



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico**

Tesis de Maestría

**Estimación basada en observadores de las dinámicas
del corazón en presencia de retardos**

presentada por

Ing. Odalis Barreto Arenas

como requisito para la obtención del grado de
**Maestra en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis

Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza

Codirector de tesis

Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez

Cuernavaca, Morelos, México. Septiembre 2024

Cuernavaca, Mor.,

No. de Oficio:

Asunto:

28/junio/2024

DIE/092/2024

Aceptación de documentos de tesis

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial de la **C. Odalis Barreto Arenas**, con número de control **M20CE011** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado “**ESTIMACIÓN BASADA EN OBSERVADORES DE LAS DINÁMICAS DEL CORAZÓN EN PRESENCIA DE RETARDOS**”, y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.


DIRECTOR DE TESIS

Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
Doctor en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5505019


CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramirez
Doctor en Ingeniería
Cédula profesional 3431842


REVISOR 1

Dr. Juan Reyes Reyes
Doctor en Ciencias en la Especialidad de Control
Automático
Cédula profesional 4214833


REVISOR 2

Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo
Doctora en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 9968714

C.p. M.T.I. Maria Elena Gómez Torres. Jefa del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante
JGM/kmq

Cuernavaca, Mor.,
No. De Oficio:
Asunto:

01/julio/2024
SAC/210/2024
Autorización de
impresión de tesis

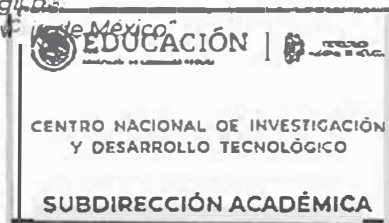
**ODALIS BARRETO ARENAS
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **“ESTIMACIÓN BASADA EN OBSEVADORES DE LAS DINÁMICAS DEL CORAZÓN EN PRESENCIA DE RETARDOS”**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

A T E N T A M E N T E

Excelencia en Educación Tecnológica:
“Conocimiento y tecnología al servicio de México”



CARLOS MANRÍQUEZ EL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO

R

C. c. p. Departamento de Ingeniería Electrónica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz

Resumen

El propósito de la presente tesis es desarrollar un sistema de supervisión de las variables del sistema cardiovascular, basado en observadores para sistemas con retardo, que brinda información de las variables involucradas en el proceso cardíaco en tiempo instantáneo.

Según la organización mundial de la salud [1], las enfermedades cardiovasculares ocupan el primer lugar entre las causas de muerte en todo el mundo. Actualmente existen diversos dispositivos e investigaciones que tienen el propósito de supervisar las variables que intervienen en el corazón, para detectar de manera oportuna, anomalías en el funcionamiento de este sistema, con el fin de evitar la mortalidad y morbilidad. Sin embargo, en la literatura encontrada referente al tema, no se ha explorado de manera exhaustiva el uso de algoritmos de control automático para la supervisión del sistema cardiovascular, que consideren el retardo de tiempo que existe en la obtención de la información, desde que se emite la señal en el corazón, hasta que ésta es captada por el dispositivo de medición.

Considerando que el tiempo es determinante cuando existe una enfermedad o un accidente cardiovascular, se lleva a cabo el estudio del comportamiento del sistema, utilizando para este fin un modelo matemático que representa las dinámicas del corazón. Para el análisis de la viabilidad de la obtención de los estados libres de retardo, se utiliza un observador en cadena, conformado por un observador base y un predictor que permiten obtener la estimación de los estados en tiempo instantáneo, eliminando el retardo biológico del sistema.

Palabras clave: Sistema cardiovascular, observadores, retardo de tiempo.

Abstract

The purpose of this thesis is to develop a monitoring system for the variables of the cardiovascular system, based on observers for systems with delay, which provides information on the variables involved in the cardiac process in instantaneous time.

According to the World Health Organization [1], cardiovascular diseases are the leading cause of death worldwide. Currently there are various devices and investigations that have the purpose of monitoring the variables that intervene in the heart, to detect in a timely manner, anomalies in the functioning of this system, in order to avoid mortality and morbidity, however, in the literature found regarding the topic, the use of automatic control algorithms for the supervision of the cardiovascular system, which consider the time delay that exists in obtaining the information, since the signal is emitted in the heart, has not been exhaustively explored. , until it is captured by the measuring device.

Considering that time is decisive when there is a disease or a cardiovascular accident, the study of the behavior of the system is carried out, using for this purpose a mathematical model that represents the dynamics of the heart, for the analysis of the feasibility of obtaining delay-free states, a chain observer is used, made up of a base observer and a predictor that allows obtaining the estimation of the states in instantaneous time, eliminating the biological delay of the system

Keywords: Cardiovascular system, observers, time delay.

A mis hijos, Ander y Said

Agradecimientos

A Dios, por ser el centro de mi vida y rodearme de personas maravillosas.

A mis hijos Ander y Said, mi razón de ser, gracias por su amor y comprensión, gracias por ser mi motivación para alcanzar cada meta y mi inspiración para mejorar cada día.

A mi compañero de vida, Fernando, gracias por todo el apoyo brindado, por ser mi ejemplo de fortaleza y templanza, sobre todo, gracias por enseñarme a no darme por vencida.

A mis padres Bacilio y Rosalía, gracias por ser un ejemplo de vida, por confiar en mí y darme todo su amor y apoyo incondicional.

A mis hermanos, Hugo, Areli, Moy, Jabin, Luz, Nilda, Celi, Elisel y Milenny, gracias por ser mi refugio y por brindarme siempre su apoyo incondicional.

A mi director de tesis, el Doctor Carlos Manuel Astorga Zaragoza, gracias por creer en mí, por su paciencia y sus palabras alentadoras en cada presentación, gracias por darme la oportunidad de ser parte de su equipo y sobre todo gracias por ser un ejemplo a seguir.

A mi codirector de tesis, el Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez, gracias por el apoyo brindado, por compartir sus conocimientos, su tiempo y sus consejos.

A mis revisores Dr. Juan Reyes Reyes y Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo, gracias por su tiempo y sus valiosos consejos.

A mis Maestros Dr. Juan Reyes Reyes, Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo, Dr. Carlos Daniel García Beltrán, Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza, Dr. Enrique Quintero Mármol Márquez, Dr. Manuel Adam Medina, Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez, Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez, gracias por compartir sus conocimientos, por la paciencia y todo el apoyo brindado durante mi estancia en el Cenidet.

A mis compañeros y amigos Felipe Ramírez Rasgado y Pedro Eusebio Alvarado Méndez, gracias por ser un ejemplo de trabajo y dedicación, gracias por su paciencia, por compartir sus conocimientos y sobre todo por su invaluable apoyo en esta investigación.

A mis amigos, Dulce, David, Jona, Maday, Jissi, Saul gracias por ser parte esencial durante nuestra estancia en el Cenidet.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cenidet, gracias por darme la oportunidad de formar parte de esta gran Institución.

Al CONACYT, gracias por otorgarme la beca económica durante mis estudios en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cenidet, ya que sin el apoyo económico recibido, no me habría sido posible llevar a cabo mis estudios de posgrado en Ingeniería Electrónica.

Índice general

Nomenclatura	1
1. Introducción	2
1.1. Planteamiento del problema	4
1.2. Justificación	4
1.3. Metodología	5
1.4. Objetivos	6
1.4.1. Objetivo General	6
1.4.2. Objetivos Específicos	6
1.5. Metas	6
1.6. Alcances y limitaciones	7
1.7. Hipótesis	7
1.8. Marco Teórico	7
1.8.1. Sistema cardiovascular	7
1.8.2. El corazón	8
1.8.3. Ciclo circulatorio	9
1.8.4. Presión arterial	10
1.8.5. Presión sistémica	11
1.8.6. Flujo aórtico	11
1.8.7. Circuito RLC	12
1.8.8. Modelos matemáticos	12
1.8.9. Observadores	13
1.8.10. Prueba de observabilidad	15

1.8.11. Sistemas con retardo	16
1.8.12. Observadores de estado para sistemas con retardo	17
1.9. Antecedentes	18
1.10. Conclusiones del capítulo	22
2. Modelado matemático del Sistema cardiovascular	23
2.1. Modelos matemáticos del corazón.	23
2.2. Modelos matemáticos representados en espacio de estados para el diseño de Observadores.	26
2.3. Modelo windkessel	27
2.4. Conclusiones del capítulo	28
3. Observadores de estado	29
3.1. Observadores de estado para sistemas con retardo de tiempo	29
3.1.1. Análisis de observadores para sistemas con retardo	30
3.1.2. Ejemplo de aplicación de un observador en cadena con retardo de tiempo	33
3.2. Conclusiones del capítulo	37
4. Aplicación de observadores para sistemas con retardo	38
4.1. Análisis y diseño de observadores	38
4.1.1. Modelo del sistema cardiovascular	38
4.2. Diseño de un observador lineal con retardo	40
4.2.1. Prueba de estabilidad del observador	41
4.2.2. Validación y resultados	43
4.3. Diseño de la segunda estructura del observador en cadena	51
4.3.1. Determinación del término de corrección	55
4.3.2. Resultados	58
4.4. Conclusiones del capítulo	64
5. Conclusión	65
5.1. Originalidad del trabajo realizado	66

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	VIII
5.2. Contribuciones	66
5.3. Ventajas del método	66
5.4. Limitaciones	67
5.5. Productos académicos obtenidos	67
5.6. Perspectivas futuras	67
Bibliografía	68
5.7. 8va Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada	73
5.8. Memorias del congreso nacional de control automático 2022	74

Índice de figuras

1.1. Sistema cardiovascular [4]	8
1.2. Diagrama del funcionamiento básico del corazón [5]	9
1.3. Ciclo circulatorio	11
1.4. Observador de estado con entrada $u(t)$, salida $y(t)$ y estado estimado $\hat{x}(t)$	14
1.5. Clasificación de observadores en función del orden del sistema	14
1.6. Cadena de observadores para sistemas con retardo	18
2.1. Modelo Matemático propuesto por Y. Wu et al. [30]	24
2.2. Circuito propuesto por Yalcincaya et al. [31]	25
2.3. Modelo matemático del corazón izquierdo [11],[32] y [33]	26
2.4. Modelo windkessel de cuatro elementos [36]	28
3.1. Estimación del estado 1 con un retardo de tiempo de 0.8 segundos.	35
3.2. Estimación del estado 2 con un retardo de tiempo de 0.8 segundos.	35
3.3. Errores de estimación	36
4.1. Entrada del sistema (flujo sanguíneo) con $I_0 = 500ml, T_S = 0.3s, T = 0.8s$	39
4.2. Estimación de la presión sistémica $P_s(t)$ con $\tau = 0.1s$ por medio del último subsistema de la cadena.	45
4.3. Estimación del flujo aórtico $I_L(t)$ con $\tau = 0.1s$ por medio del último subsistema de la cadena.	46

4.4. Estimación de la presión arterial P_{ar} con $\tau = 0.1s$ por medio del último subsistema de la cadena.	47
4.5. Estimación de presión sistémica $P_s(t)$ con $\tau = 0.5s$ por medio del último subsistema de la cadena.	48
4.6. Estimación del flujo aórtico $I_L(t)$ con $\tau = 0.5s$ por medio del último subsistema de la cadena.	49
4.7. Estimación de la presión arterial $P_{ar}(t)$ con $\tau = 0.5s$ por medio del último subsistema de la cadena.	50
4.8. Supervisión de la presión sistémica P_s por medio del último subsistema de la cadena.	60
4.9. Supervisión del flujo aórtico $I_L(t)$ por medio del último subsistema de la cadena.	61
4.10. Supervisión de la presión arterial P_{ar} por medio del último subsistema de la cadena.	62
4.11. Norma del error de observación.	63

Índice de tablas

2.1. Analogía	27
4.1. Parámetros humanos normales	43
4.2. Parámetros de una persona sana	58

Nomenclatura

\mathbb{R}^n Vector de espacio de dimensión n sobre los números reales

I_L Flujo aórtico

I_n Matriz identidad de dimensiones $n \times n$

P_s Presión sistémica

P_{ar} Presión arterial

ECV Enfermedades cardiovasculares

FPM Frecuencia de pulsos modulada

HEMS Sistema hidro electromecánico

LPV Lineales de Parámetros Variables

LTI Sistema lineal invariante en el tiempo

OMS Organización mundial de la salud

SDP Simétrica definida positiva

SISO Una entrada - una salida

VAD Dispositivo de asistencia ventricular

Capítulo 1

Introducción

De acuerdo con la organización mundial de la salud, OMS [1], las enfermedades cardiovasculares ocupan el primer lugar como causa de muerte a nivel mundial. Pese a que se han realizado numerosas investigaciones con el fin de prevenir dichas enfermedades, el área de oportunidad en este tema, aún es muy amplia. Es importante mencionar que la búsqueda de alternativas para la solución de este problema de salud pública, no concierne exclusivamente al ámbito de la medicina, sino que desde diversas disciplinas es posible aportar propuestas de solución. Un ejemplo de ello es dentro del área de control automático. En este contexto, se propone como contribución, el diseño e implementación de un sistema para la prevención de accidentes cardiovasculares, basado en observadores de estado con retardo de tiempo.

Existen diversos métodos encontrados en la literatura para prevenir accidentes cardiovasculares, sin embargo, en el área de control se ha indagado particularmente en el diseño de controladores para dispositivos de asistencia ventricular, y son muy pocas las investigaciones que se enfocan en el uso de observadores para la detección de anomalías cardíacas.

El sistema cardiovascular al igual que todos los sistemas biológicos y en general los sistemas reales, tiene un retardo de respuesta en la medición de las variables. Esta respuesta tardía en la salida del sistema brinda información que de ser obtenida sin el retardo puede ser crucial para la detección oportuna de anomalías cardíacas.

En la presente investigación se lleva a cabo el estudio de los modelos que describen matemáticamente las dinámicas del corazón, considerando como variables de interés la presión sistémica y el flujo sanguíneo, posteriormente se desarrolla un observador en cadena para sistemas con retardo, el cual consta de dos subsistemas: el primero estima el vector de estado con retardo (observador base) y por medio del segundo subsistema (predictor) se logra una estimación sin retardo de los estados del sistema. El propósito de este observador es estimar las variables: presión sistémica y presión aórtica, las cuales son no medibles de manera física.

1.1. Planteamiento del problema

El sistema cardiovascular, al ser un sistema biológico, presenta un retardo de tiempo en la salida, desde que se genera la señal dentro del corazón, hasta que esta es medida con un dispositivo físico. El tiempo es crucial en la toma de decisiones médicas, por lo que se considera que la eliminación del retardo en la estimación de los estados, puede dar información oportuna sobre el estado de salud.

1.2. Justificación

Las enfermedades cardiovasculares suelen ser silenciosas, es decir, las personas que las padecen, generalmente, no presentan síntomas. Por esta razón, se ha considerado la supervisión de las dinámicas del corazón como una medida preventiva, tomando en cuenta que la respuesta a la medición instantánea de la presión arterial, es difícil, puesto que hay un retardo de tiempo, debido al tiempo de propagación de la onda de presión del corazón, hasta que el flujo es detectado por el dispositivo de medición [2].

De acuerdo con el estado del arte, se han realizado numerosas investigaciones referentes a la prevención de accidentes cardiovasculares. No obstante, en el área de control automático, es exiguo el estudio de la aplicación de observadores de estado con retardo de tiempo, como una herramienta para la supervisión de las dinámicas del corazón, con fines de detección de anomalías en el sistema.

En el presente trabajo de maestría, se propone el uso de observadores con retardo de tiempo, como base del sistema de supervisión de las dinámicas del corazón.

1.3. Metodología

La metodologá se lleva a cabo en seis etapas:

Etapa 1. Definición de la problemática

La identificación de la problemática mediante una investigación acerca de la necesidad de la estimación precisa de las dinámicas del corazón utilizando observadores de estado, teniendo en cuenta los retardos naturales en el sistema.

Etapa 2. Revisión de la Literatura

Realizar una búsqueda de información en artículos, libros y tesis relevantes, utilizando bases de datos académicas.

Etapa 3. Definición de los objetivos

Establecer el objetivo general de la investigación para dar una propuesta de solución al problema planteado, considerando los objetivos específicos necesarios para lograr el objetivo general.

Etapa 4. Selección del Modelo

Elegir un modelo que represente las dinámicas del corazón, basado en los parámetros biológicos de estudio.

Etapa 5. Diseño de observadores

Realizar una investigación sobre los observadores posibles a implementar para obtener los resultados esperados, realizar las pruebas de observabilidad correspondientes.

Etapa 6. Validación y resultados

Realizar las pruebas de convergencia del observador, mediante software de simulación.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

- Estimar los estados libres de retardo del sistema cardiovascular afectado por retardos de tiempo en la medición de salida, utilizando un observador en cadena.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Analizar el comportamiento dinámico del sistema cardiovascular mediante un modelo matemático propuesto en la literatura y simulaciones numéricas.
- Diseñar un primer observador para estimar las siguientes variables del sistema cardiovascular: presión sistémica y flujo aórtico, considerando retardos de tiempo en las mediciones.
- Diseño de un segundo observador en cadena para la estimación del vector de estado libre de retardo del sistema windkessel de cuatro elementos.

1.5. Metas

- Contar con un algoritmo que permita valorar la estimación de variables del sistema cardiovascular, mediante un método no invasivo basado en modelo.
- Difusión de la ciencia a través de la publicación de un artículo en la 8va Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada organizada por el Cenidet.
- Participación en la publicación de un artículo en el Congreso Nacional de Control Automático CNCA.

1.6. Alcances y limitaciones

- Utilizar un modelo matemático simplificado con retardos.
- Diseñar un observador para estimar los estados libres de retardo del modelo simplificado.
- Evaluar el funcionamiento del observador para estimar las variables del sistema cardiovascular que en la práctica solo pueden medirse por métodos invasivos.
- Diseñar un observador que estime los estados del sistema, libres de retardo.
- Simular el sistema de supervisión de las dinámicas del corazón.

1.7. Hipótesis

Por medio de la implementación de un observador en cadena, para sistemas con retardo, será posible estimar en tiempo real y sin retardo de tiempo las siguientes variables que no son medibles por métodos no invasivos: presión sistémica y presión aórtica, con la finalidad de obtener información oportuna, como medida preventiva de accidentes cardiovasculares.

1.8. Marco Teórico

1.8.1. Sistema cardiovascular

Las tres partes principales del sistema cardiovascular son:

1. Fuente de energía: el corazón es capaz de contraerse hasta cien mil veces en un día.
2. Sistema de conductos: red de vasos sanguíneos.
3. Medio de transporte: la sangre, la cual llega a cada una de las células, una vez que es impulsada por el corazón [3].

En la figura 1.1 se muestra de manera esquemática, la relación entre las tres partes principales del sistema cardiovascular.

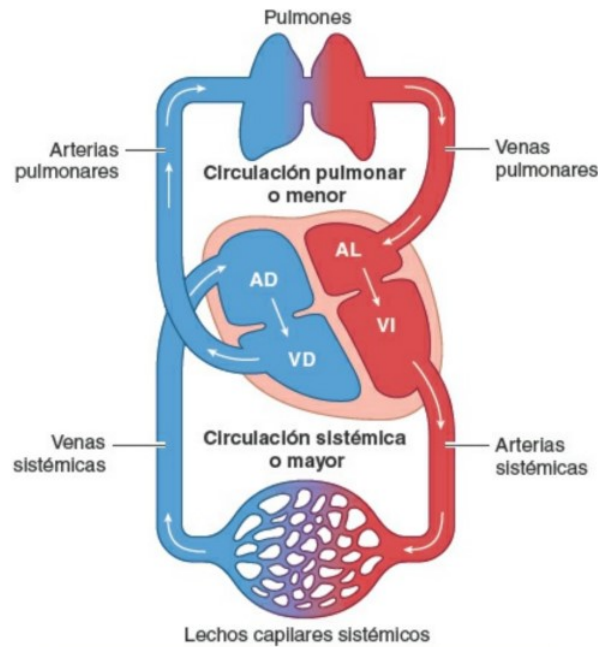


Figura 1.1: Sistema cardiovascular [4]

1.8.2. El corazón

El corazón funciona como una bomba, que late de manera rítmica para impulsar la sangre hasta las células, a través de los vasos sanguíneos.

El corazón tiene cuatro válvulas: dos válvulas de admisión que se abren cuando los ventrículos están preparados para llenarse y dos válvulas de salida que se abren cuando los ventrículos están dispuestos para expulsar la sangre.

La válvula derecha de entrada se llama tricúspide y la válvula de entrada de la izquierda, se llama mitral. Las válvulas de salida son la pulmonar en la derecha y la aórtica en la izquierda. Cuando alguna de las válvulas no se abre o cierra correctamente, el músculo cardíaco debe hacer un esfuerzo adicional para bombear el volumen necesario de sangre que se requiere para llegar hasta las células del organismo [3].

En la figura 1.2 se muestra el funcionamiento del corazón, dónde la línea en color rojo, representa la sangre oxigenada que sale del corazón y va hacia el resto del cuerpo humano y la línea azul, la sangre que viaja del cuerpo humano hacia el corazón para ser oxigenada, finalmente se muestran los elementos: aurícula derecha, ventrículo derecho, pulmones, ventrículo izquierdo y aurícula izquierda y la manera en que la sangre viaja por cada uno de ellos.

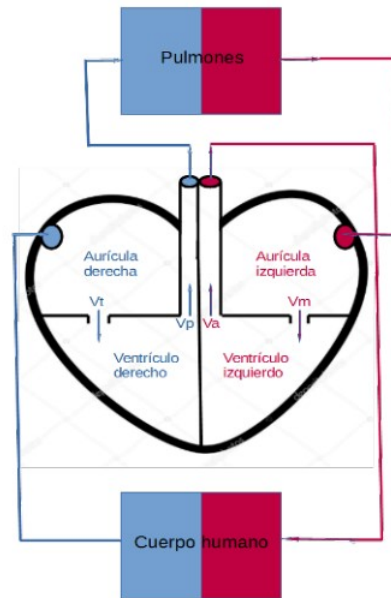


Figura 1.2: Diagrama del funcionamiento básico del corazón [5]

1.8.3. Ciclo circulatorio

El ciclo circulatorio sanguíneo está formado por la circulación pulmonar que se dirige a los pulmones y por la circulación sistémica que se dirige al resto del organismo. Ambas circulaciones tienen un componente venoso y un componente arterial que están conectados entre sí por un lecho capilar. La sangre puede ser venosa o arterial: es venosa en las venas sistémicas y en las arterias pulmonares y es arterial en las venas pulmonares y en las arterias sistémicas.

El lado derecho del corazón recibe la sangre venosa de retorno del organismo a través de las venas sistémicas y la bombea a través de las arterias pulmonares hasta los

capilares de los pulmones donde se combina con el oxígeno y se vuelve de color rojo brillante. Esta sangre arterial circula a través de las venas pulmonares hasta el lado izquierdo del corazón que la impulsa a través de las arterias sistémicas hasta los minúsculos capilares que aprovisionan de oxígeno a los 100 billones de células del organismo. La sangre se vuelve venosa de color rojo oscuro a medida que esto ocurre y circula de vuelta a través de las venas sistémicas hasta el lado derecho del corazón, completando de esta forma el ciclo circulatorio.

La sangre venosa se convierte en arterial en los capilares de los pulmones cuando el oxígeno se combina con la hemoglobina de color rojo oscuro en los glóbulos rojos para formar la oxihemoglobina de color rojo brillante. Luego, a medida que la sangre arterial cede parte de su oxígeno a las células, la sangre se oscurece y se convierte de nuevo en venosa. Cuanto más oxígeno ceden los glóbulos rojos a los tejidos, más se oscurece la sangre y los glóbulos rojos [3].

En la figura 1.3 se muestra el ciclo circulatorio, las flechas en color azul, representan la circulación de la sangre que aún no está oxigenada y las flechas de color rojo, la sangre oxigenada que ya pasó por los pulmones y será enviada al cuerpo humano.

1.8.4. Presión arterial

La presión arterial hace referencia a la fuerza que la sangre ejerce contra las paredes de las arterias durante su circulación por el sistema circulatorio, siendo bombeada por el corazón. Se cuantifica en milímetros de mercurio (mmHg) y se representa mediante dos valores: la presión arterial sistólica, que indica la presión en las arterias durante la contracción del corazón, y la presión arterial diastólica, que refleja la presión en las arterias cuando el corazón se encuentra en reposo entre latidos.

Este indicador es crucial para evaluar la salud cardiovascular, proporcionando información sobre la efectividad del bombeo cardíaco y la resistencia de las arterias. Las lecturas normales de la presión arterial suelen situarse en torno a 120/80 mmHg, siendo 120 la presión arterial sistólica y 80 la presión arterial diastólica. Es importante

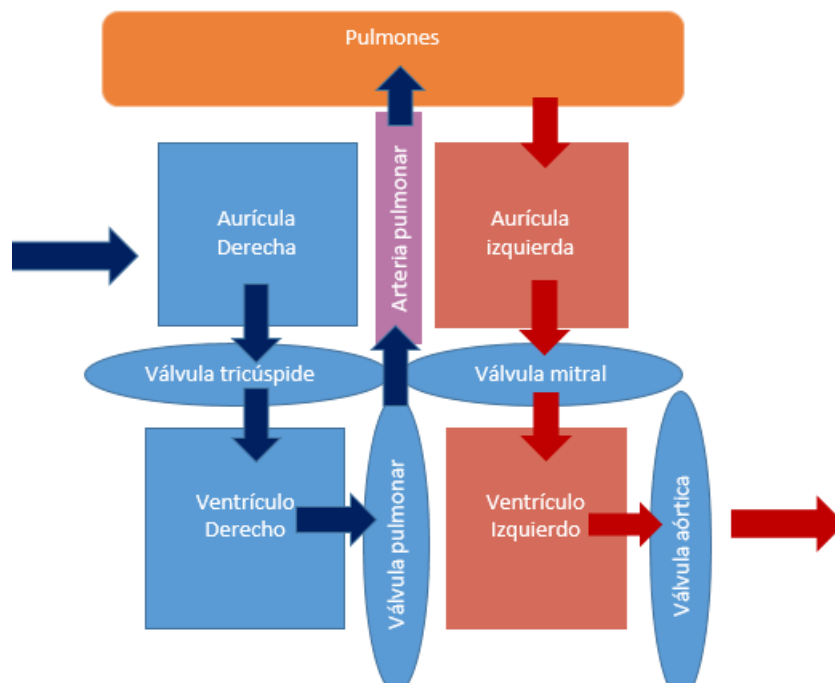


Figura 1.3: Ciclo circulatorio

señalar que la información ofrecida se basa en conceptos generales y no se refiere a referencias bibliográficas específicas [6].

1.8.5. Presión sistémica

La presión sistémica hace alusión a la fuerza que la sangre ejerce en las arterias del sistema circulatorio sistémico, encargado de llevar la sangre desde el corazón hacia todos los órganos y tejidos del cuerpo, proporcionando oxígeno y nutrientes esenciales, la unidad de medida comúnmente utilizada para expresar la presión sistémica es el milímetro de mercurio (mmHg) [6].

1.8.6. Flujo aórtico

El flujo aórtico es la cantidad de sangre que circula por la arteria aorta en un periodo específico. La arteria aorta, encargada de transportar la sangre oxigenada desde el corazón hacia todo el cuerpo, desempeña un papel fundamental en la distribución de oxígeno y nutrientes a los tejidos y órganos [6].

1.8.7. Circuito RLC

Un circuito RLC es un sistema eléctrico que incluye componentes pasivos como resistencias (R), inductancias (L) y capacitancias (C). Estos elementos, interconectados en circuitos ya sea en serie o en paralelo, generan un sistema complejo con propiedades específicas. La resistencia (R) representa la oposición al flujo de corriente y se mide en ohmios (Ω). La inductancia (L) refleja la capacidad de un conductor para almacenar energía magnética y se mide en henrios (H), mientras que la capacitancia (C) indica la capacidad de un sistema para almacenar carga eléctrica, expresada en faradios (F).

La combinación de estos elementos en un circuito RLC resulta en un comportamiento dinámico, especialmente en respuesta a señales alternas. Este tipo de circuito es esencial en electrónica y se utiliza en diversas aplicaciones prácticas, como en la construcción de filtros, resonadores y sistemas de comunicación [7][8].

1.8.8. Modelos matemáticos

Un modelo matemático es utilizado para modelar situaciones y problemas de la vida real. Para conseguir las funciones, primero se establecen las variables, luego se procede a traducir del lenguaje común al lenguaje matemático, finalmente, se expresa la variable dependiente en términos o en función de la variable independiente [9].

Dentro de la clasificación más importante de los modelos matemáticos del sistema cardiovascular, análogos electrónicamente, se encuentran los modelos distribuidos y los modelos empaquetados o de parámetros agrupados.

Los modelos distribuidos, estudian las ondas de presión y flujo en las arterias y describen su comportamiento mediante ecuaciones diferenciales parciales, estos modelos también son llamados sistemas de línea de transmisión, puesto que utilizan parámetros dependientes del espacio y el tiempo [10]. Estos modelos son precisos, pero generalmente son complejos, por lo que no son útiles en la práctica clínica [11]

Los modelos de parámetros agrupados, concentrados o empaquetados ignoran la de-

pendencia espacial, de manera que permiten dividir el sistema en pequeños segmentos para concentrar sus parámetros físicos en un bloque. Al discretizar las ecuaciones diferenciales parciales, se obtienen modelos empaquetados. Estas ecuaciones discretizadas comprenden un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias donde cada variable discretizada define un segmento del elemento [10]. Estos modelos están basados en la analogía con los circuitos eléctricos, en los cuales, la presión y el flujo sanguíneo están representados por el voltaje y la corriente, respectivamente. Las resistencias (R) representan la resistencia de las arterias al flujo sanguíneo, los condensadores (C) describen las propiedades elásticas (o de distensibilidad) de la pared arterial y los inductores (L) la inercia de la masa sanguínea. Estos modelos son fáciles de usar y describen bien el comportamiento general del sistema cardiovascular. El primer modelo de parámetros agrupados es el conocido modelo de windkessel propuesto por Otto Frank en 1899 [11].

1.8.9. Observadores

Un observador es un algoritmo matemático que estima el vector de estados de un sistema, a partir de las medidas disponibles. En el área de control, los observadores también son llamados: Estimadores de estado, algoritmos de observación, sensores virtuales y sensores programados, esto se debe a que el diseño de observadores tiene diversos propósitos, uno de ellos, es la supervisión de sistemas dinámicos para la detección de fallas [12].

En la figura 1.4 se muestra de manera gráfica cómo funciona un observador de estado, la entrada $u(t)$ y la salida del sistema $y(t)$ son introducidas al observador, para obtener la estimación del estado $x(t)$.

En los casos en los cuales los estados no están disponibles para ser medidos de manera directa, es posible usar las entradas y salidas disponibles en el sistema, para estimar los estados no medibles, mediante un observador.

Una de las aplicaciones de los observadores de estado, es la estimación de las variables

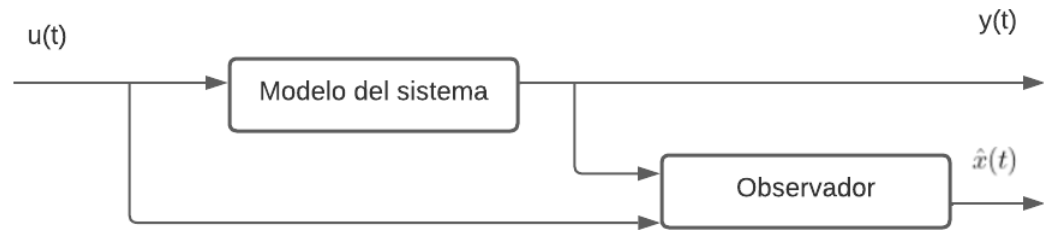


Figura 1.4: Observador de estado con entrada $u(t)$, salida $y(t)$ y estado estimado $\hat{x}(t)$

de un sistema, en el caso del sistema cardiovascular existen diversas variables que son no medibles de manera física y que brindan información importante acerca de las condiciones médicas del sistema.

Existen diferentes tipos de observadores, los cuales pueden ser clasificados de acuerdo a su dimensión, estructura y rango de aplicación [13].

En la figura 1.5 se muestra la clasificación de observadores de estado, por orden: mínimo, reducido y completo y las especificaciones de cada uno de ellos.

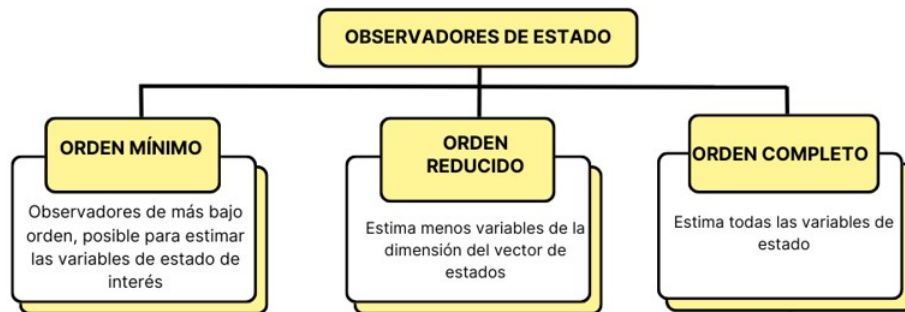


Figura 1.5: Clasificación de observadores en función del orden del sistema

Un observador, visto como un sistema lineal invariable en el tiempo, es impulsado por las entradas y salidas disponibles en el sistema. Para estimar los estados, el observador se basa en un modelo matemático del sistema real y el error existente entre el modelo y el sistema real debe tender asintóticamente cero o a un valor mínimo acotado [14].

1.8.10. Prueba de observabilidad

La observabilidad se refiere a la capacidad que tiene un sistema, de estimar un estado interno, a partir de su comportamiento externo o la información obtenida desde su entorno. La observabilidad es crucial para predecir el comportamiento de los sistemas dinámicos, tales como; sistemas de control, sistemas biológicos y redes de comunicación [15].

Un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI), es completamente observable si todas las variables de estado pueden ser estimadas de manera única a partir de las medidas disponibles. La observabilidad en sistemas LTI es determinante para monitorear y obtener datos del funcionamiento interno del sistema en tiempo real [16].

Antes de considerar usar un observador de cualquier tipo para un determinado sistema, es necesario verificar que el sistema sea observable, esto significa que será posible obtener los estados a partir de las entradas y salidas disponibles, para esto se considera el criterio de observabilidad de Kalman, como se muestra a continuación.

Un sistema LTI es representado por la siguiente ecuación de estados.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{1.1}$$

Donde

$x(t)$ es el vector de estados, $u(t)$ es el vector de entrada, $y(t)$ es el vector de salida, A es la matriz de estado, B es la matriz de entrada, C es la matriz de salida y D es la matriz de transmisión directa.

La matriz de observabilidad O se define como la matriz formada por las columnas de la matriz C y las potencias de la matriz A hasta $n - 1$ (siendo n la dimensión del espacio de estados). Es decir:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

El sistema es completamente observable si y solo si el rango de la matriz de observabilidad O es igual a la dimensión del espacio de estados n [17].

$$\text{Rango} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (1.3)$$

1.8.11. Sistemas con retardo

Los sistemas con retardo constituyen una categoría de sistemas dinámicos. Este tipo de sistemas se caracteriza por la dependencia de la salida de un sistema, no solo de las condiciones actuales, sino también de las condiciones pasadas, introduciendo así un componente temporal en la respuesta del sistema. Esta característica adquiere relevancia en situaciones donde la transmisión de señales o el transporte físico desempeñan un papel fundamental [18].

En el ámbito de la ingeniería de control, la comprensión y modelado de sistemas con retardo son fundamentales para el diseño eficiente de sistemas de control. Estos sistemas son comunes en aplicaciones de control de procesos, comunicaciones y sistemas distribuidos, y la presencia de retardo puede tener un impacto significativo en la estabilidad y el rendimiento, presentando desafíos únicos para los ingenieros de control [19].

Los sistemas con retardo constituyen una parte integral de la ingeniería de control y otras disciplinas. La comprensión y abordaje efectivo de los desafíos asociados con estos sistemas son esenciales para el diseño e implementación exitosa en aplicaciones prácticas, un de ellas es el diseño de observadores de estado.

1.8.12. Observadores de estado para sistemas con retardo

Los observadores de estado para sistemas con retardo son herramientas fundamentales en el campo de la ingeniería de control, diseñadas para estimar el estado actual de un sistema dinámico cuando no se tienen mediciones directas de todas las variables de estado o cuando hay retardos en la disponibilidad de estas mediciones. La presencia de retardo en un sistema introduce complejidades adicionales en el diseño de observadores, ya que se debe tener en cuenta la evolución temporal de las variables de estado [20].

Se ha mencionado que los observadores de estado son algoritmos diseñados para estimar el estado no medido de un sistema dinámico, utilizando la información disponible. En sistemas con retardo, la estimación del estado se complica debido a la presencia de variables pasadas que afectan el estado actual del sistema.

En sistemas con retardo, la medición directa de las variables de estado puede no ser posible o puede experimentar demoras. Los observadores de estado para sistemas con retardo abordan este desafío, permitiendo obtener una estimación precisa del estado del sistema incluso cuando las mediciones directas no son inmediatamente disponibles.

Para diseñar un observador de estado para sistemas con retardo, es necesario contar con un modelo matemático dinámico que describa la evolución temporal del sistema, teniendo en cuenta el retardo en la respuesta del sistema. Posteriormente se diseña un algoritmo para estimar el estado actual del sistema, utilizando la información disponible, incluyendo las mediciones pasadas y presentes. Finalmente, la estabilidad de la estimación son aspectos cruciales que se deben garantizar para lograr un rendimiento

confiable [21].

En la figura 1.6 se muestra un ejemplo del funcionamiento de un observador en cadena, para sistemas con retardo, conformado por un observador base y un observador predictor.

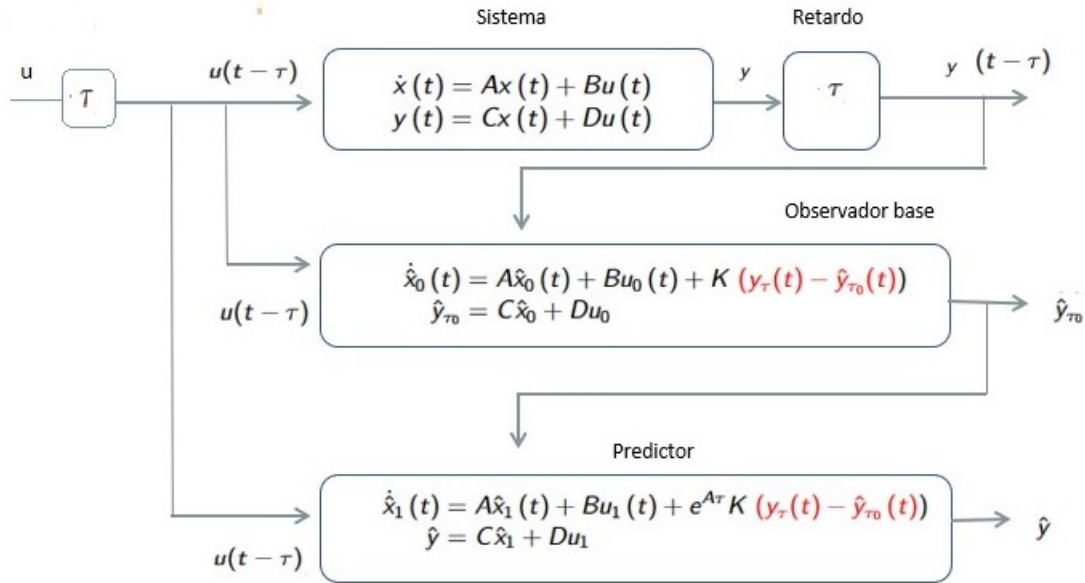


Figura 1.6: Cadena de observadores para sistemas con retardo

1.9. Antecedentes

Se han desarrollado previas investigaciones acerca del diseño de observadores para la supervisión del sistema cardiovascular, con el fin de prevenir accidentes cardiovasculares, y observadores para estimar estados de sistemas con retardos, los trabajos publicados se describen a continuación.

Modelo híbrido del sistema cardiovascular: Sistema q-LPV conmutado (Cecilia-G. Díaz-Valerio, et al., 2022)

Se presenta un dispositivo de asistencia ventricular (siglas en inglés, VAD) y la representación híbrida del sistema cardiovascular, como un conjunto de sistemas conmutados q-LPV, con el objetivo de conocer el comportamiento del sistema cardiovascular,

la secuencia conmutada de las fases del ciclo cardíaco con un tiempo específico, en cada una de ellas, permite lograr el objetivo. Se utiliza un VAD, para el diseño de algoritmos de control [5].

Estimación de estados del Sistema cardiovascular mediante un observador de orden reducido (Erandi A. Arroyo Trejo, et al., 2021)

Se presenta el diseño de un observador de orden reducido para un sistema singular lineal e invariable en el tiempo, para la estimación de la presión sistémica y el flujo sanguíneo en la aorta, esto con la finalidad de detectar anomalías en el funcionamiento del sistema cardiovascular [22].

Monitorización del sistema cardiovascular basada en observadores (Astorga-Zaragoza, 2019)

Se presenta un observador de estados, de entradas desconocidas, para supervisar el sistema cardiovascular. El observador, es capaz de estimar la distensibilidad arterial y el flujo a través de la inercia arterial total, a partir de la medición de la presión aórtica. Como resultado de esta investigación, se obtiene la estimación y detección de una falla, simulando una condición defectuosa en la apertura de la válvula aórtica [23].

Estimación de variables del sistema cardiovascular mediante un observador para sistemas singulares (Dulce A. Serrano Cruz, et al., 2018)

Esta tesis aborda el estudio de los modelos windkessel en el sistema cardiovascular, proponiendo una nueva representación singular para facilitar el diseño de observadores de estado y la estimación de los estados del sistema. Se diseñan y simulan observadores para sistemas singulares de modelos windkessel de tres y cuatro elementos, incluyendo observadores de orden completo y reducido para la estimación de estados no disponibles. La validación de los observadores se realiza mediante simulaciones numéricas, utilizando rangos de presión para personas normotensas, hipertensas e hipotensas como referencia. El rendimiento de los observadores se evalúa mediante mediciones de error de convergencia y transitorio. Además, se presenta un esquema de

detección de anomalías en las presiones sanguíneas del sistema cardiovascular, permitiendo identificar comportamientos anormales. Para analizar el comportamiento del sistema cardiovascular en relación con la frecuencia cardíaca, se aborda un enfoque de sistemas conmutados que considera tres modelos para describir diferentes estados, como vigilia, actividad física y reposo [24].

Diseño y aplicación de observadores no lineales para sistemas con retardo (Felipe Ramírez Rasgado, et al., 2018)

La tesis aborda el análisis y diseño de observadores no lineales para sistemas con incertidumbres paramétricas y estructurales en el vector de estado, así como problemas de muestreo y retardo constante en la señal de salida. Se focaliza en sistemas MIMO no lineales no uniformemente observables, que son más generales y menos restrictivos. Se elige esta clase de sistemas debido a su capacidad para considerar funciones dentro de la matriz A , reduciendo así el cambio de coordenadas y el costo computacional. La tesis comienza con el análisis y diseño de observadores para sistemas con incertidumbres paramétricas, demostrando que, en presencia de incertidumbres, los observadores convergen a una región acotada. Luego, se extiende este análisis y diseño al caso lineal. La parte esencial del trabajo se centra en el análisis y diseño de observadores en cascada que permiten la estimación continua del vector de estado, abordando la incertidumbre paramétrica, el muestreo y el retardo en la salida. La estructura de la clase de sistemas utilizada permite la estimación de parámetros desconocidos para diversos sistemas. La validación de los observadores se lleva a cabo mediante simulaciones en varios escenarios. [25].

Un observador en cascada para una clase de sistemas MIMO no uniformemente observables con salidas muestreadas y retardadas (O. Hernandez Gonzalez, et al., 2016).

Este artículo aborda el problema de la observación para sistemas MIMO no uniformemente observables con salidas muestreadas y con retardo. En primer lugar, se desarrolla un observador de alta ganancia para el caso de medición continua sin retardo. La ganancia del observador se determina resolviendo una Ec. diferencial de

Lyapunov, demostrando que el error de observación converge exponencialmente a cero bajo condiciones específicas de excitación persistente. Posteriormente, este observador se adapta para abordar el proceso de muestreo y el retardo en la salida, mediante una estructura en cascada compuesta por varios subsistemas dinámicos. El primer subsistema, un observador impulsivo de tiempo continuo-discreto, estima el estado retardado, mientras que los subsistemas restantes actúan como predictores, estimando el estado sobre un horizonte temporal específico. La convergencia exponencial del error de observación del observador en cascada se establece para retardos arbitrariamente largos, siempre que el valor máximo del diámetro de partición de muestreo sea menor que un límite predefinido. Se presentan resultados de simulaciones para destacar el rendimiento y las propiedades clave del observador en cascada propuesto [26].

Síntesis del observador para sistemas no lineales inciertos con salida retardada y no uniformemente muestreada (Felipe Ramírez Rasgado, et al., 2022).

Se presenta un observador en cadena para sistemas no lineales, inciertos, no uniformemente observable, con retardo en la salida, para lograr la estimación del vector de estados libre de retardos, el observador está integrado por un sistema base y un predictor, aplicado a un sistema caótico [27].

Nuevas tendencias en diseño de observadores para sistemas de retardo de tiempo (O. Sename, 2001).

Se presenta un método de diseño de observadores, para diferentes tipos de sistemas con retardo de tiempo, tales como sistemas con entradas desconocidas, y con incertidumbres, considerando un enfoque polinomial. En este artículo se lleva a cabo el proceso de diseño de los observadores, a partir de las características de observabilidad de los sistemas de aplicación, finalmente se diseñan observadores robustos y se realiza una comparación de los diferentes diseños para la optimización de la observación [28].

Las investigaciones mencionadas se han desarrollado, con el propósito de monitorear el sistema cardiovascular y sistemas con retardo de tiempo, empleando diferentes diseños de observadores y tomando como referencia el modelo matemático de sistemas físicos, con fines de supervisión y posible detección de fallas, sin embargo, no se ha considerado el retardo biológico del sistema cardiovascular, como objeto de estudio en el diseño de los observadores propuestos.

1.10. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentaron los objetivos planteados y el problema a resolver. También se describen algunos conceptos relevantes del marco teórico que fundamentan la investigación llevada a cabo en este trabajo de tesis. Finalmente se mostraron los antecedentes de proyectos de investigación realizados previamente, donde es claro que el tema de aplicación de observadores con fines de supervisión del sistema cardiovascular, ha dado paso al estudio del problema, desde la ingeniería de control para obtener información que no está disponible en el sistema biológico de estudio, se encontró también que en las investigaciones realizadas, no se considera el retardo biológico del sistema real, por lo tanto, se encuentra que es posible considerar este retardo como punto de partida en el proceso de estimación de estados en tiempo instantáneo, lo que denota la originalidad del tema de la presente tesis.

Capítulo 2

Modelado matemático del Sistema cardiovascular

En este capítulo se presentan las investigaciones reportadas en la literatura, referentes a los modelos matemáticos desarrollados para el estudio del proceso circulatorio y utilizados para fines de supervisión de las dinámicas del corazón, basados en observadores de estado.

2.1. Modelos matemáticos del corazón.

En [29] se estudia la modificación y combinación de dos modelos cardiovasculares matemáticos existentes; un modelo global no pulsátil y un modelo de corazón izquierdo pulsátil simplificado, con la finalidad de tener un modelo global agrupado que predice las presiones en la circulación sistémica, pulmonar y las presiones pulsátiles en las arterias de los dedos.

En [30] se desarrolla un modelo matemático del sistema cardiovascular, diseñado para la implementación de un dispositivo de asistencia ventricular. El parámetro variante en el tiempo, en este sistema, es la resistencia de los vasos sanguíneos periféricos. Se realiza la estimación de parámetros para implementar un observador adaptativo que estima la presión aórtica, para llevar a efecto el control fisiológico mediante el rastreo

de una señal de referencia, el modelo matemático está mostrado en la figura 2.1

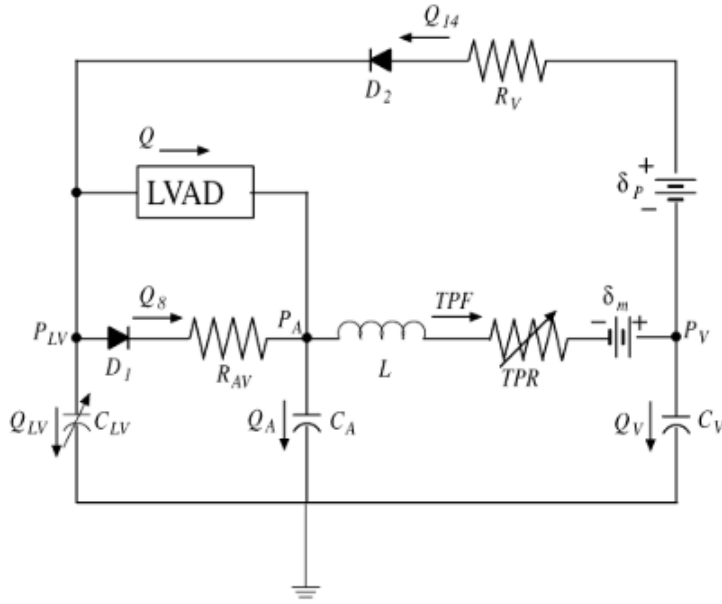


Figura 2.1: Modelo Matemático propuesto por Y. Wu et al. [30]

Donde δ y d indican la sístole y diástole, respectivamente. C_{LV} representa el ventrículo izquierdo, C_A la aorta, C_V vena sistémica y aurícula derecha, D_1 válvula aórtica, D_2 válvula mitral, TPR resistencia periférica total (por las siglas en inglés de *Total Peripheral Resistance*), L inercia de la sangre en la circulación periférica, R_{AV} resistencia en la válvula aórtica, R_V resistencia de la vena pulmonar y la vena de la aurícula izquierda, δ_m alteración de la presión generada por la función de bomba muscular en el ejercicio, δ_p alteración de la presión generada por la circulación pulmonar, P_{LV} presión del ventrículo izquierdo, P_A presión aórtica, P_V presión venosa central, Q_{LV} flujo de entrada en el ventrículo izquierdo, Q_{14} Velocidad de flujo desde la vena al ventrículo izquierdo, Q velocidad de flujo en la bomba, Q_8 velocidad de flujo del ventrículo izquierdo a la aorta, Q_A flujo en la aorta, Q_V flujo de entrada a la vena sistémica y la aurícula derecha, TPF velocidad de flujo periférico total (por las siglas en inglés de *Total Peripheral Flow*).

Se presenta en [31] un modelo matemático del corazón humano como sistema hidro electromecánico (HEMS). Los parámetros eléctricos que representan los elementos del

corazón, se transforman a partir de modelos hidráulicos y datos fisiológicos. El modelo está basado en la propiedad de simetría del sistema cardiovascular y circulatorio humano y está formado por dos circuitos equivalentes en paralelo como se muestra en la figura 2.2

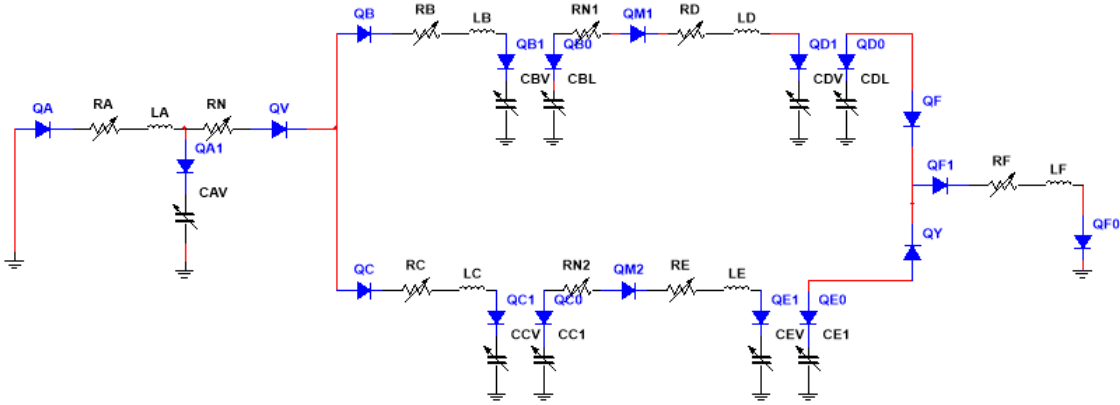


Figura 2.2: Circuito propuesto por Yalcincaya et al. [31]

Donde Q representa el flujo, P presión, V voltaje, L inductancia, R resistencia, P_{AR}' Presión sistémica, P_{IN} Presión aórtica, P_A resistencia de flujo variable de la válvula aórtica, R_{IN} Resistencia de flujo variable de la válvula pulmonar, R_B resistencia de flujo variable de la válvula de la aurícula derecha, R_{IN1} resistencia de flujo variable de la válvula mitral, R_D resistencia de flujo variable de la válvula tricúspide, R_C resistencia de flujo variable de la válvula de la aurícula izquierda, R_{IN2} resistencia de flujo variable de la válvula tricúspide, R_E resistencia de flujo variable de la válvula del ventrículo izquierdo, R_F resistencia de flujo variable de la interacción del ventrículo y la aurícula, L_A inductancia aórtica, L_B inductancia de aurícula derecha, L_D inductancia del ventrículo derecho, L_C inductancia de la aurícula izquierda, L_E inductancia del ventrículo izquierdo, L_F inductancia de interacción entre el ventrículo y la aurícula, C_A capacitancia variable aórtica, C_B capacitancia variable de la aurícula derecha, C_{BL} capacitancia sistémica de la aurícula derecha, C_D capacitancia variable del ventrículo derecho, C_{DL} capacitancia sistémica del ventrículo derecho, C_C capacitancia variable de la aurícula izquierda, C_{CL} capacitancia sistémica de la aurícula izquierda, C_E ca-

capacitancia variable del ventrículo izquierdo, C_{EL} capacitancia sistémica del ventrículo izquierdo, C_F capacitancia variable de interacción entre el ventrículo y la aurícula.

2.2. Modelos matemáticos representados en espacio de estados para el diseño de Observadores.

En [11] y [32] se presenta un modelo de parámetros agrupados, representado en espacio de estados en la forma no lineal. La detección de las fallas se obtiene a partir de la generación de residuos mediante filtro de Kalman extendido, considera como variaciones; la apertura y cierre anormales de la válvula y algunas resistencias vasculares.

En [33] se presenta un modelo matemático agrupado, representado en espacio de estados, con la finalidad de diseñar un controlador para un dispositivo de asistencia ventricular izquierda. El modelo matemático se basa en un circuito no lineal, el cual representa la interacción de la bomba con el ventrículo izquierdo. La variación en este circuito está dada por las fases de contracción, expulsión, relajación, y llenado del ventrículo izquierdo, representadas por un vector de ecuaciones diferenciales no lineales, el modelo, se muestra en la figura 2.3

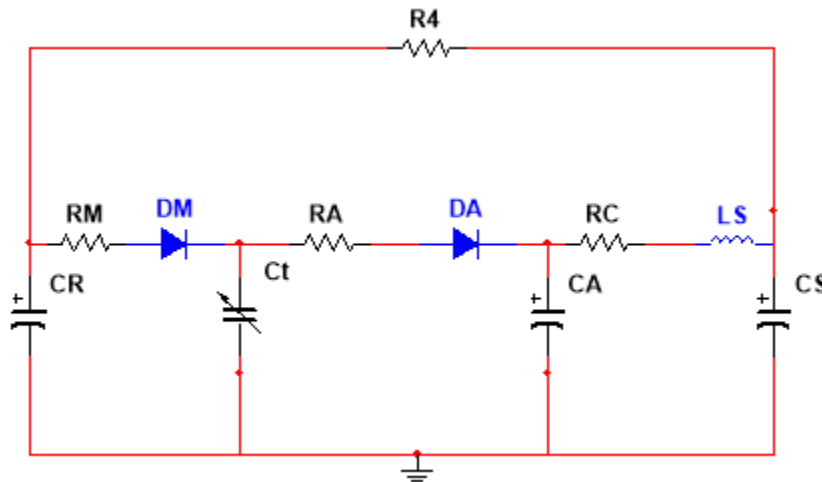


Figura 2.3: Modelo matemático del corazón izquierdo [11],[32] y [33]

En [34] se muestra el diseño de un observador para la sincronización del sistema de

arterias coronarias, modelado como un sistema caótico, con retrasos de entrada, salida y perturbaciones externas, bajo estas premisas se propone un controlador sincrónico caótico, para la estimación de estados con el propósito de sincronizar gradualmente el sistema enfermo con el sistema sano.

En [35] se desarrolla un controlador para regular el suministro de sangre requerido por el cuerpo humano, mediante el control de frecuencia de pulsos modulada (PFM) de un corazón artificial. Se consideran tres unidades de control; controlador de volumen sistólico, controlador PFM y estimadores de gasto cardíaco. Posteriormente se muestran los resultados obtenidos del diseño de un observador para la medición indirecta no lineal de el volumen sistólico y la presión arterial.

2.3. Modelo windkessel

El modelo matemático de parámetros agrupados Windkessel, propuesto por Otto Frank en 1899 [11] y mostrado en la figura 2.4, describe las dinámicas del corazón, basándose en la analogía con un circuito eléctrico, tal como se muestra en la Tabla 2.1, en la cual, las variables de interés: presión arterial y flujo sanguíneo, están representados por el voltaje y la corriente, respectivamente. Las resistencias (R) representan la resistencia de las arterias al flujo sanguíneo, los condensadores (C) describen las propiedades elásticas (o de distensibilidad) de la pared arterial y los inductores (L) la inercia sanguínea. En la Tabla 2.1 se muestra la analogía entre los elementos de un circuito RLC y las variables que intervienen en las dinámicas del corazón, representados en el modelo matemático.

Tabla 2.1: Analogía

Circuitos eléctricos	Variables del Sistema Cardiovascular
Corriente $i(t)$	Flujo sanguíneo $i(t)$
Voltaje $V(t)$	Presión arterial $P_{ar}(t)$
Resistencia R	Resistencia en venas y arterias (Resistencia periférica total) R

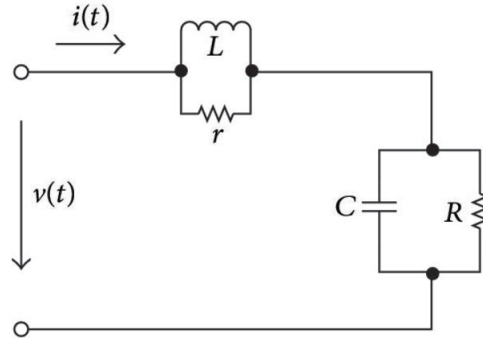


Figura 2.4: Modelo windkessel de cuatro elementos [36]

Las dinámicas del corazón se representan con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dP_s(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}P_s(t) + \frac{1}{C}i(t) \quad (2.1)$$

$$i(t) = i_L(t) + \frac{L}{r} \frac{di_L(t)}{dt} \quad (2.2)$$

$$P_{ar}(t) = P_s(t) + r[i(t) - i_L(t)] \quad (2.3)$$

donde P_s es la presión sistémica, R es la resistencia periférica total, C es compliancia de la aorta, $i(t)$ es el flujo sanguíneo, L es la inercia en la sangre, r es la impedancia de la entrada de la aorta y P_{ar} es presión arterial (salida del sistema).

2.4. Conclusiones del capítulo

Se presentaron diferentes modelos matemáticos del sistema cardiovascular con el propósito de representar las dinámicas del corazón para implementar un observador de estado. Se encontró que el modelo windkessel de cuatro elementos ha sido ampliamente utilizado, debido a que describe la actividad cardíaca mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, y es posible llevar a cabo la implementación de observadores de estado para la supervisión de la dinámica del sistema.

Capítulo 3

Observadores de estado

3.1. Observadores de estado para sistemas con retardo de tiempo

Debido a que las variables de interés en esta investigación, no se pueden estimar de manera no invasiva, se ha indagado el uso de observadores para este propósito. Sin embargo, se ha encontrado que además de que no se pueden medir de manera no invasiva, cuentan con un retardo en la medición. Esto se debe a que se considera el tiempo que tarda en llegar la onda de presión del corazón, hasta el punto en el que será intervenida la señal por un dispositivo de medición.

La salida del sistema está disponible después de un intervalo de retardo. Los observadores estables con retardo, pueden ayudar a resolver esta problemática. Las investigaciones más destacadas para estimar los estados en presencia de salidas retardadas incluyen el diseño de observadores de ganancia constante [37].

El observador utiliza tanto las mediciones frecuentes como las de retardo, para proporcionar estimaciones fiables de los estados, especialmente, en presencia de desajustes entre el modelo y la planta, así como de ruido en las mediciones [38].

Se propone en el presente trabajo, la aplicación de una cadena de observadores de estado, la cual estima los estados del sistema en diferentes instantes de retardo dentro

de la ventana de retardo [39]. Para este trabajo en particular se considera que el retardo es conocido y constante.

3.1.1. Análisis de observadores para sistemas con retardo

Desarrollo del observador

Se muestra un sistema SISO (single input, single output) de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \quad t \geq \tau \\ \bar{y}(t) &= Cx(t - \tau)\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde:

$x(t) \in R^n$: Es el vector de estado.

$u(t) \in R$: Es la entrada del sistema.

A, B : Son matrices constantes con dimensiones apropiadas.

$\bar{y}(t)$: Salida con retardo.

En un caso ideal, se tendría la salida $y(t) = Cx(t)$, la cual no presenta retardo de tiempo. Sin embargo, en la practica esto es difícil de obtener. El valor del retardo en la salida se denota con τ y es una constante positiva, es decir, $\tau > 0$.

Sistema en cadena

El sistema propuesto para la estimación del vector libre del retardo del sistema (3.1), consta de dos subsistemas en cadena. El primer subsistema se denota como (x_0) , mostrado en la ecuación (3.2), el cual provee la estimación del vector con retardo, cuya salida alimenta al segundo observador denotado por (x_1) , mostrado en la ecuación (3.3), y el cual logra compensar el retardo en la salida logrando la estimación del sistema libre de retardo.

$$\dot{\hat{x}}_0(t) = A\hat{x}_0(t) + Bu_0(t) + K(\bar{y}(t) - C\hat{x}_0(t))\tag{3.2}$$

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = A\hat{x}_1(t) + Bu_1(t) + e^{A\tau}K(\bar{y}(t) - C\hat{x}_0(t))\tag{3.3}$$

donde:

$\hat{x}_0(t)$: representa el vector estimado por el primer observador, es decir, x_0 .

$\hat{x}_1(t)$: representa el vector estimado por el segundo observador, el cual es la estimación actual del sistema sin retardo.

$u_0(t)$: representa la entrada del sistema con retardo, es decir, $u_0(t) = u(t - \tau)$

$u_1(t)$: representa la entrada del sistema.

La matriz de ganancia K es de dimensiones adecuadas, tal que, $Re(\lambda_i(A - KC)) < 0, i = 1, \dots, N$

Los estados del observador, se inicializan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\hat{x}_0(0) &= \hat{x}(-\tau) \\ \hat{x}_1(\tau) &= \hat{x}(0)\end{aligned}\tag{3.4}$$

La dinámica del error estable se representa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}_1(t)\| &= 0\end{aligned}\tag{3.5}$$

Análisis de estabilidad del observador cero

Se procede a analizar el error de observación en el primer observador de la cadena $\eta_0(t)$ y se define como:

$$\eta_0(t) = x(t - \tau) - \hat{x}(t - \tau)\tag{3.6}$$

La derivada en el tiempo de $\eta_0(t)$ en este intervalo en el que el retraso es una constante es:

$$\dot{\eta}_0(t) = \dot{x}(t - \tau) - \dot{\hat{x}}(t - \tau)\tag{3.7}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\eta}_0(t) &= Ax(t-\tau) + \cancel{Bu(t-\tau)} - A\hat{x}(t-\tau) - \cancel{Bu(t-\tau)} - KC\eta_0(t) \\
\dot{\eta}_0(t) &= Ax(t-\tau) - A\hat{x}(t-\tau) - KC\eta_0(t) \\
\dot{\eta}_0(t) &= A(x(t-\tau) - \hat{x}(t-\tau)) - KC\eta_0(t) \\
\dot{\eta}_0(t) &= A\eta_0(t) - KC\eta_0(t) \\
\dot{\eta}_0(t) &= (A - KC)\eta_0(t) \\
\therefore \dot{\eta}_0(t) &= A_m\eta_0(t)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

donde $A_m = A - KC$, el vector K se elige tal que A_m sea Hurwitz, es decir, que sus eigenvalores sean negativos. Con esto se asegura que la dinámica del error sea estable y converja a cero.

Nota: El valor de K se puede obtener con el comando *place* o *acker* en MATLAB, proporcionando los valores de la matriz A , C y los eigenvalores deseados.

Análisis del primer observador

Usando la matriz de transición de estado, el estado del sistema en t , es decir $x_1(t)$ se puede escribir:

$$x_1(t) = \exp(A\tau)x_0(t) + \int_{t-\tau}^t \exp(A(t-s))Bu(s)ds \tag{3.9}$$

Los estados del observador que estiman los estados del sistema en t se expresan como:

$$\hat{x}_1(t) = \exp(A\tau)\hat{x}_0(t) + \int_{t-\tau}^t \exp(A(t-s))Bu(s)ds \tag{3.10}$$

Al restar (3.10) de (3.9) se obtiene:

$$\eta_1(t) = \exp(A\tau)\eta_0(t) \tag{3.11}$$

la Ec. (3.11) puede ser escrita como:

$$\|\eta_1(t_1)\| \leq \|\exp(A\tau_1)\| \|\eta_0(t_1)\| \quad (3.12)$$

donde:

$$\|\exp(A\tau_1)\| \leq \alpha_1 \quad (3.13)$$

y α_1 es una constante positiva.

Al sustituir para $\|\eta_0(t)\|$ en

$$\|\eta_0(t_1)\| \leq \exp(-mt) \|\eta_0(0)\| \quad (3.14)$$

donde m es el eigenvalor mínimo de A_m , por lo tanto, se obtiene:

$$\|\eta_1(t)\| \leq \alpha_1 (\exp(-m\tau t) \|\eta_0(0)\|) \quad (3.15)$$

$$\|\eta_1(t)\| \leq \alpha_1 \exp(-m\tau t) \|\eta_0(0)\|$$

Con esto se demuestra que el error convergerá a cero en el ultimo subsistema. Por lo tanto, se lograra la estimación del vector de estado libre de retardo.

3.1.2. Ejemplo de aplicación de un observador en cadena con retardo de tiempo

Se tiene el siguiente sistema, representado en espacio de estados.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \bar{y}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t - \tau) \end{aligned} \quad (3.16)$$

La ganancia de la matriz K es elegida de tal manera que los eigenvalores de la matriz $A - KC$ están en $\lambda_1 = -10$ y $\lambda_2 = -15$ respectivamente. La entrada es $u(t) = \sin(t)$ y las condiciones iniciales para el sistema inicial son:

$$x(\tau) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_0(\tau) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_1(\tau) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\tau \in [-\tau, 0]$$

El observador se simula para una salida con retardo, $\tau = 0.8$ segundos.

Simulación 1. Estimación de estados del sistema con entrada $u(t) = \sin(t)$ con un retardo de tiempo $\tau = 0.8$ s

Objetivo: Comprobar la convergencia de la cadena de observadores al vector de estados $x(t)$ con un retardo de tiempo $\tau = 0.8$ s.

En esta simulación se consideran los valores de referencia que se muestran en la Ec. (3.16). La entrada del sistema es $u(t) = \sin(t)$ y las condiciones iniciales para el sistema original son $x(\tau) = [0.1, -0.1]^T$.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 10s y un paso de integración $h = 0.001$ s.

En la figura 3.1 y 3.2 se muestran los resultados obtenidos a partir de la simulación del sistema con retardo y la salida sin retardo que se genera una vez que se ha simulado el segundo observador de la de la cadena de observadores.

En la Figura 3.1 se muestra la estimación del estado $x(t)$ (estado 1). La línea azul muestra el sistema ideal sin retardo de tiempo, la línea roja muestra el estado real del sistema, considerando un retardo de 0.8 segundos, mediante el observador cero y finalmente la línea amarilla muestra la convergencia del observador uno al sistema, demostrando que el segundo observador de la cadena, es capaz de estimar los estados libres de retardo, a partir del segundo dos.

En la Figura 3.2 se muestra la estimación del estado $x(t)$ (estado 2). La línea azul muestra el sistema ideal sin retardo de tiempo, la línea roja muestra el estado real del sistema, considerando un retardo de 0.8 segundos, mediante el observador cero y finalmente la línea amarilla muestra la convergencia del observador uno al sistema,

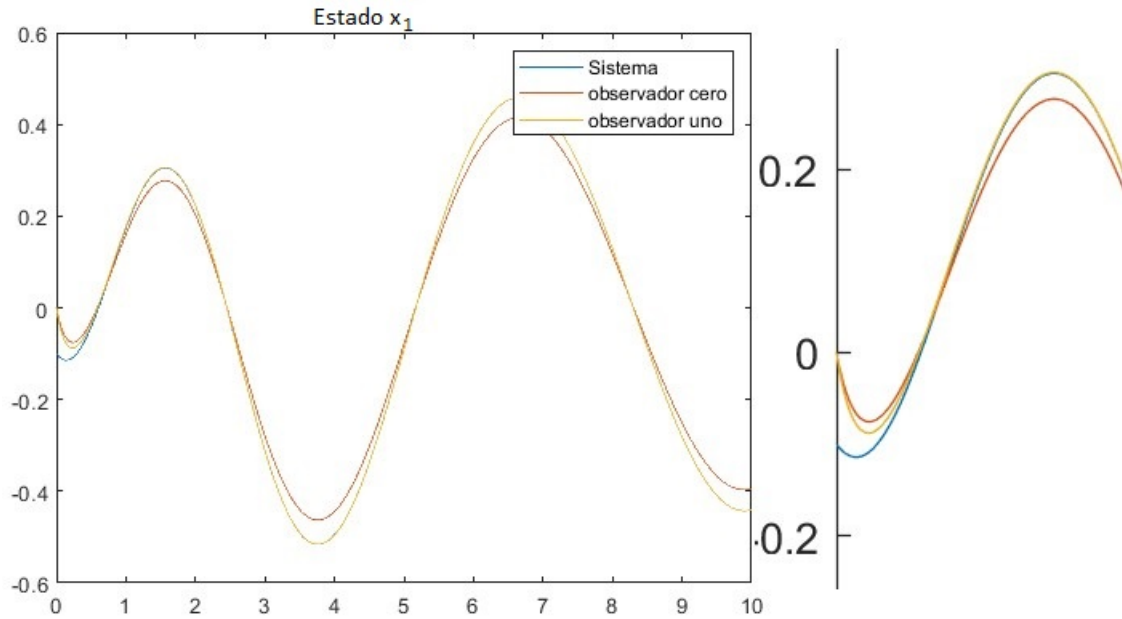


Figura 3.1: Estimación del estado 1 con un retardo de tiempo de 0.8 segundos.

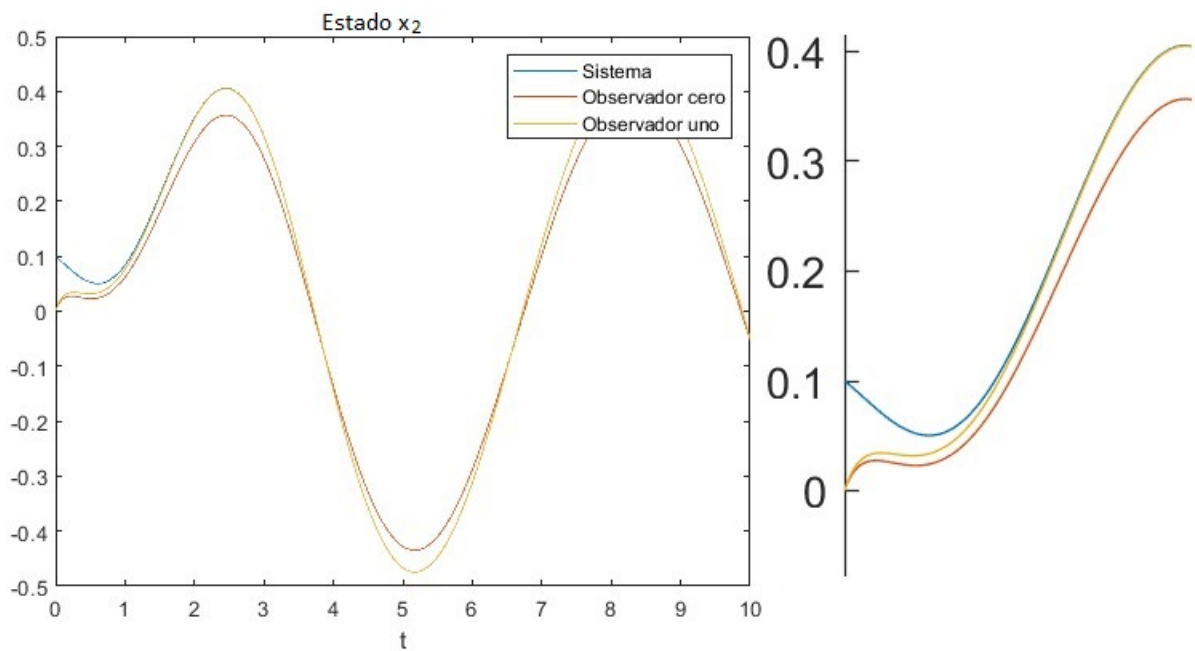


Figura 3.2: Estimación del estado 2 con un retardo de tiempo de 0.8 segundos.

demostrando que el segundo observador de la cadena, es capaz de estimar los estados libres de retardo, a partir del segundo dos.

Errores de estimación

Una vez que se ha hecho la estimación de los estados y se ha obtenido el estado libre de retardo, se analiza el comportamiento del error de observación.

En esta simulación se comprueba que el error de observación del observador predictor en la estimación de ambos estados tiende a cero, en el segundo dos.

En la figura 3.3 se muestra el error de observación del observador uno (predictor) en la estimación de los estados 1 y 2.

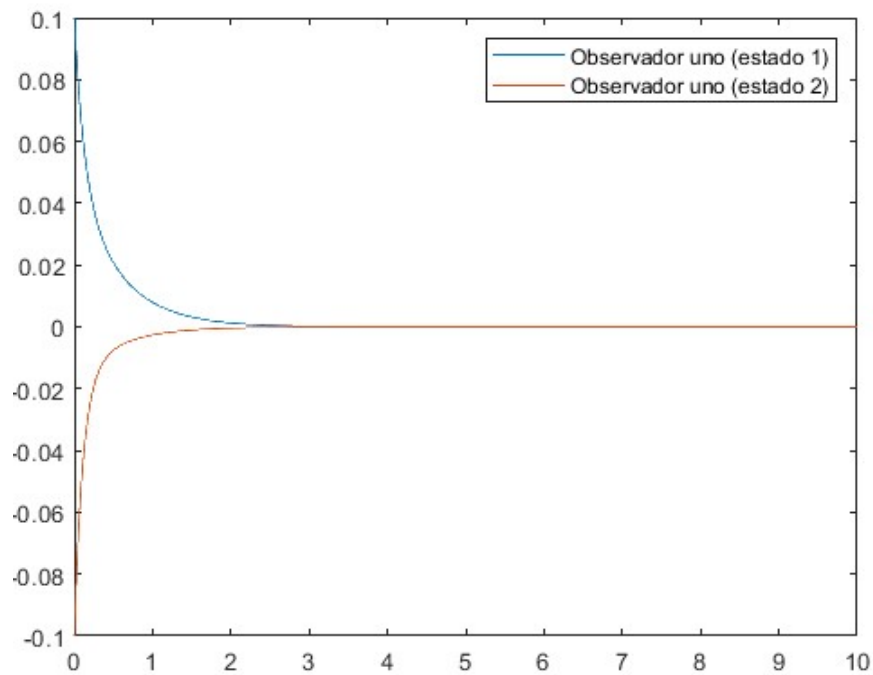


Figura 3.3: Errores de estimación

En la figura 3.3 se observa que el error de observación del observador uno (predictor) tiende a cero, lo que indica que en el segundo dos converge al sistema. Con esto se puede demostrar la funcionalidad de la cadena de observadores.

Conclusión. En la simulación realizada se pudo comprobar la convergencia del observador uno al vector de estados $x(t)$ esto significa que es posible obtener los estados libres de retardo, utilizando la cadena de observadores, así mismo se comprueba que el error de observación tiende a cero, antes de tres segundos de simulación.

3.2. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se hizo una búsqueda del estado del arte, referente a la utilización de observadores para sistemas con retardo, encontrando que hay en la literatura diversas investigaciones que se han realizado con el fin de obtener la salida del sistema libre de retardo. Se realizó el análisis de un observador en cadena, conformado por dos observadores: cero y uno, con el propósito de verificar la conveniencia de utilizar este tipo de observadores, finalmente se realizó un ejemplo sencillo de la estimación de estados libres de retardo, en el cual se puede observar como resultado la convergencia de los observadores al sistema y la tendencia a cero del error de observación, con esto se comprueba que la cadena de observadores, puede ser aplicable al sistema cardiovascular, con la posibilidad de obtener los estados sin el retardo biológico del sistema.

Capítulo 4

Aplicación de observadores para sistemas con retardo

4.1. Análisis y diseño de observadores

4.1.1. Modelo del sistema cardiovascular

A partir de las Ecuaciones. (2.1) a (2.3) es posible obtener la representación en espacio de estados, para esto se propone lo siguiente:

$$\begin{array}{l} x_1 = P_s \\ x_2 = i_L \end{array} \quad \text{por lo tanto} \quad \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \dot{P}_s \\ \dot{x}_2 = \dot{i}_L \end{array} \quad (4.1)$$

donde la entrada del sistema $u(t)$ será el flujo sanguíneo $i(t)$. Con lo anterior se puede obtener una representación de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{array} \quad (4.2)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad -r], D = [r] \quad (4.3)$$

Finalmente se obtiene la representación en espacio de estados de la siguiente manera.

$$\begin{bmatrix} \dot{P}_s \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{r}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_s \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r}{L} \end{bmatrix} i(t)$$

$$P_{ar}(t) = [1 \quad -r] \begin{bmatrix} P_s \\ i_L \end{bmatrix} + ri(t) \quad (4.4)$$

Se considera como función de activación para el sistema, el flujo sanguíneo, representado por la ecuación siguiente. [24].

$$i(t) = \begin{cases} I_0 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T_s}\right) & t \in [0, T_s] \\ 0 & t \in [T_s, T] \end{cases} \quad (4.5)$$

donde t es el tiempo en segundos, T_s es el tiempo en sístole, T es el tiempo en diástole. En la Fig. 4.1 se muestra la señal de entrada del sistema $i(t)$.

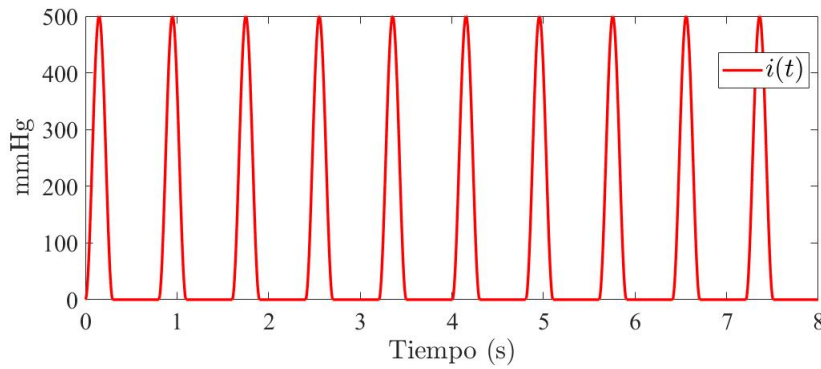


Figura 4.1: Entrada del sistema (flujo sanguíneo) con $I_0 = 500ml$, $T_s = 0.3s$, $T = 0.8s$.

4.2. Diseño de un observador lineal con retardo

En la realidad, el obtener la salida $y(t)$ en tiempo real de manera no invasiva es difícil puesto que hay un retardo de tiempo, debido al tiempo de propagación de la onda de presión del corazón, hasta que el flujo es detectado por el dispositivo de medición [2]. Por lo tanto, se representa el sistema con retardo de medición en la ecuación de la salida, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y_\tau(t) &= Cx(t - \tau) + Du(t - \tau) \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el estado del sistema, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es la entrada, $y_\tau(t) \in \mathbb{R}^p$ es la salida con retardo del sistema. Se define $\tau > 0$ como el valor de retardo conocido a la salida del sistema. Para este trabajo el retardo se considera constante. Por lo cual es posible reescribir el sistema como sigue:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{P}_s \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} P_s \\ i_L \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r}{L} \end{bmatrix}}_B \underbrace{i(t)}_u \\ P_{ar}(t) &= \underbrace{[1 \quad -r]}_C \begin{bmatrix} P_s(t - \tau) \\ i_L(t - \tau) \end{bmatrix} + \underbrace{r}_D i(t - \tau) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Una vez que se ha representado el sistema considerando el error, se presenta el diseño del observador para lograr la estimación del vector de estados del sistema (4.2). La principal ventaja de este observador es que logra la estimación del vector de estado libre de retardo incluso cuando este es alimentado por una señal con retardo. De igual forma, utiliza las coordenadas originales del sistema por lo que solo es necesario que se cumpla que el par (A, C) sea observable, evitando cambios de coordenadas o estructuras de sistemas con las cuales se deben de cumplir más restricciones, como en [23]. Con esto se propone el siguiente observador en cadena:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}_0(t) &= A\hat{x}_0(t) + Bu_0(t) + K(y_\tau(t) - \hat{y}_{\tau_0}(t)) \\
 \dot{\hat{x}}_1(t) &= A\hat{x}_1(t) + Bu_1(t) + e^{A\tau}K(y_\tau(t) - \hat{y}_{\tau_0}(t))
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

donde $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ son los estados del observador, $u_0(t) = u(t - \tau)$ representa la entrada con retardo y $u_1(t) = u(t)$ es la entrada libre de retardo. Los subíndices $(\cdot)_i$, $i = 0, 1$, representan el subsistema, es decir, \hat{x}_0 es la estimación del vector por medio de la base del observador e $i = 1$ es el último subsistema de la cadena, el cual provee la estimación libre de retardo. La señal de salida del primer subsistema se denota como $\hat{y}_{\tau_0}(t)$. La ganancia K del observador asegura la convergencia si $A - KC$ es Hurwitz, es decir que los eigenvalores del sistema sean negativos.

Considerando que el sistema (4.6) presenta un retardo conocido $\tau > 0$ y si el par $\{A, C\}$ es observable, entonces proponiendo cualquier polinomio de la forma:

$$\delta_n(s) = v_1 + v_2s + \dots + vs^{n-1} + s^n \tag{4.9}$$

con coeficientes reales $v_i, s \in \mathbb{C}$, existe una matriz $K \in \mathbb{R}^{n \times p}$ para cada subsistema del observador en cadena tal que $\delta_n(s)$ es un polinomio característico de la matriz $A_o = A - KC$, es decir, $|(sI_n - A_o)| = \delta_n(s)$.

4.2.1. Prueba de estabilidad del observador

La estabilidad del observador propuesto en (4.8) se prueba en dos partes, primeramente se define el error de observación de la base de la cadena como $\tilde{x}_0 = x_0 - \hat{x}_0$, donde x_0 es el vector de estado del sistema con retardo, considerando esto, el error queda de la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{x}}_0 = (A - KC)\tilde{x}_0 = A_o\tilde{x}_0 \quad (4.10)$$

dado que el par $\{A, C\}$ es observable, la matriz A_o está definida por la elección de la matriz K . Con esto se asegura la convergencia de la base de la cadena al estado con retardo x_0 .

Ahora se procede a demostrar que el último subsistema de la cascada convergerá al estado libre de retardo, para esto se define el error de observación como $\tilde{x}_1 = x - \hat{x}_1$, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= (A - KC)\tilde{x}_1 + e^{A\tau}\|\tilde{x}_0\| \\ \dot{\tilde{x}}_1 &\leq A_o\tilde{x}_1 + \bar{A}\|\tilde{x}_0\| \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde $\|e^{A\tau}\| \leq \bar{A}$. Es importante resaltar que dado que \tilde{x}_0 convergerá a cero, la convergencia solo dependerá de la matriz A_o de igual forma. Con esto se logrará la estimación del vector de estado libre de retardo.

A continuación, se presenta la aplicación del observador en cadena con retardo de tiempo τ , para el sistema windkessel de cuatro elementos, representado por las siguientes ecuaciones en espacio de estados.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{P}_s \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{r}{L} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} P_s \\ i_L \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r}{L} \end{bmatrix}}_B i(t) \\ P_{ar}(t) &= \underbrace{[1 \quad -r]}_C \begin{bmatrix} P_s(t-\tau) \\ i_L(t-\tau) \end{bmatrix} + \underbrace{r}_D i(t-\tau) \end{aligned} \quad (4.12)$$

La entrada del sistema $i(t)$ está descrita en la Ec. (4.5). La notación $(t-\tau)$ representa el retardo de tiempo, donde $\tau > 0$.

La cadena de observadores que se emplean para la reconstrucción de los estados, se muestra a continuación.

$$\dot{\hat{x}}_0(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{r}{L} \end{bmatrix} \hat{x}_0(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r}{L} \end{bmatrix} u_0(t) + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} (P_{ar\tau} - \hat{P}_{ar\tau_0}) \quad (4.13)$$

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{r}{L} \end{bmatrix} \hat{x}_1(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ \frac{r}{L} \end{bmatrix} u_1(t) + e^{A\tau} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} (P_{ar\tau} - \hat{P}_{ar\tau_0}) \quad (4.14)$$

Las señales estimadas por cada subsistema de la cadena se obtienen de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{ar\tau_0} &= C\hat{x}_0(t) + Du_0(t) \\ \hat{P}_{ar\tau_1} &= C\hat{x}_1(t) + Du_1(t) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Es importante el resaltar que la señal $\hat{P}_{ar\tau_0}(t)$ provee la estimación de la señal con retardo $P_{ar\tau}(t)$ que es la señal de salida conocida del sistema. Por otro lado, la señal $\hat{P}_{ar\tau_1}(t)$ provee la estimación de la señal libre de retardo $P_{ar}(t)$ que es completamente desconocida por el observador.

4.2.2. Validación y resultados

Se valida el desempeño del observador con retardo de tiempo, para el sistema windkessel de cuatro elementos. La salida del sistema está disponible, sin embargo, existen dos estados no medibles: la presión sistémica y el flujo aórtico. Se utilizan los parámetros humanos normales mostrados en la Tabla 4.2 [40].

Tabla 4.1: Parámetros humanos normales

Parámetro	Unidades	Valor
Resistencia periférica total (R)	$[mmHg.s.cm^{-3}]$	1
Compliancia de la aorta (C)	$[cm^3mmHg^{-1}s^2cm^{-3}]$	1
Resistencia de la impedancia en entrada de la aorta (r)	$[mmHg.s.cm^{-3}]$	0.05
Inercia en la sangre (L)	$[mmHg.s^2.cm^{-3}]$	0.005

Los polos del observador son elegidos como $v = [-8, -12]$, considerando que se encuentran en el semiplano izquierdo del plano s y con esto se asegura la estabilidad del sistema, lo que da como resultado la siguiente matriz K :

$$K = \begin{bmatrix} 31.7358 \\ 476.8952 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Es importante resaltar que esta matriz K es utilizada en ambos subsistemas de la cadena. Las condiciones iniciales para el sistema y el observador son:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 75 \\ 50 \end{bmatrix}, \hat{x}_i(\tau) = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix}, i = 1, 2 \quad (4.17)$$

Simulación 2. Estimación de la presión sistémica $P_s(t)$ con un retardo de $\tau = 0.1s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar la presión sistémica (estado 1), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.1 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un primer caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.1s$. Se estima la presión sistémica $P_s(t)$ (estado 1) con las condiciones iniciales propuestas en la Ec. (4.17), y los valores de referencia mostrados en la Tabla 4.1. En la figura 4.2 se muestran los resultados obtenidos.

Conclusión. En la simulación realizada, se observa el estado 1 $P_s(t)$ y el observador $\hat{P}_s(t)$, representados por la línea negra y roja respectivamente, donde se puede notar que el observador converge antes del segundo 1.

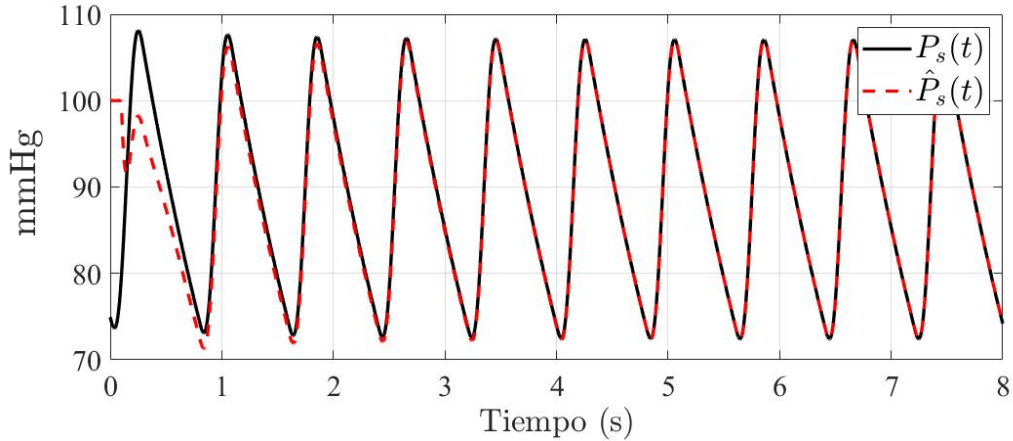


Figura 4.2: Estimación de la presión sistémica $P_s(t)$ con $\tau = 0.1s$ por medio del último subsistema de la cadena.

Simulación 3. Estimación del flujo aórtico (estado 2) $I_L(t)$ con un retardo de $\tau = 0.1s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar el flujo aórtico (estado 2), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.1 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un primer caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.1s$. Se estima el flujo aórtico $I_L(t)$ (estado 2) con las condiciones iniciales propuestas en la Ec. (4.17), y los valores de referencia mostrados en la Tabla 4.1. En la figura 4.3 se muestran los resultados obtenidos.

Conclusión. En la simulación realizada, se observa el estado 2 $I_L(t)$ y el observador $\hat{I}_L(t)$, representados por la línea negra y roja respectivamente, donde se puede notar que el observador converge antes del segundo 1.

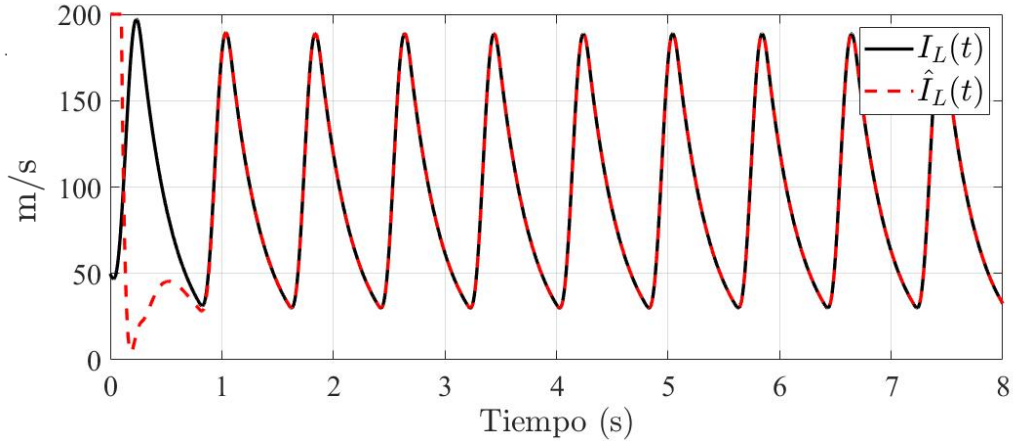


Figura 4.3: Estimación del flujo aórtico $I_L(t)$ con $\tau = 0.1s$ por medio del último subsistema de la cadena.

Simulación 4. Estimación de la presión arterial $P_{ar}(t)$ con un retardo de $\tau = 0.1s$

Objetivo: Comprobar que el observador para sistemas con retardo, converge a cero y logra compensar el retardo en la salida, considerando un tiempo de retardo de 0.1 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un primer caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.1s$. Se estima la presión arterial $P_{ar}(t)$ con las condiciones iniciales propuestas en la Ec. (4.17), y los valores de referencia mostrados en la Tabla 4.1. En la figura 4.4 se muestran los resultados obtenidos.

Conclusión. En la simulación realizada, se observa la salida del sistema $P_{ar}(t)$, la salida retardada $P_{ar}(t - \tau)$ y el observador $\hat{P}_{ar}(t)$, representados por la línea negra, azul y roja respectivamente, donde se puede notar que el observador converge antes del segundo 1 y con ello se asegura la compensación en el sistema, obteniendo la salida libre de retardo.

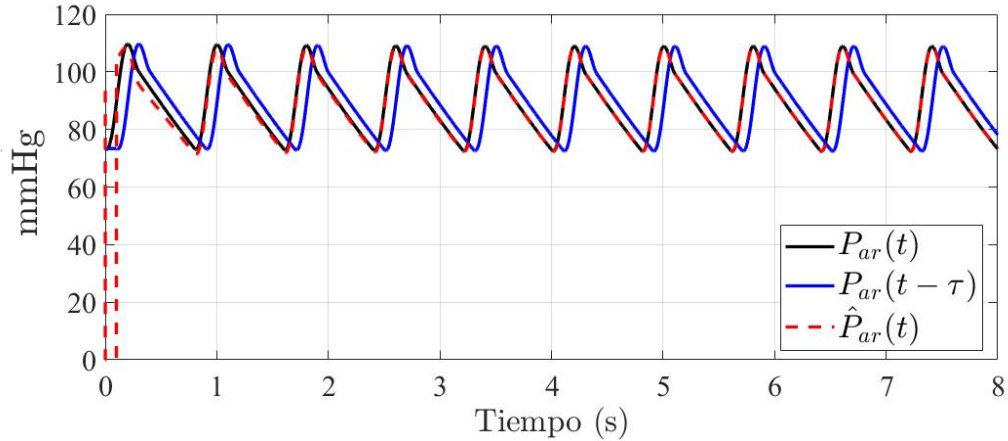


Figura 4.4: Estimación de la presión arterial P_{ar} con $\tau = 0.1s$ por medio del último subsistema de la cadena.

Simulación 5. Estimación de la presión sistémica $P_s(t)$ con un retardo de $\tau = 0.5s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar la presión sistémica (estado 1), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.5 s y comparar los resultados respecto al caso 1 (Tiempo de 0.1 s)

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un segundo caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.5s$. Se estima la presión sistémica $P_s(t)$ (estado 1) con las condiciones iniciales propuestas en la Ec. (4.17), y los valores de referencia mostrados en la Tabla 4.1. En la figura 4.5 se muestran los resultados obtenidos.

Conclusión. En la gráfica de resultados se obtiene la presión sistémica y se observa que el observador converge al sistema después del segundo 3, mientras que en el caso 1, el observador converge antes del segundo 2, lo cual indica que con un retardo de tiempo mayor, el observador tardará más en converger al sistema.

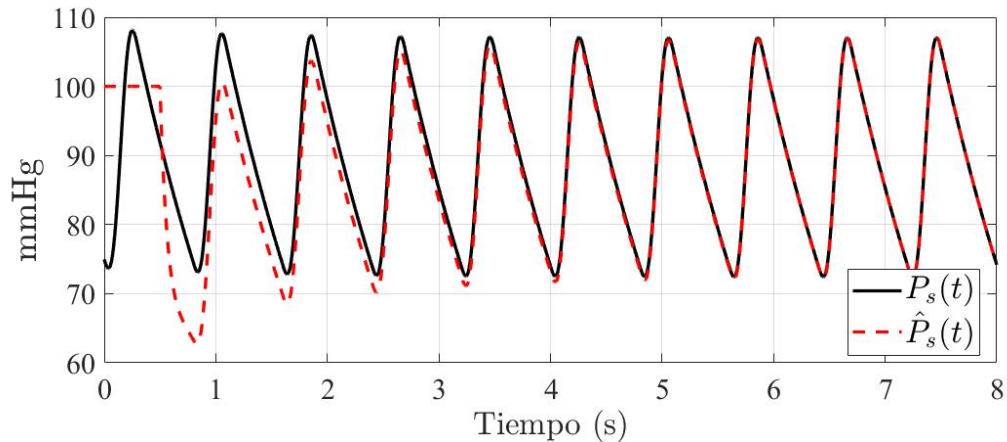


Figura 4.5: Estimación de presión sistémica $P_s(t)$ con $\tau = 0.5s$ por medio del último subsistema de la cadena.

Simulación 6. Estimación del flujo aórtico $I_L(t)$ con un retardo de $\tau = 0.5s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar el flujo aórtico (estado 2), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.5 s y comparar los resultados respecto al caso 1 (Tiempo de 0.1 s)

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un segundo caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.5s$. Se estima el flujo aórtico $I_L(t)$ (estado 2) con las condiciones iniciales propuestas en la Ec. (4.17), y los valores de referencia mostrados en la Tabla 4.1. En la figura 4.6 se muestran los resultados obtenidos.

Conclusión. La estimación del estado 2, se presenta en la figura 4.6. En este caso, la estimación del flujo aórtico también se ve afectada por el retardo, teniendo un tiempo de convergencia mayor que en el caso 1.

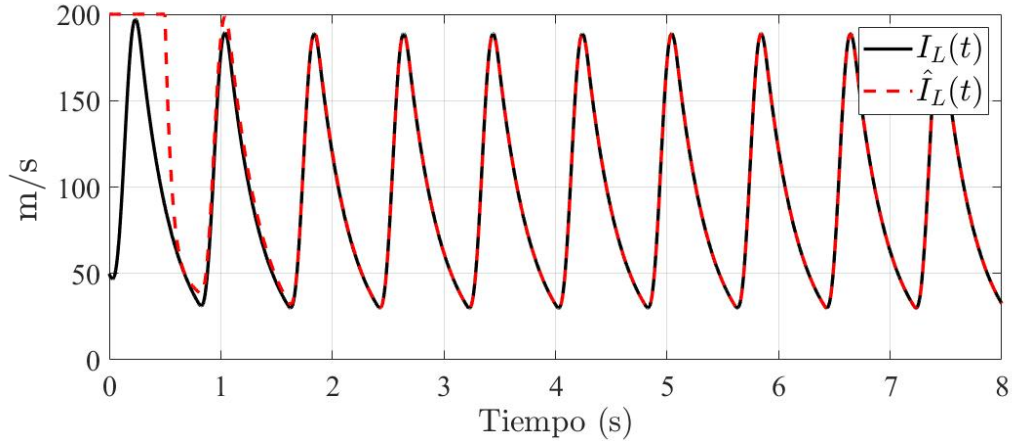


Figura 4.6: Estimación del flujo aórtico $I_L(t)$ con $\tau = 0.5s$ por medio del último subsistema de la cadena.

Simulación 7. Estimación de la presión arterial $P_{ar}(t)$ con un retardo de $\tau = 0.5s$

Objetivo: Comprobar que el observador para sistemas con retardo, converge a cero y logra compensar el retardo en la salida, considerando un tiempo de retardo de 0.5 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba el segundo caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.5s$. Se estima la presión arterial $P_{ar}(t)$ con las condiciones iniciales propuestas en la Ec. (4.17), y los valores de referencia mostrados en la Tabla 4.1. En la figura 4.7 se muestran los resultados obtenidos.

Conclusión. En la simulación realizada, se observa la salida del sistema $P_{ar}(t)$, la salida retardada $P_{ar}(t - \tau)$ y el observador $\hat{P}_{ar}(t)$, representados por la línea negra, azul y roja respectivamente, donde se puede notar que el observador converge antes del segundo 3 y con ello se asegura la compensación en el sistema, obteniendo la salida libre de retardo.

En la figura 4.7 se muestra el retardo de 0.5s en el sistema, en esta figura es más evidente la diferencia que hay en el retardo de tiempo con respecto al caso 1, así

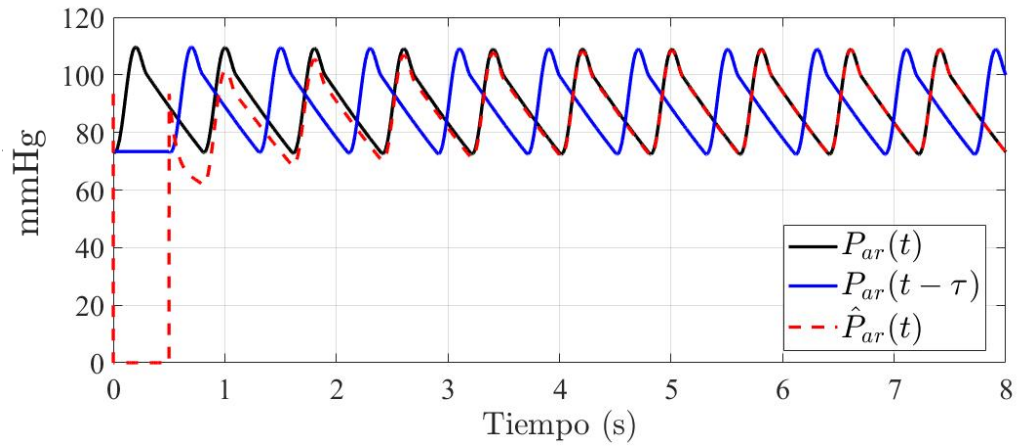


Figura 4.7: Estimación de la presión arterial $P_{ar}(t)$ con $\tau = 0.5s$ por medio del último subsistema de la cadena.

también se demuestra la diferencia de tiempo en la convergencia del observador en la obtención de la salida del sistema.

4.3. Diseño de la segunda estructura del observador en cadena

Se presenta el diseño del observador en cadena para la estimación del vector de estado libre de retardo del sistema (4.6). El observador en cadena consta de dos subsistemas: un observador en la base y un predictor (4.18). La ventaja de esta estructura es que permite la estimación del vector libre de retardo, incluso cuando a este le llega la señal con retardo.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_j(t) &= A\hat{x}_j(t) + Bu_j(t) - G_j(t), \quad j = 0, 1 \\ G_0(t) &= K(C\hat{x}_0(t) - y_\tau(t)), \\ G_1(t) &= e^{\bar{A}\tau} (G_0(t) + A(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t)) - \bar{A}(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t))) \end{cases} \quad (4.18)$$

Análisis del observador de la base

A continuación, se propone el primer subsistema de la cadena dado por el siguiente observador:

$$\dot{\hat{x}}_0(t) = A\hat{x}_0(t) + Bu_0(t) - K(\hat{y}_{\tau_0}(t) - y_\tau(t)) \quad (4.19)$$

donde $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado del observador, $u_0(t) = u(t - \tau)$ y $x_0(t) = x(t - \tau)$ representa la entrada y el vector de estado con retardo, respectivamente. El subíndice 0, por ejemplo x_0 , hace referencia al primer subsistema, es decir, \hat{x}_0 es la estimación del vector de estado por medio de la base del observador en cadena. De igual forma, la señal de salida del primer subsistema se denota como $\hat{y}_{\tau_0}(t)$.

Considerando el sistema (4.6), el cual es observable. Entonces, si existe $\mu > 0$, $\rho_0 > 0$ y $\forall \hat{x}(0) \in \mathcal{R}^n$, se tiene el siguiente error de estimación del observador (4.19):

$$\|\tilde{x}_0(t)\| \leq \sigma_0 e^{-\alpha_0 t} \|\tilde{x}_0(0)\| \triangleq \rho_0 e^{-\alpha_0 t} \quad (4.20)$$

donde las constantes positivas son $\sigma_0 = \sqrt{\lambda_M/\lambda_m}$, $\rho_0 = \sigma_0 \|\tilde{x}_0(0)\|$, $\alpha_0 = \frac{2\mu}{\lambda_M}$ y la

ganancia del observador K satisface que la matriz $\tilde{A} = A - KC$ es Hurwitz. Entonces, el error de observación convergerá exponencialmente a cero, es decir, la trayectoria desconocida x_0 será estimada por el observador (4.19).

Prueba de estabilidad del observador base

Primeramente, se define el error de observación de la base de la cadena como $\tilde{x}_0 = \hat{x}_0 - x_0$, donde x_0 es el vector de estado del sistema con retardo, el cual queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) &= Ax_0(t) + Bu_0(t) \\ y_0(t) &= Cx_0(t) + Du_0(t) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Por lo tanto, considerando (4.21) y (4.19), se obtiene el error de observación:

$$\tilde{x}_0 = \hat{x}_0 - x_0 \quad (4.22)$$

Cuya derivada es:

$$\dot{\tilde{x}}_0 = \dot{\hat{x}}_0 - \dot{x}_0 \quad (4.23)$$

Sustituyendo los valores se obtiene:

$$\tilde{x}_0 = A\hat{x}_0 + Bu_0 - K(\hat{y}_{\tau_0} - y_{\tau}) - [Ax_0 - Bu_0] \quad (4.24)$$

y considerando que $y_{\tau} = y_0$ se obtiene el error de observación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_0 &= A\hat{x}_0 + Bu_0 - K[(C\hat{x}_0 + Du_0) - (Cx_0 + Du_0)] - [Ax_0 - Bu_0] \\ \dot{\tilde{x}}_0 &= A\hat{x}_0 + Bu_0 - K[C\hat{x}_0 + Du_0 - Cx_0 - Du_0] - Ax_0 - Bu_0 \\ \dot{\tilde{x}}_0 &= A\hat{x}_0 - K[C\hat{x}_0 - Cx_0] - Ax_0 \\ \dot{\tilde{x}}_0 &= A(\hat{x}_0 - x_0) - KC[\hat{x}_0 - x_0] \\ \dot{\tilde{x}}_0 &= A\tilde{x}_0 - KC\tilde{x}_0 \\ \dot{\tilde{x}}_0 &= [A - KC]\tilde{x}_0 \end{aligned}$$

Ahora, se procede a demostrar la estabilidad del observador de la base de la cadena. Para esto, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov $V(\tilde{x}_0, t) = \tilde{x}_0^T(t)P\tilde{x}_0(t)$. Derivando esta función con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\dot{V}(\tilde{x}_0(t)) = 2\tilde{x}_0^T(t)P\dot{\tilde{x}}_0(t) = 2\tilde{x}_0^T(t)P(A - KC)\tilde{x}_0(t) \quad (4.25)$$

donde $A - KC$ es Hurwitz tal que existe una matriz P de $n \times n$ simétrica definida positiva (SDP) y $\mu > 0$, tal que:

$$(A - KC)^T P + P(A - KC) \leq -2\mu I_{n \times n} \quad (4.26)$$

Considerando que $A - KC$ es Hurwitz y considerando la Ec. (4.26), entonces la Ec. (4.25) queda:

$$\dot{V}(\tilde{x}_0(t)) \leq -2\mu \|\tilde{x}_0(t)\|^2 \triangleq -\frac{2\mu}{\lambda_M} V(\tilde{x}_0(t))$$

Usando el lema de comparación, se tiene:

$$V(\tilde{x}_0(t)) \leq e^{-\alpha_0 t} \|\tilde{x}_0(t)\|$$

donde $\alpha_0 = \frac{2\mu}{\lambda_M}$. Regresando a términos del error $\|\tilde{x}_0\|$, se tiene:

$$\|\tilde{x}_0(t)\| \leq \sigma_0 e^{-\alpha_0 t} \|\tilde{x}_0(0)\| \triangleq \rho_0 e^{-\alpha_0 t} \quad (4.27)$$

donde $\sigma_0 = \sqrt{\lambda_M/\lambda_m}$ y $\rho_0 = \sigma_0 \|\tilde{x}_0(0)\|$. Es claro que de este análisis se puede asegurar que el error de observación en la base de la cadena convergerá exponencialmente a cero.

Predictor:

Ahora se procede a demostrar que el último subsistema del observador en cadena convergerá al estado libre de retardo. Este subsistema se llama predictor, el cual

estima el estado x_1 que es el vector estado libre de retardo y logra reconstruir el vector del sistema (4.6). Primeramente, se define el sistema x_1 , como se muestra a continuación:

$$\dot{x}_1(t) = Ax_1(t) + Bu_1(t) \quad (4.28)$$

El sistema (4.28) se puede reescribir como:

$$\dot{x}_1 = \bar{A}x_1 + (A - \bar{A})x_1 + Bu_1 \quad (4.29)$$

donde $\bar{A} = -\lambda I_{n \times n}$ es una matriz Hurwitz, $I_{n \times n}$ es una matriz identidad y $\lambda > 0$ es un número real positivo. Considerando la Ec. (4.29), el estado x_1 puede ser expresado como:

$$x_1(t) = e^{\bar{A}\tau} x_0(t) + \int_{t-\tau}^t e^{\bar{A}(t-s)} ((A - \bar{A})x_1(s) + Bu_1(s)) ds \quad (4.30)$$

Considerando la estructura del observador para el sistema con retardo dado por la Ec. (4.6), se diseña el observador para x_1 :

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = A\hat{x}_1(t) + Bu_1(t) - G_1(t), \quad (4.31)$$

donde G_1 es el término de corrección que se abordará posteriormente.

La Ec. del predictor para el sistema (4.31) es:

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = \bar{A}\hat{x}_1(t) + Bu_1(t) + (A - \bar{A})\hat{x}_1(t) - G_1(t) \quad (4.32)$$

donde \bar{A} es igual a lo presentado en la Ec. (4.29). Por lo tanto, la predicción \hat{x}_1 es:

$$\hat{x}_1(t) = e^{\bar{A}\tau} \hat{x}_1(t - \tau) + \int_{t-\tau}^t e^{\bar{A}(t-s)} ((A - \bar{A})\hat{x}_1(s) + Bu_1(s) - G_1(s)) ds. \quad (4.33)$$

Ahora, considerando el predictor (4.33) y el observador (4.19) se tiene:

$$\hat{x}_1(t) = e^{\bar{A}\tau} \hat{x}_0(t) + r_1(t) + \int_{t-\tau}^t e^{\bar{A}(t-s)} ((A - \bar{A}) \hat{x}_1(s) + Bu_1(s)) ds \quad (4.34)$$

donde r_1 es una función vectorial diferencial a lo largo del tiempo que deben ser determinadas simultáneamente con el término de corrección G_j , considerando que se cumpla la Ec.(4.34) para cualquier $t \geq 0$. Es importante resaltar que r_1 solo aparece durante el diseño del predictor, pero no está presente en su ecuación final.

4.3.1. Determinación del término de corrección

Restando la Ec. (4.34) de la Ec. (4.33) se obtiene:

$$e^{\bar{A}\tau} (\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t)) - r_1(t) = e^{\bar{A}t} \int_{t-\tau}^t e^{-\bar{A}s} G_1(s) ds.$$

Diferenciando con respecto al tiempo se tiene:

$$\begin{aligned} e^{\bar{A}\tau} \left(\dot{\hat{x}}_1(t - \tau) - \dot{\hat{x}}_0(t) \right) - \dot{r}_1(t) &= \bar{A} e^{\bar{A}\tau} \left(\dot{\hat{x}}_1(t - \tau) - \dot{\hat{x}}_0(t) \right) - \bar{A} r_1(t) + G_1(t) \\ &\quad - e^{\bar{A}\tau} G_1(t - \tau) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior $\dot{\hat{x}}_0(t)$ y $\dot{\hat{x}}_1(t - \tau)$ mostrada en la Ec. (4.31) y despejando G_1 se obtiene:

$$\begin{aligned} G_1(t) &= e^{\bar{A}\tau} (G_0(t) + A(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t)) \\ &\quad - \bar{A}(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t)) - (\dot{r}_1 - \bar{A}r_1)) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Si se elige r_1 tal que $\dot{r}_1 = \bar{A}r_1$, el término de corrección queda de la siguiente manera:

$$G_1(t) = e^{\bar{A}\tau} (G_0(t) + A(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t)) - \bar{A}(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t))) \quad (4.37)$$

Es necesario recalcar que la matriz \bar{A} es Hurwitz, entonces existe un número $\beta \geq 1$ tal que:

$$\forall t \geq 0 : \|e^{\bar{A}t}\| \leq \beta e^{-\bar{a}t}, \quad (4.38)$$

donde $\bar{a} = \min_{i \in \{1, \dots, n\}} |\mathcal{R}(\lambda_i(\bar{A}))|$, $i = 1, \dots, n$, son los n valores propios de la matriz $A - KC$ con valores negativos en su parte real.

Las ecuaciones del observador en cadena (observador de la base y predictor) para el sistema (4.6) son las siguientes:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_j(t) &= A\hat{x}_j(t) + Bu_j(t) - G_j(t), \quad j = 0, 1 \\ G_0(t) &= K(C\hat{x}_0(t) - y_\tau(t)), \\ G_1(t) &= e^{\bar{A}\tau} (G_0(t) + A(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t)) - \bar{A}(\hat{x}_1(t - \tau) - \hat{x}_0(t))) \end{cases} \quad (4.39)$$

donde \bar{A} es una matriz Hurwitz, que sirve como parámetro de ajuste del observador y está definida con anterioridad.

Nota 1. La elección de los valores propios de la matriz K es arbitraria, pero se tiene que cumplir que sea Hurwitz. Sin embargo, entre más alejados se encuentren del origen, más rápido convergerá el estado observado al original con retardo, pero en el caso de que existan perturbaciones en la salida del sistema, el efecto de estas se verá amplificado. La elección de λ afecta directamente la convergencia del predictor en la cadena. Al igual que el caso anterior, se da un balance entre velocidad de convergencia y sensibilidad a la perturbación en la salida.

Teorema 4.3.1 *Considerando el sistema (4.6), existe una constante $\eta > 0$ y un retardo $\tau > 0$ tal que:*

$$\eta\tau < 1, \quad \text{con } \eta = \beta\|\bar{A} - A\| \quad (4.40)$$

Entonces, el error de observación del predictor es:

$$\|\tilde{x}_1\| \leq \rho_1 e^{-\bar{a}t}, \quad t \geq 0 \quad (4.41)$$

donde:

$$\rho_1 = \frac{\eta}{1 - \eta\tau} \int_{-\tau}^0 \|\tilde{x}_1(s)\| ds + \beta \chi_m \rho_0 \|\tilde{x}_0(0)\| + \frac{\beta}{1 - \eta\tau} \chi_m \|r_1(0)\|$$

y la función r_1 es $\dot{r}_1 = \bar{A}r_1$; ρ_0 se definió previamente; y χ_m es:

$$\chi_m = \frac{e^{-\bar{a}\tau}}{1 - \eta\tau}. \quad (4.42)$$

Prueba de estabilidad del predictor del observador

Primeramente, se define $\tilde{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1$ como el error de estimación. Considerando (4.30) y (4.34) se tiene:

$$\tilde{x}_1(t) = e^{\bar{A}t} \tilde{x}_0(t) + r_1(t) + \int_{t-\tau}^t e^{\bar{A}(t-s)} ((A - \bar{A})\tilde{x}_1(s)) ds \quad (4.43)$$

Obteniendo su norma:

$$\|\tilde{x}_1(t)\| = \left\| e^{\bar{A}t} \right\| \|\tilde{x}_0(t)\| + \|r_1(t)\| + \int_{t-\tau}^t \left\| e^{\bar{A}(t-s)} \right\| \left\| (A - \bar{A})\tilde{x}_1(s) \right\| ds \quad (4.44)$$

Seleccionando $\dot{r}_1 = \bar{A}r_1$ y tomando en cuenta la desigualdad (4.38), se obtiene:

$$\|r_1(t)\| = \|e^{\bar{A}t} r_1(0)\| \leq \beta e^{\bar{a}t} \|r_1(0)\|, \quad \forall t \geq 0. \quad (4.45)$$

Por lo tanto, sustituyendo el error del observador de la base (4.27) y la ecuación anterior, se obtiene:

$$\|\tilde{x}_1\| = \beta e^{-\bar{a}\tau} (\rho_0 e^{-\bar{a}_0\tau}) + \beta e^{-\bar{a}\tau} \|r_1(0)\| + \left\| e^{\bar{A}(t-s)} \right\| \|A - \bar{A}\| \int \tilde{x}_1(s) ds \quad (4.46)$$

De acuerdo a la hipótesis de inducción, \tilde{x}_0 convergerá a un valor acotado, es decir,

existe $\rho_0, \bar{\alpha}_0 > 0$, tal que: $\|\tilde{x}_0\| \leq \rho_0 e^{-\bar{\alpha}_0 t}$. Por lo que, la desigualdad (4.41) es obtenida por inducción. Realizando algunas manipulaciones matemáticas, se obtiene:

$$\|\tilde{x}_1(t)\| \leq \rho_1 e^{-\bar{\alpha} t} \quad (4.47)$$

donde

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{1}{1 - \eta\tau} \left(\beta(e^{-\alpha_0} \rho_0 \|\tilde{x}_0(0)\| + \|r_1(0)\|) + \eta \int_{-\tau}^0 \|\tilde{x}_1(s)\| ds \right) \\ &= \frac{\eta}{1 - \eta\tau} \int_{-\tau}^0 \|\tilde{x}_1(s)\| ds + \beta\chi_m \rho_0 \|\tilde{x}_0(0)\| + \frac{\beta}{1 - \eta\tau} \chi_m \|r_1(0)\| \end{aligned}$$

con $\eta = \beta\|\bar{A} - A\|$, χ_m dada por la Ec. (4.42) y siendo $\bar{\alpha} \leq \alpha_0$. ■

Con esto se demuestra que el error de observación en el predictor convergerá a cero.

4.3.2. Resultados

Se evalúa el desempeño del observador con retardo de tiempo, para el sistema windkessel de cuatro elementos presentado en la Ec. (4.6). Como se planteó anteriormente, la salida del sistema presenta un retardo. El objetivo es estimar el vector de estado, es decir, los estados no medibles: la presión sistémica y el flujo aórtico, libres de retardo. Los parámetros utilizados son los normales para una persona sana de acuerdo con [23] tal como se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Parámetros de una persona sana

Parámetro	Unidades	Valor
R	[mmHg · s/ml]	0.95
C	[ml/mmHg]	1.50
r	[mmHg · s/ml]	0.033
L	[mmHg · s ² /ml]	0.01

Por lo que las matrices mostradas en la Ec. (4.3), quedan de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} -0.7018 & 0 \\ 0 & -3.3000 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.6667 \\ 3.3000 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad -0.0330], D = [1] \quad (4.48)$$

Considerando lo antes mencionado la matriz de observabilidad y su rango se muestran a continuación:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & -0.0330 \\ -0.7017 & 0.1089 \end{bmatrix} \therefore \text{rank}(\mathcal{O}) = 2. \quad (4.49)$$

Por lo que, considerando lo anterior, se resuelve la LMI, obteniendo la matriz K de ganancia del observador:

$$K = \begin{bmatrix} 0.8003 \\ 0.1672 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Simulación 8. Estimación de la presión sistémica $P_s(t)$ con un retardo de $\tau = 1s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar la presión sistémica (estado 1), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.1 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.1s$. Se estima la presión sistémica $P_s(t)$ (estado 1).

Los valores de referencia se muestran en la Tabla 4.2. Las condiciones iniciales para el sistema original son $x(0) = [75, 50]^T$ y para los subsistemas del observador en cadena son $\hat{x}_i(s) = [100, 200]^T$, $s \in [-\tau, 0]$, $i = 0, 1$. Se considera que el retardo que presenta el sistema es $\tau = 1s$, el parámetro de ajuste $\lambda = 10$ y la señal de entrada $i(t)$ es la presentada en la Ec. 4.5.

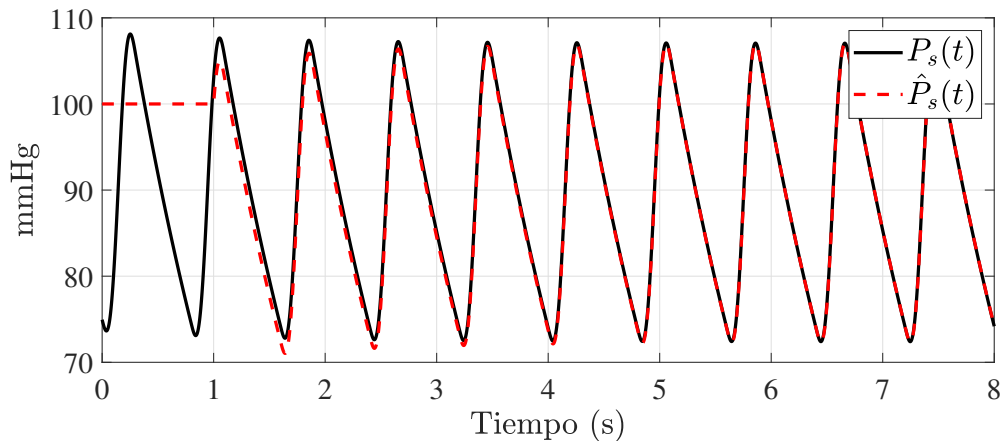


Figura 4.8: Supervisión de la presión sistémica P_s por medio del último subsistema de la cadena.

Conclusión. En la Figura (4.8) se muestra la estimación de la presión sistémica. Es importante resaltar que este estado no está disponible y se obtiene a partir de la salida $P_{ar}(t - \tau)$. Es posible resaltar que el observador converge antes de dos segundos.

Simulación 9. Estimación del flujo aórtico $T_L(t)$ con un retardo de $\tau = 1s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar el flujo aórtico (estado 2), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.1 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.1s$. Se estima el flujo aórtico $T_L(t)$ (estado 2).

Los valores de referencia se muestran en la Tabla 4.2. Las condiciones iniciales para el sistema original son $x(0) = [75, 50]^T$ y para los subsistemas del observador en cadena son $\hat{x}_i(s) = [100, 200]^T$, $s \in [-\tau, 0]$, $i = 0, 1$. Se considera que el retardo que presenta el sistema es $\tau = 1s$, el parámetro de ajuste $\lambda = 10$ y la señal de entrada $i(t)$ es la presentada en la Ec. 4.5.

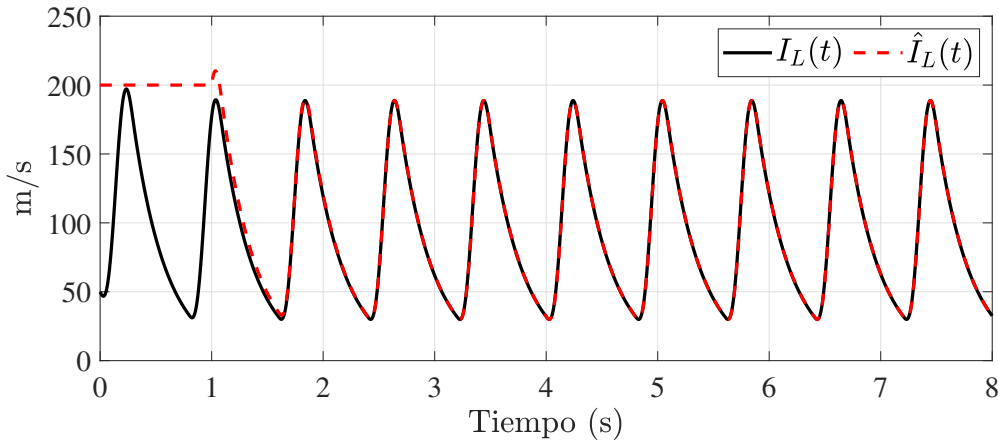


Figura 4.9: Supervisión del flujo aórtico $I_L(t)$ por medio del último subsistema de la cadena.

Conclusión. En la Figura (4.9) se muestra la estimación del flujo aórtico y del sistema libre de retardo. Es importante resaltar que este estado no está disponible y se obtiene a partir de la salida $P_{ar}(t - \tau)$. Se observa que el observador converge al sistema antes de dos segundos.

Simulación 10. Estimación de la presión arterial $P_{ar}(t)$ con un retardo de $\tau = 1s$

Objetivo: Comprobar que el observador propuesto converge a cero y logra estimar presión arterial (salida del sistema), libre de retardo, considerando un tiempo de retardo de 0.1 s.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

En esta simulación se prueba un caso, en el cual se considera un retardo de tiempo $\tau = 0.1s$. Se estima la presión arterial $P_{ar}(t)$. Las condiciones iniciales para el sistema original son $x(0) = [75, 50]^T$ y para los subsistema del observador en cadena son $\hat{x}_i(s) = [100, 200]^T$, $s \in [-\tau, 0]$, $i = 0, 1$. Se considera que el retardo que presenta el sistema es $\tau = 1s$, el parámetro de ajuste $\lambda = 10$ y la señal de entrada $i(t)$ es la presentada en la Ec. 4.5.

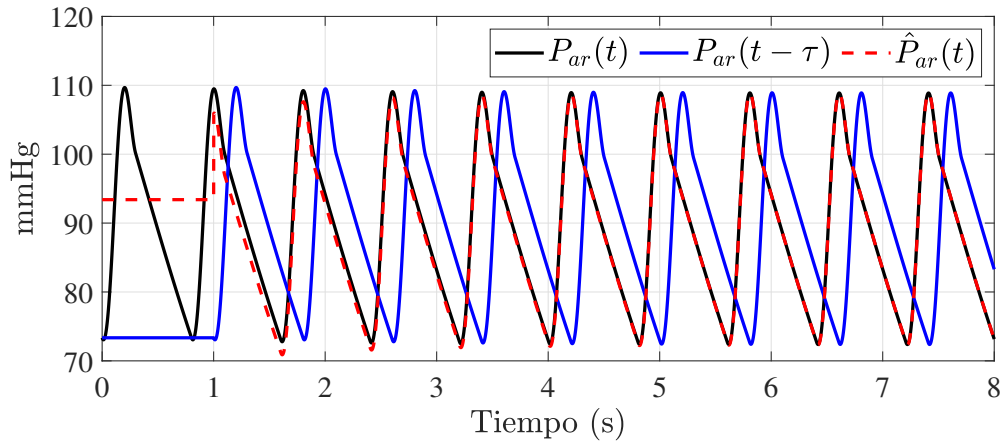


Figura 4.10: Supervisión de la presión arterial P_{ar} por medio del último subsistema de la cadena.

Conclusión. En la Figura 4.10 se muestra la presión arterial disponible del sistema ($P_{ar}(t - \tau)$) y como es que con el observador en cadena se logra supervisar la presión libre de retardo ($\hat{P}_{ar}(t)$) que es la señal del sistema libre de retardo. En la Figura 4.11 se muestra que la norma del error de estimación $\|\tilde{x}\| = \|\hat{x}_1 - x\|$ converge a cero.

Simulación 11. Norma del error de observación

Objetivo: Comprobar que el error del observador propuesto converge a cero.

La simulación se realizó en el software de MATLAB 2018, considerando un tiempo de simulación de 8s y un paso de integración $h = 0.001s$.

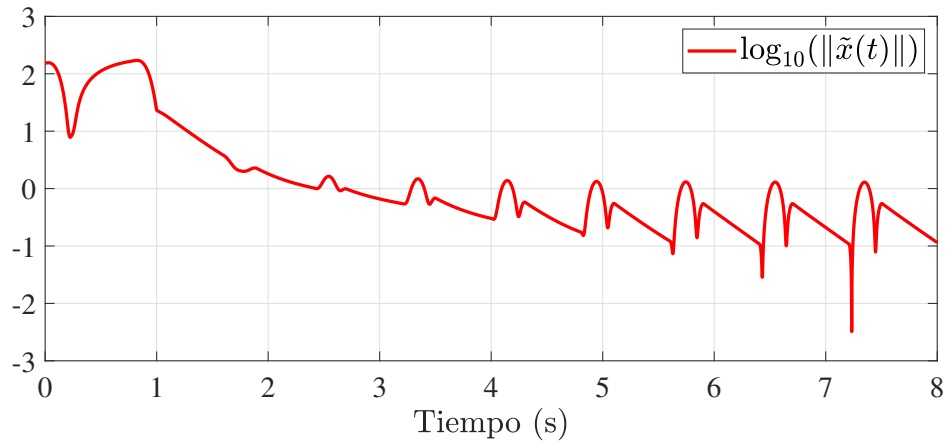


Figura 4.11: Norma del error de observación.

Conclusión. En esta simulación se prueba el comportamiento del error de observación, el cual de acuerdo con el análisis realizado, tiende a cero, tal como se muestra en la Fig. 4.11.

4.4. Conclusiones del capítulo

En este capítulo, se ha abordado el desarrollo de un observador en cadena para sistemas lineales, con el fin de estimar el flujo aórtico y la presión sistémica, libres de retardo. Este observador resuelve una de las limitaciones más importantes de los métodos propuestos anteriormente: la imposibilidad de estimar el vector de estado libre de retardo. Se ha demostrado teóricamente que el error de observación converge de manera exponencial a cero.

El retardo puede ser un factor crítico en la obtención de la información del sistema. Al implementar este observador en cadena es posible una supervisión sin retardo de señales, representando una contribución valiosa en la mejora del estándar de monitoreo de enfermedades cardiovasculares.

Capítulo 5

Conclusión

En la presente tesis se llevó a cabo el desarrollo de un sistema de supervisión de las variables del sistema cardiovascular, basado en observadores para sistemas con retardo, con el fin de obtener la información de las variables involucradas en el proceso cardíaco en tiempo instantáneo. Se realizó la investigación de diversos modelos matemáticos que representan las dinámicas del corazón, encontrándose que el modelo matemático windkessel de cuatro elementos es el modelo idóneo para representar el sistema y tomarlo como referencia para el diseño de la cadena de observadores, ya que es un modelo simple que logra representar las dinámicas del corazón mediante un circuito eléctrico, descrito por una serie de ecuaciones diferenciales.

Se diseñó un observador en cadena, conformado por un observador base y un predictor, que permitieron obtener la estimación de los estados en tiempo instantáneo, eliminando el retardo biológico del sistema.

Se demostró que es posible obtener los estados del sistema cardiovascular: presión sistémica y flujo aórtico a partir de un observador en cadena, basado en un modelo matemático y constituido por dos subsistemas: base y predictor.

Finalmente, se logró cumplir con las metas planteadas, toda vez que se obtuvieron las simulaciones que permitieron evaluar el funcionamiento del observador y valorar la estimación de variables del sistema cardiovascular mediante un método no invasivo

basado en modelo. Asimismo, se considera que la investigación llega a su fin con las metas propuestas alcanzadas y da pie a futuras investigaciones.

5.1. Originalidad del trabajo realizado

La originalidad de la investigación se basa en la estimación de los estados, en tiempo real, sin el retardo natural del sistema.

5.2. Contribuciones

Como primera contribución se realizó la aplicación de un observador para sistemas con retardo, al sistema cardiovascular. El sistema se representa mediante un modelo matemático simplificado, windkessel de cuatro elementos, y el observador aplicado estima los estados presión sistémica y flujo aórtico, compensando el tiempo natural de retardo del sistema cardiovascular. Se llevaron a cabo dos casos de estudio: el primero con un retardo de 0.1 s y el segundo con un retardo de 0.5 s. Con esto se pudo comprobar la convergencia del observador con retardo para la reconstrucción de los estados en tiempo real. Los resultados obtenidos fueron publicados en la 8va Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada.

Se desarrolló como segunda contribución, el diseño de un segundo observador, para la estimación de los dos estados del sistema cardiovascular, mencionados anteriormente, en este caso se consideró un retardo de tiempo de 1 segundo y se logró obtener los estados libres de retardo. Los resultados obtenidos fueron publicados en un artículo en el Congreso Nacional de Control Automático.

5.3. Ventajas del método

Las ventajas de utilizar un modelo matemático simplificado para obtener los estados libres de retardo son muchas. En primer lugar, permite generar estimaciones en tiem-

po real con un menor costo computacional. Además, facilita la implementación de controladores y observadores, mejorando la estabilidad y la precisión del sistema. Por último, un modelo simplificado reduce la complejidad del análisis y diseño, haciéndolo más accesible para aplicaciones prácticas.

5.4. Limitaciones

Las presente investigación se limita a realizar la comprobación de los resultados mediante software de simulación, validando con esto los valores de los estados estimados libres de retardos.

5.5. Productos académicos obtenidos

Se ha promovido la divulgación científica mediante la publicación de dos artículos, uno en un evento nacional y otro en un congreso internacional, con el propósito de difundir y compartir los resultados obtenidos en la investigación. Con esta actividad se busca ampliar el alcance de los hallazgos y fomentar el intercambio de conocimientos con la comunidad científica a nivel nacional e internacional.

La difusión de los resultados a través de múltiples canales no solo contribuye a la visibilidad y el reconocimiento del trabajo realizado, si no que al publicar en este tipo de eventos, se aumenta la credibilidad y la legitimidad de los resultados.

5.6. Perspectivas futuras

Se propone como trabajo futuro, la implementación de un sistema físico de adquisición de señales del sistema cardiovascular, para la toma de mediciones en tiempo real y lograr obtener los estados libres de retardo, con datos reales.

Realizar el estudio del modelo matemático total del corazón para poder estimar un mayor número de variables involucradas en el proceso cardiovascular además de analizar cada etapa de la dinámica del sistema cardiovascular.

Bibliografía

- [1] V. Autores, *Organización mundial de la salud*, <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/the-top-10-causes-of-death>, 2020. (visitado 2020).
- [2] T. Sharir, A. Marmor, C.-T. Ting et al., «Validation of a method for noninvasive measurement of central arterial pressure.», *Hypertension*, vol. 21, n.º 1, págs. 74-82, 1993.
- [3] L. R. Sauvage, *Prevenir las enfermedades del corazón: Diagnóstico, prevención y tratamiento*. Editorial AMAT, 2012.
- [4] Morales y E. J. Fabre, «Anatomía y Fisiología de los Sistemas Cardiovascular, Respiratorio y Nervioso,» *Fundamentos de Medicina Critica y Cuidados Intensivos*, pág. 6, 2023.
- [5] C. G. Diaz-Valerio y C. M. Astorga-Zaragoza, «Hybrid model of the cardiovascular system: Switched q-LPV system,» en *Proc. Congreso Nacional de Control Automático AMCA*, 2022, págs. 392-397.
- [6] J. Hall y A. Guyton, «Vascular distensibility and functions of the arterial and venous systems,» *Textbook of Medical Physiology*, págs. 171-180, 2015.
- [7] J. A. Svoboda y R. C. Dorf, *Introduction to electric circuits*. John Wiley & Sons, 2013.
- [8] W. H. Hayt, J. E. Kemmerly, S. M. Durbin y J. D. Philips, *Análisis de circuitos en ingeniería*. McGraw Hill, 2012.

- [9] S. H. Pauta Martillo, «Análisis de modelos matemáticos que usan como herramientas de desarrollo las funciones exponenciales o logarítmicas, para determinar soluciones aplicables al entorno social,» B.S. thesis, Comunicación, artes y humanidades facultad: Ciencia de la educación, 2017.
- [10] A. Hernández Ramírez et al., «Aplicación de un modelo del sistema cardiovascular al estudio de anomalías en la circulación sanguínea,» 2014.
- [11] Z. Belkhatir, T.-M. Laleg-Kirati y M. Tadjine, «Residual generator for cardiovascular anomalies detection,» en *2014 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 2014, págs. 1862-1868.
- [12] K. Ogata et al., *Modern control engineering*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2010, vol. 5.
- [13] F. Ramírez Rasgado et al., «Diseño y aplicación de observadores no lineales para sistemas con retardo,» 2021.
- [14] H. Trinh y T. Fernando, *Functional observers for dynamical systems*. Springer Science & Business Media, 2011, vol. 420.
- [15] D. G. Luenberger, *Dynamic Systems*. J. Wiley Sons, 1979.
- [16] T. Kailath, *Linear systems*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1980, vol. 156.
- [17] R. E. Kalman, «A new approach to linear filtering and prediction problems,» 1960.
- [18] N. S. Nise, *Control systems engineering*. John Wiley & Sons, 2020.
- [19] S. Yi, P. W. Nelson y A. G. Ulsoy, *Time-delay systems: analysis and control using the Lambert W function*. World Scientific, 2010.
- [20] J. Lather et al., «Observer Based Control of Time Delay Systems,» 2018.
- [21] A. K. Ali y M. S. Mahmoud, «Improved Design of Nonlinear Control Systems with Time Delay.,» *International Journal of Robotics & Control Systems*, vol. 2, n.º 2, 2022.

- [22] E.-A. Arroyo-Trejo y C.-M. Astorga-Zaragoza, «Estimación de Estados del Sistema Cardiovascular Mediante un Observador de Orden Reducido,» *Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada*, vol. 4, n.º 1, págs. 169-174, 2021.
- [23] C.-M. Astorga-Zaragoza, «Observer-Based Monitoring of the Cardiovascular System,» *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 67, n.º 3, págs. 501-505, 2019.
- [24] D.-A. Serrano-Cruz, C.-M. Astorga-Zaragoza, G.-V. Guerrero-Ramírez, C.-D. García-Beltran, G.-L. Osorio-Gordillo y E. Ortiz-Rangel, «Estimación de variables del sistema cardiovascular mediante un observador para sistemas singulares,» en *Proc. Congreso Nacional de Control Automático AMCA*, 2018, págs. 108-113.
- [25] F. Ramirez Rasgado et al., «Diseño y aplicación de observadores no lineales para sistemas con retardo,» 2021.
- [26] O. Hernández-González, M. Farza, T. Menard, B. Targui, M. M'Saad y C.-M. Astorga-Zaragoza, «A cascade observer for a class of mimo non uniformly observable systems with delayed sampled outputs,» *Systems & Control Letters*, vol. 98, págs. 86-96, 2016.
- [27] F. Ramírez-Rasgado, O. Hernández-González, M. Farza, C. Astorga-Zaragoza y M. Guerrero-Sánchez, «Observer design for a class of non uniformly observable systems using mixed time-continuous and sampled delayed measurements of the outputs,» en *2021 9th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, IEEE, 2021, págs. 243-248.
- [28] O. Sename, «New trends in design of observers for time-delay systems,» *Kybernetika*, vol. 37, n.º 4, págs. 427-458, 2001.
- [29] A. de los Reyes V y F. Kappel, «Modeling pulsatility in the human cardiovascular system,» 2010.

- [30] Y. Wu, P. E. Allaire, G. Tao y D. Olsen, «Modeling, estimation, and control of human circulatory system with a left ventricular assist device,» *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 15, n.º 4, págs. 754-767, 2007.
- [31] F. Yalcinkaya, E. Kizil Kaplan y A. Erbas, «Mathematical modelling of human heart as a hydroelectromechanical system,» en *2013 8th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Ieee, 2013, págs. 362-366.
- [32] F. D. Ledezma y T.-M. Laleg-Kirati, «A first approach on fault detection and isolation for cardiovascular anomalies detection,» en *2015 American Control Conference (ACC)*, IEEE, 2015, págs. 5788-5793.
- [33] M. A. Simaan, A. Ferreira, S. Chen, J. F. Antaki y D. G. Galati, «A dynamical state space representation and performance analysis of a feedback-controlled rotary left ventricular assist device,» *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, n.º 1, págs. 15-28, 2008.
- [34] J. Guo, Z. Zhao, F. Shi, R. Wang y S. Li, «Observer-based synchronization control for coronary artery time-delay chaotic system,» *IEEE Access*, vol. 7, págs. 51 222-51 235, 2019.
- [35] X. Ding y P. Frank, «Modelling, control and monitoring of circulatory systems with an artificial heart,» *International Journal of Quality & Reliability Management*, 1994.
- [36] T. J. Akl, M. A. Wilson, M. N. Ericson y G. L. Coté, «Quantifying tissue mechanical properties using photoplethysmography,» *Biomedical optics express*, vol. 5, n.º 7, págs. 2362-2375, 2014.
- [37] K. Subbarao y P. C. Muralidhar, «A state observer for lti systems with delayed outputs: Time-varying delay,» en *2008 American Control Conference*, IEEE, 2008, págs. 3029-3033.

- [38] S. Tatiraju, M. Soroush y B. A. Ogunnaike, «Multirate nonlinear state estimation with application to a polymerization reactor,» *AIChE Journal*, vol. 45, n.º 4, págs. 769-780, 1999.
- [39] P.-L. Liu, «On the stability of neutral-type uncertain systems with multiple time delays,» 2005.
- [40] M. Hlaváč y J. Holčík, «Windkessel model analysis in MATLAB,» *Proc 2004 Student Electrical Engineering, Information and Communication Technologies, Brno 2004*, págs. 1-5, 2004.

Anexos

Artículos publicados

5.7. 8va Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada

Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada
Volumen 5, Núm. 1, Enero - Junio 2022

ISSN en trámite

Supervisión del sistema cardiovascular basado en observadores para sistemas con retardo

Odalís Barreto-Arenas * Carlos-M. Astorga-Zaragoza *
Felipe Ramírez-Rasgado * Gerardo-V. Guerrero-Ramírez *
Gloria-L. Osorio-Gordillo *

* Tecnológico Nacional de México/ Centro Nacional de Investigación y
Desarrollo Tecnológico

Abstract: En este artículo se presenta el desarrollo de un observador en cadena para la estimación de variables del sistema cardiovascular, el cual, debido a sus características, presenta retardos de medición en la señal de salida, y esto hace que los resultados se obtengan después de un determinado tiempo. El observador propuesto en este trabajo, es capaz de estimar el vector de estados libre de retardo considerando las coordenadas originales del sistema a diferencia de otros enfoques, para obtener la señal de salida sin retardo. La estructura del observador consta de dos subsistemas: el primero estima el vector de estado con retardo y por medio del segundo se logra estimar el vector de estado libre de retardo. El observador se aplica al sistema cardiovascular obteniendo la estimación del vector de estado libre de retardo incluso cuando este es alimentado con una señal con retardo de tiempo. El observador propuesto puede ser utilizado en investigaciones futuras para detectar anomalías en el sistema cardiovascular.

Keywords: modelos matemáticos; sistema cardiovascular; observadores; retardo.

1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la organización mundial de la salud OMS (2020), las enfermedades cardiovasculares ocupan el primer lugar como causas de muerte a nivel mundial. Pese a que se han realizado numerosas investigaciones, con el fin de prevenir dichas enfermedades, el área de oportunidad en este tema, aún es muy amplia. En el área de control se ha indagado particularmente en el diseño de controladores para dispositivos de asistencia ventricular y un número reducido de estas investigaciones se enfocan en el uso de observadores para la detección de anomalías cardíacas.

En lo que se refiere al modelado del sistema cardiovascular, se presenta en Wu et al. (2007) un modelo matemático presentado en espacio de estados. Se realiza la estimación de parámetros para implementar un observador adaptable que estima la presión aórtica, para llevar a efecto el control fisiológico mediante el rastreo de una señal de referencia, actualizada por una función no lineal. En estos Reyes and Kappel (2010) se estudia la modificación y combinación de dos modelos cardiovasculares matemáticos existentes: un modelo global no pulsátil y un modelo de corazón izquierdo pulsátil simplificado. La finalidad es tener un modelo global agrupado que predice las presiones en la circulación sistémica, pulmonar y las presiones pulsátiles en las arterias de los dedos. En Astorga-Zaragoza (2019) se presenta un observador

de estados de entradas desconocidas, para supervisar el sistema cardiovascular. Se utiliza el modelo windkessel, presentado en espacio de estados en forma singular. El observador, es capaz de estimar la distensibilidad arterial y el flujo sanguíneo a través de la inercia arterial total, a partir de la medición de la presión aórtica. Como resultado de esta investigación, se obtiene la estimación y detección de una falla, simulando una condición defectuosa en la apertura de la válvula aórtica. En Belkhatir et al. (2014) y Ledezma and Laleg-Kirati (2015) se presenta un modelo de parámetros agrupados, representado en espacio de estados en la forma no lineal. La detección de las anomalías se obtiene a partir de la generación de residuos mediante filtro de Kalman extendido. Se considera como variaciones; la apertura y cierre anormales de la válvula y algunas resistencias vasculares. En Simaan et al. (2008) se presenta un modelo matemático agrupado, representado en espacio de estados, con la finalidad de diseñar un controlador para un dispositivo de asistencia ventricular izquierda. El modelo matemático se basa en un circuito no lineal, el cual representa la interacción de la bomba con el ventrículo izquierdo. La variación en este circuito está dada por las fases de contracción, expulsión, relajación, y llenado del ventrículo izquierdo, representadas por un vector de ecuaciones diferenciales no lineales. La estabilidad y el control de los sistemas con retardo de tiempo ha sido un tema de gran interés, debido a que el control de los sistemas de retardo de tiempo supone que

5.8. Memorias del congreso nacional de control automático 2022



Memorias del 2022 Congreso Nacional de Control Automático
12-14 de Octubre, 2022, Tuxtla Gutiérrez, México.
Copyright© AMCA, ISSN: 2594-2492

Observer-based supervision of the cardiovascular system with delayed measurements

F. Ramírez-Rasgado ^{*,***} O. Hernández-González ^{**}
C.M. Astorga-Zaragoza ^{*} M. Farza ^{***} O. Barreto-Arenas ^{*}
M.E. Guerrero-Sánchez ^{**}

^{*} Tecnológico Nacional de México/ Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

^{**} CONACYT-Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico de Hermosillo, Hermosillo, Son., México.

^{***} NORMANDIE UNIV, UNICAEN, ENSICAEN, LIS (UR 1478), 14000 Caen, Francia.

Abstract: This paper presents the design of a chain observer for monitoring the cardiovascular system. The system presents delays in the measured output. The chain observer proposed in this work is capable of estimating the free-delay state vector. The structure of the observer consists of two subsystems: the first subsystem at the base estimates the state vector with delay and by means of the second subsystem it is possible to estimate the delay-free state vector. The proposed observer is applied for monitoring the dynamics of the cardiovascular system by obtaining the estimation of the state vector that is not available and reconstructing the output signal.

Keywords: Cardiovascular system, Delayed output, Linear system, Chain observer.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente las enfermedades cardiovasculares y los accidentes cerebrovasculares son la principal causa de mortalidad a nivel mundial Roth et al. (2020). A pesar de que se ha avanzado en las investigaciones para el diagnóstico y tratamiento de las enfermedades cardiovasculares, aún existe la necesidad de investigar y desarrollar nuevas tecnologías que contribuyan a la prevención, diagnóstico y tratamiento de estas enfermedades Zhou et al. (2018).

En los últimos años se han realizado investigaciones y aportaciones relevantes referentes al estudio de los modelos matemáticos que representan las dinámicas del corazón y a la aplicación de observadores a dichos modelos, con el propósito de llevar a cabo la supervisión de la actividad cardíaca y así obtener herramientas que detecten anomalías en el sistema cardiovascular. La implementación de observadores de estado en sistemas biológicos, ha sido una importante aportación desde el área de control automático, debido a que es posible supervisar las variables de interés en línea y a bajo costo. En Ghasemi et al. (2020) se presenta el desarrollo de un observador de entrada desconocida para la deconvolución de entrada en sistemas multicanal, se considera un caso de estudio para la estimación de la forma de onda de la presión aórtica central a partir de dos formas de onda del

pulso arterial periférico adquiridas de forma no invasiva. En Astorga-Zaragoza (2019) se presenta un observador de estados de entradas desconocidas, para supervisar el sistema cardiovascular. Se utiliza el modelo windkessel, presentado en espacio de estados en forma singular, el observador, es capaz de estimar la distensibilidad arterial y el flujo sanguíneo a través de la inercia arterial total, a partir de la medición de la presión aórtica. En Serrano-Cruz et al. (2018) se presenta el diseño de un observador singular de orden completo con el propósito de estimar la presión sistémica, la presión aórtica y el flujo aórtico del corazón. Se utiliza el modelo Windkessel de cuatro elementos en su representación de espacio de estados que describe la dinámica del corazón. En Belkhatir et al. (2014) y Ledezma and Laleg-Kirati (2015) se presenta un modelo de parámetros agrupados, representado en espacio de estados y mediante la generación de residuos por filtro de Kalman extendido, se lleva a cabo la detección de las anomalías, considerando la apertura y cierre anormales de la válvula y algunas variaciones de las resistencias vasculares. Si bien los observadores, utilizados para reconstruir los estados del sistema, han sido de gran utilidad para la supervisión y detección de anomalías, no se ha profundizado en la implementación de observadores para sistemas con retardo de tiempo.