



TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS
SUPERIORES DE COACALCO



UNIDAD DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
MAESTRIA EN SISTEMAS AMBIENTALES

TESIS

*MODELO PARA LA PROGRAMACIÓN MULTICRITERIO DE
INSPECCIONES AMBIENTALES BAJO INCERTIDUMBRE*

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRÍA EN SISTEMAS AMBIENTALES

PRESENTA:

MARIO LUIS CHEW HERNÁNDEZ
Matrícula 102220066

DIRECTOR DE TESIS:

DRA. CECILIA MERCADO ZUÑIGA

COACALCO DE BERRIOZÁBAL, SEPTIEMBRE 2024

Agradecimientos

Índice

Resumen	4
Abstract	5
Lista de Figuras	6
Lista de Tablas	8
Lista de Símbolos	9
1. Introducción	12
2. Marco Teórico	14
2.1 Contaminación ambiental	14
2.1.1 Contaminación del agua	14
2.2 Descripción de las herramientas usadas en el proyecto	17
2.2.1 Análisis de Decisiones	17
2.2.2 Pensamiento enfocado a valores	19
2.2.3 Árboles de decisión	19
2.2.4 Simulación de eventos discretos	20
3. Estado del Arte	21
3.1 Investigaciones relacionadas	21
3.2 Discusión de la revisión de literatura	22
4. Justificación	23
5. Objetivos	24
5.1 Objetivo General	24
5.2 Objetivos Específicos	24
6. Materiales y Métodos	25
7. Resultados y discusión	26
7.1 Planteamiento del problema	26
7.2 Planeación de una inspección a una fábrica	27
7.2.1 Determinación de las constantes k_{QT} y k_C	31
7.3 Una planta, dos inspecciones posibles	33
7.3.1 Una planta y dos inspecciones posibles, consideración del costo de inspección	40
7.4 Problema con dos plantas con el mismo tipo de efluente	43
7.5 Problema con plantas con efluentes de distinta naturaleza	52
8. Conclusiones	55
9. Referencias	56
10. Producto Académico	59

Resumen

Un modelo matemático para decidir el momento en que debe inspeccionarse una empresa potencialmente contaminante debe tomar en cuenta, por lo menos, dos elementos que añaden complejidad a la decisión. El primero es la incertidumbre, pues no se sabe si al momento de visitar la planta esta estará contaminando, y el segundo son los objetivos múltiples, pues además de la disminución de los contaminantes emitidos, que es el objetivo de las visitas, la realización de estas consume recursos económicos y tiempo. En esta tesis se muestra el desarrollo de modelos matemáticos para abordar el problema de planeación de las inspecciones de plantas en situaciones de complejidad creciente: programación de una y dos inspecciones a una sola planta, de dos inspecciones a dos plantas con el mismo tipo de efluente y de dos inspecciones a dos plantas con distinto tipo de efluente. La incertidumbre se aborda mediante simulación de procesos y árboles de decisión, permitiendo incorporar el conocimiento que se va ganando al ir conociendo el resultado de las inspecciones. Los objetivos múltiples mediante funciones de utilidad. Para los casos de estudio mostrados, los resultados se presentan como gráficas de la factibilidad y tiempo de las inspecciones contra los parámetros que modelan la preferencia del tomador de decisiones sobre el dinero gastado en las inspecciones y la disminución en contaminantes.

Abstract

A proper mathematical model for determining the optimal time for inspecting a company which may be polluting the environment must consider, at least, two elements that add complexity to the decision. One of them is uncertainty, since it is not known if at the time of the visit, the plant will be found dropping wastes to its surroundings. The other is that there are two conflicting objectives to be balanced: the reduction of the pollutants emitted and the economical cost of paying visits to the plants. This thesis shows the development of mathematical models to address the problem of planning plant inspections in situations of increasing complexity: scheduling of one and two inspections to a single plant, of two inspections for two plants with the same type of effluent and two inspections for two plants with different type of effluent. Uncertainty is addressed through simulation and decision trees; showing how the latter allow considering how the knowledge changes as the result of the first inspection becomes known. Multiple objectives are handled through utility functions. For the case studies shown, the results are presented as graphs of the feasibility and timing of inspections against the parameters that weight the decision-maker's preference for the money spent on inspections and the decrease in pollutants

Lista de figuras

Figura 1. Proceso del modelo de decisión	18
Figura 2. a) Decisión y b) Evento incierto	19
Figura 3(a, b). Relación de conocimiento en los árboles	20
Figura 4. Planteamiento del problema	26
Figura 5. Ilustración de la planta	27
Figura 6. Relación entre el tiempo de inspección y el momento que ocurren las fugas	28
Figura 7. Valor esperado de la cantidad de efluentes contra tiempo de inspección	29
Figura 8. Función acumulativa de probabilidad de Q_T	29
Figura 9. Árbol de decisión de inspecciona o no, distribución normal	30
Figura 10. Indiferencia entre el costo y la disminución de efluentes	31
Figura 11 (a y b) Factibilidad de realizar la inspección para distribución normal y exponencial	33
Figura 12. Orden temporal de dos inspecciones en el intervalo H	33
Algoritmo 1. Dos inspecciones a la planta	34
Figura 13. Distribuciones acumulativas de probabilidad de Q_T , dada una única inspección en $t_1=210$	35
Figura 14. Valor esperado de Q_T contra el tiempo de la segunda inspección, dado que la primera inspección en $t_1=210$ encuentra fuga	36
Figura 15. Valor esperado de Q_T contra el tiempo de la segunda inspección, dado que la primera inspección en $t_1=210$ no encuentra fuga	36
Figura 16. Valor esperado de Q_T contra el tiempo de la segunda inspección, dada una primera inspección en $t_1=210$	37
Figura 17. Árbol Selección de los tiempos de inspección en un problema con dos inspecciones	38
Figura 18. Probabilidad de encontrar fuga en la primera inspección	38

Figura 19. Tiempos óptimos de la segunda inspección dado el tiempo de la primera y del resultado de esta	39
Figura 20. $E[Q_7]$ dado t_1 para t_2 en su valor óptimo para t_1 y el resultado de la primera inspección	39
Figura 21. Árbol de decisión para los tiempos de dos inspecciones, sin considerar el resultado de la primera	40
Figura 22. Árbol de decisión para dos inspecciones, considerando costo	41
Figura 23. Inspecciones recomendadas contra c y C^+	42
Figura 24. Sección superior del árbol del problema con dos plantas	46
Figura 25. Sección inferior del árbol del problema con dos plantas	47
Figura 26. Decisiones de la planta 1	47
Figura 27. Decisiones de la planta 2	48
Figura 28. Distribuciones acumulativas de probabilidad del total emitidos por las plantas 1 y 2	49
Figura 29. Inspecciones recomendadas de acuerdo al valor de c y C^+	50
Figura 30. Inspecciones recomendadas de acuerdo al valor de C^+/c y $\gamma_{2,1}$	54

Lista de tablas

Tabla 1. Inspecciones recomendadas contra k_{QT}	42
Tabla 2. Secuencia de visitas a las plantas	50

Lista de símbolos

c	Costo de realizar una visita
C^+	Monto económico tal que el decisor esté indiferente entre ahorrarse C^+ y cambiar de $Q_{T,MAX}$ a $Q_{T,MIN}$
c_i	Costo de las inspecciones a la planta i
C_i^+	C^+ para los efluentes de la planta i
$Costo_{MAX}$	Máximo costo de inspección entre las alternativas consideradas
$Costo_{MIN}$	Mínimo costo de inspección entre las alternativas consideradas
$C_{T,MAX}$	Máximo costo de las inspecciones para dos plantas, entre las alternativas consideradas
$E[X]$	Valor esperado de la variable X
$F(X)$	Función de distribución acumulativa de probabilidad, probabilidad de que la variable sea menor o igual a X
G	Contribución a la utilidad esperada total de las consecuencias de la planta individual (ecuación 28)
H	Horizonte de simulación
k_C	Peso de la utilidad U_C en la utilidad global
k_{IA}	Ponderación de la utilidad por impacto ambiental
$k_{IA,i}$	Ponderación de la utilidad por impacto ambiental de los efluentes de la planta i
k_{QT}	Peso de la utilidad U_{QT} en la utilidad global
q	Velocidad de emisión de contaminantes (masa por unidad de tiempo).
Q_1	Cantidad de contaminantes vertida por la primera fuga del año
Q_2	Cantidad de contaminantes vertida por la segunda fuga del año
Q_T	Cantidad total de contaminantes emitida en el horizonte de simulación

Q_{Ti}	Cantidad total de contaminantes emitida en el horizonte de simulación por la planta i
$Q_{T,MAX}$	Máxima cantidad de contaminantes entre las alternativas consideradas
$Q_{T,MIN}$	Mínima cantidad de contaminantes entre las alternativas consideradas
$Q_{Ti,MAX}$	Máxima cantidad de contaminantes emitido por la planta i entre las alternativas consideradas
t	Tiempo que se realiza la inspección
t_1	En problemas con dos inspecciones, tiempo de la primera inspección
t_2	En problemas con dos inspecciones, tiempo de la segunda inspección
t_2^+	Valor de t_2 que minimiza $E[Q_T]$ para un valor de t_1 dado
t_2^{++}	Valor de t_2 que minimiza $E[Q_T]$ dados t_1 y si la primera inspección encuentra fugas
$t_{F,1}$	Momento que comienza la primera emisión de contaminantes (i.e., fuga) del año.
$t_{F,2}$	Momento en que empieza una posible segunda fuga en el año, después de hecha una reparación.
$t_{Fi,1}$	Tiempo de la primera fuga del año en la planta i
$t_{i,1}$	Tiempo de la primera visita a la planta i
$t_{i,2}$	Tiempo de la segunda visita a la planta i
$t_{i,2}^*$	Tiempo óptimo de la segunda visita a la planta i dado $t_{i,1}$ y si la primera inspección encuentra fuga
U	Utilidad global
U_C	Utilidad del costo de inspección
U_i	Normalización (entre cero y uno) de los contaminantes vertidos por la planta i
U_{IA}	Utilidad por impacto ambiental

U_{QT}	Métrica de utilidad de la cantidad de contaminantes emitidos
X	Variable de la ecuación 20
Δt_F	Tiempo que tarda en presentarse la fuga, ya sea desde el inicio del año o después de realizada una reparación.
$\Delta t_{F,i}$	Δt_F para planta i
$\Delta Q_{T,MAX}$	Distancia entre $Q_{T,MAX}$ y $Q_{T,MIN}$
$\gamma_{2,1}$	Métrica de la importancia de los efluentes de la planta 2 respecto de la 1 (ecuación 43)

1. Introducción

La contaminación del planeta se ha convertido en un problema que tendrá consecuencias graves en el corto y mediano plazo (ONU, 2022). La expansión de la actividad industrial trae consigo, casi siempre, mejoras económicas de la población circundante, pero esta frecuentemente se acompaña por una mayor generación de sustancias contaminantes, las que pueden acabar destruyendo el medio ambiente donde se instalan las industrias. Uno de los modos por los cuáles las empresas están forzadas a considerar objetivos ambientales en su toma de decisiones, es imponiéndoles multas por contaminar de forma excesiva. El efecto de las multas es convertir un impacto ambiental en una consecuencia económica, lo cual obliga a las empresas a tener en cuenta el impacto ambiental de sus actividades (Chew et al., 2017).

A fin de disminuir la emisión de contaminantes, los gobiernos instituyen agencias de protección ambiental, algunas de ellas con departamentos especializados en la contaminación generada por industrias. Siendo instituciones públicas, estas agencias tienen enunciados de misión y visión planteados en objetivos de tipo social, ambiental y de manejo eficiente de los recursos que se les asignan. Una de las herramientas de las agencias de protección ambiental es la inspección de las instalaciones industriales, a fin de verificar que las empresas estén cumpliendo con las normas ambientales aplicables a su actividad. El diseño de la política de inspecciones está sujeto a una gran incertidumbre, puesto que el comportamiento de las empresas, siendo humano y sujeto a muchos factores ambientales y de mercado, es difícil de modelar y se vuelve impredecible si las empresas comienzan a actuar de forma estratégica respecto a lo que creen que hará la agencia respecto de las inspecciones. Este último comportamiento convierte a la programación de las inspecciones de un problema de toma de decisiones bajo incertidumbre a uno de teoría de juegos. Es bien sabido que los resultados de la teoría de juegos resultan sumamente limitados respecto de la ganancia que ofrecen a la parte que aplica esta teoría (Davis, 1997).

No es raro que las decisiones de política pública deban tomarse mucho antes de que las incertidumbres relevantes puedan ser reducidas o removidas, puesto que esperar a tener mejor información puede conducir a efectos peores que los que se tendrían actuando de forma más expedita, aún con la información parcial. Debido a ello, el objetivo de la modelación de decisiones de política pública es encontrar los mejores cursos de acción dada la mejor información disponible en el momento. El análisis de decisiones es una disciplina que se enfoca en el desarrollo de modelos matemáticos para auxiliar en la toma

de decisiones difíciles (Howard y Abbas, 2010). Es el caso de decisiones donde esté presente la incertidumbre, existan múltiples objetivos, sean complejas por la gran cantidad de elementos que tienen, o bien donde deban participar varios actores. El enfoque del análisis de decisiones es recomendar la mejor decisión dada la información disponible, definiendo esta mejor decisión como aquella que es consistente con una serie de axiomas de la toma de decisión racional. Debido a ello, este proyecto aplica un enfoque de Análisis de Decisiones a la programación de inspecciones de verificación de emisión de contaminantes.

2. Marco teórico

2.1 Contaminación ambiental

Se llama contaminación ambiental al deterioro físico experimentado por áreas naturales debido a la acción humana. Casi siempre se refiere a la adición al medio ambiente de materiales o sustancias que no existían previamente en los mismos o que se encontraban en concentraciones bajas. Sin embargo, se definen otros tipos de contaminación que no involucran la adición de materiales, tales como la contaminación acústica (por ruido), luminosa (que se produce cuando se adicionan fuentes de luz a entornos donde previamente no había estos, alterando los patrones de comportamiento de animales o plantas) ó térmica (cuando se arroja agua a temperatura elevada).

Restringiéndose a la contaminación producida por arrojar materiales al medio ambiente, el grado de peligrosidad o daño causado al medio ambiente por la contaminación depende del material que se trate, pues este puede ser tóxico o venenoso, y de cuánto tiempo tarde dicho material en degradarse en el medio ambiente. Por ejemplo, los desechos de ácido cianhídrico generados por la industria de la extracción del oro tienen el potencial de envenenar las especies animales o plantas que entren en contacto con ella, por lo que debe realizarse un control continuo de los efluentes de estas industrias. En plástico, por otro lado, no es una sustancia considerada tóxica, pero la gran cantidad de material de este tipo desechada por las actividades humanas, y la gran persistencia de la misma en el ambiente, pues tarda muchos años en degradarse, lo convierte en un problema ambiental.

Por el cuerpo físico donde son arrojadas las sustancias externas, la contaminación suele dividirse en contaminación del aire, del agua y del suelo.

2.1.1 Contaminación del agua

La información de esta sección se basa en el material contenido en Encyclopedia Britannica (2022). Los cuerpos de agua pueden estar contaminados por distintas sustancias, incluidos microorganismos patógenos, desechos orgánicos, fertilizantes, productos químicos tóxicos, sedimentos, calor, petróleo y sustancias radioactivas.

Los contaminantes del agua provienen de fuentes puntuales o dispersas. Una fuente puntual es una tubería o canal, como los utilizados para la descarga de una instalación industrial o un sistema de alcantarillado de la ciudad. Una fuente dispersa es un área amplia no confinada, desde la cual los contaminantes ingresan al cuerpo de agua, como la

escorrentía de un área agrícola. Las fuentes puntuales de contaminación del agua son más fáciles de controlar que las fuentes dispersas, pues el agua contaminada ha sido recolectada y transportada a un solo punto donde puede ser tratada. La contaminación de fuentes dispersas es difícil de controlar por lo que las fuentes dispersas siguen causando una gran parte de los problemas de contaminación del agua.

a) Aguas residuales domésticas

Las aguas residuales domésticas son la principal fuente de patógenos y sustancias orgánicas putrescibles. Debido a que los patógenos se excretan en las heces, es probable que todas las aguas residuales de las ciudades y pueblos contengan patógenos en alguna medida, lo que representa una amenaza directa a la salud pública. La materia orgánica putrescible presenta un tipo diferente de amenaza para la calidad del agua. Como estos compuestos se descomponen naturalmente en las aguas residuales por bacterias y otros microorganismos, el contenido de oxígeno disuelto del agua se agota. Esto pone en peligro la calidad de los lagos y arroyos, donde se requieren altos niveles de oxígeno para que los peces y otros organismos acuáticos sobrevivan. Los procesos de tratamiento de aguas residuales reducen los niveles de patógenos y compuestos orgánicos en las aguas residuales, pero no los eliminan por completo.

Las aguas residuales domésticas también son una fuente importante de nutrientes vegetales, principalmente nitratos y fosfatos. El exceso de nitratos y fosfatos en el agua promueve el crecimiento de algas, a veces causando crecimientos inusualmente densos y rápidos conocidos como floraciones de algas. Cuando las algas mueren, el oxígeno disuelto en el agua disminuye porque los microorganismos usan oxígeno para digerir las algas durante el proceso de descomposición. Los organismos anaeróbicos (organismos que no requieren oxígeno para vivir) metabolizan los desechos orgánicos, liberando gases como el metano y el sulfuro de hidrógeno, que son dañinos para las formas de vida aeróbicas (que requieren oxígeno). El proceso por el cual un lago cambia de una condición limpia y clara, con una concentración relativamente baja de nutrientes disueltos y una comunidad acuática equilibrada, a un estado rico en nutrientes y lleno de algas y, por lo tanto, a una condición deficiente en oxígeno y llena de desechos se llama eutrofización. La eutrofización es un proceso natural, lento e inevitable. Sin embargo, cuando se acelera por la actividad humana y la contaminación del agua (un fenómeno llamado eutrofización cultural), puede conducir al envejecimiento prematuro y la muerte de un cuerpo de agua.

b) Residuos sólidos

Los residuos sólidos incluyen basura, desechos electrónicos y residuos de construcción y demolición. El problema es especialmente grave en los países en desarrollo que carecen de infraestructura para eliminar adecuadamente los desechos sólidos o que pueden tener recursos o regulaciones inadecuadas para limitar la eliminación inadecuada. En algunos lugares, los desechos sólidos se vierten intencionalmente en cuerpos de agua. La contaminación de la tierra también puede convertirse en contaminación del agua si la basura u otros desechos son transportados por animales, viento o lluvia a cuerpos de agua. Cantidades significativas de contaminación de desechos sólidos en cuerpos de agua continentales también pueden llegar al océano. La contaminación por desechos sólidos es antiestética y perjudicial para la salud de los ecosistemas acuáticos y puede dañar directamente a la vida silvestre. Muchos desechos sólidos, como los plásticos y los desechos electrónicos, desprenden productos químicos nocivos al agua, convirtiéndolos en una fuente de desechos tóxicos o peligrosos.

c) Residuos tóxicos

Los desechos se consideran tóxicos si son venenosos, radiactivos, explosivos, cancerígenos, mutagénicos (que causan daño a los cromosomas), teratogénicos (que causan defectos de nacimiento) o bio-acumulativos (aquellos cuya concentración se va acumulando en los eslabones superiores de la cadena alimenticia en los ecosistemas). Las fuentes de productos químicos tóxicos incluyen aguas residuales eliminadas incorrectamente de plantas industriales e instalaciones de procesos químicos (plomo, mercurio, cromo), así como escorrentía superficial que contiene pesticidas utilizados en áreas agrícolas y jardines.

d) Sedimento

Los sedimentos producto de la erosión del suelo o la actividad de construcción pueden ser transportados a los cuerpos de agua por escorrentía superficial. Los sedimentos suspendidos interfieren con la penetración de la luz solar y alteran el equilibrio ecológico de un cuerpo de agua y pueden interrumpir los ciclos reproductivos de los peces y, al asentarse en el fondo, puede sofocar a los organismos que ahí habitan.

e) Contaminación térmica

El calor se considera un contaminante del agua porque disminuye su capacidad para retener oxígeno en solución y aumenta la tasa de metabolismo de los peces. Muchas especies valiosas de peces (por ejemplo, la trucha) no pueden sobrevivir en agua con

niveles bajos de oxígeno disuelto. Una fuente importante de contaminación por calor es la práctica de descargar agua de refrigeración de las centrales eléctricas a los ríos; el agua descargada puede estar hasta 15 °C más caliente que la temperatura normal del agua en el río.

f) Contaminación por petróleo

La contaminación por petróleo ocurre cuando el petróleo de las carreteras y estacionamientos es transportado por corrientes superficiales hasta los cuerpos de agua. Los derrames accidentales de petróleo también son una fuente de contaminación por petróleo, como en los devastadores derrames del petrolero Exxon Valdez (que liberó más de 260,000 barriles en Alaska en 1989) y de la plataforma petrolera Deepwater Horizon (que liberó más de 4 millones de barriles de petróleo en el Golfo de México en 2010). Las manchas de petróleo eventualmente se mueven hacia la costa, dañando la vida acuática y las áreas recreativas.

2.2 Descripción de las herramientas usadas en el proyecto

En esta sección se incluyen algunas de las herramientas que se usarán en el desarrollo del proyecto, descritas en Howard y Abbas (2010), Keeney (1992) y Clemen (1996).

2.2.1 Análisis de Decisiones

El Análisis de Decisiones (AD) es una “metodología prescriptiva diseñada para ayudar a las personas a pensar de forma profunda y sistemática sobre algunos problemas importantes de la realidad”. Su mayor valor lo aporta si el decisor comprende mejor el problema y su propia actitud al final del ejercicio. El AD toma los problemas tal como se presentan en la realidad, esto es, sin estructura. Son situaciones en donde el decisor no sabe qué puede hacer y cuánto prefiere cada resultado. El objetivo del análisis es construir un modelo de decisión que permita identificar la mejor alternativa. La idea de la modelación es crítica en el análisis de decisiones. Los modelos usados son representaciones matemáticas o gráficas, que permiten al observador notar cosas que no son apreciables en la superficie.

Analizar las decisiones es un proceso cíclico. Cuando se construye un modelo, se realiza el análisis de sensibilidad, donde se contestan preguntas del tipo “¿Qué pasaría si...?” y “¿Si ocurre esta modificación ligera de algún aspecto del modelo, cambia la selección de la alternativa óptima?”. Si es así, se dice que el modelo es sensible a cambios pequeños, y se puede desear buscar más información sobre los elementos delicados.

Al ir realizando la modelación, la percepción que tiene el tomador de decisiones cambia, y puede regresar revisar varias veces a alguna de las etapas del proceso para rehacerla con las nuevas apreciaciones.

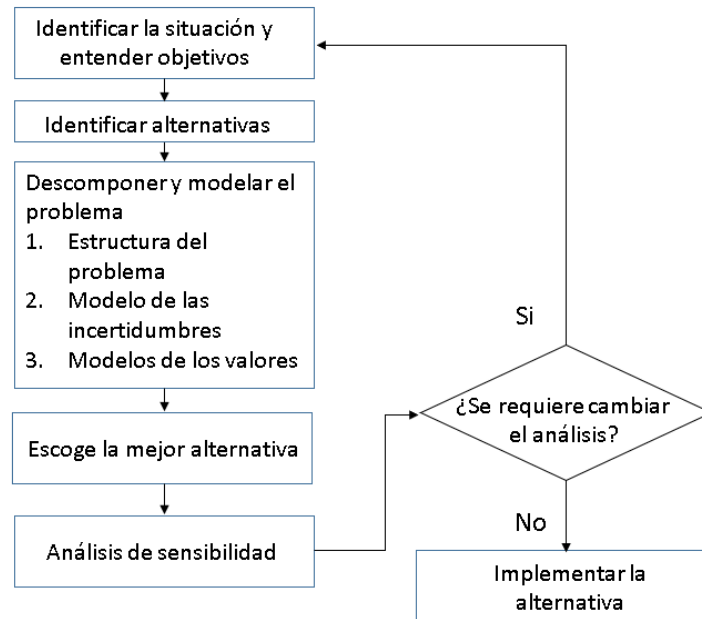


Figura 1. Proceso del modelo de decisión

La creación de un modelo de decisión tiene tres pasos fundamentales

1. El primero es identificar y estructurar los valores y objetivos. La estructuración de objetivos implica identificar los factores que le importan al tomador de decisiones. Una vez identificados los objetivos, se deben separar en objetivos fundamentales y objetivos medios. Y se debe identificar un modo de medir el logro de los objetivos.
2. El segundo paso es colocar los elementos de la situación de decisión en un marco lógico. Para hacer eso usamos dos herramientas: los diagramas de influencia y los árboles de decisión.
3. El tercer paso es refinar y definir todos los elementos del modelo. Se deben tener claras las decisiones a realizar y las alternativas disponibles, saber exactamente cuáles son los eventos inciertos del problema, y como medir las consecuencias en términos de los objetivos que han sido especificados.

2.2.2 Pensamiento enfocado a valores

Propuesto por R. Kenney (1992) afirma que la forma más provechosa de analizar problemas de decisión es comenzando por una clarificación y estructuración de los objetivos relevantes del problema. Esto debe realizarse antes de considerar cualquier alternativa específica.

Una de sus mayores ventajas es que permite mayor creatividad en la generación de alternativas. Si se consideran las alternativas antes de clarificar los objetivos, las alternativas presentes “anclan” la generación de otras alternativas e impiden la consideración adecuada de los objetivos.

2.2.3 Árboles de decisión

Un árbol de decisión es una herramienta para representar situaciones de decisión, representando las decisiones como cuadrados y las incertidumbres como círculos. Las ramas que salen de un nodo de decisión representan las alternativas que pueden elegirse en esa decisión, mientras las que salen de un nodo de incertidumbre representan los resultados posibles del evento incierto (Figura 2).

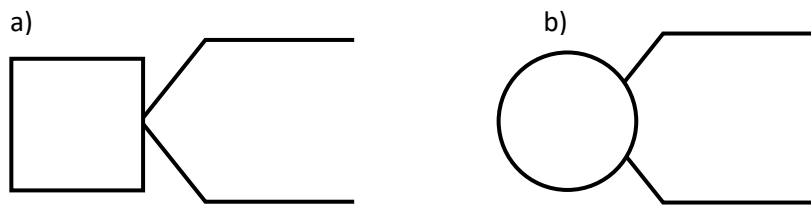


Figura 2. a) Decisión y b) Evento incierto

El árbol se lee de izquierda a derecha. El orden de las figuras indica una relación de conocimiento. Si un evento incierto está a la izquierda de una decisión, se entiende esta se toma sabiendo que ocurrió el resultado que corresponda a la rama del evento incierto (R1 en la Figura 3-a), y si un evento incierto está a la derecha de una decisión, se entiende que esta se toma sin saber lo que pasará con la incertidumbre (Figura 3-b).

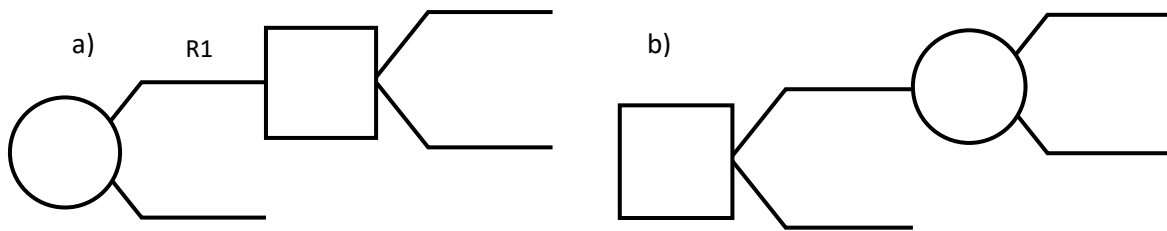


Figura 3(a, b). Relación de conocimiento en los árboles

2.2.4 Simulación de eventos discretos

En términos amplios, simular implica crear una historia artificial del comportamiento de un sistema, que se toma como si se estuviera observando el sistema real. Para la creación de esta historia, se utiliza un modelo, que consiste en un conjunto de suposiciones sobre el comportamiento del sistema que se traduce a un conjunto de relaciones matemáticas, lógicas o algorítmicas. Los modelos pueden ser continuos o discretos, determinísticos o estocásticos.

La simulación de eventos discretos se utiliza para procesos que cambian de manera instantánea, o cuando las variables sólo pueden tomar un cierto conjunto finito, o infinito contable, de valores. Se utiliza para modelar sistemas de manufactura y de transporte, cuyos cambios de estado ocurren instantáneamente. Por su parte, la simulación estocástica se refiere a la simulación de sistemas donde alguno de los elementos se conoce de forma imperfecta, esto es, se tiene incertidumbre sobre el mismo. El conocimiento sobre este elemento se representa como la distribución de probabilidad de una variable relacionada con él. Diversos métodos matemáticos, como por ejemplo la transformada inversa (Ross, 2001), pueden emplearse para simular valores de una variable de su distribución de probabilidad.

3. Estado del Arte

3.1 Investigaciones relacionadas

Existen varios reportes sobre la aplicación de técnicas de Análisis de Decisiones a problemas de manejo ambiental. El tratamiento pionero de Judd (1977) discute los factores a tomar en cuenta en las políticas de control de la contaminación, tales como los objetivos, las personas afectadas y los costos, señalando la necesidad de modelos amplios que incluyan los juicios de valor relevantes y la incertidumbre mientras Trønnnes et al. (1986) introduce una jerarquía de factores que deben ser considerados en el control de la contaminación, señalando la presencia de la incertidumbre y sugiriendo formas de incorporar la opinión de los expertos.

Modelos multicriterio para decisiones relativas al medio ambiente son mostrados en Kao y Hsieh (2006) para seleccionar sitios de monitoreo de la calidad del aire y en Gurel et. al. (2015) para incorporar criterios ecológicos en la selección de proveedores de tecnología para plantas textiles. Onu et al. (2017) utilizan TOPSIS para evaluar políticas de control de la lluvia ácida, incluyendo posibles efectos a la salud traídos por la cosecha de agua de lluvia mientras Luan et al. (2019) lo aplican para evaluar tecnologías del manejo de agua de tormenta tomando en cuenta el volumen a manejar, el costo y la remoción de contaminantes. Por su parte, Shih et al. (2019) formulan un modelo multicriterio combinado con análisis de riesgos para evaluar políticas de control de la contaminación del aire mientras y Barnes et al. (2019) aplican análisis de decisiones para minimizar el impacto de las aguas residuales en los corales de una zona de conservación de Hawái.

Propuestas para manejar incertidumbre en las decisiones enfocadas a disminuir la contaminación pueden encontrarse en Harrison (2007), que aplica un método denominado Programación Bayesiana, que permite considerar los resultados que se van dando al resolverse las incertidumbres, a un problema de control de calidad del agua mientras Hu y Hobbs (2010) usan árboles de decisión para incluir las incertidumbres en la demanda de energía al evaluar las políticas de control de contaminantes en plantas de potencia, usando el modelo MARKAL para relacionar el crecimiento económico y la energía que usa una sociedad. Finalmente, Kumari y Bera (2022) proponen un modelo determinístico basado en programación lineal entero-mixta para reducir las emisiones de carbono de plantas de potencia eléctrica.

Existen algunos estudios respecto a la planeación de inspecciones en las secciones de redes de distribución hidráulicas, en busca de fugas. Por ejemplo Mancuso et al. (2016) aplican el modelo de portafolio robusto (Robust Portfolio Modelling) y teoría de valor multi-atributo basado en el riesgo para programar inspecciones y mantenimiento en redes de tuberías subterráneas, Khaleel y Simonen (2000) analizan el efecto de estrategias de inspección por ultrasonido a intervalos de entre uno y diez años, sobre la confiabilidad de los tubos y Ossai et al. (2016) abordan las decisiones de inspección y reparación de líneas propensas a corrosión interna aplicando un modelo de cadena de Markov y simulación Montecarlo.

3.2 Discusión de la revisión de literatura

El análisis de decisiones, del modo planteado por Howard (1988), presenta una serie de herramientas y procedimientos de análisis de situaciones de decisión que permiten seleccionar, de entre una serie de alternativas, la óptima de acuerdo a una serie de axiomas que definen la toma racional de decisiones. Para decisiones bajo incertidumbre, se enfatiza el uso de toda la información disponible en forma de probabilidades subjetivas y la actualización bayesiana del conocimiento, y para decisiones con varios objetivos, el análisis de estos y su cuantificación mediante funciones de utilidad con pesos derivados de la determinación de indiferencias entre rangos de consecuencias. Esto último representa una diferencia notable con otros métodos multicriterio que se basan en un ordenamiento del tipo de consecuencias (AHP, TOPSIS, etc.), lo que representa un defecto importante en la cuantificación de los objetivos (Keneey, 1992).

La mayoría de los estudios revisados no abordan casos donde las dos fuentes de dificultad de la decisión (incertidumbre y objetivos múltiples) estén presentes de manera simultánea, y los que abordan situaciones con varios objetivos no incluyen uno de minimización de impacto ambiental. Esto es importante porque la valoración del impacto ambiental es eminentemente subjetiva, dependiendo de la persona que tome la decisión y deben usarse las herramientas adecuadas para derivar los pesos de la función de valor. Finalmente, si bien los reportes desarrollar modelos matemáticos para determinar políticas de inspección ,no representan una aplicación de análisis de decisiones al problema, por lo señalado en el párrafo anterior.

4. Justificación

A diferencia de las empresas privadas, cuyas decisiones están orientadas exclusivamente a maximizar sus ingresos económicos, las instituciones públicas deben tomar sus decisiones pensando en el máximo aprovechamiento de los recursos monetarios gastados en lograr sus objetivos esenciales. Es el caso de las instituciones encargadas de proteger el medio ambiente, que tienen entre sus funciones la inspección de empresas para detectar si estas están contaminando. En particular, estas agencias deben decidir el mejor momento para realizar las inspecciones de tal forma que minimicen los impactos ambientales a un costo mínimo, pues las inspecciones distraen recursos públicos que deben ser usados racionalmente. En este proyecto se muestra un modelo matemático útil para decidir el momento de inspeccionar las empresas en una región dada, tomando en cuenta la incertidumbre del problema y el balance entre el costo de realizar las inspecciones y la disminución de las emisiones que se logra con las mismas.

5. Objetivos

5.1 Objetivo General

Construir un modelo de decisión que permita evaluar la factibilidad y secuencia de las inspecciones a empresas potencialmente contaminantes, que considere la incertidumbre del problema, los objetivos en conflicto y la modificación del estado del conocimiento que ocurre al ir conociendo los resultados de las inspecciones.

5.2 Objetivos Específicos

- Desarrollar un modelo de simulación que permita encontrar la distribución de probabilidad de la cantidad de contaminantes emitidos dado el momento de inspección.
- Para un caso de estudio, determinar los momentos óptimos de inspección, tomando en cuenta el balance entre los costos de inspección y la disminución en las emisiones conseguida.
- Analizar el impacto de las preferencias del tomador de decisiones sobre las recomendaciones.

6. Materiales y métodos

Los resultados que se incluyen en este trabajo se produjeron mediante simulación por computadora. Los materiales usados serían una computadora con Microsoft Excel instalado, mismo que se usó para programar los Macros.

El método para producir los resultados es, a grandes rasgos

- Definición de caso de estudio, incluyendo las suposiciones a ser usadas para la simulación del problema.
- Escritura de las ecuaciones que representan el funcionamiento del caso de estudio bajo las suposiciones del modelo.
- Desarrollo del algoritmo para la resolución de las ecuaciones del problema.
- Programación del algoritmo en un lenguaje básico de programación. En este caso se utilizó Visual Basic, que se corrió mediante las funcionalidades de Macro en Excel.
- Planteamiento de la ecuación de utilidad para valorar las consecuencias.
- Planteamiento de los árboles de decisión para seleccionar los momentos adecuados de inspección.
- Presentación y análisis de resultados.

7. Resultados y discusión

7.1 Planteamiento del problema

Se considera una región donde se ubican un conjunto de plantas industriales, como la mostrada en la Figura 4. De forma anual, las plantas renuevan los empaques de sus tuberías, por lo que comienzan el año sin emitir fugas de líquido. Sin embargo, el tiempo de uso provoca que los empaques comiencen a fugar transcurrido un tiempo desde su instalación. La cantidad y tipo de contaminantes que se emiten es distinto para cada planta, dependiendo de su tamaño, estado y procesos que lleve a cabo. Adicionalmente, la emisión de una misma cantidad y composición de contaminante no tiene la misma gravedad para las tres empresas mostradas en la Figura 4, siendo la más grave la vertida por la planta 2, al contaminar un ambiente que no está contaminado, y es ecológicamente más valioso que el ambiente ensuciado por las otras plantas.

En la región existe una agencia gubernamental encargada de la ecología, que puede realizar inspecciones a las plantas en cualquier momento del año, y, a las que encuentre contaminando, ordenarles que instalen empaques nuevos. Dado que las inspecciones involucran un costo para la agencia, el problema se plantea como tres cuestiones

- ¿Es conveniente realizar inspecciones, y de ser así, qué plantas deben revisarse?
- ¿Es conveniente inspeccionar alguna de las plantas más de una vez?
- ¿Cuándo y en qué orden deben realizarse las inspecciones?

En este trabajo se diseña un modelo de toma de decisiones para responder las preguntas.

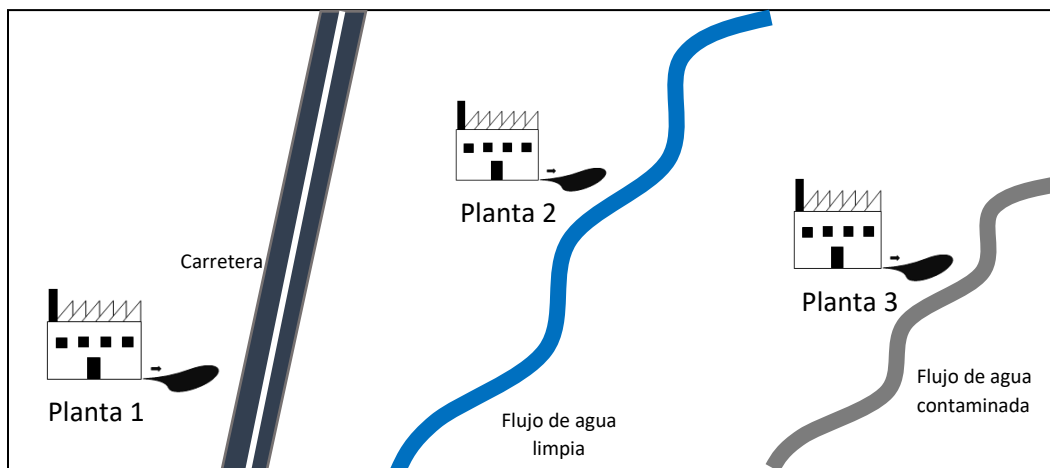


Figura 4. Planteamiento del problema

7.2 Planeación de una inspección a una fábrica

Se toma el problema de seleccionar el momento que se debe revisar una instalación con el objetivo de minimizar la emisión de contaminantes. Estas emisiones ocurren a través de fugas causadas por el desgaste de los empaques de las tuberías de alta presión. Se toma como horizonte de análisis un año completo de operación: Al inicio del año, se instalan empaques nuevos, y el tiempo que tarda un empaque nuevo en comenzar a fugar, Δt_F , se toma como una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida. Si se realiza una inspección en el tiempo t (en algún punto entre el comienzo y el final del año) y se encuentra que está presente una fuga, se cambian los empaques por unos nuevos. Dado que realizar la inspección al tiempo t implica un costo económico c , y que no es obligatorio realizarla, pues de todos modos los empaques se renuevan anualmente, el problema es si llevar a cabo o no la inspección, y el mejor momento para realizarla.

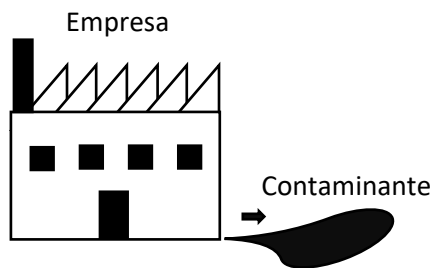


Figura 5. Ilustración de la planta

Se usa simulación de procesos para estimar la cantidad de contaminante emitido, introduciendo las variables

t =Tiempo que se realiza la inspección

$t_{F,1}$ =Momento que comienza la primera emisión de contaminantes (i.e., fuga) del año.

$t_{F,2}$ =Momento en que empieza una posible segunda fuga en el año, después de hecha una reparación. Se realiza una reparación cuando, al realizar una inspección, se encuentra que existe una fuga.

q =Velocidad de emisión de contaminantes (masa por unidad de tiempo).

Δt_F =Tiempo que tarda en presentarse la fuga, ya sea desde el inicio del año o una reparación.

H =Horizonte de simulación

Q_T =Cantidad total de contaminantes emitida en el horizonte de simulación

La figura 6 muestra la relación entre los tiempos.

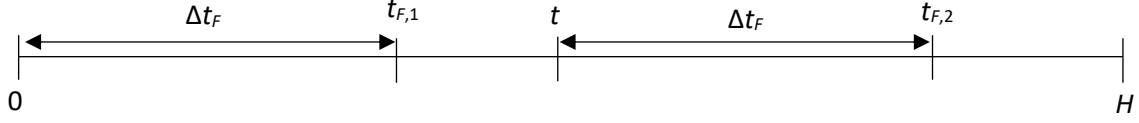


Figura 6. Relación entre el tiempo de inspección y el momento que ocurren las fugas

El valor de Q_T se calcula según

Si $t_{F,1} < t$, la primera fuga comienza antes de la inspección y se repara cuando esta se realiza. El total de emisiones es mayor si se produce una segunda fuga después de la inspección y antes de que finalice el año.

- $Q_T = q(t - t_{F,1})$ Si $t_{F,2} > H$ (1)

- $Q_T = q[(t - t_{F,1}) + (H - t_{F,2})]$ Si $t_{F,2} \leq H$ (2)

Si $t < t_{F,1}$ la primera fuga comienza después de la inspección y continua por todo el horizonte de simulación H , por lo que se tiene

- $Q_T = q(H - t_{F,1})$ Si $t_{F,1} < H$ (3)

- $Q_T = 0$ Si $t_{F,1} > H$ (4)

La Figura 7 muestra, para $q=10$ (unidades masa/día) y H de 336 días (12 meses de cuatro semanas) el valor esperado de Q_T contra el tiempo de inspección t , para Δt_F exponencial con promedio 336, denotada *Expo*(336), y Δt_F normal con promedio 168 días y desviación estándar 56 días, denotada *Normal*(168,56). Para la primera, el mínimo de $E[Q_T]$ ocurre inspeccionando en el tiempo 168 (mediados del año), mientras que, para la normal, el mínimo ocurre si se inspecciona en el día 210. La distribución acumulativa de probabilidad para estas distribuciones, cuando no hay inspección y cuando la inspección se realiza en el tiempo óptimo para minimizar el valor esperado de Q_T , se muestra en la Figura 8.

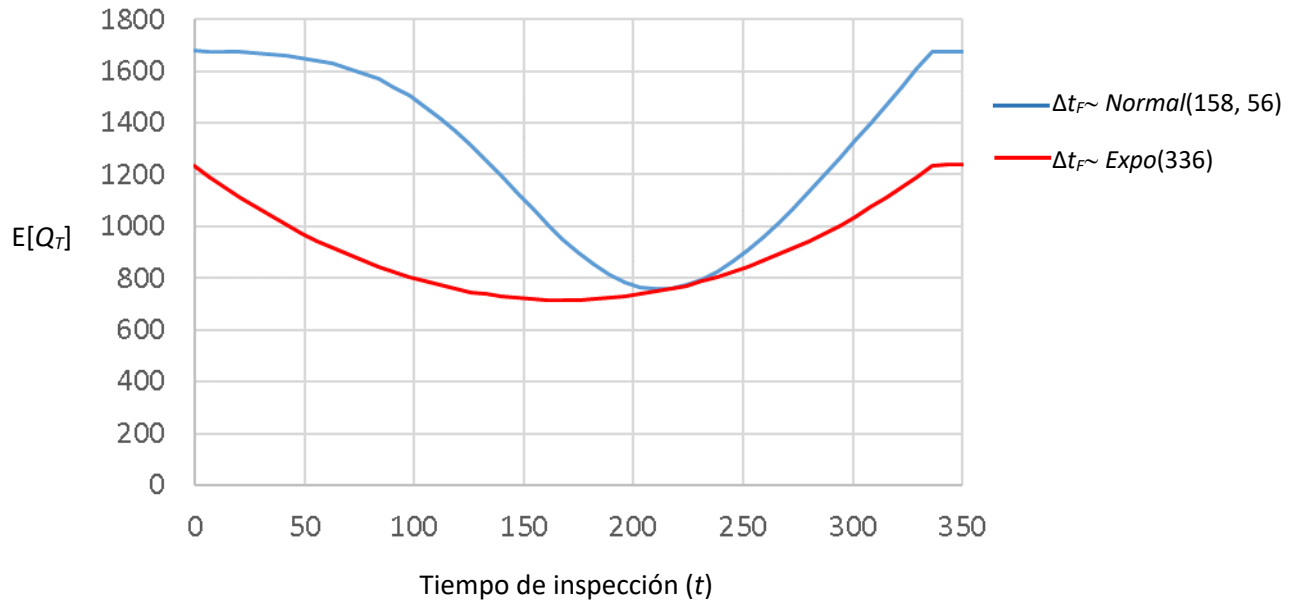


Figura 7. Valor esperado de la cantidad de efluentes contra tiempo de inspección

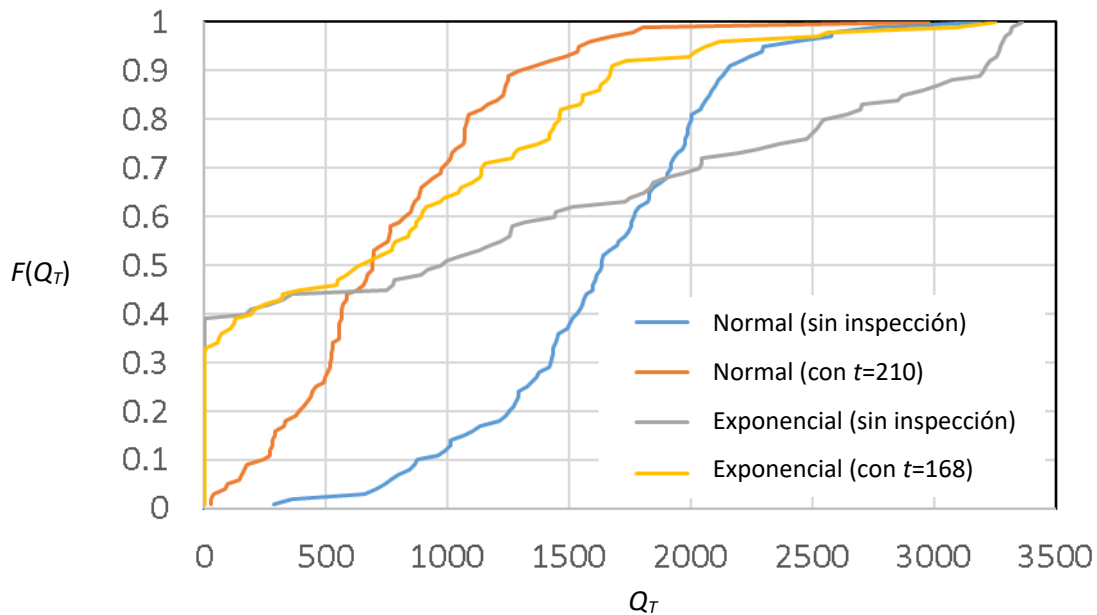


Figura 8. Función acumulativa de probabilidad de Q_T

La decisión de realizar la inspección o no, dado que el costo de la misma es $c(\$)$ y se efectuará en el momento que minimiza $E[Q_T]$, se describe en el siguiente árbol (Figura 9), planteado para el caso donde Δt_F tiene una distribución $\text{Normal}(168,56)$.

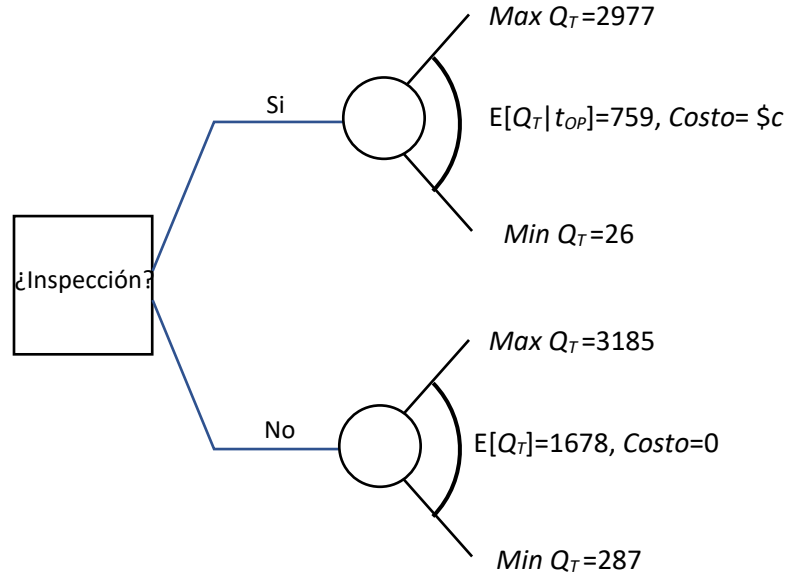


Figura 9. Árbol de decisión de inspecciona o no, distribución normal

Para evaluar las alternativas se usa una función de utilidad

$$U = k_{Q_T} U_{Q_T} + k_C U_C \quad (5)$$

Donde k_{Q_T} y k_C suman 1, y U_Q es una función de utilidad sobre Q_T

$$U_{Q_T}(Q_T) = \frac{Q_{T,MAX} - Q_T}{Q_{T,MAX} - Q_{T,MIN}} \quad (6)$$

Donde $Q_{T,MAX}$ y $Q_{T,MIN}$ son los valores máximos y mínimos de Q_T en la situación de decisión (3185 y 26 en el árbol de la figura anterior). La función de utilidad sobre el costo U_C , le asigna a un costo dado X , un valor entre cero y uno, de acuerdo a la ecuación

$$U_C(X) = \frac{Costo_{MAX} - X}{Costo_{MAX} - Costo_{MIN}} \quad (7)$$

Donde $Costo_{MAX}$ y $Costo_{MIN}$ son los costos mayor y menor en el problema. En el caso analizado, el costo máximo es el costo de realizar la inspección, y el mínimo es cero, entonces $Costo_{MAX} = c$ y $Costo_{MIN} = 0$, por lo que se tiene

$$U_C(X) = \frac{c - X}{c} \quad (8)$$

Como solo hay dos valores ara el costo, cero y c , se tiene que $U_C(0) = 1$ y $U_C(c) = 0$. Como U_{Q_T} es una función lineal, su valor esperado, $E[U_{Q_T}]$ es

$$E[U_{QT}] = \frac{Q_{T,MAX} - E[Q_T]}{Q_{T,MAX} - Q_{T,MIN}} \quad (9)$$

Denotando $E[U_{QT}|t_{OP}]$ y $E[U_{QT}]$ como los valores esperados de la utilidad U_{QT} con la inspección en el tiempo óptima y sin inspección, respectivamente, se tiene

$$E[U|t_{OP}] = k_{QT} \times E[U_{QT}|t_{OP}] \quad (10)$$

$$E[U] = k_{QT} \times E[U_{QT}] + k_C \quad (11)$$

Conviene realizar la inspección si $E[U|t_{OP}] > E[U]$, lo que conduce, después de sustituir $k_C = 1 - k_{QT}$ a la condición 12

$$k_{QT} > \frac{1}{E[U_{QT}|t_{OP}] - E[U_{QT}] + 1} \quad (12)$$

Para la distribución normal $E[U_{QT}|t_{OP}] = 0.751$ y $E[U_{QT}] = 0.4401$, por lo que la condición arriba mencionada se traduce en $k_{QT} > 0.76$. Mientras que para la distribución exponencial, se tiene $E[Q_T|t_{OP}] = 715$, $E[Q_T] = 1236$ y los valores mínimos y máximos de Q_T del problema son, respectivamente 0 y 3185, lo que produce $E[U_{QT}|t_{OP}] = 0.77$ y $E[U_{QT}] = 0.611$, por lo que la condición arriba mencionada se traduce en $k_{QT} > 0.86$.

7.2.1 Determinación de las constantes k_{QT} y k_C

Las constantes de la función de utilidad dependen de la preferencia del tomador de decisiones. Para determinar su valor, se encuentra una cantidad de dinero C^+ , tal que el decisor esté indiferente entre pasar de la cantidad máxima a la mínima de Q_T y pasar de un costo cero a un costo C^+ . En otras palabras, determinar cuánto vale para el decisor, en términos económicos, la transición entre el valor máximo y el mínimo de contaminantes emitidos (Figura 10).

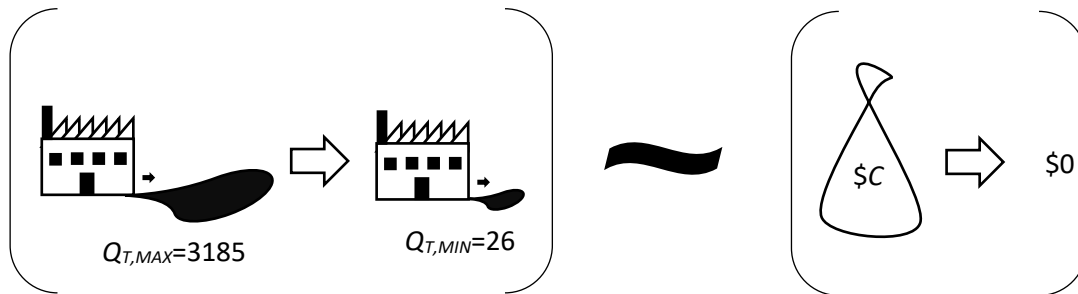


Figura 10. Indiferencia entre el costo y la disminución de efluentes

Donde el símbolo $\sim$ indica indiferencia, indicando que se valora lo mismo un cambio de $Q_{T,MAX}$ a $Q_{T,MIN}$, que un ahorro económico de $\$C^+$.

$$Q_{T,MAX} \rightarrow Q_{T,MIN} \sim \$C^+ \rightarrow \$0 \quad (13)$$

La ganancia en preferencia de estas transiciones es la misma, entonces

$$k_{QT}[U_{QT}(Q_{T,MIN}) - U_{QT}(Q_{T,MAX})] = k_C[U_C(0) - U_C(C^+)] \quad (14)$$

Sustituyendo, se obtiene

$$k_{QT} = k_C \frac{C^+}{c} \quad (15)$$

Dado que $k_{QT} + k_C = 1$, entonces

$$k_{QT} = \frac{C^+}{C^+ + c} \quad (16)$$

Sustituyendo esta expresión en la condición de factibilidad de realizar la inspección

$$\frac{C^+}{c} > \frac{1}{E[U_{QT}|t_{OP}] - E[U_{QT}]} \quad (17)$$

Que se puede acomodar de la siguiente manera

$$E[U_{QT}|t_{OP}] - E[U_{QT}] > \frac{c}{C^+} \quad (18)$$

El lado derecho representa, en unidades estandarizadas entre cero y uno, la disminución del valor esperado de los efluentes proveída por la inspección. Esta disminución debe ser mayor a la razón del costo c de realizar la inspección entre C^+ que representa la máxima cantidad monetaria que se pagaría por disminuir los efluentes desde su valor más alto al más bajo en el contexto de la decisión. Para la distribución normal, esto quiere decir que $C^+ > 3.201c$, mientras que para la distribución exponencial $C^+ > 6.289c$. Estas condiciones se pueden ilustrar en las gráficas de la Figura 11.

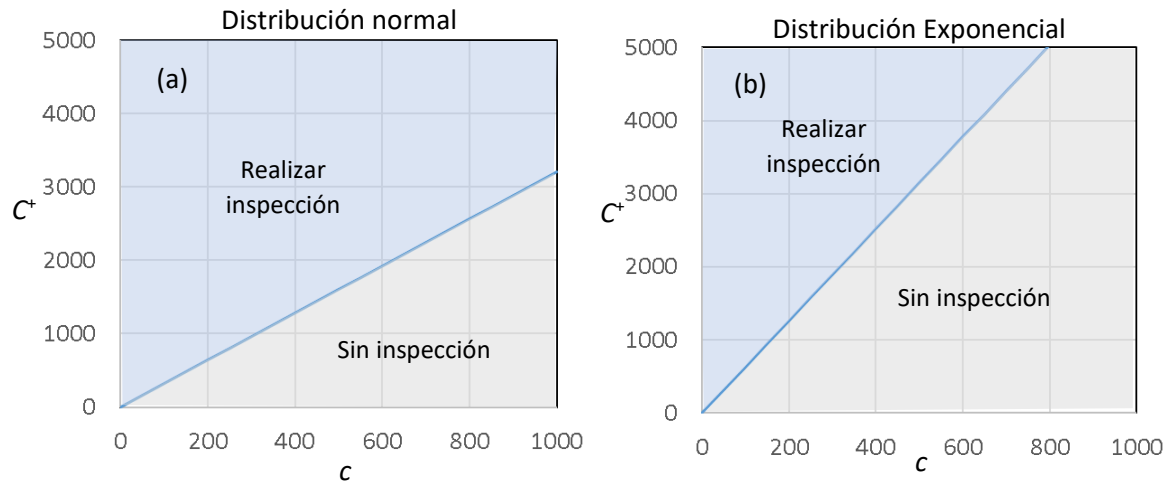


Figura 11 (a y b) Factibilidad de realizar la inspección para distribución normal y exponencial

Para un mismo costo de inspección c , si la distribución de Δt_F es exponencial se requiere que C^+ sea mayor para que la inspección se justifique que cuando Δt_F sigue una distribución normal. Esto porque la inspección tiene un efecto menor en el valor esperado $E[Q_T]$ cuando la distribución es exponencial que para la normal, por lo que se deberá valorar más esta disminución (un valor de C^+ más grande) para que se justifique la inspección.

7.3 Una planta, dos inspecciones posibles

Se considera que se pueden realizar dos inspecciones, una al tiempo t_1 y otra al tiempo t_2 . El resultado de la primera inspección puede ser *Fuga* si la planta está contaminando (esto es, se tiene $t_{F,1} < t_1$) o *No fuga* si la planta no está emitiendo contaminantes cuando se visita ($t_{F,1} \geq t_1$). La decisión de si se realiza una segunda inspección y el momento de realizarla (t_2), se toma después de realizada la primera inspección. La Figura 12 muestra la relación de los tiempos involucrados.

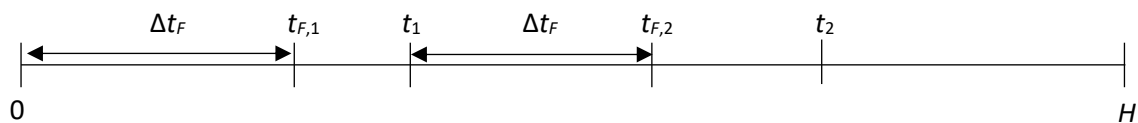


Figura 12. Orden temporal de dos inspecciones en el intervalo H

Denominando $t_{F,1}$ el tiempo de la primera fuga del año, y $t_{F,2}$ el tiempo de una segunda fuga posterior a una reparación, el total de contaminante emitido Q_T se calcula en base al algoritmo siguiente.

$$t_{F,1} = \Delta t_F$$

Si $t_1 > t_{F,1}$

$$Q_1 = q(t_1 - t_{F,1})$$

$$t_{F,2} = t_1 + \Delta t_F$$

Si $t_{F,2} > H$ entonces $Q_2 = 0$

Si $t_{F,2} \leq H$ entonces

Si $t_{F,2} < t_2$ entonces $Q_2 = q(t_2 - t_{F,2})$

Si $t_2 < t_{F,2}$ entonces $Q_2 = q(H - t_{F,2})$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

Si $t_1 \leq t_{F,1}$

Si $t_{F,1} < t_2$ entonces $Q_1 = q(t_2 - t_{F,1})$

$$t_{F,2} = t_2 + \Delta t_F$$

Si $t_{F,2} > H$ entonces $Q_2 = 0$

Si $t_{F,2} \leq H$ entonces $Q_2 = q(H - t_{F,2})$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

Si $t_{F,1} \geq t_2$ entonces $Q_T = q(H - t_{F,1})$ si $t_{F,1} \leq H$

Algoritmo 1. Dos inspecciones a la planta

La Figura 13 muestra la distribución de probabilidad acumulativa de Q_T condicionada en el evento de encontrar una fuga en la primera inspección ($t_{F,1} < t_1$) si esta se realiza en el tiempo $t_1 = 210$ y $t_{F,1}$ sigue una distribución normal con promedio 168 y desviación estándar 56.

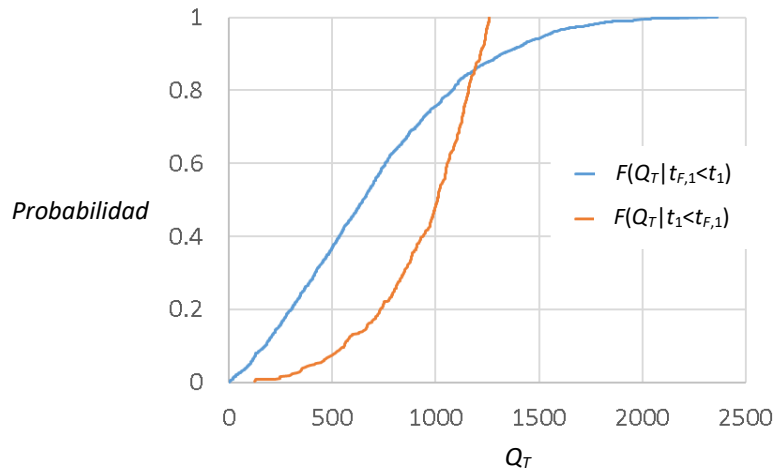


Figura 13. Distribuciones acumulativas de probabilidad de Q_T , dada una única inspección en $t_1=210$

De la Figura 13 se observa que la forma de la distribución de probabilidad cambia si se encuentra una fuga en la primera inspección. La curva azul representa el caso cuando la inspección encuentra una fuga y esta se repara, $F(Q_T | t_{F,1} < t_1)$, y la anaranjada $F(Q_T | t_1 < t_{F,1})$ cuando la inspección no encuentra fuga. La sección de la curva azul por encima de la anaranjada indica que, si se encuentra una fuga, es más probable que el valor de Q_T sea bajo que si no se encuentra fuga. Por lo tanto, realizar una segunda inspección tendría más sentido si la primera inspección no encuentra fuga. Dado que las curvas en la Figura 13 tienen formas muy distintas, esto indica que el resultado de la primera inspección cambia el estado de conocimiento sobre Q_T , por lo que la programación de una segunda inspección debe realizarse contingente al resultado de la primera.

Fijando el momento de la primera inspección en $t_1=210$, las Figuras 14 y 15 muestran el valor esperado de Q_T , condicionado en si la inspección encuentra o no fuga, para diferentes tiempos de la segunda inspección t_2 . El valor mínimo de $E[Q_T]$ si se encuentra fuga ocurre en con $t_2=301$ y es $E[Q_T]=688.1$. Por su parte, si la primera inspección no encuentra fuga, el mínimo ocurre en $t_2=252$, con un valor $E[Q_T]$ de 350.

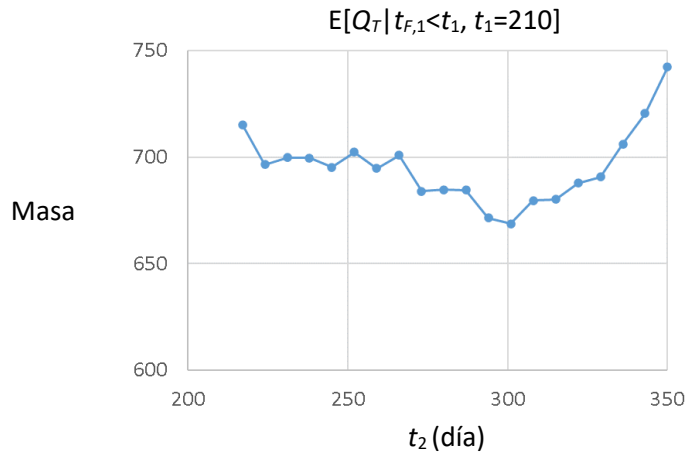


Figura 14. Valor esperado de Q_T contra el tiempo de la segunda inspección, dado que la primera inspección en $t_1=210$ encuentra fuga

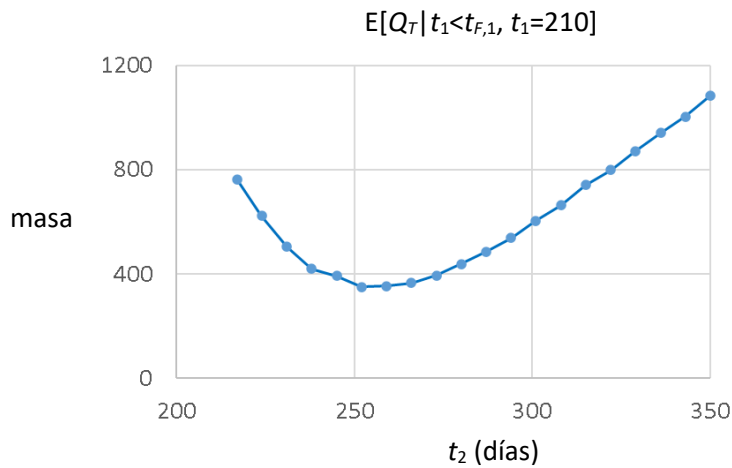


Figura 15. Valor esperado de Q_T contra el tiempo de la segunda inspección, dado que la primera inspección en $t_1=210$ no encuentra fuga

La siguiente gráfica muestra $E[Q_T]$ contra t_2 dado $t_1=210$ sin considerar el resultado de esta inspección. El valor mínimo de $E[Q_T]$ es 616 (denotado $E[Q_T | t_1=210, t_2^+]$) ocurriendo para t_2 igual 273. Esto quiere decir que, si se programa la primera inspección el día 210, y no se considera el resultado de la misma para decidir la segunda inspección, esta debía programarse para el día 273 para minimizar $E[Q_T]$.

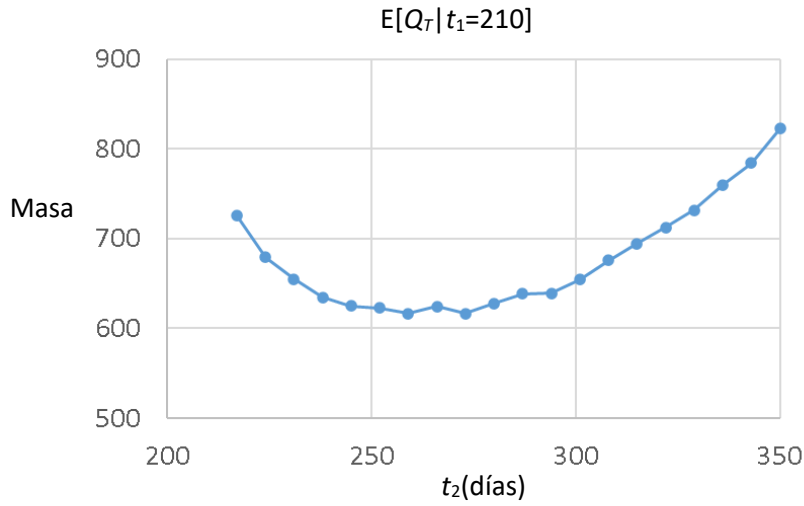


Figura 16. Valor esperado de Q_T contra el tiempo de la segunda inspección, dada una primera inspección en $t_1=210$

La probabilidad $P(t_{F,1} < t_1)$ es de 0.77 y $P(t_1 < t_{F,1}) = 0.23$, por lo que el valor esperado de $E[Q_T]$ cuando se usa el valor óptimo de t_2 para cada caso, es

$$E[Q_T | t_1 = 210, t_2^{**}] = E[Q_T | t_1 = 210, t_2^{**}(t_1 = 210, t_{F,1} < t_1)] \times P(t_{F,1} < t_1) + E[Q_T | t_1 = 210, t_2^{**}(t_1 = 210, t_1 < t_{F,1})] \times P(t_1 < t_{F,1}) = 688.1 \times 0.77 + 350 \times 0.23 = 610 \quad (19)$$

Donde la notación t_2^{**} indica que se usa el valor de t_2 de 301 si $t_{F,1} < t_1$ y de 252 si $t_1 < t_{F,1}$. Este valor es menor a $E[Q_T | t_1 = 210, t_2^*]$ de 616, indicando que se tiene ventaja de cambiar el tiempo de la segunda inspección dependiendo si se encuentra fuga o no en la primera.

El valor de t_1 de 210, que minimiza $E[Q_T]$ cuando se planea una sola inspección, no es necesariamente el mejor valor de t_1 si se planean dos inspecciones. Los valores de t_1 y de t_2 que minimizan $E[Q_T]$ se encuentran resolviendo el árbol de decisión de la Figura 17, donde t_1^i y t_2^j (con $t_2^j > t_1^i$) son valores posibles de t_1 y t_2 .

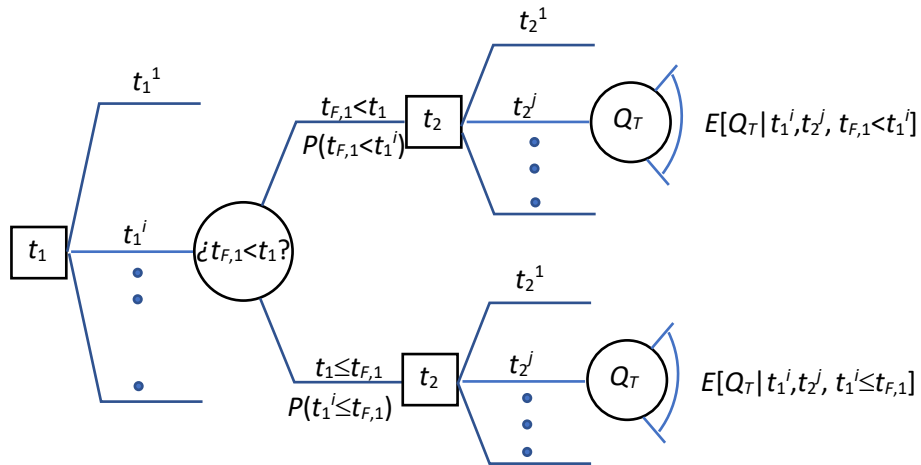


Figura 17. Selección de los tiempos de inspección en un problema con dos inspecciones

La probabilidad de encontrar una fuga en la primera inspección $P(t_{F,1} < t_1)$ aumenta si esta se acerca al final del horizonte de planeación, como se muestra en la figura 18.

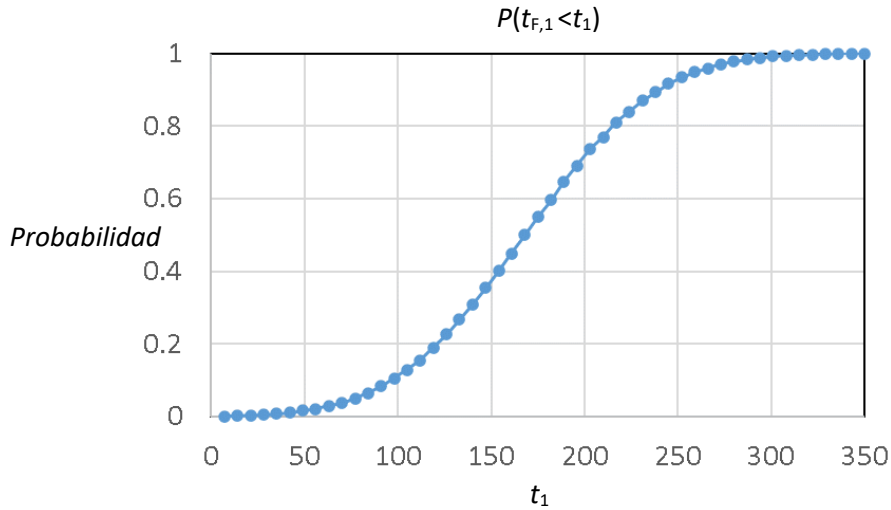


Figura 18. Probabilidad de encontrar fuga en la primera inspección

La siguiente gráfica muestra los tiempos de la segunda inspección que minimizan $E[Q_T]$ contra el tiempo de la primera inspección t_1 y contingentes en si se encuentra o no una fuga ($t_{F,1} < t_1$). Estos tiempos óptimos de la segunda inspección se denominan t_2^{++} .

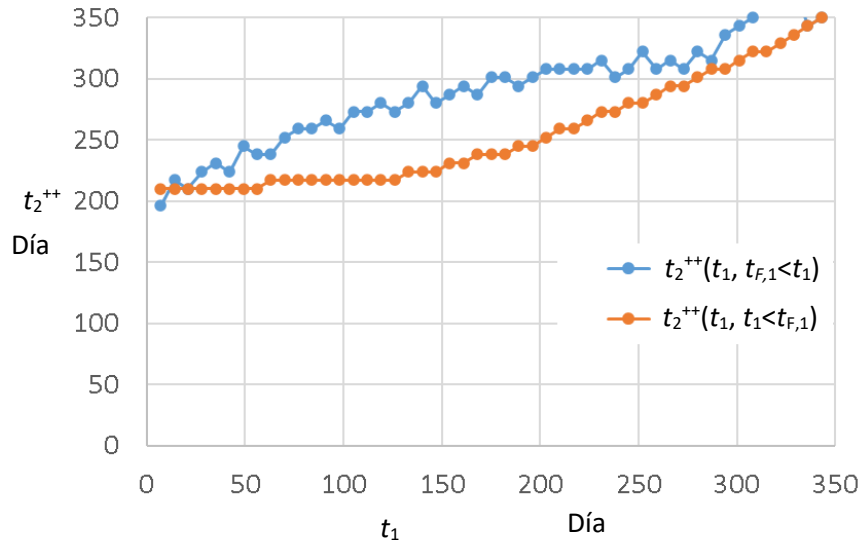


Figura 19. Tiempos óptimos de la segunda inspección dado el tiempo de la primera y del resultado de esta

Se observa que si la primera inspección detecta una fuga ($t_{F,1} < t_1$) el tiempo óptimo de la segunda inspección se retrasa, comparado a cuando la primera inspección no encuentra nada ($t_1 < t_{F,1}$). Esto porque en el primer caso se realiza una reparación y el tiempo a una nueva fuga se alarga que en el caso que esta no se realizara. Si t_2 toma su valor óptimo dado un valor de t_1 y sí ($t_{F,1} < t_1$) ó ($t_1 < t_{F,1}$), el valor esperado $E[Q_T]$ se muestra en Figura 20.

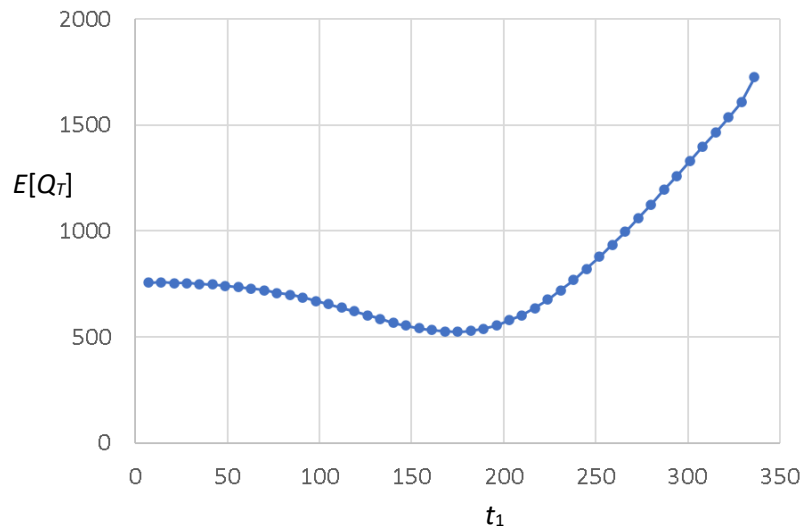


Figura 20. $E[Q_T]$ dado t_1 para t_2 en su valor óptimo para t_1 y el resultado de la primera inspección

El valor mínimo de $E[Q_T]$ es de 524, ocurre con la primera inspección en el día 175, la segunda se realiza en el día 301 si esta encuentra fuga y en el día 238 si no. Para contrastar, el árbol para optimizar t_1 y t_2 , sin considerar que t_2 se decide después de conocer el resultado de la primera inspección, se muestra en la Figura 21, donde $t_2^j > t_1^i$

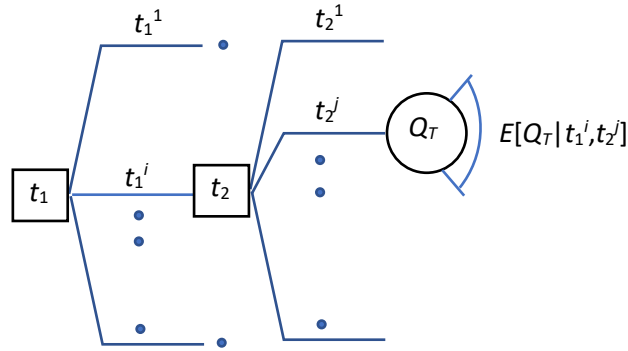


Figura 21. Árbol de decisión para los tiempos de dos inspecciones, sin considerar el resultado de la primera

El problema arroja los valores óptimos de t_1 y t_2 como 182 y 245, respectivamente, y un valor mínimo de $E[Q_T]=550$.

7.3.1 Una planta y dos inspecciones posibles, consideración del costo de inspección

La utilidad global para un monto de contaminantes Q_T y un costo X se calcula según

$$U = k_{Q_T} \times U_{Q_T}(Q_T) + k_C \times U_C(X) \quad (20)$$

U_Q es una función de utilidad lineal de Q_T que asigna 1 a su valor mínimo y cero a su máximo, mientras que U_C es una función lineal sobre el costo de las inspecciones, que asigna uno al valor de cero y cero al costo máximo. Si c es el costo de realizar una inspección, el costo máximo del problema es $2c$, puesto que existe la posibilidad de realizar dos inspecciones, entonces

$$U_C(X) = \frac{2c - X}{2c} \quad (21)$$

La constante k_{Q_T} puede expresarse en términos de un monto económico C^+ . Este monto es tal que el decisor es indiferente entre conservarlo (cambiar de un costo C^+ a un costo cero) y cambiar del valor máximo de Q_T a su valor mínimo.

$$k_{Q_T} = \frac{c^+}{2c + c^+} \quad (22)$$

La estructura de la decisión se muestra en el siguiente árbol (Figura 22). En el nodo $\zeta I?$, se decide si realizar inspecciones o no. Si se decide inspeccionar, se pasa al nodo de decisión t_1 , donde se escoge el tiempo de la primera inspección. El resultado de la primera inspección puede ser que se encuentre fuga ($t_{F,1} < t_1$) o no ($t_1 < t_{F,1}$). Conocido este resultado se decide si se lleva a cabo una segunda inspección (nodo $\zeta I_2?$) y si se decide que si se establece el momento de hacerla (nodo t_2).

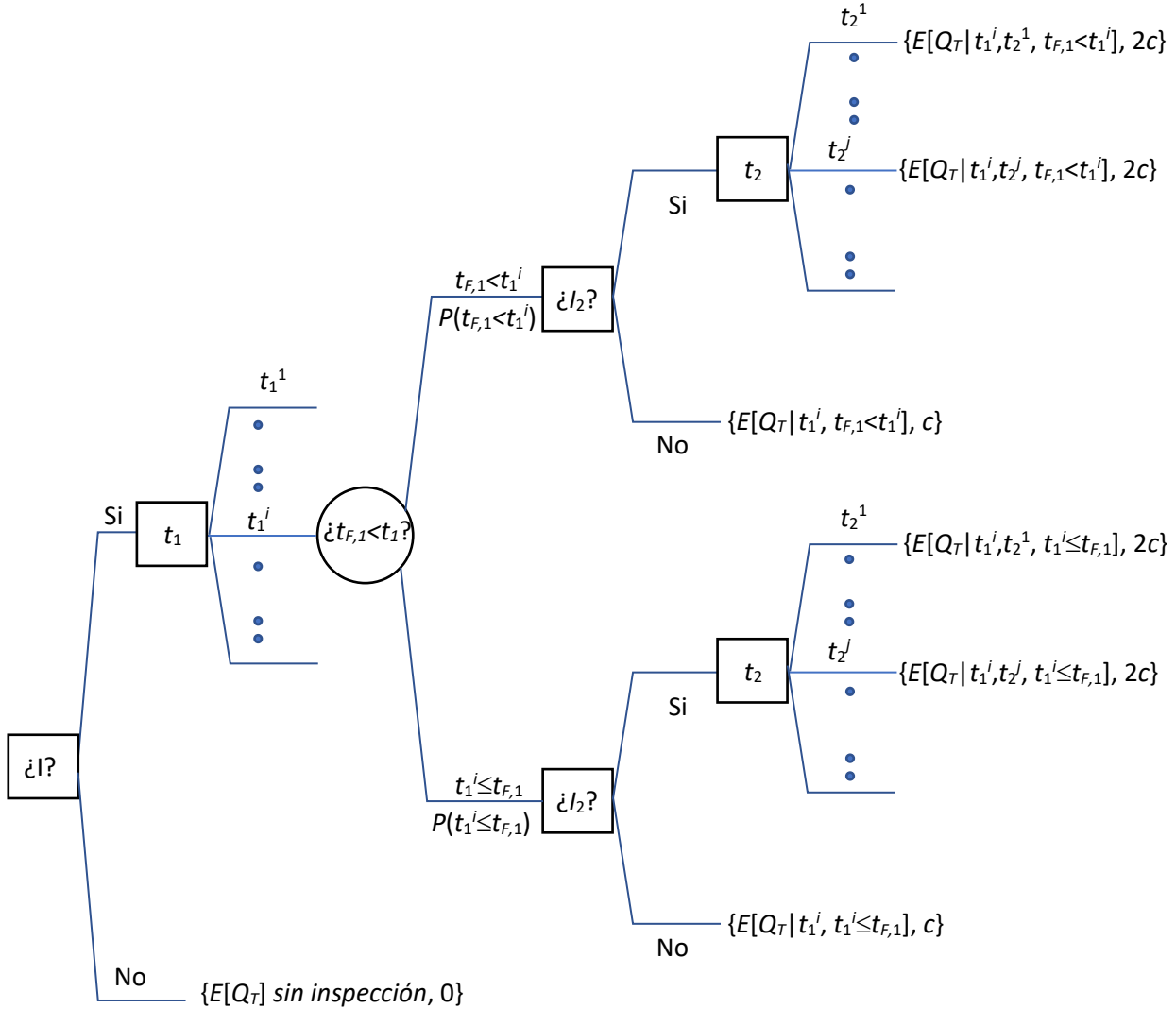


Figura 22. Árbol de decisión para dos inspecciones, considerando costo

Las consecuencias se colocan en las puntas de las ramas en la forma $\{E[Q_T], \text{costo}\}$. Las recomendaciones de modelo dependen del valor, de k_{QT} como se muestra en la Tabla 1. Al aumentar el valor de k_{QT} aumenta la importancia del objetivo ambiental respecto del costo, por lo que el modelo recomienda realizar más inspecciones.

Tabla 1. Inspecciones recomendadas contra k_{QT}

Rango de k_{QT}	Tiempo de primera inspección (t_1)	Tiempo de segunda inspección (t_2)	
		Si $t_{F,1} < t_1$	Si $t_1 \leq t_{F,1}$
$k_{QT} < 0.64$	Sin inspección	Sin inspección	Sin inspección
$0.64 \leq k_{QT} < 0.73$	210	Sin inspección	Sin inspección
$0.73 \leq k_{QT} < 0.80$	203	Sin inspección	252
$0.80 \leq k_{QT} < 0.88$	196	Sin inspección	245
$0.88 \leq k_{QT} < 0.93$	189	Sin inspección	245
$0.93 \leq k_{QT} < 0.95$	182	Sin inspección	238
$0.95 \leq k_{QT}$	175	301	238

La Figura 23 muestra gráficamente las recomendaciones sobre las inspecciones en términos del costo de realizar una inspección c , y de C^+ . Dependiendo de la zona donde caigan estos factores, es la recomendación del modelo. Por ejemplo, si se considera que el impacto ambiental del contaminante es muy grande, esto indica un valor de C^+ alto, pues se estaría dispuesto a pagar una gran cantidad de dinero para pasar de su valor más alto al más bajo. Si el costo de las inspecciones es pequeño, c es baja, y se caería en la zona en que el modelo recomienda realizar dos inspecciones, en los tiempos mostrados.

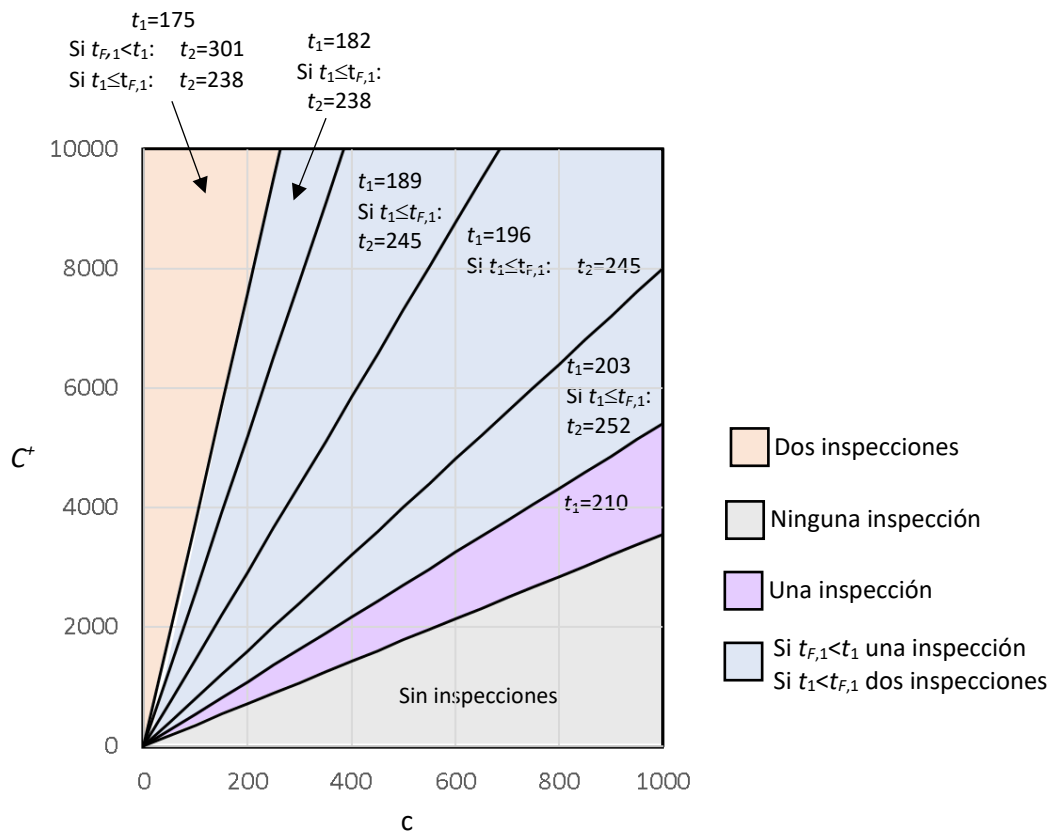


Figura 23. Inspecciones recomendadas contra c y C^+

7.4 Problema con dos plantas con el mismo tipo de efluente

Consideramos dos plantas, la planta 1 con un tiempo de inicio de fuga siguiendo una distribución de probabilidad $\Delta t_{F,1}$, y la planta 2 con tiempo de inicio de fuga distribuido según $\Delta t_{F,2}$. El flujo por unidad de tiempo de contaminantes q es el mismo para ambas plantas, y el tipo de contaminante es el mismo. Se definen las variables $t_{F1,1}$ y $t_{F2,1}$ como el tiempo en que se presenta la primera fuga del año en la planta 1 y 2, respectivamente. Cada planta puede revisarse cuando mucho dos veces al año, siendo $t_{1,1}$ y $t_{1,2}$ los momentos de la primera y segunda revisión de la primera planta y $t_{2,1}$ y $t_{2,2}$ los correspondientes de la segunda planta. Llamamos Q_{T1} y Q_{T2} las cantidades de contaminantes emitidos por la primera y segunda planta, respectivamente.

Un primer planteamiento de la situación se muestra en las Figuras 24 y 25. En el nodo “ $\zeta_{1,1}$?” se decide si se realiza una inspección en la planta 1. Si se elige “si”, el tiempo de la inspección a esta planta se elige en “ $t_{1,1}$ ”. El nodo de incertidumbre “ $\zeta_{t_{F1,1} < t_{1,1}}$?” indica si esta primera inspección encuentra una fuga ($t_{F1,1} < t_{1,1}$) o no ($t_{F1,1} \geq t_{1,1}$). Conocido esto, se pasa a decidir si se hace una segunda inspección en la planta 1 (nodo “ $\zeta_{1,2}$?”) y, de elegirse “si”, el tiempo en que esta se realiza en el nodo “ $t_{1,2}$ ”. Acabadas las decisiones sobre la primera planta, los nodos que siguen a la derecha se refieren a las decisiones de la segunda planta: si se realiza o no una primera inspección a la misma (nodo “ $\zeta_{2,1}$?”), cuando se realiza (nodo “ $t_{2,1}$ ”), si esta inspección localiza o no una fuga (nodo “ $\zeta_{t_{F2,1} < t_{2,1}}$?”), si se realiza una segunda inspección a la planta 2 (nodo “ $\zeta_{2,2}$?”) y cuando se realiza (nodo “ $t_{2,2}$ ”).

En las puntas de los árboles se colocan los resultados de las decisiones, como valores esperados del efluente de la planta 1, $E[Q_{T1}]$ y la planta dos $E[Q_{T2}]$. Si se realizan dos inspecciones en una planta, este valor aparece condicionado en los tiempos de las inspecciones y en si la primera inspección encuentra fuga, por ejemplo $E[Q_{T1}|t_{1,1}, t_{1,2}^*, t_{F1,1} > t_{1,1}]$ es el valor esperado de Q_{T1} si la planta uno se inspecciona en los tiempos $t_{1,1}$ y $t_{1,2}^*$ y se encuentra fuga en la primera inspección, $t_{F1,1} > t_{1,1}$. El tiempo de la segunda visita se denota $t_{1,2}^*$ para indicar que es el tiempo de la segunda visita que minimiza $E[Q_{T1}]$ dado el valor de $t_{1,1}$ y la condición $t_{F1,1} > t_{1,1}$. Si no se indica condicionantes, como en $E[Q_{T1}]$, se entiende que es el valor esperado del total de emisiones si no se realizan visitas. Al lado de la suma de efluentes, se coloca el costo de la ruta que va del nodo origen a la punta del árbol, en términos del costo de visita c . Por ejemplo, si el camino implica cuatro visitas, se muestra un costo total $4c$.

Para evaluar las consecuencias se usa una función lineal de utilidad sobre el total del efluente $Q_T=Q_{T1}+Q_{T2}$ y el costo total $c_T=c_1+c_2$, donde c_1 es el costo asociado a las inspecciones a la planta 1 y la 2, respectivamente

$$U(Q_T, c_T) = k_{QT}U_{QT}(Q_T) + k_C U_C(c_T) \quad (23)$$

Las funciones de utilidad individuales son

$$U_{QT}(Q_T) = \frac{Q_{T,MAX}-Q_T}{Q_{T,MAX}-Q_{T,MIN}} \quad (24)$$

$$U_C(c_T) = \frac{c_{T,MAX}-c_T}{c_{T,MAX}-c_{T,MIN}} = \frac{4c-c_T}{4c} \quad (25)$$

Donde $Q_{T,MAX}=Q_{T1,MAX}+Q_{T2,MAX}$, siendo $Q_{T1,MAX}$ y $Q_{T2,MAX}$ lo máximos caudales posibles de contaminantes de las plantas 1 y 2, respectivamente y $Q_{T,MIN}=Q_{T1,MIN}+Q_{T2,MIN}$, siendo $Q_{T1,MIN}$ y $Q_{T2,MIN}$ los correspondientes valores mínimos. La expresión para U_C se derive de que el máximo costo del problema es $4c$ por realizar cuatro inspecciones de un costo c cada una. Usando la notación $\Delta Q_{T,MAX}=Q_{T,MAX}-Q_{T,MIN}$ y realizando las sustituciones adecuadas se tiene

$$E[U(Q_T, c_T)] = k_C + k_{QT} \left[\frac{Q_{T1,MAX}-E[Q_{T1}]}{\Delta Q_{T,MAX}} \right] - k_C \frac{c_1}{c_{T,MAX}} + k_{QT} \left[\frac{Q_{T2,MAX}-E[Q_{T2}]}{\Delta Q_{T,MAX}} \right] - k_C \frac{c_2}{c_{T,MAX}} \quad (26)$$

Que se puede arreglarse como

$$E[U(Q_T, c_T)] = k_{QT} \left[\frac{Q_{T1,MAX}-E[Q_{T1}]}{\Delta Q_{T,MAX}} \right] + k_C \left[\frac{0.5c_{T,MAX}-c_1}{c_{T,MAX}} \right] + k_{QT} \left[\frac{Q_{T2,MAX}-E[Q_{T2}]}{\Delta Q_{T,MAX}} \right] + k_C \left[\frac{0.5c_{T,MAX}-c_2}{c_{T,MAX}} \right] \quad (27)$$

El primero y segundo términos dependen de las decisiones relativas a la planta 1, mientras que el resto de las relativas a la planta 2. Definiendo la función $G(E[Q_{Ti}], c_i)$ como

$$G(E[Q_{Ti}], c_i) = k_{QT} \left[\frac{Q_{Ti,MAX}-E[Q_{Ti}]}{\Delta Q_{T,MAX}} \right] + k_C \left[\frac{0.5c_{T,MAX}-c_i}{c_{T,MAX}} \right] \quad (28)$$

La ecuación 27 puede escribirse como

$$E[U(Q_T, c_T)] = G(E[Q_{T1}], c_1) + G(E[Q_{T2}], c_2) \quad (29)$$

Por lo que la utilidad de las consecuencias puede separarse en la suma de dos elementos, uno dependiendo de las decisiones y resultados en la planta 1 y otro de los de la planta 2. Consideremos ahora la sección del árbol de las Figuras 24 y 25 que se ramifica hacia la derecha de uno de los nodos “¿ $I_{2,1}$?”, que representa la decisión de inspeccionar o no la planta 2. Esta sección incluye solo nodos de decisión e incertidumbre relativas a esta planta.

Para las consecuencias de esta sección del árbol, escritas en las puntas de las ramas, el término relativo a lo que pasa en la planta 1, en términos de $E[Q_{T1}]$, $t_{1,1}$ y $t_{1,2}$ y $t_{F1,2}$ es constante. Lo mismo ocurre con las secciones del árbol que emanan de los otros nodos “ $I_{2,1}$?”. Como una decisión depende de las consecuencias que son distintas entre las alternativas, se sigue que las decisiones de la planta 2 no dependen de las decisiones o eventos de la planta 1, sino del valor esperado de los efluentes y el costo de inspeccionar la planta 2. Observamos también, que las secciones del árbol que emanan de los nodos “ $I_{2,1}$?” tienen las mismas probabilidades, decisiones y consecuencias relativas a la planta 2 (en términos de $E[Q_{T2}]$, $t_{F2,1}$, $t_{2,1}$ y $t_{2,2}$) en los mismos lugares. Entonces, el valor de $E[Q_{T2}]$ para todos los nodos “ $I_{2,1}$?” es el mismo para los cinco nodos de este tipo en el árbol.

Las decisiones de la planta 1 se toman en los nodos localizados a la izquierda de los nodos “ $I_{2,1}$?”. Estas decisiones no dependen del valor de $E[Q_{T2}]$ pues este valor es el mismo para los cinco nodos “ $I_{2,1}$?”, que están en la punta de la subestructura del árbol que forman las decisiones sobre la planta 1 (la sección del árbol a la derecha de los nodos mencionados).

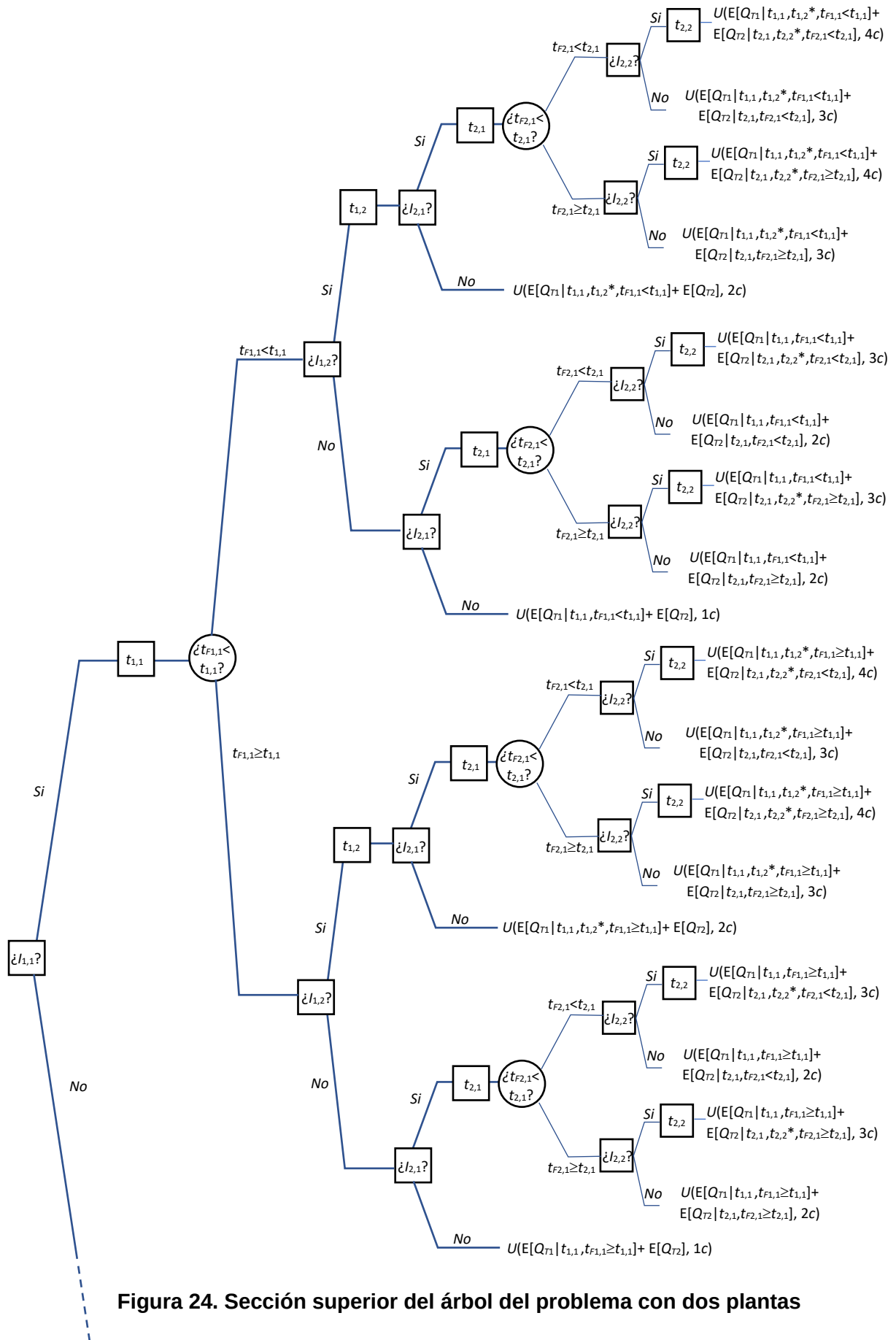


Figura 24. Sección superior del árbol del problema con dos plantas

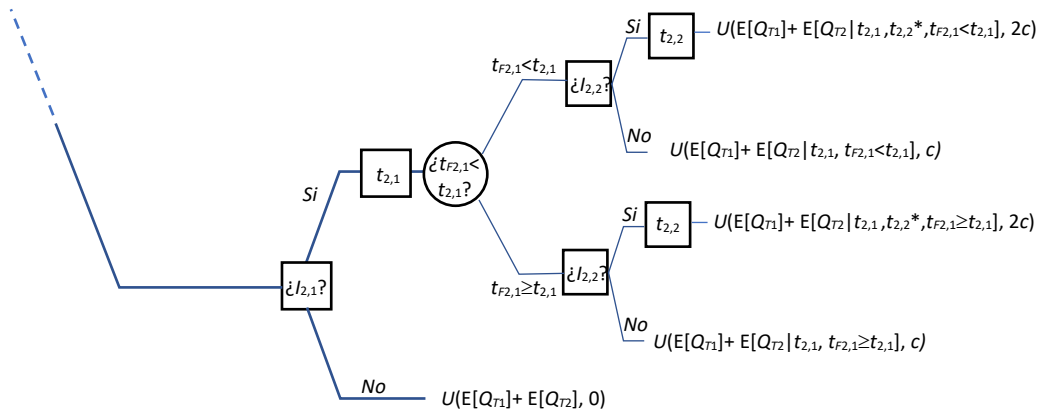


Figura 25. Sección inferior del árbol del problema con dos plantas

De aquí se sigue que las decisiones de la planta 1 y la planta 2 son independientes, por lo que se pueden tratar como dos árboles de decisión inconexos, los que se muestran en las figuras 26 y 27.

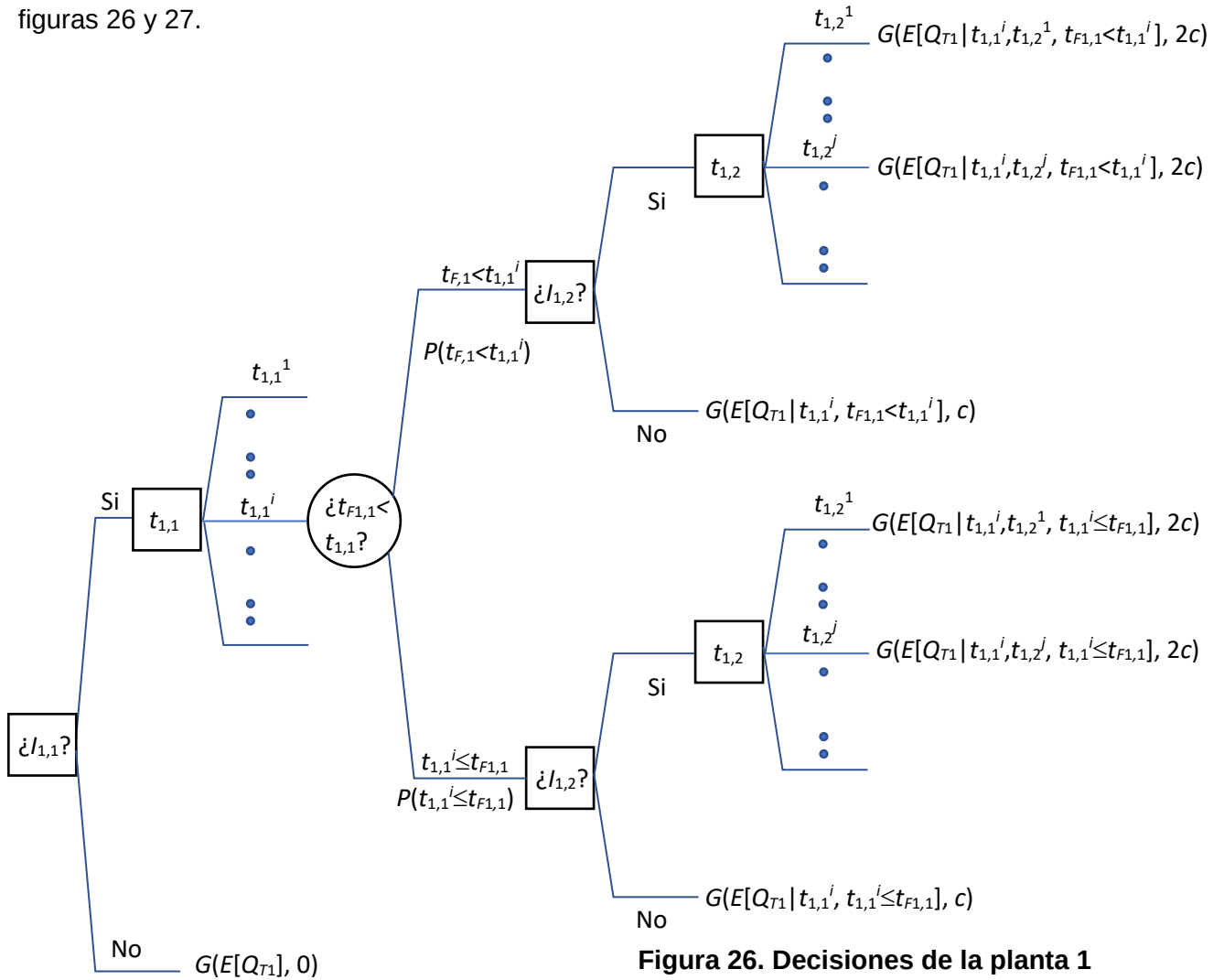


Figura 26. Decisiones de la planta 1

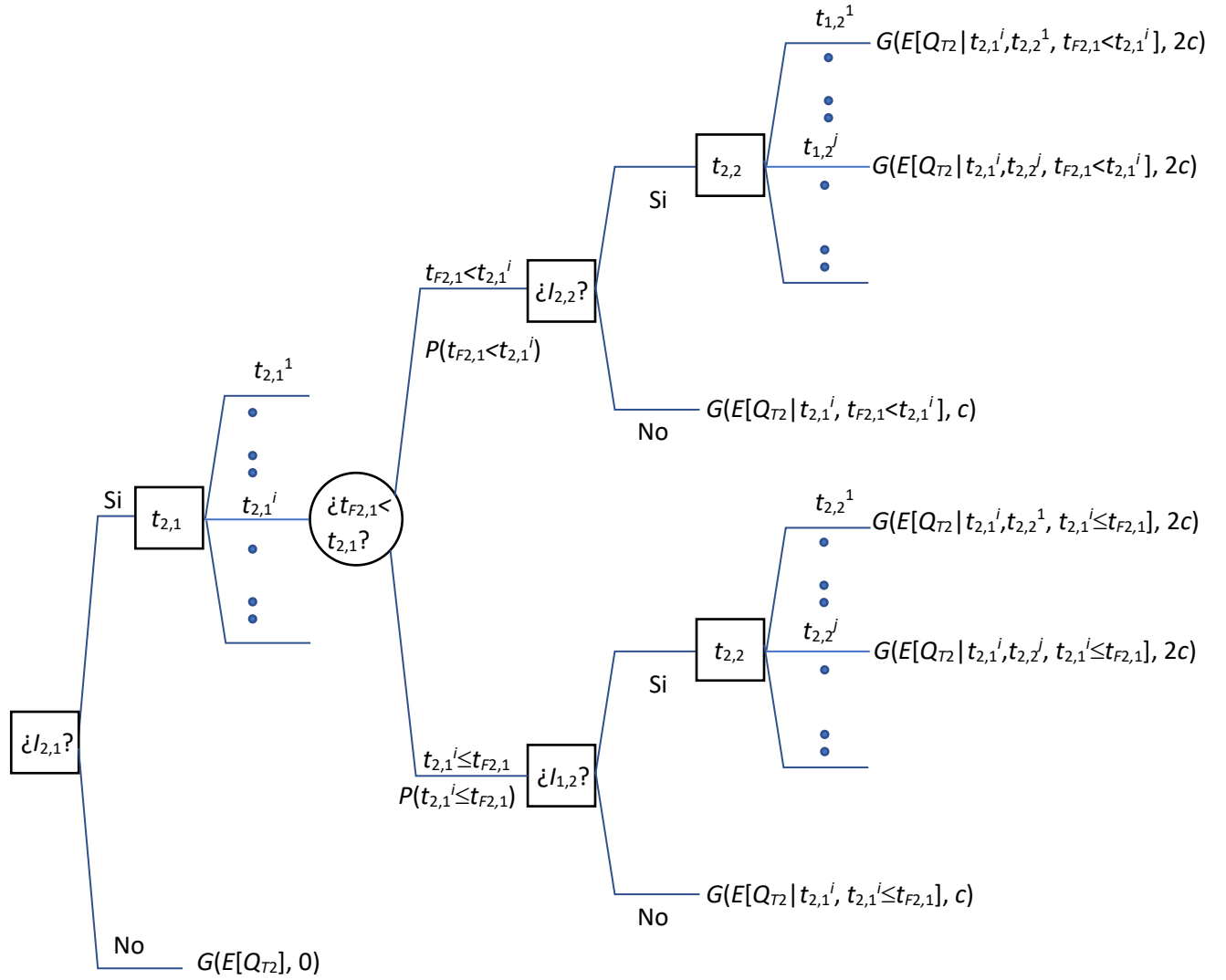


Figura 27. Decisiones de la planta 2

Los cálculos se ejemplifican tomando dos plantas: La planta 1 con Δt_F distribuido normalmente con promedio 168 y desviación estándar 56 y la planta 2 con Δt_F normal con promedio 252 y desviación estándar de 56 días. Cuando no se realizan inspecciones, las distribuciones acumulativas de probabilidad de $Q_{T,i}$ se muestran en la Figura 28.

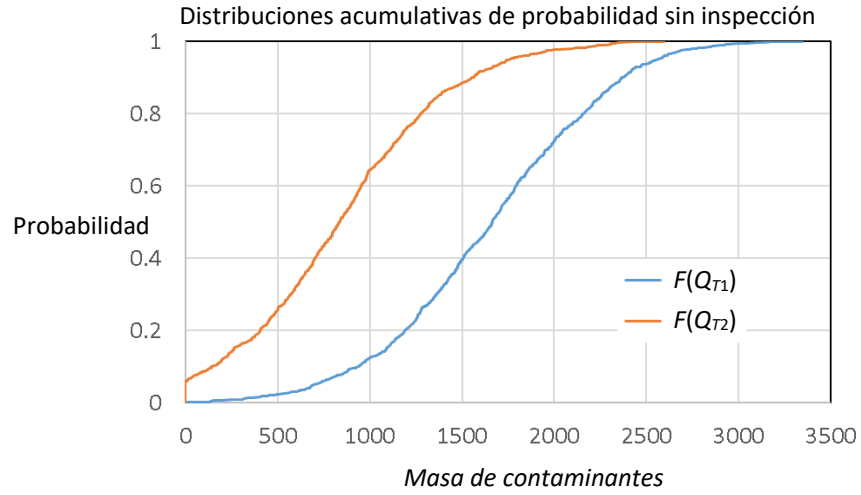


Figura 28. Distribuciones acumulativas de probabilidad del total emitidos por las plantas 1 y 2

Como la distribución acumulativa de la planta 1 está a la derecha de la de la planta 2, la primera produce montos más grandes de contaminantes que la segunda. El valor máximo de Q_{T1} es de 3344, mientras que el de Q_{T2} es 2593. El promedio de monto de efluentes de la planta 1, $E[Q_{T1}]$, es de 1654, mientras que para la 2, $E[Q_{T2}]$ es de 854. En general, la planta 1 puede producir mayores montos de contaminantes que la 2.

El valor del máximo global de efluentes $Q_{T,MAX}=Q_{T1,MAX}+Q_{T2,MAX}=3344+2593=5937$. Si define C^+ como la máxima cantidad monetaria que se pagaría para reducir Q_T de 5937 a cero, la constante k_{QT} se calcula de acuerdo con la ecuación 30.

$$k_{QT} = \frac{c^+}{4c + C^+} \quad (30)$$

La Figura 29 muestra de forma gráfica las recomendaciones del modelo para distintos valores de c y C^+ . En las distintas zonas se indica si se recomienda realizar una segunda inspección a alguna de las plantas, y bajo qué condiciones.

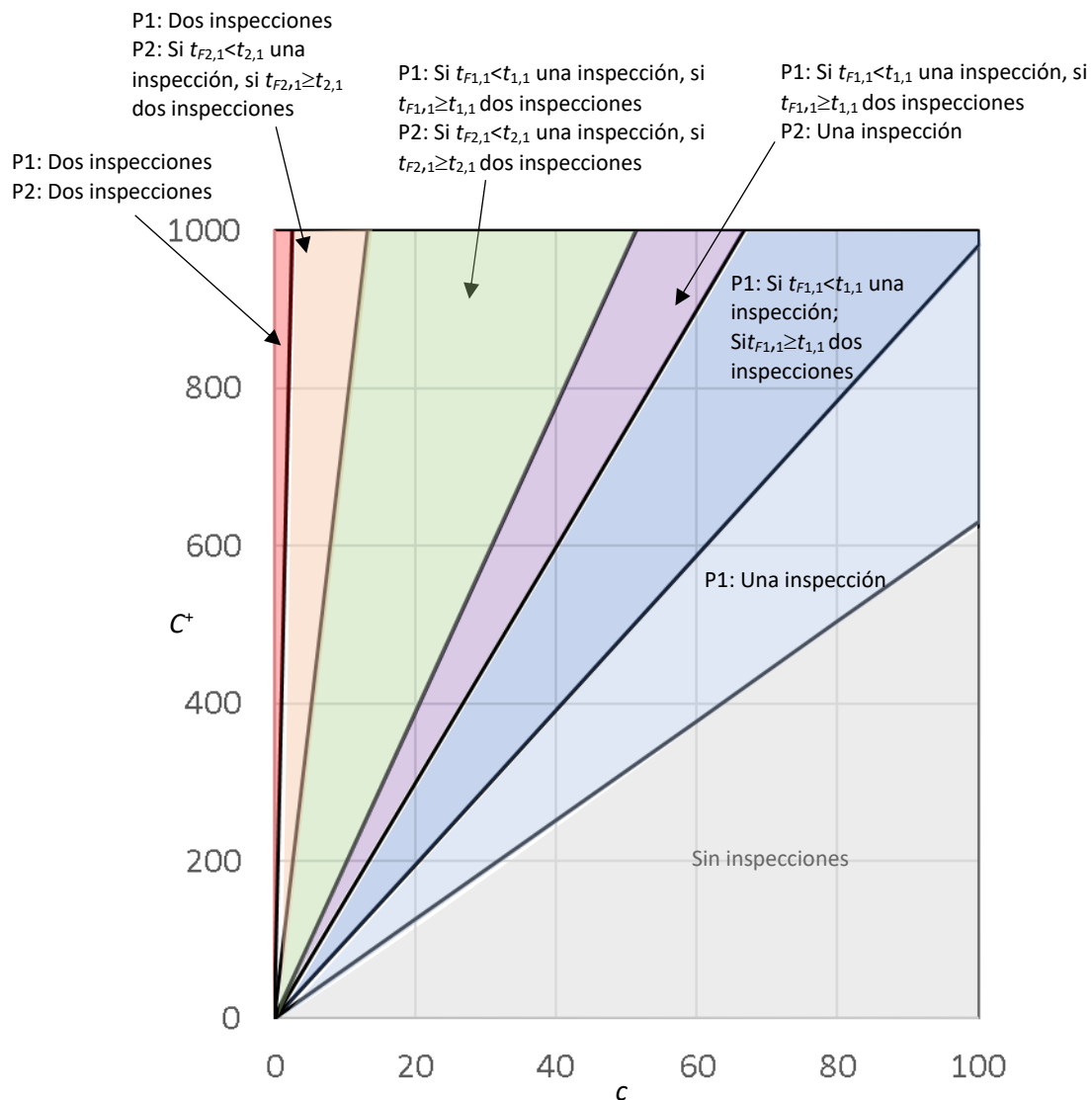


Figura 29. Inspecciones recomendadas de acuerdo al valor de c y C^+

La secuencia y tiempos de visitas, de acuerdo con la razón C^+/c se muestra en la tabla 2.

Tabla 2. Secuencia de visitas a las plantas

Rango de C^+/c	Orden de ejecución de la inspección			
	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta
$C^+/c < 6.3$	Ninguna			
$6.3 \leq C^+/c < 9.8$	P1: $t_{1,1}=210$			
$9.8 \leq C^+/c < 14.2$	P1: $t_{1,1}=203$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ → P1: $t_{1,2}=252$		
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$: No		

$14.2 \leq C^+/c < 15.0$	P1: $t_{1,1}=196$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=245$		
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$: No		
$15.0 \leq C^+/c < 19.5$	P1: $t_{1,1}=196$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=245$	P2: $t_{2,1}=266$	
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ →P2: $t_{2,1}=266$		
$19.5 \leq C^+/c < 21.0$	P1: $t_{1,1}=196$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=245$	P2: $t_{2,1}=252$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=287$
				Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ →P2: $t_{1,2}=252$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=287$	
			Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No	
$21.0 \leq C^+/c < 24.6$	P1: $t_{1,1}=196$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=245$	P2: $t_{2,1}=245$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=287$
				Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ →P2: $t_{1,2}=245$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=287$	
			Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No	
$24.6 \leq C^+/c < 36.0$	P1: $t_{1,1}=189$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=245$	P2: $t_{2,1}=245$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=287$
				Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ →P2: $t_{1,2}=245$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=287$	
			Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No	
$36.0 \leq C^+/c < 46.0$	P1: $t_{1,1}=189$	P2: $t_{2,1}=238$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=245$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=280$
				Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=280$	
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No	
$46.0 \leq C^+/c < 62.7$	P1: $t_{1,1}=182$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=238$	P2: $t_{2,1}=238$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=280$
				Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
		Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ →P2: $t_{1,2}=238$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=280$	
			Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No	
$62.7 \leq C^+/c < 76.0$	P1: $t_{1,1}=182$	P2: $t_{2,1}=231$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1}$ →P1: $t_{1,2}=238$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1}$ →P2: $t_{2,1}=280$

				Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ Si $t_{F2,1} > t_{2,1} \rightarrow P2$: $t_{2,1}=280$	
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No	
$76.0 \leq C^+/c < 396$	P1: $t_{1,1}=175$	P2: $t_{2,1}=231$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1} \rightarrow P1$: $t_{1,2}=238$	Si $t_{F2,1} > t_{2,1} \rightarrow P2$: $t_{2,1}=280$
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ Si $t_{F2,1} > t_{2,1} \rightarrow P2$: $t_{2,1}=280$	Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1}$: No
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ Si $t_{F2,1} \leq t_{2,1} \rightarrow P1$: $t_{1,2}=301$	P1: $t_{1,2}=301$
$396 \leq C^+/c$	P1: $t_{1,1}=175$	P2: $t_{2,1}=224$	Si $t_{F1,1} > t_{1,1} \rightarrow P1$: $t_{1,2}=238$	P2: $t_{2,2}=280$
			Si $t_{F1,1} \leq t_{1,1}$ P2: $t_{2,2}=280$	P1: $t_{1,2}=301$

7.5 Problema con plantas con efluentes de distinta naturaleza

Consideramos ahora el problema donde el tipo de efluente de las plantas inspeccionadas es cualitativamente distinto (por ejemplo, la fuga de una planta puede ser una sustancia tóxica, mientras que la de la otra vierte aguas domésticas) o bien que, por el entorno donde se genera, una provoque más impacto ambiental que la otra (por ejemplo, la fuga de una planta va al drenaje, mientras que la de la otra ensucia un río cercano). Ante esto, es conveniente diferenciar las valoraciones sobre los efluentes de las plantas. La función de evaluación es como

$$U(Q_{T1}, Q_{T2}, C_T) = k_{IA} U_{IA}(Q_{T1}, Q_{T2}) + k_C U_C(C_T) \quad (31)$$

Donde U_{IA} denota una utilidad por impacto ambiental y U_C una utilidad por costo, con sus respectivas ponderaciones k_{IA} y k_C . Q_{T1} y Q_{T2} son los efluentes totales de las plantas 1 y 2, y C_T el costo total de las inspecciones realizadas. La función de utilidad U_{IA} se calcula ponderando funciones de utilidad lineales sobre Q_{T1} y Q_{T2}

$$U_{IA} = k_{IA,1} U_1(Q_{T1}) + k_{IA,2} U_2(Q_{T2}) \quad (32)$$

Donde

$$U_1(Q_{T1}) = \frac{Q_{T1,MAX} - Q_{T1}}{Q_{T1,MAX} - Q_{T1,MIN}} \quad (33)$$

$$U_2(Q_{T2}) = \frac{Q_{T2,MAX} - Q_{T2}}{Q_{T2,MAX} - Q_{T2,MIN}} \quad (34)$$

Y la utilidad por el costo se calcula como

$$U_C(c_T) = \frac{c_{T,MAX} - c_T}{c_{T,MAX} - c_{T,MIN}} \quad (35)$$

Donde $c_T = c_1 + c_2$, siendo c_1 el costo por inspeccionar la planta 1 y c_2 el correspondiente de las inspecciones a la planta 2. El valor esperado de la utilidad U puede expresarse como

$$E[U(Q_{T1}, Q_{T2}, c_T)] = k_{IA} k_{IA,1} U_1(E[Q_{T1}]) + k_C \left[\frac{0.5c_{T,MAX} - c_1}{c_{T,MAX}} \right] + k_{IA} k_{IA,2} U_2(E[Q_{T2}]) + k_C \left[\frac{0.5c_{T,MAX} - c_2}{c_{T,MAX}} \right] \quad (36)$$

Por lo que el problema puede resolverse separadamente para las plantas 1 y 2, definiendo la función

$$G(E[Q_{Ti}], c_i) = k_{IA} k_{IA,i} U_i(E[Q_{Ti}]) + k_C \left[\frac{0.5c_{T,MAX} - c_i}{c_{T,MAX}} \right] \quad (37)$$

Para determinar las constantes k_{IA} y $k_{IA,1}$ se necesitan dos juicios de valor. Pueden determinarse los montos monetarios C_1^+ y C_2^+ tales que exista indiferencia entre ahorrar estas cantidades y pasar de los valores máximos a los mínimos de los efluentes de las plantas 1 y 2, respectivamente, como lo indica las ecuaciones 38 y 39.

$$C_1^+ \rightarrow 0 \sim Q_{T1,MAX} \rightarrow Q_{T1,MIN} \quad (38)$$

$$C_2^+ \rightarrow 0 \sim Q_{T2,MAX} \rightarrow Q_{T2,MIN} \quad (39)$$

Una corriente con un mayor impacto ambiental tendrá un valor mayor de C_i^+ , por unidad de flujo que consiga disminuirse. $C^+ = C_1^+ + C_2^+$ representa el monto económico que se está dispuesto a erogar por cambiar de los valores máximos a los mínimos en los efluentes de ambas plantas. Las constantes k_{IA} , $k_{IA,1}$ y $k_{IA,2}$ se calculan como

$$k_{IA} = \frac{C^+}{C^+ + c_{T,MAX}} \quad (40)$$

$$k_{IA,1} = \frac{C_1^+}{C^+} \quad (41)$$

$$k_{IA,2} = \frac{C_2^+}{C^+} \quad (42)$$

Y $k_C = 1 - k_{IA}$

Definimos la variable $\gamma_{1,2}$ como

$$\gamma_{2,1} = \frac{\frac{C_2^+}{Q_{T2,MAX} - Q_{T2,MIN}}}{\frac{C_1^+}{Q_{T1,MAX} - Q_{T1,MIN}}} \quad (43)$$

Ya que cada C_i^+ queda dividido entre la distancia entre los valores máximos y mínimos del caudal de la planta respectiva, $\gamma_{2,1}$ representa que tan importante es la disminución de la contaminación causada por la planta 2, por unidad del tamaño de la variación, respecto la correspondiente de la planta 1. Llamando $\Delta Q_{Ti,MAX} = Q_{Ti,MAX} - Q_{Ti,MIN}$ la constante $k_{IA,1}$ se relaciona con $\gamma_{2,1}$ mediante

$$k_{IA,1} = \frac{\Delta Q_{T1,MAX}}{\Delta Q_{T1,MAX} + \gamma_{2,1} \Delta Q_{T2,MAX}} \quad (44)$$

Una gráfica, con las zonas de C^+/c y $\gamma_{2,1}$ que producen distintos patrones de inspecciones se muestra en la Figura 30. El impacto ambiental de la planta 2 aumenta hacia la derecha, mientras que la importancia del objetivo ambiental respecto del económico, aumenta hacia arriba de la gráfica.

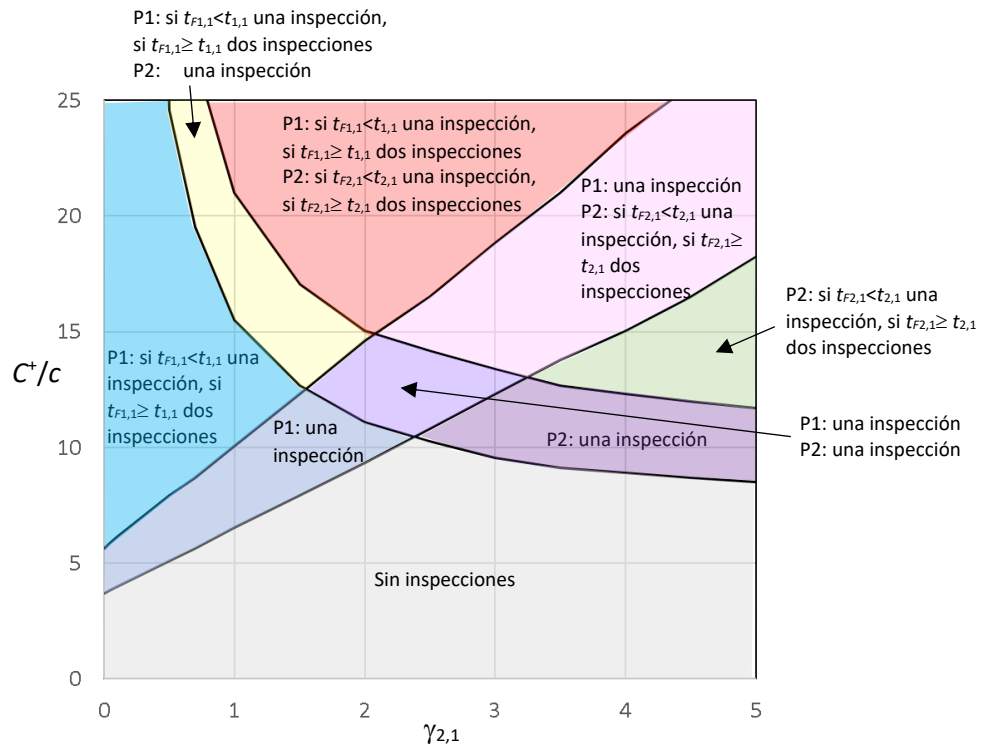


Figura 30. Inspecciones recomendadas de acuerdo al valor de C^+/c y $\gamma_{2,1}$

8. Conclusiones

En esta tesis se desarrolló un modelo matemático para programar las inspecciones a las plantas industriales de una región, ante su posible emisión de contaminantes. Se usó simulación para incorporar la incertidumbre sobre el caudal de contaminantes emitido por las plantas y el tiempo que tomen en volver a contaminar desde de su última reparación. Un modelo de valor balancea el costo económico de realizar las inspecciones contra el daño ambiental provocado por los contaminantes emitidos, considerando tanto la cantidad y composición de los efluentes como la condición del entorno donde se arrojan. Finalmente, se usarán árboles de decisión para determinar si conviene realizar o no una inspección a alguna de las plantas, si alguna debe ser inspeccionada más de una vez, y el orden que se deben realizar las inspecciones recomendadas. El uso de árboles de decisión permite incorporar al modelo el cambio en información que se produce al ir realizando las inspecciones.

9. Referencias

1. Barnes M. D., Goodell W., Whittier R., Falinski K. A., Callender T., Htun H., LeViol C., Slay H. y Oleson K.L.L. (2019) "Decision analysis to support wastewater management in coral reef priority area" Marine Pollution Bulletin, vol. 148, pp. 16-29, <https://doi.org/10.1016/j.marpolbul.2019.07.045>
2. Chew Hernández, Velázquez Romero, Retes Mantilla y Viveros Rosas L. (2017) "A decision-tree-based study of the effect of the objective structure of the supply chain members on their sustainability-related behaviour" International Journal of Business and Systems Research, vol. 14, no. 4, pp. 393-416
3. Davis M.D. (1997) "Game theory" Dover Publications Inc. Estados Unidos de América.
4. Encyclopedia Britannica, 2022. Water pollution, Definition, Causes, Effects, Solutions, Examples and Facts., disponible en <https://www.britannica.com/science/water-pollution>
5. Gurel O., Acar A.Z., Onden I. y Gumus I. (2015) "Determinants of the Green Supplier Selection" Procedia - Social and Behavioral Sciences, vol. 181, pp. 131-139, <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.874>
6. Harrison K. W. (2007) "Two-stage decision-making under uncertainty and stochasticity: Bayesian Programming" Advances in Water Resources, vol. 30, no. 3, pp. 641-664, <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2006.03.006>
7. Howard H. y Abbas A. (2010), "Decision Analysis", John Wiley and Sons, Estados Unidos de América
8. Hu M.-C. y Hobbs B. F. (2010) "Analysis of multi-pollutant policies for the U.S. power sector under technology and policy uncertainty using MARKAL", Energy, vol. 35, no. 12, pp. 5430-5442, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2010.07.001>
9. Judd B. R. (1977) "Decision analysis of auto emission control" Socio-Economic Planning Sciences, vol. 11, no. 3, pp. 123-130, [https://doi.org/10.1016/0038-0121\(77\)90030-1](https://doi.org/10.1016/0038-0121(77)90030-1)

10. Khaleel M.A. y Simonen F.A. (2000) "Effects of alternative inspection strategies on piping reliability" *Nuclear Engineering and Design*, vol. 197, nos. 1–2, pp. 115-140, [https://doi.org/10.1016/S0029-5493\(99\)00261-7](https://doi.org/10.1016/S0029-5493(99)00261-7)
11. Kao J.-J. y Hsieh M.-R. (2006) "Utilizing multiobjective analysis to determine an air quality monitoring network in an industrial district" *Atmospheric Environment*, vol. 40, no. 6, pp. 1092-1103, <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2005.11.003>
12. Keeney R. L. (1992) "Value Focused Thinking" Harvard University Press, Estados Unidos de América
13. Kumari S. y Bera S. (2022) "A decision analysis model for reducing carbon emission from coal-fired power plants and its compensatory units" *Journal of Environmental Management*, vol. 301, no. de artículo 113829, <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2021.113829>
14. Luan B., Yin R., Xu P., Wang X., Yang X., Zhang L. y Tang X. (2019) "Evaluating Green Stormwater Infrastructure strategies efficiencies in a rapidly urbanizing catchment using SWMM-based TOPSIS" *Journal of Cleaner Production*, vol. 223, pp. 680-691, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.03.028>
15. Mancuso A., Compare M., Salo A., Zio E. y Laakso T. (2016) "Risk-based optimization of pipe inspections in large underground networks with imprecise information" *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 152, pp. 228-238
16. Onu P. U., Quan X., Xu L., Orji J. y Onu E. (2017) "Evaluation of sustainable acid rain control options utilizing a fuzzy TOPSIS multi-criteria decision analysis model framework" *Journal of Cleaner Production*, vol. 141, pp. 612-625, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.09.065>
17. Organización de las Naciones Unidas (2022) "United Nations Environmental Programme", página electrónica
18. Ossai C.I., Boswell B. y Davies I.J. (2016) "Stochastic modelling of perfect inspection and repair actions for leak-failure prone internal corroded pipelines" *Engineering Failure Analysis*, vol. 60, pp. 40-56, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.11.030>
19. Ross S.M. (2006) "Simulation" Editorial Elsevier, Estados Unidos

20. Shih H.-C., Chen L.-H., Shih X.-H. y Ma H. (2019) "Twice the effort: Ineffectiveness of selecting air pollution control targets with emission quantity for risk reduction" *Environment International*, vol. 125, pp. 489-496, <https://doi.org/10.1016/j.envint.2018.12.001>
21. Trønnes D.H., Heiberg A.B. y Seip H.M. (1986) "Decision Making in Pollution Control" *Studies in Environmental Science*, vol. 29, pp. 89-100, [https://doi.org/10.1016/S0166-1116\(08\)70932-4](https://doi.org/10.1016/S0166-1116(08)70932-4)
-

10. Producto académico



Memorias del Congreso Científico Tecnológico de las carreras de
Ingeniería Mecánica Eléctrica, Industrial y Telecomunicaciones, sistemas y electrónica

AÑO 9. No. 9. ISSN-2448-7236. SEPTIEMBRE 2024 – AGOSTO 2025. IA-01, pág.: 1 a la 5.

IA-01

Programación óptima de inspecciones ambientales bajo incertidumbre

Mario Luis Chew Hernández, Raúl Gómez Gómez Tagle, Gisela Janeth Espinoza Martínez*

RESUMEN

La decisión de momento de realizar una inspección ambiental se realiza bajo incertidumbre, pues no se sabe si se encontrará una fuga cuando esta se realice la revisión. De la misma forma la decisión debe considerar por lo menos dos objetivos, pues busca disminuir los efluentes (contaminantes) e implica la inversión de recursos económicos. Un modelo para planeación de inspecciones deberá constar de un modelo para el manejo de la incertidumbre, que permita determinar el efecto sobre la distribución de probabilidad de los efluentes emitidos de realizar la inspección en distintos momentos, y un modelo de valor que permita balancear el costo de la inspección contra su beneficio. En este trabajo, se muestra la aplicación de simulación de procesos para el primer modelo, y una función de utilidad para el segundo. Dado que la apreciación, traducida en términos monetarios, por distintos grados de disminución de contaminantes, desde la perspectiva de mejora ambiental es subjetiva, los resultados se presentan como gráficas que muestran zonas de factibilidad para la realización de la inspección en términos del costo de la inspección y la valoración económica de la disminución en contaminantes.

ABSTRACT

Deciding the time of an inspection is a task shrouded in uncertainty, since it is uncertain whether a leak will be found when the system is reviewed. Additionally, the decision must cater for two objectives, since an inspection is meant to reduce the amount of pollutant emitted and carrying out an inspection uses economical and human resources. Thus, a mathematical model for planning inspections should include a "factual model" for managing uncertainty, which allows determining the effect on the probability distribution of the effluents emitted of carrying out the inspection at different times, and a "value model" for balancing the inspection cost against its benefit. In this work, process simulation is used for the factual model, and a utility function for the value model. The preference, from an environmental preservation point of view, for different degrees of pollutant reduction is subjective. So, the results are presented as graphs showing feasibility zones for carrying out the inspection in terms of its cost and a subjectively assessed monetary metric of the importance of the decrease in pollutants achieved by the inspection.

Palabras claves: Inspecciones, Incertidumbre, Simulación de Procesos

INTRODUCCIÓN

La contaminación es un problema que tendrá consecuencias graves en el corto y mediano plazos (ONU, 2022). La expansión de la actividad industrial trae consigo, casi siempre, mejoras económicas de la población circundante, pero frecuentemente se acompaña de la generación de contaminantes. Uno de los mecanismos para forzar a las empresas a considerar objetivos ambientales en sus decisiones es realizar visitas a las mismas e imponerles multas si se les encuentra contaminando. El efecto de las multas, para la empresa, es convertir un impacto ambiental en una consecuencia económica (Chew et al., 2017).

El diseño de la política de inspecciones está sujeto a incertidumbre, puesto que el comportamiento de las empresas, sujeto a diversos factores ambientales y de mercado, es difícil de modelar y se vuelve impredecible si las empresas comienzan a actuar de forma estratégica respecto a lo que creen que hará el organismo encargado de inspeccionarlas. Esto convierte a la programación de las inspecciones de un problema de toma de decisiones bajo incertidumbre en uno de teoría de juegos (Davis, 1997).

Por otro lado, el análisis de decisiones es una disciplina que se enfoca en el desarrollo de modelos matemáticos para auxiliar en la toma de decisiones difíciles (Howard y Abbas, 2010). Es el caso de decisiones donde esté presente la incertidumbre, existan múltiples objetivos, sean complejas por la gran cantidad de elementos que tienen, o bien donde deban participar varios actores. El enfoque del análisis de decisiones es recomendar la mejor decisión dada la información disponible, definiendo esta mejor decisión como aquella que es consistente con una serie de axiomas de la toma de decisión racional. En este trabajo se muestra la aplicación del enfoque de Análisis de Decisiones a la programación de inspecciones de verificación de emisión de contaminantes. En base al desarrollo de un caso de estudio, se muestra como utilizar la simulación del sistema para definir las consecuencias posibles y su distribución de probabilidad, para después usar una función de utilidad para ponderar los objetivos de minimizar el costo de la inspección y la cantidad de contaminantes emitidos.

* TECNMI: Tecnológico de Estudios Superiores de Coacalco, Departamento de Ingeniería Química, MLCH: mario@tesco.edu.mx, Dr.; RGGT: raul.igu@tesco.edu.mx, Ing.; GJEM: gisela_sub.a@tesco.edu.mx, Dra.



IA-01 :
1 DE 5