



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
en Celaya



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO EN CELAYA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**“ANÁLISIS DE DISEÑO DE EXPERIMENTOS
CON RESPUESTA MÚLTIPLE QUE MEJORE
LAS OPORTUNIDADES DE INNOVACIÓN”**

**TESIS PROFESIONAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**PRESENTA:
ING. CITLALY GONZÁLEZ CASIQUE**

**DIRECTOR DE TESIS:
M.C. MANUEL DARÍO HERNÁNDEZ RIPALDA**

**CO-DIRECTOR DE TESIS:
DR. JAVIER ARMANDO RÍOS LIRA**

CELAYA, GTO., MÉXICO, FEBRERO, 2019



SEP



TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
en Celaya

Asunto: Autorización de impresión de trabajo profesional.

Celaya Gto., **14 de FEBRERO 2019**

M.C. MOISES TAPIA ESQUIVIAS
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL.
Presente.

De acuerdo a la convocatoria hecha por esta jefatura a fin de aprobar o no la impresión del trabajo profesional titulado:

“Análisis de Diseño de Experimentos con Respuesta Múltiple que Mejore las Oportunidades de Innovación”

*Presentado por el (a) pasante **C. ING. Citlaly González Casique (M1703013)** alumno (a) del programa de Maestría en Ingeniería Industrial que ofrece nuestro Instituto.
Hacemos de su conocimiento que éste jurado ha tenido a bien aprobar la impresión de dicho trabajo para los efectos consiguientes.*


M.C. MANUEL DARIO HERNANDEZ RIPALDA
Presidente


DR. JOSE ALFREDO JIMENEZ GARCIA
Vocal

Ccp. Escolares
Archivo.
VFF*MTE*DMVP

ATENTAMENTE




M.C. ALICIA LUNA GONZALEZ
Secretario

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CELAYA
COORDINACION DE MAESTRIA DE INGENIERIA INDUSTRIAL

M.C. VICENTE FIGUEROA FERNANDEZ
Vocal Suplente



Dr. José Alfredo Jiménez García

M. C. Vicente Figueroa Fernández

Contenido

Resumen	3
1. Introducción	5
1.1. Objetivo general	8
1.2 Objetivos específicos	8
1.3 Hipótesis	8
1.4 Planteamiento del problema	8
1.5 Justificación de la investigación	9
1.6. Preguntas de investigación	9
1.7 Alcances y limitaciones	9
2. Marco teórico	10
2.1 El diseño de experimentos	10
2.1.1 Definición de diseño de experimentos	10
2.1.2 Definiciones básicas del diseño de experimentos	10
2.1.3 Historia del diseño de experimentos	12
2.1.4 Aplicaciones del diseño de experimentos	13
2.1.5 Principios Básicos del Diseño de experimentos.....	14
2.2 Técnicas de Diseño de experimentos.....	14
2.2.1 Selección de los diseños de experimentos.....	15
2.2.2 Clasificación de los diseños de experimentos	15
2.2.3 Fases del diseño de experimentos	29
2.2.4 Consideraciones en el uso de técnicas estadísticas en la experimentación	30
2.3 Diseño de experimentos con respuesta múltiple.....	30
2.3.1 Definición de diseño de experimentos con respuesta múltiple	30

2.3.2 Técnicas para la optimización de múltiples respuestas	31
2.3.2.1 Metodología de superficie de respuesta	32
2.3.2.2 Función de deseabilidad	35
2.3.2.3 Taguchi	39
2.4 Estado del Arte	40
3. Marco Metodológico	43
3.1 Método	43
3.1.1 Evaluación de técnicas de diseño de experimentos.....	43
3.1.2 Comparación de técnicas de diseño de experimentos	44
4. Resultados y Conclusiones	53
Bibliografía.....	58

Resumen

En la actualidad en industria el entorno de operaciones se vuelve cada vez más complicado, donde los experimentos requeridos para optimización de procesos, servicios o productos contienen más de una variable de respuesta, existen varios métodos para atacar problemas con diseño de experimentos con múltiples respuestas, pero falta definir cuál método es el más adecuado para hacerlo más eficaz en una forma innovadora. Esto lograría dos cosas, una es ahorrarle tiempo de estudio al investigador y la segunda es brindar una mayor confiabilidad en que la conclusión que se llegue es correcta. Este trabajo de tesis analiza las dificultades en los procedimientos de diseño de experimentos con respuesta múltiple para definir las mejores oportunidades de innovación. Mediante Evaluar, comparar y analizar las diferentes técnicas y arreglos de diseño de experimentos con respuesta múltiple para definir oportunidades de innovación.

Abstract

Currently in the industry the environment of operations becomes increasingly complicated, where experiments require the optimization of processes, services or products rather than a response variable, response methods. How does it work? This will achieve two things, a time saving in the research study and the second is to provide greater confidence in the conclusion that it is correct. This thesis analyzes the difficulties in design procedures with multiple answers to define the best opportunities for innovation. Through the evaluation, comparison and analysis of the different technical techniques and design arrangements with multiple answers to define innovation opportunities.

1. Introducción

La experimentación es una parte crucial de la innovación, y algunos dirían que no hay innovación sin experimentación. Si la innovación y la experimentación están tan estrechamente vinculadas entre sí, antes de que se pueda comenzar a hablar de experimentación, se define qué es la innovación.

La innovación se entiende aquí como nuevos productos o servicios, procesos de producción, procedimientos de marketing o configuraciones organizativas (por ejemplo, Trott, 2005). Los procesos de innovación incluyen la búsqueda, el descubrimiento, la experimentación, el desarrollo, la imitación y la adaptación de tales nuevos productos, servicios, procesos de producción, etc. (Dosi, 1988). El proceso de innovación se presentó, y con frecuencia aún se presenta, como una secuencia de etapas consecutivas de: búsqueda, selección, desarrollo e implementación.

Innovación puede ser: el proceso de traducir una idea o invención en un bien o servicio que crea valor. La atención se centra en el proceso y la creación de valor, en lugar de ideas o invenciones, y aquí es donde la experimentación entra en escena. Hacer que una idea o concepto se haga realidad, algo significativo tiene miles de variables que no se pueden resolver por sí solas o por discutirlo en una charla. La experimentación es fundamental para obtener información y nuevos conocimientos. Entonces, en relación con la innovación, la experimentación puede verse como una "búsqueda de nuevo valor".

Hay un sinnúmero de enfoques para experimentar. Sin embargo, la experimentación en sí misma no necesita ser complicada, en la forma más pura se trata de probar cosas a pequeña escala.

Se puede pasar siglos en una tormenta de ideas buenas (o malas), pero sin probarlas, son solo conceptos sin ninguna evidencia que demuestre que funcionarán. Entonces, la pregunta que debe hacerse no es "¿cuál es su idea?", Sino "¿cómo ha intentado probarlo?"

¿Por qué es necesaria la experimentación para la innovación?

Hay 4 razones principales por las que la experimentación es esencial.

1. Aprender

La experimentación es todo acerca del aprendizaje. Se trata de responder a sus preguntas y probar suposiciones. Se trata de recopilar datos. La experimentación ayuda a tomar decisiones más informadas sobre las ideas y proyectos.

Se cree que se sabe, pero a menudo no hay conocimiento, simplemente supuestos. Aun así, se toman decisiones basadas en cómo se cree que son las cosas, sin probar ninguno de los supuestos. Muchas cosas pueden parecer obvias, pero siempre es bueno probarlas. No se debe tener miedo de los experimentos, ya que ayudan a recopilar la información necesaria y, por lo tanto, a tener más seguridad. La experimentación ayuda a navegar en la incertidumbre evitable que forma parte de cualquier proceso de innovación.

2. Fallar (de manera positiva).

Fallar es parte de la innovación, pero debería haber un reconocimiento de cómo se falla uno y de cuán grande es su fracaso. Las fallas pueden costar tiempo y dinero; Los grandes fracasos pueden costar mucho tiempo y dinero. Entonces, la clave es fracasar rápida y económicamente, gastar un poco para aprender mucho. Los experimentos pueden ayudar a hacer eso. Al probar cosas a pequeña escala y tan pronto como sea posible, se experimentan mini fallas temporales que brindan mucha información y, por lo tanto, ayudan a evitar fallas significativas que podrían hacer que los proyectos (no probados) fracasen de manera desastrosa.

3. Ahorrar dinero.

Los experimentos de ejecución no tienen por qué ser costosos, ya que hay varias formas de probar los supuestos y realizar experimentos de pequeña escala a bajo costo. Otra forma de pensar acerca de los costos de los experimentos, es considerar cuánto cuesta la experimentación. Muy a menudo los proyectos se desarrollan sin mucha prueba.

Sin probar ideas, productos o servicios, se podría terminar teniendo proyectos grandes (no probados) que no se completan. Sería erróneo decir que la experimentación no implica costos, sí lo tiene. Incluso los experimentos a pequeña escala toman recursos de otra cosa. Sin embargo, igualmente, sería erróneo pensar que no hacer nada, o esperar, estaría libre de riesgos. Simplemente

no lo es. En última instancia, no hacer nada es también una decisión que puede costar dinero. Entonces, sí, existe el riesgo de hacerlo, pero también existe el riesgo de no hacerlo.

4. Tener mejores productos y servicios.

Las posibilidades de brindar excelentes servicios son mejores si realmente se entiende qué tipo de servicios las personas necesitan y desean. En lugar de adivinar qué funciona y qué no funciona, se pueden hacer ajustes basados en comentarios reales o incluso eliminar una idea que se supuso que sería buena, pero que los usuarios, los clientes, no estuvieron de acuerdo. La participación del usuario conduce a mejores servicios.

Planificación vs experimentación

Un enfoque tradicional para organizar intervenciones es planificar, preparar y ejecutar. Esta es una gran metodología cuando se está ejecutando algo con lo que se está familiarizado y operando en un entorno conocido. No significa que no habría riesgos involucrados, pero en tales situaciones, se puede asumir que, si se estudia lo suficiente, se conocerá. Las soluciones o entornos conocidos tienen riesgos que pueden calcularse y gestionarse, pero si realmente se quiere hacer algo nuevo, no se conocen los riesgos. Ni siquiera se sabe lo que no se sabe.

Además de eso, a menudo el entorno de operaciones cada vez más complejo e incierto, los problemas que se intentan abordar son demasiado complicados para un proceso lineal, y no hay soluciones a la mano disponibles. El enfoque tradicional de planear-preparar-ejecutar no es suficiente, pero es necesario otras herramientas para enfrentar la complejidad y la incertidumbre. Los experimentos aportan pruebas tangibles al principio del proceso cuando todavía es posible cambiar la dirección sin grandes costos. Por lo tanto, cuanto antes se comience a experimentar y recopilar información, más rápido podremos reducir el nivel de incertidumbre.

Taguchi propuso que, en el lanzamiento de un nuevo producto o proceso, siempre hay tres pasos básicos: elegir el sistema a operar, establecer los parámetros del sistema y establecerlas tolerancias de los parámetros críticos del sistema. Al elegir el sistema es donde se tiene el máximo de oportunidades de innovar, pero esto implica experimentación, especialmente con los usuarios y los clientes del sistema propuesto.

Ahora las iniciativas de innovación implican la experimentación rápida con clientes y usuarios para enriquecer, afinar y corregir rápido las propuestas. Taguchi además siempre propuso el uso de los experimentos para la determinación de los parámetros críticos para el funcionamiento del sistema. Los experimentos resultantes son experimentos con mucho más que una variable de respuesta, los experimentos que demanda la innovación son con respuestas multivariadas. Esta tesis explora como moverse en la experimentación multivariada, no como un problema, más bien como el tipo de experimentación condición básica para la innovación.

1.1. Objetivo general

Analizar las dificultades en los procedimientos de diseño de experimentos con respuesta múltiple para definir las mejores oportunidades de solución.

1.2 Objetivos específicos

- a) Identificar de los escenarios en los que se aplique el diseño de experimentos con respuestas múltiples.
- b) Evaluar de las técnicas existentes de diseño de experimentos con respuesta múltiple para el tratamiento de diferentes escenarios.
- c) Definir de los criterios de comparación entre cada una de las técnicas de solución de diseño de experimentos con respuesta múltiple.
- d) Establecer de las oportunidades de solución innovadoras de las diferentes técnicas de diseño de experimentos múltiple.

1.3 Hipótesis

Existen procedimientos en el diseño de experimentos que ayuden a identificar mejor las oportunidades de innovación.

1.4 Planteamiento del problema

El diseño de experimentos ayuda a identificar qué factores son los que influyen en una variable de interés y si existe esa influencia cuantificarla. Pero hablando de respuestas múltiples no es posible optimizar todas las respuestas al mismo tiempo, lo que se puede hacer es optimizar una y satisfacer

a las demás. Existen varios métodos para atacar problemas con diseño de experimentos con múltiples respuestas, pero falta definir cuál método es el más adecuado para hacerlo más eficaz en una forma innovadora. Esto lograría minimizar el tiempo de estudio por parte del investigador del problema, así como brindar una mayor confiabilidad en que la conclusión que se llegue es correcta.

1.5 Justificación de la investigación

En muchos problemas de la industria de optimización experimental, es poco probable encontrar una sola respuesta que necesite ser optimizada, por lo general nos encontramos que se debe de considerar varias respuestas. Existen varios métodos para tratar este tipo de problemas, se analizarán estos métodos y se definirá cual es el que proporcione una mejor oportunidad de innovación.

1.6. Preguntas de investigación

- a) ¿Cómo identificar los escenarios en los que se aplique el diseño de experimentos con respuestas múltiples?
- b) ¿Cómo examinar las técnicas existentes de diseño de experimentos con respuesta múltiple para el tratamiento de diferentes escenarios?
- c) ¿Cómo definir los criterios de comparación entre cada una de las técnicas de solución de diseño de experimentos con respuesta múltiple?
- d) ¿Cómo establecer las mejores oportunidades de solución de las diferentes técnicas de diseño de experimentos múltiple?

1.7 Alcances y limitaciones

El alcance de la presente tesis es analizar los escenarios posibles de los métodos ya existentes para solución de diseño de experimentos con respuesta múltiple y así definir el mejor que nos brinde oportunidades de innovación.

2. Marco teórico

2.1 El diseño de experimentos

A continuación, se muestran definiciones como, aplicaciones, principios e historia del Diseño de experimentos.

2.1.1 Definición de diseño de experimentos

Un experimento puede definirse como una prueba o una serie de pruebas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso para observar las razones de los cambios en las variables de salida, el diseño de experimentos como su nombre lo menciona se trata de planear y realizar experimentos para obtener conclusiones válidas y objetivas. La atención se centra en los experimentos de ingeniería, física y química, debido a que la experimentación juega un papel importante para el diseño de productos nuevos, el desarrollo y mejoramiento de procesos (Montgomery, 2004).

El diseño de experimentos es el arreglo de unidades experimentales que se usa para controlar un error experimental, el obtener la mayor información, precisión y exactitud en los resultados junto con el uso eficiente de los recursos, es un principio a seguir en la elección del mejor diseño.

Entendiendo por “unidad experimental” a la entidad física o sujeto expuesto al tratamiento y “error experimental” a la variación que existe entre las unidades experimentales (Kuehl, 2001).

El diseño de experimentos es la secuencia de pasos que se toman previos a la experimentación para asegurar que los datos que se tengan sean apropiados y que permitan un análisis objetivo y conduzcan a inferencias validas con el problema establecido (Gutiérrez P & De la Vara, 2003).

El diseño de experimentos se define como la técnica que estructura las condiciones posibles de un experimento que tiene múltiples factores. (Ranjit K. , 2010).

2.1.2 Definiciones básicas del diseño de experimentos

Para poder entender ampliamente el presente artículo es importante que se tenga el conocimiento de ciertas definiciones que estaremos manejando, se presentan a continuación:

Experimento: Son investigaciones que se realizan para poder comprobar algo que aún no se conoce, en este se observa y se evalúa las implicaciones de las respuestas.

Experimento comparativo: En este experimento se establecen un conjunto de circunstancias y que se comparen las respuestas que se dieron a cada una de las circunstancias que se presentaron.

Unidad experimental: Es la pieza o las piezas (o muestras) que se utilizan para generar un valor que sea representativo del resultado del mismo experimento, es importante que se defina cuidadosamente la unidad experimental.

Variables de respuesta: A través de esta variable se conoce el efecto del mismo experimento, véase figura 2.1.



Fig. 2.1 Variables de un proceso.

Factores controlables: Son variables de proceso o características de materiales que usualmente se controlan durante la operación normal del proceso.

Factores no controlables: Son variables del proceso o características de materiales que no se pueden controlar en la operación normal del proceso, un ejemplo de ello son los factores ambientales.

Factores estudiados: Son las variables que se deben de investigar en el experimento, estas variables pueden o no ser controladas, estas son investigadas para saber cómo influyen o afectan a la variable de respuesta.

Niveles y tratamiento: Los diferentes valores que se asignan a cada factor estudiado en un diseño de experimento se llaman niveles, y la combinación de niveles de los factores estudiados es el tratamiento, por ejemplo: Si en un experimento se estudia la influencia de velocidad y temperatura y se decide probar en dos niveles, cada combinación de estos niveles es el tratamiento.

Error aleatorio y error experimental: Siempre que se realice un estudio experimental siempre habrá variabilidad que se presente debido a causas comunes o aleatorias, esta variabilidad es el denominado “Error aleatorio”.

Estas definiciones fueron tomadas de Gutiérrez Pulido y Román de la Vara, segunda edición, (Gutiérrez P & De la Vara, 2003).

2.1.3 Historia del diseño de experimentos

Existen cuatro eras del desarrollo moderno del diseño experimental estadístico. La primera fue la era agrícola que fue liderada por Sir Ronald A. Fisher en los años de 1920, Fisher se percató que la manera en la que se llevaba el experimento que generaba los datos obstaculizaba el análisis de los datos de los sistemas agrícolas. Fisher junto con su equipo de trabajo desarrollaron los tres principios básicos del diseño experimental:

- La aleatorización, realización de réplicas y formación de bloques, incorporo los principios estadísticos incluyendo el diseño factorial y el análisis de la varianza.
- En la segunda era o era industrial, fue el desarrollo de la metodología de superficies de respuesta por parte de Box y Wilson, estos autores se percataron de que muchos experimentos industriales son fundamentalmente diferentes a los agrícolas en dos sentidos: a) La variable de respuesta se observa de inmediato, b) que se puede tener información crucial de un pequeño grupo de corridas para usarse en el siguiente experimento.
- La tercera era comenzó al final de la década de 1970 el trabajo de Genichi Taguchi propuso el diseño paramétrico robusto, el cual significaba: a) hacer el proceso insensible a factores externos que son difíciles de controlar, b) fabricar productor insensible, c) encontrar los niveles de las variables del proceso que obliguen a la media aun valor deseado y a la vez se reduzca la variabilidad en torno a este valor.

Existió gran controversia a la metodología propuesta por Taguchi el resultado positivo de ello fue que dio comienzo a la cuarta era del diseño estadístico, en esta era se caracteriza por el desarrollo de varios enfoques nuevos y útiles para problemas experimentales del mundo industrial, adicional se ha integrado la educación formal del diseño experimental en las universidades a nivel licenciatura y posgrado, esto marca un factor clave en la competitividad industrial futura (Montgomery, 2004).

2.1.4 Aplicaciones del diseño de experimentos

Las técnicas de diseño de experimentos se utilizan en diversas disciplinas, de hecho, se consideran parte del proceso científico, es decir se llevan a cabo experimentos para poder sacar conclusiones del proceso esta herramienta es muy importante puesto que ayuda a poder optimizar los procesos, algunas de las aplicaciones son:

- Reducir costos.
- Disminuir la variabilidad y acercarse a la media deseada.
- Mejoras en el rendimiento del proceso.
- Reducción del tiempo de desarrollo del mismo experimento.

Esta técnica también se aplica en el desarrollo de ingeniería donde se desarrollan nuevos productos o se hacen mejoras a los existentes, se mencionan a continuación:

- Evaluación de materiales alternativos para utilizar en el producto.
- Evaluación y comparación de configuración de diseños básicos.
- Asegurar robustez en el producto por medio de comparar especificaciones que logren el mejor desempeño del mismo.
- Definir parámetros clave que ayuden a un buen desempeño del mismo.

En pocas palabras tienen aplicación en las fases iniciales del desarrollo de cualquier proceso, en el desarrollo de nuevos productos y /o mejoras en productos ya existentes. Su aplicación en estas áreas mencionadas da como resultado productos cuya fabricación sea más sencilla, con un mejor desempeño y confiabilidad, costos más bajos y tiempos más cortos para el diseño y desarrollo del producto. En el caso de procesos: Mejoras en el rendimiento del proceso, reducción en la variabilidad, reducción del tiempo de desarrollo (Mood, Graybill, & Boes, 1974).

2.1.5 Principios Básicos del Diseño de experimentos

Si se quiere correr un experimento con la mayor eficiencia es importante que tengamos un enfoque científico para plantearlo de tal manera que se recabe la información necesaria que pueda analizarse con métodos estadísticos que lleve a conclusiones válidas y objetivas.

Por esta razón es importante considerar, Los tres principios básicos del diseño experimental, los cuales son:

- La realización de réplicas.
- La aleatorización
- La formación de bloques.

Se explican a continuación, La realización de réplicas se entiende a la repetición del experimento básico, se busca hacerlas para que el investigador tenga una estimación del error experimental y obtener una estimación más precisa del parámetro a analizar, por otra parte, si estamos usando la media muestral para estimar el efecto del experimento, esto nos ayuda a ver qué tan preciso es mi estimación.

En lo que refiere a aleatorización indica que el orden en que se realizarán las corridas o ensayos individuales del experimento se hacen al azar y para evitar algún sesgo en el experimento, aparte la aleatorización ayuda a sacar el promedio de los factores externos que pueden estar afectando el mismo experimento.

Mientras las formación de bloques es una técnica de diseño para mejorar la precisión de las comparaciones que se hacen entre los factores esto se hace para reducir la variabilidad que se genera por los factores perturbadores que son todos aquellos que se presentan en el experimento que no son de interés específico (Biles, 1975).

2.2 Técnicas de Diseño de experimentos

Es importante mencionar que en la aplicación de esta herramienta (Diseño de experimentos), se tendrá un mejor resultado si se selecciona la correcta técnica para la resolución de problemas.

2.2.1 Selección de los diseños de experimentos

Según (Ryan, 2007) segunda edición, existen muchos diseños de experimentos para investigar la gran diversidad de problemas y es importante saber definir el más adecuado, esta definición va de acuerdo al objetivo del experimento, así como su alcance, se enuncian los cinco aspectos que más influyen en la selección del diseño experimental.

- a) El objetivo del experimento
- b) Numero de factores a estudiar
- c) Numero de niveles que se probaran en cada factor
- d) Relación factores- respuesta
- e) El costo del experimento, tiempo y precisión deseada.

El objetivo del experimento es el aspecto principal para identificar el experimento y poder dividirlo y los restantes cuatro puntos descritos son subdivisiones del experimento en sí.

2.2.2 Clasificación de los diseños de experimentos

Según (Myers & Montgomery, Response Surface Methodology, 2016), los diseños se pueden clasificar como sigue:

- Diseños para comparar dos o más tratamientos.
- Diseños para estudiar el efecto de varios factores sobre la respuesta o respuestas.
- Modelo de la Superficie de Respuesta

2.2.2.1 Diseños para comparar dos o más tratamientos

Los diseños de bloques, son aquellos donde existe un factor de tratamiento y los de bloque, los factores de bloque son aquellos que tienen un nivel de significancia secundario con respecto a la variable de respuesta que se estudia. Se muestran a continuación.

a) Diseño de bloques completos al azar

Estos se aplican cuando se requiere comparar ciertos tratamientos, es deseable que las diferencias se deban al factor que se está estudiando y no a otros factores que no se consideran en el estudio. Pero hay algunas ocasiones que esto no se cumple y esto ocasiona que las respuestas sean afectadas.

En un diseño de bloques completos al azar se consideran tres fuentes de variabilidad: factor de tratamiento, factor de bloque y el error aleatorio.

b) Diseño de cuadros latino

En este se tienen 4 fuentes de variabilidad que pueden afectar a la respuesta y son: Los factores del bloque I, factores del bloque II, factores de tratamiento y el error aleatorio. Se llama “Cuadro” porque los factores son analizados en los mismos niveles y se denomina “Latino” debido a que los niveles y tratamientos se identifican con letras latinas en el modelo.

2.2.2.2 Diseños para estudiar el efecto de varios factores sobre la respuesta o respuestas

Un diseño factorial es el que estudia varios factores que tienen el mismo nivel de importancia en lo que refiere a la respuesta de estudio. En el caso del diseño factorial se estudian el efecto principal y el de interacción, donde el principal es aquel donde la variable de respuesta obtiene un cambio debido a un cambio de nivel del factor, mientras que el de interacción es cuando la variable de respuesta tiene un cambio en referencia a la interacción de dos o más factores, se enunciarán rápidamente a continuación (Kuehl, 2001).

a) Diseños factoriales 2^k

Este tipo de diseño factorial es el más simple, donde $K = a$ los factores y el “2” indica los niveles de esos factores, donde los niveles se denotan como (+1,-1), el modelo de los efectos se marca a continuación.

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad \text{Ecuación 2.1}$$

Donde

$$i = 1,2,3,4 \dots \dots a$$

$$j = 1,2,3,4 \dots \dots b$$

$$k = 1,2,3,4 \dots \dots n$$

$$\mu = \text{Efecto promedio global}$$

$\tau_i =$ Efecto del i – esimo del factor A

$\beta_j =$ Efecto del j – esimo del factor B

$(\tau\beta)_{ij} =$ El efecto de la interaccion τ_i y β_j

$\varepsilon_{ijk} =$ Error aleatorio

También puede usarse el modelo de regresión lineal, este modelo es muy útil sobre todo cuando los factores son cuantitativos. En el diseño factorial de dos factores el interés se concentra en probar una hipótesis de la igualdad de los efectos.

$$H_0 = \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_a = 0$$

$$H_1 = \text{al menos una } \tau_i \neq 0$$

Así como los tratamientos B

$$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_b = 0$$

$$H_1 = \text{Al menos una } \beta_j \neq 0$$

Y las interacciones.

$$H_0 = (\tau\beta)_{ij} = 0 \text{ para todas las } ij$$

$$H_1 = \text{Al menos una } (\tau\beta)_{ij} \neq 0$$

Cabe agregar que cuando se usa este diseño factorial se supone una respuesta lineal, no necesariamente perfecta, pero si no se considera que exista una curvatura grande, como cada factor se estudia a dos niveles no es posible estudiar un efecto de curvatura.

b) Diseños factoriales 2^k con punto al centro

Menciona (Montgomery, 2004), que este diseño toma un tratamiento más, que es el que está formado por la combinación del nivel intermedio de todos los factores a esta combinación se le conoce como punto central es bueno hacer replicas al centro porque cuando por razones económicas no se puede correr todo el experimento es mejor hacer replicas al centro para dar los

suficientes grados de libertad para hacer el ANOVA y adicional si se hacen replicas al centro nos ayudara a ver si existe curvatura.

Cuando se realiza un experimento factorial de dos niveles, generalmente se está asumiendo un modelo de primer orden como en la ecuación (dada arriba), pero se debe estar al tanto para ver si este modelo es el que más se ajusta o en su defecto sea el modelo de segundo orden, en este caso el diseño factorial 2^k con replicas al centro es una opción que nos permitirá obtener una estimación del error, así como ofrecer protección contra la curvatura que pueda llegarse a presentar en el modelo.

El método consiste en agregar puntos centrales en el diseño 2^k con n replicas, es importante agregar replicas en los puntos centrales ya que estos no afectan las estimaciones de los efectos.

Se muestra la suma de cuadrados de la curvatura cuadrada pura con un grado de libertad.

$$SS = \frac{n_f n_c (\bar{y}_f - \bar{y}_c)^2}{n_f n_c} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Donde:

SS = Suma de cuadrados de la curvatura cuadrada

\bar{y}_f = El promedio de las corridas de los puntos factoriales

\bar{y}_c = El promedio de las n_c corridas en el punto central.

n_f = Número de puntos del diseño factorial

n_c = Número de corridas en el punto central

Es importante mencionar que si $(\bar{y}_f - \bar{y}_c)$ es pequeña entonces los puntos centrales caen en el plano o cerca de él , lo que significa que no hay curvatura, si sucede lo contrario entonces podemos aseverar que existe curvatura.

Adicional a esto si los puntos factoriales del diseño no tienen replicas, pueden usarse los n_c puntos centrales para construir una estimación en el error.

c) **Diseños factoriales 2^{k-p}**

La teoría de los diseños fraccionados de este tipo se basa en la jerarquización de los efectos; Es decir son más importantes los efectos principales, luego las interacciones dobles, las triples y posteriormente las cuádruples y así sucesivamente.

En la tabla 2.1, se muestra los efectos de mayor interés.

Tabla 2.1 Efectos en las factoriales 2^k

Diseño 2^k	Total de efectos	Efectos no ignorables.	Efectos ignorables.
2^2	3	3	0
2^3	7	6	1
2^4	15	10	5
2^5	31	15	16
2^6	63	21	42
2^7	127	28	99

Como se observa en la tabla mientras mayor sea el tamaño de “k”, mayor será el grado de fraccionamiento.

Es importante aclarar que al correr solo una fracción se puede llegar a omitir información, pero se espera que esta información sean interacciones de alto orden, las cuales se pueden ignorar por no ser tan importantes y los efectos que si se pueden estimar tienen al menos un “alias”, esto significa que en realidad se tiene el mismo efecto, pero con nombre distinto.

Es importante considerar que los efectos importantes sean alias de los efectos que se suponga que son poco importantes, esto se logra con diseños factoriales fraccionados que tengan alta resolución. Es decir, la resolución indica que tan bien pueden estudiarse los efectos importantes en ese diseño.

2.2.2.3 Metodología de Superficie de Respuesta

Esta técnica se utiliza por lo general cuando los experimentos no tienen respuestas esperadas o el nivel de mejoras no es suficiente, es por eso que es necesario moverse de lugar en lo que refiere a la región experimental, esto se denomina “Metodología de superficie de respuesta”. Esta herramienta es ideal para encontrar condiciones de operación de un proceso ya sea de una o varias características de calidad (Box & Drapen, 2007).

a) Etapas de la metodología de Superficie de respuesta

Se distinguen tres etapas que son: Cribado, búsqueda I o de primer orden, búsqueda 2 o de segundo orden, se describen a continuación.

Cribado: Esta etapa es en la que se eliminan todos aquellos factores que no tienen mayor influencia en la respuesta, esto se hace con la finalidad de hacer menos corridas en la prueba y así ser más eficientes.

Búsqueda I: Ya teniendo los factores críticos y pocos que afectan en la respuesta se corre un diseño en primer orden con la finalidad de ver si hay curvatura en la superficie de respuesta, en esta etapa se puede usar un diseño factorial fraccionado.

Búsqueda II: Cuando se observa curvatura se procede a completar un diseño de segundo orden para modelar la curva para determinar las condiciones óptimas del proceso.

b) Modelos de la superficie de Respuesta

Los modelos son dados por polinomios, el modelo de primer orden se presentaría de la siguiente forma:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \varepsilon$$

Ecuación 2.3

El modelo de segundo orden es:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

Ecuación 2.4

c) Técnicas de optimización de superficie de Respuesta

Se utilizan las siguientes técnicas de optimización ya una vez validado y ajustado el modelo, es importante mencionar que la técnica a aplicar dependerá del tipo de modelo que se tenga, las técnicas que se mencionan son 3 (Del Castillo E. , 2007).

Escalamiento Ascendente: Cuando la variable de respuesta es mayor es mejor tiene que aplicar un escalamiento ascendente, cuando la variable es menor es mejor hay que aplicar un escalamiento descendente y cuando hablamos de un valor nominal hay que localizar aquel punto sobre la curva que tenga el valor requerido de la variable de respuesta.

Esta técnica se aplica cuando se cree que el valor inicial se localiza fuera del óptimo por lo que es necesario explorar otra región experimental esto hace que se corra un diseño de primer orden, en esta etapa es un $2k$, fraccionado o con puntos en el centro para explorar, si no se ajusta hay que ver el por qué.

Análisis Canónico: Esta técnica se utiliza cuando hay que analizar más afondo la región o cuando el punto óptimo está cerca (dentro de la región) esta analiza el modelo de segundo orden, en este se localiza el punto estacionario si la superficie no es la forma adecuada procedemos al siguiente análisis.

Se llama “Análisis Canónico” porque el modelo ajustado se expresa en forma canónica, el cual consiste en reescribir el modelo de segundo orden en variables canónicas, las cuales dan información a simple vista del tipo de superficie que se está analizando.

Análisis de Cordillera: Este análisis de cordillera se hace cuando el punto estacionario no es el óptimo y lo que queda por hacer es encontrar el mejor posible dentro de la región experimental y este se localiza en la cordillera optima a partir del centro del diseño, consiste en calcular ya sea el máximo o el mínimo de la superficie de respuestas mediante esferas, comenzando siempre por una

esfera de radio igual a cero abriendo la exploración mediante esferas más grandes, culminando con que el punto óptimo se localice en la esfera de mayor radio, así en cada paso que se dé se corrige el rumbo por la curvatura de la misma superficie.

d) Tipos de diseños de Superficie de Respuesta

Existen dos tipos principales de diseño de experimentos son: Diseño Central Compuesto y Box-Behnken:

El diseño de Box-Behnken es un diseño cuadrático independiente en el sentido de que no contiene un diseño factorial fraccionado o fraccionado (Box y Behnken, 1960). En este diseño, las combinaciones de tratamiento se encuentran en los puntos medios de los bordes del espacio de proceso y en el centro. Estos diseños son giratorios (o casi rotativos) y requieren 3 niveles de cada factor. Los diseños tienen una capacidad limitada para el bloqueo ortogonal en comparación con los diseños compuestos centrales. Se puede observar la disposición de un arreglo experimental para tres factores en la figura 2.2.

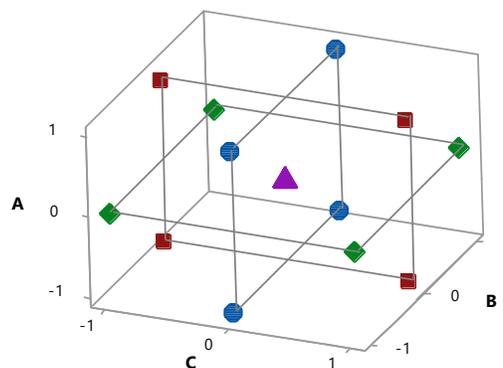


Figura 2.2 Esquema de arreglo Box-Behnken con tres factores, los niveles están señalados como -1, 0, 1

El Diseño Central Compuesto se debe a Box y Wilson (1951). Se dividen en tres tipos de puntos experimentales: un hipercubo de puntos factoriales de dos niveles, para estimar efectos lineales, y otro tipo de puntos axiales o estrella, dos por cada factor, para estimar efectos cuadráticos, adicional

se agregan puntos centrales que ayudan a determinar la existencia de curvatura en la etapa factorial y aumentar la precisión en la etapa de modelado final.

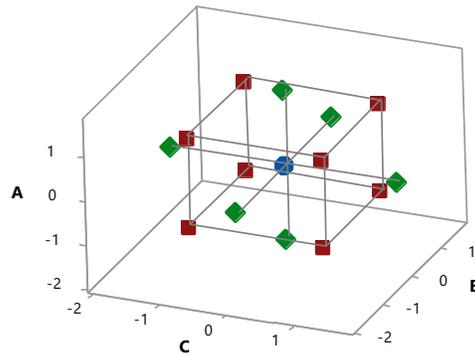


Figura 2.3 Esquema de Diseño Central Compuesto con tres factores, los niveles están señalados como -1, 0, 1.

2.2.2.4 Taguchi

Taguchi establece que la calidad de un producto es medida por la pérdida de la función de ese producto, con esto el plantea el enfoque al cliente y no al fabricante a su vez plantea que la inspección y el control del proceso no son suficientes para ser competitivos y que la única manera de ser competitivos es en las fases de diseño tanto del producto como del proceso (Taguchi G. , 1986).

Establece tres metas:

- a) El fabricar diseños robustos ante el medio ambiente tanto de procesos y productos.
- b) Que sean robustos a la variación de componentes.
- c) Minimizar las variaciones que se tengan a un valor objetivo.

Estas metas se concretan teniendo:

- a) Un buen diseño del sistema.
- b) Contar con un diseño de parámetros que minimice la variabilidad que se aporta por las variables de ruido.
- c) Un buen diseño de tolerancias que aporten los parámetros.

Función de perdida

Una herramienta clave es la función de perdida, en esta se mide el desempeño del producto cuando se desvía de su valor objetivo, en pocas palabras todo lo que se desvíe de su valor ideal es considerado como perdida y se define de la siguiente manera (León N. , 1996).

$$L(y) = k(y - t)^2 \quad \text{Ecuación. 2.5}$$

K es una constante que depende de costos de re trabajo o tolerancias.

Como se observa en la formula mientras más alejado del objetivo estemos el valor de la función de perdida está aumentando al cuadrado, así que si nos acercamos a los límites de tolerancia casi se podría considerar que el producto resultante es defectuoso. Así que la mejora debe estar orientada a reducir la variabilidad de “y” entorno al valor objetivo que se quiere lograr.

El interés se centra en calcular la pérdida promedio por unidad producida, para esto se deben distinguir tres casos, según la característica a analizar:

a) Nominal es mejor $\bar{L} = K[\sigma^2 + (\mu - m)^2]$ Ecuación 2.6

b) Menor es mejor $\bar{L} = K[\mu^2 + \sigma^2]$ Ecuación 2.7

c) Mayor es mejor $\bar{L} = \left(\frac{K}{\mu^2}\right) \left(1 + \frac{(3 \times \sigma^2)}{\mu^2}\right)$ Ecuación 2.8

Diseño robusto

Lo que se trata de es determinar en un experimento la combinación de niveles de factores controlables en donde los factores de ruido no afecten al proceso, aunque los factores de ruido sean los factores no controlables, en pocas palabras es tratar de hacer que el producto o proceso sea insensible o resistente a factores de ruido los cuales no podemos controlar (Myers, Khury, & Vinning, 1992)

Mientras en el diseño clásico se parte de que las variables de control influyen en la media de la característica de calidad, dentro del diseño robusto se considera que los factores de control que influyen pueden afectar a no únicamente la media, se mencionan los cuatro tipos en los que se consideran:

- a) Afecta la media y la variabilidad.
- b) Afecta la variabilidad.
- c) Afecta solo la media.
- d) No afecta ni la variabilidad ni la media.

En la medida que se conoce mejor el proceso en lo que refiere a la interacción entre los factores de control y no control para con la variable de respuesta se pueden establecer mejores condiciones de operación, en el diseño robusto se trata de sacar ventaja de los factores que afectan la variabilidad ya que son los que interrelacionan con los factores de ruido con esto se trata de elegir el nivel del factor controlable que lo haga más insensible al ruido posteriormente se busca ajustar la media al valor nominal con los que solo afectan la media y posteriormente se puede elegir para optimizar al nivel más económico a aquel que no afecte ni la variabilidad ni la media.

Dentro del diseño robusto también se habla del factor señal, este es el valor promedio de la respuesta que el usuario desea, es decir se trata de lograr que el producto proporcione la señal con el desempeño que el usuario requiere, en este caso el factor señal permitiría cambiar la media de la característica de calidad, pero sin tocar su variabilidad por eso en este caso lo ideal sería tomar un factor tipo c sería el ideal ya que solo afecta la media, es una realidad que en muchos casos el usuario no define un nivel de desempeño para el producto en estos casos el factor señal no existe.

Aunque ya se mencionaron los factores de ruido que son los factores no controlables del proceso, estos también tienen una clasificación que se menciona a continuación:

- a) Ruido externo: Se refiere al ambiente en el cual el proceso o producto se desempeñan.
- b) Ruido interno: Variación que existe por el proceso en si en la fabricación de un producto a otro ya sea por sus componentes o tecnología en sí.
- c) Deterioro: Tiempo de vida ya sea del proceso y sus componentes

Arreglos Ortogonales

Son diseños que propone Taguchi igual que las factoriales clásicas (Se denomina ortogonal cuando la matriz de diseño sus columnas son linealmente independientes esto lo dirá si la columna entre ellas es igual a cero).

Estos arreglos pueden ser factoriales completos o fraccionados o mixtos dependiendo de los factores que se estudiaran, si se estudian más factores eso nos lleva a tener menos grados de libertad lo cual llevara a no estudiar las interacciones de los mismos.

Pero Taguchi no les da importancia a las interacciones sino más bien a analizar los efectos principales de cada factor.

Se mostrará en la tabla 2.2 el acomodo que sugiere Taguchi, el cual es un orden diferente al clásico de Yates ya que la primera columna de cada arreglo ortogonal es donde el factor que va en ella se cambia un mínimo de veces en el experimento por esta razón Taguchi recomienda asignar el factor más difícil de manipular en el experimento, por esto Taguchi no busca correr el experimento en forma aleatoria como recomienda el modelo clásico.

Tabla 2.2 Arreglo Ortogonal L₈

Arreglo L ₈ (Fracción 2 ⁷⁻⁴)							
Numero de Corrida	Núm. De columna.						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1

8	2	2	1	2	1	1	2
2 factores: Columnas 1 y 2. 3 factores: Columnas 1,2 y 3. 4 factores: Columnas 1,2,3,4 y 7. 5 factores: Columnas 1,2,4,7 y 6. 6 factores: Columnas 1,2,4,7,6 y 5. 7 factores: Las siete columnas.							

Diseño con Arreglo Interno y Externo

Para determinar condiciones de operación robustas Taguchi propone precisamente un diseño de Arreglo interno y otro externo, primeramente, en el diseño de experimentos que propone Taguchi hay que identificar aquellos factores de control y los factores de ruido con los que se desea experimentar, seguido de esto se construyen dos arreglos ortogonales, uno para los factores de control interno y el otro para control externo, se sobreponen ambos arreglos asegurando así las combinaciones de los factores controlables y los factores de ruido, la mejor combinación es donde los factores de ruido tienen el menor efecto y al mismo tiempo se tiene menos distancia al valor objetivo que se busca.

Razón señal/ruido

La razón señal/ruido es un estadístico de desempeño, este se calcula en cada combinación de los factores controlables la combinación más robusta es aquella que maximiza este estadístico, se tiene una señal a ruido dependiendo de la variable de respuesta, se muestra a continuación en la tabla 2.3 (Box G. , 1988):

Tabla 2.3 Tabla señal/ruido.

Tipo de característica	Razón señal/ruido
Menor es mejor	$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right]$
Mayor es mejor	$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right]$
Valor nominal es mejor (Tipo I)	$10 \log \left[\frac{y^2}{s^2} \right]$
Valor nominal es mejor (Tipo II)	$-10 \log(s^2)$
Proporción de defectuosos	$-10 \log \left(\frac{p}{(1-p)} \right)$

Se saca el logaritmo para que se minimice la posibilidad de efectos de interacción entre ellos, se multiplican por diez para trabajar en una escala más grande y el signo se escoge de tal manera que el valor estadístico sea maximizar y así generar las condiciones más robustas.

Para diferenciar el tipo I y el tipo II, el tipo I es para respuestas no negativas que van desde cero a infinito y la media y la desviación estándar tienen una relación lineal y mientras tanto el tipo II la respuesta puede tomar valores positivos y negativos y adicional la media y la desviación son independientes.

Optimización

Primeramente, se determinan los factores controlables que tienen efecto en el estadístico señal/ruido (S/R), así se determinan las condiciones de operación más robustas que maximizan la respuesta (S/R), esto se ve mediante las gráficas de efectos, figura 2.6.

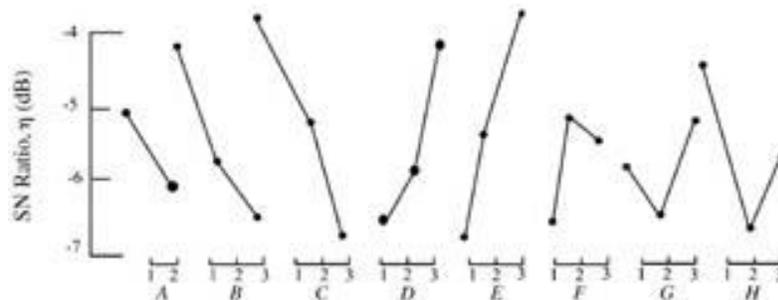


Figura 2.6 Grafica de efectos.

Segundo Se analiza la media de la respuesta para ver los factores de ajuste que llevan a la media a su valor objetivo, si este afecta también al estadístico de señal a ruido hay que encontrar una solución compromiso donde el factor de ajuste es el de más efecto en la media y con menos efecto en la dispersión.

2.2.3 Fases del diseño de experimentos

El diseño y análisis estadístico de experimentos se realizan en varias fases como se muestra a continuación (Montgomery, 2004).

- Reconocimiento y formulación del problema, la mejor guía para formular hipótesis se encuentra en trabajos publicados por otros investigadores.
- Selección de los factores y sus niveles. La selección de estos deberá permitirnos ver la combinación y diferencia entre ellos mismos.
- Selección de las variables de respuesta, es necesario especificar como se medirá la variable de dependiente y la precisión de sus mediciones para que proporcione información real del caso en estudio.
- Selección del diseño experimental, es decir definir cuál es el tamaño de muestra a usar para inferir en la población, numero de factores a considerar, agrupación de unidades experimentales para eliminar variación, numero de repeticiones por bloque.
- Realización del experimento, se refiere al proceso de recolección de datos utilizando la aleatoriedad para evitar el sesgo.

-
- f) Análisis de datos, este análisis no es sencillo y se debe de realizar siguiendo un método estadístico.
 - g) Conclusiones y recomendaciones, Después del análisis estadístico se hacen las inferencias de lo encontrado.

2.2.4 Consideraciones en el uso de técnicas estadísticas en la experimentación

Aunque es importante considerar el uso de las metodologías estadísticas para hacer el proceso de experimentación eficiente es necesario reconocer que no garantizan investigaciones exitosas, por eso:

- a) El conocimiento estadístico es vital: Para utilizar las herramientas estadísticas es muy importante que el investigador tenga conocimiento técnico del fenómeno a investigar para que pueda definir los aspectos claves del fenómeno y así sea capaz de hacer conjeturas precisas y relaciones, esto ayudara a definir mejor los factores y niveles que influyen.
- b) Reconocer las significancia estadística y práctica: El experimentador puede caer en el error de hacer una conjetura estadística pero que en realidad en la práctica no es importante.
- c) Apostarle más a la experimentación secuencial que a un experimento único y definitivo. En ocasiones el experimentador cree que con un solo experimento ya puede hacer conclusiones del fenómeno a tratar, sin embargo, esto puede llevar a experimentos muy extensos y que retarden la generación de resultados. Por eso es importante considerar como alternativas a diferentes fases de experimentación en forma secuencial (Kuehl, 2001).

2.3 Diseño de experimentos con respuesta múltiple

Ahora en este apartado se revisarán las diferentes técnicas estadísticas para poder realizar la optimización conjunta de varias características que se buscan cumplir en un producto o proceso, se comienza con una definición de diseño de experimentos con respuesta múltiple y posteriormente se mencionan los diferentes métodos para su resolución (Khuri, 2006).

2.3.1 Definición de diseño de experimentos con respuesta múltiple

Ya se ha hecho énfasis en diseño de experimentos usando únicamente una variable de respuesta o una salida, pero cada vez es más común considerar varias características o variables respuestas para

lograr productos con mayor calidad, por ejemplo, para que el consumidor pueda aceptar un alimento este tiene varias características de calidad como: textura, pH, color, sabor, apariencia, etc. Y todas son importantes, si solo se aplica la optimización para una sola característica y esto ocasionaría el rechazo del mismo consumidor, por ello es importante el que se optimicen simultáneamente todas las variables de respuesta (Myers & Montgomery, Response Surface Methodology, 2016).

Los procedimientos de optimización de respuesta múltiple por lo general se implementan en cuatro pasos:

- a) Desarrollar modelos de regresión lineal para cada respuesta.
- b) Calcular las medidas de rendimiento de varianza y distancia al objetivo, utilizando las respuestas predichas.
- c) Utilizar las medidas de rendimiento calculadas utilizando alguna función o procedimiento de utilidad.
- d) Optimizando la función para identificar las mejores configuraciones para su control.

El problema de la optimización simultanea se encuentra en que para optimizar individualmente no es la misma combinación de los factores de control, por eso es necesario buscar una solución compromiso, donde todas las variables tengan un nivel satisfactorio a esto se le llamara óptimo simultaneo (Gutiérrez P & De la Vara, 2003).

2.3.2 Técnicas para la optimización de múltiples respuestas

Los tres grandes grupos de técnicas de optimización que se han identificado en la literatura son (Fogliatto, 2000):

- a) Metodología de superficie de respuesta.
- b) Función de deseabilidad.
- c) Teoría de Taguchi y dentro de esta se hacen dos divisiones: Señal a ruido y Función de pérdida cuadrática.

2.3.2.1 Metodología de superficie de respuesta

En capítulos anteriores ya se revisó cómo funciona la herramienta de superficie de respuesta en la cual se busca la región factible donde se localiza el punto óptimo que se busca, ahora se revisara como funciona esta herramienta en caso de problemas de multirespuesta.

Existe el caso que para resolver un problema por superficie de respuesta multirespuesta se puede usar una gráfica de contorno, en esta se construye el modelo para cada una de las respuestas que se busca identificando el óptimo individual y superponiendo las gráficas de las variables de respuesta restantes y así encontrar la mejor región, como se muestra en la figura 2.2.

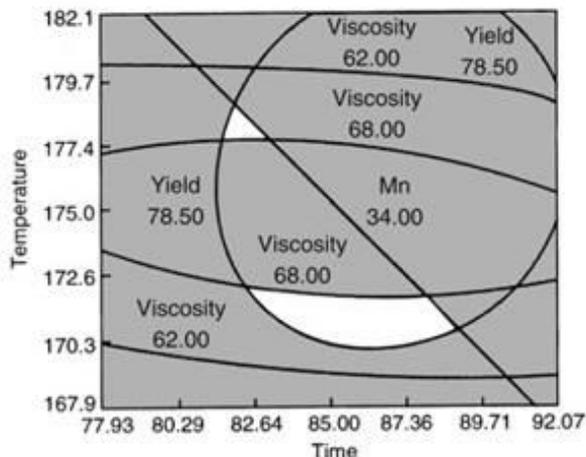


Fig. 2.3 Superficie de contorno

El experimentador revisa visualmente el contorno de la gráfica para determinar las condiciones de operación apropiadas y seleccionar una región que sea más conveniente a otras consideraciones prácticas.

Cuando hay más de tres variables de diseño la superposición de diagramas de contorno, la gráfica ya no es tan practica porque el diagrama de contorno es bidimensional y no pueden observarse las demás superposiciones de las demás variables de respuesta (si es que existieran).

A menudo se requiere una gran cantidad de prueba y error para determinar qué factores se mantienen constantes y que niveles seleccionar para obtener la mejor vista de la superficie (Montgomery, 2004).

El sistema de doble respuesta

La optimización de la media y desviación estándar de una característica de calidad se le denomina optimización de respuesta dual. Se han propuesto varios enfoques para resolver problemas de respuesta dual (Costa N.R.P, 2010).

Es importante mencionar que el sistema de doble respuesta o respuesta dual es un caso especial de los problemas de múltiple respuesta donde la media y la desviación se buscan optimizar simultáneamente.

Entonces σ y μ representan superficies de respuestas ajustadas para la media y la desviación del proceso y en la mayoría de las aplicaciones se asume que son modelos de segundo orden que se representan de la siguiente forma (Myers & Montgomery, Surface Methodology, 1995).

$$\hat{\mu} = b_0 + x' b + x' B x$$

$$\hat{\sigma} = c_0 + x' c + x' C x$$

Donde B y C son matrices $k \times k$ que contienen los coeficientes estimados cuadráticos de cada respuesta, b y c con vectores $k \times 1$ que contiene los coeficientes estimados de primer orden de cada respuesta, b_0 y c_0 son las constantes y x es un vector de $k \times 1$ que tiene las variables de control o diseño.

Vining y Myers (1990) adaptaron el enfoque de respuesta dual a tres casos básicos de diseño de parámetros robusto de Taguchi que son mayor es mejor, menor es mejor y nominal es mejor, se aplica escoger una respuesta primaria para ser optimizada sujeta a un valor nominal de la segunda respuesta que es seleccionada como la secundaria en el caso de mayor es mejor y menor es mejor se buscan los niveles donde las x 's maximizan o minimizan el valor de la $\hat{\mu}$ que es la respuesta primaria controlando la $\hat{\sigma}$ que es la respuesta secundaria a un específico valor y en el caso de nominal es mejor la respuesta secundaria es mantener $\hat{\mu}$ en un valor especificado y minimizar la $\hat{\sigma}$

como respuesta secundaria, se muestra en la tabla 2.2 el resumen de los conceptos de respuesta dual (Köksoy & Doganaksoy, 2003).

Tabla 2.2 Resumen de formulaciones de las alternativas de los problemas de respuesta dual

REFERENCIA	Nominal es mejor	Mejor es mejor	Mayor es mejor
VINING Y MYERS (1990), DEL CASTILLO Y MONTGOMERY (1993)	Minimizar $\hat{\sigma}$ tal que la $\hat{\mu} = T$	Minimizar la $\hat{\mu}$ tal que la $\hat{\sigma} = \sigma_0$	Maximizar la $\hat{\mu}$ tal que la $\hat{\sigma} = \sigma_0$
(LIN & TU, 1995)	Minimizar $(\hat{\mu} - T)^2 + \hat{\sigma}^2$	Minimizar $\hat{\mu}^2 + \hat{\sigma}^2$	Minimizar $-\hat{\mu}^2 + \hat{\sigma}^2$
(COPELAND & NELSON, 1996)	Minimizar la $\hat{\sigma}$ tal que $(\hat{\mu} - T)^2 \leq \Delta^2$	Minimizar $\hat{\mu}$ tal que $\hat{\sigma} \leq \sigma_0$	Maximizar $\hat{\mu}$ tal que $\hat{\sigma} \leq \sigma_0$
(KIM & LIN, 1998)	Maximizar λ tal que $m(\hat{\mu}) \geq \lambda$ y $m(\hat{\sigma}) \geq \lambda$	Maximizar λ tal que $m(\hat{\mu}) \geq \lambda$ y $m(\hat{\sigma}) \geq \lambda$	Maximizar λ tal que $m(\hat{\mu}) \geq \lambda$ y $m(\hat{\sigma}) \geq \lambda$
	$m(\hat{\mu})$ se escoge a favor del valor objetivo de la $\hat{\mu}$	$m(\hat{\mu})$ se escoge a favor del valor más pequeño de la $\hat{\mu}$	$m(\hat{\mu})$ se escoge a favor del valor más grande de la $\hat{\mu}$
	$m(\hat{\sigma})$ se escoge a favor del valor más pequeño de $\hat{\sigma}$	$m(\hat{\sigma})$ se escoge a favor del valor más pequeño de $\hat{\sigma}$	$m(\hat{\sigma})$ se escoge a favor del valor más pequeño de $\hat{\sigma}$

T = Valor objetivo de la respuesta de la media

σ_0 = Valor objetivo de la desviación estándar de la respuesta.

Δ = Límite superior de la desviación de la respuesta de la media del objetivo

$m(\hat{\mu})$ = Fusión difusa de la respuesta de la media, $0 \leq m(\hat{\mu}) \leq 1$

$m(\hat{\sigma})$ = Fusión difusa de la desviación estándar de la respuesta, $0 \leq m(\hat{\sigma}) \leq 1$

λ = La puntuación más pequeña deseada por el analista para la media y la desviación estándar de la respuesta $0 \leq \lambda \leq 1$

En algunos casos prácticos la media y la varianza pueden ser parámetros independientes o pueden no serlo, en caso de estar correlacionados se pueden considerar dos métodos gráficos como la gráfica de desviación estándar de sensibilidad y el gráfico Gamma para resolver el problema, el pasar por alto esta correlación entre estos parámetros trae como consecuencia el considerar factores como significativos y en realidad no lo son (Lunani, Nair , & Wasserman, 1997).

2.3.2.2 Función de deseabilidad

El concepto de la función de deseabilidad es un método que determina los niveles de los factores en los cuales múltiples respuestas se optimizan simultáneamente (Harrington , 1965).

Este método consiste en buscar la deseabilidad global de una función, transformando un problema multivariado en uno univariado, esto lo logra transformando la escala de las respuestas a tratar en una sola, esta escala cae en el intervalo de [0,1], con esto se logra buscar el máximo de la deseabilidad global y así se encuentra el punto óptimo (Del Castillo, Montgomery, & McCarville, 1996).

Si la variable de respuesta toma un valor igual a cero quiere decir que el valor resultante no es deseable y si tiene un valor igual a 1 significa que la respuesta si es deseable para la solución que estamos analizando (Fransen, Kavanaugh, & Borm, 2009).

Entonces retomando suponemos que tenemos una ecuación:

$$Y_{ij} = f_i(X_1 + X_2 + \dots X_p) + \epsilon_{ij} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Donde:

ϵ_{ij} = Es igual al error.

p = Al número de variables independientes.

f_i = Denota la relación funcional de la variable de respuesta Y con las variables independientes X .

$i = (1,2,3,\dots,k)$

$j = (1,2,3,\dots,n_i)$

La función puede diferir por cada variable de respuesta Y_{ij} y f_j mantienen esa relación excepto por el error, si llegamos a suponer que el error es igual a cero para cada i entonces podemos relacionar las variables de respuesta n_i a las variables de respuesta p , con lo siguiente:

$$n_{ij} = f_i(X_1 + X_2 + \dots X_p) \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Donde

$i = 1,2, 3 \dots k$

Se sabe que f_i no se conoce y es la que debemos de estimar, pero podemos acercarla a una función polinomial por lo general, esto se logra a base de técnicas de regresión posteriormente al tratar de optimizar como ya se mencionó por esta técnica de deseabilidad se necesita cambiar de escala las variables de respuesta y sacar la deseabilidad de cada una de las respuesta y finalmente obtener la deseabilidad global la cual se saca por medio de la media geométrica, esto porque si alguna de las variables de respuesta no es deseable tomara el valor de "0" y al calcular la deseabilidad global esta automáticamente se convertiría en "0" es decir la deseabilidad global seria no deseable. Esto es lógico ya que en un problema en la vida real no nos interesa tanto como es deseable una variable de respuesta si la otra que se busca no es aceptable.

$$D = (d_1 + d_2 + \dots d_k)^{1/k} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

En el caso de la variable de respuesta existen dos casos, el primero es cuando la variable de respuesta es mayor es mejor o menor es mejor y el segundo caso es cuando la variable de respuesta se busca que se encuentre en un rango de valor.

Caso unilateral

En este caso d_i incrementa según incremente el valor de Y_i en el caso de la maximización, si hablamos de minimización funciona igual que el caso de maximizar, pero con valores de $-Y_i$, La transformación de la variable de respuesta Y_i a escala de d_i , se muestra a continuación (Derringer, 1980).

$$d_i = \begin{cases} 0 & Y_i \leq Y_{i*} \\ \left[\frac{Y_i - Y_{i*}}{Y_i^* - Y_{i*}} \right]^r & Y_{i*} < Y_i < Y_i^* \\ 1 & Y_i \geq Y_i^* \end{cases} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Donde “ r ” lo definen los usuarios según su experiencia, teniendo en cuenta que valores por debajo del mínimo o arriba del máximo (Según la respuesta que se busca ya que se está analizando una respuesta unilateral) harían el producto buscado como no deseable.

Se explica brevemente el concepto de “ r ”, en la figura 2.4.

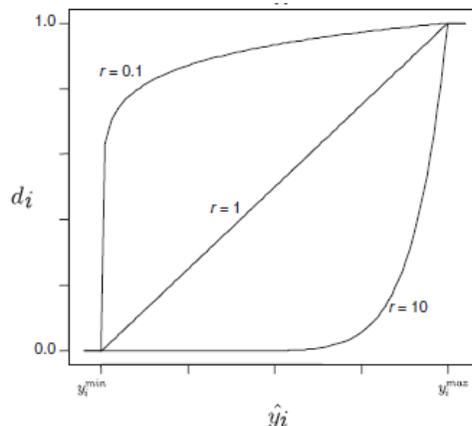


Figura 2.4 Definición de r.

Como se observa en la figura entre más grande sea el valor de "r" se hará la escala de deseabilidad más aceptable, si se da un valor de r bajo se acercará a los límites de dar valores inaceptables para el producto.

Caso bilateral

En el caso en el que nuestra variable de respuesta se localice en un rango, la transformación a escala de deseabilidad es la siguiente:

$$d_i = \begin{cases} \left[\frac{Y_i - Y_{i*}}{C_i - Y_{i*}} \right]^s & Y_{i*} \leq Y_i \leq C_i \\ \left[\frac{Y_i - Y_i^*}{Y_i^* - Y_i} \right]^t & C_i < Y_i \leq Y_i^* \\ 1 & Y_i < Y_{i*} \text{ o } Y_i > Y_i^* \end{cases} \quad \text{Ecuación 2.13}$$

En la formula el valor que toma "C" es el valor que se busca de la respuesta Y_i , la cual para ser un resultado deseable debería de caer dentro del intervalo Y_{i*} y Y_i^* , en este caso los valores de "s" y "t", toman los valores que tomaba "r".

Se muestra en la figura 2.5.

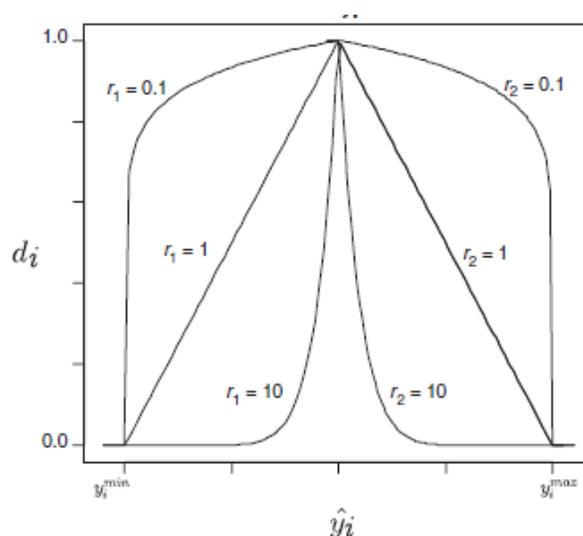


Figura 2.5 Definición de s y t.

Como se observa en la figura , cuando se le dan valores pequeños a “ s ” y “ t ”, hace posible que se marquen como valores frontera a Y_{i*} y Y_i^* .

En esencia la función de deseabilidad resume en problema de optimización multivariante en uno univariable y el beneficio adicional es la capacidad de poder trazar “D” en función de una o más variables independientes.

2.3.2.3 Taguchi

Se ha explicado en los párrafos anteriores los conceptos de Taguchi, pero la pregunta es, ¿cómo aplicar Taguchi en un problema multirespuesta?

El diseño robusto de Taguchi es un método para determinar la configuración óptima de los factores de control, que se ha utilizado para analizar y optimizar una única característica de rendimiento de varios procesos de fabricación. Sin embargo, el método original de Taguchi no fue diseñado para optimizar procesos con múltiples características de calidad (Taguchi & Don, 1990).

Un enfoque sugerido para enfrentar repuestas múltiples, se basa en la función de pérdida de calidad de Taguchi, ya que proporciona una métrica correcta para la toma de decisiones multicriterio. La función de pérdida de calidad representa directamente una medida financiera de la insatisfacción del cliente con el rendimiento de un producto, ya que se desvía de un valor objetivo. A diferencia de los métodos de ponderación convencionales, la función de pérdida de calidad es una forma directa de indicar la preferencia del responsable de la toma de decisiones y es fácil de aplicar. La función de pérdida de calidad se basa en la relación Señal a Ruido que evalúa simultáneamente el valor medio de la característica de calidad y su variación. Dado que la complejidad de este problema aumenta con el crecimiento del número de respuestas, esta característica es especialmente importante en el caso de la optimización de respuesta múltiple (Maghsoodloo, 1990).

También se sugiere el uso de medidas de rendimiento independientes del ajuste PerMIAS, como una función objetivo en una respuesta única y como criterio de optimización la media y la varianza, estas medidas de rendimientos propuestas son una variación adecuada de la señal a ruido de Taguchi (León, Shoemaker, & Kacker, 1987), Este mismo enfoque fue más tarde extendido en casos multirespuesta por Elsayed y Chen (1993).

Tribus y Szonyl (1989), fueron los primeros en sugerir el uso de la función de pérdida de Taguchi como medida estadística de rendimiento para una optimización multirepuesta.

Pignatiello, Jr. (1993) utiliza el valor esperado de la función de pérdida cuadrática como función objetivo en el proceso de optimización y la media y la varianza son ponderadas en referencia a un costo y se construye el modelo donde la pérdida esperada está en función de los factores de control y los mejores niveles son los dados por aquellos que minimicen esa pérdida esperada.

2.4 Estado del Arte

Según publicación de Salmasnia del año 2015, propone un método para hacer cumplir todas las mediciones de calidad es decir que estén dentro de los límites de las especificaciones. En este se utiliza la función de deseabilidad convencional la cual se aplica para resolver problemas de superficie de Respuesta correlacionados.

El modelo se extendió en dos direcciones: La primera es la consideración de la variabilidad de la respuesta y la segunda consideración es la importancia relativa de las respuestas. Lo importante de esta investigación es que enfatiza la aparición de todas las características de calidad dentro de sus límites de especificación, a diferencia de algunos métodos que solo se esfuerzan por minimizar la suma de las desviaciones de la respuesta de sus objetivos. (Salmasnia, 2015)

Según Weng Kee (2012), en su artículo hace mención de agregar en la función de deseabilidad la importancia relativa de optimizar las respuestas múltiples y minimizar las varianzas de las respuestas predichas al mismo tiempo esto porque en si la función de deseabilidad no tiene en cuenta la variabilidad en las respuestas predichas y es deseable minimizar esta variabilidad para tener intervalos de predicción más estrechos. (Hsiu-Wen, Weng Kee, & Hongquan, 2012)

La publicación de Becerra Rodríguez muestra la optimización simultanea de tres características de calidad del proceso de manufactura de vulcanizado, tiempo de quemado esfuerzo máximo al desgarre y costo de formulación, en donde se aplicó un diseño factorial 2⁴ y se destaca la aplicación de la función de deseabilidad ya que es difícil cumplir todas las respuestas, la finalidad del artículo es mostrar un avance como proceso de vulcanizado pero para fines de esta tesis se tomó para ver el desarrollo de la técnica de deseabilidad y posteriormente hacer comparaciones con otras técnicas.

(Becerra Rodriguez, Zitzumbo Guzmán, Domínguez Dominguez, García Alcaraz, & Romero, 2014)

Según Lee D.(2013), la optimización de superficie de respuesta dual, inspirada en la filosofía de Taguchi, intenta optimizar la media y la variabilidad del proceso utilizando la metodología de superficie de respuesta. Las investigaciones en Respuesta Dual se hicieron extensamente en los años 90 y se han madurado recientemente. Este documento revisa los métodos de respuesta dual existentes desde la perspectiva de toma de decisiones. Este documento clasifica estos métodos existentes basados en el criterio de optimización. (Lee D. H., 2013)

Asimismo, se revisan algunos de los casos de estudio. la optimización de la superficie de múltiple respuesta y la aplicación del método de datos que se sugieren como cuestiones futuras de la Investigación.

En el artículo de Kuhnt (2013), menciona un software JOP que muestra gráficamente el resultado de una función de pérdida, basado en el diseño de parámetros para múltiples respuestas. En este software se puede asignar un valor objetivo a las respuestas individuales por pesos.

Atraviesa simultáneamente toda una gama de pesos posibles. Para cada matriz de pesos se obtiene un parámetro que minimiza la pérdida esperada estimada. El gráfico de optimización muestra estos valores junto con los correspondientes valores esperados y las desviaciones estándar de la variable de respuesta. (Kuhnt, 2013)

Sibaliya y Majstorovic (2012) publican una metodología de selección de parámetros óptimos en procesos de respuesta múltiple y la dividen en dos etapas, en la primera etapa se basan en una función de pérdida de calidad y métodos estadísticos multivariantes, utilizan respuestas no correlacionadas y la segunda etapa usa redes neuronales artificiales para construir un modelo de proceso. (Sibaliya & Majstorovic, 2012)

Fogliatto (2000) muestra en el artículo comparaciones de las diferentes técnicas de resolución de Diseño de experimentos con múltiples respuestas y enuncia las posibles diferencias de cada una de las técnicas, las divide en tres, superficie de respuesta, deseabilidad y Método Taguchi (Fogliatto, 2000).

En este artículo se presentan diversas metodologías basadas en la filosofía de Taguchi que han sido desarrolladas para para la implementación de la calidad en los productos y en los procesos analizando las metodologías en las tres secuencias del procedimiento de diseño robusto las cuales son : Diseño de experimentos, estimación de parámetros y optimización (Le & Shin, 2018).

Se hace mención de este trabajo aunque no cumpla en tiempo en lo que refiere al estado del arte ya que se tomó el problema abordado en el como base para comparación de las diferentes técnicas multirespuesta, los autores resolvieron un problema multirespuesta en base a la metodología Taguchi en lo que refiere a función de pérdida (Tong, Su, & Wang , 1997).

Este articulo presenta la optimización simultanea de tres respuestas de un proceso recurriendo a la metodología de deseabilidad (Rodriguez , Zitzumbo Guzmán, Dominguez Dominguez, Garcia Alcaraz, & Romero, 2014).

3. Marco Metodológico

3.1 Método

Este trabajo busca la mejor manera de obtener los datos para un diseño de experimentos multirespuesta, así como la manera más eficaz en la optimización en las diferentes técnicas de diseño de experimentos con respuesta múltiple, para este propósito, se muestran los pasos en forma secuencial que se utilizarán en este trabajo de tesis para continuar la investigación.

3.1.1 Evaluación de técnicas de diseño de experimentos

En esta etapa se determinan dos tipos de técnicas: Las técnicas de solución de diseño de experimentos con respuesta múltiple y los arreglos de diseño de experimentos para obtener los datos necesarios para el desarrollo del experimento, se mencionan las actividades a realizar en esta etapa.

3.1.1.1 Identificar las diferentes técnicas para la solución de diseño de experimentos y arreglos de Diseño para la obtención de datos multirespuesta

a) Técnicas de solución de diseño de experimentos con respuesta múltiple

Se identifica en la literatura las siguientes técnicas de optimización para la resolución de diseño de experimentos de respuestas múltiples y se clasifican en las siguientes:

Metodología de superficie de respuesta

Mapa de contorno (Box & Drapen, 2007)

Función de deseabilidad (Derringer, 1980)

Teoría del diseño robusto de Taguchi

Señal a ruido y función de pérdida (Myers, Montgomery, & Anderson-Cook, Response Surfaces Methodology, 2016)

Respuesta dual (Vining & Myers, 1990)

Taguchi Grey (análisis relacional) (Pawade & Joshi, 2011).

b) Arreglos de diseño de experimentos para la obtención de datos

Box-Behnken (Box y Behnken, 1960).

El arreglo L27 (Wu & Hamada, 2000)

El Diseño Central Compuesto (Box y Wilson, 1951).

3.1.1.2 Examinar las diferentes técnicas y arreglos encontrados para solución y obtención de datos de diseño de experimentos de respuesta múltiple

Después de identificar en la literatura las técnicas de optimización para el diseño de experimentos de respuesta múltiple, se analizó con detenimiento cada una de ellas.

3.1.2 Comparación de técnicas de diseño de experimentos

En este apartado se indica la forma en la cual se compararon las diferentes técnicas de diseño de experimentos.

3.1.2.1 Definir criterios de comparación de las diferentes técnicas de diseño de experimento con respuesta múltiple para definir las mejores oportunidades de innovación

Hay que recordar que estamos tratando la forma más eficaz de: Recolección de datos y Optimización, por esta razón nuestras variables de respuesta serán:

- a) Para el caso de optimización calcular la función de pérdida promedio, la cual se buscará que sea menor es mejor.
- b) Para el caso de obtención de datos es ver cual tiene la capacidad de manejar el problema de estimación con la menor variabilidad.

3.1.2.2 Comparar y Analizar las diferentes técnicas y arreglos de diseño de experimentos con respuesta múltiple para definir oportunidades de innovación.

Se analiza en este artículo dos casos duales en específico: El primero es un problema para optimizar la media y la varianza de una característica de calidad y el segundo problema es analizar qué tipo de arreglo de diseño de experimentos es el más conveniente según la dependencia o no de sus características de calidad que en este caso son la media y la varianza.

Caso 1: Optimización de media y la varianza de una característica de calidad.

Los datos analizados son obtenidos del artículo que Mohd Sazali, Jaharah A, Mohd Shahir, Siti Haryani, y Che Hassan (2013, 60-64).

La primera etapa es proceder a calcular la media y el logaritmo natural de la desviación estándar de cada una de las tres replicas para cada corrida experimental, los cuales se describen en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Calculo de μ y $\text{Ln } \sigma$

Numero de corrida	Rugosidad de la superficie 1 (μm)	Rugosidad de la superficie 2 (μm)	Rugosidad de la superficie 3 (μm)	Media	$\text{Ln}(s)$
1	0.57	0.74	0.5	0.603	-2.092
2	1.13	1.05	1.05	1.077	-3.075
3	1.33	1.28	1.43	1.347	-2.572
4	0.35	0.33	0.39	0.357	-3.488
5	1.28	1.59	1.26	1.377	-1.687
6	1.5	1.47	1.48	1.483	-4.182
7	0.75	1.09	0.93	0.923	-1.771
8	0.34	0.46	0.45	0.417	-2.709
9	2.31	2.18	2.93	2.473	-0.914

Se utiliza el logaritmo natural de la desviación para reducir el sesgo y que tengan una distribución más simétrica.

Como segunda etapa se debe de analizar el tipo de relación que existe entre la media y la desviación estándar y descartar si existe alguna correlación entre ellas para definir el procedimiento a seguir (Lunani, Nair , & Wasserman, 1997, págs. 327-338).

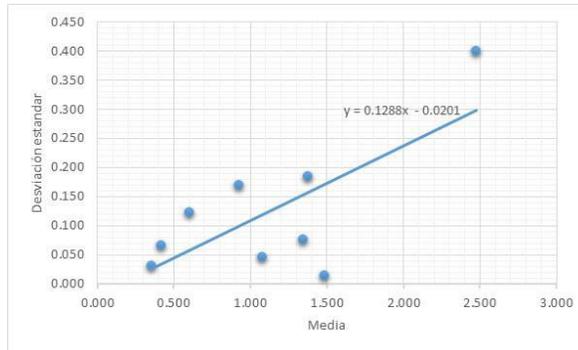


Figura 3.1 Grafica de correlación de media y varianza.

Como se observa en la gráfica de la figura 3.1 o existe relación alguna entre la media y la desviación estándar en este caso de estudio.

Como *tercera etapa* se calculan y grafican los efectos principales de la media y el logaritmo natural de la desviación estándar, el resultado se presenta en las Figura 3.2 y Figura 3.3:

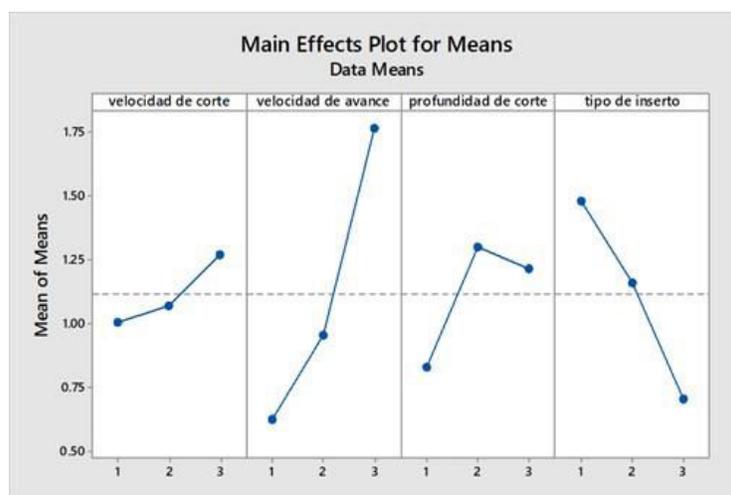


Figura 3.2. Grafica de efectos principales de medias

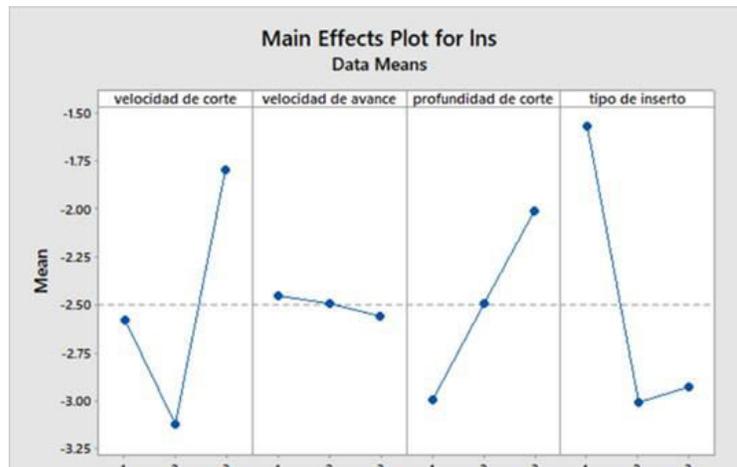


Figura 1.3 Grafica de efectos principales de logaritmo natural de desviación estándar

En las figuras anteriores: el nivel 1 de velocidad de corte corresponde al valor 230 mm/min, el nivel 2 a 300 mm/min, el nivel 3 a 370 mm/min; en velocidad de avance los valores correspondientes a los niveles 1, 2 y 3 son 0.4 mm/gigi, 0.6 mm/gigi, y 0.8 mm/gigi, respectivamente; en el factor profundidad de avance los valores de los niveles son 0.3 mm, 0.4 mm, y 0.5 mm para los niveles 1, 2, y 3, en ese orden; el tipo de inserto 1 corresponde al inserto sin recubrimiento, el tipo 2 al TiN (Nitruro de Titanio) y el tipo 3 TiB2 (Diboruro de titanio).

Cuarta etapa consta de analizar las gráficas, como criterio de diseño robusto, se analiza primeramente que factores afectan en la variabilidad en la Figura 3.3 de los efectos principales del logaritmo natural de la desviación estándar, donde se encuentra que los factores que más influyen son: velocidad de corte y tipo de inserto, y al analizar la Figura 3.2 Los efectos principales de los factores respecto a la media de la respuesta esperada, los que más afectan son: velocidad de avance y tipo de inserto.

En este caso se considera dejar como el factor más influyente al tipo de inserto ya que influye tanto en la media como en la varianza de la respuesta deseada, en este caso de estudio se opta por dejar fijo en la combinación óptima el tipo de inserto Tipo 2 (TiN), ya que es el que menos variación tiene.

Como *quinta etapa* se procede a calcular la ecuación de regresión lineal tanto de la media como de la varianza para poder resolver el caso por medio de optimización mediante el solver (aplicación en Excel para realizar optimización), se estimó la ecuación de regresión para la media y el logaritmo natural de la desviación estándar y se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$\text{media} = 0.112 + 0.131 \text{ velocidad de corte} + 0.570 \text{ velocidad de avance} \\ + 0.191 \text{ profundidad de corte} - 0.389 \text{ tipo de inserto}$$

Ecuación 3.1. Ecuación de regresión de la media.

$$\ln s = -2.80 + 0.391 \text{ velocidad de corte} - 0.053 \text{ velocidad de avance} \\ + 0.492 \text{ profundidad de corte} - 0.679 \text{ tipo de inserto.}$$

Ecuación 3.2. Ecuación de regresión de logaritmo natural de desviación estándar.

Se calculan las ecuaciones 3.1 y 3.2 de regresión ya que ayudan a poder predecir, optimizar o controlar un proceso, en este caso las utilizaremos para poder optimizar el problema descrito (Montgomery, 2004,392-394).

Como sexta etapa las ecuaciones de regresión lineal calculadas, se introducen en el solver para obtener el óptimo, dando como resultado los valores en la Tabla 3.2

Tabla 3.2 Datos de entrada y resultados arrojados del solver

Media datos de entrada	Lns datos de entrada	Variables	Valores resultantes
0.11185185	-2.8005167	Constante	1
0.13111111	0.39070918	Velocidad de	1
0.57	-0.05267181	Velocidad de	1.65659519
0.19055556	0.49203602	Profundidad de	1
-0.38888889	-0.67933856	Tipo de inserto	2

La forma en la que se construyeron las restricciones del solver, fue la siguiente: todos los valores se pusieron dentro de los límites del experimento, la variable tipo de inserto se dejó fija con el valor del tipo de inserto número 2, debido al análisis de la media y el logaritmo natural de la desviación estándar presentado en las figuras 3.2 y 3.3. Adicional a ello se consideró como restricción que el valor promedio de la respuesta en este caso rugosidad fuera menor o igual a 0.6 que corresponde al percentil 25% de las medias, para asegurar que la combinación óptima que genere el solver este considerada dentro del área del mismo experimento.

Y como función objetivo se señaló minimizar el logaritmo natural de la desviación estándar, que es equivalente a minimizar la varianza de la respuesta

Caso dos: Arreglos de diseño de experimentos para obtención de datos de diseño de experimentos de repuesta múltiple

En este problema Se consideran como elementos para comparación: 1. el tipo de modelo con dos niveles: variables normales y variables exponenciales; las variables normales tienen las estimaciones de media y varianza independientes, en las variables exponenciales las estimaciones se consideran correlacionadas; 2. los tipos de arreglos experimentales con tres niveles utilizados, L27 de Taguchi que es un arreglo de tres niveles se usará para tres factores 3^3 , usando las columnas 1, 2 y 5, los valores de los niveles serán -1, 0, +1; un arreglo Box-Behnken para tres factores y por último un arreglo de diseño central compuesto también para tres factores considerando un solo bloque.

Los criterios por usar, en las comparaciones de los arreglos serán dos: Primero R-cuadrada ajustada ($R^2_{ajustada}$), que es el porcentaje de variación en la variable de la respuesta que es explicada por su relación con una o más variables predictoras, ajustado para el número de predictores en el modelo.

$$R^2_{ajustada} = 1 - (MS_{error} / MS_{TOTAL}) \quad \text{Ecuación 3.3}$$

Dónde: MS_{error} es el cuadrado medio del error calculado para el modelo y MS_{TOTAL} es el cuadrado medio estimado para la variación total observada.

El segundo criterio por usar será la dispersión de la estimación del factor principal en la ecuación para estimar la media; será medida con la desviación estándar de las estimaciones logradas.

En la Tabla 3.3 se presentan las combinaciones que se usan:

Tabla 3.3 Seis condiciones para análisis

L27 (3^3)	normal	Exponencial
Box-Behnken	normal	Exponencial
Diseño Central Compuesto	normal	Exponencial

Se hizo simulación basado en un modelo con tres factores, llamados A, B y C donde el más influyente es un factor cuadrático (B^2), el modelo usado está en la ecuación 3.4:

$$Y = 15.2 - 2.609A - 0.251B - 0.076C + 2.66A^2 + 25.49B^2 + 0.43C^2 + 0.991AB + 2.23AC - 0.908BC$$

Ecuación 3.4 Regresión lineal de la simulación

Para el modelo normal se calculó la media de la respuesta substituyendo los niveles de los factores, -1, 0, +1, y generando una respuesta media, se agregó un “ruido blanco”, con desviación estándar de 3. Para el modelo exponencial se calculó una respuesta para cada corrida con los niveles de A, B y C y la respuesta se usó como media de una distribución exponencial. En todos los experimentos se hicieron cuatro réplicas y se calcularon la media de las réplicas y su desviación estándar. El análisis de los factores se hizo para la media de las réplicas y para el logaritmo natural de la desviación estándar de las réplicas. Se verifico la correlación usando los logaritmos naturales de las medias y los logaritmos naturales de las desviaciones estándar. Siguiendo el método presentado por (Lunani, Nair y Wasserman, 1997).

Todos los arreglos se construyeron con los niveles codificados: -1, 0, +1; cada corrida replicada cuatro veces. En L27 se utilizaron las columnas 1, 2 y 5, para asignar los tres factores, el total de condiciones fue 27, ver figura 3.4

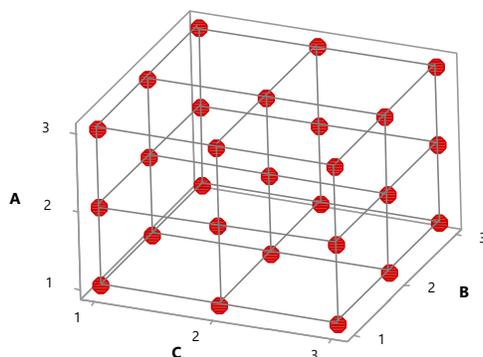


Figura 3.4 Esquema de arreglo L27 con tres factores (3^3). Con niveles 1, 2 y 3.

En el arreglo Box-Behnken se generaron 15 corridas para los tres factores, el arreglo usado no permite estimar el efecto de la interacción triple, que en este caso no es significativa. El Diseño Central Compuesto tiene ocho puntos en el cubo factorial, seis puntos axiales (estrellas) con una distancia alfa del centro de 1.68 y seis puntos centrales dando un total de 20 condiciones experimentales.

Cada experimento completo en su combinación se simuló 1,000 veces, con captura de los datos necesarios para el análisis de los dos criterios descritos: R-cuadrada ajustada y la desviación estándar de las estimaciones de B^2 .

Los arreglos con normalidad, que implica media y varianzas estimadas independientes, dieron mayor precisión en el estimado del coeficiente de B^2 para el Diseño central compuesto. Se puede observar el resultado en la Tabla 3.4 presentan los resultados para los experimentos con media y varianza independiente, en las tres primeras columnas las estadísticas del coeficiente de B^2 para cada arreglo, las tres columnas de la derecha presentan las estadísticas de R^2 ajustada por arreglo.

Tabla 3.4 Resultado de la simulación de modelo con varianza independientes para los tres arreglos.

	Coef. B ² L27	Coef. B ² dcc	Coef. B ² bb	R ² ajustada L27	R ² ajustada dcc	R ² ajustada bb
Promedio	25.5067	25.4846	25.4537	0.9858	0.9956	0.9874
Error estándar	0.0197	0.0126	0.0253	0.0002	0.0001	0.0003
Mediana	25.5170	25.4880	25.4569	0.9864	0.9960	0.9894
Desv. Estándar	0.6217	0.3971	0.8008	0.0051	0.0021	0.0091

En la tabla 3.5 se presentan los resultados para los experimentos con media y varianza correlacionadas, en las tres primeras columnas las estadísticas del coeficiente de B² para cada arreglo, las tres columnas de la derecha presentan las estadísticas de R² ajustada por arreglo.

Tabla 3.5 Resultados de la simulación de modelo con varianza correlacionada para los tres arreglos.

	Coef. B ² L27	Coef. B ² dcc	Coef. B ² bb	R ² ajustada L27	R ² ajustada dcc	R ² ajustada bb
Promedio	25.3296	25.4905	24.7201	0.3795	0.6615	0.6114
Error estándar	0.1877	0.2818	0.2597	0.0056	0.0062	0.0085
Mediana	25.2941	24.5289	24.4562	0.3888	0.7001	0.6775
Desv. Estándar	5.9362	8.9099	8.2131	0.1778	0.1959	0.2703

4. Resultados y Conclusiones

Resultado de caso 1

A continuación, se presentan los resultados preliminares obtenidos de la comparación y análisis de los métodos de optimización de la media y la varianza simultáneamente.

Habiendo calculado las estimaciones de los valores de la media y de la varianza de los datos obtenidos en el experimento del artículo de Mohd Sazali, Jaharah A, Mohd Shahir, Siti Haryani, y Che Hassan (2013, 60-64), se sustituyen en la ecuación 2.12, en este caso de estudio esta ecuación, menor es mejor, es la que se utilizara para la comparación de los métodos, ya que la característica de calidad (rugosidad) que se busca es menor es mejor y se obtienen los valores de la función de pérdida para cada uno de los métodos, se muestran en la tabla 3.9:

Tabla 4.1 Valores de la función de pérdida.

Método	Función de pérdida
Superficie de respuesta	5.16
Taguchi	0.56
Método Propuesto	0.36

Los valores de la media y la desviación usados para calcular la función de pérdida se obtuvieron de los coeficientes que arrojaron las ecuaciones 5 y 6 de regresión lineal, multiplicados por la combinación optima que generó el solver en la tabla 5, los cuales fueron: velocidad de corte 230 m/min, velocidad de avance 0.53 mm/diente, profundidad de corte 0.3 mm, con un tipo de inserto TiN.

Resultado de caso 2

En la figura 4.1 El comportamiento cuando el modelo tiene un error normal, la media y la varianza estimadas son independientes, la varianza es constante en toda el área experimental y el diseño central compuesto obtiene una estimación más precisa del coeficiente B2.

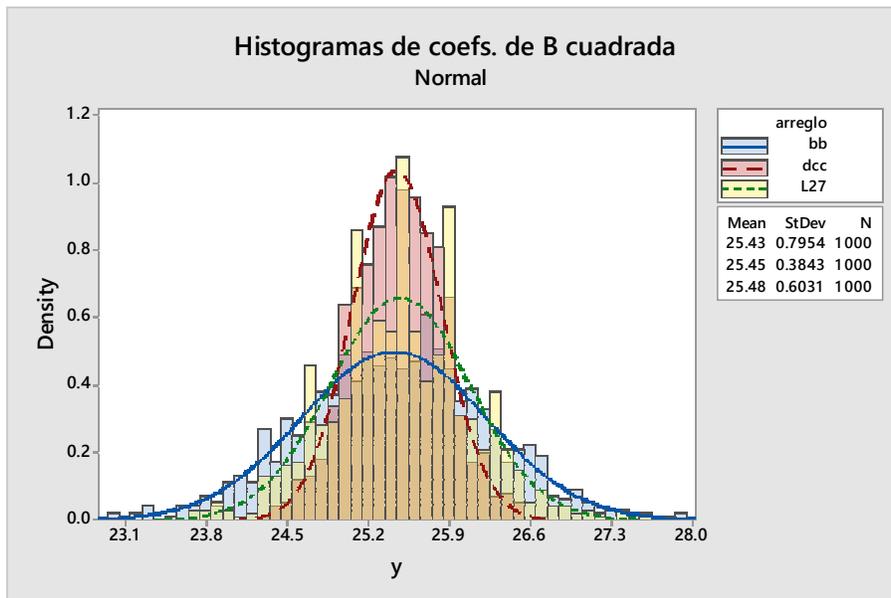


Figura 4.1 Media y la varianza estimadas son independientes

Las estimaciones de los coeficientes del factor B^2 con la distribución exponencial, que implica correlación entre la media y la varianza estimadas, resultaron en datos que no siguen una distribución normal, utilizando la prueba Anderson-Darling, los valores de significancia o valores P resultaron todos menores de 0.005. La prueba de igualdad de varianzas, suponiendo que las muestras no son normales, resultó en que las dos pruebas realizadas rechazan la hipótesis de igualdad de varianzas. El arreglo L27 dio la menor dispersión. Ver la figura 4.2.

La figura 4.3 es equivalente a la Figura 4.1, solo que aquí, con la varianza diferente por área experimental, debido a la correlación, se presenta la comparación de las distribuciones observadas para los coeficientes estimados del factor B^2 , se observa una mayor precisión – menor dispersión - en las estimaciones del arreglo L27. El peor caso resulta el diseño central compuesto, aunque no es diferente significativamente del arreglo Box-Behnke.

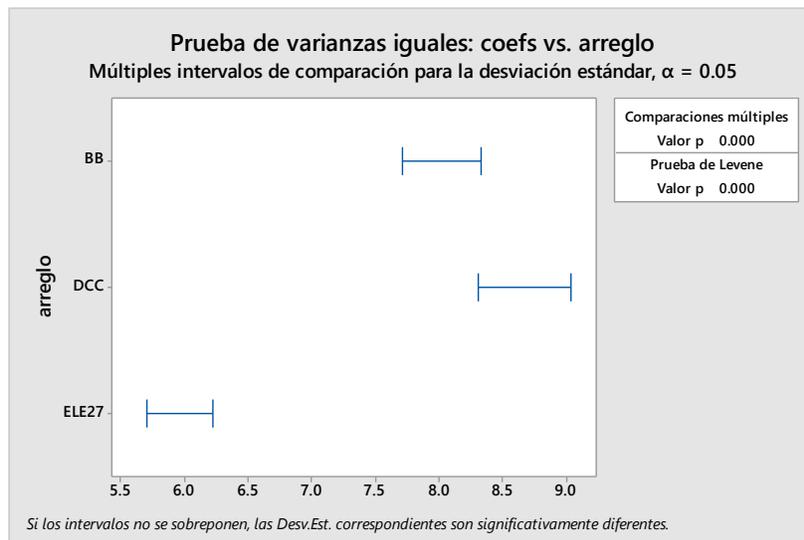


Figura 4.2 Resultado de prueba de igualdad de varianzas, para las estimaciones del coeficiente de B^2 usando medias y varianzas correlacionadas. El intervalo en la parte inferior izquierda es el de L27

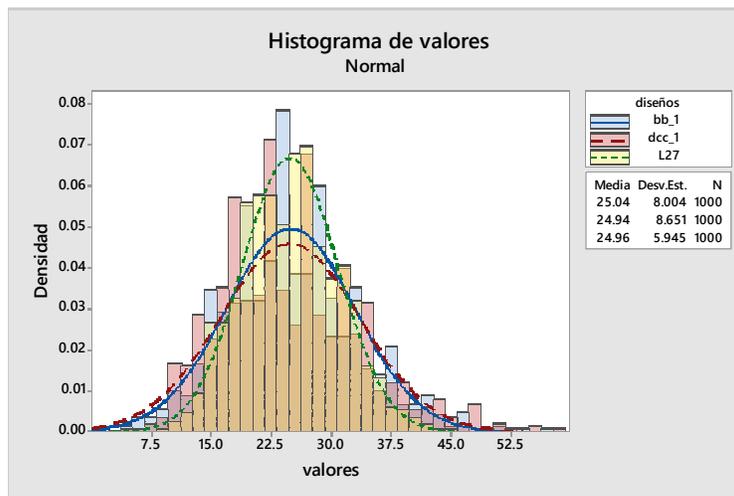


Figura 4.3 Media y la varianza estimadas son dependientes

Conclusiones del caso 1

El método propuesto en este trabajo utiliza las gráficas de los efectos principales de la media y la desviación estándar de los datos para revisar que factor influye en generar menos variación y acercarse más a la media esperada de esta manera dejarlo fijo en el experimento y así manipular menos factores. En el caso del primer ejercicio de Mohd Sazali, Jaharah A, Mohd Shahir, Siti Haryani, y Che Hassan (2013, 60-64) se manipula los tres factores restantes, esto ayuda a identificar los factores que afectan a la variabilidad y a la media y así poder optimizarlos.

Para poder saber más fácilmente el grado de importancia de cada factor una herramienta muy poderosa es el ANOVA. Pero en este trabajo se propone el uso de gráficas para clasificar los factores de acuerdo a su impacto sobre la media y la variación y después utilizar el solver para optimizar la variación sujeta a restricciones de límites de experimento y de valor de media.

La función de pérdida promedio, que es el concepto con el cual se hace la comparación de cual método es el mejor, arroja una cantidad menor que los dos métodos presentados en el artículo de Mohd Sazali, Jaharah A, Mohd Shahir, Siti Haryani, y Che Hassan (2013, 60-64), genera un 0.35.

Es importante que el primer paso del análisis sea verificar si existe una dependencia entre los parámetros estudiados ya que esto puede generar conclusiones erróneas al seleccionar factores que no son significativos para esta razón se propone utilizar el método que aplica Lunani, Nair, y Wasserman, (1997,327-338), el cual no se revisa en este trabajo de Tesis

Conclusiones del caso 2

Los resultados demuestran la necesidad de que se tome en cuenta el tipo de arreglo que se usará para las estimaciones de media y varianza. Existe la tendencia a utilizar un tipo de arreglo de acuerdo a cierta filiación a vertientes del paradigma estadístico. Es indispensable que se realice una pequeña exploración de los datos disponibles o se aproveche los conocimientos previos acerca del problema planteado, para aprovechar ese conocimiento en la planeación del experimento. El método para obtener un diseño robusto debe ser robusto a su vez. El resultado con todo no es inesperado, desde la formulación del diseño central compuesto se había previsto el impacto de la diferencia de varianzas en las diferentes regiones experimentales, especialmente sobre los

coeficientes. El punto aquí es que hay una aplicación identificada donde esto puede ocurrir y tomar desprevenido al experimentador.

Bibliografía

- Becerra Rodriguez, M. B., Zitzumbo Guzmán, R., Domínguez Dominguez, J., García Alcaraz, J. L., & Romero, S. A. (2014). Use of the desirability function to optimize a vulcanized product. *Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia*, 85-94.
- Biles, W. (1975). A Response Surface Method for Experimental Optimization of Multiresponse Process. *Ind. Eng. Chemistry, Process Design and Development*, 14, 152-158.
- Box, G. (1988). Signal to Noise Ratios, Performance criteria and transformations. *Technometrics*, 30, 1-17.
- Box, G., & Behnken, D. (1960). Some new three level design for the study of quantitative variables. *Technometrics* 2.4, 455-475.
- Box, G., & Draper, N. (2007). *Response Surfaces, Mixtures, and Ridge Analyses*. Wisconsin: Wiley.
- Box, G., & K.B, W. (1951). On the experimental attainment of optimum conditions. *J. Royal Statistical Society, Ser.B.*, 13, 1-45.
- Copeland, K., & Nelson, P. (1996). Dual Response optimization via direct function minimization. *Journal of Quality Technology*, 28(3), 331-336.
- Costa N.R.P. (2010). Simultaneous optimization of mean and standard deviation. *Quality Engineering*, 140-149.
- Del Castillo, E. (2007). *Process Optimization a statistical Approach*. Pennsylvania: Springer.
- Del Castillo, E., Montgomery, D., & McCarville, D. (1996). Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization. *J. Quality Technology*, 28(3), 337-345.
- Derringer, G. (1980). Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of quality technology*, 12(4), 214-219.
- Elsayed, E., & Chen, A. (1993). Optimal Levels of process parameters for products with multiple characteristics. *Int. J. of Production Research*, 31(5), 1117-1132.
- Fogliatto, F. S. (2000). A survey of techniques for optimizing Multiresponse Experiments. *PPGEP/UFRGS*, RS 90040-20.

-
- Fransen, J., Kavanaugh, A., & Borm, G. (2009). Desirability scores for assessing multiple outcomes in systemic rheumatic diseases. *Communications in Statistics- Theory and Methods*, 38(18), 3461-3471.
- George E.P, B., & Behnken, D. (1960). Some new three level design for the study of quantitative variables. . *Technometrics* 2.4, 455-475.
- Gutiérrez P, H., & De la Vara, S. R. (2003). *Análisis y diseño de experimentos*. México: Mc Graw Hill.
- Harrington , E. (1965). The desirability function. *Industrial quality control*, 21(10), 494-498.
- Hsiu-Wen, C., Weng Kee, W., & Hongquan, X. (2012). An augmented approach to the desirability function. *Journal of Applied Statictic*, 599-613.
- Jing, W. &. (2017). A Robustness Generalized Distance Function Approach for Multiresponse Robust Optimization. *Procedia Engineering*, 174, 748-755.
- Khuri, A. (2006). *Responce Surface methodology and related topics*. Singapore: World scientific.
- Kim, K., & Lin, D. (1998). Dual response surface optimization: A fuzzy modelling approach. *Journal of Quality Technology*, 30(1), 1-10.
- Köksoy, O., & Doganaksoy, N. (2003). Joint optimization of mean and standard deviation using response surface methods. *Journal of Quality Technology*, 35(3), 239-252.
- Kuehl, R. O. (2001). *Diseño de Experimentos: Principios estadísticos para el diseño y análisis de Investigaciones*. Mexico D.F: Thomson Learning.
- Kuhnt, S. &. (2013). Simultaneous Optimization of Multiple Responses with the R Package JOP. *Journal of Statistical Software*, , 54(9), 1-23.
- Le, T.-H., & Shin, S. (2018). A literature review on RSM-based robust parameter design (RPD): Experimental design, estimation modeling and optimization methods. *Journal of the Korean Society for Quality Managment*, 46(1), 39-14.
- Lee, D. H. (2013). Methods and Applications of Dual Response Surface Optimization: A Literature Review. *Methods and Applications of Dual Response Surface Optimization: A Literature Review. Journal of Korean Institute of Industrial Engineers*, 342-350.

-
- Lee, H. &. (2016). A solution selection approach to multiresponse surface optimization based on a clustering method. *Quality Engineering*, 388-401.
- León, N. (1996). A pragmatic Approach to Multiresponse Problems Using Loss Function. *Quality Engineering*, 9, 213-220.
- León, R., Shoemaker, A., & Kacker, R. (1987). Performance Measures Independent of adjustment an explanation and extension of taguchi´s signal to noise Ratios. *Technometrics*, 29(3), 253-265.
- Lin, D., & Tu, W. (1995). Dual response surface optimization. *Journal of Quality Technology*, 27, 34-39.
- Lunani, M., Nair , V., & Wasserman, G. (1997). Graphical Methods for Robust Design with Dynamic Characteristics. *Journal of Quality Technology*, 29(3), 327-338.
- Maghsoodloo, S. (1990). The exact relation of taguchi´s signal to noise ratio to his quality loss function. . *Journal of Quality Technology* 22.1, 57-67.
- Mohd Sazali, M., Jaharah A., G., Mohd Shahir, K., Siti Haryani, T., & Che Hassan , C. (2013). Comparison between Taguchi Method and Response Surface Methodology. *International Conference on Robust Quality Engineering.*, 60-64.
- Montgomery, D. (2004). *Diseño y Analisis de experimentos*. México DF: Limusa.
- Mood, A. M., Graybill, F. A., & Boes, D. C. (1974). *Introduction to the Theory of Statistics* (2 ed.). Nueva York: McGraw-Hill.
- Myers, R., & Carter, W. (1973). Response Surface Techniques for Dual Responses Surfaces. *Technometrics*, 15, 301-317.
- Myers, R., & Montgomery, D. (1995). *Surface Methodology*. New York.NY.: John Wiley and son.
- Myers, R., & Montgomery, D. (2016). *Response Surface Methodology*. Unites States of America: Wiley.
- Myers, R., Khury, A., & Vinning, G. (1992). Response Surface Alternatives to the Taguchi Robust Parameter Design Approach. *The American Statiscian*, 46(2), 131-139.

-
- Myers, R., Montgomery, D., & Anderson-Cook, C. (2016). *Response Surfaces Methodology*. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Pawade, R., & Joshi, S. (2011). Multi-objective optimization of surface roughness and cutting forces in high-speed turning of inconel 718 using Taguchi grey relational analysis (TGRA). *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 56(1-4), 47-62.
- Pignatiello Jr., J. (1993). Strategies for Robust Multiresponse Quality Engineering. *IIE Transactions*, 25, 5-15.
- Ranjit K. , R. (2010). *A primer on the taguchi method*. Unites Estates of America: Society of Manufacturing Engineers.
- Rodriguez , M., Zitzumbo Guzmán, R., Dominguez Dominguez, J., Garcia Alcaraz, J. L., & Romero, S. A. (2014). Use of the desirability function to optimize a vulcanized product . *Revista Técnica de la facultad de Ingenieria Universidad de Zulia.*, 37(1).
- Ryan, T. (2007). *Modern experimental Design*. New Jersey: Wiley.
- Salmasnia, A. (2015). A new desirability function-based method for correlated multiple response optimization. *The International Journal of Advanced Manufacturing*, 1047-1062.
- Sibalija , T., & Majstorovic, V. (2012). An integrated simulated annealing-based method. *Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 59, 1227–1244.
- Taguchi, G. (1986). *Introduction to Quality Engineering*. Tokyo: Asian Productivity Organization.
- Taguchi, G., & Don, C. (1990). Robust quality. *Harvard Business Review* 68(1), 65-75.
- Tong, L., Su, C., & Wang , C. (1997). The optimization of multiple response problems in the taguchi method. *International Journal of Quality and reliability Management*, 14(4), 367-380.
- Tribus , M., & Szonyl, G. (1989). An alternative View of the Taguchi Approach. *Quality Progress*, 22, 46-52.
- Vining, G., & Myers, R. (1990). Combining Taguchi and Response Surface philosophies a dual response approach. *Journal of Quality Technology*, 38-45.

Wu, C., & Hamada, M. (2000). *Experiments-Planning, Analysis and parameter Design Optimization* . New York: John Wiley and sons.