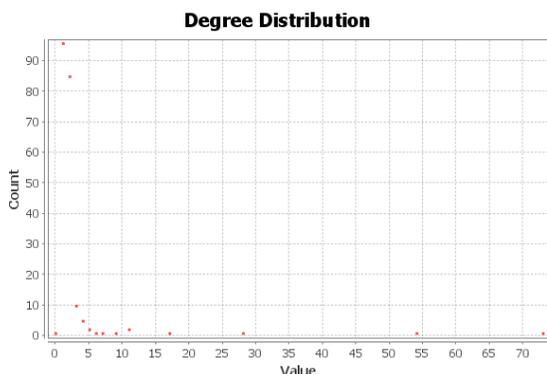


Figura 32 Distribución de grado (izquierda), Red de la relación de ventas de la tienda Coppel “Grado del nodo” (derecha) (Fuente: Elaboración propia)

La siguiente tabla muestra el grado de los 9 departamentos de mayor a menor grado o bien que tuvieron la mayor interacción en la red.

Tabla 4.16 Grado del nodo (Fuente: Elaboración propia)

id	Nodo	degree
2	2 ELECTRONICA	73
1	1 ELECTRODOMESTICOS	54

5	5 LLANTAS Y BICICLETAS	28
3	3 MUEBLES SUELTOS	11
4	4 MUEBLES EN CONJUNTO	11
6	6 LINEA BLANCA	9
8	8 JOYERIA	7
7	7 RELOJERIA	6
9	9 OPTICA	0

La siguiente figura muestra la distribución de probabilidad del grado del nodo:

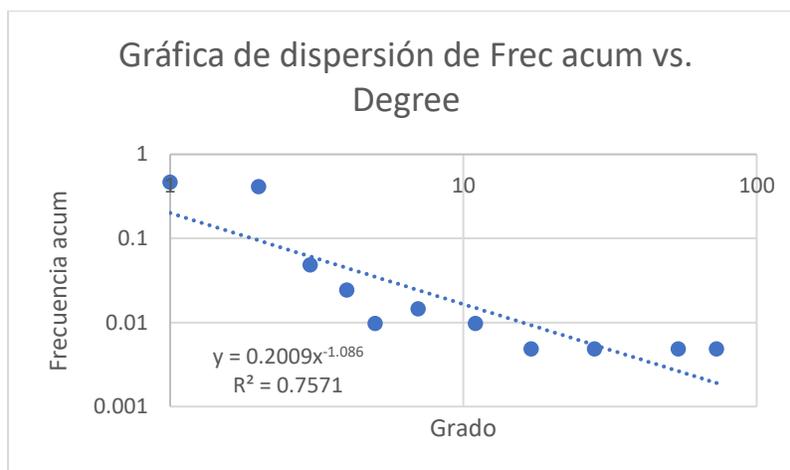


Figura 33 Gráfica de dispersión "Grado del nodo" (Fuente: Elaboración propia)

La grafica es una forma de validar los datos obtenidos, la cual representa la frecuencia acumulada del grado, donde la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos es la potencial, obteniendo el coeficiente de R^2 que muestra un 0.7571, lo cual indica que la ecuación de regresión explica en un 75.71% los valores observados de la frecuencia acumulada según las medidas de grado dentro de la red de ventas.

Grado con pesos

Los departamentos que tienen mayor grado con peso, es decir los departamentos que tuvieron mayores ingresos en las ventas durante los días analizados son el departamento 2-electrónica, el 5-llantas y bicicletas, 1-electrodomésticos, 3-muebles sueltos y el 6-línea blanca, tal como lo muestra la siguiente tabla:

Tabla 4.17 Grado con pesos del nodo (Fuente: Elaboración propia)

id	Nodo	weighted degree
----	------	-----------------

2	2 ELECTRONICA	212767
5	5 LLANTAS Y BICICLETAS	75247
1	1 ELECTRODOMESTICOS	41612
3	3 MUEBLES SUELTOS	37306
6	6 LINEA BLANCA	36230
4	4 MUEBLES EN CONJUNTO	11248
7	7 RELOJERIA	9993
8	8 JOYERIA	2845
9	9 OPTICA	0

Los datos obtenidos se representan en la siguiente red, los colores de los nodos indican los grados existentes entre sí, entre más fuerte es la tonalidad del color verde, indica que existe un mayor grado de conexión en el nodo, o en este caso, es el que mayor ingreso está generando al departamento.

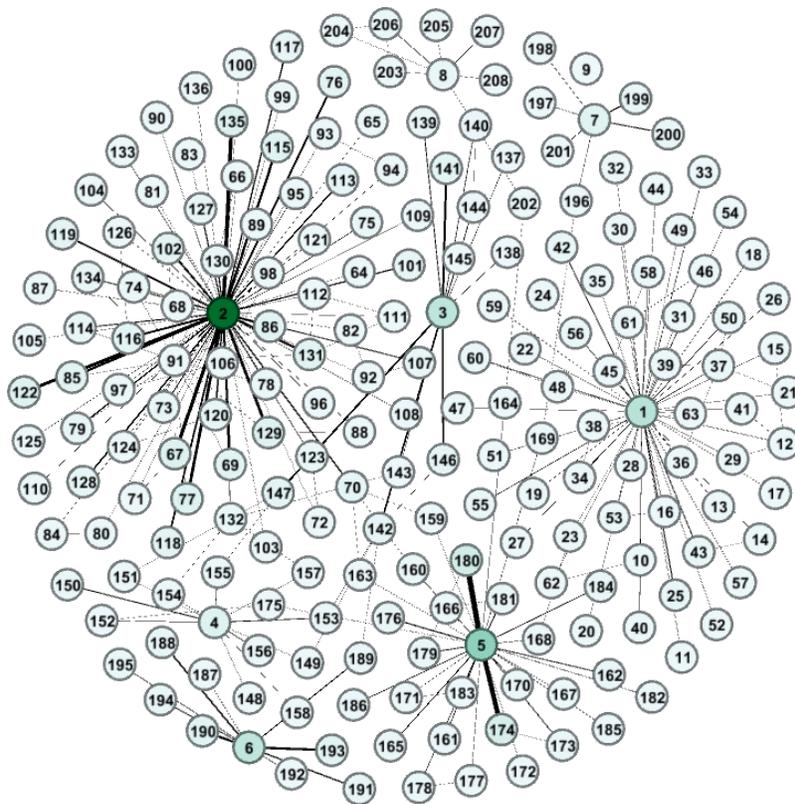


Figura 34 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel "Grado con pesos del nodo" (Fuente: Elaboración propia)

La siguiente figura muestra la distribución de probabilidad del grado con pesos del nodo:

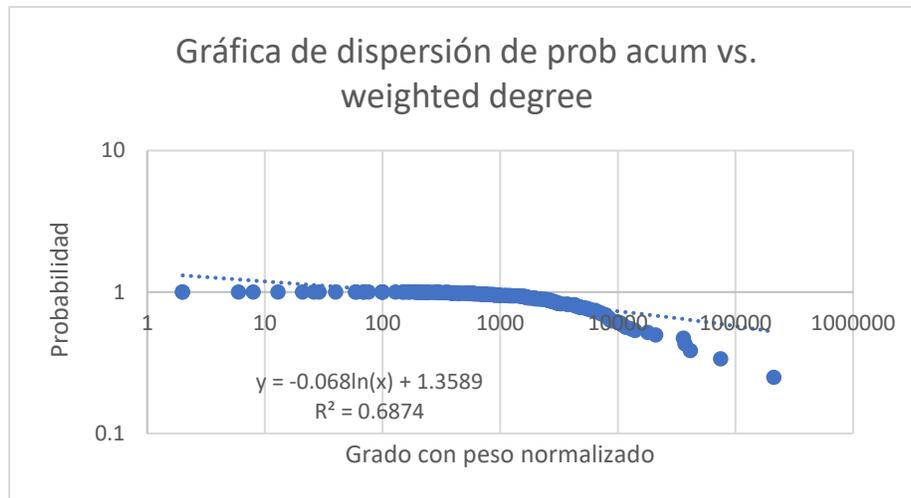


Figura 35 Gráfica de dispersión “Grado con pesos del nodo” (Fuente: Elaboración propia)

La grafica representa la probabilidad acumulada del grado con pesos, donde en este caso, la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos es la logarítmica, obteniendo el coeficiente de R^2 que muestra un 0.6874, lo que indica que la ecuación de regresión si explica en un 68.74% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de grado con pesos dentro de la red de ventas.

Centralidad de intermediación

Los nodos con mayor grado de centralidad de intermediación, es decir que cuantifica el número de veces o la frecuencia con la que un nodo actúa como puente a lo largo del camino más corto entre otros dos nodos se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 4.18 Centralidad de intermediación del nodo (Fuente: Elaboración propia)

Id	Nodo	betweenness centrality
5	5 LLANTAS Y BICICLETAS	13422.5
2	2 ELECTRONICA	12572.71429
1	1 ELECTRODOMESTICOS	9467
168	ANDADERA PRINSEL FLASH ROJO 7110	8305
23	CUCHARA ALPRO 8001 LISA	8208
70	AUTOESTEREO PIONER	7696.214286
4	4 MUEBLES EN CONJUNTO	3570.119048
132	XBOX ONE EA X1-FIFA 19	2975.880952
175	FOCO LED PHILIPS 335877 40W CAL	2864.285714
152	LAMPARAS T STARHAUS CRISTAL	2799.285714

La tabla anterior se grafica en la siguiente red, donde los nodos con tonalidad más fuerte son los que tienen mayor grado de centralidad de intermediación, siendo el departamento 5-llantas y bicicletas, 2-electrónica y 1-electrodomésticos los que cuenta con un mayor grado de intermediación, en este caso son los nodos que funcionan como puente para llegar a los demás nodos, por lo que tienen mayores conexiones siendo la ruta más corta con el resto de los nodos.

Results:

Diameter: 12
 Radius: 0
 Average Path length: 5.702171567937714

Betweenness Centrality Distribution

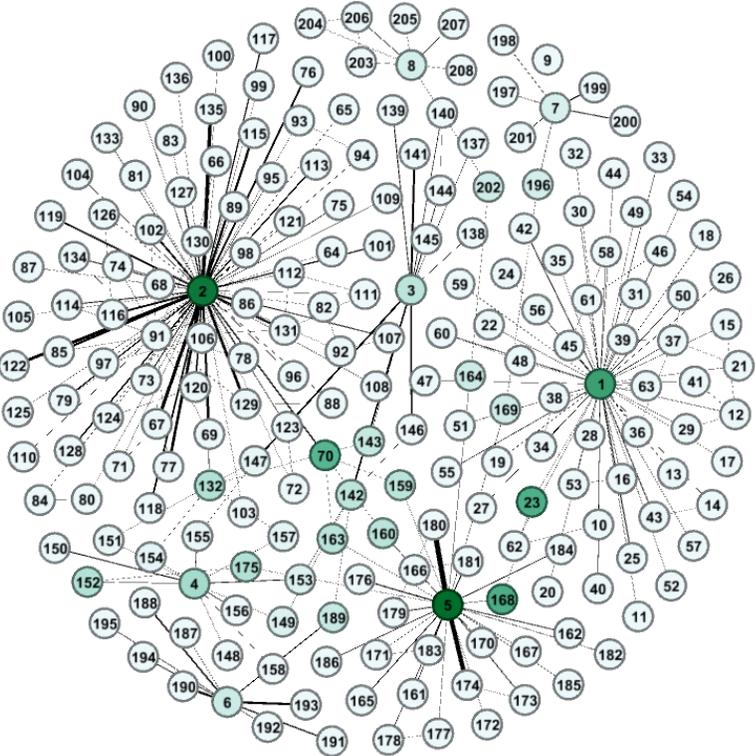
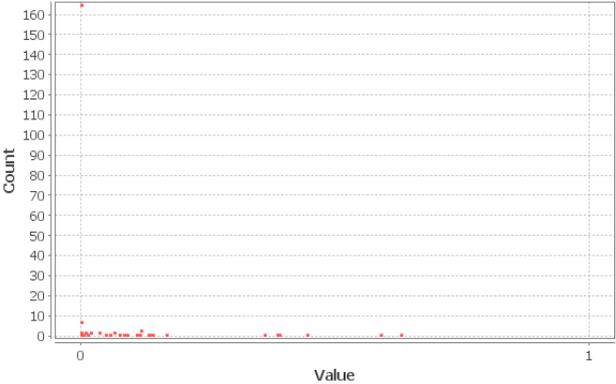


Figura 36 Distribución de intermediación (izquierda), Red de la relación de ventas de la tienda Coppel "Centralidad de intermediación" (derecha) (Fuente: Elaboración propia)

Otro dato interesante de la red es el diámetro, que en este caso es de 12, que indica la distancia más larga desde los nodos más alejados del modelo, siendo relevante la interconexión de los nodos en el centro e interpretándose como la cantidad más grande de productos que lleva el cliente.

También en la Figura 36 en la parte de distribución de intermediación se puede observar que el largo promedio de un trayecto es de $5.70 = 6$, lo cual se puede interpretar como que un cliente puede llevarse en promedio dicha cantidad de productos sin importar que sea de un departamento o de otro.

La siguiente figura muestra la distribución de probabilidad de la centralidad de intermediación del nodo:

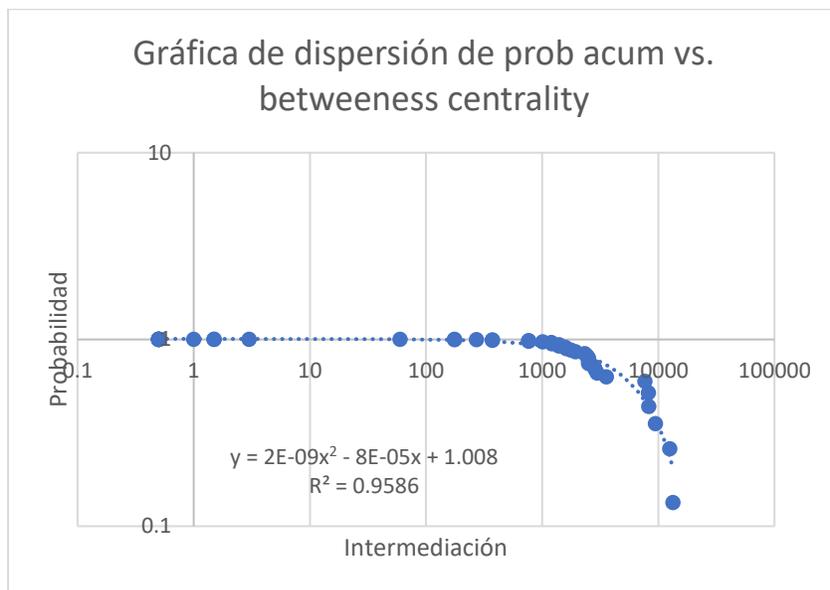


Figura 37 Gráfica de dispersión "Centralidad de intermediación" (Fuente: Elaboración propia)

La gráfica representa la probabilidad acumulada de la centralidad de intermediación, donde la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos es la polinómica, obteniendo un coeficiente de R^2 que muestra un 0.9586, lo que indica que la ecuación de regresión explica en un 95.86% los valores observados de la frecuencia acumulada según las medidas de centralidad de intermediación dentro de la red de ventas. En la gráfica se aprecia que el departamento 5-llantas y bicicletas, 2-electrónica, 1-electrodomésticos, el nodo 168-andadera prinsel, nodo 23-cuchara alpro y nodo 70-autoestereo pioneer controlan el 59% de las rutas más cortas que conforman la red de ventas analizada, estos nodos forman la cola de la distribución de probabilidad.

Coefficiente de Agrupación

Los nodos con mayor coeficiente de agrupación o bien los artículos que tienden a agruparse de acuerdo con las tendencias de compras de los clientes se representan en la siguiente red, donde los nodos de color verde más oscuro son los nodos o artículos que están ligados con otros, es decir, son los conjuntos de artículos que van juntos en los tickets.

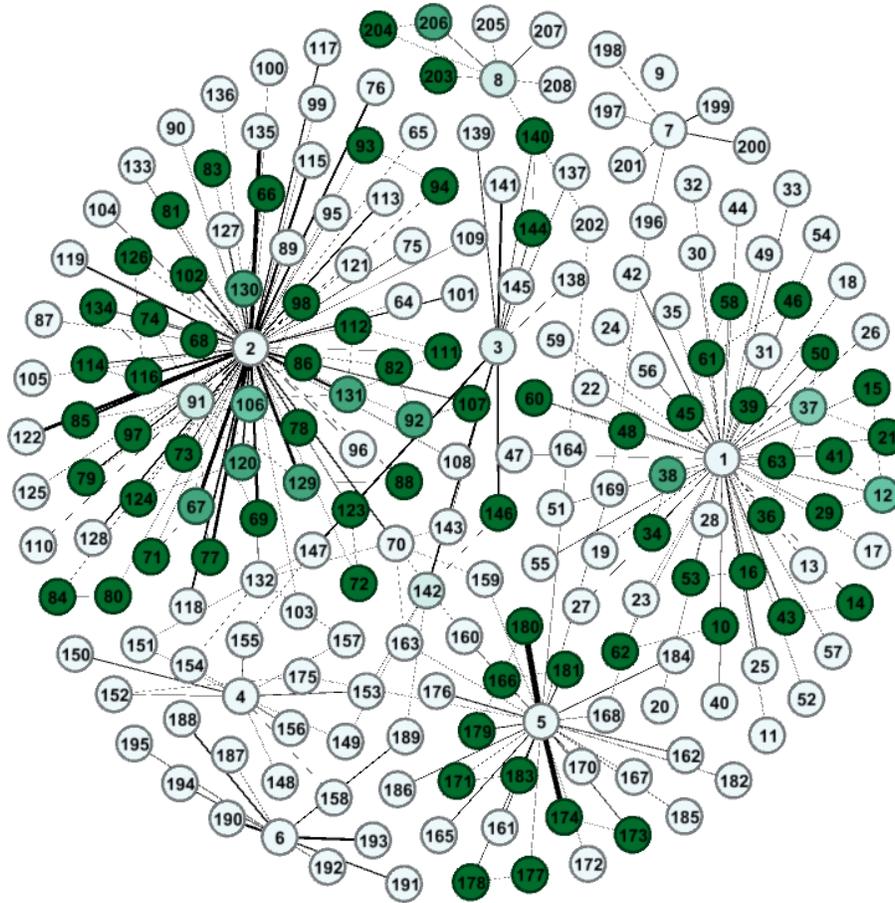


Figura 38 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel "Coeficiente de agrupación" (Fuente: Elaboración propia)

De acuerdo con los resultados obtenidos en el paquete Gephi, el coeficiente medio de agrupación es de 0.677, es decir, es el grado promedio con el que los artículos tienden a agruparse dentro de la red y formando un total de 58 triángulos dentro de ella, que son los conjuntos de nodos que al conectarse lo hacen de forma triangular, uniendo así tres tipos de artículos diferentes, los cuales pueden servir como referencia para poder crear promociones donde se vendan juntos estos tipos de artículos en forma de paquete y de esta manera se le haga más atractivo al cliente poder adquirir estos artículos.

La siguiente figura muestra la distribución de probabilidad del coeficiente de agrupación del nodo:

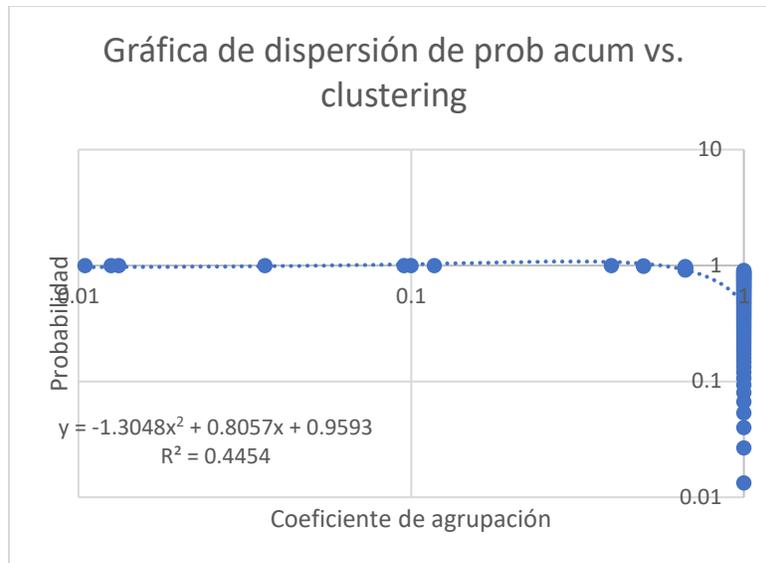


Figura 39 Gráfica de dispersión “Coeficiente de agrupación” (Fuente: Elaboración propia)

La grafica representa la probabilidad acumulada del coeficiente de agrupamiento de los nodos, donde en este caso, la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos es la polinómica, obteniendo el coeficiente de R^2 que muestra un 0.4454, lo que indica que la ecuación de regresión con un 44.54%, no explica los valores observados de la probabilidad acumulada según el coeficiente de agrupamiento de los nodos dentro de la red de ventas, o bien no hay correlación, observando que en su mayoría, los artículos tienen un coeficiente de 1.

Centralidad de cercanía

La centralidad de cercanía indica que tan cercano esta un nodo de otro y dentro del software se normalizó el valor entre 0 y 1, donde el valor de 0 lo asigna al nodo que no cuenta con conexiones dentro de la red y 1 al nodo que se encuentra directamente conectado con otro. Siendo que todos los nodos de los artículos se encuentran directamente conectados con el nodo de su departamento, quedando la red de centralidad de cercanía tal como se muestra en la siguiente figura, donde se muestra que el nodo del departamento 5-llantas y bicicletas y el 2-electrónica son los nodos que se encuentra mayormente conectados, representándolo con el color verde más oscuro y bajando la tonalidad de color en los nodos menos conectados, dejando fuera el nodo del departamento 9-óptica, ya que es el departamento que no registró ningún ingreso o venta durante el periodo analizado.

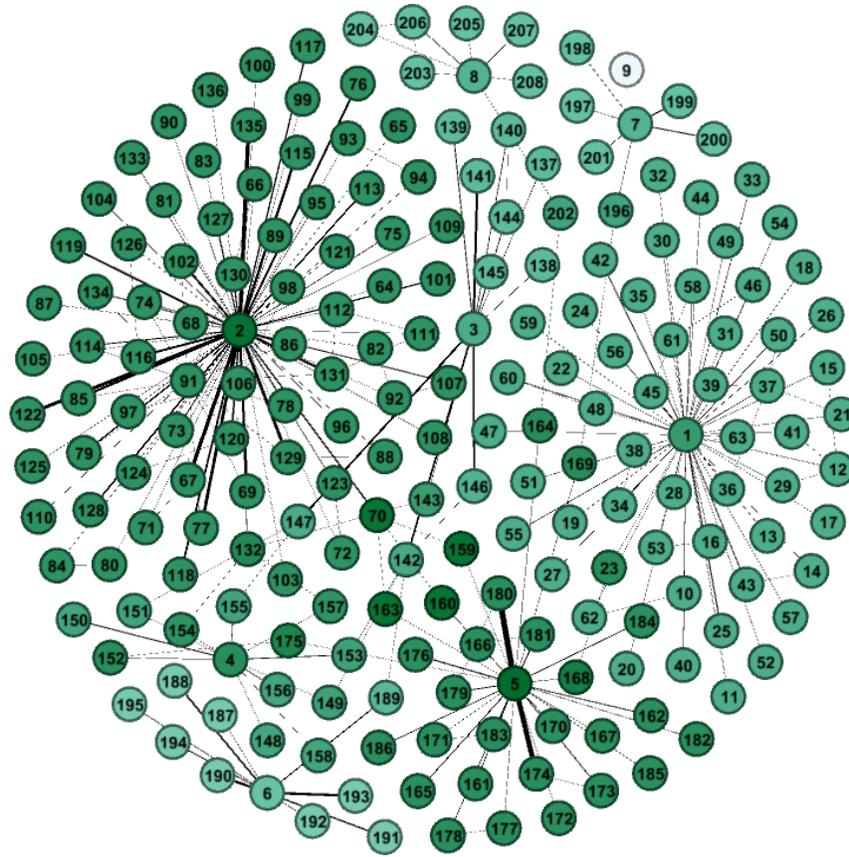


Figura 40 Red de la relación de ventas de la tienda Coppel "Centralidad de cercanía" (Fuente: Elaboración propia)

La siguiente figura muestra la distribución de probabilidad de la centralidad de cercanía del nodo:

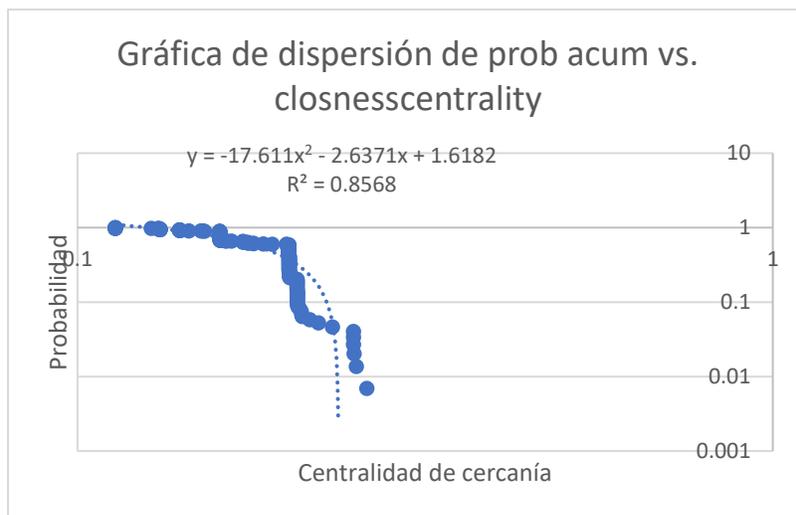


Figura 41 Gráfica de dispersión "Centralidad de cercanía" (Fuente: Elaboración propia)

La grafica representa la probabilidad acumulada de la centralidad de cercanía, donde para este caso, la línea de tendencia que mejor se ajusta a los datos es la polinómica, obteniendo el coeficiente de R^2 que muestra un 0.8568, lo que indica que la ecuación de regresión explica en un 85.68% los valores observados de la probabilidad acumulada según las medidas de centralidad de cercanía de los nodos dentro de la red de ventas.

Análisis de la cesta de mercado para la toma de decisiones

El análisis de la cesta de mercado ayuda para identificar que artículos se compran al mismo tiempo, o bien cuál es la tendencia de compra de los clientes identificando que si un cliente se lleva un tipo de articulo y compra alguno otro de forma simultánea, siendo este un artículo complementario o bien un artículo completamente diferente pero que se encuentra con alta frecuencia en las tendencias de consumo de los clientes, de tal manera que después de analizar la red de ventas de la tienda Coppel y de acuerdo con los resultados obtenidos de los coeficientes de agrupación de la red, donde en esta se muestran las relaciones que tienen algunos o varios de los productos entre ellos de acuerdo con el comportamiento de consumo de los clientes que se pudo observar durante el periodo analizado, de esta manera mediante la investigación se propone que a través de los resultados de la red se pueden generar propuestas de promociones que pueden llegar a ser muy atractivas a los clientes de acuerdo con las tendencias de compra que se observaron en base a los artículos que se vendieron en conjunto en los diferentes tickets, tal como lo muestra la siguiente red:

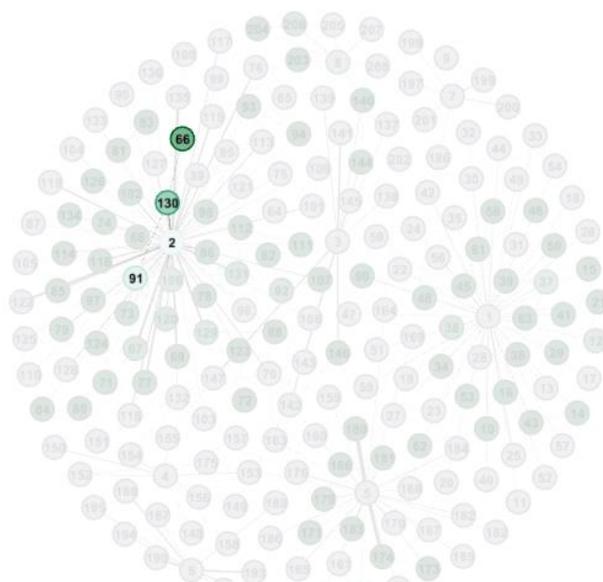


Figura 42 Red "representación de la relación de artículos" (Fuente: Elaboración propia)

La figura anterior muestra un ejemplo de la agrupación de tres artículos en el departamento 2-electrónica, donde muestra un comportamiento de consumo de los clientes en el periodo analizado y se observa que en conjunto se vendió un celular Telcel de la marca Samsung Galaxy J4 (nodo 130), un chip multi Telcel 4G (nodo 91) y una mica Blob Sam J4 (nodo 66), estos productos se vendieron dos veces en el mismo conjunto y una vez omitiendo la mica, por lo que se sugiere que se puede aprovechar este comportamiento de venta para poder armar un paquete que incluya estos tres artículos, manejando algún tipo de descuento y al cliente le parezca más atractiva la oferta generando a la tienda tener mayores ventas y mejores ingresos al departamento. De la misma manera se pueden hacer diferentes paquetes para su venta en los diferentes departamentos, haciéndolo más atractivo al cliente.

Otro de los paquetes que se pueden generar y que también sobresalió dentro del comportamiento de compra de los clientes en el periodo analizado, es el autoestéreo pioneer (nodo 70), tapones ABS rin 14 (nodo 159), acumulador américa (nodo 160) y tapete mikels (nodo 163) donde el autoestéreo se vendió a tres diferentes clientes con un accesorio diferente en cada venta, por lo que puede ser muy atractivo hacer algún paquete que incluya alguno de esos accesorios.

La siguiente imagen muestra la relación de estos cuatro artículos mencionados anteriormente.

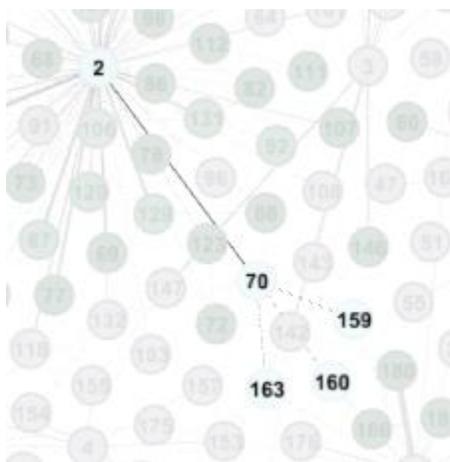


Figura 43 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

De acuerdo con la siguiente figura se puede crear un paquete con el celular Telcel Samsung Galaxy J4 (nodo 131), el cargador blob carro USB (nodo 112) y el cable blob micro 2M (nodo 111), ya que se vendió de la misma manera a diferentes clientes.

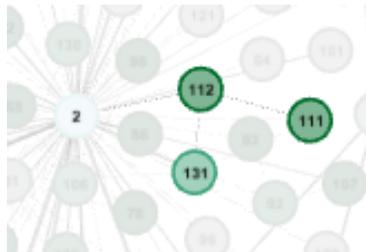


Figura 44 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Otro paquete sugerido es el del celular Telcel Motorola moto G6 play (nodo 120), el protector Blob Mot G6P y el chip multi Telcel 4G (nodo 91), ya que de acuerdo con el coeficiente de agrupamiento también muestra una tendencia de compra de parte de los clientes.

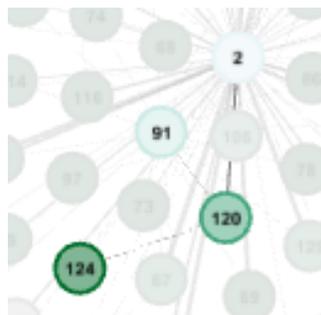


Figura 45 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Dentro del departamento 8 joyería se sugiere armar un paquete donde se encuentren los estuches Joyapak con el collar 10K Fonelli, según la tendencia de compra registrada durante el periodo seleccionado.



Figura 46 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Uno de los conjuntos de artículos que también se pueden sugerir para vender en paquete es el que contenga la licuadora Oster 16 velocidades (nodo 12), el tostador Hamilton Beach (nodo 15), la batidora Oster 5 velocidades (nodo 29) y la cafetera Oster (nodo 41), ya que es

de los que mostraron mayores ventas registradas en conjunto en los tickets del departamento 1-electrodomésticos y la representación gráfica es la siguiente:

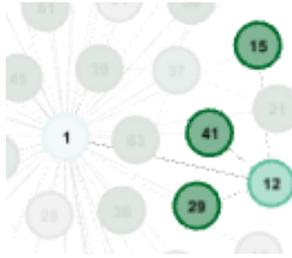


Figura 47 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Dentro del departamento 1, se puede sugerir también el paquete donde contenga el juego de sartenes T-Fal (nodo 38), un juego de cuchillos alpine (nodo 34) y la jarra con vasos Crisa (nodo 63) ya que también sobresalió en las tendencias de compra de los clientes durante el periodo analizado.

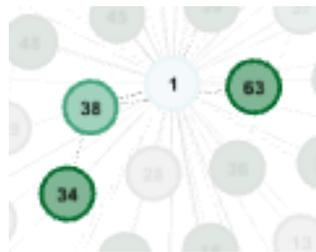


Figura 48 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Otra de las tendencias de compra por los clientes también sugiere que se puede armar un paquete con la batería Alpro 2453 (nodo 37), especialid T-Fal B3061982 (nodo 36), juegos de T-Fal B3089082 (nodo 39), crepera T-Fal (nodo 21) y la batería Starcook.

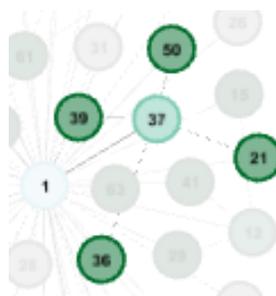


Figura 49 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Otra de las tendencias que de compra que también se observó y sobresalió en la red de acuerdo a los compradores y que se puede sugerir armar un paquete donde contenga tal vez no todos pero si principalmente el colchón América (nodo 146) con algunos de los artículos

siguientes: cómoda Mobi Habana (nodo 142), reloj Infinity (nodo 149), espejo Modelcor (nodo 153) y probablemente el microondas Daewoo (nodo 189), tal como lo sugiere la tendencia de compra mostrada en la siguiente figura.

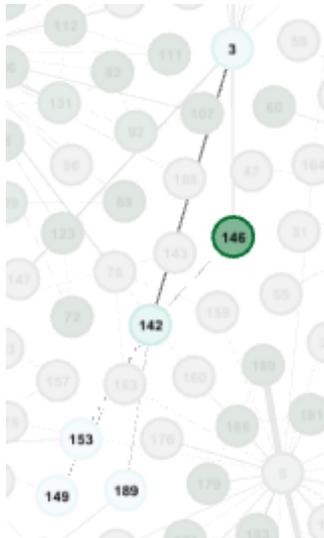


Figura 50 Representación de la relación de artículos (Fuente: Elaboración propia)

Después de realizar un análisis a la red de acuerdo con el coeficiente de agrupamiento donde se observaron las tendencias de compra de los clientes, se puede sugerir al gerente de la tienda armar conjuntos de artículos los cuales son populares entre los clientes y que son posiblemente los que en su mayoría compran sin la necesidad de que estos tengan que pertenecer al mismo departamento ya que en algunos casos es posible armar un paquete de artículos y que sea alguno complementario o que le pueda ser de utilidad al artículo principal.

Al realizar este análisis también se pudo observar que no todos los departamentos venden de la misma manera como lo es el caso del departamento 9-óptica, donde en este caso se le puede sugerir al gerente de la tienda que de manera estratégica maneje algún tipo de promoción con los artículos del departamento 9-óptica, ya que, durante el periodo analizado, fue el departamento que no registró ninguna venta, y que por ende no generó ingresos para la tienda.

Cabe mencionar que, para poder generar estos paquetes, no generalmente es armando un conjunto de paquetes que contenga dos o tres artículos en especial, sino que también se puede realizar de manera estratégica durante el acomodo de la mercancía dentro del piso de ventas, es decir, cuando ya se identificaron los artículos cuya relación es alta de acuerdo con las

tendencias de consumo de los clientes, estos pueden ser colocados juntos dentro del acomodo de la tienda, donde los clientes al tomar su artículo principal puedan ver junto ese artículo en especial que saben que también tienen que llevar y que es indispensable junto con su otra compra o que simplemente por gusto lo tienen que adquirir.

Ejemplo de comparación entre una red de ventas y el análisis de la cesta de mercado.

De acuerdo con los resultados obtenidos anteriormente, se decidió realizar un ejemplo de comparación de la relación que tiene una red de ventas con el análisis de la cesta de la mercado, utilizando únicamente la relación de ventas de los teléfonos celulares del departamento 2 de electrónica, dicha relación de ventas se muestra en la siguiente tabla, donde el número de cada una de las cestas es el número de ticket facturado con sus respectivos artículos que está comprando el cliente:

Tabla 4.19 Relación de ventas de teléfonos celulares (Fuente: Elaboración propia)

CESTA	PRODUCTO 1	PRODUCTO 2	PRODUCTO 3	PRODUCTO 4
1	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	CHIP TELCEL		
2	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4	CHIP TELCEL		
3	MOVISTAR MOTO G6 PLUS	CHIP MOVISTAR		
4	TELCEL NYX	CHIP TELCEL		
5	TELCEL ALCATEL	CHIP TELCEL		
6	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4 LAV	CHIP TELCEL	MICAS BLOB SAM J4	
7	UNEFON HISENSE L675 PRO	CHIP UNEFON		
8	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7	CHIP TELCEL		
9	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4	CHIP TELCEL	CARGADOR BLOB CARRO USB	CABLE BLOB MICRO 2M
10	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	CHIP TELCEL	MEMORIA MICRO SD KINGSTON 32 GB	
11	TELCEL NYX XYN 306 NGP R6	CHIP TELCEL		
12	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6	CHIP MULTI TELCEL 4G		
13	AT&T HUAWEI P20 LITE AZU	CHIP AT&T		
14	AT&T SAMSUNG J6	CHIP AT&T		
15	AT&T HISENSE L675 PRO	CHIP AT&T		
16	AT&T HUAWEI P20 LITE NEG	CHIP AT&T		
17	TELEFONO MOTOROLA MOTO500ID	CHIP TELCEL		
18	CELULAR MOTOROLA ONE	CHIP MULTI TELCEL 4G		
19	TELCEL APPLE IPHONE 6 32 GB	CHIP MULTI TELCEL 4G		
20	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6	CHIP MULTI TELCEL 4G	PROM TELCEL SAMSUNG CAMISETA ENAMO	
21	CELULAR ZUUM ONIX S	MULT LIBRE TELCEL CHIP		
22	TELCEL LANIX ILIUM M9	CHIP MULTI TELCEL 4G		
23	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G	CHIP MULTI TELCEL 4G		

24	UNEFON HISENSE L675 PRO	CHIP UNEFON		
25	TELCEL SAMSUNG G PRIME +16GB	CHIP MULTI TELCEL 4G		
26	TELCEL ZTE BLADE L7A DRD	CHIP MULTI TELCEL 4G		
27	AT&T SAMSUNG J4	CHIP AT&T		
28	TELCEL ZTE BLADE L7A AZU	CHIP MULTI TELCEL 4G		
29	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7 AZU	CHIP MULTI TELCEL 4G		
30	TELCEL MOTOROLA MOTO G6 PLAY AZU	CHIP MULTI TELCEL 4G	PROTECTOR BLOB MOT G6P	
31	TELCEL SAMSUNG J4 15G J4+32GB ROS	CHIP MULTI TELCEL 4G		
32	TELCEL LG X210HM K9 16 G AZU	CHIP MULTI TELCEL 4G		
33	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G	CHIP MULTI TELCEL 4G		
34	AT&T HUAWEI MATE 20 LITE NEG	CHIP AT&T		

De acuerdo con los datos de la tabla anterior, se creó la red de ventas, definiendo cada uno de los productos como un nodo, y los enlaces se formaron de acuerdo con los artículos que se vendieron en conjunto en cada cesta o ticket y el peso que se les dio a los enlaces está en función de la frecuencia con la que se vendieron dichos artículos, quedando la red de la siguiente manera:

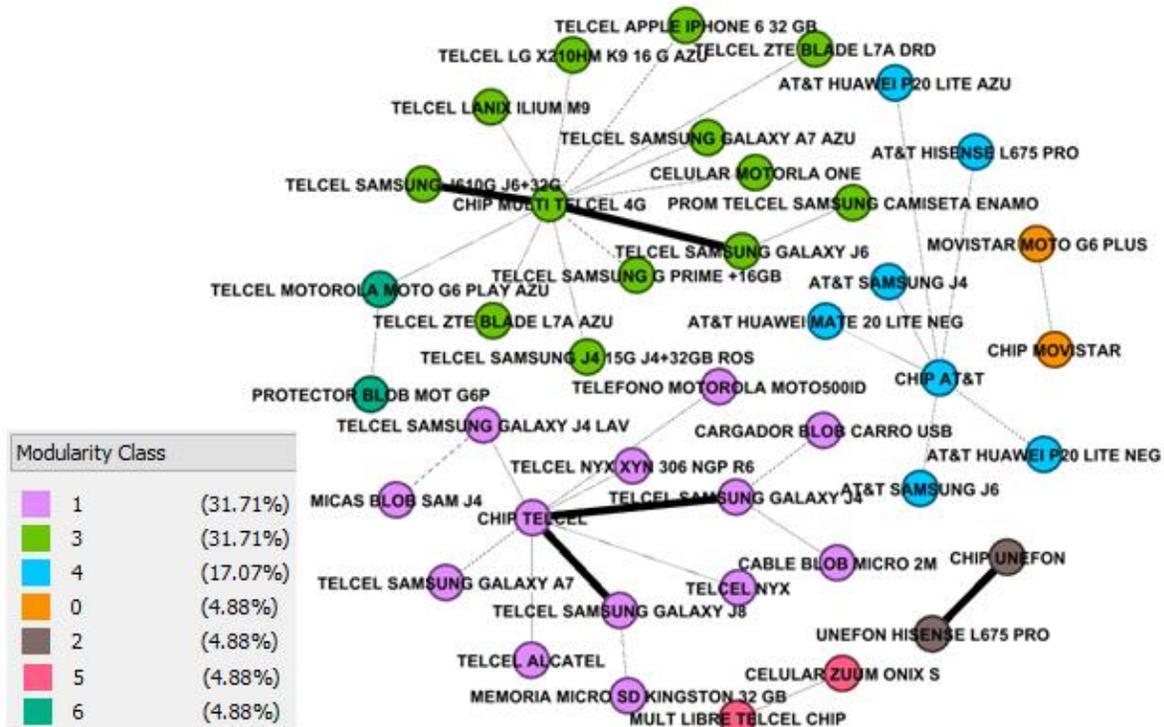


Figura 51 Red de ventas de teléfonos (Modularidad) (Fuente: Elaboración propia)

La red anterior se obtuvo mediante la propiedad de clase de modularidad, la cual es una medida de la estructura de la red, diseñada para medir la fuerza de la división de una red en módulos (también llamados grupos, agrupamientos o comunidades). Las redes con alta modularidad tienen conexiones solidas entre los nodos dentro de los módulos, pero con escasas conexiones entre nodos de diferentes módulos. La modularidad a menudo se utiliza en los métodos de optimización para la detección de la estructura comunitaria de las redes.

La red anterior se puede comparar con el siguiente análisis de la cesta de compra, donde en la tabla, se muestra la relación de ventas con las probabilidades de adquirir un teléfono con determinada compañía telefónica y con alguno de los artículos complementarios con los cuales se estuvieron vendiendo durante el periodo analizado.

Tabla 4.20 Análisis de la cesta de mercado (Fuente: Elaboración propia)

CESTA	PRODUCTO	¿CUANTAS CESTAS CONTIENEN EL PRODUCTO?	TOTAL DE CESTAS	SOPORTE (FRECUENCIA)	CONFIANZA	ELEVACION (CONF ESPERADA)
CALCULOS >		(A&B)	TOTAL	(A&B)/TOTAL	(A&B)/(A)	[(A&B)/(A)]/[B/TOTAL]
1	CHIP TELCEL	10	34	0.2941		
	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	2	34	0.0588		
	CHIP TELCEL>>TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	2	34	0.0588	0.2	0.68
	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8, MEMORIA MICRO SD KINGSTON 32 GB	1	34	0.0294	0.5	8.5
2	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4, CHIP TELCEL	2	34	0.0588	0.2	0.68
	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4, CARGADOR BLOB CARRO USB, CABLE BLOB MICRO 2M	1	34	0.0294	0.5	8.5
3	TELCEL NYX, CHIP TELCEL	1	34	0.0294	0.1	0.34
4	TELCEL ALCATEL, CHIP TELCEL	1	34	0.0294	0.1	0.34
5	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4 LAV, CHIP TELCEL	1	34	0.0294	0.1	0.34
	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4 LAV, MICAS BLOB SAM J4	1	34	0.0294	1	34
6	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7, CHIP TELCEL	1	34	0.0294	0.1	0.34
7	TELCEL NYX XYN 306 NGP R6, CHIP TELCEL	1	34	0.0294	0.1	0.34
8	TELEFONO MOTOROLA MOTO500ID, CHIP TELCEL	1	34	0.0294	0.1	0.34
9	CHIP MULTI TELCEL 4G	14	34	0.4118		
10	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6, CHIP MULTI TELCEL 4G	2	34	0.0588	0.1429	0.3469
	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6, PROM TELCEL SAMSUNG CAMISETA ENAMO	1	34	0.0294	0.5	8.5
11	CELULAR MOTOROLA ONE, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
12	TELCEL APPLE IPHONE 6 32 GB, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
13	TELCEL LANIX ILIUM M9, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143

14	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G, CHIP MULTI TELCEL 4G	2	34	0.0588	1	2.4286
15	TELCEL SAMSUNG G PRIME +16GB, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
16	TELCEL ZTE BLADE L7A DRD, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
17	TELCEL ZTE BLADE L7A AZU, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
18	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7 AZU, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
19	TELCEL MOTOROLA MOTO G6 PLAY AZU, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
	TELCEL MOTOROLA MOTO G6 PLAY AZU, PROTECTOR BLOB MOT G6P	1	34	0.0294	0.5	1.2143
20	TELCEL SAMSUNG J4 15G J4+32GB ROS, CHIP TELCEL MULTI 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
21	TELCEL LG X210HM K9 16 G AZU, CHIP MULTI TELCEL 4G	1	34	0.0294	0.5	1.2143
22	MULT LIBRE TELCEL CHIP	1	34	0.0294		
	CELULAR ZUUM ONIX S, MULT LIBRE TELCEL CHIP	1	34	0.0294	1	34
23	CHIP MOVISTAR	1	34	0.0294		
	MOVISTAR MOTO G6 PLUS, CHIP MOVISTAR	1	34	0.0294	1	34
24	CHIP UNEFON	2	34	0.0588		
	UNEFON HISENSE L675 PRO, CHIP UNEFON	2	34	0.0588	1	17
25	CHIP AT&T	6	34	0.1765		
26	AT&T HUAWEI P20 LITE AZU, CHIP AT&T	1	34	0.0294	0.1667	0.9444
27	AT&T SAMSUNG J6, CHIP AT&T	1	34	0.0294	0.1667	0.9444
28	AT&T HISENSE L675 PRO, CHIP AT&T	1	34	0.0294	0.1667	0.9444
29	AT&T HUAWEI P20 LITE NEG, CHIP AT&T	1	34	0.0294	0.1667	0.9444
30	AT&T SAMSUNG J4, CHIP AT&T	1	34	0.0294	0.1667	0.9444
31	AT&T HUAWEI MATE 20 LITE NEG, CHIP AT&T	1	34	0.0294	0.1667	0.9444

En la tabla anterior se muestra en la columna de “Soporte” la frecuencia con la que se puede vender cada uno de los artículos, en la columna de “Confianza” se muestra la frecuencia con la que los artículos en B aparecen o se venden en conjunto con los artículos A y la columna de “Elevación” o confianza esperada, muestra la confianza o probabilidad de que se compre un artículo B, dado que ya se compró un artículo A.

Los colores con los que se identifica cada uno de los grupos, se tomaron en cuenta de acuerdo con los grupos que se obtuvieron mediante la red de modularidad de ventas, donde se identifica cada uno de estos de acuerdo con las compañías telefónicas con las que se vendió cada uno de los teléfonos celulares, agregando en su caso algunos de los artículos complementarios con los que se vendieron en conjunto en algunos de los tickets.

La siguiente figura muestra los resultados de la modularidad, donde se observa tal y como ya se mostró dentro de la red y de la tabla que se formaron 7 comunidades o grupos, de acuerdo con las compañías con las que se vendió cada uno de los teléfonos.

Results:

Modularity: 0.693
Modularity with resolution: 0.693
Number of Communities: 7

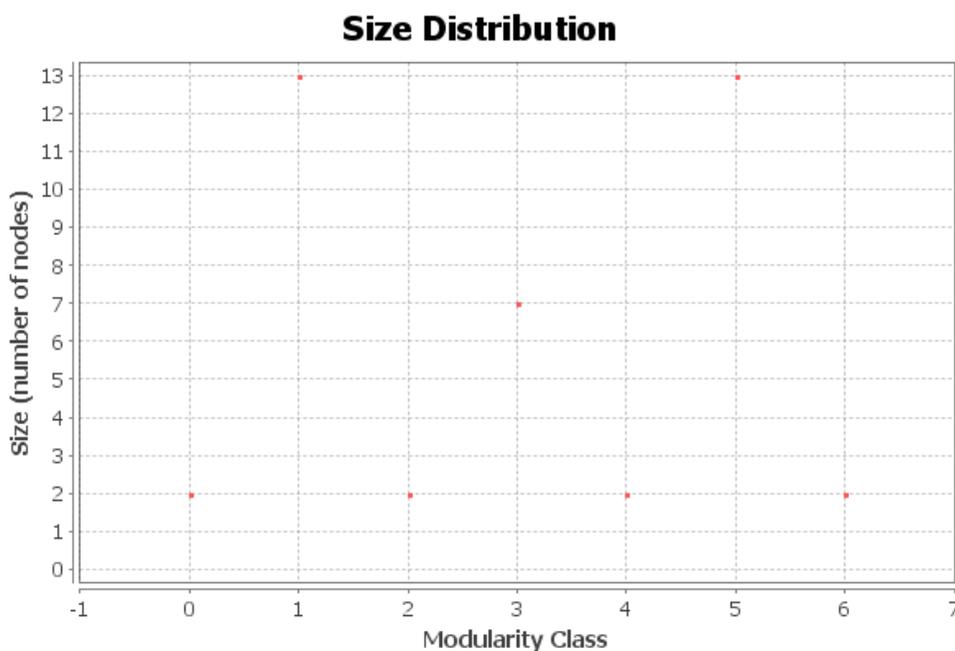


Figura 52 Gráfica de modularidad de la red de ventas de teléfonos (Fuente: Elaboración propia)

De esta manera se puede encontrar que si se tiene una relación entre el análisis de las redes complejas con el análisis de la cesta de mercado, ya que de una u otra forma se puede obtener un agrupamiento de los artículos que fueron adquiridos mediante los clientes en un periodo determinado.

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

Esta tesis presenta un análisis de redes complejas para describir y analizar cómo se encuentra distribuida la red de avenidas principales de la ciudad de Celaya, Guanajuato, obteniendo como propiedades de dicha red la ruta más corta, la intermediación, la cercanía, el grado y la robustez que hay en sus nodos.

De acuerdo con los resultados obtenidos mediante el paquete Gephi, al elaborar el modelo de red del sistema de transporte de las avenidas principales de la ciudad de Celaya, Guanajuato, se obtuvo que los cinco nodos con mayor grado de cercanía son el Tecnológico de Celaya, el templo de San Agustín, la Universidad Privada, el Concesionario del centro y el Hipermercado Celaya, de tal manera que también son los nodos que presentan una mayor intermediación con el resto de los nodos dentro de la red, es decir, son los puntos que funcionan como puentes y que son el camino más corto para conectar con los demás nodos que se encuentran a su alrededor.

El análisis de regresión lineal es fundamental para determinar relaciones de dependencia lineal entre variables, al obtener una ecuación de regresión, esta describe el comportamiento lineal que hay entre dos variables y permite pronosticar valores futuros de la variable que se analiza.

Después de aplicar este análisis a las propiedades de la red que se obtuvieron anteriormente, la propiedad que tiene un mayor grado de relación es la cercanía, ya que la ecuación de regresión que se obtuvo explica en un 96.88% los valores observados que hay de la probabilidad acumulada según las medidas de cercanía. Lo cual sugiere que estos cinco nodos, son las rutas dentro de la red a las que se les puede dar una mayor prioridad para el desarrollo de planes logísticos de transporte dentro de esta ciudad.

Al realizar el análisis de robustez en la red de avenidas principales de Celaya mediante un ataque dirigido a dos de los puntos importantes de la ciudad, se puede observar que afecta la conexión que hay con los nodos a su alrededor, ya que es necesario buscar rutas alternas para poder llegar a los nodos que quedaron incomunicados, e incluso para poder ingresar o salir de la ciudad, ya que estos son puntos importantes para el flujo de entrada y salida de vehículos a la ciudad de Celaya, lo cual a estos puntos es conveniente mantenerlos siempre libres para

evitar el congestionamiento vehicular y tener un libre acceso a la ciudad además de una ruta de transporte con mayor eficiencia para el tránsito vehicular.

Después de aplicar el análisis de varianza a la red de robustez, se puede observar que la propiedad que tiene un mayor grado de relación sigue siendo la de cercanía, ya que la ecuación obtenida explica en un 98.21% los valores observados que hay de la probabilidad acumulada según las medidas de cercanía, con lo que se sugiere que estos cinco nodos siguen siendo muy importantes dentro de esta red, ya que son las rutas a las que se les puede dar mayor prioridad para el desarrollo de planes logísticos de transporte dentro de la ciudad de Celaya.

En el caso del análisis de la relación de ventas de la tienda Coppel, la red ayudó para poder observar cual o cuales son los departamentos que generan mayores ingresos a la tienda, al igual que se puede observar cual es la relación que tienen cada uno de los 9 departamentos entre ellos y de la misma forma cual es la relación que tienen cada uno de los artículos analizados entre ellos y como se relacionan con artículos de los otros departamentos, todo esto de acuerdo con los hábitos y comportamiento de consumo de los clientes.

Con los datos obtenidos del coeficiente de agrupación se pudo hacer un análisis de la cesta de mercado, ya que de acuerdo con el comportamiento de las ventas y la relación que tienen los artículos acorde a las ventas registradas de ellos en una misma nota o ticket, esta relación se ve reflejada en la red de ventas aplicando el filtro de coeficiente de agrupación en el paquete Gephi, con la finalidad de mostrar dicha relación entre los productos vendidos y de esta forma sugiriendo al gerente de la tienda se armen paquetes que incluyan los artículos que se encontraron en varios de los tickets y que cuentan con una relación entre sí, esto con la finalidad de que los clientes vean atractivos estos paquetes u ofertas y la tienda tenga mayores ventas y generando mayores ingresos.

Al comparar únicamente la red de ventas de teléfonos celulares con el análisis de la cesta de mercado, se encontró que tiene relación cuando se aplica la propiedad de modularidad, ya que de esta forma se puede observar los grupos o conjuntos en que se vendieron dichos teléfonos con las diferentes compañías telefónicas y en algunos casos con accesorios para los teléfonos y en el caso del análisis de la cesta muestra las probabilidades de que se vendan los

artículos con alguna compañía en especial o bien con algún accesorio de interés para el cliente.

**ANÁLISIS DE VULNERABILIDAD DE LA
INFRAESTRUCTURA DE TRANSPORTE APLICANDO
REDES COMPLEJAS: RED DE AVENIDAS DE LA CIUDAD
DE CELAYA, GUANAJUATO**

**VULNERABILITY ANALYSIS OF TRANSPORTATION
INFRASTRUCTURE APPLYING COMPLEX NETWORKS: CELAYA'S
CITY STREET NETWORK**

José Eduardo Hernández Torres

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
m1803006@itcelaya.edu.mx

Salvador Hernández González

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
salvador.hernandez@itcelaya.edu.mx

José Alfredo Jiménez García

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
alfredo.jimenez@itcelaya.edu.mx

Vicente Figueroa Fernández

Tecnológico Nacional de México en Celaya, México
vicente.figueroa@itcelaya.edu.mx

Resumen

Los sistemas de redes están presentes en la infraestructura de los países y las ciudades, en el caso del transporte terrestre, su infraestructura está formada por redes de carreteras, avenidas y calles. El análisis de vulnerabilidad de la infraestructura física permite cuantificar la sensibilidad del sistema ante amenazas, riesgos o perturbaciones que puedan presentarse en la red. En este artículo se analizó la red de avenidas principales de Celaya, empleando el enfoque de redes complejas, antes y después de la eliminación de dos nodos importantes que son entradas y salidas de la ciudad, donde se observó que los nodos con índice más alto de cercanía, no se vio afectado en gran medida, ya que quedaron de la misma forma, aunque los nodos eliminados afectaron el flujo de entrada y salida de

Anexo 2 Acuse de recibo de envío de artículo a revista EIA

[REIA] Acuse de recibo de envío Recibidos x



Revista EIA <revista@eia.edu.co>
para mí ▾

22 mar. 2019 17:38



Ing. José Eduardo Hernández Torres:

Gracias por enviar el manuscrito "ANÁLISIS DE LA INFRAESTRUCTURA DE TRANSPORTE APLICANDO REDES COMPLEJAS: RED DE AVENIDAS DE LA CIUDAD DE CELAYA, GUANAJUATO" a Revista EIA. Con nuestro sistema de gestión de revistas en línea, podrá iniciar sesión en el sitio web de la revista y hacer un seguimiento de su progreso a través del proceso editorial.

URL del manuscrito:

<https://revistas.eia.edu.co/index.php/reveia/author/submission/1305>

Nombre de usuario/a: eduardo_19

En caso de dudas, contacte conmigo. Gracias por elegir esta revista para publicar su trabajo.

Ricardo León Restrepo Arango

Revista EIA

Revista EIA

<https://revistas.eia.edu.co>

La información contenida en este mensaje electrónico y en los archivos adjuntos es propiedad de la Universidad EIA; es de carácter confidencial y se remitió para uso exclusivo del destinatario. Las opiniones emitidas en este mensaje competen al autor y no reflejan necesariamente el concepto de la Universidad EIA. Si por error usted recibe este mensaje, le solicitamos de manera comedida que informe al remitente y lo borre, pues está prohibido su uso, distribución, divulgación o almacenamiento, salvo autorización expresa de la EIA.

De acuerdo con la Ley 1581 de 2012, el titular otorga su consentimiento para que los datos, aportados voluntariamente a la Universidad EIA, sean incluidos en las base de datos de la misma, con la finalidad de realizar la gestión administrativa de la Institución así como la gestión de carácter comercial y el envío de comunicaciones comerciales sobre nuestros servicios. Tenga en cuenta que podrá darse de baja en cualquier momento y ejercer sus derechos consulta y reclamo sobre sus datos, mediante escrito dirigido a la Universidad EIA, al correo electrónico o mediante correo físico al km 2+200 vía al aeropuerto José María Córdova.

Vo Bo

Salvador Hernández González

09/05/2019

Anexo 3 Relación de tickets de ventas del periodo analizado

TICKET	SKU	ART	\$	TICKET	SKU	ART	\$
1	545546	RIN 26 MERCURIO	3099	68	617891	LAVADORA EASY LRE21M	4399
	530409	CASCO CALVERT	249	69	272667	AT&T HISENSE L675 PRO	1529
2	549061	APARATO D INOVA AB TOMIC	2399	70	151361	MALETA VER AMERICAN T SPINNER 29	2099
3	341355	JUEGO BOX SPRING AIR	7799		143774	IDENTIFICA TRAVEL SMA TS09BWES	69
4	200872	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	6499	71	290029	AT&T HUAWEI P20 LITE NEG	6499
	236824	CHIP TELCEL	1	72	520144	PASAJERO R OVATION 195/55R15	2598
5	136671	JUEGOS DE CONAIR	399	73	225626	TELEFONO MOTOROLA MOTO500ID	639
6	296885	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4	4289	74	135496	BOLSAS CON TRAVELERS 83036	599
	236824	CHIP TELCEL	1	75	137006	LICUADORAS T-FAL LN8025MX	779
7	705756	RELOJ Q&Q	739	76	607894	LAVADORA KOBLENZ LR-2213-P-22KG	5499
	532401	DESBROZADO ADIR	699	77	136654	DEPILADORA PHILIPS HP6420/30	599
8	289685	MOVISTAR MOTO G6 PLUS	7299	78	539694	SCOOTER VENTO ATOM 150	17999
	295258	CHIP MOVISTAR	1	539627	POLIZAS SE QUALITAS	2499	
9	119521	PORTAFOLIO NOVOTEK	299	79	546836	FLIP UP DO REACH SS-RH286 "XL"	999
10	298356	TV LED SAMSUNG	13999		537985	GUANTES BRUMM COP 7107	269
11	131105	CREPERA T-FAL	389	80	727351	RELOJ CASIO W96H-1AV	559
12	141305	EXTRACTOR RECORD	699	81	202956	CELULAR MOTORLA ONE	7999
	13	472956	ESPEJO MODELCOR		2299	236824	CHIP MULTI TELCEL 4G
	342441	COMODA MOBI HABANA	5998	82	139581	HIELERA IGLOO 49715 150 QTS	2699
	608513	MICROONDAS DAEWOO	2899	83	497568	ORGANIZADO STARHAUS LAPICERA	129
	347681	COLCHON AMERICA	5799	84	145602	RASURADORA REMINGTON PF7200	599
	408699	RELOJ INFINITY	149		114324	JUEGO PELU WAHL 79900-1501 ROJO	899
14	292414	NOTEBOOK HP	11799	85	267698	TELCEL APPLE IPHONE 6 32 GB	6999
15	502847	ACUMULADOR AMERICA	1999		236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
16	282336	BOCINAS NOVOTEK	599	86	141471	MALETA VER JLO 6790320 20"	1199
17	256645	TELCEL NYX	399		150215	MALETA VER STARTRAVEL VIENA 20	999
	278122	CHIP TELCEL	1	87	299237	BANCO PODE BLOB 5,200 MAH Y38	239
18	516643	SILLA ALTA PRINSEL	849	88	296655	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6	5499
	800147	BROQEL 10K SABELLI	219		236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
19	266918	TV LED LG	4299	213796	PROM TELCEL SAMSUNG CAMISETA ENAMO	289	
20	209582	CHIP AT&T	1	89	137286	MALETA CH KINGS STYL A1271	199
	209582	CHIP AT&T	1	90	141984	PLANCHA VA BLACK+DECK IRBD202-CP	279
	209582	CHIP AT&T	1	91	144509	PRODUCTOS FLAWLESS 1119503	799
	209582	CHIP AT&T	1	92	727351	RELOJ CASIO W96H-1AV	559
	209582	CHIP AT&T	1	93	138381	BATERIA DE ALPRO 2453	1699
	209582	CHIP AT&T	1		144461	BATERIA CO STARCOOK ELCP17003-1	1899
	209582	CHIP AT&T	1		138606	JUEGOS DE T-FAL B3089082 20/24 CM	579
	239798	CHIP UNEFON	1		131105	CREPERA T-FAL D4701082/5 25 CM	389

	239798	CHIP UNEFON	1	138355	ESPECIALID T-FAL B3061982	389
	239798	CHIP UNEFON	1	94 105783	MESSENGER NOVOTEK MB-8000 14"	549
	239798	CHIP UNEFON	1	95 467821	LAMPARAS T STARHAUS CRISTAL	899
	239798	CHIP UNEFON	1	541826	FOCO LED PHILIPS 335877 40W CAL	59
	239798	CHIP UNEFON	1	96 116017	NECESERES SEBIB EVA-84013 13"	299
	239798	CHIP UNEFON	1	97 138193	ALACIADORA TIMCO PWC 2 1/4"	349
	239798	CHIP UNEFON	1	98 291408	BOCINA M MANTRA	299
	239798	CHIP UNEFON	1	99 850985	BROQEL 10K FRASSINORO 821 MARIPOSA P	449
	239798	CHIP UNEFON	1	100 148271	MALETA VER AMERICAN T SPINNER EX	1699
21	202484	TELCEL ALCATEL	359	101 207826	PROTECTOR BLOB SAM J4 CORE	99
	278122	CHIP TELCEL	1	209764	PROTECTOR BLOB SAM J4+BEAUTIFUL	169
22	545121	MOTO VELOCI BOXTER 150	20999	102 616801	REFRIGERADOR MABE RMA1025VMXE0 10P	8199
	545082	SEGURO QUALITAS	2699	103 717177	RELOJ FOSSIL ES4145	2999
23	298097	IN EAR BT SONY	1249	104 623342	CAMPANA WHIRLPOOL WH7610S 30P	2799
24	406599	NATURALEZA STARHAUS	299	105 713929	RELOJ VIZANTI 5587G	639
25	204584	AUTOESTEREO PIONER	2399	106 151262	TERMO PERS G GIBSON H	149
	502154	ACUMULADOR AMERICA	1599	107 828262	COLLAR 10K FONELLI CORAZON NIÑOS	1699
26	145981	MALETA VER CHARIOT	1599	822876	ESTUCHE JOYAPAK C1621 ROJO ANILL	25
27	648035	CILINDRO GRUTS 9 KG	829	810096	ESTUCHE JOYAPAK DELUX ARETE MED3905	75
28	144045	BACKPACKS TRAVEL PLUS	299	108 292897	CELULAR ZUUM ONIX S	1599
29	200813	MICAS BLOB SAM J4	169	205579	MULT LIBRE TELCEL CHIP	1
30	141895	PORTAFOLIO EBOX	299	109 137537	RECORTADOR REMINGTON PG6020B	599
	164151	PORTAFOLIO TRAVELERS	569	110 250533	BOCINA EMP SOUNDSTREA X4-69 PLATA	799
31	296809	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4 LAV	4289	111 137537	RECORTADOR REMINGTON PG6020B	599
	236824	CHIP TELCEL	1	112 135216	RASURADORA TIMCO BSK9000	399
	200813	MICAS BLOB SAM J4	169	113 205988	TELCEL LANIX ILIUM M9	2919
32	543101	LLANTA COOPER R 13	919	236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
	543101	LLANTA COOPER R 13	919	114 533084	COLUMPIO BRIGHT STA SAFARI 10624-ES	1599
	543101	LLANTA COOPER R 13	919	115 343099	BANCO IKAL ARES	999
	543101	LLANTA COOPER R 13	919	483559	COJIN SUPREME KARIM	298
33	250213	REP DVD LG	1099	493104	TAPETE HOME CREAT ENTRADA 50X80	219
34	286503	CARGADOR BLOB CARRO USB	79	297912	XBOX ONE EA X1-FIFA 19	1799
	286341	CABLE BLOB MICRO 2M	119	116 538043	GUANTES BRUMM DEPORTIVO L	339
35	206402	RADIOGRAB SONY	1699	117 619663	PISO METAL RECORD MF-20 20"	1499
36	311944	SILLA EJEC CHAIRMAN CAMEL	1999	118 530689	TALADRO ADIR TALADRO 813	739
	343366	ESCRITORIO TAMAYO KANSAS II	2199	119 109614	BASCULA ROYAL D00014B-M	399
37	200341	ADAPTADOR BLOB TIPO C	59	120 140392	BOLSAS DE JENNIFER L JLO-77319	1299
38	116726	PARRILLA TAURUS ARES DUO	449	121 294433	COMBO SPORTLINE AT25	449
39	264585	EJERCICIO SPORTLINE CANGURERA	199	122 207468	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G	5299

40	222956	ANTENA INT CLEAR TV	599	236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1	
41	166103	OLLA ALPRO VAPORERA	429	123	491934	MESA TV TAMAYO TAURO	1999
	101036	CUBIERTOS GIBSON H MONTIERO	189	124	278967	UNEFON HISENSE L675 PRO	1529
	101036	CUBIERTOS GIBSON H MONTIERO	189	125	211597	AUDIFONOS STF SOUND ST-P46426	349
42	546631	AUTO ASIEN INFANTI	899	126	145289	BACKPACKS PERFECT CH PC-083337 15"	489
43	622915	LAVADORA DAEWOO 18 KG	8599	127	270835	CABLES BLOB CABLE C	99
44	600482	ESTUFA SUPER FLAM	679	128	715379	RELOJ QQ F499J404Y	699
45	278967	UNEFON HISENSE L675 PRO	1529	129	287665	TELCEL SAMSUNG G PRIME +16GB	2999
	239798	CHIP UNEFON	1		236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
46	137235	PORTAFOLIO BESTLIFE	319	130	346942	ESCRITORIO CHAIRMAN ARLETTE	1399
47	276156	CHIP TELCEL EXPRES	29	131	241523	CARGADOR ENERGIZER CH2PC3/4	229
48	210495	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7	7989		241115	USB KINGSTON DT100G3/32GB	209
	236824	CHIP TELCEL	1	132	544311	MONTABLE XIAMEN MOTO INDIAN CT-2612	1799
49	109169	LICUADORA OSTER 16 VEL	849		544221	PIZARRON CRAYOLA 5086-03	529
	136786	BATIDORA OSTER 5 VEL	679	133	410951	CE MOBI ITALICO	3099
	139361	CAFETERA OSTER	569		134	207549	TELCEL ZTE BLADE L7A DRD
	111091	TOSTADOR HAMILTON BEACH	429	236824		CHIP MULTI TELCEL 4G	1
50	501433	TAPON ABS RIN 14	199	135	261973	IN EAR SONY MDREX110APBQUC	389
	506443	TAPETE MIKELS	309		136	296371	AT&T SAMSUNG J4
	204584	AUTOESTEREO PIONER	2399	137	206153	TELCEL ZTE BLADE L7A AZU	1689
51	349178	COLCHON MATRIMONIAL AMERICA	6499		236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
	490661	SET DE ALMOHADAS SOGNARE	1499	138	284942	MOUSE INAL HP 200 NEGRO	199
	465577	JUEGO SABANAS LIRIO	359		139	210401	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7 AZU
52	138606	JUEGO DE SARTENES T-FAL	539	236824		CHIP MULTI TELCEL 4G	1
	175021	JARRA CON VASOS CRISA	389	140	200021	CABLES VAR RCA AH748F/Z	69
	137936	JUEGO DE CUCHILLOS ALPINE	369		141	133329	ALACIADORA REMINGTON S-5525
53	296885	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4	4289	142	294385	PROTECTOR BLOB MOT G6P	99
	236824	CHIP TELCEL	1		290195	TELCEL MOTOROLA MOTO G6 PLAY AZU	5269
	286503	CARGADOR BLOB CARRO USB	79	236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1	
	286341	CABLE BLOB MICRO 2M	119	143	823155	BROQUEL 10K SABELLI 10B0-514 REC 4MM	189
54	200872	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	6499	144	308676	PORTAGARRA TUBOGAR SILVER	479
	236824	CHIP TELCEL	1		145	289731	TV LED LG 24MT49S-PU
	205072	MEMORIA MICRO SD KINGSTON 32 GB	249	146	135437	MALETA VER STARTRAVEL TAIPEI 24"	3297
55	308676	PORTAGORRA TUBOGAR SILVER	479	147	207621	TELCEL SAMSUNG J4 15G J4+32GB ROS	4699
56	149233	JUEGO CONAIR HCT978ES	599		236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
57	504971	LLANTA OVATION 185/70R14	2498	148	298285	TELCEL LG X210HM K9 16 G AZU	2719
58	287232	TV LED JVC SI32HS	4799		236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1
59	256645	TELCEL NYX XYN 306 NGP R6	359	149	307361	BANCO REY VIGO	958
	278122	CHIP TELCEL	1		150	145653	PLANCHA VA BLACK+DECK IR1836
60	549241	PAINT RACE	899	151	207468	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G	5299

61	531511	ANDADERA PRINSEL FLASH ROJO 7110	749	236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1	
	133906	CUCHARA ALPRO 8001 LISA	20	152	206607	AT&T HUAWEI MATE 20 LITE NEG	7199
62	296655	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6	5499	153	549258	PAINT BLACE 4X4	1999
	236824	CHIP MULTI TELCEL 4G	1	154	209667	PROTECTORE BLOB SAM J6+ SIRENA	169
63	290012	AT&T HUAWEI P20 LITE AZU	6499		207842	PROTECTOR BLOB SAM J6+	99
64	716766	RELOJ PUMA PU104241004	3799	155	310514	ALACENA MU GONHER VALLARTA	2699
65	296396	AT&T SAMSUNG J6	5499	156	288458	IPAD 9.7 APPLE MR7F2CL/A	8999
66	109801	NECESERES BASICS CP104 9"	289	157	648035	CILINDRO GRUTS 9 KG	879
	140392	BOLSAS DE JENNIFER L JLO-77319	1299	158	280945	DEPORTIVOS PIONEER SE-CL5BT-R	899
67	854824	BROQEL 10K SABELLI 10B2-151 BOLA 1	189	159	139157	HORNO ELEC HAMILTON B31508	1299

Anexo 4 Relación Id-Nodos

Id	Label	Id	Label
1	1 ELECTRODOMESTICOS	105	CHIP TELCEL EXPRES
2	2 ELECTRONICA	106	CHIP TELCEL
3	3 MUEBLES SUELTOS	107	UNEFON HISENSE L675 PRO
4	4 MUEBLES EN CONJUNTO	108	DEPORTIVOS PIONEER SE-CL5BT-R
5	5 LLANTAS Y BICICLETAS	109	BOCINAS NOVOTEK
6	6 LINEA BLANCA	110	MOUSE INAL HP 200 NEGRO
7	7 RELOJERIA	111	CABLE BLOB MICRO 2M
8	8 JOYERIA	112	CARGADOR BLOB CARRO USB
9	9 OPTICA	113	TV LED JVC SI32HS
10	CUBIERTOS GIBSON H MONTIERO	114	TELCEL SAMSUNG G PRIME +16GB
11	MESSENGER NOVOTEK MB-8000 14"	115	IPAD 9.7 APPLE MR7F2CL/A
12	LICUADORA OSTER 16 VEL	116	MOVISTAR MOTO G6 PLUS
13	BASCULA ROYAL D00014B-M	117	TV LED LG 24MT49S-PU
14	NECESERES BASICS CP104 9"	118	AT&T HUAWEI P20 LITE AZU
15	TOSTADOR HAMILTON BEACH	119	AT&T HUAWEI P20 LITE NEG
16	JUEGO PELU WAHL 79900-1501 ROJO	120	TELCEL MOTOROLA MOTO G6 PLAY AZU
17	NECESERES SEBIB EVA-84013 13"	121	BOCINA M MANTRA
18	PARRILLA TAURUS ARES DUO	122	NOTEBOOK HP
19	PORTAFOLIO NOVOTEK	123	CELULAR ZUUM ONIX S
20	CREPERA T-FAL	124	PROTECTOR BLOB MOT G6P
21	CREPERA T-FAL D4701082/5 25 CM	125	COMBO SPORTLINE AT25
22	ALACIADORA REMINGTON S-5525	126	CHIP MOVISTAR
23	CUCHARA ALPRO 8001 LISA	127	AT&T SAMSUNG J4
24	RASURADORA TIMCO BSK9000	128	AT&T SAMSUNG J6
25	MALETA VER STARTRAVEL TAIPEI 24"	129	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6
26	BOLSAS CON TRAVELERS 83036	130	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4 LAV
27	DEPILADORA PHILIPS HP6420/30	131	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4
28	JUEGOS DE CONAIR	132	XBOX ONE EA X1-FIFA 19

29	BATIDORA OSTER 5 VEL	133	IN EAR BT SONY
30	LICUADORAS T-FAL LN8025MX	134	TELCEL LG X210HM K9 16 G AZU
31	PORTAFOLIO BESTLIFE	135	TV LED SAMSUNG
32	MALETA CH KINGS STYL A1271	136	BANCO PODE BLOB 5,200 MAH Y38
33	RECORTADOR REMINGTON PG6020B	137	BANCO REY VIGO
34	JUEGO DE CUCHILLOS ALPINE	138	PORTAGORRA TUBOGAR SILVER
35	ALACIADORA TIMCO PWC 2 1/4"	139	ALACENA MU GONHER VALLARTA
36	ESPECIALID T-FAL B3061982	140	SILLA EJEC CHAIRMAN CAMEL
37	BATERIA DE ALPRO 2453	141	JUEGO BOX SPRING AIR
38	JUEGO DE SARTENES T-FAL	142	COMODA MOBI HABANA
39	JUEGOS DE T-FAL B3089082 20/24 CM	143	BANCO IKAL ARES
40	HORNO ELEC HAMILTON B31508	144	ESCRITORIO TAMAYO KANSAS II
41	CAFETERA OSTER	145	ESCRITORIO CHAIRMAN ARLETTE
42	HIELERA IGLOO 49715 150 QTS	146	COLCHON AMERICA
43	BOLSAS DE JENNIFER L JLO-77319	147	COLCHON MATRIMONIAL AMERICA
44	EXTRACTOR RECORD	148	NATURALEZA STARHAUS
45	MALETA VER JLO 6790320 20"	149	RELOJ INFINITY
46	PORTAFOLIO EBOX	150	CE MOBI ITALICO
47	PLANCHA VA BLACK+DECK IRBD202-CP	151	JUEGO SABANAS LIRIO
48	IDENTIFICA TRAVEL SMA TS09BWES	152	LAMPARAS T STARHAUS CRISTAL
49	BACKPACKS TRAVEL PLUS	153	ESPEJO MODEL COR
50	BATERIA CO STARCOOK ELCP17003-1	154	COJIN SUPREME KARIM
51	PRODUCTOS FLAWLESS 1119503	155	SET DE ALMOHADAS SOGNARE
52	BACKPACKS PERFECT CH PC-083337 15"	156	MESA TV TAMAYO TAURO
53	RASURADORA REMINGTON PF7200	157	TAPETE HOME CREAT ENTRADA 50X80
54	PLANCHA VA BLACK+DECK IR1836	158	ORGANIZADO STARHAUS LAPICERA
55	MALETA VER CHARIOT	159	TAPON ABS RIN 14
56	MALETA VER AMERICAN T SPINNER EX	160	ACUMULADOR AMERICA
57	JUEGO CONAIR HCT978ES	161	ACUMULADOR AMERICA
58	MALETA VER STARTRAVEL VIENA 20	162	LLANTA OVATION 185/70R14
59	TERMO PERS G GIBSON H	163	TAPETE MIKELS
60	MALETA VER AMERICAN T SPINNER 29	164	SILLA ALTA PRINSEL
61	PORTAFOLIO TRAVELERS	165	PASAJERO R OVATION 195/55R15
62	OLLA ALPRO VAPORERA	166	CASCO CALVERT
63	JARRA CON VASOS CRISA	167	TALADRO ADIR TALADRO 813
64	CABLES VAR RCA AH748F/Z	168	ANDADERA PRINSEL FLASH ROJO 7110
65	ADAPTADOR BLOB TIPO C	169	DESBROZADO ADIR
66	MICAS BLOB SAM J4	170	COLUMPIO BRIGHT STA SAFARI 10624-ES
67	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	171	GUANTES BRUMM COP 7107
68	TELCEL ALCATEL	172	GUANTES BRUMM DEPORTIVO L
69	CELULAR MOTORLA ONE	173	POLIZAS SE QUALITAS
70	AUTOESTEREO PIONER	174	SCOOTER VENTO ATOM 150
71	MEMORIA MICRO SD KINGSTON 32 GB	175	FOCO LED PHILIPS 335877 40W CAL
72	MULT LIBRE TELCEL CHIP	176	LLANTA COOPER R 13
73	TELCEL LANIX ILIUM M9	177	PIZARRON CRAYOLA 5086-03
74	TELCEL ZTE BLADE L7A AZU	178	MONTABLE XIAMEN MOTO INDIAN CT-2612

75	RADIOGRAB SONY	179	SEGURO CALIDAD
76	AT&T HUAWEI MATE 20 LITE NEG	180	MOTO VELOCITARIO BOXTER 150
77	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G	181	RIN 26 MERCURIO
78	TELCEL ZTE BLADE L7A DRD	182	AUTO ASIEN INFANTI
79	TELCEL SAMSUNG J4 15G J4+32GB ROS	183	FLIP UP DO REACH SS-RH286 "XL"
80	PROTECTOR BLOB SAM J4 CORE	184	APARATO D INOVA AB TOMIC
81	PROTECTOR BLOB SAM J6+	185	PAINT RACE
82	CHIP AT&T	186	PAINT BLACE 4X4
83	PROTECTOR BLOB SAM J6+ SIRENA	187	ESTUFA SUPER FLAM
84	PROTECTOR BLOB SAM J4+BEAUTIFUL	188	LAVADORA KOBLENZ LR-2213-P-22KG
85	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7 AZU	189	MICROONDAS DAEWOO
86	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7	190	REFRIGERADOR MABE RMA1025VMXE0 10P
87	AUDIFONOS STF SOUND ST-P46426	191	LAVADORA EASY LRE21M
88	PROM TELCEL SAMSUNG CAMISETA ENAMO	192	PISO METAL RECORD MF-20 20"
89	ANTENA INT CLEAR TV	193	LAVADORA DAEWOO 18 KG
90	TELEFONO MOTOROLA MOTO500ID	194	CAMPANA WHIRLPOOL WH7610S 30P
91	CHIP MULTI TELCEL 4G	195	CILINDRO GRUTS 9 KG
92	CHIP UNEFON	196	RELOJ Q&Q
93	USB KINGSTON DT100G3/32GB	197	RELOJ VIZANTI 5587G
94	CARGADOR ENERGIZER CH2PC3/4	198	RELOJ QQ F499J404Y
95	REP DVD LG	199	RELOJ PUMA PU104241004
96	BOCINA EMP SOUNDSTREA X4-69 PLATA	200	RELOJ FOSSIL ES4145
97	TELCEL NYX	201	RELOJ CASIO W96H-1AV
98	TELCEL NYX XYN 306 NGP R6	202	BROQUEL 10K SABELLI
99	IN EAR SONY MDREX110APBQUC	203	ESTUCHE JOYAPAK DELUX ARETE MED3905
100	EJERCICIO SPORTLINE CANGURERA	204	ESTUCHE JOYAPAK C1621 ROJO ANILL
101	TV LED LG	205	BROQUEL 10K SABELLI 10B0-514 REC 4MM
102	TELCEL APPLE IPHONE 6 32 GB	206	COLLAR 10K FONELLI CORAZON NIÑOS
103	CABLES BLOB CABLE C	207	BROQUEL 10K FRASSINORO 821 MARIPOSA P
104	AT&T HISENSE L675 PRO	208	BROQUEL 10K SABELLI 10B2-151 BOLA 1

Anexo 5 Relación de enlaces de nodos

Source	Target	Weight	Type	Source	Target	Weight	Type
1	10	378	Undirected	3	146	5799	Undirected
1	11	549	Undirected	3	147	6499	Undirected
1	12	849	Undirected	4	148	299	Undirected
1	13	399	Undirected	4	149	149	Undirected
1	14	289	Undirected	4	150	3099	Undirected
1	15	429	Undirected	4	151	359	Undirected
1	16	899	Undirected	4	152	899	Undirected
1	17	299	Undirected	4	153	2299	Undirected

1	18	449	Undirected	4	154	298	Undirected
1	19	299	Undirected	4	155	1499	Undirected
1	20	389	Undirected	4	156	1999	Undirected
1	21	389	Undirected	4	157	219	Undirected
1	22	759	Undirected	4	158	129	Undirected
1	23	20	Undirected	5	159	199	Undirected
1	24	399	Undirected	5	160	1599	Undirected
1	25	3297	Undirected	5	161	1999	Undirected
1	26	599	Undirected	5	162	2498	Undirected
1	27	599	Undirected	5	163	309	Undirected
1	28	399	Undirected	5	164	849	Undirected
1	29	679	Undirected	5	165	2598	Undirected
1	30	779	Undirected	5	166	249	Undirected
1	31	319	Undirected	5	167	739	Undirected
1	32	199	Undirected	5	168	749	Undirected
1	33	1198	Undirected	5	169	699	Undirected
1	34	369	Undirected	5	170	1599	Undirected
1	35	349	Undirected	5	171	269	Undirected
1	36	389	Undirected	5	172	339	Undirected
1	37	1699	Undirected	5	173	2499	Undirected
1	38	539	Undirected	5	174	17999	Undirected
1	39	579	Undirected	5	175	59	Undirected
1	40	1299	Undirected	5	176	3676	Undirected
1	41	569	Undirected	5	177	529	Undirected
1	42	2699	Undirected	5	178	1799	Undirected
1	43	2598	Undirected	5	179	2699	Undirected
1	44	699	Undirected	5	180	20999	Undirected
1	45	1199	Undirected	5	181	3099	Undirected
1	46	299	Undirected	5	182	899	Undirected
1	47	279	Undirected	5	183	999	Undirected
1	48	69	Undirected	5	184	2399	Undirected
1	49	299	Undirected	5	185	899	Undirected
1	50	1899	Undirected	5	186	1999	Undirected
1	51	799	Undirected	6	187	679	Undirected
1	52	489	Undirected	6	188	5499	Undirected
1	53	599	Undirected	6	189	2899	Undirected
1	54	499	Undirected	6	190	8199	Undirected
1	55	1599	Undirected	6	191	4399	Undirected
1	56	1699	Undirected	6	192	1499	Undirected
1	57	599	Undirected	6	193	8599	Undirected

1	58	999	Undirected	6	194	2799	Undirected
1	59	149	Undirected	6	195	1658	Undirected
1	60	2099	Undirected	7	196	739	Undirected
1	61	569	Undirected	7	197	639	Undirected
1	62	429	Undirected	7	198	699	Undirected
1	63	389	Undirected	7	199	3799	Undirected
2	64	69	Undirected	7	200	2999	Undirected
2	65	59	Undirected	7	201	1118	Undirected
2	66	338	Undirected	8	202	219	Undirected
2	67	12998	Undirected	8	203	75	Undirected
2	68	359	Undirected	8	204	25	Undirected
2	69	7999	Undirected	8	205	189	Undirected
2	70	4798	Undirected	8	206	1699	Undirected
2	71	249	Undirected	8	207	449	Undirected
2	72	1	Undirected	8	208	189	Undirected
2	73	2919	Undirected	166	181	1	Undirected
2	74	1689	Undirected	67	91	2	Undirected
2	75	1699	Undirected	131	91	2	Undirected
2	76	7199	Undirected	196	169	1	Undirected
2	77	10598	Undirected	116	126	1	Undirected
2	78	1689	Undirected	142	153	1	Undirected
2	79	4699	Undirected	142	189	1	Undirected
2	80	99	Undirected	142	146	1	Undirected
2	81	99	Undirected	142	149	1	Undirected
2	82	7	Undirected	98	106	1	Undirected
2	83	169	Undirected	164	202	1	Undirected
2	84	169	Undirected	82	92	1	Undirected
2	85	8399	Undirected	68	106	1	Undirected
2	86	7989	Undirected	180	179	1	Undirected
2	87	349	Undirected	70	160	1	Undirected
2	88	289	Undirected	46	61	1	Undirected
2	89	599	Undirected	130	91	1	Undirected
2	90	639	Undirected	130	66	1	Undirected
2	91	20	Undirected	112	111	1	Undirected
2	92	11	Undirected	140	144	1	Undirected
2	93	209	Undirected	62	10	1	Undirected
2	94	229	Undirected	107	92	1	Undirected
2	95	1099	Undirected	86	91	1	Undirected
2	96	799	Undirected	12	29	1	Undirected
2	97	399	Undirected	12	41	1	Undirected

2	98	359	Undirected	12	15	1	Undirected
2	99	389	Undirected	70	159	1	Undirected
2	100	199	Undirected	70	163	1	Undirected
2	101	4299	Undirected	147	155	1	Undirected
2	102	6999	Undirected	147	151	1	Undirected
2	103	99	Undirected	38	63	1	Undirected
2	104	1529	Undirected	38	34	1	Undirected
2	105	29	Undirected	131	112	1	Undirected
2	106	3	Undirected	131	111	1	Undirected
2	107	3058	Undirected	67	71	1	Undirected
2	108	899	Undirected	97	106	1	Undirected
2	109	599	Undirected	168	23	1	Undirected
2	110	199	Undirected	129	91	2	Undirected
2	111	238	Undirected	14	43	1	Undirected
2	112	158	Undirected	60	48	1	Undirected
2	113	4799	Undirected	174	173	1	Undirected
2	114	2999	Undirected	183	171	1	Undirected
2	115	8999	Undirected	69	91	1	Undirected
2	116	7299	Undirected	53	16	1	Undirected
2	117	4499	Undirected	102	91	1	Undirected
2	118	6499	Undirected	45	58	1	Undirected
2	119	6499	Undirected	129	88	1	Undirected
2	120	5269	Undirected	37	50	1	Undirected
2	121	299	Undirected	37	39	1	Undirected
2	122	11799	Undirected	37	21	1	Undirected
2	123	1599	Undirected	37	36	1	Undirected
2	124	99	Undirected	152	175	1	Undirected
2	125	449	Undirected	80	84	1	Undirected
2	126	1	Undirected	206	204	1	Undirected
2	127	4299	Undirected	206	203	1	Undirected
2	128	5499	Undirected	123	72	1	Undirected
2	129	10998	Undirected	73	91	1	Undirected
2	130	4289	Undirected	132	143	1	Undirected
2	131	8578	Undirected	132	154	1	Undirected
2	132	1799	Undirected	132	157	1	Undirected
2	133	1249	Undirected	77	91	2	Undirected
2	134	2719	Undirected	114	91	1	Undirected
2	135	13999	Undirected	94	93	1	Undirected
2	136	239	Undirected	178	177	1	Undirected
3	137	958	Undirected	78	91	1	Undirected

3	138	958	Undirected	74	91	1	Undirected
3	139	2699	Undirected	85	91	1	Undirected
3	140	1999	Undirected	120	91	1	Undirected
3	141	7799	Undirected	120	124	1	Undirected
3	142	5998	Undirected	79	91	1	Undirected
3	143	999	Undirected	134	91	1	Undirected
3	144	2199	Undirected	83	81	1	Undirected
3	145	1399	Undirected				

Anexo 6 Datos obtenidos mediante el paquete Gephi

id	label	degree	weighted degree	eccentricity	closness centrality	betweenness centrality	clustering	triangles
1	1 ELECTRODOMESTICOS	54	41612	11	0.19056	9467	0.01048	15
2	2 ELECTRONICA	73	212767	7	0.25183	12572.71429	0.01256	33
3	3 MUEBLES SUELTOS	11	37306	10	0.16310	2429.666667	0.03636	2
4	4 MUEBLES EN CONJUNTO	11	11248	7	0.20892	3570.119048	0	0
5	5 LLANTAS Y BICICLETAS	28	75247	8	0.26076	13422.5	0.01323	5
6	6 LINEA BLANCA	9	36230	11	0.12771	1612	0	0
7	7 RELOJERIA	6	9993	11	0.15047	1015	0	0
8	8 JOYERIA	7	2845	11	0.15114	1212.5	0.09524	2
10	CUBIERTOS GIBSON H MONTIERO	2	379	12	0.16031	0	1	1
11	MESSENGER NOVOTEK MB-8000 14"	1	549	12	0.16019	0	0	0
12	LICUADORA OSTER 16 VEL	4	852	12	0.16056	1.5	0.5	3
13	BASCULA ROYAL D00014B-M	1	399	12	0.16019	0	0	0
14	NECESERES BASICS CP104 9"	2	290	12	0.16031	0	1	1
15	TOSTADOR HAMILTON BEACH	2	430	12	0.16031	0	1	1
16	JUEGO PELU WAHL 79900-1501 ROJO	2	900	12	0.16031	0	1	1
17	NECESERES SEBIB EVA-84013 13"	1	299	12	0.16019	0	0	0
18	PARRILLA TAURUS ARES DUO	1	449	12	0.16019	0	0	0
19	PORTAFOLIO NOVOTEK	1	299	12	0.16019	0	0	0
20	CREPERA T-FAL	1	389	12	0.16019	0	0	0
21	CREPERA T-FAL D4701082/5 25 CM	2	390	12	0.16031	0	1	1
22	ALACIADORA REMINGTON S-5525	1	759	12	0.16019	0	0	0
23	CUCHARA ALPRO 8001 LISA	2	21	10	0.20978	8208	0	0
24	RASURADORA TIMCO BSK9000	1	399	12	0.16019	0	0	0
25	MALETA VER STARTRAVEL TAIPEI 24"	1	3297	12	0.16019	0	0	0
26	BOLSAS CON TRAVELERS 83036	1	599	12	0.16019	0	0	0
27	DEPILADORA PHILIPS HP6420/30	1	599	12	0.16019	0	0	0
28	JUEGOS DE CONAIR	1	399	12	0.16019	0	0	0

29	BATIDORA OSTER 5 VEL	2	680	12	0.16031	0	1	1
30	LICUADORAS T-FAL LN8025MX	1	779	12	0.16019	0	0	0
31	PORTAFOLIO BESTLIFE	1	319	12	0.16019	0	0	0
32	MALETA CH KINGS STYL A1271	1	199	12	0.16019	0	0	0
33	RECORTADOR REMINGTON PG6020B	1	1198	12	0.16019	0	0	0
34	JUEGO DE CUCHILLOS ALPINE	2	370	12	0.16031	0	1	1
35	ALACIADORA TIMCO PWC 2 1/4"	1	349	12	0.16019	0	0	0
36	ESPECIALID T-FAL B3061982	2	390	12	0.16031	0	1	1
37	BATERIA DE ALPRO 2453	5	1703	12	0.16069	3	0.40000	4
38	JUEGO DE SARTENES T-FAL	3	541	12	0.16044	0.5	0.66667	2
39	JUEGOS DE T-FAL B3089082 20/24 CM	2	580	12	0.16031	0	1	1
40	HORNO ELEC HAMILTON B31508	1	1299	12	0.16019	0	0	0
41	CAFETERA OSTER	2	570	12	0.16031	0	1	1
42	HIELERA IGLOO 49715 150 QTS	1	2699	12	0.16019	0	0	0
43	BOLSAS DE JENNIFER L JLO-77319	2	2599	12	0.16031	0	1	1
44	EXTRACTOR RECORD	1	699	12	0.16019	0	0	0
45	MALETA VER JLO 6790320 20"	2	1200	12	0.16031	0	1	1
46	PORTAFOLIO EBOX	2	300	12	0.16031	0	1	1
47	PLANCHA VA BLACK+DECK IRBD202-CP	1	279	12	0.16019	0	0	0
48	IDENTIFICA TRAVEL SMA TS09BWES	2	70	12	0.16031	0	1	1
49	BACKPACKS TRAVEL PLUS	1	299	12	0.16019	0	0	0
50	BATERIA CO STARCOOK ELCP17003-1	2	1900	12	0.16031	0	1	1
51	PRODUCTOS FLAWLESS 1119503	1	799	12	0.16019	0	0	0
52	BACKPACKS PERFECT CH PC-083337 15"	1	489	12	0.16019	0	0	0
53	RASURADORA REMINGTON PF7200	2	600	12	0.16031	0	1	1
54	PLANCHA VA BLACK+DECK IR1836	1	499	12	0.16019	0	0	0
55	MALETA VER CHARIOT	1	1599	12	0.16019	0	0	0
56	MALETA VER AMERICAN T SPINNER EX	1	1699	12	0.16019	0	0	0
57	JUEGO CONAIR HCT978ES	1	599	12	0.16019	0	0	0
58	MALETA VER STARTRAVEL VIENA 20	2	1000	12	0.16031	0	1	1
59	TERMO PERS G GIBSON H	1	149	12	0.16019	0	0	0
60	MALETA VER AMERICAN T SPINNER 29	2	2100	12	0.16031	0	1	1
61	PORTAFOLIO TRAVELERS	2	570	12	0.16031	0	1	1
62	OLLA ALPRO VAPORERA	2	430	12	0.16031	0	1	1
63	JARRA CON VASOS CRISA	2	390	12	0.16031	0	1	1
64	CABLES VAR RCA AH748F/Z	1	69	8	0.20137	0	0	0
65	ADAPTADOR BLOB TIPO C	1	59	8	0.20137	0	0	0
66	MICAS BLOB SAM J4	2	339	8	0.20157	0	1	1
67	TELCEL SAMSUNG GALAXY J8	3	13001	8	0.20176	0.5	0.66667	2
68	TELCEL ALCATEL	2	360	8	0.20157	0	1	1
69	CELULAR MOTORLA ONE	2	8000	8	0.20157	0	1	1

70	AUTOESTEREO PIONER	4	4801	8	0.25000	7696.214286	0	0
71	MEMORIA MICRO SD KINGSTON 32 GB	2	250	8	0.20157	0	1	1
72	MULT LIBRE TELCEL CHIP	2	2	8	0.20157	0	1	1
73	TELCEL LANIX ILIUM M9	2	2920	8	0.20157	0	1	1
74	TELCEL ZTE BLADE L7A AZU	2	1690	8	0.20157	0	1	1
75	RADIOGRAB SONY	1	1699	8	0.20137	0	0	0
76	AT&T HUAWEI MATE 20 LITE NEG	1	7199	8	0.20137	0	0	0
77	TELCEL SAMSUNG J610G J6+32G	2	10600	8	0.20157	0	1	1
78	TELCEL ZTE BLADE L7A DRD	2	1690	8	0.20157	0	1	1
79	TELCEL SAMSUNG J4 15G J4+32GB ROS	2	4700	8	0.20157	0	1	1
80	PROTECTOR BLOB SAM J4 CORE	2	100	8	0.20157	0	1	1
81	PROTECTOR BLOB SAM J6+	2	100	8	0.20157	0	1	1
82	CHIP AT&T	2	8	8	0.20157	0	1	1
83	PROTECTORE BLOB SAM J6+ SIRENA	2	170	8	0.20157	0	1	1
84	PROTECTOR BLOB SAM J4+BEAUTIFUL	2	170	8	0.20157	0	1	1
85	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7 AZU	2	8400	8	0.20157	0	1	1
86	TELCEL SAMSUNG GALAXY A7	2	7990	8	0.20157	0	1	1
87	AUDIFONOS STF SOUND ST-P46426	1	349	8	0.20137	0	0	0
88	PROM TELCEL SAMSUNG CAMISETA ENAMO	2	290	8	0.20157	0	1	1
89	ANTENA INT CLEAR TV	1	599	8	0.20137	0	0	0
90	TELEFONO MOTOROLA MOTO500ID	1	639	8	0.20137	0	0	0
91	CHIP MULTI TELCEL 4G	17	40	8	0.20457	60	0.11765	16
92	CHIP UNEFON	3	13	8	0.20176	0.5	0.66667	2
93	USB KINGSTON DT100G3/32GB	2	210	8	0.20157	0	1	1
94	CARGADOR ENERGIZER CH2PC3/4	2	230	8	0.20157	0	1	1
95	REP DVD LG	1	1099	8	0.20137	0	0	0
96	BOCINA EMP SOUNDSTREA X4-69 PLATA	1	799	8	0.20137	0	0	0
97	TELCEL NYX	2	400	8	0.20157	0	1	1
98	TELCEL NYX XYN 306 NGP R6	2	360	8	0.20157	0	1	1
99	IN EAR SONY MDREX110APBQUC	1	389	8	0.20137	0	0	0
100	EJERCICIO SPORTLINE CANGURERA	1	199	8	0.20137	0	0	0
101	TV LED LG	1	4299	8	0.20137	0	0	0
102	TELCEL APPLE IPHONE 6 32 GB	2	7000	8	0.20157	0	1	1
103	CABLES BLOB CABLE C	1	99	8	0.20137	0	0	0
104	AT&T HISENSE L675 PRO	1	1529	8	0.20137	0	0	0
105	CHIP TELCEL EXPRES	1	29	8	0.20137	0	0	0
106	CHIP TELCEL	4	6	8	0.20196	1.5	0.5	3
107	UNEFON HISENSE L675 PRO	2	3059	8	0.20157	0	1	1
108	DEPORTIVOS PIONEER SE-CL5BT-R	1	899	8	0.20137	0	0	0
109	BOCINAS NOVOTEK	1	599	8	0.20137	0	0	0
110	MOUSE INAL HP 200 NEGRO	1	199	8	0.20137	0	0	0

111	CABLE BLOB MICRO 2M	3	240	8	0.20176	0	1	3
112	CARGADOR BLOB CARRO USB	3	160	8	0.20176	0	1	3
113	TV LED JVC SI32HS	1	4799	8	0.20137	0	0	0
114	TELCEL SAMSUNG G PRIME +16GB	2	3000	8	0.20157	0	1	1
115	IPAD 9.7 APPLE MR7F2CL/A	1	8999	8	0.20137	0	0	0
116	MOVISTAR MOTO G6 PLUS	2	7300	8	0.20157	0	1	1
117	TV LED LG 24MT49S-PU	1	4499	8	0.20137	0	0	0
118	AT&T HUAWEI P20 LITE AZU	1	6499	8	0.20137	0	0	0
119	AT&T HUAWEI P20 LITE NEG	1	6499	8	0.20137	0	0	0
120	TELCEL MOTOROLA MOTO G6 PLAY AZU	3	5271	8	0.20176	0.5	0.66667	2
121	BOCINA M MANTRA	1	299	8	0.20137	0	0	0
122	NOTEBOOK HP	1	11799	8	0.20137	0	0	0
123	CELULAR ZUUM ONIX S	2	1600	8	0.20157	0	1	1
124	PROTECTOR BLOB MOT G6P	2	100	8	0.20157	0	1	1
125	COMBO SPORTLINE AT25	1	449	8	0.20137	0	0	0
126	CHIP MOVISTAR	2	2	8	0.20157	0	1	1
127	AT&T SAMSUNG J4	1	4299	8	0.20137	0	0	0
128	AT&T SAMSUNG J6	1	5499	8	0.20137	0	0	0
129	TELCEL SAMSUNG GALAXY J6	3	11001	8	0.20176	0.5	0.66667	2
130	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4 LAV	3	4291	8	0.20176	0.5	0.66667	2
131	TELCEL SAMSUNG GALAXY J4	4	8582	8	0.20196	1	0.66667	4
132	XBOX ONE EA X1-FIFA 19	4	1802	8	0.21593	2975.880952	0	0
133	IN EAR BT SONY	1	1249	8	0.20137	0	0	0
134	TELCEL LG X210HM K9 16 G AZU	2	2720	8	0.20157	0	1	1
135	TV LED SAMSUNG	1	13999	8	0.20137	0	0	0
136	BANCO PODE BLOB 5,200 MAH Y38	1	239	8	0.20137	0	0	0
137	BANCO REY VIGO	1	958	11	0.14033	0	0	0
138	PORTAGORRA TUBOGAR SILVER	1	958	11	0.14033	0	0	0
139	ALACENA MU GONHER VALLARTA	1	2699	11	0.14033	0	0	0
140	SILLA EJECH CHAIRMAN CAMEL	2	2000	11	0.14042	0	1	1
141	JUEGO BOX SPRING AIR	1	7799	11	0.14033	0	0	0
142	COMODA MOBI HABANA	5	6002	9	0.16653	2329.642857	0.1	1
143	BANCO IKAL ARES	2	1000	9	0.18509	1935.380952	0	0
144	ESCRITORIO TAMAYO KANSAS II	2	2200	11	0.14042	0	1	1
145	ESCRITORIO CHAIRMAN ARLETTE	1	1399	11	0.14033	0	0	0
146	COLCHON AMERICA	2	5800	10	0.15225	0	1	1
147	COLCHON MATRIMONIAL AMERICA	3	6501	9	0.16375	272.9761905	0	0
148	NATURALEZA STARHAUS	1	299	8	0.17296	0	0	0
149	RELOJ INFINITY	2	150	8	0.17913	764.5714286	0	0
150	CE MOBI ITALICO	1	3099	8	0.17296	0	0	0
151	JUEGO SABANAS LIRIO	2	360	8	0.17592	176.2380952	0	0

152	LAMPARAS T STARHAUS CRISTAL	2	900	6	0.20766	2799.285714	0	0
153	ESPEJO MODEL COR	2	2300	8	0.17913	764.5714286	0	0
154	COJIN SUPREME KARIM	2	299	8	0.20000	373.5	0	0
155	SET DE ALMOHADAS SOGNARE	2	1500	8	0.17592	176.2380952	0	0
156	MESA TV TAMAYO TAURO	1	1999	8	0.17296	0	0	0
157	TAPETE HOME CREAT ENTRADA 50X80	2	220	8	0.20000	373.5	0	0
158	ORGANIZADO STARHAUS LAPICERA	1	129	8	0.17296	0	0	0
159	TAPON ABS RIN 14	2	200	9	0.24939	2508.238095	0	0
160	ACUMULADOR AMERICA	2	1600	9	0.24939	2508.238095	0	0
161	ACUMULADOR AMERICA	1	1999	9	0.20704	0	0	0
162	LLANTA OVATION 185/70R14	1	2498	9	0.20704	0	0	0
163	TAPETE MIKELS	2	310	9	0.24939	2508.238095	0	0
164	SILLA ALTA PRINSEL	2	850	9	0.21042	1584	0	0
165	PASAJERO R OVATION 195/55R15	1	2598	9	0.20704	0	0	0
166	CASCO CALVERT	2	250	9	0.20724	0	1	1
167	TALADRO ADIR TALADRO 813	1	739	9	0.20704	0	0	0
168	ANDADERA PRINSEL FLASH ROJO 7110	2	750	9	0.23277	8305	0	0
169	DESBROZADO ADIR	2	700	9	0.20999	1393	0	0
170	COLUMPIO BRIGHT STA SAFARI 10624-ES	1	1599	9	0.20704	0	0	0
171	GUANTES BRUMM COP 7107	2	270	9	0.20724	0	1	1
172	GUANTES BRUMM DEPORTIVO L	1	339	9	0.20704	0	0	0
173	POLIZAS SE QUALITAS	2	2500	9	0.20724	0	1	1
174	SCOOTER VENTO ATOM 150	2	18000	9	0.20724	0	1	1
175	FOCO LED PHILIPS 335877 40W CAL	2	60	7	0.22222	2864.285714	0	0
176	LLANTA COOPER R 13	1	3676	9	0.20704	0	0	0
177	PIZARRON CRAYOLA 5086-03	2	530	9	0.20724	0	1	1
178	MONTABLE XIAMEN MOTO INDIAN CT-2612	2	1800	9	0.20724	0	1	1
179	SEGURO QUALITAS	2	2700	9	0.20724	0	1	1
180	MOTO VELOCI BOXTER 150	2	21000	9	0.20724	0	1	1
181	RIN 26 MERCURIO	2	3100	9	0.20724	0	1	1
182	AUTO ASIEN INFANTI	1	899	9	0.20704	0	0	0
183	FLIP UP DO REACH SS-RH286 "XL"	2	1000	9	0.20724	0	1	1
184	APARATO D INOVA AB TOMIC	1	2399	9	0.20704	0	0	0
185	PAINT RACE	1	899	9	0.20704	0	0	0
186	PAINT BLACE 4X4	1	1999	9	0.20704	0	0	0
187	ESTUFA SUPER FLAM	1	679	12	0.11331	0	0	0
188	LAVADORA KOBLENZ LR-2213-P-22KG	1	5499	12	0.11331	0	0	0
189	MICROONDAS DAEWOO	2	2900	10	0.14466	1773	0	0
190	REFRIGERADOR MABE RMA1025VMXE0 10P	1	8199	12	0.11331	0	0	0
191	LAVADORA EASY LRE21M	1	4399	12	0.11331	0	0	0
192	PISO METAL RECORD MF-20 20"	1	1499	12	0.11331	0	0	0

193	LAVADORA DAEWOO 18 KG	1	8599	12	0.11331	0	0	0
194	CAMPANA WHIRLPOOL WH7610S 30P	1	2799	12	0.11331	0	0	0
195	CILINDRO GRUTS 9 KG	1	1658	12	0.11331	0	0	0
196	RELOJ Q&Q	2	740	10	0.17547	1200	0	0
197	RELOJ VIZANTI 5587G	1	639	12	0.13088	0	0	0
198	RELOJ QQ F499J404Y	1	699	12	0.13088	0	0	0
199	RELOJ PUMA PU104241004	1	3799	12	0.13088	0	0	0
200	RELOJ FOSSIL ES4145	1	2999	12	0.13088	0	0	0
201	RELOJ CASIO W96H-1AV	1	1118	12	0.13088	0	0	0
202	BROQEL 10K SABELLI	2	220	10	0.17607	1393	0	0
203	ESTUCHE JOYAPAK DELUX ARETE MED3905	2	76	12	0.13146	0	1	1
204	ESTUCHE JOYAPAK C1621 ROJO ANILL	2	26	12	0.13146	0	1	1
205	BROQEL 10K SABELLI 10B0-514 REC 4MM	1	189	12	0.13138	0	0	0
206	COLLAR 10K FONELLI CORAZON NIÑOS	3	1701	12	0.13155	0.5	0.66667	2
207	BROQEL 10K FRASSINORO 821 MARIPOSA P	1	449	12	0.13138	0	0	0
208	BROQEL 10K SABELLI 10B2-151 BOLA 1	1	189	12	0.13138	0	0	0

BIBLIOGRAFÍA

- Agrawal, R., & Srikant, R. (1994). Fast Algorithms for Mining Association Rules . *Proceedings of the 20th VLDB Conference* (págs. 487-499). Santiago, Chile: Almaden Research Center .
- Albert László, B. (2016). *Network Science by Albert-László Barabási*. Recuperado el 2018, de Network Science by Albert-László Barabási: <http://networksciencebook.com/>
- Albert László, B., & Réka, A. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 286(5439), 509-512. doi:10.1126/science.286.5439.509
- Amaral, L. A., & Ottino, J. (2004). Complex networks - Augmenting the framework for the study of complex systems. *European Physical Journal B*, 38, 147-162. doi:10.1140/epjb/e2004-00110-5
- Antelo, L. T., Otero-Muras, I., Banga, J. R., & Alonso, A. A. (2007). La Teoría de Redes en Ingeniería de Control: Aplicación al análisis dinámico y al control de procesos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 4(1), 24-34.
- Bavelas, A. (1948). A Mathematical Model for Group Structures. *Human Organization*, 7(3), 16-30. doi:<https://doi.org/10.17730/humo.7.3.f4033344851gl053>
- Boeing, G. (2018). A Multi-Scale Analysis of 27,000 Urban Street Networks: Every US City, Town, Urbanized Area, and Zillow Neighborhood. *Environmental and Planning B: Urban Analytics and City Science*, 1-18. doi:10.1177/2399808318784595
- Borgatti, S. P. (2005). Centrality and network flow. *Social Networks*, 27(1), 55-71. doi:10.1016/j.socnet.2004.11.008
- Cardillo, A., Scellato, S., Latora, V., & Porta, S. (2006). Structural Properties of Planar Graphs of Urban Street Patterns. *Physical Review E*, 73(6), 1-7. doi:10.1103/PhysRevE.73.066107
- Cardona, D. F., González, J. L., Rivera, M., & Cárdenas, E. (2013). Aplicación de la regresión lineal en un problema de pobreza. *Revista Interacción*, 12, 73-84.
- Cats, O. (2017). Topological evolution of a metropolitan rail transport network: The case of Stockholm. *Journal of Transport Geography*, 62(June), 172-183. doi:10.1016/j.jtrangeo.2017.06.002
- Cheng, Y.-Y., Lee Ka-Wei, R., Ee-Peng, L., & Zhu, F. (2015). Measuring centralities for transportation networks beyond structures. *Applications of Social Media and Social Network Analysis*, 23-39. doi:Doi 10.1007/978-3-319-19003-7_2
- Crucitti, P., Latora, V., & Porta, S. (2006). Centrality measures in spatial networks of urban streets. *Physical Review E*, 73(3), 1-4. doi:10.1103/PhysRevE.73.036125

- De la Peña, J. A. (2012). Sistemas de Transporte en México: un análisis de centralidad en teoría de redes. *Revista Internacional de Estadística y Geografía*, 3(3), 72-91.
- Dehmer, M., Pickl, S., & Wang, Z. (2015). Recent Developments in Network Analysis and their Applications. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, 13(4), 25-34.
- Derrible, S., & Kennedy, C. (2011). *Applications of Graph Theory and Network Science to Transit Network Design* (Vol. 31). Ontario: Transport Reviews: A Transnational Transdisciplinary Journal. doi:<https://doi.org/10.1080/01441647.2010.543709>
- Devore, J. L. (2008). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences* (Seventh ed.). California, EE. UU.: CENGAGE Learning.
- Erdős, P., & Rényi, A. (1959). On Random Graphs I. *Publicationes Mathematicae (Debrecen)*, 6, 290-297.
- Freeman, L. C. (1977). A set of measures of centrality based on betweenness. *Sociometry*, 40(1), 35-41. doi:10.2307/3033543
- Freeman, L. C. (1979). Centrality in social networks conceptual clarification. *Social Networks*, 1(3), 211-292. doi:[https://doi.org/10.1016/0378-8733\(78\)90021-7](https://doi.org/10.1016/0378-8733(78)90021-7)
- Freeman, L. C. (2004). The Development of Social Network Analysis: A Study in the Sociology of Science. *Empirical Press*, 37(3), 205-208.
- Fruchterman, T., & Reingold, E. (1991). Graph drawing by Force-directed Placement. *Software—Practice and Experience*, 21(11), 1129-1164.
- Gephi.org. (2017). *Gephi: The Open Graph Viz Platform*. Obtenido de <https://gephi.org/>
- Herrera, O. S. (2011). Los meridianos y puntos de la acupuntura: estudio de su topología de red. *Revista Internacional de Acupuntura*, 5(3), 97-104. doi:10.1016/S1887-8369(11)70024-2
- Klemettinen, M., Mannila, H., Ronkainen, P., Toivonen, H., & Verkamo, A. I. (1994). Finding interesting rules from large sets of discovered association rules. *CIKM '94 Proceedings of the third international conference on Information and knowledge management* (págs. 401-407). New York, USA: ACM.
- Lane, R., & Powell, T. (1976). *Planificación analítica del transporte*. Madrid, España: Instituto de Estudios de Administración Local.
- Latora, V., & Marchiori, M. (2002). Is the Boston subway a small-world network? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 314(1-4), 109-113. doi:[doi:doi.org/10.1016/S0378-4371\(02\)01089-0](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(02)01089-0)
- León, C., & Pérez, J. (2013). El mercado OTC de los valores en Colombia: caracterización y comparación con base en el análisis de redes complejas. *Borradores de Economía*(765), 01-34.

- Lotero Vélez, L., & Hurtado Heredia, R. G. (2014). Vulnerabilidad de redes complejas y aplicaciones al transporte urbano: una revisión a la literatura. *EIA*, 11(21), 67-78. doi:10.14508/reia.2014.11.21.67-78
- Maldonado, C. E. (2005). La lógica del multilateralismo: una red dinámica compleja. *OASIS*, 10, 195-210.
- Newman, M. (2005). A measure of betweenness centrality based on random walks. *Social Networks*, 27(1), 39-54. doi:10.1016/j.socnet.2004.11.009
- Newman, M. (2010). *Networks: An Introduction* (1 ed.). New York, USA: Oxford University Press.
- Raeder, T., & Chawla, N. V. (2011). Market basket analysis with networks. *Social Network Analysis and Mining*, 1(2), 97-113. doi:10.1007/s13278-010-0003-7
- Rodrigue, J.-P., Slack, B., & Comtois, C. (2017). Green Logistics, in Ann M. Brewer , Kenneth J. Button , David A. Hensher. En *Handbook of Logistics and Supply-Chain Management* (Vol. 2, págs. 339-350). Handbooks in Transport.
- Strano, E., Viana, M., da-Fontoura-Costa, L., Cardillo, A., Porta, S., & Latora, V. (2013). Urban street networks, a comparative analysis of ten European cities. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 40, 1071-1086. doi:10.1068/b38216
- Sun, D. J., Zhao, Y., & Lu, Q.-C. (2015). Vulnerability Analysis of Urban Rail Transit Networks: A Case Study of Shanghai, China. *Sustainability*, 7(6), 6919-6936. doi:doi:10.3390/su7066919
- Sun, J., & Tang, J. (2011). A Survey of Models and Algorithms for Social Influence Analysis. En C. C. Aggarwal, *Social Network Data Analytics* (págs. 177-214). Nueva York: Springer Science. doi:doi.org/10.1007/978-1-4419-8462-3_7
- Wang, H., Hernandez, J. M., & Mieghem, P. V. (2008). Betweenness centrality in a weighted network. *PHYSICAL REVIEW E*, 77(4), 01-10. doi:10.1103/PhysRevE.77.046105
- Watts, D. J., & Strogatz, S. H. (1998). Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*(393), 440-442. doi:doi.org/10.1038/30918