



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico**

## Tesis de Maestría

**Propuesta de un modelo para estimar el efecto  
combinado de cargas aleatorias y condiciones  
de resonancia sobre la vida útil a fatiga de  
partes estructurales**

presentada por

**Ing. Edgar Gerardo Sotelo Parra**

como requisito para la obtención del grado  
de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería  
Mecánica**

Director de tesis

**Dr. Arturo Abúndez Pliego**

Codirector de tesis

**Dr. Jorge Colín Ocampo**

**Cuernavaca, Morelos, México. Enero de 2025.**



**Educación**  
Secretaría de Educación Pública



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo tecnológico  
Dirección

Cuernavaca, Mor., 16/diciembre /2024

OFICIO No. DIM/209/2024

Asunto: Aceptación de documento de tesis

CENIDET-AC-004-M14-OFICIO

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. **Edgar Gerardo Sotelo Parra** con número de control M23CE027, de la **Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica**, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis de grado titulado **"Propuesta de un modelo para estimar el efecto combinado de cargas aleatorias y condiciones de resonancia sobre la vida útil a fatiga de partes estructurales"** y hemos encontrado que se han atendido todas las observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

Dr. Arturo Abundez Pliego  
Director de tesis

Dr. Jorge Cohn Ocampo  
Director de tesis

Dr. Eladio Martínez Rayón  
Revisor 1

Dra. Claudia Cortés García  
Revisora 2

Dr. José Antonio Arellano Cabrera  
Revisor 3

C.c.p. Depto. Servicios Escolares.  
Expediente / Estudiante



Cuernavaca, Mor.,

17/diciembre/2024

No. de Oficio:

SAC/388/2024

Asunto:

Autorización de  
impresión de tesis

**EDGAR GERARDO SOTELO PARRA  
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO  
EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA  
P R E S E N T E**

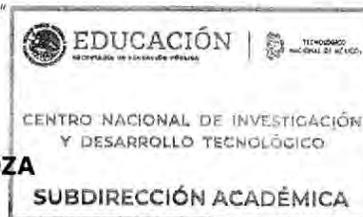
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Propuesta de un modelo para estimar el efecto combinado de cargas aleatorias y condiciones de resonancia sobre la vida útil a fatiga de partes estructurales**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**A T E N T A M E N T E**

Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Conocimiento y Tecnología al Servicio de México"

**CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA  
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



c.c.p. Departamento de Ingeniería Mecánica  
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/lmz



*A mi madre, Anabel, que nunca ha dejado de creer en mí, en mis sueños y aspiraciones, y me ha brindado su amor, cariño y apoyo incondicional.*

*A mi hermana, Almen, que es mi motor y motivación, gracias a ella he logrado obtener la fuerza y voluntad necesaria para cumplir esta meta, siempre tiene las palabras perfectas y amor incondicional cuando siento que no puedo más.*

*A mi abuelo, German (QEPD), que cuidó de mí y siempre me motivó a perseguir mi sueños y encontrar mi camino en la vida.*

## **Agradecimientos**

Al CONAHCYT, por brindarme el apoyo económico que me permitió continuar con mi formación académica.

Al CENIDET, por aceptarme y permitirme continuar con mi formación académica.

A Dios, por darme la fuerza y sabiduría, por cuidarme y guiarme en este camino.

A mis padres, Anabel y Octavio, por darme la vida, enseñarme el camino del bien, la importancia del trabajo duro, por ser mi mayor ejemplo a seguir, mi guía, y sobre todo por el apoyo y amor brindado.

A mi tía, Yazmin Parra, por apoyarme desde el día cero, por creer en mí y ser un pilar tan fuerte, sin duda, sin ella no habría podido cumplir esta meta en mi vida.

A mis asesores, Dr. Arturo Abúndez Pliego y Dr. Jorge Colin Ocampo, por brindarme su amistad, apoyo, conocimientos y guía durante el desarrollo de este proyecto.

A mis revisores, Dra. Claudia Cortes García, Dr. Eladio Martínez Rayón, y, Dr. José Antonio Arellano, por sus observaciones, guía, sugerencias, y valiosas aportaciones al desarrollo de este proyecto.

A mis profesores, Dra. Claudia Cortes García, Dr. Arturo Abúndez Pliego, Dr. Miguel Angel Chagolla, Dr. Eladio Martínez Rayón y Dr. Jorge Colín Ocampo, por sus enseñanzas y valiosas aportaciones a mi formación académica.

A mis compañeros de generación, Alexa Estrada, Jesús Cortés, Marte Beltrán y Adolfo Sáenz, por brindarme su amistad, apoyo y motivación, por los buenos momentos.

A mis compañeros del Laboratorio de Rotodinámica, Javier Molina y Cuauhtémoc Mazón, por brindarme su apoyo, conocimientos, paciencia y amistad en el desarrollo de este proyecto.

A mis compañeros del Laboratorio de Mecánica de Materiales, Kevin Petatán, Kevin Miranda y Víctor Reyes, por brindarme su apoyo, conocimientos, paciencia y amistad en el desarrollo de este proyecto.

A mis amigas y amigos, Marifer, Maricarmen, Alexa, Angie, Jesús, Eduardo, Marte, Luis, Salomón, Javier, Sergio, Adolfo, Cuauhtémoc, Hugo, por su amistad y apoyo durante el posgrado.

## Resumen

En este trabajo se desarrolló una metodología para estimar la vida a fatiga de probetas sometidas a flexión rotativa a través de la excitación de la frecuencia natural de un sistema rotodinámico, el cual, manifestó patrones de respuesta aleatorios representados a través de distribuciones de probabilidad gaussianas obtenidas a partir del procesamiento de datos experimentales mediante la técnica de conteo de ciclos *rainflow*.

Se utilizó un banco experimental compuesto por un sistema rotodinámico construido con los siguientes componentes: dos chumaceras, dos sujetadores tipo *collet*, dos discos inerciales y dos barras de extensión ER20-200L acopladas mediante una probeta de prueba. El sistema rotodinámico se caracterizó dinámicamente con probetas de acero 1018 y aluminio 6061-T6 a través de un análisis modal experimental para identificar la primer frecuencia natural y su correspondiente forma modal asegurando una amplitud máxima de flexión en el centro del rotor, posición donde se ubica la probeta de ensayo. Durante los ensayos de fatiga, se excitó, a través de masas de desbalance controladas calculadas mediante la técnica de coeficientes de influencia, la frecuencia natural identificada en el análisis modal, y se encontró que el sistema rotodinámico con probetas de acero presenta una respuesta más estable que las probetas de aluminio. Esto se relacionó directamente con los límites elásticos y de resistencia a la fatiga de cada material.

Durante los ensayos de fatiga con probetas de acero, se alcanzó la región de vida infinita del material. Por lo tanto, los experimentos se realizaron con probetas de aluminio. A partir de la metodología desarrollada, se obtuvieron curvas de daño para cada ensayo de fatiga, mediante fue posible estimar la vida a fatiga con un porcentaje mínimo de error del 10% con respecto a la vida experimental medida. Adicionalmente, se comparó la vida estimada con la metodología propuesta con dos técnicas determinísticas y una basada en momentos espectrales, las cuales presentaron porcentajes de error mayores al 99%. Por lo tanto, se concluyó que la metodología propuesta es una excelente alternativa para la estimación de vida a fatiga de materiales sometidos a patrones de cargas aleatorios.

## Abstract

In this work, a methodology was developed to estimate the fatigue life of specimens subjected to rotary bending. This was achieved by exciting the natural frequency of a rotodynamic system. The system exhibited random response patterns, which were represented by Gaussian probability distributions obtained from experimental data processed using the rainflow cycle counting technique.

The experimental setup consisted of a rotodynamic system built with the following components: two bearings, two collet-type holders, two inertial discs, and two ER20-200L extension rods. These were coupled via a test specimen. The rotodynamic system was dynamically characterized using AISI 1018 steel and 6061-T6 aluminum specimens. An experimental modal analysis was performed to identify the first natural frequency and its corresponding mode shape. This ensured a maximum bending amplitude at the center of the rotor, where the test specimen was located.

During the fatigue tests, the identified natural frequency was excited using controlled unbalance masses calculated via the influence coefficient method. The results showed that the rotodynamic system with steel specimens exhibited a more stable response compared to aluminum specimens. This behavior was directly related to the elastic limits and fatigue strength of each material.

In the fatigue tests with steel specimens, the infinite life region of the material was reached. Consequently, the experiments were conducted with aluminum specimens. Using the developed methodology, damage curves were obtained for each fatigue test. These curves enabled the estimation of fatigue life with a minimum error of 10% compared to the experimentally measured life.

Furthermore, the estimated fatigue life obtained through the proposed methodology was compared with two deterministic techniques and one based on spectral moments. These alternative methods showed error percentages exceeding 99%. Therefore, it was concluded that the proposed methodology is an excellent alternative for estimating the fatigue life of materials subjected to random load patterns.

# Contenido

1.	Introducción .....	5
2	Estado del arte .....	6
2.1	Antecedentes.....	6
2.2	Vida a fatiga en condiciones de resonancia.....	7
2.3	Vida a fatiga bajo cargas aleatorias .....	8
2.4	Conclusiones del estado del arte.....	13
2.5	Definición del problema .....	14
2.6	Hipótesis .....	15
2.7	Objetivo general .....	15
2.7.1	Objetivos específicos .....	15
2.8	Justificación del problema .....	15
2.9	Alcances y limitaciones .....	16
2.10	Productos y beneficios esperados .....	16
3	Marco teórico .....	17
3.1	Vibraciones mecánicas .....	17
3.1.1	Vibraciones forzadas por desbalance rotatorio.....	17
3.1.2	Resonancia mecánica.....	21
3.1.3	Vibraciones aleatorias.....	23
3.1.4	Densidad Espectral de Potencia (PSD).....	25
3.2	Fatiga .....	26
3.2.1	Enfoque esfuerzo-vida.....	29
3.2.2	Acumulación del daño y vida útil.....	30
3.2.3	Esfuerzos equivalentes para cargas de amplitud variable. ....	31
3.2.4	Técnica de conteo de ciclos <i>rainflow</i> (RCA).....	31
3.2.5	Cálculo de la intensidad del daño mediante métodos de momentos espectrales	
	34	
4	Metodología y diseño experimental .....	35
4.1	Selección de material y dimensionamiento de la probeta .....	35
4.2	Banco experimental y análisis modal .....	35

4.3	Balanceo y control de vibraciones mediante masas de balanceo .....	37
4.4	Medición de la respuesta de vibración y tratamiento de datos experimentales....	38
4.5	Propuesta de matriz experimental.....	38
5	Construcción y puesta en marcha de banco experimental.....	39
5.1	Dimensionamiento y maquinado de probetas.....	39
5.2	Construcción del banco experimental. ....	41
5.2.1	Características de la flecha mecánica .....	41
5.2.2	Características y control de velocidad del motor.....	42
6	Caracterización dinámica del rotor .....	43
6.1	Análisis modal experimental .....	43
6.1.1	Análisis modal 1(Probeta de aluminio 6061-T6) .....	45
6.1.2	Análisis Modal 2 (Probeta de acero AISI 1018).....	48
6.2	Resultados del análisis modal experimental.....	50
7	Balanceo dinámico del rotor .....	51
7.1	Diseño experimental e instrumentación para el balanceo dinámico del sistema..	51
7.1.1	Instrumentación para el balanceo .....	51
7.1.2	Graduación del rotor.....	52
7.2	Diagramas de Bode, Fase y Polares.....	53
7.2.1	Balanceo del rotor con probeta de aluminio 6061-T6 .....	53
7.2.2	Balanceo del rotor con probeta de acero AISI 1018.....	56
8	Análisis, estimación del daño y vida útil a fatiga. Un análisis experimental.....	60
8.1	Análisis experimental con probetas de acero AISI 1018.....	60
8.1.1	Historiales de carga .....	60
8.1.2	Análisis de elementos finitos.....	61
8.1.3	Relación esfuerzo-desplazamiento .....	64
8.1.4	Estimación del daño y vida útil a fatiga .....	66
8.1.5	Ajuste de la respuesta de vibración .....	69
8.2	Análisis experimental con probetas de aluminio 6061-T6.....	70
8.2.1	Ensayos de fatiga de probeta de aluminio 6061-T6 .....	72
8.3	Resultados de ensayos de fatiga con probetas de aluminio 6061-T6 .....	76
9	Conclusiones .....	79

Apéndices .....	81
9.1 Apéndice A: Código “Rainflow y estimación del daño” .....	81
9.2 Apéndice B: Historiales de esfuerzo, histogramas <i>rainflow</i> y curvas de daño.....	86
Probeta FRR-101-0-A1 .....	86
Probeta FRR-101-1-A1 .....	89
Probeta FRR-101-2-A1 .....	92
Probeta FRR-101-3-A1 .....	95
Probeta FRR-101-4-A1 .....	98
Probeta FRR-101-5-A1 .....	101
Referencias .....	104

# Lista de figuras

Figura 1 Plataforma de gravedad: a) Modelo real, y b) modelo discreto de elementos finitos. [4] .....	7
Figura 2 Dibujo esquemático e instalaciones de pruebas de fatiga flexional de un riel de ferrocarril [9].....	7
Figura 3 Ensamble de banco de pruebas. a) protección, b) sensores de desplazamiento, c) motor, d) base, e) cople flexible, f) chumacera, y g) discos de balanceo [12].....	8
Figura 4 Estructura tipo Jacket.[22] .....	10
Figura 5 Aerogenerador marítimo flotante.[23].....	10
Figura 6 Conexión entre base de concreto y torre de acero de un aerogenerador [30] .....	12
Figura 7 Sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad, donde $m_{eq}$ , $k_{eq}$ y $c_{eq}$ representan a la masa, el resorte y amortiguador, respectivamente, del sistema. Figura tomada y modificada de [43]. .....	17
Figura 8 Representación gráfica de un sistema excitado por una masa de desbalance[44].	18
Figura 9 Diagrama de Bode de un sistema de 1GDL con excitación armónica inercial. ....	19
Figura 10 Diagrama de fase de un sistema de 1GDL con excitación armónica inercial. ....	19
Figura 11 El puente Tacoma destruido debido al fenómeno de la resonancia. [43] .....	21
Figura 12 Respuesta de un sistema no amortiguado en resonancia cuando la posición y velocidad inicial son iguales a cero. Figura tomada y modificada de [43]. .....	22
Figura 13 Arreglo experimental para un análisis modal tipo bump test [48].....	23
Figura 14 Ensamble de mediciones de un proceso aleatorio[43].....	24
Figura 15 Algunas relaciones esfuerzo-tiempo: a) esfuerzo fluctuante con pulsaciones de alta frecuencia; b) y c) esfuerzo fluctuante no sinusoidal; d) esfuerzo fluctuante sinusoidal; e) esfuerzo repetido; f) esfuerzo sinusoidal completamente invertido. [55] .....	27
Figura 16 Máquina de fatiga R.R Moore [59].....	28
Figura 17 Geometría de la muestra de ensayo para la máquina de viga rotativa de R.R. Moore. [55] .....	28
Figura 18 Diagrama S-N que se graficó a partir de los resultados de ensayos a la fatiga [55]. .....	29
Figura 19 Historial de cargas de amplitud variable de tres etapas. Figura tomada y modificada de [59] .....	30
Figura 20 Historial de cargas irregular. Figura modificada de [36]. .....	32
Figura 21 Identificación de ciclos de histéresis en un patrón de cargas irregular. Figura tomada de la red.....	32
Figura 22 Conteo <i>rainflow</i> [39].....	33
Figura 23 Matriz <i>rainflow</i> [39].....	33
Figura 24 Histograma de la matriz <i>rainflow</i> [39].....	34
Figura 25 Banco experimental para pruebas de fatiga en condiciones de resonancia [39]..	35
Figura 26 Discretización del rotor. Figura tomada de [12], [39].....	36

Figura 27 Forma modal correspondiente a la primera frecuencia natural del rotor. Figura tomada de [12], [39].	36
Figura 28 Dimensionamiento de probetas para pruebas de fatiga [42].	40
Figura 29 Dimensiones (en pulgadas) de probeta normalizada.	40
Figura 30 Montaje de banco experimental. a. Barra de extensión C20 ER20A-200L, b. Disco de balanceo, c. Tuerca de sujeción, d. Probeta, e. Cople flexible tipo 3J, f. Chumacera SNL511-609, g. Motor eléctrico WEG de 0.5 hp, h. Placa base de aluminio, e i. Placa de caucho.	41
Figura 31 a. Barra de extensión ER y b. Sujetador collet.	42
Figura 32 Componentes para análisis modal. a) Martillo de impacto, b) acelerómetro, y c) acondicionador de señales.	44
Figura 33 Martillo de impacto con punta 9912KISTLER gris de goma blanda.	44
Figura 34 Discretización del rotor.	45
Figura 35 Identificación de los nodos para el análisis modal.	45
Figura 36 FRF del análisis modal del rotor con probeta de aluminio 6061-T6.	46
Figura 37 Coherencia del análisis modal del rotor con probeta de aluminio 6061-T6.	46
Figura 38 Modo a vibrar a 33 Hz del rotor con probeta de aluminio 6061-T6.	47
Figura 39 FRF del análisis modal del rotor con probeta de acero AISI 1018.	48
Figura 40 Coherencia del análisis modal del rotor con probeta de acero AISI 1018.	49
Figura 41 Modo de vibrar alrededor de 33 Hz de la flecha con probeta de acero AISI 1018.	50
Figura 42 Comparativa de formas modales.	51
Figura 43 CMSS665 Series 5 mm Eddy Current Probe System.	52
Figura 44 Graduación del rotor	53
Figura 45 Diagrama de bode del sistema con una barra recta balanceado y con una probeta normalizada.	54
Figura 46 Diagrama de Bode del rotor con una probeta normalizada P1	54
Figura 47 Diagrama de Fase del rotor con una probeta normalizada P1	55
Figura 48 Control de amplitudes de vibración mediante masas de desbalance del sistema con la probeta de aluminio.	55
Figura 49 Diagrama de Bode del rotor balanceado con probeta de acero.	57
Figura 50 Diagrama de fase del rotor balanceado con probeta de acero	57
Figura 51 a) Diagrama polar del rotor balanceado con probeta de acero y b) Ajuste a cero del diagrama polar	58
Figura 52 Diagramas de Bode del sistema con masas de desbalance con la probeta de acero	59
Figura 53 Diagramas polares del rotor con diferentes masas de balanceo.	59
Figura 54 Historial de respuesta de a) voltaje y b) desplazamiento del sistema en condiciones de resonancia	61

Figura 55 Modelado de la probeta por el método de elemento finito. a) Modelo CAD, b) condición empotrada, c) condición de simetría, y d) Simulación del desplazamiento como condición de carga.....	61
Figura 56 Mallado de la probeta.....	62
Figura 57 Fracción de historial de 1 segundo.....	62
Figura 58 Fracción de historial de 5 segundos. ....	63
Figura 59 Porción de 1 segundo de historial de esfuerzo .....	63
Figura 60 Porción de 5 segundos del historial de esfuerzo .....	64
Figura 61 Relación esfuerzo-desplazamiento para el historial de 1 segundo.....	64
Figura 62 Relación de esfuerzo desplazamiento para el historial de 5 segundos.....	65
Figura 63 Historial de esfuerzos.....	65
Figura 64 Comparativa de señal original, filtrada y suavizada .....	66
Figura 65 Histograma de rango de esfuerzo y conteo de ciclos. ....	67
Figura 66 Curva S-N del acero 1018.....	68
Figura 67 Curva de daño-número de ciclos.....	68
Figura 68 Ajuste de respuesta de vibración limitado a las capacidades del sensor.....	69
Figura 69 Curva S-N del aluminio 6061-T6 con limite a la fatiga $S_f = 96.15 MPa @ 5 \times 10^8$ ciclos.....	70
Figura 70 Diagrama de Bode del rotor balanceado con probeta de aluminio. ....	71
Figura 71 Diagrama de fase del rotor balanceado con probeta de aluminio. ....	71
Figura 72 Diagrama polar de respuesta del rotor balanceado con probeta de aluminio.....	72
Figura 73 Porción del historial de cargas de la probeta 0.....	73
Figura 74 Histograma de cargas del historial de la Figura 73.....	73
Figura 75 Curva de daño de la probeta 0 con ajuste lineal.....	74
Figura 76 Curva de daño de la probeta 0 con ajuste cuadrático. ....	74
Figura 77 PSD del historial de esfuerzos de la probeta 0.....	75
Figura 78 Curvas de daño-número de ciclos de cada prueba mediante ajuste lineal. ....	76
Figura 79 Curvas de daño-número de ciclos de cada prueba mediante ajuste cuadrático....	77
Figura 80 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-0-Al.....	86
Figura 81 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-0-Al. ....	86
Figura 82 Histograma <i>rainflow</i> del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-0-Al.....	87
Figura 83 Curva de daño de la probeta FRR-101-0-Al con ajuste lineal. ....	87
Figura 84 Curva de daño de la probeta FRR-101-0-Al con ajuste cuadrático. ....	88
Figura 85 PSD de la probeta FRR-101-0-Al. ....	88
Figura 86 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-1-Al.....	89
Figura 87 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-1-Al. ....	89
Figura 88 Histograma <i>rainflow</i> del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-1-Al.....	90
Figura 89 Curva de daño de la probeta FRR-101-1-Al con ajuste lineal. ....	90
Figura 90 Curva de daño de la probeta FRR-101-1-Al con ajuste cuadrático. ....	91

Figura 91 PSD de la probeta FRR-101-1-AI. ....	91
Figura 92 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-2-AI.....	92
Figura 93 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-2-AI. ....	92
Figura 94 Histograma <i>rainflow</i> del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-2-AI. ....	93
Figura 95 Curva de daño de la probeta FRR-101-2-AI con ajuste lineal. ....	93
Figura 96 Curva de daño de la probeta FRR-101-2-AI con ajuste cuadrático. ....	94
Figura 97 PSD de la probeta FRR-101-2-AI. ....	94
Figura 98 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-3-AI.....	95
Figura 99 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-3-AI. ....	95
Figura 100 Histograma <i>rainflow</i> del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-3-AI. ....	96
Figura 101 Curva de daño de la probeta FRR-101-3-AI con ajuste lineal. ....	96
Figura 102 Curva de daño de la probeta FRR-101-3-AI con ajuste cuadrático. ....	97
Figura 103 PSD de la probeta FRR-101-3-AI. ....	97
Figura 104 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-4-AI.....	98
Figura 105 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-4-AI. ....	98
Figura 106 Histograma <i>rainflow</i> del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-4-AI. ....	99
Figura 107 Curva de daño de la probeta FRR-101-4-AI con ajuste lineal. ....	99
Figura 108 Curva de daño de la probeta FRR-101-4-AI con ajuste cuadrático. ....	100
Figura 109 PSD de la probeta FRR-101-4-AI. ....	100
Figura 110 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-5-AI.....	101
Figura 111 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-5-AI. ....	101
Figura 112 Histograma <i>rainflow</i> del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-5-AI. ....	102
Figura 113 Curva de daño de la probeta FRR-101-5-AI con ajuste lineal. ....	102
Figura 114 Curva de daño de la probeta FRR-101-5-AI con ajuste cuadrático. ....	103
Figura 115 PSD de la probeta FRR-101-5-AI. ....	103

## 1. Introducción

Desde mediados del siglo XX, ha surgido un creciente interés por desarrollar modelos que estimen la vida a fatiga de componentes mecánicos y estructurales sometidos a cargas cíclicas. Esto se debe a que la probabilidad de falla bajo estas condiciones es considerablemente alta, incluso cuando las cargas son inferiores a la resistencia última del material.

Los modelos determinísticos tendían a sobredimensionar los componentes, lo que conllevaba repercusiones económicas significativas. Además, un diseño inadecuado en términos de fatiga podía comprometer la integridad física de los ocupantes.

Por otro lado, se han desarrollado modelos espectrales y en el dominio del tiempo que consideran la naturaleza estocástica de las cargas cíclicas que enfrentan estructuras tales como plataformas marinas, aerogeneradores, aviones, vehículos y componentes de máquinas. Ejemplos de estas cargas estocásticas incluyen el viento, las mareas, las irregularidades en las carreteras y las turbulencias, cargas que generan acumulación de daño en las estructuras y componentes, fenómeno que repercute directamente en la vida útil del sistema.

Por otra parte, es común encontrar estructuras y componentes que operan bajo condiciones de resonancia, fenómeno que se presenta cuando la excitación externa coincide o es igual con la frecuencia natural del sistema. Sin embargo, se ha encontrado que para la estimación del daño por fatiga en condiciones de resonancia no se consideran los patrones de carga aleatorios que genera este fenómeno, lo que conduce a una sobrestimación de la vida a fatiga e incluso la predicción incorrecta de una vida infinita.

Con el objetivo de obtener un modelo que represente de manera más precisa la vida útil a fatiga de los componentes que operan bajo condición de resonancia, en este proyecto se desarrolló un modelo experimental de fatiga que toma en cuenta el efecto de patrones de carga generados por este fenómeno respetando la naturaleza estocástica del mismo.

El presente documento está estructurado como: Capítulo dos, se presenta el estado del arte correspondiente al estudio de vida a fatiga de estructuras sometidas a cargas aleatorias y en condiciones de resonancia. Además, se describe el planteamiento del problema, la hipótesis, objetivos, justificación, alcances y limitaciones, y los productos y beneficios esperados. Capítulo tres, se presenta el marco teórico donde se definen los conceptos básicos que definen a las variables de estudio de este proyecto. Capítulo cuatro, se plantea la metodología de trabajo para el desarrollo del proyecto. Capítulo 5 se presenta la construcción y componentes del banco experimental. Capítulo 6 se presenta la caracterización dinámica del sistema donde se identifican frecuencias naturales y formas modales de interés. Capítulo 7 se presenta el balanceo dinámico del sistema con el que se desea tener un control sobre la respuesta vibratoria del mismo. Capítulo 8 se presenta un análisis de la vida a fatiga y por último Capítulo 9 se presentan los resultados, conclusiones y actividades futuras.

## 2 Estado del arte

### 2.1 Antecedentes

La evaluación del daño por fatiga, así como la vida útil de componentes estructurales y mecánicos, se realiza a través de métodos y técnicas tales como la regla de Miner [1] y el *rainflow counting algorithm* (RCA) [2]. La regla de Miner sirve para estimar el daño acumulado de piezas que están sometidas a diferentes ciclos de carga de amplitud variable, hasta determinar su vida útil, mientras que el RCA es una herramienta utilizada para hacer un conteo de ciclos de historiales de carga de amplitud variable o de naturaleza aleatoria. Bajo estos principios, se han desarrollado distintos modelos y métodos, principalmente métodos espectrales y en el dominio del tiempo, cada uno con sus ventajas y desventajas. Como complemento a la regla de Miner, existe la técnica de tres bandas de Steinberg [3], donde parte de una distribución de cargas Gaussiana de cargas aleatorias.

Es importante destacar, que la mayoría de los componentes mecánicos y estructurales están sometidos a patrones de cargas de amplitud variable y aleatorias, tales como el viento, mareas, sismos, imperfecciones de carreteras, entre otros. Sigbjörnsson y Smith [4] evaluaron, a través de la teoría de procesos estocásticos y un modelo discreto por el método de los elementos finitos (ver Figura 1), el efecto de las vibraciones inducidas por oleaje en plataformas de gravedad. Mediante métodos estadísticos y de probabilidad de ocurrencia, modelaron la respuesta de estas estructuras de concreto con mayor precisión en comparación con los modelos determinísticos convencionales de la época. Agerskov [5] evaluó el efecto de cargas de amplitud variable bajo dos enfoques: la acumulación del daño y la mecánica de la fractura. A través de resultados experimentales, encontró que las cargas de amplitud variable redujeron considerablemente la vida útil a fatiga en comparación con cargas de amplitud constante. Sin embargo, las pruebas realizadas fueron muy demandantes en cuestión de tiempo de ejecución, por lo que, surgió la necesidad de obtener resultados con mayor precisión en el menor tiempo posible. Allegri [6] propuso un modelo basado en la ley de potencia inversa para minimizar el tiempo de pruebas de fatiga en laboratorio, sin perder la información de las condiciones de carga de las condiciones de operación reales. Se determinó que este método es válido para casos en los cuales, los espectros de carga de entrada de las condiciones de laboratorio y de operación real, son distintos, pero con distribuciones normales de tipo Gaussiana y, cuando los espectros de carga son iguales pero escalados.

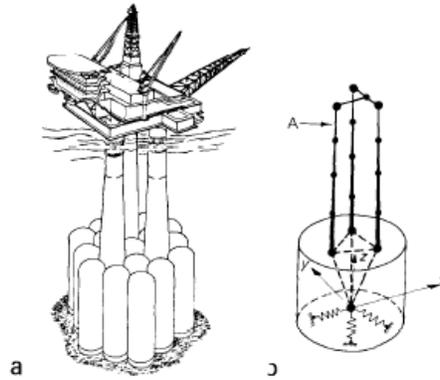


Figura 1 Plataforma de gravedad: a) Modelo real, y b) modelo discreto de elementos finitos. [4]

## 2.2 Vida a fatiga en condiciones de resonancia

Existen estructuras que, durante su vida útil, además de estar sometidas a cargas de amplitud variable y aleatorias, pueden llegar a operar bajo condiciones de resonancia. Xiaoming *et al* [7], a través de un análisis experimental y de elementos finitos, propusieron una metodología para evaluar el daño por fatiga acelerado de *risers*, utilizados para la extracción de hidrocarburos en plataformas marinas, debido a las condiciones de resonancia durante su vida útil. Booyesen *et al* [8] a través de experimentos y análisis por el método de los elementos finitos, evaluaron la vida a fatiga de un álabe de turbina de vapor de baja presión durante el arranque operativo en condiciones transitorias de resonancia utilizando un enfoque de probabilidad de ocurrencia. Schneider *et al* [9] y H. Lee y J. Lee [10], propusieron metodologías experimentales para evaluar el daño por fatiga bajo condiciones de resonancia de rieles de ferrocarril [9] (ver Figura 2) y álabes de turbinas [10] de escala real. El interés en estos componentes estructurales surge debido a la alta probabilidad de fallo que tienen a lo largo de tan solo un año de operación.

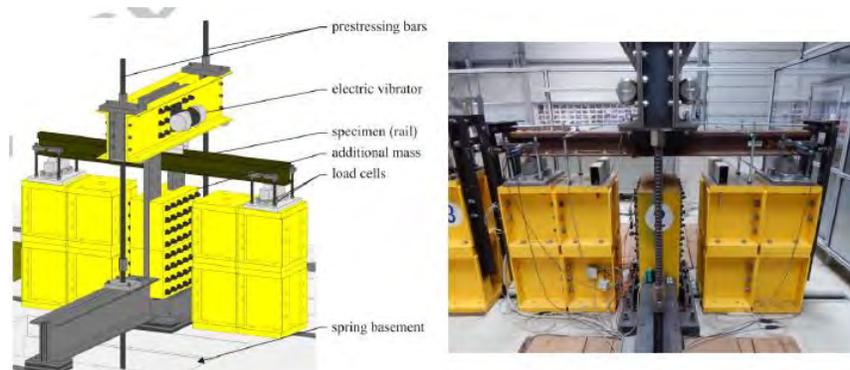


Figura 2 Dibujo esquemático e instalaciones de pruebas de fatiga flexional de un riel de ferrocarril [9].

En estudios recientes, se han analizado y hecho comparaciones, basadas en la regla de Miner, entre valores teóricos y experimentales de pruebas de fatiga rotativa. Pérez *et al* [11]

realizaron pruebas de flexión rotativa con una máquina de Moore y construyeron curvas S-N basadas en sus experimentos. A través de estas pruebas, ellos comprobaron la veracidad de la regla de Miner, sin embargo, al comparar sus resultados con curvas S-N reportadas en la literatura, se obtuvo un daño acumulado mayor a siete, siete veces mayor al daño calculado con sus experimentos. Cruz *et al* [12] diseñaron y construyeron una máquina de pruebas de fatiga (Figura 3), basada en la máquina de Moore con la particularidad de evaluar la vida útil a fatiga de flechas que operan en condiciones de resonancia y hacer estudios de seguimiento de grieta corta. Por otro lado, Wittenberghe [13] propuso un método para realizar pruebas de fatiga de partes estructurales de escala real, de hasta 25 ton, cuatro metros de altura y nueve metros de longitud, que operan en condiciones de resonancia. Para controlar los efectos catastróficos de la resonancia, tanto Cruz como Wittenberghe, controlaron la amplitud de vibración con el uso de cargas direccionales.

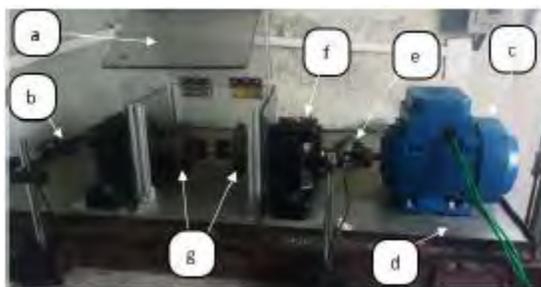


Figura 3 Ensamblaje de banco de pruebas. a) protección, b) sensores de desplazamiento, c) motor, d) base, e) cople flexible, f) chumacera, y g) discos de balanceo [12].

Santus *et al* [14] llevaron a cabo pruebas de fatiga para evaluar la vida útil de conexiones y cuerpos de tuberías de perforación, en condiciones de resonancia. Se compararon resultados de tuberías con corrosión y nuevas, y se determinó que el estado corrosivo no es un factor que disminuya en gran medida la vida a fatiga. Sin embargo, debido a los defectos generados por este fenómeno, se encontró un alto impacto en las concentraciones de esfuerzos y propagación de grietas.

### 2.3 Vida a fatiga bajo cargas aleatorias

Existen estructuras que durante toda su vida útil son sometidos a cargas con patrones aleatorios, tales como los aerogeneradores con y sin aspas, álabes de turbinas de vapor, o estructuras en altamar. Estos patrones de cargas están compuestos por componentes armónicos cuyas frecuencias pueden coincidir con alguna frecuencia natural y entrar en una zona de inestabilidad por resonancia. Du *et al* [15] propusieron un método híbrido, dominio de la frecuencia-tiempo, para estimar la vida útil a fatiga. Donde a partir de una densidad espectral de potencia (PSD) conocida, se obtiene un historial de las cargas en el dominio del tiempo y a través del RCA, se pueden obtener los rangos de esfuerzos y su frecuencia, para

así, mediante la regla de Miner, estimar la acumulación del daño y la vida útil a fatiga. Yaich y El Hami [16] propusieron un modelo para estimar el daño por fatiga multiaxial de estructuras sometidas a vibraciones aleatorias, basándose en el criterio de Matsubara [17] y a su vez ampliando el campo de aplicación, ya que el criterio de Matsubara aplica solo para cargas de amplitud constante. Song y Wang [18] presentaron un método espectral que consiste en evaluar el daño generado a través de la partición en bloques de la matriz de dispersión de cargas de estructuras en altamar. Nieslony *et al* [19] formularon un criterio de falla multiaxial basados en un método espectral. Este criterio está basado en dos principios, el criterio del plano crítico y el criterio de tensores invariantes de esfuerzos. Ellos demostraron que la densidad espectral de potencia de cargas se puede obtener usando el criterio propuesto.

Durante el proceso de diseño de estructuras en altamar, se deben tomar en cuenta diferentes factores, entre ellos, la existencia de una tripulación y el factor de seguridad. Por un lado, Velarde *et al* [20] realizaron un estudio de fiabilidad a la fatiga de estructuras mono pilares de aerogeneradores en altamar. Determinaron un factor de seguridad de diseño por fatiga (FDF) mayor a tres. Este valor puede cambiar con el tamaño de la torre, las condiciones de los estados de operación ambiental, profundidad de empotramiento, entre otros. Sin embargo, el estudio demostró ser viable técnica y económicamente. Por otro lado, Mendes *et al* [21] presentaron un trabajo donde evalúan el daño por fatiga de una estructura marítima tipo *Jacket* (ver Figura 4) basado en un análisis estático y dinámico estructural, y el efecto que tienen la naturaleza de las cargas de cada análisis sobre la vida útil de los componentes estructurales.



Figura 4 Estructura tipo Jacket.[22]

Por otro lado, Li y Zhang [23] analizaron el daño por fatiga de alto ciclaje de otro tipo de estructuras marítimas tales como aerogeneradores flotantes (ver Figura 5). En esta investigación, compararon el efecto de seis tipos de cargas ambientales de naturaleza aleatoria, con alta repercusión en la vida útil a fatiga. El análisis del daño por fatiga se realizó en diferentes puntos ubicados a distintas alturas de la estructura sobre el nivel del agua.

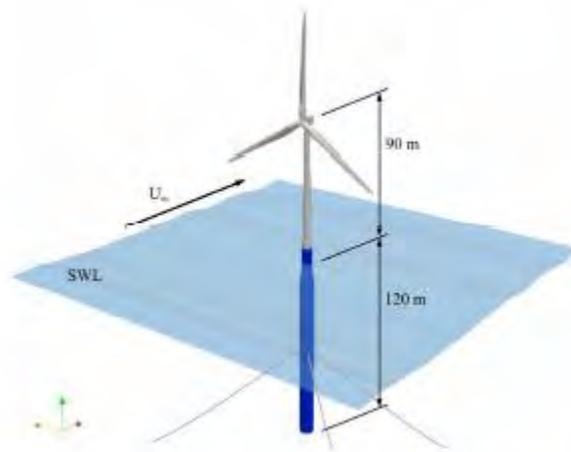


Figura 5 Aerogenerador marítimo flotante.[23]

Zorman *et al* [24] estimaron la vida a fatiga de bajos ciclos de cargas no estacionarias considerando, tanto la naturaleza de las cargas, como las propiedades dinámicas de una

estructura. Determinaron que la mayor acumulación del daño se presenta en lo que determinan como *hotspots*, puntos donde los modos de vibrar excitados presentan las deformaciones máximas y a su vez esfuerzos máximos. Gao *et al* [25] propusieron un modelo basado en un método espectral para estimar la vida útil a fatiga multiaxial de piezas metálicas bajo una combinación de cargas por vibración aleatoria y cargas de esfuerzo promedio, y la determinación de planos críticos. Las cargas de esfuerzo promedio se estimaron con base en las leyes de la mecánica de materiales y el ancho de banda de las vibraciones aleatorias. Obtuvieron PSD y una curva de probabilidad de ocurrencia de la combinación de las cargas con el que se pudo obtener la vida útil a fatiga. Decker [26] presentó un método atractivo para la obtención de la PSD de las cargas a partir de los espectros de respuesta a la fatiga y al impacto. Siendo este un método espectral, resultó ser viable con respecto a un historial de cargas en el dominio del tiempo.

Evaluar el efecto de patrones de cargas generados en condiciones de resonancia puede resultar ser experimentalmente peligroso, dada la naturaleza de las cargas, aun teniendo un control de la amplitud de vibración por resonancia [12], [13]. D'Elia *et al* [27] propusieron una metodología basada en las leyes de potencia inversa [6], para evaluar la respuesta dinámica máxima de pruebas de fatiga multiaxial aleatoria acelerada. Esto con la finalidad de considerar condiciones de operación extremas de máquinas, escalando tanto las cargas como el tiempo de las pruebas, esto es, pruebas de fatiga en un menor tiempo, con resultados acorde a las condiciones de operación más severas y reduciendo el riesgo de accidentes durante las pruebas. A pesar de los avances en cuanto a los métodos para determinar la vida útil a fatiga y el daño acumulado en piezas sometidas a cargas de amplitud variable y constante, existen aún muchas áreas de oportunidad para calcular los esfuerzos máximos a los que se encuentran sometidas piezas a flexión rotatoria. Rodríguez-Reyes *et al* [28] presentaron un método mediante FEM para estimar el factor de concentración de esfuerzos en una viga de sección transversal variable en flexión. Este trabajo sirve como base para poder estimar los esfuerzos en piezas que se encuentran sometidos a flexión rotatoria.

A pesar de que existan numerosos métodos para evaluar el efecto de cargas estocásticas en diferentes tipos de estructuras de interés, sigue siendo un tema de relevancia dadas las diferentes condiciones y la naturaleza aleatoria de fenómenos tales como la resonancia, y la demanda computacional que se requiere para los métodos en el dominio del tiempo. Martin del Campo *et al* [29] presentaron un método simplificado para realizar análisis de fatiga de soportes de turbinas eólicas. Sin embargo, a pesar de considerar los efectos de la velocidad del viento, operación del rotor y la simplificación del modelo real a uno de cuatro grados de libertad (GDL), sobrestima el daño acumulado y a su vez, la vida útil.

Chowdhury y Zabel [30] evaluaron el efecto de la fatiga inducida por el viento de los tornillos de conexión de una torre de emisión de televisión (ver Figura 6). En este modelo, propusieron una modificación del RCA convencional donde incorporan los efectos de la secuencia de carga. Así, encontraron que, al integrar este parámetro, puede aumentar hasta en un 100% la

acumulación del daño en los tornillos de conexión, en comparación con los resultados del RCA convencional.

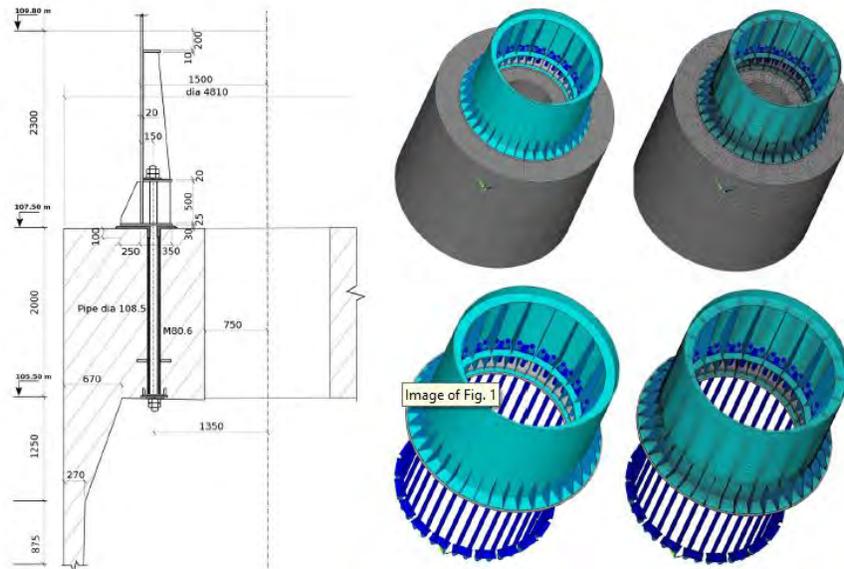


Figura 6 Conexión entre base de concreto y torre de acero de un aerogenerador [30]

Componentes mecánicas que están sometidas a cargas aleatorias y con una probabilidad de ocurrencia de cargas por resonancia [8], tales como álabes de turbinas, presentan cambios en sus propiedades dinámicas debido a la aparición y propagación de grietas. Para evaluar cómo afectan estos cambios en el daño acumulado y la vida útil de los álabes de turbinas, Graciano *et al* [31] realizaron una evaluación de daño y valoración de la vida útil de álabes de turbinas de vapor en sus últimas etapas de operación. Modelaron numéricamente un bloque de 10 álabes donde calcularon la acumulación del daño a través de la Regla de Miner[1] y la técnica de tres bandas de Steinberg [3]. Con estos estudios, se observó un incremento en la relación de amortiguamiento y un decremento en la rigidez de los álabes, debido a la generación y propagación de grietas, donde, con estos cambios, se pueden crear patrones de detección de grietas en álabes de turbinas de vapor. Finalmente, esta metodología puede estimar la vida útil en diferentes condiciones de frontera de los álabes de turbina o de cualquier elemento metálico.

Chen *et al* [32], propusieron una metodología para evaluar la acumulación de daño en probetas sometidas a espectros de cargas aleatorios, con la particularidad de que toman en consideración los efectos de la secuencia del historial de cargas utilizando el concepto de memoria del material propuesto por Peng *et al*[33], y la variación de la pendiente de las curvas S-N del material a lo largo del tiempo. El método consistió en seccionar el historial de cargas y en cada sección, aplicaron el método RCA para obtener bloques de diferentes niveles de cargas y mediante un algoritmo, aleatorizar estos bloques de cargas para respetar la naturaleza estocástica del proceso.

Por otro lado, se han desarrollado diferentes métodos como el de Lu *et al* [34], que presenta una revisión acerca del fenómeno de la resonancia estocástica que sirve para la identificación de fallas en sistemas rotodinámicos que son difíciles de identificar en un espectro de respuesta, debido a que sus amplitudes de vibración son tan pequeñas que podrían confundirse con ruido. Por lo tanto, el método consiste en introducir ruido blanco a determinada frecuencia para amplificar los picos de vibración de las fallas que son casi imperceptibles. Esta metodología podría aplicarse para la estimación de vida útil de componentes de sistemas rotodinámicos. Por otro lado, Yao *et al* [35] propusieron un enfoque de análisis armónico basado en un algoritmo de transformada discreta de Fourier para la identificación de fallas en sistemas rotodinámicos que podrían influir en la vida útil de estos sistemas, donde no solo efectos de resonancia o desbalanceo afectan, si no que otros factores y fallas también pueden representar un daño significativo. Sin embargo, es importante considerar la naturaleza estocástica y probabilidad de ocurrencia para obtener modelos precisos de estimación de daño y vida útil.

Muñiz *et al* [36] presentan una extensa revisión donde hacen un análisis comparativo entre los métodos de evaluación del daño en el dominio del tiempo y de la frecuencia, donde concluyen que los métodos espectrales muestran un tratamiento avanzado de datos donde se encuentran importantes relaciones teóricas y analíticas entre la densidad espectral de potencia y el daño por fatiga esperado, lo cual conlleva a una metodología más simple y fácil de aplicar para la evaluación del daño por fatiga. Böhm *et al* [37] y Zorman *et al* [38] presentaron diferentes enfoques espectrales para la estimación de la vida útil. Böhm *et al* [37] utilizaron el parámetro de la densidad de energía de deformación, donde, a diferencia de otros trabajos, la densidad espectral de potencia, el espectro de cruce de niveles y el daño esperado, están todos en función de la densidad de energía de deformación. En el estudio compararon los resultados con otros modelos que están enfocados en el análisis de esfuerzos y se verificó una concordancia aceptable entre los dos enfoques.

## 2.4 Conclusiones del estado del arte

En la literatura, se presentan numerosos métodos para evaluar el daño acumulado y vida útil a fatiga de estructuras y componentes mecánicos. Solo por mencionar algunos, los métodos en el dominio del tiempo suelen ser los más precisos, pero requieren de elevados recursos computacionales y de tiempo de ejecución; los métodos espectrales son menos demandantes de recursos pero, la mayoría considera una distribución de cargas de tipo gaussiana, que si bien es una buena aproximación, la naturaleza estocástica de cargas ambientales, suelen tener una distribución de cargas no gaussiana, esto resulta en una subestimación o sobreestimación de la vida a fatiga. Los métodos determinísticos no contemplan la naturaleza estocástica de las cargas, por lo que, sobreestiman la vida a fatiga y conducen a sobredimensionamiento de

estructuras y componentes mecánicos, lo cual conlleva a elevados gastos de construcción y manufactura.

Los modelos de estimación de vida a fatiga en condiciones de resonancia aprovechan las grandes amplitudes de vibración causadas por este fenómeno para acelerar el tiempo de ejecución de ensayos de fatiga. Sin embargo, en su mayoría desprecian los patrones de cargas aleatorios que pueden generarse en estas condiciones y conduce a la sobrestimación de la vida a fatiga. Resultando en aproximaciones erróneas de calcular vida infinita, lo cual se puede traducir en altos costos operativos, de diseño y manufactura. En este trabajo, se propone un modelo experimental para evaluar la vida a fatiga de componentes estructurales que trabajen bajo condiciones de resonancia y, además, respondan a patrones de carga de naturaleza aleatoria.

## 2.5 Definición del problema

En diferentes campos de la ingeniería existen estructuras y máquinas tales como edificaciones de gran escala, vehículos automotores, estructuras marítimas, aerogeneradores, entre otros, que están sometidas a cargas de amplitud variable y de naturaleza aleatoria. La velocidad y dirección del viento y oleaje, irregularidades en carreteras, sismos y terremotos, solo por mencionar algunos, son algunos ejemplos que generan cargas de amplitud variable o aleatoria. En consecuencia, por efecto de la naturaleza de estas cargas, la predicción de vida útil puede ser complicada y a menudo impredecible, por lo que se tiende a sobredimensionar las estructuras con el propósito de reducir la incertidumbre.

Las cargas aleatorias se pueden modelar y estudiar mediante la teoría de procesos estocásticos [4]. En esta teoría, se menciona que las cargas cuentan con la propiedad de probabilidad de ocurrencia, es decir, si se mide, por ejemplo, la velocidad del viento durante 7 días a la misma hora, ésta puede ser diferente cada día o la misma para  $n$  días a la hora establecida.

Los efectos que tienen este tipo de cargas han sido objeto de estudio y se han presentado diferentes métodos, espectrales [18], [19], [25], [26], en el dominio del tiempo [6], [24], híbridos[15], entre otros. Sin embargo, no toman en cuenta efectos a los que también pueden ser sometidos los objetos de estudio, tales como la resonancia. El efecto de la resonancia sobre la vida útil a fatiga de componentes mecánicos y estructurales ha sido objeto de estudio [7], [9], [10], [12], [13], [14] y se ha visto que tienen un efecto significativo sobre la vida útil a fatiga y acumulación del daño, así como la generación de grietas en defectos y zonas de concentración de esfuerzos.

De acuerdo con lo anterior, en el presente estudio, se evaluó el efecto sobre la vida útil a fatiga de las vibraciones inducidas por el fenómeno de resonancia y los patrones de cargas aleatorias que se generan debido a la naturaleza caótica del fenómeno. Para el estudio se tomó como referencia el trabajo desarrollado por Cruz *et al* [12], [39], y se llevaron a cabo ensayos experimentales con probetas sometidas a patrones de carga de naturaleza aleatoria, donde se

determinó la influencia de la respuesta dinámica en resonancia tomando en cuenta todas las componentes armónicas de la respuesta del rotor sobre la acumulación de daño en los elementos estructurales. De los resultados obtenidos se desarrolló un modelo que permite estimar la vida útil a fatiga con mayor precisión que los modelos reportados actualmente en la literatura.

## 2.6 Hipótesis

Las técnicas en el dominio del tiempo ofrecen mayor precisión en la estimación de la vida a fatiga en comparación con las técnicas espectrales, las cuales, tienden a subestimar la vida a fatiga. Por lo tanto, mediante una metodología en el dominio del tiempo para la estimación de vida a fatiga de componentes en condiciones de resonancia, es posible desarrollar un modelo empírico que incremente la precisión en la estimación de la vida a fatiga de estructuras en condiciones de resonancia con patrones de respuesta aleatorios.

## 2.7 Objetivo general

Desarrollar un modelo para estimar la vida útil a través de la aplicación de técnicas estadísticas, a partir del procesamiento de datos experimentales obtenidos de ensayos de fatiga de probetas sometidas a condiciones de resonancia.

### 2.7.1 Objetivos específicos

- Implementar y modificar el banco de ensayos experimentales desarrollado por Cruz *et al* [12] para simular condiciones de resonancia y cargas aleatorias.
- Diseñar la matriz experimental para obtener datos de vida útil y señal de vibración,
- Obtener un modelo de estimación de daño y vida útil,
- Medir el daño acumulado a partir datos experimentales.

## 2.8 Justificación del problema

En la literatura se han encontrado numerosos métodos para estimar la vida útil a fatiga de estructuras y componentes que están sometidos a cargas aleatorias y condiciones de resonancia durante su vida operativa. Tal es el caso de estructuras en altamar [4], [18], [20], [21], [23] y en tierra firme [29], [30], [40], solo por mencionar algunas, que son afectados por cargas ambientales de naturaleza estocástica y donde cada ciclo de carga tiene un impacto diferente en la acumulación de daño y vida útil. Estudiar los efectos de la resonancia presentes en patrones de carga aleatorios es un campo ampliamente estudiado desde un enfoque espectral, sin embargo, los modelos de estimación de vida a fatiga obtenidos a partir de este enfoque tienden a subestimar la vida a fatiga de los materiales. Por lo tanto, en este trabajo, se propondrá un modelo experimental para evaluar el daño acumulado y vida a fatiga de probetas sometidas a cargas aleatorias presentes en un sistema rotodinámico que opera en condiciones de resonancia.

Con los resultados de esta propuesta, se obtendrá un modelo más preciso para aquellas estructuras que operan en condiciones de resonancia.

## **2.9 Alcances y limitaciones**

- El estudio incluye un análisis de datos experimentales provenientes de ensayos de fatiga a probetas normalizadas bajo condiciones de resonancia con patrones de respuesta aleatorios.
- Realizar ensayos de fatiga sobre probetas de aluminio con geometría normalizada[42].
- Banco experimental para ensayos de fatiga por condiciones de resonancia (sistema rotodinámico con desbalance).

## **2.10 Productos y beneficios esperados**

- Un modelo experimental basado en técnicas estadísticas para evaluar la vida a fatiga de partes estructurales sometidas a cargas aleatorias y condiciones de resonancia, el cual contribuirá a tener una aproximación más precisa que los existentes para estimar la vida a fatiga.
- Un artículo de investigación
- Obtención de grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica
- Actividad de retribución social

## 3 Marco teórico

### 3.1 Vibraciones mecánicas

Una vibración se puede definir como cualquier movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo definido, por ejemplo, el vaivén de un péndulo o el movimiento de una cuerda pulsada. La teoría de las vibraciones mecánicas abarca el estudio de los movimientos oscilatorios de los cuerpos y las fuerzas involucradas [43]. En la Figura 7 se muestra un sistema vibratorio de un grado de libertad que puede representar un sistema físico de múltiples grados de libertad a través de parámetros tales como masa, rigidez y amortiguamiento equivalentes.

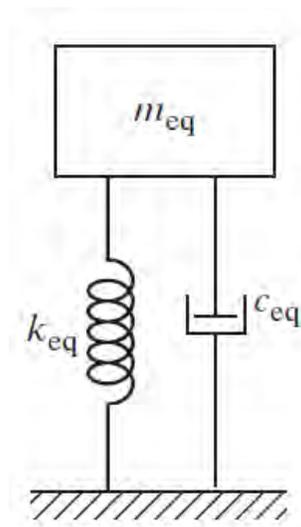


Figura 7 Sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad, donde  $m_{eq}$ ,  $k_{eq}$  y  $c_{eq}$  representan a la masa, rigidez y amortiguamiento del sistema. Figura tomada y modificada de [43].

En general los sistemas vibratorios se pueden clasificar en sistemas de un grado de libertad (1-GDL) y de múltiples de grados de libertad (MGDL), estos a su vez se clasifican de acuerdo con el tipo de excitación externa a los que son sometidos, libres y forzadas [43], [44], [45].

#### 3.1.1 Vibraciones forzadas por desbalance rotatorio.

Un sistema mecánico o estructura experimenta vibración forzada cuando se suministra energía externa al sistema durante la vibración. La energía externa puede ser suministrada mediante una fuerza o un desplazamiento aplicado al sistema. Éstas pueden ser de naturaleza armónica o no armónica, periódica o no periódica, aleatoria, o una combinación de dos o más [43].

El desbalance en sistemas rotodinámicos es considerado una de las fuentes de vibración más comunes y, teóricamente, es considerada de naturaleza armónica y periódica. En la mayoría de los casos se busca mitigar estos efectos del desbalance para reducir la respuesta vibratoria de los sistemas rotodinámicos y que operen en condiciones óptimas. El desbalance es



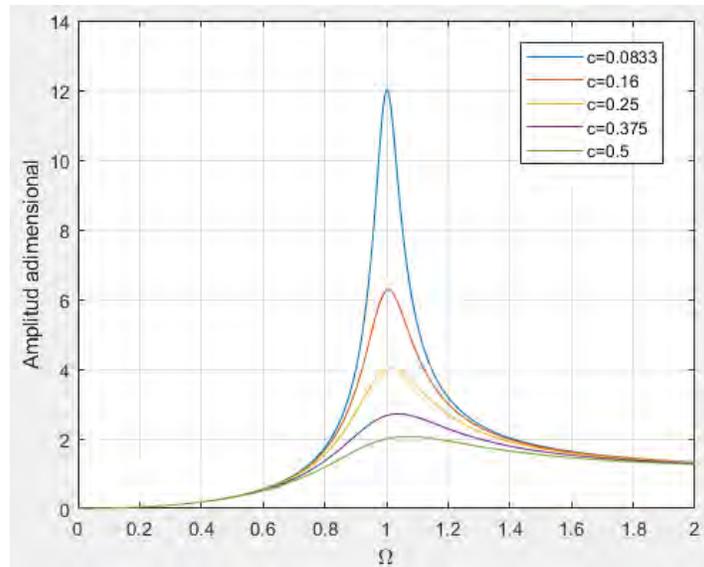


Figura 9 Diagrama de Bode de un sistema de 1GDL con excitación armónica inercial.

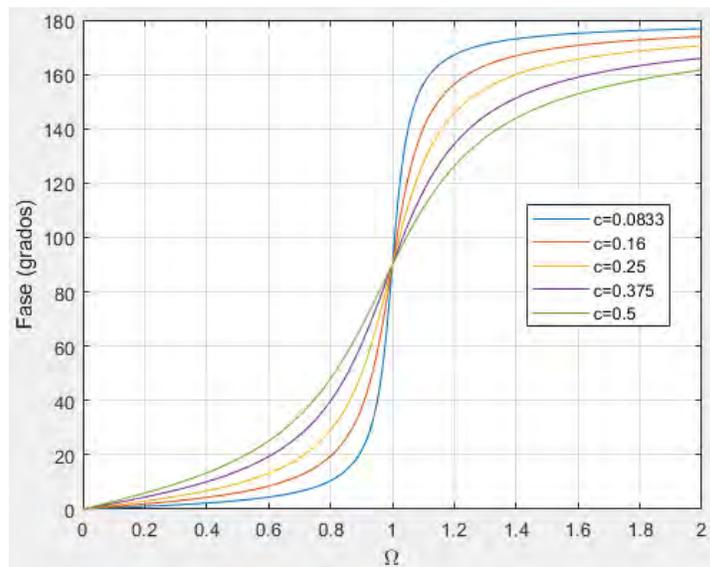


Figura 10 Diagrama de fase de un sistema de 1GDL con excitación armónica inercial.

### 3.1.1.1 *Balaceo de sistemas rotodinámicos mediante el método de coeficientes de influencia*

Identificar el desbalance en sistemas de 1GDL puede resultar una tarea sencilla al resolver la Ecuación 1. Sin embargo, en sistemas continuos, como son los sistemas rotodinámicos, encontrar de manera analítica el desbalance y contrarrestarlo se complica debido a la necesidad de modelar matemáticamente estos sistemas y resolver el sistema de ecuaciones. En consecuencia, se han desarrollado numerosos métodos para balancear sistemas rotodinámicos, uno de ellos, el método de coeficientes de influencia.

El método de coeficientes de influencia [47] es una técnica que se utiliza para balanceo de sistemas rotodinámicos como rotores de turbinas o ventiladores. Este método se basa en la relación que existe entre las fuerzas de desbalance propias del sistema rotodinámico, y la respuesta de vibración que las fuerzas generan en puntos específicos del sistema. A través de esta relación, es posible determinar las correcciones necesarias en el rotor para reducir los niveles de vibración.

El coeficiente de influencia relaciona una cantidad de masa con una posición angular y radial conocida y la respuesta de vibración de un sistema rotodinámico. Este coeficiente representa la sensibilidad de un sistema rotodinámico al agregar o quitar masas y se suele medir experimentalmente mediante sensores de vibración.

El procedimiento de balanceo mediante este método consiste en:

1. Medir la vibración inicial ( $v_0$ ) del rotor sin ninguna masa correctora a una velocidad de giro constante ( $\omega$ ).
2. Colocar una masa de prueba ( $m_p$ ) en una posición angular y radial previamente conocida. La posición angular de esta masa se determina en función de la graduación aplicada al rotor, donde, generalmente, la posición  $0^\circ$  coincide con la ubicación del sensor de vibración utilizado. La graduación se realiza en sentido contrario al giro del rotor.
3. Medir la vibración con masa de prueba ( $v_1$ ) a la misma velocidad constante ( $\omega$ ) que en el paso 1.
4. Calcular el vector efecto ( $v_e$ ) y coeficiente de influencia ( $\alpha$ ) mediante las siguientes expresiones:

$$v_e = v_1 - v_0 \quad \text{Ecuación 4}$$

$$\alpha = \frac{v_e}{m_p} \quad \text{Ecuación 5}$$

5. Calcular la masa de balanceo ( $m_b$ ) mediante la siguiente expresión

$$m_b = -\frac{v_0}{\alpha} \quad \text{Ecuación 6}$$

6. Medir la vibración residual ( $v_r$ ) para verificar una reducción por lo menos del 70% con respecto a la vibración inicial.

Este método es efectivo en sistemas donde el balanceo es crítico para la operación continua y segura de equipos rotatorios industriales o de laboratorio, donde se desea tener un control sobre la respuesta dinámica de vibración. Además, para el caso de sistemas rotatorios donde no pueden ser alterados los parámetros rotodinámicos de amortiguamiento y rigidez, este método de balanceo resulta atractivo para controlar la amplitud de vibración y reducirla como se muestra en la Figura 9.

### 3.1.2 Resonancia mecánica

La resonancia mecánica es un fenómeno que se manifiesta cuando la frecuencia de una fuerza ejercida sobre un sistema físico coincide con la frecuencia natural de éste[43]. En sistemas no amortiguados, este fenómeno produce deformaciones que crecen de forma exponencial (ver Figura 12) y fallas catastróficas. En la Figura 11 se muestra el colapso del puente Tacoma, donde, debido a que la frecuencia de excitación de las cargas por el viento que ejercían sobre él entró en resonancia y colapsó.



Figura 11 El puente Tacoma destruido debido al fenómeno de la resonancia. [43]

De acuerdo con Rao [43], la respuesta de un sistema no amortiguado en resonancia está dado por

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + \frac{\delta_{est} \omega_n t}{2} \sin \omega_n t \quad \text{Ecuación 7}$$

Analizando la ecuación de respuesta del sistema no amortiguado en resonancia, si la posición y la velocidad inicial del sistema son igual a cero, el primer y segundo término se cancelan y el tercer término es el único que representa la respuesta del sistema. Si se grafica el tercer término, se obtiene el comportamiento mostrado en la Figura 12, donde se observa que la envolvente de la amplitud de onda crece linealmente en el tiempo, y cuando el tiempo tiende a infinito, la amplitud también tiende a infinito. Adicionalmente, se puede observar que la amplitud de vibración depende de la deflexión estática ( $\delta_{est}$ ) del sistema, es decir, si este valor es cero, aun en condiciones donde la frecuencia de excitación coincida con al frecuencia natural del sistema, este no presentaría el comportamiento mostrado en la Figura 12. Sin embargo, se conoce de la literatura que todo cuerpo elástico en reposo presenta una deflexión estática debido a los efectos de la gravedad, por ejemplo, los sistemas rotodinámicos.

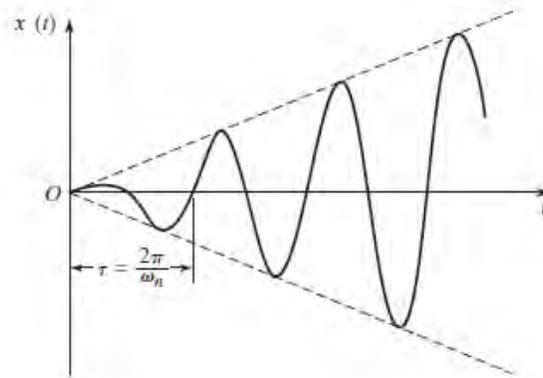


Figura 12 Respuesta de un sistema no amortiguado en resonancia cuando la posición y velocidad inicial son iguales a cero. Figura tomada y modificada de [43].

En sistemas rotodinámicos, donde si se cuenta con amortiguamiento debido a los soportes, se observa un comportamiento como el que se muestra en la Figura 9. Sin embargo, para llegar y/o cruzar la velocidad de giro cuando  $\Omega = 1$ , también conocida como velocidad crítica, es necesario balancear el sistema a diferentes velocidades menores a la crítica para evitar una posible destrucción total o parcial de los componentes mecánicos cuando cruce o se mantenga operando a esta velocidad.

Conocer la velocidad crítica de un sistema rotodinámico a través de pruebas de puesta en marcha puede resultar una tarea peligrosa, por lo tanto, alternativamente, se utilizan herramientas numéricas como el método de los elementos finitos para realizar análisis modales y obtener frecuencias naturales y sus formas modales, o, por otro lado, se realizan pruebas de análisis modal experimental, tal como el “*bump test*” para obtener una aproximación de la frecuencia natural de estos sistemas.

### 3.1.2.1 Análisis modal experimental

El análisis modal experimental, es un procedimiento que consiste en la obtención de frecuencias naturales, relaciones de amortiguamiento y modos de vibración[43].

Para este tipo de pruebas experimentales en sistemas rotodinámicos, se requiere del siguiente equipo (ver Figura 13):

- Un martillo de impacto.
- Un sensor de vibración.
- Un amplificador de señales (posicionado entre el transductor y el analizador de señales).
- Un analizador de señales o una interfaz gráfica que permita visualizar y analizar los datos adquiridos de la respuesta de vibración del sistema de estudio.



Figura 13 Arreglo experimental para un análisis modal tipo bump test [48].

Es necesario discretizar la estructura o el sistema al que se le aplicará esta prueba. Con esta discretización se identifican puntos nodales que servirán como referencia para ejercer un golpe con el martillo de impacto y excitar un amplio rango de frecuencias naturales que serán detectadas por el sensor de vibración. El rango de frecuencias que se exciten dependerá del tipo de goma o punta que se coloque sobre el martillo de impacto. Una goma blanda excita modos de vibrar no mayores a los 300 Hz, mientras que gomas rígidas excitan modos de vibrar mayores a los 300 Hz. La elección de la goma dependerá del rango de frecuencias de interés.

En esta prueba se obtienen dos gráficos importantes, una función de respuesta a la frecuencia, donde se gráfica amplitud contra frecuencia, y una gráfica de coherencia. La gráfica de coherencia representa el nivel de repetibilidad entre la magnitud de los golpes y la respuesta que hay en cada punto nodal. Una coherencia igual a 1 significa una buena repetibilidad, mientras que valores de coherencia por debajo de 0.8 indican una alerta y los resultados deben ser tratados con cautela.

### 3.1.3 Vibraciones aleatorias

En la naturaleza existen fenómenos y procesos cuyos parámetros no pueden ser determinados con exactitud; a estos procesos se les conoce como procesos aleatorios. Por ejemplo, si el desplazamiento en la parte más alta de una torre eléctrica debido a efectos del aire es medido bajo las mismas condiciones, no se obtendrían los mismos valores en cada una de las mediciones y se obtendría un gráfico como el que se muestra en Figura 14, donde cada curva corresponde a un historial medido en el mismo intervalo de tiempo. Debido a la naturaleza aleatoria del proceso, el desplazamiento medido en cada muestra,  $x^{(1)} \dots x^{(n)}$ , se le conoce como variable aleatoria. La respuesta dinámica al sistema que es sometido a cargas aleatorias se conoce como vibración aleatoria [43].

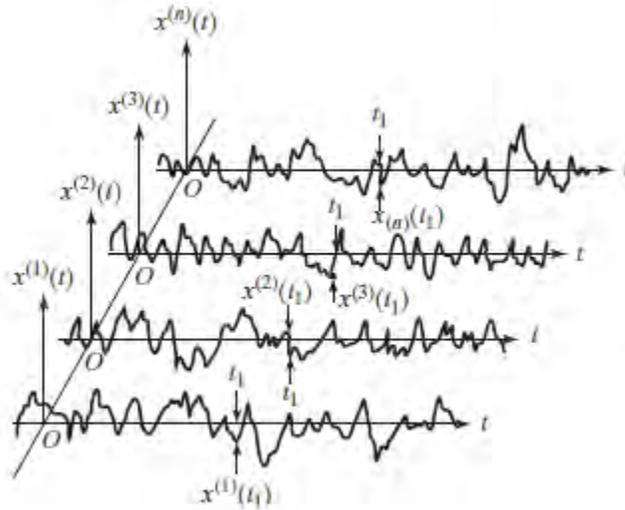


Figura 14 Ensamble de mediciones de un proceso aleatorio[43]

Durante las últimas décadas, se ha en estudiado la naturaleza aleatoria de los fenómenos tales como la fatiga y las condiciones reales de servicio a los que son sometidas estructuras, tales como edificios, torres de viento, maquinaria rotatoria, entre otros. Debido a que se vuelve imposible representar estos fenómenos mediante expresiones matemáticas exactas, se procede a implementar la teoría de procesos aleatorios, esto es, desde un enfoque probabilístico [49].

Muchos fenómenos físicos son modelados, por simplicidad, a través de modelos determinísticos; sin embargo, la mayoría son no determinísticos. Por ejemplo, la resistencia última o la resistencia a la fatiga de un material medidos en sus correspondientes pruebas experimentales pueden variar de un experimento a otro, por lo tanto, debido a la incertidumbre y a la alta probabilidad de obtener resultados distintos para cada prueba, estas cantidades se les puede denominar variables aleatorias [50].

Por otro lado, existen otros fenómenos donde la respuesta es función de otras variables tales como el tiempo. A estos fenómenos se les conoce como procesos aleatorios, donde, para cada salida de un experimento que sea un proceso aleatorio, se le conoce como función muestra, y un conjunto de funciones muestra se les conoce como ensamble del proceso.

Analizar señales aleatorias en el dominio del tiempo presenta varias desventajas, entre ellas, la dificultad para capturar información estadísticamente significativa, complejidad en la detección de frecuencias dominantes, y el requerimiento de grandes volúmenes de datos los cuales pueden ser computacional y económicamente demandantes. En consecuencia, una alternativa son las herramientas de análisis en el dominio de la frecuencia, como la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) y la densidad espectral de potencia (PSD, por sus siglas en inglés). Con estas técnicas es posible conocer la amplitud y frecuencia de las componentes armónicas que constituyen las señales aleatorias y, además,

la distribución de energía en las diferentes frecuencias. Estos son parámetros claves para el análisis de fatiga y vibraciones.

### 3.1.4 Densidad Espectral de Potencia (PSD)

La Densidad Espectral de Potencia (PSD) es una función que describe cómo se distribuye la potencia de una señal de diferentes frecuencias. Es una herramienta poderosa en el análisis de señales aleatorias o de procesos estocásticos, como las vibraciones en estructuras o los registros de ruido, ya que permite identificar qué frecuencias contienen la mayor parte de la energía de una señal y cómo estas afectan el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo.

Matemáticamente es posible obtener la PSD de una señal de vibración aleatoria al aplicarle la transformada rápida de Fourier (FFT), elevar su magnitud al cuadrado [43] y normalizarla con respecto a la longitud de la señal o el ancho de banda de la frecuencia, esto es:

$$S_X(\omega) = \frac{|\mathcal{F}\{x(t)\}|^2}{N} \quad \text{Ecuación 8}$$

donde  $\mathcal{F}\{x(t)\}$  indica la transformada de Fourier de la señal  $x(t)$  y  $N$  el tamaño de la señal.

Además de poder conocer las frecuencias dominantes y la distribución de energía de estas frecuencias, a través de la PSD también se pueden obtener parámetros conocidos como momentos espectrales [51], que se calculan a través de la siguiente expresión:

$$m_i = \int_0^{\infty} f^i G_{XX}(f) df \quad \text{Ecuación 9}$$

Donde  $G_{XX}$  es la PSD unilateral,  $f$  la frecuencia,  $m_i$  es el  $i$ -ésimo momento espectral. A su vez, los momentos espectrales sirven para calcular la frecuencia de cruce por cero positiva esperada ( $v_0$ ) y la frecuencia de aparición de picos esperada ( $v_p$ ) del proceso aleatorio, esto es:

$$v_0 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad \text{Ecuación 10}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad \text{Ecuación 11}$$

Cada uno de estos parámetros extraídos de una PSD, tiene un significado físico específico y es fundamental su correcta interpretación en el análisis de señales y procesos aleatorios, especialmente en el contexto de la fatiga y la vibración.

Los momentos espectrales son medidas estadísticas que caracterizan la forma de la PSD y describen aspectos de una señal en el dominio del tiempo. El momento espectral  $m_0$  representa el área bajo de curva de la PSD e indica la energía total de la señal en términos de su potencia media; el momento espectral  $m_1$  representa la frecuencia media de la señal aleatoria, el momento espectral  $m_2$  representa al varianza espectral, y  $m_3$  y  $m_4$  la asimetría y curtosis espectrales, respectivamente, donde la asimetría indica si hay un sesgo en la distribución de energía hacia frecuencias altas o bajas y la curtosis indica si hay picos agudos y repentinos en la señal [36], [49], [51].

Por otro lado, los valores de tasa de cruce por cero y frecuencia de picos esperados representan la frecuencia media de oscilación de la señal y el número de picos esperados en una señal en un periodo de tiempo dado. En el análisis de fatiga, estos parámetros sirven para identificar picos de interés que representen un daño significativo en el material, así como el número de ciclos de carga que experimentará la señal.

Los parámetros  $v_0$  y  $v_1$  facilitan la obtención de parámetros de irregularidad ( $\alpha_i$ ) donde:

$$\alpha_i = \frac{m_i}{\sqrt{m_0 m_{2i}}} \quad \text{Ecuación 12}$$

que básicamente indican el tipo de señal aleatoria, de banda ancha o estrecha. Si  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  tienden a acercarse a 1, indica una señal de banda estrecha y, por otro lado, si tienden a acercarse a 0, indica una señal de banda ancha [36], [49], [51], [52].

Cada momento espectral, frecuencia de cruce y factor de irregularidad que se obtiene a partir de la PSD tiene un significado físico, los cuales, mediante de una correcta interpretación, es posible utilizarlos para emular patrones de vibración aleatorios presentes en la naturaleza. A través de estudios de fatiga y caracterización de materiales se facilita la posibilidad de escalar pruebas de laboratorio a componentes mecánicos y estructurales de escala real [6], [27], [53], [54].

## 3.2 Fatiga

Una falla en un componente mecánico o estructural ocurre cuando se presenta una fractura completa o agrietamiento. En el caso de una falla por cargas estáticas, éstas ocurren cuando el componente sufre una deflexión, rebasando el límite elástico y hasta llegar a la fractura. Una fractura por cargas estáticas puede predecirse cuando, mediante inspecciones visuales, la deflexión es evidente. Sin embargo, en el caso de las fallas por cargas cíclicas que fluctúan entre ciertos niveles, la fractura puede ocurrir sin previo aviso, en cualquier instante y de manera inmediata. A ésta se le conoce como falla por fatiga [55].

Las cargas cíclicas ocurren cuando un nivel de esfuerzo es ejercido sobre un material  $N$  cantidad de veces repetidas. En la Figura 15 se muestran algunas gráficas de amplitud de

esfuerzo contra tiempo. Se observa que algunas de ellas tienen comportamiento sinusoidal, no-sinusoidal y de amplitud variable.

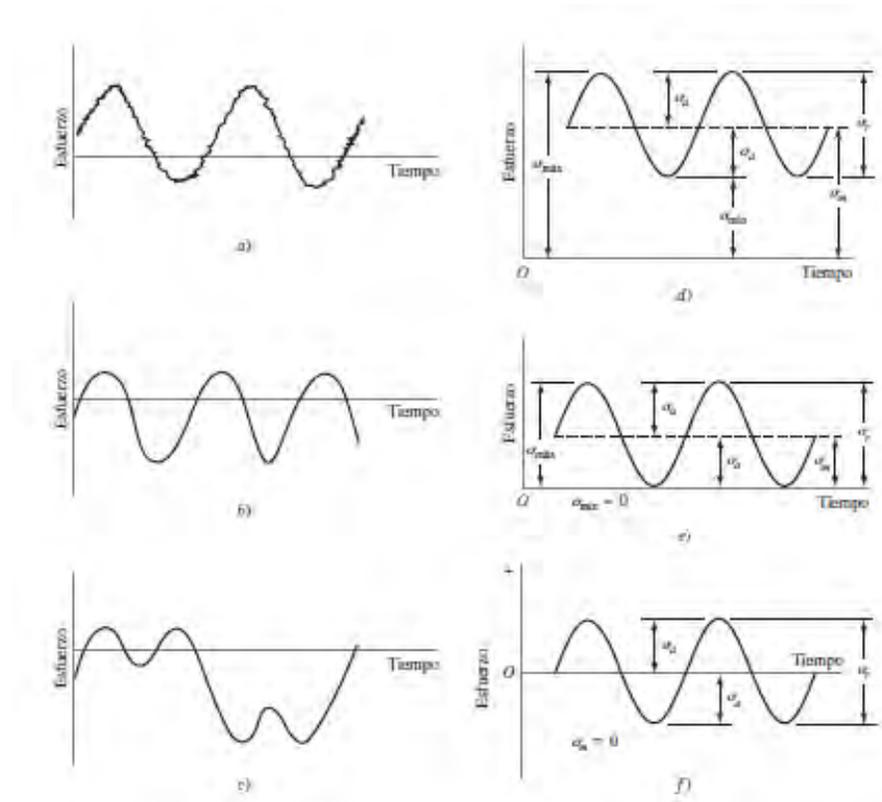


Figura 15 Algunas relaciones esfuerzo-tiempo: a) esfuerzo fluctuante con pulsaciones de alta frecuencia; b) y c) esfuerzo fluctuante no sinusoidal; d) esfuerzo fluctuante sinusoidal; e) esfuerzo repetido; f) esfuerzo sinusoidal completamente invertido. [55]

Existen enfoques para predecir una falla por fatiga, estos son: método esfuerzo-vida, deformación-vida y de mecánica de la fractura. Con estos métodos se pretende estimar la vida a fatiga a  $N$  número de ciclos bajo determinado nivel de carga.

El método esfuerzo-vida es el más tradicional para determinar la resistencia de los materiales bajo condiciones de cargas cíclicas. La máquina más comúnmente utilizada para ensayos de fatiga es la máquina de Moore [56] (ver Figura 16), aquí las probetas (ver Figura 17) son sometidas a cargas de flexión cíclicas completamente reversible (ver Figura 15f) hasta su destrucción. Las probetas utilizadas son maquinadas y pulidas de acuerdo con estándares y normas vigentes [42], [57], [58].

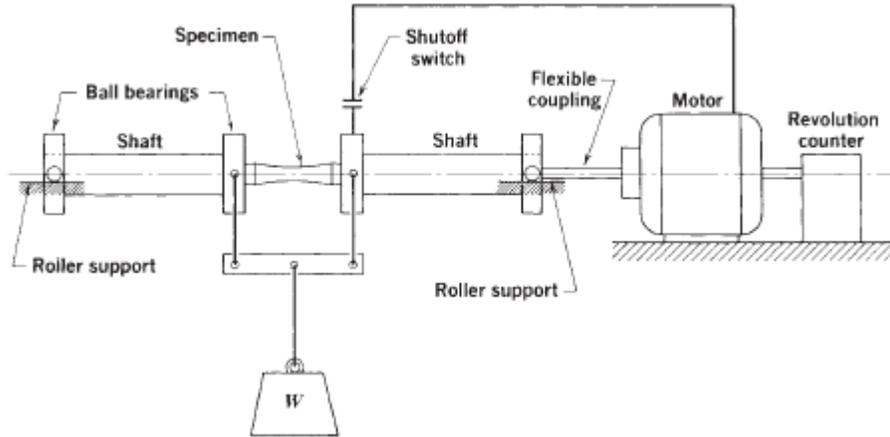


Figura 16 Máquina de fatiga R.R Moore [59].

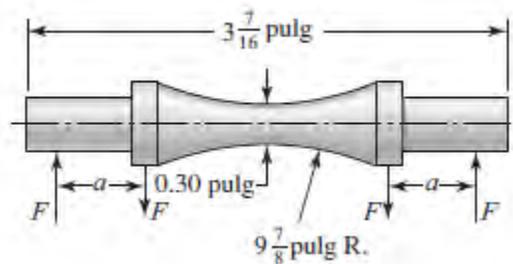


Figura 17 Geometría de la muestra de ensayo para la máquina de viga rotativa de R.R. Moore. [55]

Para definir la resistencia a la fatiga bajo cierto número de cargas cíclicas se requieren un gran número de ensayos, donde se hace un conteo de ciclos a determinada carga y se registran los resultados para obtener una gráfica  $S-N$  como la que se muestra en la Figura 18. La gráfica está definida para cargas de bajos ciclos,  $N < 10^2$ , y cargas de altos ciclos,  $N > 10^2$ , tomando en cuenta esta definición, se divide en vida finita y vida infinita. La vida infinita se define cuando el material alcanza el límite a la fatiga  $S_e$ . Cuando el material se encuentra operando a partir del límite a la fatiga, la probabilidad de que nunca presente una fractura es muy alta y comienza la región de vida infinita del componente.

El tipo de enfoque utilizado para un análisis de fatiga depende de diferentes factores, entre ellos, si el estudio se realiza en la región de vida finita, infinita o analiza experimentalmente la propagación de una grieta hasta la fractura del componente. El enfoque deformación-vida es el más preciso, sin embargo, se limita a estudiar la fatiga de bajos ciclos. Por otro lado, el enfoque esfuerzo-vida es más preciso para el análisis de fatiga de altos ciclos, sin embargo, la obtención de historiales de esfuerzos sigue siendo un reto para estudios experimentales donde se dificulta utilizar instrumentos de medición tales como galgas extensométricas. Por último, el enfoque de la mecánica de la fractura supone que ya existe una grieta y ha sido detectada. Esta grieta es monitoreada para predecir el crecimiento con respecto a la intensidad de esfuerzo hasta la fractura final.

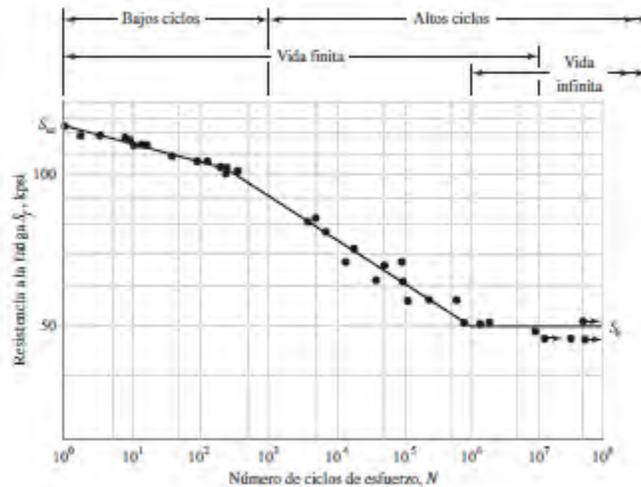


Figura 18 Diagrama S-N que se graficó a partir de los resultados de ensayos a la fatiga [55].

### 3.2.1 Enfoque esfuerzo-vida

El enfoque esfuerzo-vida relaciona únicamente los niveles de esfuerzo y el número de ciclos hasta la falla. Para realizar estudios a través de este enfoque es necesario contar con el diagrama S-N (esfuerzo-vida), para conocer la resistencia a la fatiga a determinado esfuerzo. Como se ha mencionado anteriormente, para construir estas curvas es necesario realizar numerosos ensayos hasta la falla, sin embargo, existen modelos desarrollados a partir de estudios experimentales y empíricos en ambientes controlados que permiten construir curvas S-N sin la necesidad de realizar ensayos experimentales.

Uno de los modelos más comúnmente utilizados para la obtención de curvas S-N es el modelo de Basquin [39], [60], [61]. Este modelo es utilizado para describir la relación entre el esfuerzo y el número de ciclos hasta la falla, y es de la forma:

$$S = S_f \left( \frac{N}{N_f} \right)^{-b} \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde S es el esfuerzo aplicado, S\_f es el límite de resistencia a la fatiga (aproximadamente el 50% de la resistencia a la tensión), N es el número de ciclos, N\_f es el número de ciclos para S\_f y b es la pendiente o exponente de la curva de fatiga y es función del acabado del material y las condiciones de carga.

A través de este enfoque, es posible cuantificar el daño acumulado por fatiga siempre y cuando se cuente con un historial de cargas o de respuesta del material que es fatigado. Esto se logra relacionando un historial de cargas o respuesta con una curva S-N, cuantificando la cantidad de ciclos de carga que sufre un componente y estimando el porcentaje de daño, por lo general, la falla por fatiga ocurre cuando el daño acumulado es mayor o igual a la unidad.

### 3.2.2 Acumulación del daño y vida útil

El proceso de daño por fatiga está conformado de un proceso de la iniciación de una grieta debido a concentraciones de esfuerzos o imperfecciones en la estructura cristalina del material, seguido de una propagación de la grieta, lo cual corresponde a un incremento de la longitud de la grieta, hasta la fractura final del componente [62], [63]. Una de las técnicas más utilizadas para medir cuantitativamente el daño por fatiga, es a través de la regla de Miner [1] y el algoritmo de conteo de ciclos *rainflow* (RCA, por sus siglas en inglés) [2]. La regla de Miner se utiliza para estimar el daño acumulado, y para estimarlo se utiliza la Ecuación 14, donde  $n_i$  es el número de ciclos a los que ha sido sometido el material, y  $N_i$  representa el número de ciclos donde falla el material a determinado nivel de esfuerzo.

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad \text{Ecuación 14}$$

La falla ocurre cuando el daño acumulado total es igual a uno [55]. Si se considera un historial de carga como el que se muestra en la Figura 19, de tipo alto-bajo-alto, que es aplicado en una prueba experimental de fatiga donde un nivel de carga con amplitud  $\sigma_{a1}$  a determinado número de ciclos  $n_1$ , y posteriormente se aplican niveles de a carga con amplitud  $\sigma_{a2}$  y  $\sigma_{a3}$  a determinado número de ciclos  $n_2$  y  $n_3$ , respectivamente, de acuerdo a la Ecuación 14 el daño acumulado en el material sería

$$D = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \frac{n_3}{N_{f3}}$$

Donde  $N_{f1,2,3}$  son el número de ciclos a la falla a los niveles de carga  $\sigma_{a1,2,3}$ . Cada término de la expresión anterior representa un porcentaje de daño acumulado en el material, esto es, valores menores a uno, por lo tanto, si la suma de los términos del lado derecho de la última expresión es igual a uno, esto indica que el material falló por fatiga.

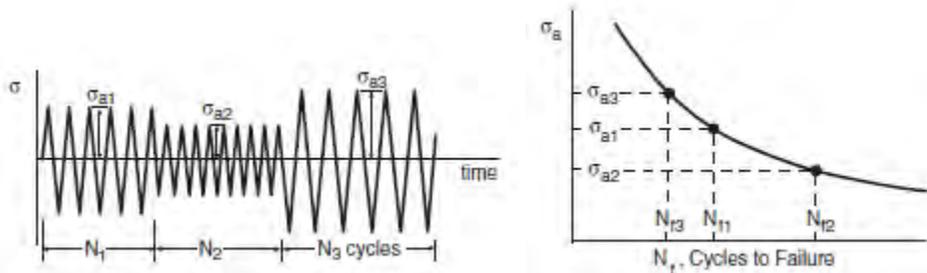


Figura 19 Historial de cargas de amplitud variable de tres etapas. Figura tomada y modificada de [59]

Por otro lado, existe una relación entre el daño acumulado y la estimación de la vida útil a fatiga, donde la vida útil es el inverso del daño acumulado, lo cuál resulta en una relación lineal entre ambas variables. Por lo tanto, a partir de una curva de daño en función del número

de ciclos obtenida a partir del procesamiento de datos experimentales, es posible predecir la vida útil de un componente sin que necesariamente llegue hasta la fractura.

Analizar patrones de carga de amplitud constante con diferentes etapas de amplitud o incluso patrones de carga de amplitud variable con componentes armónicas conocidas y representadas mediante un modelo matemático determinista, puede resultar una tarea que tiende a simplificar el análisis y estimación del daño. Sin embargo, realizar un conteo de ciclos de patrones de cargas aleatorios puede complicar la estimación del daño. En consecuencia, se han desarrollado numerosas técnicas de conteo de ciclos [2], [62] y el más utilizado es el algoritmo de conteo de ciclos *rainflow* (RCA por sus siglas en inglés).

### 3.2.3 Esfuerzos equivalentes para cargas de amplitud variable.

Agerskov [5], [64] propone un modelo para estimar un esfuerzo equivalente a patrones de historiales de esfuerzo de amplitud variable y estocásticos, mediante el cual, es posible simplificar el análisis de fatiga hacia un enfoque determinista en donde se asume un patrón de cargas de amplitud constante. El esfuerzo equivalente se calcula a partir de la siguiente ecuación

$$\Delta\sigma_A = \frac{\sum(n_i \cdot \Delta\sigma_i^b)^{1/b}}{N} \quad \text{Ecuación 15}$$

Donde  $\Delta\sigma_A$  es el rango de esfuerzo equivalente de Agerskov,  $n_i$  representa el número de ciclos aplicados correspondientes al rango de esfuerzo  $\Delta\sigma_i$ ,  $b$  es el exponente de la pendiente de la curva S-N del material y  $N$  es el número total de ciclos aplicados. Al combinar este modelo con la técnica de conteo de ciclos Rainflow, es posible cuantificar el número de ciclos en cada rango de esfuerzo presente en un patrón de cargas de amplitud variable o estocástica. Así, este enfoque se ha demostrado viable para predecir la vida a fatiga de elementos estructurales. Sin embargo, al simplificar patrones de carga complejos a una representación de amplitud constante, pueden ocurrir sobreestimaciones del esfuerzo debido a la omisión de efectos relacionados con la secuencia de cargas o variaciones atípicas.

### 3.2.4 Técnica de conteo de ciclos *rainflow* (RCA)

El RCA fue desarrollado por Matsuishi y Endo[2] basado en la analogía de gotas de lluvia que se deslizan por una techumbre tipo *Pagoda*. Es uno de los métodos más utilizados en el análisis de fatiga que sirve para contar ciclos de un historial de cargas irregular como el que se muestra en la Figura 20. Este método permite evaluar el daño acumulado debido a variaciones de cargas repetitivas, lo cual es la base fundamental para predecir la vida útil a fatiga de componentes sometidos a cargas cíclicas.

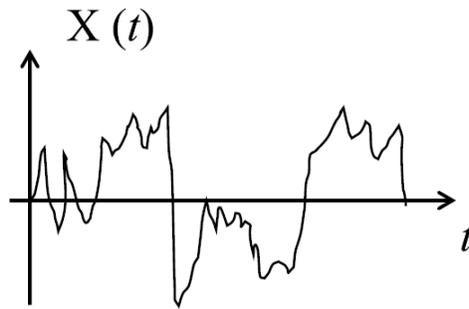


Figura 20 Historial de cargas irregular. Figura modificada de [36].

El propósito del método RCA va dirigido a la identificación de ciclos de histéresis (ver Figura 21) en patrones de carga irregulares donde cada ciclo cerrado aporta cierto porcentaje de daño al material.

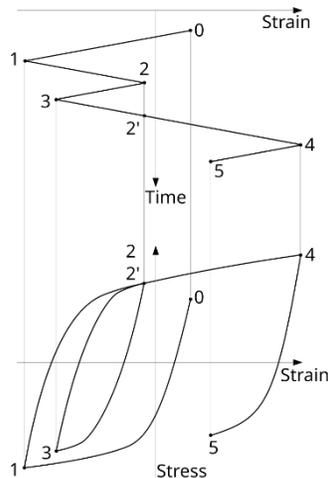


Figura 21 Identificación de ciclos de histéresis en un patrón de cargas irregular. Figura tomada de la red.

En general, el proceso se compone de 4 etapas:

1. Limpieza de la señal e identificación de picos y valles.  
En esta etapa se aplican técnicas de filtrado y suavizado de los historiales de carga, y se identifican los picos y valles de mayor relevancia. Estos puntos son los que corresponden a los cambios más significativos en la señal.
2. Aplicación de reglas de conteo de ciclos.  
Tomando como referencia la analogía propuesta por los creadores de este método, y para facilitar la correcta interpretación del método, se recomienda girar  $90^\circ$  el historial que se está analizando (ver Figura 22) simulando el flujo de lluvia a través de un techo tipo *Pagoda*.

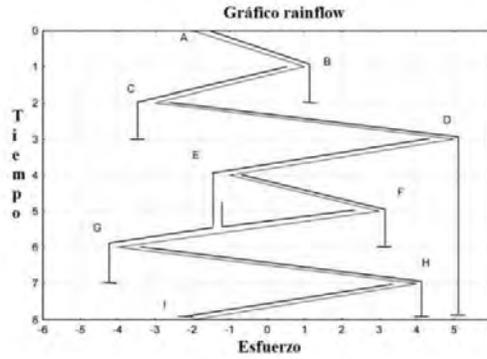


Figura 22 Conteo *rainflow* [39]

- a. Regla 1. Analizando los picos de la señal y simulando que gotas de agua fluyen desde un pico hacia abajo hasta un valle (o viceversa) y encuentra un cambio en la pendiente del flujo y lo detiene, esto se cuenta como un ciclo completo.
  - b. Regla 2. Si el flujo no puede continuar porque está bloqueado por un cambio de pendiente o un punto extremos de mayo amplitud, se detiene el ciclo.
  - c. Regla3. Los ciclos no cerrados de la Regla 2, también conocidos como medios ciclos, se cuentan con la mitad del valor del daño del ciclo completo correspondiente.
3. Agrupación de ciclos.  
 Al identificar los ciclos de carga, estos se agrupan de acuerdo con su rango (diferencia numérica entre pico y valle). Regularmente, se construye una tabla o matriz similar a la que se muestra en la Figura 23. Adicionalmente, cuando la matriz *rainflow* es muy extensa, también se puede representar de manera gráfica el conteo y agrupación de ciclos a través de un histograma de la matriz *rainflow* (ver Figura 24)

Conteo de Rainflow			
Recorrido	Rango de esfuerzo	Esfuerzo medio	Número de ciclos
A-B	3	-0.5	0.5
B-C	4	-1	0.5
C-D	8	1	0.5
D-G	9	-0.5	0.5
E-F	4	1	1
G-H	8	0	0.5
H-I	6	1	0.5

Figura 23 Matriz *rainflow*[39]

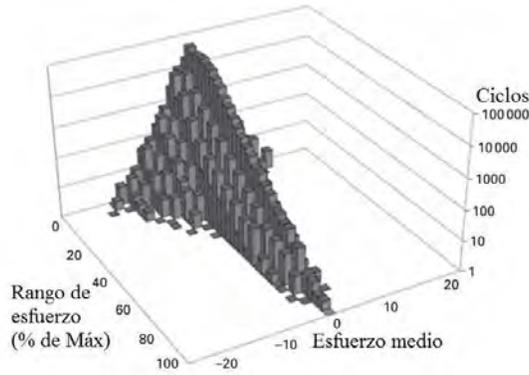


Figura 24 Histograma de la matriz rainflow [39]

Finalmente, con la cuantificaci3n del número de ciclos de carga, y, en conjunto con la regla de Miner, es posible estimar el daño acumulado y proponer un modelo de predicci3n de vida útil a fatiga.

### 3.2.5 Cálculo de la intensidad del daño mediante métodos de momentos espectrales

Los métodos espectrales son una alternativa viable para la estimaci3n del daño y predicci3n de vida útil de los materiales. A diferencia de los métodos tratados en las secciones anteriores, estos métodos están orientados a la estimaci3n del daño mediante el tratamiento de la respuesta de excitaci3n en el dominio de la frecuencia, lo cual optimiza considerablemente los tiempos de ejecuci3n de análisis de fatiga.

En estos métodos, el parámetro mediante el cual se cuantifica el daño de los materiales es la intensidad del daño,

$$d = \frac{D}{T} \quad \text{Ecuaci3n 16}$$

donde  $D$  es el valor absoluto de daño, y  $T$  es el tiempo. Por lo tanto, la intensidad de daño es la relaci3n del daño por unidad de tiempo.

Para un patr3n de respuesta aleatorio de banda angosta (NB, por sus siglas en inglés), estacionario y con un valor medio cero, de acuerdo con Slavic, *et al* [45], la intensidad de daño  $d_{NB}$  se puede estimar mediante la siguiente ecuaci3n:

$$d_{NB} = v_0^+ C^{-1} (\sqrt{2m_0})^k \Gamma \left( 1 + \frac{k}{2} \right) \quad \text{Ecuaci3n 17}$$

donde  $v_0^+$  es la frecuencia esperada de cruce por cero positiva (Ecuaci3n 10),  $m_0$  es el momento espectral de orden cero (Ecuaci3n 9),  $k$  y  $C$  son parámetros del material que se obtienen a partir de la curva S-N y son funci3n del exponente  $b$  (Ecuaci3n 13), y  $\Gamma$  es la funci3n gamma de Euler.

## 4 Metodología y diseño experimental

### 4.1 Selección de material y dimensionamiento de la probeta

De acuerdo con la literatura y como resultado de numerosas investigaciones [11], [12], [65], se ha encontrado que el aluminio es buen elemento para realizar pruebas de fatiga, debido a sus propiedades mecánicas y elásticas. Entre ellas, destaca que no tiene un límite a la fatiga [55] asegurando la fractura sin importar la carga a la que sea sometida. Por otro lado, debido a las condiciones de operación a las que son sometidas las probetas (condiciones de resonancia), y el daño que se puede generar durante el balanceo del sistema rotodinámico, se propone un material alternativo, un acero AISI 1018. Este material, al tener un bajo contenido de carbono [66] tiene un límite de resistencia a la fatiga menor comparado con otros aceros de fácil acceso (como el AISI 1040) y de bajo costo. Además, este acero tiene numerosas aplicaciones en la ingeniería automotriz, estructural, mecánica, de mecanizados y maquinaria industrial y agrícola [67], [68], [69], [70], [71].

Las probetas son preparadas y dimensionadas de acuerdo con la norma ASTM E606 [42]. La norma ISO 12107:2012 [57] recomienda siete probetas por nivel de carga, mientras que la norma ASTM E739-10 [58] recomienda utilizar entre seis y doce probetas por nivel de carga, para pruebas de investigación en probetas y desarrollo de componentes. Por lo tanto, se realizaron un total de seis ensayos experimentales bajo las mismas condiciones de carga.

### 4.2 Banco experimental y análisis modal

El banco y montaje experimental que se utiliza para el desarrollo de este proyecto es el propuesto por Cruz [39], ver Figura 25. Este banco trabaja bajo el principio de la máquina de Moore de una viga sometida a flexión rotativa, con la diferencia de que en lugar de contar con pesas que generan cargas por flexión rotativa de amplitud constante, la carga se genera por el efecto del desbalance controlado de la flecha que trabaja en condiciones de resonancia.



Figura 25 Banco experimental para pruebas de fatiga en condiciones de resonancia [39].

Para el estudio es necesario realizar un análisis modal experimental [43], [44], [46] al rotor, lo anterior con el objetivo de que el sistema rotodinámico opere cerca de su primera velocidad crítica que corresponde a la primera frecuencia natural del sistema. El análisis modal experimental se realizó mediante la técnica *bump test*. La prueba experimental consiste en colocar un sensor de desplazamiento de proximidad en la posición “a” (ver Figura 27), y con un martillo de impacto golpear las posiciones *b-i* y obtener las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) de cada golpe efectuado sobre el rotor. El primer pico del FRF corresponde a la primera frecuencia natural del sistema. A través de las FRF de cada punto nodal, es posible extraer la amplitud de vibración de la primera frecuencia natural, graficarlas en función de la posición nodal de cada punto y construir la forma modal correspondiente a esa frecuencia natural. La forma modal que se excita es la que se muestra con línea punteada en la Figura 27, de esta manera se asegura que las probetas son sometidas a flexión rotativa, de manera análoga a la Máquina de Moore.

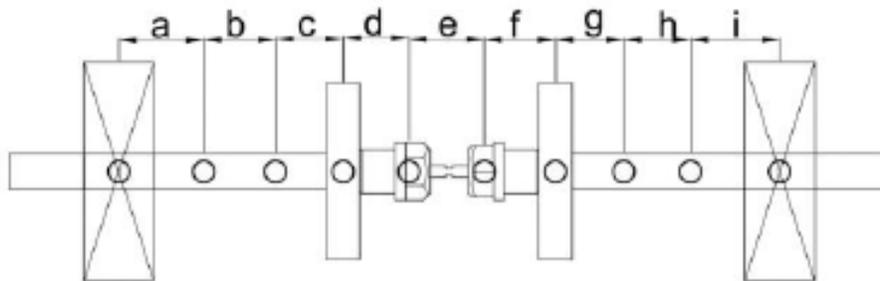


Figura 26 Discretización del rotor. Figura tomada de [12], [39].

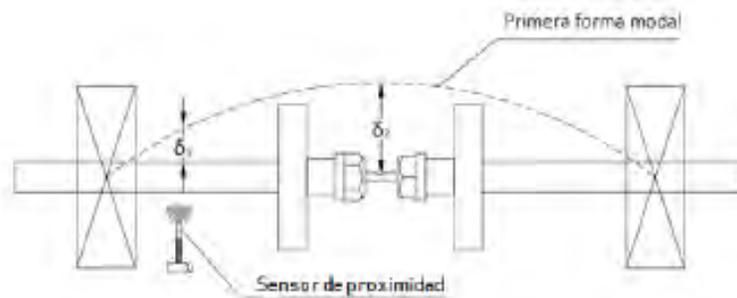


Figura 27 Forma modal correspondiente a la primera frecuencia natural del rotor. Figura tomada de [12], [39].

Durante los ensayos de fatiga, se coloca un sensor de proximidad en la posición mostrada en la Figura 27, de donde se obtiene un historial de desplazamiento. Sin embargo, el desplazamiento de interés se encuentra en el centro del rotor, donde se encuentra ubicada la probeta. Por lo tanto, a través de la forma modal obtenida del análisis modal experimental, se obtiene un factor de escala entre la posición de medición del sensor de proximidad y el centro del rotor, obteniendo así el historial de desplazamiento del punto de interés.

### 4.3 Balanceo y control de vibraciones mediante masas de balanceo

Con la identificación de la primera frecuencia natural del sistema en estado de reposo, es necesario determinar la velocidad de operación del banco experimental que debe ser muy cercana a la velocidad crítica, esto con la finalidad de que el rotor opere en condiciones de resonancia. Cuando un rotor trabaja en resonancia o cerca de ella, las amplitudes de vibración crecen de forma exponencial [43]; sin embargo, para evitar efectos catastróficos al sistema, es necesario balancear el rotor para estabilizarlo y tener un control sobre la amplitud de vibración [13].

El balanceo y control de amplitud de vibración por medio de masas de desbalance se realiza mediante el método de balanceo por coeficientes de influencia en un plano a velocidad constante [47], donde la masa de balanceo se calcula de la siguiente manera:

$$v_e = v_1 - v_0 \quad \text{Ecuación 18}$$

$$\alpha = \frac{v_e}{m_p} \quad \text{Ecuación 19}$$

$$m_b = -\frac{v_0}{v_e} m_p \quad \text{Ecuación 20}$$

Donde  $v_0$  es la vibración inicial,  $v_1$  es la vibración con la masa de prueba,  $v_e$  es el vector efecto,  $m_p$  es la masa de prueba,  $m_b$  es la masa de balanceo y  $\alpha$  es el coeficiente de influencia.

El procedimiento para balancear un sistema rotodinámico consiste en seguir los siguientes pasos:

1. Se selecciona la velocidad de rotación en la que se realizará el balanceo.
2. Medición inicial de la vibración, sin ningún tipo de masa correctora, obteniéndose  $v_0$  ( $v_0 \angle \theta_{v_0}$ ).
3. Colocación de una masa de prueba en una posición angular controlada; para esto, previamente debe graduarse el rotor en sentido contrario al sentido de giro, obteniendo  $m_p$  ( $m_p \angle \theta_{m_p}$ ).
4. Medición de la vibración con la masa de prueba, obteniendo  $v_1$  ( $v_1 \angle \theta_{v_1}$ ).
5. Cálculo del coeficiente de influencia mediante la Ecuación 19.
6. Cálculo de la masa de balanceo  $m_b$  obteniendo tanto magnitud como posición angular ( $m_b \angle \theta_{m_b}$ ).

A través de este método es posible controlar la respuesta del sistema y generar un Diagrama de Bode y Diagrama de Fase, mediante los cuales es posible construir un Diagrama Polar de Respuesta. A través de este diagrama, es posible identificar la posición del desbalance del sistema y, en consecuencia, la posición angular donde deben colocarse las masas de control de amplitud de vibración en condiciones de resonancia.

## 4.4 Medición de la respuesta de vibración y tratamiento de datos experimentales

Se coloca un sensor de proximidad en la posición mostrada en la Figura 27 del rotor y se mide la respuesta de vibración del rotor en condiciones de resonancia. La visualización de la señal se realiza a través del software NI LabVIEW con el módulo *Continuous Measurement and Logging (NI-DAQmx)*, donde se genera un archivo con extensión “.tdms” con el historial de la señal medida para posteriormente proceder al tratamiento de los datos. El tratamiento de datos consiste en convertir la señal de voltaje a una señal de desplazamiento mediante el factor de conversión correspondiente a la sensibilidad reportada en la ficha técnica del sensor. Posteriormente, con el factor de escala del análisis modal experimental, se obtiene la respuesta de desplazamiento de la probeta. La probeta es modelada en un software de elementos finitos “*ANSYS Student 2024*”, donde se importan los datos del historial de desplazamientos como condición de carga y a través de una simulación, se obtiene el historial de esfuerzos de la probeta que se exporta a un archivo con extensión “.xlsx”.

Relacionando el historial de desplazamientos experimental y el historial de esfuerzos de la simulación por elemento finito, se obtiene una relación lineal entre desplazamientos y esfuerzos [51], esta relación lineal es aplicable al historial de la respuesta experimental. Esto se realizó debido a las limitaciones computacionales, además de que ha demostrado ser una alternativa viable para la obtención de historiales de esfuerzos temporalmente extensos. Como resultado, es posible obtener una relación esfuerzo-desplazamiento al simular cinco segundos del historial, y escalarlo a historiales de archivos .tdms, que por lo general contienen información de más de cinco horas de prueba experimental

Mediante el historial de esfuerzos es posible realizar un análisis de acumulación de daño. Sin embargo, previo a esto, es necesario aplicar filtros y técnicas de suavizado al historial [72], para eliminar el ruido de alta y baja frecuencia que se encuentre en la señal.

Posteriormente, se aplica el método de conteo de ciclos *rainflow* [2] y la regla de acumulación del daño de Miner [1], para calcular el daño acumulado y estimar la vida útil a fatiga de las probetas.

Adicionalmente, es posible caracterizar la señal en el dominio de la frecuencia a través de la densidad espectral de potencia (PSD). A través de la PSD de la señal, se obtienen los momentos espectrales y factores de irregularidad característicos de la señal.

## 4.5 Propuesta de matriz experimental

A continuación, se presenta la matriz experimental donde  $m_c \angle \theta_c$  corresponde a la masa de balanceo que controla la amplitud de vibración y  $\omega_n$  corresponde a la velocidad crítica del sistema. Estos dos parámetros son los que definen la amplitud de vibración y, por lo tanto los esfuerzos máximos registrados en la probeta y se muestran en la columna 1 y 2 de la Tabla

1. Las columnas 3-7, corresponden al número de probeta, su correspondiente etiqueta asignada, la vida experimental registrada, la vida estimada a partir del modelo empírico y, el porcentaje de error entre estos dos valores, respectivamente.

Tabla 1 Matriz experimental propuesta

Masa (g)	Velocidad (RPM-rad/s)	Probeta	Nomenclatura	$N_{exp}$	$N_{pred}$	%error
$m_c \angle \theta_c$	$\omega_n$	1	FRR-101-1			
		2	FRR-101-2			
		3	FRR-101-3			
		4	FRR-101-4			
		5	FRR-101-5			
		6	FRR-101-6			

## 5 Construcción y puesta en marcha de banco experimental.

El objetivo de la construcción y caracterización del banco de pruebas es satisfacer la necesidad de generar espectros de carga de amplitud variable donde estén implícitas las condiciones de resonancia y cargas aleatorias, además de ser un banco seguro, confiable, eficiente y económico.

Las principales funciones del banco experimental son las siguientes:

- Someter a la probeta a cargas de flexión de amplitud variable.
- Adquisición de espectros de carga.
- Conteo de número de ciclos de carga.
- Fatigar la probeta hasta la fractura total.

### 5.1 Dimensionamiento y maquinado de probetas

De acuerdo con la sección 4.1, el material seleccionado es aluminio 6061-T6, y como segunda opción, un acero AISI 1018. En la Tabla 2 se presentan las propiedades físicas y mecánicas de los materiales. El bruto de este material para el maquinado de las probetas es de ¼". De acuerdo con la norma ASTM E606 [42], las dimensiones de las probetas deben cumplir con las especificaciones mostradas en la Figura 28f.

Tabla 2 Propiedades mecánicas del aluminio 6061-T6 y el acero AISI 1018

Material	Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	Resistencia última a la tensión (MPa)	Resistencia a la fluencia (MPa)	Módulo de elasticidad (GPa)	Relación de Poisson
Aluminio 6061 T6	2.7	310	276	68.9	0.33
Acero AISI 1018	7.87	440	370	200	0.29

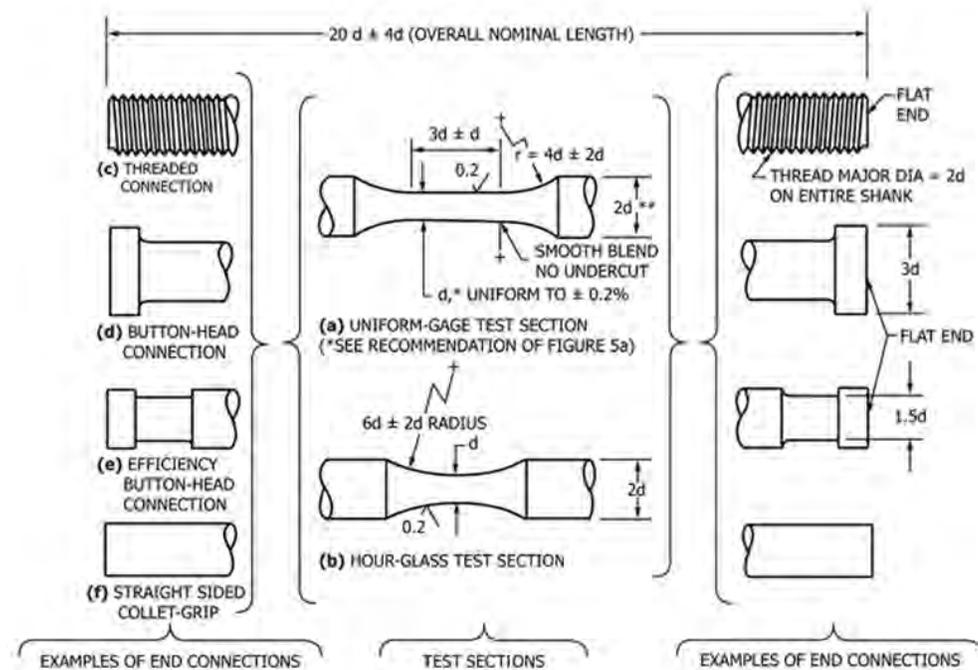


Figura 28 Dimensionamiento de probetas para pruebas de fatiga [42].

En la Figura 28, se muestran ocho opciones para dimensionamiento de probetas. Estas dependen del tipo de sujeción con la que se trabajará y el tipo de sección de prueba. De acuerdo con el trabajo de Cruz [39], el banco experimental se diseñó para pruebas de fatiga con una sujeción tipo *collet*, por lo tanto, se seleccionó la opción (f). Además, se seleccionó una sección de prueba tipo reloj de arena (opción b). Las dimensiones finales de la probeta se muestran la Figura 29.

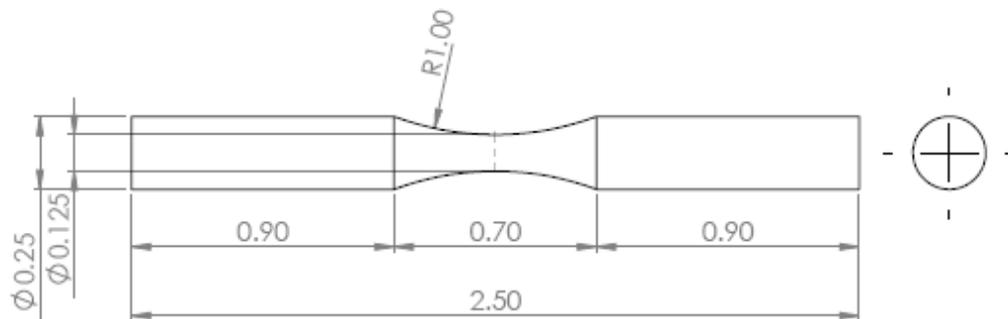


Figura 29 Dimensiones (en pulgadas) de probeta normalizada.

## 5.2 Construcción del banco experimental.

Se construyó el banco experimental con base en las especificaciones reportadas por el trabajo de Cruz [39]. Los componentes requeridos para la construcción del banco se enlistan a continuación:

- 2 barras de extensión tipo ER 20a-200L con tuercas de sujeción (Figura 30a)
- 4 discos de balanceo (Figura 30b)
- 1 probeta normalizada (Figura 30d)
- 1 cople flexible tipo 3J *Martin's* (Figura 30e)
- 2 chumaceras SNL511-609 (Figura 30f)
- 1 motor eléctrico de ½ hp de la marca WEG de propósito general (Figura 30g)
- 1 placa base de aluminio (Figura 30h)
- 1 placa de caucho (Figura 30i)
- 2 rodamientos de rótula para altas vibraciones 22308E/VA405
- 1 variador de frecuencia FUJI ELECTRIC AF-300 611
- 2 sujetadores tipo ER collet 20a de ¼"

El banco experimental armado se muestra en la Figura 30.

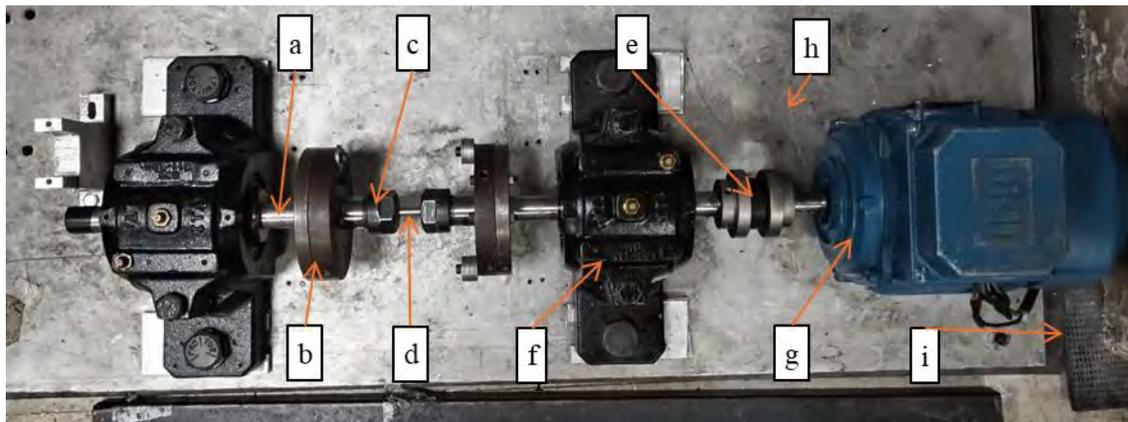


Figura 30 Montaje de banco experimental. a. Barra de extensión C20 ER20A-200L, b. Disco de balanceo, c. Tuerca de sujeción, d. Probeta, e. Cople flexible tipo 3J, f. Chumacera SNL511-609, g. Motor eléctrico WEG de 0.5 hp, h. Placa base de aluminio, e i. Placa de caucho.

### 5.2.1 Características de la flecha mecánica

La flecha mecánica está conformada por dos barras de extensión tipo C20 ER 20A-200L con tuercas de sujeción. Estas barras de extensión son de 20mm de diámetro y 200mm de longitud (ver Figura 31a), y en su interior portan el sujetador Collet ER20  $\phi 1/4$ ".



Figura 31 a. Barra de extensión ER y b. Sujetador collet

Además, cada una de las barras de extensión tienen montados dos discos de balanceo (ver Figura 30).

### 5.2.2 Características y control de velocidad del motor

Se utiliza un motor WEG de propósito general de 0.5 hp y un variador de frecuencia FUJI ELECTRIC AF-300 611.

El motor por sí solo funciona si es conectado directo a una toma de corriente de 220V, donde trabaja su velocidad de giro nominal de 3470 RPM. Sin embargo, es necesario tener un control de la velocidad de giro para que el motor trabaje a una frecuencia de giro cercana a la primera frecuencia natural del rotor. Esto se logra mediante la implementación del variador de frecuencia donde se controla la velocidad de giro; además, es posible generar rampas de arranque de motor para suavizar la puesta en marcha del rotor.

Las características del variador de frecuencia y el motor se enlistan en la Tablas 3 y 4:

Tabla 3 Características del variador de frecuencia

<b>Entrada</b>		<b>Salida</b>	
<b>Voltaje (V)</b>	200-230	<b>Potencia (Hp)</b>	2
<b>Amperaje (A)</b>	10.1	<b>Voltaje (V)</b>	200-230
<b>Frecuencia (Hz)</b>	50/60	<b>Intervalo de frecuencia (Hz)</b>	0.1-400
<b>Fases</b>	3	<b>Amperaje (A)</b>	8

Tabla 4 Datos del motor [39]

<b>Características</b>	<b>Valor</b>
<b>Potencia mecánica</b>	0.5 Hp
<b>Potencia eléctrica</b>	0.37 kW
<b>Torque nominal</b>	1.3 Nm
<b>Voltaje</b>	220/240 V

<b>Corriente nominal</b>	1.71 A
<b>Frecuencia</b>	60 Hz
<b>Fases</b>	3
<b>Velocidad de giro nominal</b>	3470 RPM
<b>Polos</b>	2
<b>Clase de motor</b>	F

## 6 Caracterización dinámica del rotor

La caracterización dinámica del rotor consiste en realizar un análisis modal experimental (prueba de impacto) para identificar la primera frecuencia natural del rotor. De acuerdo con lo que se ha mencionado en secciones previas, la primera frecuencia natural es de interés para los objetivos de este trabajo debido a que la forma modal corresponde a una media onda seno [39], [43], [44], donde, la deflexión máxima se encuentra en el centro del rotor, donde se encuentra la probeta. De esta manera, durante las pruebas de fatiga, la probeta será sometida a flexión rotativa de amplitud variable.

### 6.1 Análisis modal experimental

Un análisis modal experimental es de suma importancia para identificar frecuencias naturales, en la mayoría de los casos, para evitar que la frecuencia de excitación de cargas dinámicas externas coincida con la frecuencia natural del sistema de interés y evitar que entre en resonancia y en consecuencia existan daños catastróficos. Sin embargo, para efectos e interés de este proyecto, es necesario identificar las frecuencias naturales correspondientes a las velocidades críticas del sistema rotodinámico. Además, mediante este análisis, es posible conocer la forma modal de interés y asegurar que la probeta sea sometida a cargas por flexión rotativa. De esta manera, se asegura que el sistema efectúe cargas por resonancia sobre la probeta, siendo esta condición de operación, parte fundamental de estudio para el desarrollo de este proyecto.

El análisis modal se realizó con un martillo de impacto 9722A2000 KISTLER con goma blanda (ver Figura 32a), un acelerómetro uniaxial 8632C50-KISTLER (ver Figura 32b), un acondicionador de señales 5134A-KISTLER (ver Figura 32c), una tarjeta de adquisición de datos NI-USB-6009 y un ordenador con el software *LABVIEW Sound and Vibration Module* instalado para el tratamiento de datos.

Esta prueba experimental consiste en golpear el sistema rotodinámico en diferentes puntos, previamente definidos a través de una discretización nodal (ver Figura 34), y medir la respuesta de vibración de cada golpe. Existen dos maneras de realizar este análisis modal; primero, se fija el acelerómetro en uno de los nodos y se golpea con el martillo de impacto en cada nodo, y segundo, se golpea en un solo nodo y el acelerómetro se coloca en cada nodo.

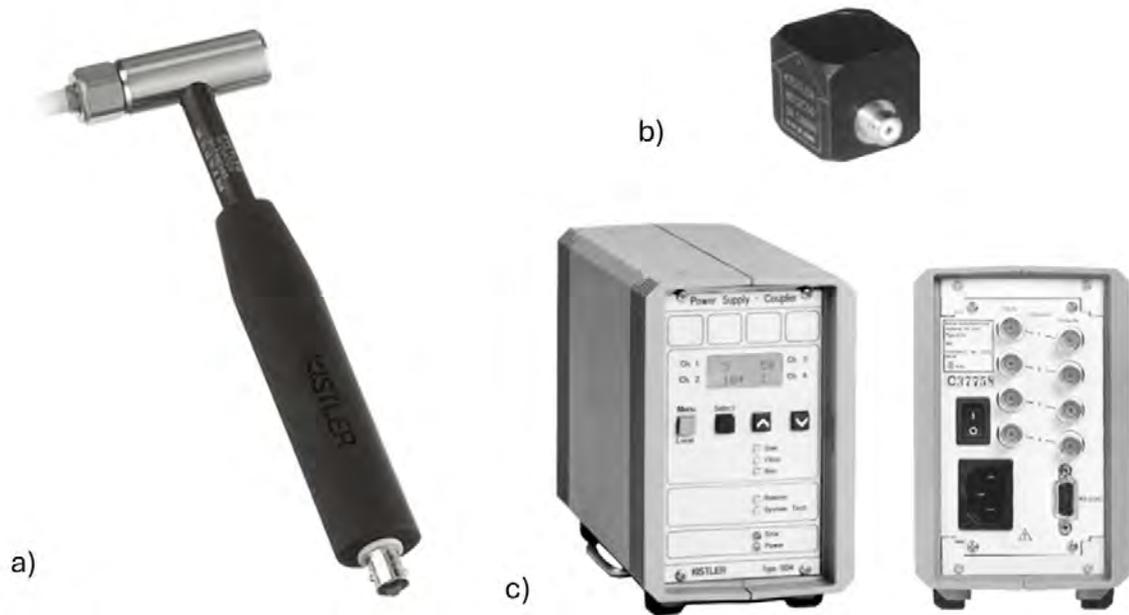


Figura 32 Componentes para análisis modal. a) Martillo de impacto, b) acelerómetro, y c) acondicionador de señales.

Se presentan dos pruebas, una con probeta de aluminio y otra con probeta de acero. Ambas se realizaron dejando fijo el acelerómetro en el Nodo 1 y golpeando en el resto de los nodos. En la Figura 33 se muestra el tipo de punta que se utiliza para realizar las pruebas. Esta goma se eligió debido al ancho de banda de frecuencias que excita, siendo entre 0 y 300 Hz.



Figura 33 Martillo de impacto con punta 9912KISTLER gris de goma blanda.

Tal como se menciona en la sección 4.2, previo a realizar la prueba, es necesario discretizar el rotor para establecer los nodos donde coloca el acelerómetro y donde se golpea con el martillo de impacto. En la Figura 34 se muestran las posiciones de los nodos.

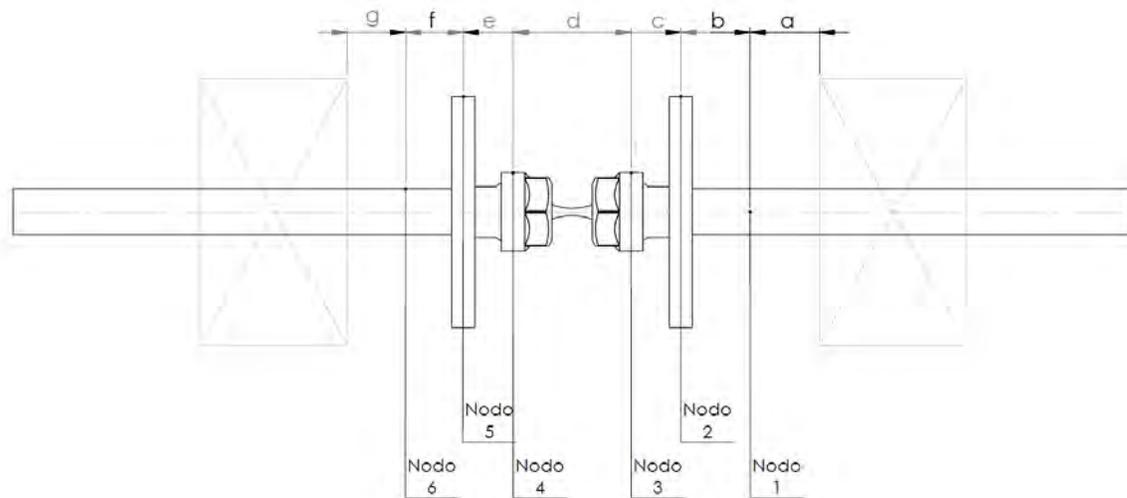


Figura 34 Discretización del rotor.

### 6.1.1 Análisis modal 1(Probeta de aluminio 6061-T6)

En este análisis modal se dejó fijo el acelerómetro en el Nudo 1 (ver Figura 35) y se golpeó con el martillo de impacto en los demás nodos.

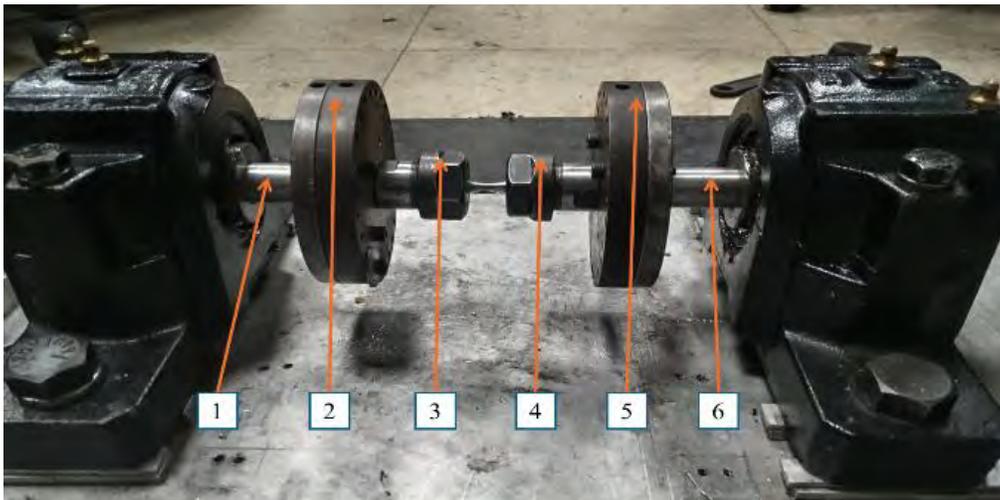


Figura 35 Identificación de los nodos para el análisis modal.

De esta configuración se obtienen tres gráficas por cada nodo, la Función de Respuesta de Frecuencia (FRF), Coherencia y Fase. Sin embargo, únicamente se analizará la FRF y el Diagrama de Coherencia. Esto es debido al interés por conocer la primera frecuencia donde se presenta la mayor amplitud de vibración que corresponde a la frecuencia natural del rotor, y el Diagrama de Coherencia permite determinar si los golpes son coherentes entre sí en términos de la magnitud [43].

En las gráficas de la Figura 36 y Figura 37, se muestran los resultados obtenidos. En la FRF (Figura 36) se presentan dos picos de amplitud en 33 y 48 Hz, aproximadamente, donde el primero corresponde a la primera frecuencia natural del rotor. Se procede a realizar más pruebas de impacto para verificar los datos obtenidos. Además, en la Figura 37 se observa una coherencia de 1 para el rango de frecuencias que se está analizando, esto indica una buena relación entre la magnitud del golpe y la respuesta, entre cada uno de los golpes realizados de manera independiente.

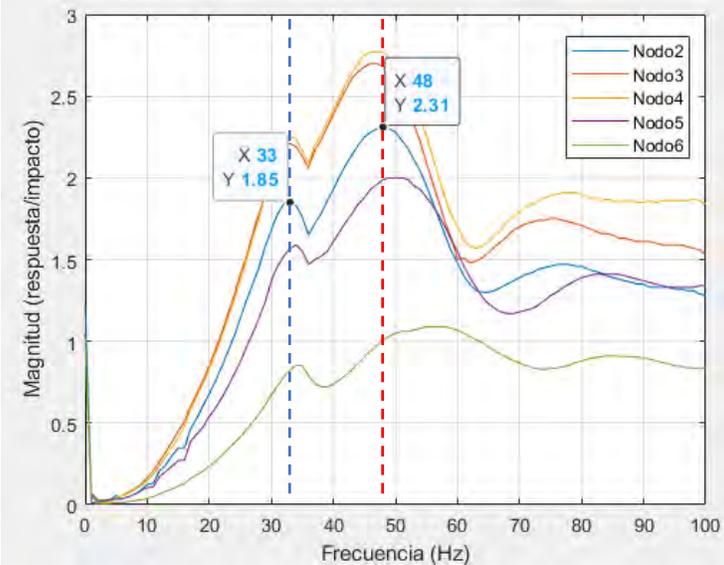


Figura 36 FRF del análisis modal del rotor con probeta de aluminio 6061-T6.

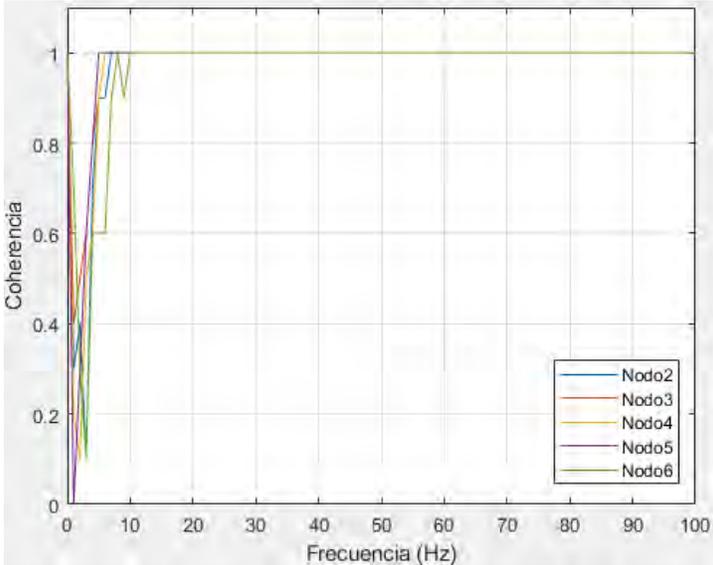


Figura 37 Coherencia del análisis modal del rotor con probeta de aluminio 6061-T6.

Considerando que la primera frecuencia natural del rotor se encuentra alrededor de los 33 Hz, de la Figura 36 se obtienen los datos respuesta máxima para cada nodo en la frecuencia mencionada y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5 Amplitudes de vibración alrededor de los 50 Hz de la configuración AM1.

Nodo	x(m)	Amplitud FRF (Inertancia)	Amplitud normalizada	Frecuencia natural (Hz)
0	0	-	-	-
1	0.07	-	-	-
2	0.1	1.85	0.82	33
3	0.135	2.21	0.98	33
4	0.175	2.25	1	33
5	0.21	1.59	0.71	34
6	0.24	0.856	0.38	34
7	0.31	-	-	-
			Frecuencia Promedio (Hz)	33.4

En la tercer columna de la Tabla 5, se presentan las amplitudes medidas por el análisis modal, mientras que en la cuarta, se presentan las amplitudes normalizadas con respecto a la amplitud máxima. En la Figura 38 se grafica la amplitud normalizada en función de la posición nodal, y mediante un ajuste de curva de segundo orden, se extrapolan los valores del resto de la flecha donde no es posible medir experimentalmente. La forma modal correspondiente a la primera frecuencia natural de 33 Hz se muestra en la Figura 38.

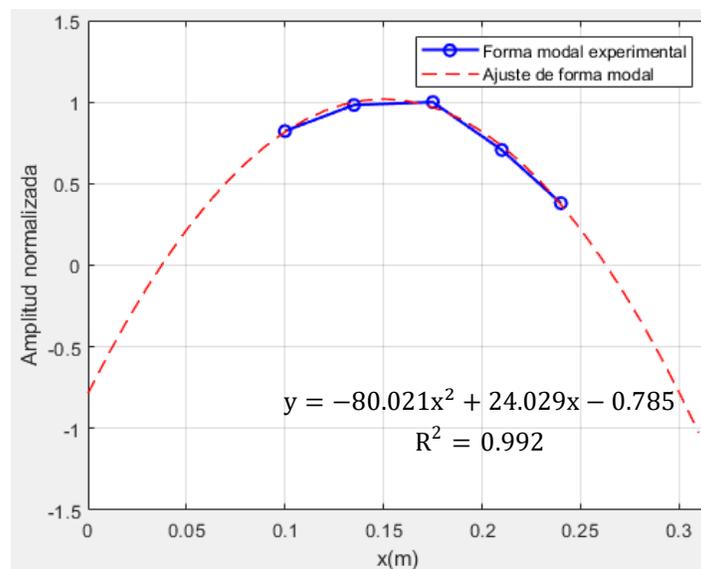


Figura 38 Modo a vibrar a 33 Hz del rotor con probeta de aluminio 6061-T6.

A través de la ecuación de forma modal ajustada de la Figura 38, se obtiene un factor de proporción de 1.9203 entre la posición del Nodo 1 y el centro del rotor. Este factor de proporción es muy importante debido a que, durante las pruebas de fatiga se medirá el desplazamiento en el nodo 1, pero la amplitud de interés es en el centro de la probeta.

### 6.1.2 Análisis Modal 2 (Probeta de acero AISI 1018)

Este análisis modal se realizó de la misma manera que el análisis modal de la sección anterior, se fijó el sensor en el Nodo 1 y se golpeó en el resto de los nodos. Sin embargo, este análisis se realizó con una probeta de acero AISI 1018.

En las gráficas de las Figura 39 y Figura 40, se muestran los resultados obtenidos de las pruebas realizadas. En la Figura 39 se pueden observar dos picos de amplitud en 33 y 48 Hz, aproximadamente. Se procede a realizar más pruebas de impacto para verificar los datos obtenidos. Además, en la Figura 40 se observa una coherencia de 1 para el rango de frecuencias que se está analizando, esto indica una buena relación entre la magnitud del golpe y la respuesta entre cada uno de los golpes realizados de manera independiente.

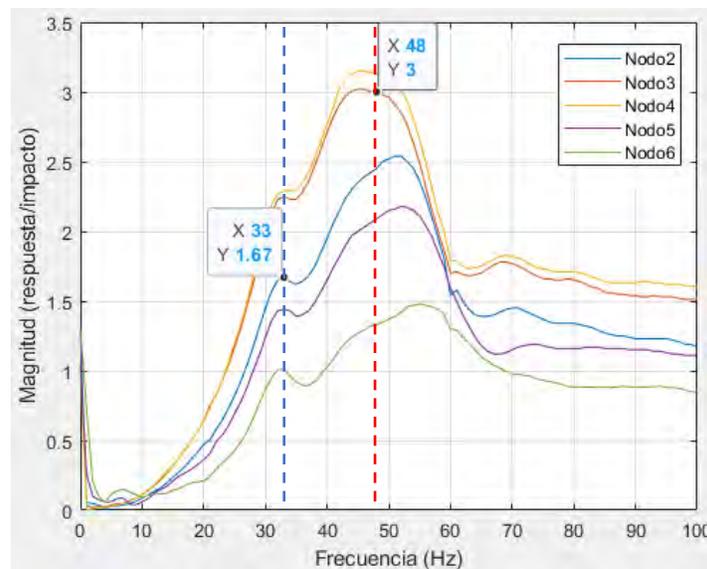


Figura 39 FRF del análisis modal del rotor con probeta de acero AISI 1018.

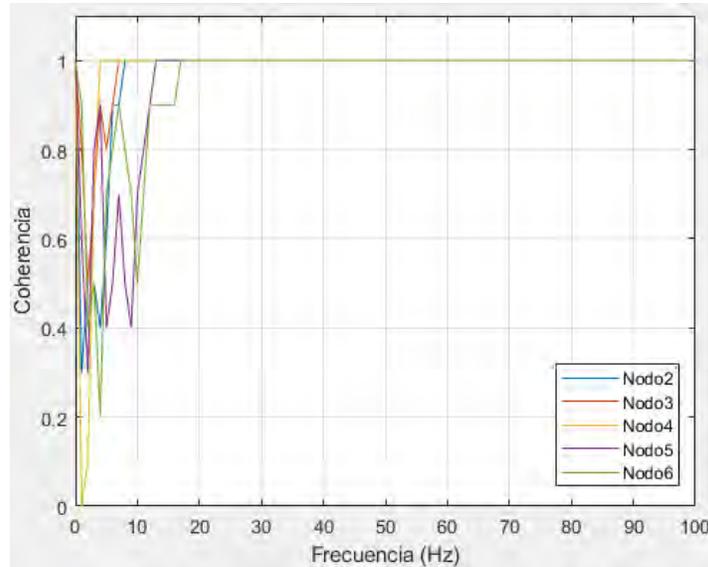


Figura 40 Coherencia del análisis modal del rotor con probeta de acero AISI 1018.

Considerando que la primera frecuencia natural del rotor es de 33 Hz, se extraen los datos de respuesta máxima para cada nodo alrededor de esta frecuencia y se obtienen los valores presentados en la Tabla 6:

Tabla 6 Amplitudes de vibración alrededor de los 33 Hz del análisis modal 2.

Nodo	x(m)	Amplitud FRF (Inertancia)	Amplitud normalizada	Frecuencia natural (Hz)
0	0	-		
1	0.07	-		
2	0.1	1.67	0.72	33
3	0.135	2.25	0.98	33
4	0.175	2.3	1	35
5	0.21	1.44	0.63	33
6	0.24	1.01	0.44	32
7	0.31	-		
			Frecuencia Promedio (Hz)	33.2

En la Tabla 6 se muestran los resultados de la amplitud de respuesta a 33 Hz. En la columna 3, se presentan las amplitudes medidas por el análisis modal, mientras que en la columna 4, se presentan las amplitudes normalizadas con respecto a la amplitud máxima. En la Figura 41 se grafica la amplitud normalizada en función de la posición nodal, y mediante un ajuste de curva de segundo orden, se extrapolan los valores de respuesta del resto de la flecha que no es posible medir experimentalmente y se muestra la forma modal correspondiente a la primera frecuencia natural de 33 Hz.

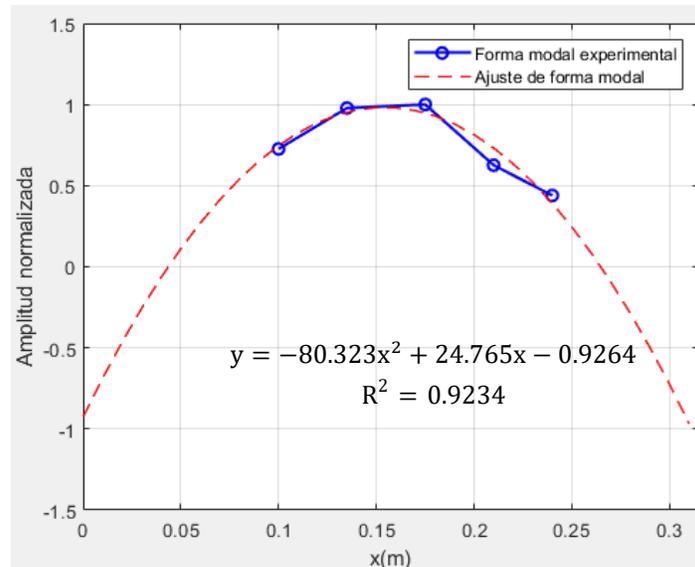


Figura 41 Modo de vibrar alrededor de 33 Hz de la flecha con probeta de acero AISI 1018.

A través de la ecuación de forma modal ajustada de la Figura 41, se obtiene un factor de proporción de 2.37 entre la posición del Nodo 1 y el centro del rotor, donde se ubica la probeta y la mayor concentración de esfuerzo durante los ensayos de fatiga. Este factor de proporción es muy importante debido a que, durante las pruebas de fatiga se medirá el desplazamiento en el Nodo 1, pero la amplitud de interés es en el centro de la probeta.

## 6.2 Resultados del análisis modal experimental

Se realizaron dos experimentos en total, donde, para ambos casos, se encontró que la primera frecuencia natural es de 33 Hz y un factor de proporción entre el Nodo 1 y el centro de la probeta de 1.92 y 2.29, para el rotor con probeta de aluminio y con probeta de acero, respectivamente. Con este análisis modal se logró caracterizar dinámicamente el sistema, donde se encontró la primera frecuencia natural, su forma modal, y el factor de proporción entre el Nodo 1 y el centro de la probeta.

En la Figura 42 se muestra una comparativa entre las formas modales que se obtuvieron de ambos análisis modales, y en la Tabla 7 se presentan los datos más relevantes de este análisis.

Tabla 7 Comparativa de factor de proporción del rotor con probeta de acero y aluminio

Probeta	Frecuencia natural	Factor de proporción
Aluminio	33.4	1.92
Acero	33.2	2.29

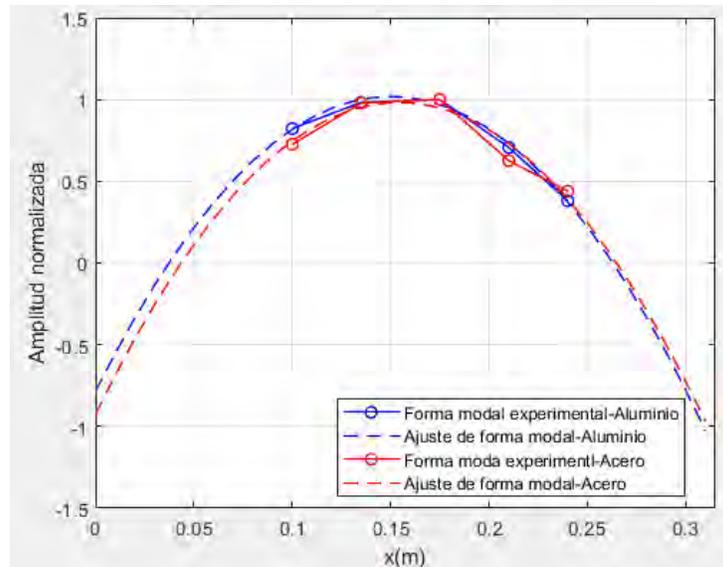


Figura 42 Comparativa de formas modales.

Por lo tanto, se concluye que para que el sistema trabaje en condiciones de resonancia, la velocidad de operación del rotor debe ser alrededor de los 2000 RPM para someter las probetas a flexión rotativa. Además, el factor de proporción de desplazamiento se puede aproximar a 2. Tanto la velocidad de operación como el factor de proporción son válidos para ambas condiciones, donde se utiliza el rotor con probeta de aluminio y de acero.

## 7 Balanceo dinámico del rotor

Balancear el sistema rotodinámico con el que se realizaron los ensayos de fatiga es fundamental para controlar la respuesta vibratoria del sistema y que permita llegar a la velocidad crítica estimada a partir del análisis modal experimental. Esto se realizó con la finalidad de evitar efectos catastróficos y daños irreparables sobre el banco experimental. Para ello, es necesario balancear a diferentes velocidades de operación hasta llegar a la deseada y, tener en cada ensayo de fatiga, un arranque suave y moderado. Además, una vez balanceado el sistema, mediante el Diagrama de Bode, Fase y de Respuesta Polar, se identifica la posición angular del desbalance, y, en consecuencia, la posición angular donde se requiere colocar masas de balanceo.

### 7.1 Diseño experimental e instrumentación para el balanceo dinámico del sistema

#### 7.1.1 Instrumentación para el balanceo

Es necesario medir la vibración y la velocidad de giro del rotor para balancear el sistema. Para ello, se utilizaron dos conjuntos de equipos de la serie CMSS665, específicamente el *Eddy Current Probe System* de 5 mm. Estos dispositivos permiten medir el movimiento radial o axial del eje. Cada conjunto está compuesto por un sensor de proximidad SKF CMSS65-

002-00-30-10, un cable de extensión CMSS 958 y un oscilador demodulador CMSS665 (ver Figura 43)



Figura 43 CMSS665 Series 5 mm Eddy Current Probe System.

El sensor utilizado se seleccionó con base en las especificaciones que se enlistan a continuación:

- Rango utilizable: 2 mm (0.2 mm a 2.3 mm)
- Sensibilidad: 7.87 mV/ $\mu$ m
- Diámetro: 5 mm
- Longitud de cable: 1 m
- Tipo de cuerpo: Completamente roscado de ¼ in-28
- Longitud: 3 in
- Temperatura de operación: -34°C a 175°C

El oscilador requiere una alimentación de -24 VDC, para la cual se utilizó una fuente de poder regulada de voltaje variable ANCON de 0/29 VDC de salida.

Para la adquisición de datos se conectó el oscilador a una tarjeta de adquisición NI USB-6008 y ésta a su vez se conecta al ordenador donde, a través del software LabVIEW y el módulo *Sound and Vibration Assistant*, se analizan las señales adquiridas.

### 7.1.2 Graduación del rotor

La graduación del rotor es esencial para el balanceo de sistemas rotodinámicos. Para ello, se toma como referencia la posición angular de los barrenos de los discos de balanceo, el sentido de giro del rotor y la posición del sensor de proximidad que mide la vibración del sistema. El disco cuenta con 24 barrenos equidistantes, lo que resulta en una separación angular de 15° entre cada barreno. Utilizando un plano cartesiano XY como referencia, la posición angular de 0° del rotor, coincidente con la posición del sensor de desplazamiento, se ilustra en la

Figura 44, y debido a que el sentido de giro del rotor es horario, la posición angular de los barrenos se mide en sentido antihorario.

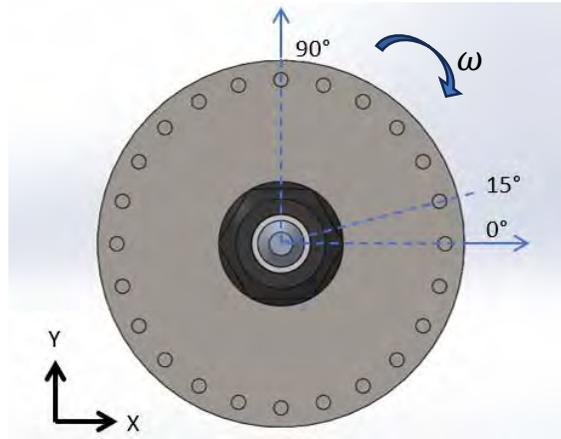


Figura 44 Graduación del rotor

## 7.2 Diagramas de Bode, Fase y Polares

Se presentan los diagramas de Bode, fase y polar correspondientes al balanceo del sistema con probetas de aluminio y acero. Estos diagramas son fundamentales para el desarrollo del proyecto, ya que son clave en el balanceo del rotor y el control de la amplitud de vibración. El diagrama de Bode muestra la amplitud de vibración en función de la velocidad de giro, mientras que el diagrama de fase permite medir el ángulo de fase de la respuesta con respecto a la excitación. Este último es útil para identificar el cambio de fase de  $90^\circ$  cuando el sistema atraviesa una velocidad crítica. El diagrama polar representa la relación entre la amplitud y la fase, y es una herramienta valiosa para determinar la posición angular del desbalance. Además, permite evaluar el efecto de las masas de control de vibración y su impacto en el sistema rotodinámico.

### 7.2.1 Balanceo del rotor con probeta de aluminio 6061-T6

Inicialmente, se balanceó el rotor con una probeta de aluminio recta de diámetro continuo de  $1/4$ ", obteniéndose la respuesta correspondiente a la línea "Barra PR" de la Figura 45. Posteriormente, se realizó el cambio por una probeta normalizada con las dimensiones presentadas en la Figura 29. Sin embargo, al efectuar el cambio y poner en marcha el rotor, se observó un comportamiento distinto, como se muestra en la línea "Probeta P1" de la Figura 45, por lo que no fue posible llegar a la misma velocidad de giro alcanzada con la barra recta. En el caso de la respuesta del sistema con la probeta P1, se observó que se obtuvo una respuesta de aproximadamente 1.2 V alrededor de 800 RPM, con una tendencia a seguir incrementando a velocidades de giro más elevadas. Por lo tanto, se concluyó que el cambio de la barra recta por la probeta implicaba la necesidad de volver a balancear el sistema.

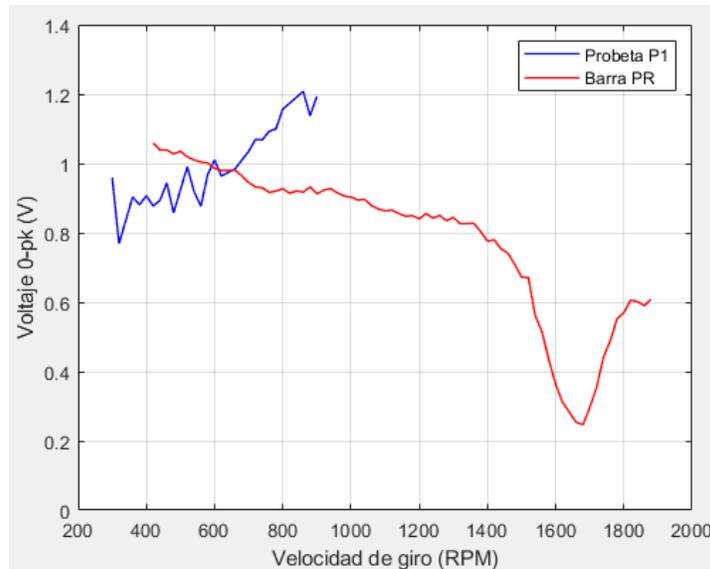


Figura 45 Diagrama de bode del sistema con una barra recta balanceado y con una probeta normalizada.

Al balancear el rotor con la probeta normalizada, se obtuvieron las siguientes masas de balanceo:

- $m_{b1} = 2.872 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \nlessdot 240^\circ @850 \text{ RPM}$
- $m_{b2} = 1.890 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \nlessdot 105^\circ @1050 \text{ RPM}$
- $m_{b3} = 0.861 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \nlessdot 30^\circ @1400 \text{ RPM}$
- $m_{b4} = 0.504 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \nlessdot 150^\circ @1600 \text{ RPM}$

Con las masas mencionadas, se obtuvo un diagrama de Bode y fase como el que se muestra a continuación:

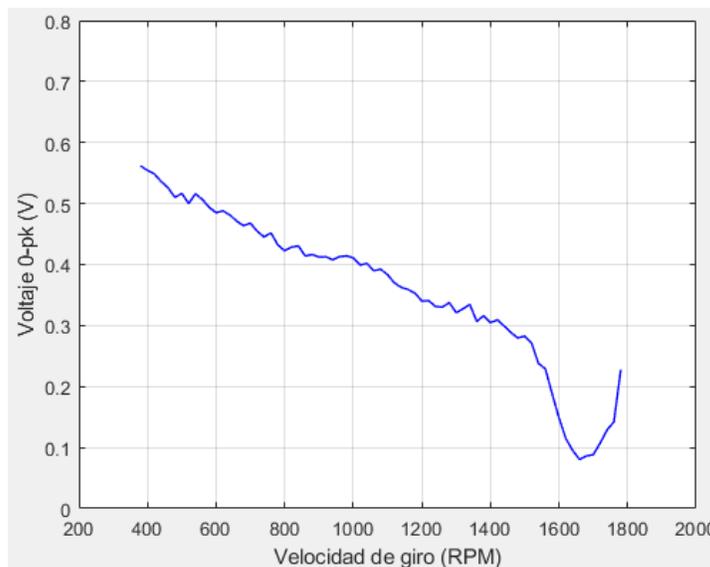


Figura 46 Diagrama de Bode del rotor con una probeta normalizada P1

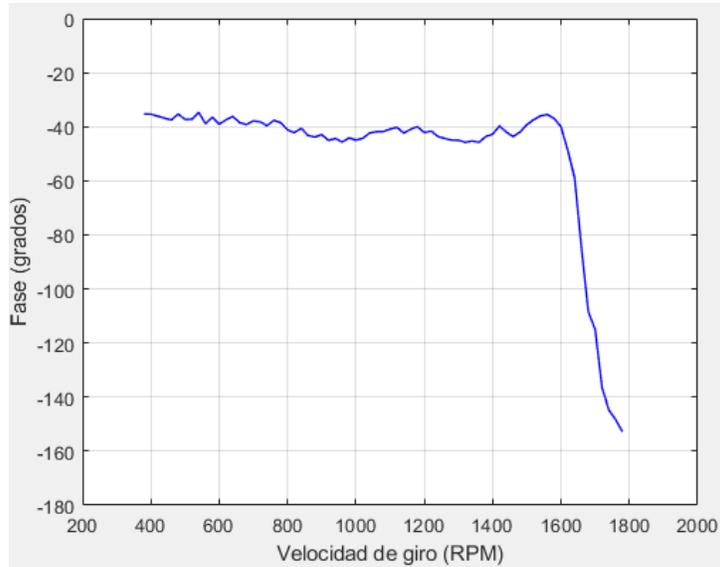


Figura 47 Diagrama de Fase del rotor con una probeta normalizada P1.

Con el fin de controlar la respuesta del sistema se colocaron diferentes masas de desbalance para analizar la relación entre el incremento de la amplitud de vibración y la magnitud de la masa de desbalance. Los resultados se muestran en la Figura 48, donde se observa que, al aumentar la masa de desbalance, también incrementa la amplitud de vibración. Sin embargo, se evidenció un incremento significativo entre la respuesta inicial del sistema a 500 RPM con el rotor sin desbalance (V0) y con una masa de 19.27 gramos. Esta variación se atribuyó al daño acumulado en la probeta y a los ciclos de deformación plástica a los que fue sometida, lo cual afectó directamente la excentricidad entre el eje neutro geométrico del rotor y su centro de masas, contribuyendo de manera significativa a la respuesta por desbalance del sistema rotodinámico.

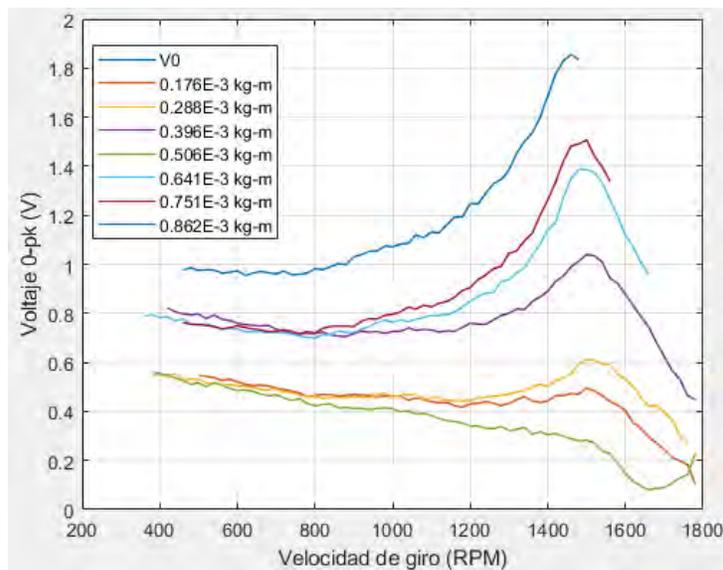


Figura 48 Comparativa de Diagramas de Bode con diferentes masas de desbalance.

Por lo tanto, a continuación, se enlistan algunas observaciones que surgen a partir del proceso de balancear el sistema con una probeta de aluminio:

- El cambio de probeta alteró el comportamiento del rotor balanceado.
- Balancear el sistema a diferentes velocidades de giro generó daño acumulado en la probeta, y en consecuencia la deformó plásticamente.
- La deformación plástica de la probeta alteró las condiciones de alineación del sistema, por lo tanto, afectó todo el proceso de balanceo, y es necesario cambiar la probeta o volver a balancear.

La deformación plástica de un material está directamente relacionada con las propiedades mecánicas del material, tales como el límite elástico o el esfuerzo último, y debido a que una de las condiciones de operación del sistema es en resonancia, de la literatura especializada [43], [44], [46], [47] se conocen los efectos que tiene este fenómeno sobre los sistemas mecánicos, generando, en este caso, fuerzas inerciales por desbalance lo suficientemente elevadas para superar los límites elásticos y últimos de la probeta. Por lo tanto, se procedió a balancear el sistema con una probeta de acero

### 7.2.2 Balanceo del rotor con probeta de acero AISI 1018

A partir de las observaciones realizadas durante el balanceo del rotor con la probeta de aluminio, se balanceó el rotor con la probeta de acero retirando las masas. Se calcularon las siguientes masas de balanceo:

- $m_{b1} = 1.185 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \angle 210^\circ @ 995 \text{ RPM}$
- $m_{b2} = 0.674 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \angle 30^\circ @ 1170 \text{ RPM}$
- $m_{b3} = 0.463 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \angle 45^\circ @ 1350 \text{ RPM}$
- $m_{b4} = 0.399 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m} \angle 240^\circ @ 1450 \text{ RPM}$

Con estas masas de balanceo se obtuvieron los Diagramas de Bode, Fase y Polar mostradas en la Figura 49, Figura 50 y Figura 51. En estas figuras se observa una amplitud máxima y cambio de fase alrededor de los 1430 RPM (23.8 Hz), encontrando la velocidad crítica correspondiente a la frecuencia natural del sistema rotodinámico.

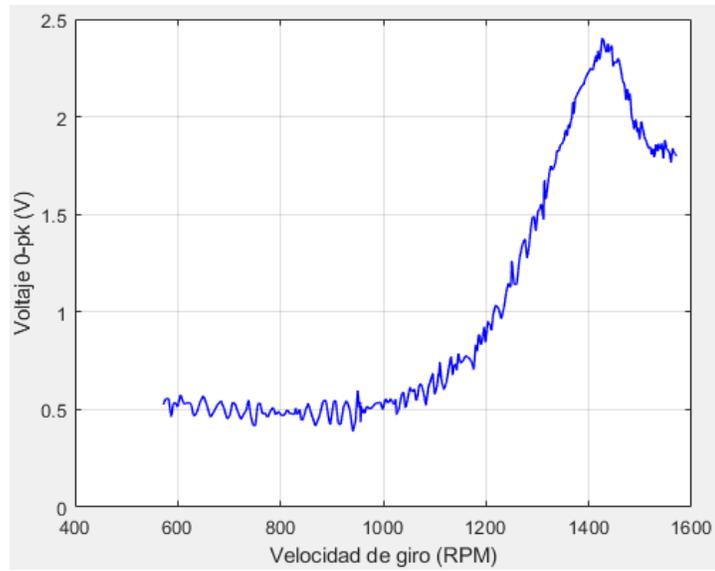


Figura 49 Diagrama de Bode del rotor balanceado con probeta de acero.

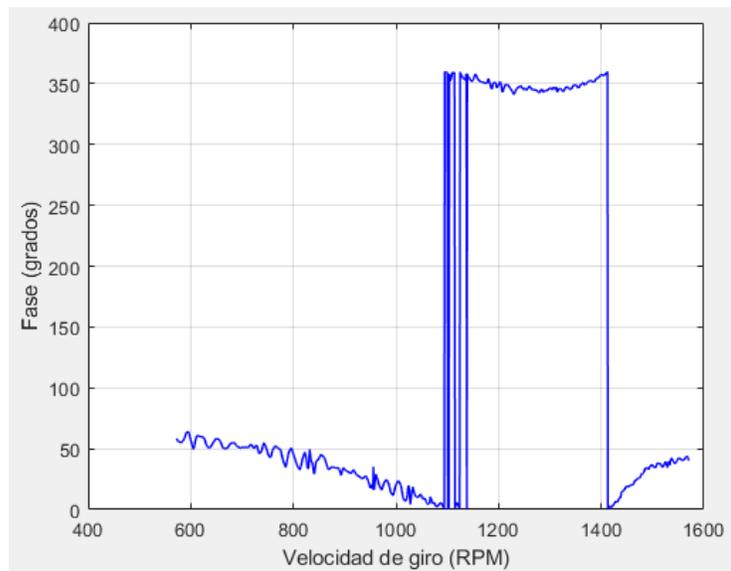


Figura 50 Diagrama de fase del rotor balanceado con probeta de acero

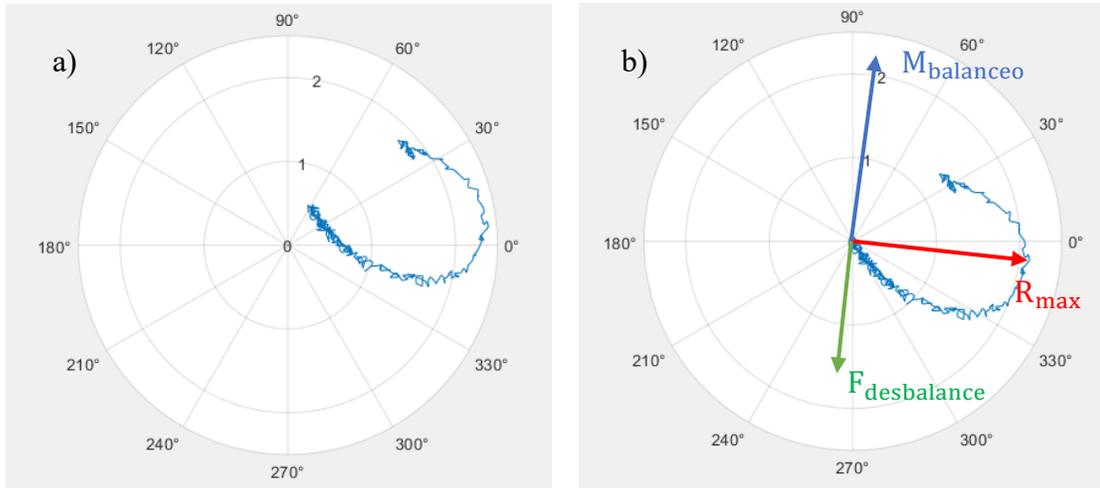


Figura 51 a) Diagrama polar del rotor balanceado con probeta de acero y b) Ajuste a cero del diagrama polar

A través del Diagrama Polar de Respuesta fue posible identificar la amplitud máxima y ángulo de fase de la respuesta del sistema y, en consecuencia, identificar la posición angular del desbalance. De acuerdo con la literatura, cuando un sistema está en resonancia hay un desfase entre la excitación y la respuesta de  $90^\circ$ , donde primero ocurre la excitación, y la respuesta ocurre  $90^\circ$  después. Por lo tanto, tomando como referencia el diagrama polar de la Figura 51a, que se ajustó a un diagrama con amplitud inicial igual a cero (ver Figura 51b), se identificó una amplitud máxima de la respuesta en  $353.91^\circ$ , por lo tanto, la excitación por desbalance se encuentra en un ángulo de  $261.91^\circ$ . Este valor es muy importante identificarlo para el control de amplitud de vibración, debido a que, para contrarrestar la vibración generada por el desbalance en condiciones de resonancia, es necesario colocar masas de balanceo en una posición angular opuesta al ángulo de excitación. Es decir, en el caso de este sistema, es necesario colocar masas de control en una posición de  $83.91^\circ$ .

Se colocaron diferentes masas de balanceo para evaluar la respuesta del sistema y la relación entre estos parámetros. Los resultados se muestran en la Figura 52, donde se compara la respuesta con diferentes masas de balanceo colocadas a una posición angular de  $90^\circ$ . Por otro lado, en la Figura 53 se muestra el diagrama polar de la respuesta para cada masa de balanceo.

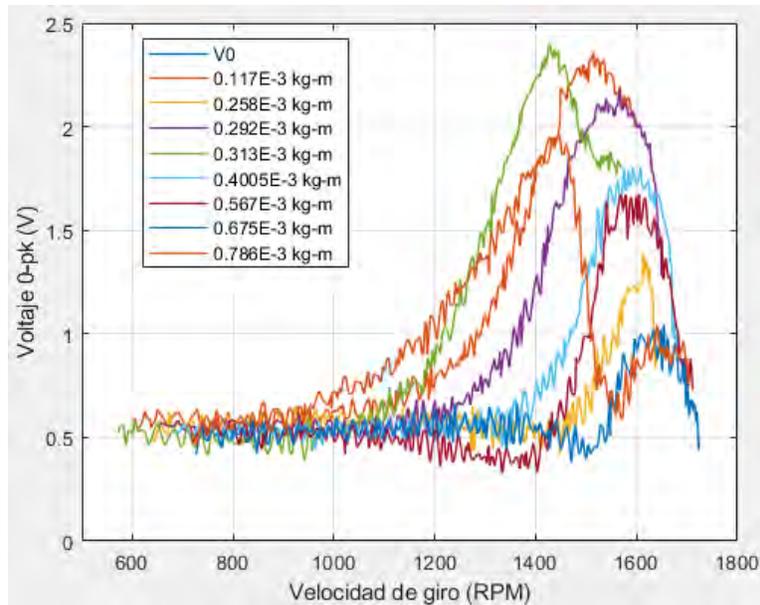


Figura 52 Comparativa de Diagramas de Bode del sistema con masas de desbalance con probeta de acero

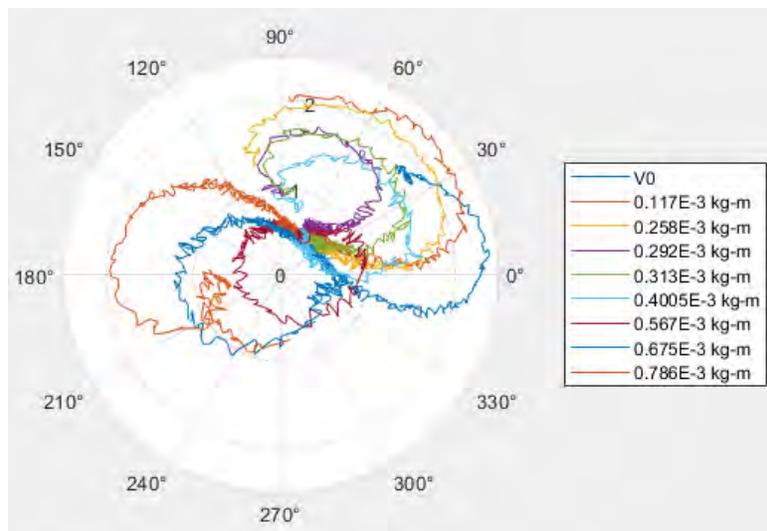


Figura 53 Comparativa de Diagramas Polares de Respuesta del rotor con diferentes masas de desbalance con probeta de acero.

En el diagrama polar de respuesta de la Figura 53, se observa una disminución progresiva en la amplitud de vibración del sistema al incrementar la masa de control desde los  $0.117 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}$  hasta  $0.4005 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}$ . Sin embargo, a partir de la masa de  $0.567 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}$ , la amplitud de vibración comienza a aumentar gradualmente. Según la literatura, este comportamiento es característico del efecto de las masas de desbalance, relacionado con la identificación de la posición angular del desbalance del sistema (ver Figura 51). Si se incrementaran las masas de desbalance más allá de  $0.786 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}$ , la amplitud de vibración continuaría aumentando, lo que dificultaría la ejecución de las pruebas

de fatiga. Por ello, para garantizar la realización de las pruebas, se utilizará una amplitud de vibración cercana a 2.5 V.

En este análisis, a diferencia de lo obtenido con la probeta de aluminio, el comportamiento del rotor es más estable con la probeta de acero. Además, permitió hacer un análisis de control de vibraciones mediante masas de balanceo, sin afectar plásticamente a la probeta. Por lo tanto, se concluye que, para la realización de los ensayos de fatiga se utilizaran probetas de acero.

## **8 Análisis, estimación del daño y vida útil a fatiga. Un análisis experimental.**

De las secciones anteriores se concluyó que se utilizarían probetas de acero, a pesar de tener mejores propiedades mecánicas y de acuerdo con la literatura, estos tienen un límite de resistencia a la fatiga y tienden a fallar a mayor número de ciclos si se compara con el aluminio.

En esta sección se analizan los patrones de respuesta medidos a partir del ensayo de fatiga aplicado a una probeta de acero AISI 1018 y el efecto que tienen sobre la vida útil a fatiga. Por otro lado, se presenta un análisis experimental de la vida útil a fatiga de probetas de aluminio 6061-T6.

### **8.1 Análisis experimental con probetas de acero AISI 1018**

#### **8.1.1 Historiales de carga**

Se determinó que se trabajaría con una amplitud de respuesta de vibración de aproximadamente 2.5 V. Para obtener el historial se midió la respuesta en el Nudo 1 del rotor (ver Figura 34) y en la Figura 54a se muestra un fragmento correspondiente a 3.194 horas del ensayo total. Este ensayo duró un total de 56.931 horas, es decir, el historial que se muestra en la Figura 54 representa únicamente el 5.61% del ensayo de fatiga.

En la Figura 54b, se presenta el ajuste del historial convertido de voltaje a desplazamiento, esto a partir de la equivalencia de 7.87 V/mm que proporciona el fabricante del sensor. Además, el historial se ajustó con valor medio de 0. Esto es debido a que la probeta es sometida a flexión rotatoria con una relación de ciclos  $R = -1$ , es decir, completamente invertido con un valor de esfuerzo medio igual a cero.

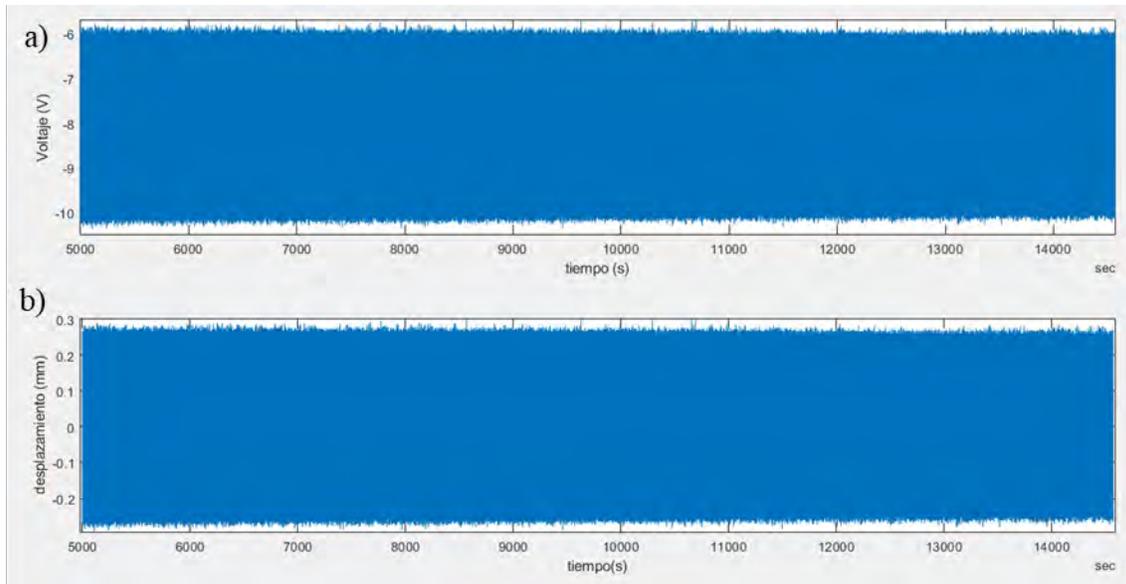


Figura 54 Historial de respuesta de a) voltaje y b) desplazamiento del sistema en condiciones de resonancia

### 8.1.2 Análisis de elementos finitos

Es necesario obtener un historial de esfuerzos a partir del historial de desplazamientos presentado en la Figura 54. Esto se realizó mediante el software de elemento finito “*ANSYS Student 2024*” donde se modeló la probeta con las condiciones de frontera y carga mostradas en la Figura 55.

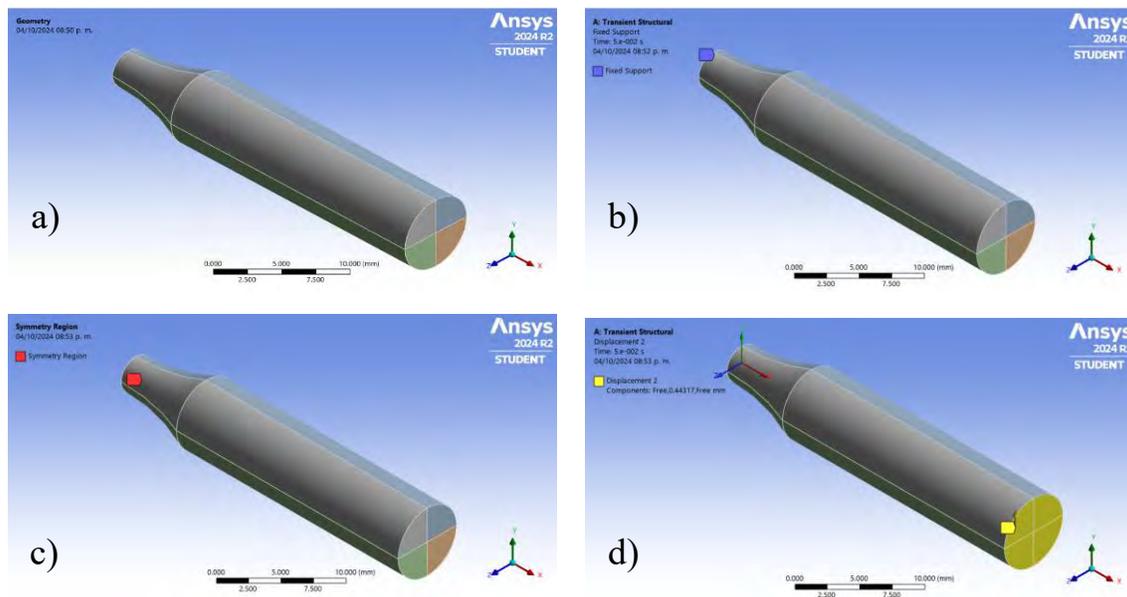


Figura 55 Modelado de la probeta por el método de elemento finito. a) Modelo CAD, b) condición empotrada, c) condición de simetría, y d) Simulación del desplazamiento como condición de carga

El mallado de la probeta se construyó con elementos hexaédricos y se muestra en la Figura 56. Este tipo de análisis para obtener los esfuerzos de probetas sometidas a flexión rotativa ha sido utilizado en estudios tales como el de Rodríguez-Reyes, *et al* [28].

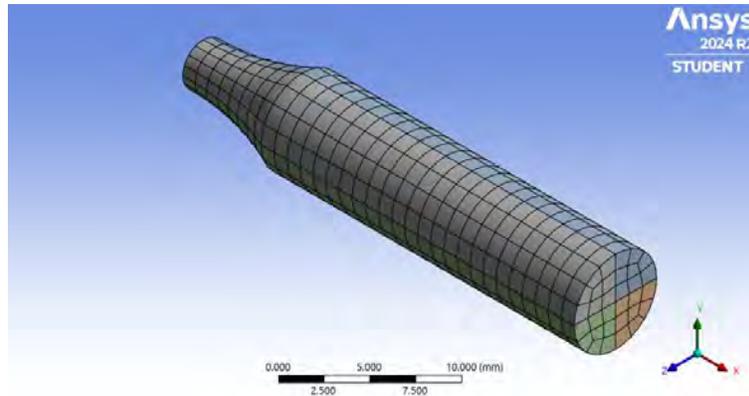


Figura 56 Mallado de la probeta

En la condición de desplazamiento de la Figura 55d, se cargó una porción de 1 y 5 segundos del historial de respuesta total que se midió de la Figura 54b (ver Figura 57 y Figura 58).

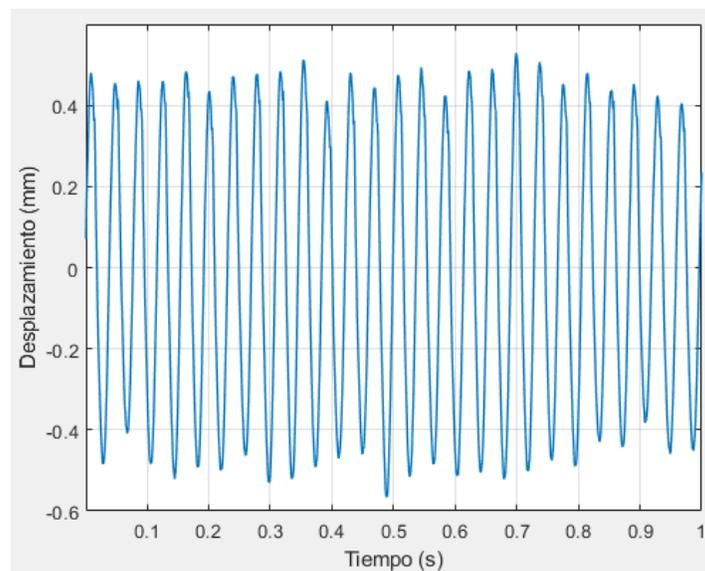


Figura 57 Fracción de historial de un segundo

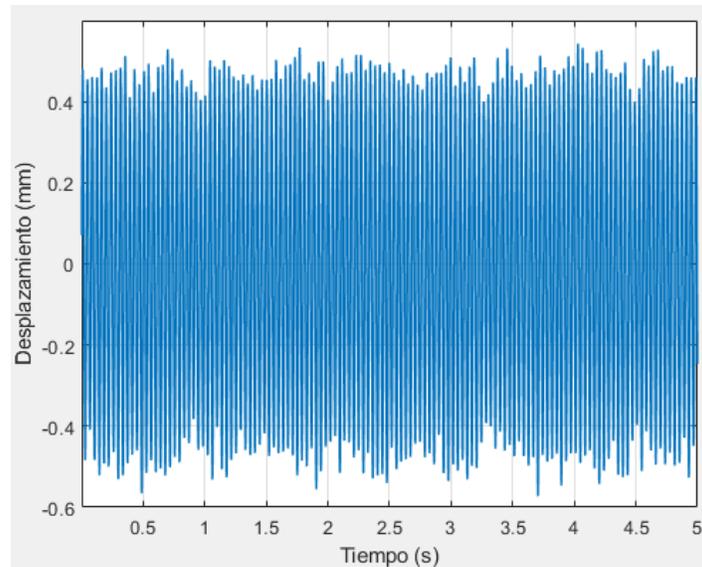


Figura 58 Fracción de historial de cinco segundos.

Si bien es cierto que corresponde a una fracción muy pequeña del total del historial de respuesta, se observa una buena estabilidad del historial completo, es decir, corresponde a una respuesta aleatoria estacionaria.

Al ejecutar las simulaciones se obtienen los historiales de esfuerzos mostrados en la Figura 59 y Figura 60.

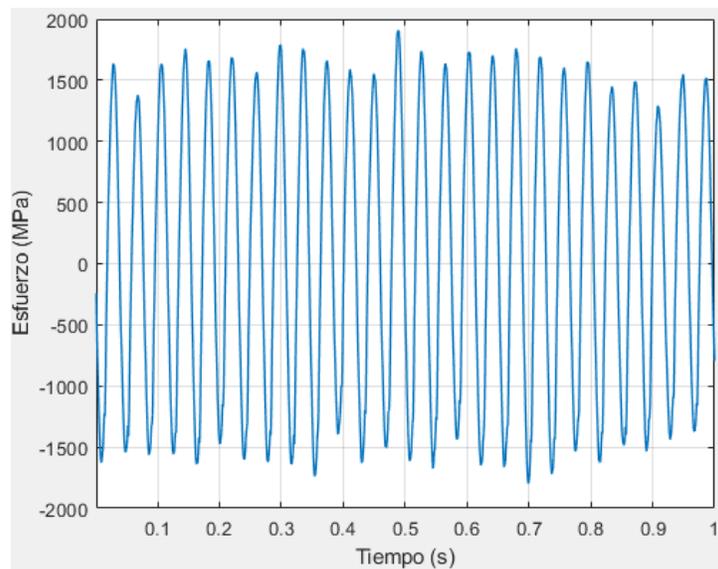


Figura 59 Periodo de un segundo de historial de esfuerzo

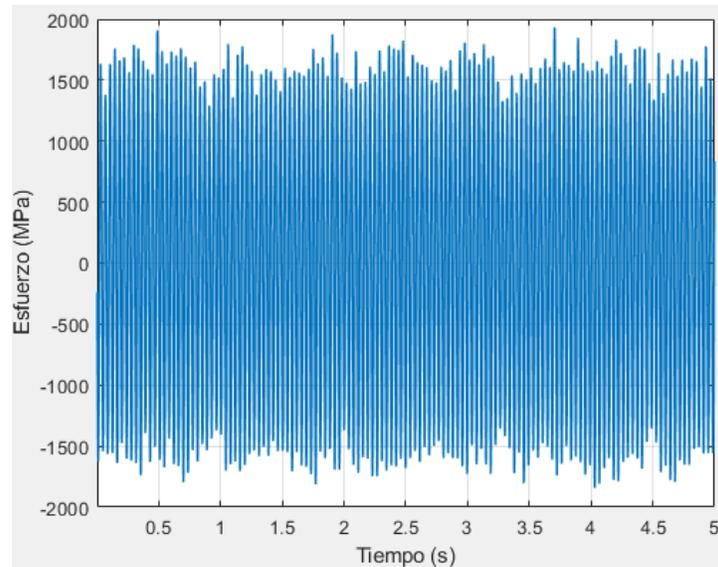


Figura 60 Periodo de cinco segundos del historial de esfuerzo

### 8.1.3 Relación esfuerzo-desplazamiento

De acuerdo con la literatura [51], se puede relacionar el historial de desplazamiento con el historial de esfuerzo para obtener una relación lineal entre estos dos parámetros. En la Figura 61 y Figura 62, se muestra un ajuste lineal que relaciona el desplazamiento y el esfuerzo. Ambas ecuaciones presentan una variación mínima entre sí, y en consecuencia es posible aplicar este ajuste al historial que se presenta en la Figura 54b, obteniendo el historial de esfuerzos que se muestra en la Figura 63.

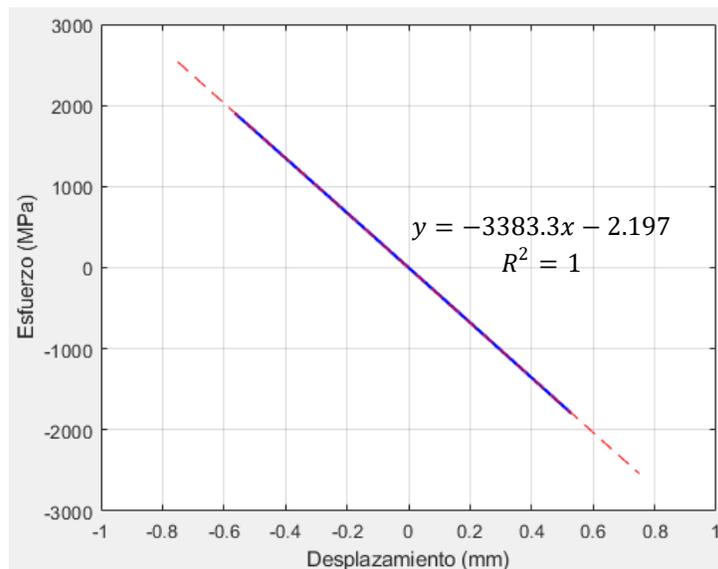


Figura 61 Relación esfuerzo-desplazamiento para el historial de un segundo

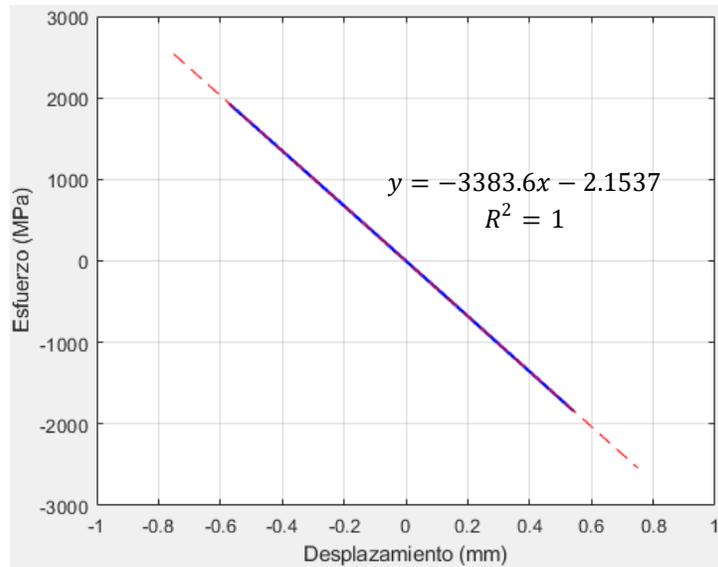


Figura 62 Relación de esfuerzo desplazamiento para el historial de cinco segundos

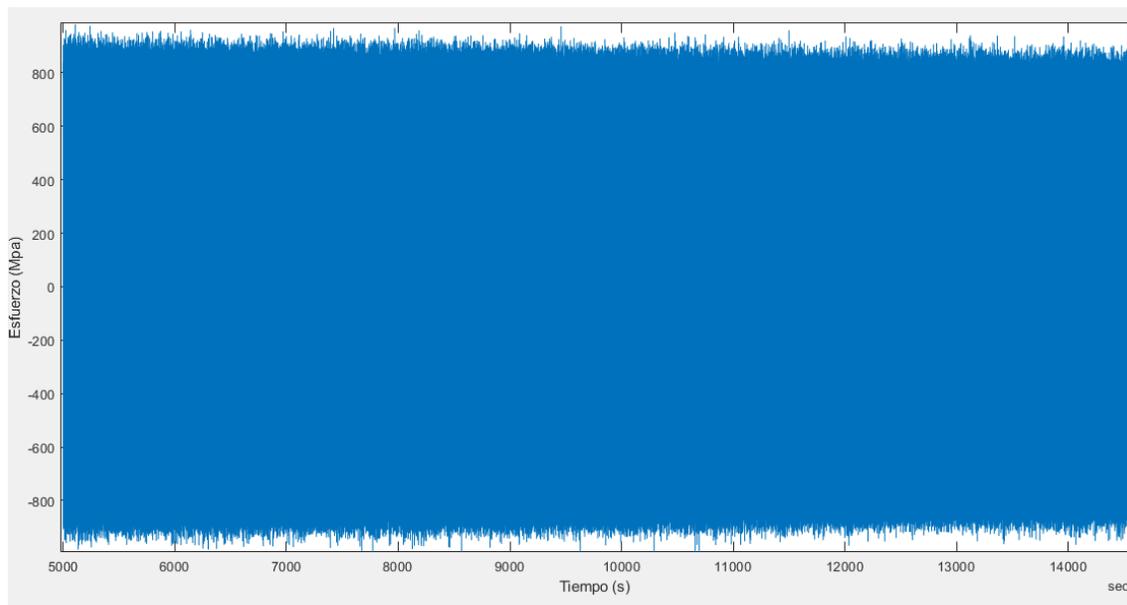


Figura 63 Historial de esfuerzos

Para analizar este historial de esfuerzos y realizar un óptimo conteo de ciclos mediante la técnica *rainflow*, es necesario aplicar diferentes filtros y técnicas de suavizado para eliminar ruido de altas y bajas frecuencias. Por lo tanto, se aplicó un suavizado de *Savitzky-Golay* y un filtro pasa-altos y pasa-bajos. En la Figura 64 se muestra la comparativa entre la señal ruidosa y la señal suavizada y filtrada.

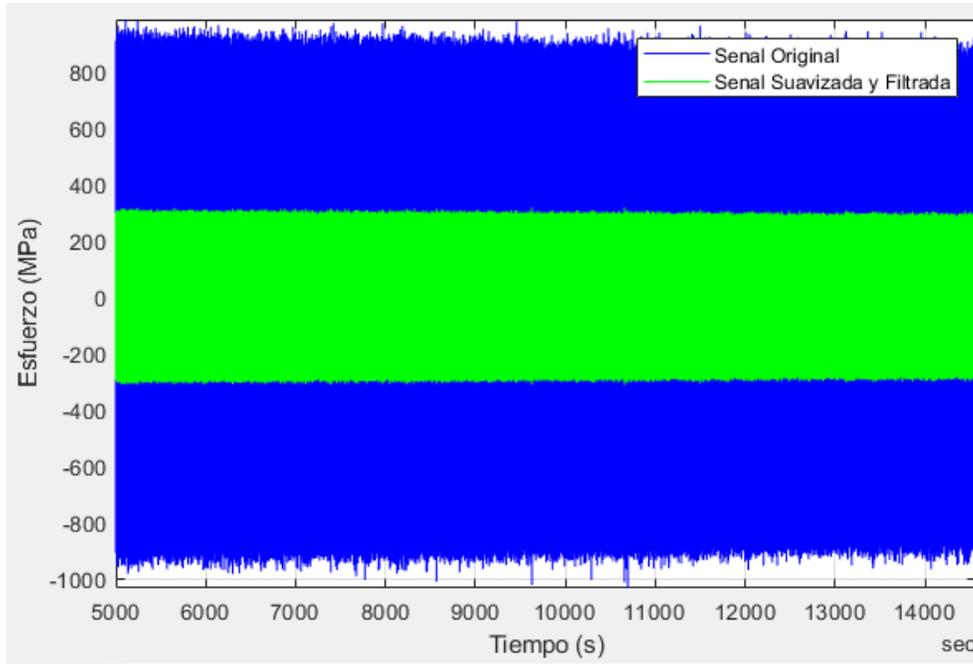


Figura 64 Comparativa de señal original, filtrada y suavizada

#### 8.1.4 Estimación del daño y vida útil a fatiga

Se desarrolló un código en Matlab (ver Apéndice A) que implementa el método *rainflow* para el conteo de ciclos de carga y la regla de Miner para la estimación del daño y predecir la vida a fatiga de la probeta. Con este código se obtiene una tabla denominada matriz *rainflow* donde se presenta el conteo de los ciclos con su correspondiente rango de esfuerzo, valor medio, e inicio y fin temporal (ver Tabla 8), y posteriormente se representa de manera gráfica en la Figura 65.

Tabla 8 Matriz *rainflow* (una muestra)

Ciclo	Rango (MPa)	Valor medio (MPa)	Inicio (s)	Fin (s)
0.5	210.72	-48.01	5000.00	5000.02
0.5	364.07	28.66	5000.02	5000.04
0.5	450.52	-14.56	5000.04	5000.06
0.5	491.27	5.81	5000.06	5000.08
0.5	508.80	-2.95	5000.08	5000.09
0.5	518.19	1.73	5000.09	5000.11
1	504.46	0.42	5000.19	5000.21
1	510.59	-0.74	5000.17	5000.23
1	519.64	-1.06	5000.15	5000.25
0.5	522.11	-0.22	5000.11	5000.13
0.5	528.09	2.76	5000.13	5000.27
0.5	538.02	-2.19	5000.27	5000.29

0.5	545.20	1.39	5000.29	5000.30
0.5	551.67	-1.84	5000.30	5000.32
0.5	559.50	2.06	5000.32	5000.34
0.5	568.01	-2.19	5000.34	5000.36
1	567.65	-0.65	5000.42	5000.44
1	571.92	0.82	5000.40	5000.46
0.5	573.37	0.48	5000.36	5000.38
0.5	575.99	-0.82	5000.38	5000.48

La tabla completa contiene un total de 250,861 filas, por lo tanto, solo se presenta la porción de la Tabla 8.

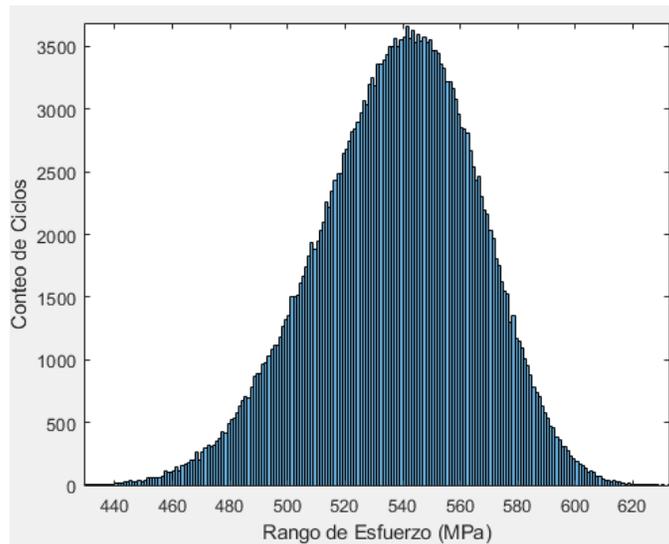


Figura 65 Histograma de rango de esfuerzo y conteo de ciclos.

En la Figura 65 se muestra el histograma del conteo de ciclos de esfuerzos generado a partir del histograma de la matriz *rainflow* donde se observa que el rango de esfuerzo oscila entre los 440 y 620 MPa, correspondiente a esfuerzos alternantes entre 220 y 310 MPa, con un esfuerzo alternante promedio de 265 MPa.

Es necesario relacionar la curva S-N del material con el historial de carga y evaluar qué rango de esfuerzos sí contribuyen a la acumulación del daño, y con base a esto, construir una curva de daño en función del número de ciclos.

A diferencia de las curvas esfuerzo-deformación, obtener curvas S-N es más complejo debido a que estas son generadas de forma experimental, y sus resultados son influenciados por diversos factores como el tamaño del espécimen de prueba, concentradores de esfuerzos, acabados superficiales, entre otros. Sin embargo, en la literatura existen diferentes modelos teóricos con bases empíricas para obtener curvas S-N aproximadas. Uno de estos es el modelo de Basquin (Ecuación 13), donde se relaciona el esfuerzo y el número de ciclos. De la Ecuación 13 y la literatura especializada, los parámetros de la curva S-N del acero 1018 son

$S_f = 275 \text{ MPa}$ ,  $N_f = 10^6$  ciclos,  $b = 0.1$ . La curva correspondiente se muestra en la Figura 66.

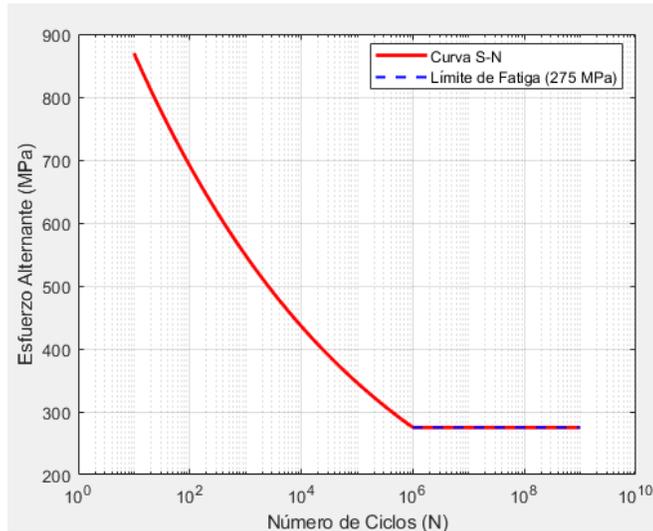


Figura 66 Curva S-N del acero 1018

Con el código desarrollado en Matlab (ver Apéndice A), se relacionan los ciclos del historial, la curva S-N del material, y se calcula el daño acumulado mediante la regla de Miner (Ecuación 14). Esta regla de daño excluye los ciclos de carga donde el esfuerzo alternante es menor o igual al límite de resistencia a la fatiga. En la Figura 67 se muestra la curva de daño en función del número de ciclos, y debido a que la regla de Miner es una regla de acumulación de daño lineal, la curva de daño obtenida se ajusta a una curva de ajuste lineal.

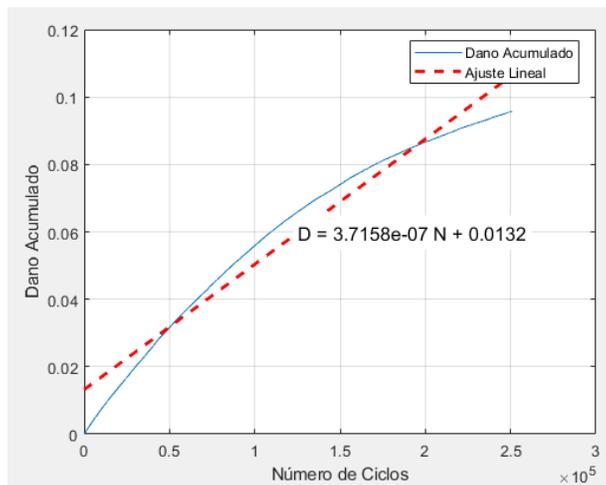


Figura 67 Curva de daño-número de ciclos

Con la curva de ajuste lineal de la Figura 67, se estima una vida útil a fatiga de 2,691,178 ciclos. En la Tabla 9, se presenta la comparativa entre el número de ciclos que duró la prueba y la vida a fatiga estimada por el modelo de daño de Miner. Se observa un error superior al

50%, esto podría asumirse como un error en el tratamiento de datos, sin embargo, considerando que el límite de resistencia a la fatiga es de 275 MPa, y de acuerdo con la Figura 65, la mitad de los rangos de esfuerzos se encuentran por debajo de este límite, se concluye que solo la mitad del rango de esfuerzos del historial de carga analizado contribuye al daño por fatiga generado en la probeta. De esta manera se compensa el 50% de error calculado entre la vida a fatiga experimental y la estimación mediante la regla de Miner.

Tabla 9 Comparativa entre los resultados experimentales y el modelo empírico del experimento preliminar.

Probeta	Nomenclatura	Nexp	Npred	%error
0	FRR-101-1	5,328,752	2,691,178	50.5

### 8.1.5 Ajuste de la respuesta de vibración

Del experimento preliminar se obtuvo un error del 50%, que se atribuyó a que la mitad de los ciclos aplicados no contribuyen al daño acumulado de la probeta debido a que estos niveles de esfuerzo se encuentran por debajo del límite de resistencia a la fatiga. En consecuencia, se incrementó el nivel de carga al aumentar la masa de desbalance. El nivel de carga se limitó a las capacidades de medición del sensor de proximidad, con amplitudes máximas registradas en el historial de -4V. En la Figura 68 se muestra el ajuste de la respuesta de vibración.

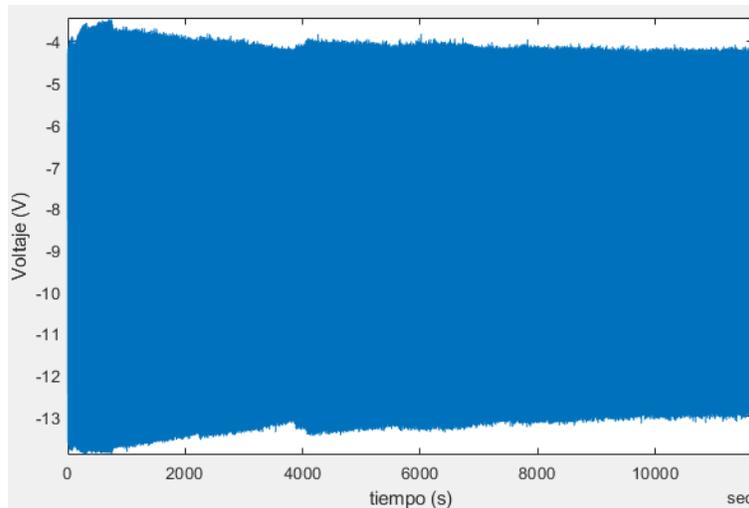


Figura 68 Ajuste de respuesta de vibración limitado a las capacidades del sensor.

Se realizaron tres pruebas más con el ajuste de nivel de carga, donde se obtuvo un incremento de alrededor del 80%. Sin embargo, ninguno de estos especímenes falló hasta la fractura total. En la Tabla 10 se muestra el conteo de ciclos ( $N_{exp}$ ), donde al relacionarlo con la región de vida infinita de los materiales, se observa una tendencia a que el material se ubicara sobre la región de vida infinita. Por lo tanto, fue necesario suspender las pruebas con el acero de 1018.

Tabla 10 Comparativa entre el conteo de ciclos experimental ( $N_{exp}$ ) de 3 pruebas en probetas de acero AISI 1018 y la región de vida infinita de acuerdo con la literatura [55].

Probeta	Nomenclatura	$N_{exp}$	Vida infinita [55]
1	FRR-101-1	214,2240	$N > 10^6$
2	FRR-101-2	3,194,406	
3	FRR-101-3	4,908,923	

De forma alternativa, considerando que el aluminio no tiene un límite de resistencia a la fatiga, y, en consecuencia, las curvas  $S-N$  de este material no tienen una región de vida infinita. Se procede a realizar los ensayos de fatiga con este material.

Es importante destacar algunos puntos importantes de los ensayos realizados con probetas de aluminio. Primero, debido a la problemática presentada en la sección 7.2.1, donde se observó una deformación plástica del material al emplear diferentes masas de desbalance en condiciones de resonancia, no se realizaron las pruebas con diferentes masas de desbalance en la velocidad crítica. Segundo, el sistema sí se balanceó, y una vez alcanzada la velocidad crítica, se realizó el ensayo de fatiga. Y tercero, se priorizó la repetibilidad del balanceo, la frecuencia de excitación durante las pruebas y la amplitud de respuesta del rotor.

## 8.2 Análisis experimental con probetas de aluminio 6061-T6

Se realizaron un total de seis pruebas experimentales con probetas normalizadas [42]. Se consideró la curva  $S-N$  mostrada en la Figura 69 que se obtuvo a partir de datos de la literatura. [61], [73].

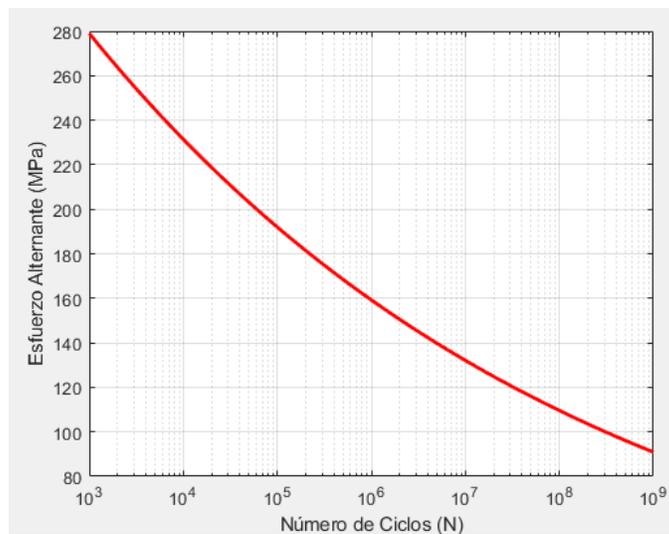


Figura 69 Curva  $S-N$  del aluminio 6061-T6 con límite a la fatiga  $S_f = 96.15$  MPa @  $5 \times 10^8$  ciclos.

Siguiendo la metodología planteada en este proyecto, el rotor se balanceó y se encontró una velocidad crítica en 1253 RPM (20.8 Hz). En la Figura 70, Figura 71 y Figura 72 se muestra la amplitud máxima de respuesta, y un cambio de fase de 180 grados en la velocidad mencionada.

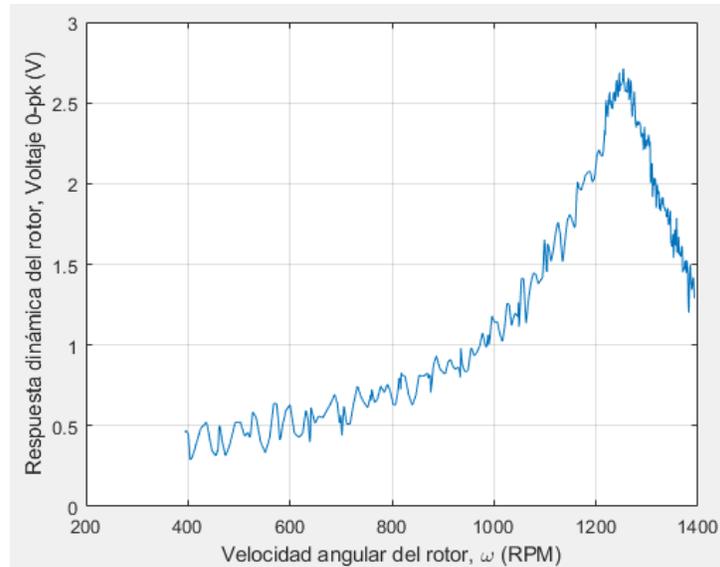


Figura 70 Diagrama de Bode del rotor balanceado con probeta de aluminio.

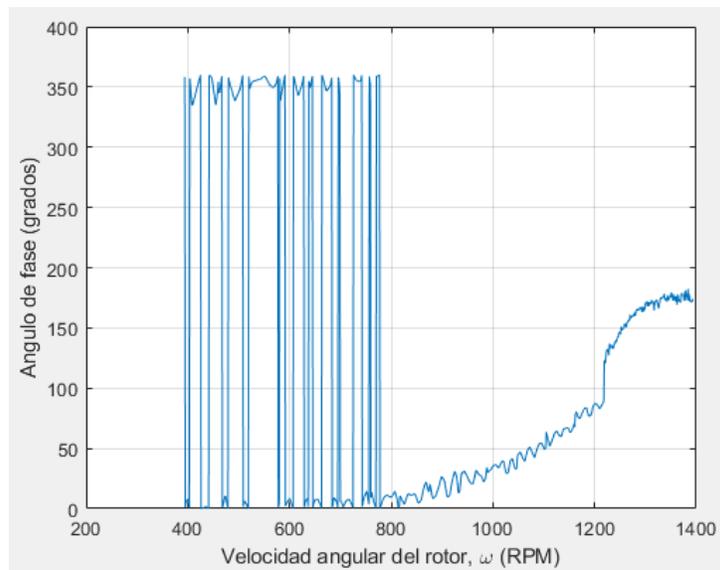


Figura 71 Diagrama de fase del rotor balanceado con probeta de aluminio.

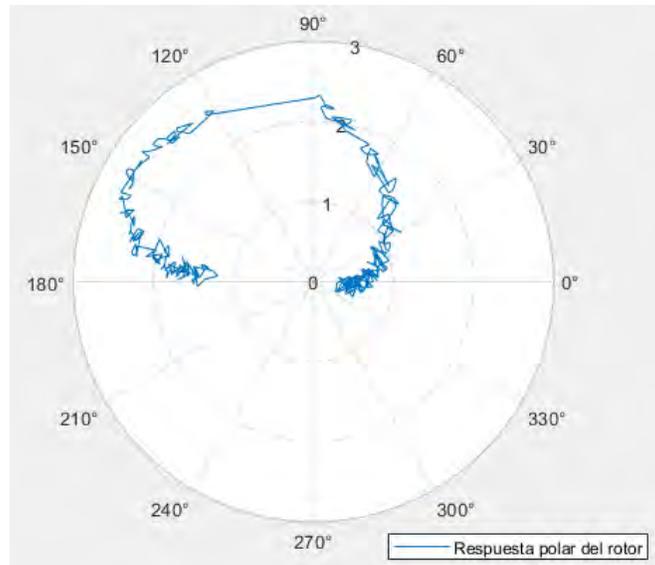


Figura 72 Diagrama polar de respuesta del rotor balanceado con probeta de aluminio.

Con el rotor balanceado se procedió a realizar los ensayos de fatiga donde se determinó una velocidad de giro del rotor de 1080 RPM (18 Hz), apenas 2 Hz por debajo de la velocidad crítica identificada en el Diagrama de Bode de la Figura 70. Esto se determinó con la finalidad de prolongar los tiempos de ejecución de las pruebas, donde, a diferencia de las pruebas realizadas con las probetas de acero, se observó un comportamiento caótico apenas unos segundos de haber iniciado la prueba en condiciones de resonancia.

### 8.2.1 Ensayos de fatiga de probeta de aluminio 6061-T6

Se midió la respuesta del rotor y, a través del método de los elementos finitos se obtuvo una relación entre el desplazamiento y esfuerzo de  $s = -1199x - 1.3212$ , donde  $s$  es el esfuerzo y  $x$  el desplazamiento medido. El esfuerzo y el desplazamiento se calcularon a través de la señal de respuesta y la metodología presentada en la sección 8.1. Posteriormente, la señal fue filtrada y suavizada para eliminar el ruido de alta y baja frecuencia, donde se obtuvo el historial de cargas presentado en la Figura 73.

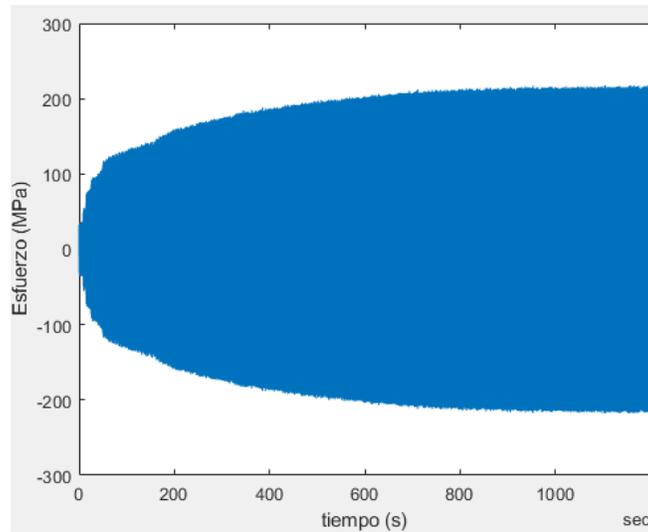


Figura 73 Periodo del historial de cargas de la probeta 0.

A través del algoritmo de conteo de ciclos *rainflow* se obtiene el histograma de esfuerzos de la Figura 74, el cual presenta una distribución atípica.

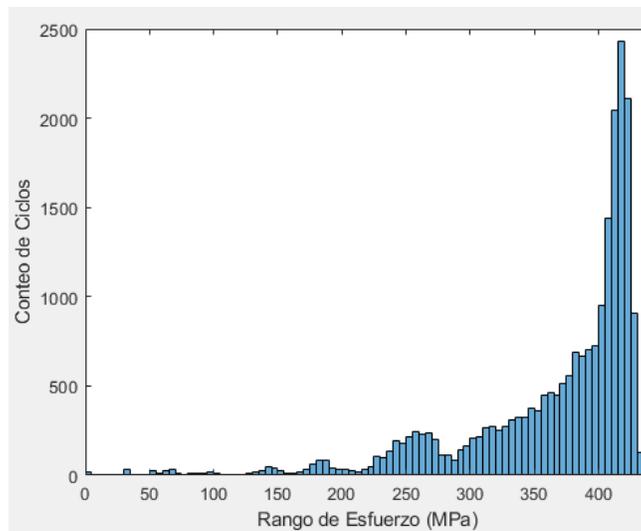


Figura 74 Histograma de cargas del historial de la Figura 73.

Relacionando el histograma *rainflow*, la curva S-N del material y la regla de acumulación de daño lineal de Miner, se obtiene la curva de daño presentada en la Figura 75, y mediante un ajuste de curva lineal, es posible predecir la vida a fatiga cuando el daño  $D$  es igual a 1. Por otro lado, en la Figura 76 se presenta la curva de daño experimental, pero con un ajuste cuadrático, donde se puede observar que este tipo de ajuste tiene una mejor convergencia que el ajuste de tipo lineal. Sin embargo, para el caso de esta prueba experimental, el ajuste de curva lineal tiene una mejor predicción de la vida a fatiga del material, con un error con respecto a la vida experimental del 73%, mientras que el ajuste cuadrático presenta un error del 87% (ver Tabla 12).

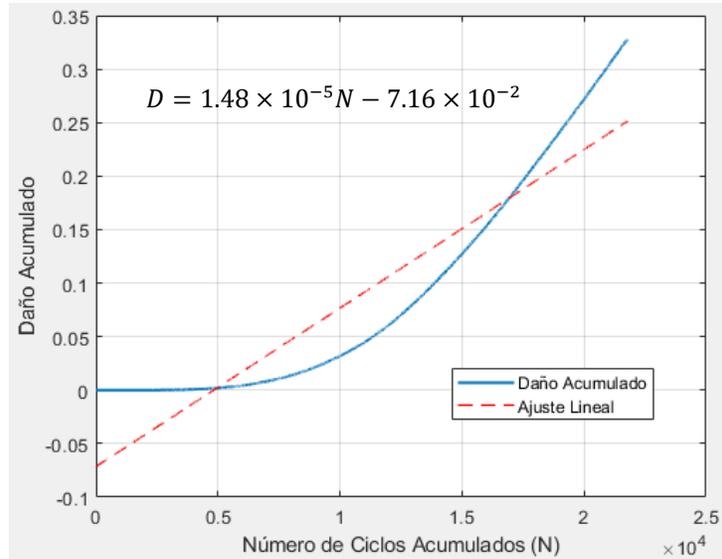


Figura 75. Curva de daño de la probeta 0 con ajuste lineal.

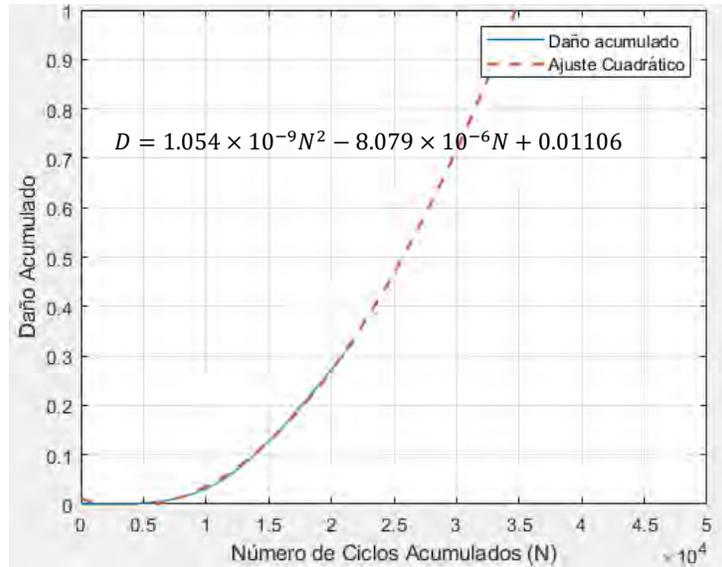


Figura 76 Curva de daño de la probeta 0 con ajuste cuadrático.

Por otro lado, se calculó la intensidad de daño mediante el método presentado en la sección 3.2.5. Se obtuvo la PSD (ver Figura 77) correspondiente al historial de la Figura 73 y se calculó momento espectral  $m_0$  y la frecuencia de cruce por cero positiva  $v_0^+$  a través de la Ecuación 9 y Ecuación 10, respectivamente. Mediante la Ecuación 17 se obtuvo una intensidad de daño  $d$ , de 0.1258 y, considerando que el material falla cuando el daño  $D$  es igual a 1, se estima una vida a fatiga de 144 ciclos (Ecuación 16).

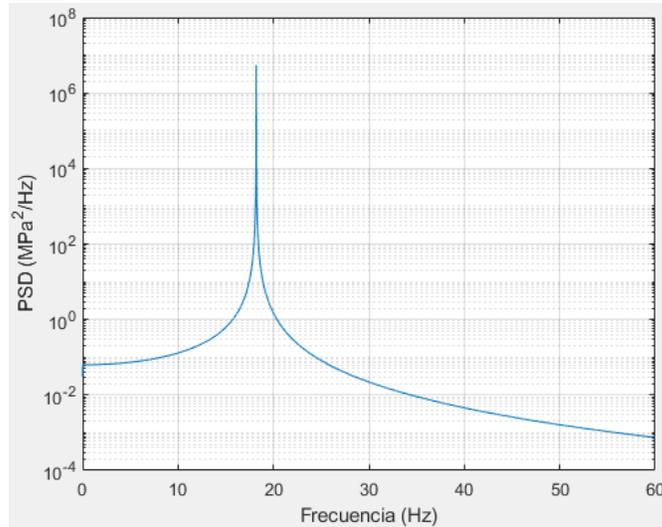


Figura 77 PSD del historial de esfuerzos de la probeta 0.

De acuerdo con las curva de daño obtenidas en la Figura 75 y Figura 76, se predice una vida a fatiga de 72,284 y 34750 ciclos; respectivamente. Sin embargo, la prueba experimental registró una duración total de 272,045 ciclos. Por otro lado, calculando un esfuerzo alternante promedio de 165 MPa, calculado a partir del histograma de la Figura 74 (despreciando los ciclos de carga alternante por debajo de los 100 MPa), y mediante el modelo de Agerskov [5] donde arroja un esfuerzo equivalente de 352.91 MPa, se estima una vida a fatiga de 645,726 ciclos y 272,738 ciclos, respectivamente. Por último, mediante el método espectral, se estimó una vida a fatiga de 144 ciclos. En la Tabla 11 se muestra una comparativa entre la vida experimental y la vida estimada a través del modelo de daño calculado, el esfuerzo promedio, el esfuerzo equivalente de Agerskov y el método espectral.

Tabla 11. Comparativa entre la vida experimental ( $N_{exp}$ ), vida estimada mediante la metodología propuesta a través de ajustes lineal ( $N_{pred1}$ ) y cuadrático ( $N_{pred2}$ ), vida promediando el patrón de cargas ( $N@σ$ ), vida a través del modelo de Agerskov ( $N@σ_a$ ) y el método espectral ( $N@d_{NB}$ ).

Probeta	Nomenclatura	$N_{exp}$ (ciclos)	$N_{pred1}$ Ajuste lineal (ciclos)	$N_{pred2}$ Ajuste cuadrático (ciclos)	$N@σ$ (ciclos)	$N@σ_a$ [5] (ciclos)	$N@d_{NB}$ [45] (ciclos)
0	FRR-101-0-A1	272,045	72,284	34,750	645,726	272,738	144

Asimismo, en la Tabla 12 se muestra una comparación del error porcentual entre los métodos evaluados y la vida experimental del material. Los resultados muestran un error máximo del 137% en la estimación basada en el esfuerzo promedio del patrón de cargas. En contraste, el modelo de Agerskov demostró ser el más preciso en esta prueba experimental. Por su parte, la metodología propuesta para el cálculo del daño presentó un error del 73% y 87%, lo que implica una subestimación de la vida a fatiga del material.

Tabla 12 Comparativa de errores porcentuales con respecto a la vida experimental

Probeta	Nomenclatura	%error $N_{pred}$ Ajuste lineal	%error $N_{pred}$ Ajuste cuadrático	%error $N@σ$	%error $N@σ_A$	%error $N@d_{NB}$
0	FRR-101-0-AI	73%	87%	137%	0.25%	99.94%

En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos para un total de seis ensayos de fatiga en donde se compara la vida experimental, las curvas de daño calculadas y el error porcentual para cada ensayo.

### 8.3 Resultados de ensayos de fatiga con probetas de aluminio 6061-T6

En las gráficas de la Figura 78 y Figura 76 se presentan las curvas de daño ajustadas a modelos de tipo lineal y cuadrática, respectivamente, que se obtuvieron a través de la metodología propuesta para cada ensayo de fatiga. Los historiales de respuesta y esfuerzo, los histogramas *rainflow*, PSD y curvas de daño de cada prueba individual se presentan en el Apéndice B. En la Tabla 13 y Tabla 14 se muestran los resultados experimentales y una comparativa entre la vida a fatiga experimental, la vida a fatiga a través de la metodología propuesta (ajuste lineal y cuadrático), la vida a fatiga bajo una carga de amplitud constante promediada con respecto a los histogramas *rainflow*, la vida a fatiga mediante el modelo de Agerskov, y la vida a fatiga estimada a través de la intensidad del daño calculada a través de técnicas espectrales.

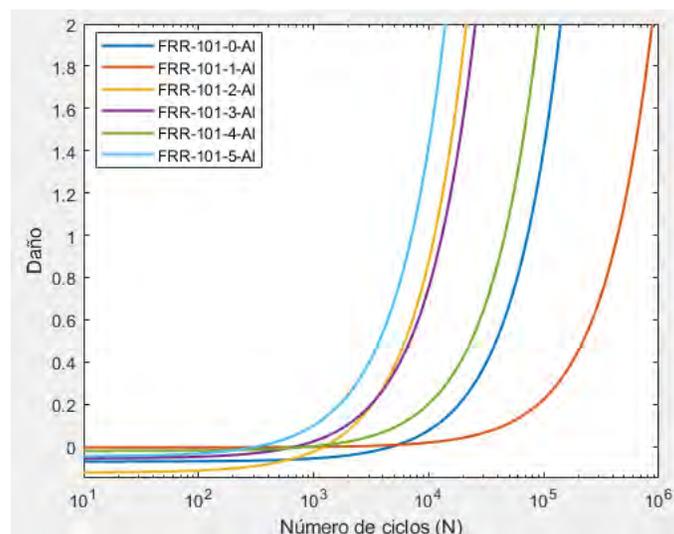


Figura 78 Curvas de daño-número de ciclos de cada prueba mediante ajuste lineal.

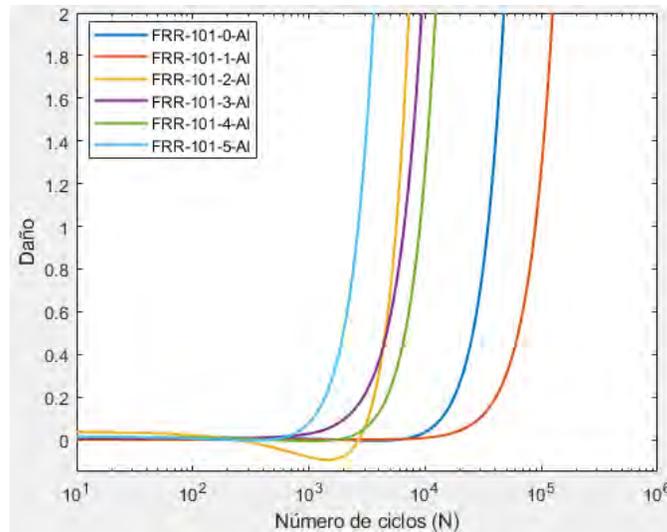


Figura 79 Curvas de daño-número de ciclos de cada prueba mediante ajuste cuadrático.

Tabla 13 Resultados experimentales de las pruebas de fatiga.

Probeta	Nomenclatura	$N_{exp}$ (ciclos)	$N_{pred}$ Ajuste lineal (ciclos)	$N_{pred}$ Ajuste cuadrático (ciclos)	$\bar{\sigma}$ (MPa)	$N@{\bar{\sigma}}$ (ciclos)	$\sigma_A$ [5] (MPa)	$N@{\sigma_a}$ (ciclos)	$N@d_{NB}$ [45] (ciclos)
0	FRR-101-0-AI	272,045	72,284	34,750	165	645,726	176.96	272,738	144
1	FRR-101-1-AI	143,090	438,270	85,250	137.5	6,101,201	163.90	700,816	570
2	FRR-101-2-AI	13,235	11,228	5,565	155	1,394,807	189.00	121,209	38
3	FRR-101-3-AI	8,428	13,506	6,645	125	19,737,710	204.71	45,312	25
4	FRR-101-4-AI	8,232	45,840	9,020	192.5	96,691	177.48	262,892	150
5	FRR-101-5-AI	4,232	7,139	2,655	225	14,152	218	20,892	12

Tabla 14 Comparativa de errores porcentuales de los ensayos de fatiga

Probeta	Nomenclatura	%error $N_{pred}$ Ajuste lineal	%error $N_{pred}$ Ajuste cuadrático	%error $N@{\bar{\sigma}}$	%error $N@{\sigma_A}$	%error $N@d_{NB}$
0	FRR-101-0-AI	73%	87%	137%	0.25%	99.94%
1	FRR-101-1-AI	206%	40%	4,164%	390%	99.60%
2	FRR-101-2-AI	15%	58%	104,39%	816%	99.71%
3	FRR-101-3-AI	60%	21%	234,092%	438%	99.70%
4	FRR-101-4-AI	457%	10%	1,075%	3,094%	98.18%
5	FRR-101-5-AI	69%	37%	234%	394%	99.73%
	<b>PROMEDIO</b>	<b>147%</b>	<b>42%</b>	<b>4,1690%</b>	<b>855.38%</b>	<b>99.48%</b>

Como era de esperarse, considerar cargas de amplitud constante equivalentes a patrones de cargas aleatorios o pseudoaleatorios, conduce a sobrestimaciones sobre la vida a fatiga. En la Tabla 14 se calcularon errores por encima del 1000% para el caso de la simplificación de los patrones de cargas a través del promedio y el modelo de Agerskov. Mientras que, a través de la metodología propuesta, el porcentaje de error reduce considerablemente para el caso de las probetas 1-5. En el caso de la probeta 0, el modelo de Agerskov demuestra ser más preciso en la estimación de la vida a fatiga, lo cual puede deberse a la naturaleza estable de la prueba experimental. Sin embargo, de acuerdo con la Figura 87 del Apéndice B, correspondiente al historial de esfuerzos de la prueba experimental FRR-101-1-A1, también presenta un patrón de respuesta estable, sin embargo, este no replica la precisión de la vida a fatiga estimada a partir del modelo de Agerskov.

Se puede observar que las probetas 2, 3, 4 y 5, fallaron en un intervalo entre los 4,000 y 15,000 ciclos. Mientras que los ensayos de las probetas 1 y 2 se extendieron hasta los 272,000 ciclos. Por lo tanto, las curvas de daño de la Figura 78 que mejor se ajustan a la vida a fatiga de las pruebas experimentales son las curvas FRR-101-2-A1, FRR-101-3-A1, FRR-101-5-A1.

## 9 Conclusiones

En este proyecto se propone una metodología para estimar la vida a fatiga de probetas en condiciones de resonancia. Se encontró que un sistema rotodinámico reproduce patrones de carga aleatorios o pseudoaleatorios que pueden representarse a través de distribuciones de probabilidad de tipo Gaussiana y son comparables con los patrones de carga y respuesta de estructuras y componentes mecánicos presentes en la naturaleza.

A diferencia del trabajo realizado por Cruz-Castro, donde se realizó un análisis con un enfoque en la mecánica de la fractura, donde relacionó la tasa de propagación de una grieta con la vida a fatiga, en este trabajo, se emplearon técnicas estadísticas para relacionar el historial de esfuerzo y la vida a fatiga, además de compararlo con técnicas determinísticas y espectrales. La principal ventaja de la metodología empleada y el enfoque esfuerzo-vida, empleado, es la adaptabilidad a aplicaciones prácticas y de campo, donde resulta más accesible medir respuestas de vibración a medir la tasa de propagación de una grieta en partes estructurales.

Se comparó el comportamiento rotodinámico del banco experimental con probetas de acero y probetas de aluminio, y se encontró que es posible tener un comportamiento más estable con las probetas de acero. Sin embargo, al realizar los ensayos de fatiga, únicamente una probeta se ensayó hasta la fractura. Se ensayaron tres probetas más, sin embargo, estas nunca fallaron hasta la fractura total y se concluyó que se ubicaron en la región de vida infinita, por lo que las pruebas fueron suspendidas y se realizaron con probetas de aluminio.

Del ensayo de fatiga con probeta de acero se obtuvo un modelo de daño empírico basado en la regla de acumulación de daño de Miner, que resultó en una subestimación de la vida a fatiga, correspondiente a 2,691,178 ciclos. Sin embargo, la prueba duró 5,328,752 ciclos, resultando en un error del 50.1%. Esto es, debido a que más de la mitad de los ciclos de carga se encuentran en un rango de esfuerzos alternantes de entre 219 y 275 MPa, es decir, por debajo del límite de resistencia a la fatiga del material, por lo tanto, estos ciclos de carga no contribuyen al daño del material. El resto de los ciclos de carga sí contribuyen de forma significativa, sin embargo, el modelo de daño lineal utilizado en este trabajo no considera la secuencia de las cargas aplicadas, por lo tanto, conduce a una subestimación de la vida a fatiga.

Se destacó la importancia de considerar los patrones de respuesta aleatorios que se pueden generar en condiciones de resonancia, ya que despreciar este comportamiento y asumir patrones determinísticos de amplitud constante pueden conducir a estimaciones de vida infinita, lo cual puede comprometer la integridad física de máquinas, estructuras y sus usuarios.

Debido a que los ensayos de fatiga con probetas de acero se extendieron lo suficiente para considerarse dentro de la región de vida infinita, de acuerdo con la curva S-N del material,

se cambió el material de prueba por probetas de aluminio 6061-T6. De acuerdo con la literatura, este no tiene un límite de resistencia a la fatiga que separe la región de vida finita e infinita, por lo tanto, se asegura la falla por fatiga del material.

Se realizaron 6 ensayos de fatiga con probetas de aluminio, donde todas fallaron por fatiga. Sin embargo, se observó una variación significativa entre la vida a fatiga de las probetas 0 y 1, con respecto a las probetas 2, 3, 4 y 5. Donde las primeras tuvieron una vida a fatiga de hasta 64 veces más extensa (comparando la vida de la probeta 0 y la 5) con respecto a al segundo bloque mencionado.

En las últimas pruebas se observó una tendencia por mantener la vida a fatiga por debajo de los 10,000 ciclos; sin embargo, no se logró obtener la repetibilidad deseada en los patrones de respuesta para hacer un análisis que permita incrementar el nivel de precisión de la estimación de la vida a fatiga de los materiales. Por un lado, se logró obtener una curva de daño que estima la vida a fatiga del material con un error porcentual con respecto a la vida experimental del 10%; por otro lado, se calculó la vida a fatiga a partir del modelo de Agerskov y una técnica espectral de banda angosta, y se calculó un error del 816% y 99.94%

Comparando la respuesta del acero con el aluminio, se concluye que el aluminio tiene una resistencia a la fatiga en condiciones de resonancia mucho menor que el acero. Esto se concluye a partir de las observaciones experimentales, donde el acero fue capaz de llegar a la región de vida infinita, aun en resonancia, mientras que, en las últimas pruebas con probetas de aluminio, no se superaron los 10,000 ciclos de carga.

Finalmente, se encontró que, aun en condiciones de carga controlada, la resonancia tiene un efecto significativo sobre la vida a fatiga de los materiales, y a través de la metodología experimental propuesta, es posible obtener modelos de daño que estimen la vida a fatiga de materiales expuestos a cargas aleatorias generadas por condiciones de resonancia. Sin embargo, realizar este tipo de pruebas requiere de mucho cuidado para evitar daños significativos sobre los componentes mecánicos, estructurales y de medición. Por otro lado, se recomienda realizar este tipo de pruebas a materiales que, sí cuenten con un límite de resistencia a la fatiga, es decir, una región de vida infinita, como, por ejemplo, aceros al carbono, inoxidable, entre otros. Para realizar ensayos en aluminio, se recomienda incrementar la sección transversal de prueba con la finalidad de reducir los niveles de esfuerzos y tener respuestas de vibración más controladas y estables donde se obtengan patrones de respuesta con un mayor nivel de repetibilidad entre todas las pruebas.

## Apéndices

### 9.1 Apéndice A: Código “Rainflow y estimación del daño”

```
clear ;
close all;

% Leer los datos desde el archivo TDMS
data = tdmread('parte10.tdms',...
    ChannelGroupName = "Untitled",...
    ChannelNames = ["Dev4/ai1"], ...
    TimeStep = seconds(0.001), StartTime = seconds(0));
canal1 = data{:, 1}; % Acceder a la primera columna
canal1 = timetable2table(canal1);
t = table2array(canal1(:,1));
v = table2array(canal1(:,2));
n = size(t);
t = t(5000e3:n-(n-1.457e7), 1);
v = v(5000e3:n-(n-1.457e7), 1);
t2=(0:0.001:19140.001);
t2=t2.';

% Ajustar la señal experimental
x = v / 7.87; % Normalización
xmean = mean(x); % Media de la señal
x = x - xmean; % Eliminar la componente DC
s = (-3383.3 * x) - 2.197;% Conversión a esfuerzo en MPa

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,v);
xlabel('tiempo (seg)');
ylabel('Voltaje (V)');
subplot(2,1,2);
plot(t,x);
xlabel('tiempo(seg)');
ylabel('desplazamiento (mm)');

figure (2)
plot(t,s)
xlabel('tiempo (seg)')
ylabel('Esfuerzo (Mpa)')

% Parámetros del filtro de Savitzky-Golay
order = 3; % Orden del polinomio
frameSize = 5; % Tamaño de la ventana (debe ser impar)

% Aplicar el filtro de Savitzky-Golay para suavizar la señal
s_suave = sgolayfilt(s, order, frameSize);

% Parámetros del filtro pasa-altos y pasa-bajos
Fs = 1000; % Frecuencia de muestreo en Hz
fc_low = 24.47; % Frecuencia de corte del filtro pasa-altos
fc_high = 27; % Frecuencia de corte del filtro pasa-bajos
```

```

% Filtro pasa-altos
[b_low, a_low] = butter(4, fc_low / (Fs / 2), 'high');
s_filtrada = filtfilt(b_low, a_low, s);

% Filtro pasa-bajos
[b_high, a_high] = butter(4, fc_high / (Fs / 2), 'low');
s_filtrada = filtfilt(b_high, a_high, s_filtrada);

% Graficar la senal original, suavizada y filtrada
figure(3);
plot(t, s, 'b--', 'DisplayName', 'Senal Original');
hold on;
plot(t, s_suave, 'r', 'DisplayName', 'Senal Suavizada');
plot(t, s_filtrada, 'g', 'DisplayName', 'Senal Suavizada y Filtrada');
xlabel('Tiempo (seg)');
ylabel('Esfuerzo (MPa)');
title('Comparación de Senal Original, Suavizada y Filtrada');
legend show;
grid on;

figure (4)
plot(t,s_filtrada);
xlabel('tiempo (seg)');
ylabel('Esfuerzo (MPa)');

%s_filtrada =[s_filtrada;s_filtrada];
% Conteo de ciclos de esfuerzos usando Rainflow
figure(5);
[c, hist, edges, rmm, idx] = rainflow(s_filtrada, t);
T = array2table(c, 'VariableNames', {'Count', 'Range', 'Mean', 'Start', 'End'})
rainflow(s_filtrada, t)
filename='matrizrainflow.xlsx';
writetable(T,filename,'Sheet',1)

% Verifica que los valores de Count (c(:, 1)) y Range (c(:, 2)) estén en un
rango razonable.
% Asegúrate de que el conteo de ciclos no esté en decimales.
%disp(T); % Verificar el resultado

% Graficar el histograma de rangos de esfuerzos
figure(6);
histogram('BinEdges', edges, 'BinCounts', sum(hist, 2));
xlabel('Rango de Esfuerzo (MPa)');
ylabel('Conteo de Ciclos');
%title('Histograma de Ciclos de Esfuerzo (Rainflow)');

% Ajuste de la distribución de probabilidad utilizando los rangos de esfuerzo
ranges = c(:, 2);
figure(7);
histfit(ranges, 50, 'normal');
xlabel('Rango de Esfuerzo (MPa)');
ylabel('Frecuencia');
title('Ajuste de Distribución Normal a los Rangos de Esfuerzo');

```

```

% Obtener los parámetros del ajuste Normal
pd_normal = fitdist(ranges, 'Normal');
mu_normal = pd_normal.mu;
sigma_normal = pd_normal.sigma;

% Anadir cuadro de texto con los parámetros de Normal
str_normal = sprintf('Normal Distribution:\n\\mu = %.2f\n\\sigma = %.2f',
mu_normal, sigma_normal);
annotation('textbox', [0.15, 0.65, 0.3, 0.2], 'String', str_normal,
'FitBoxToText', 'on', 'BackgroundColor', 'white');

% -----
% Cálculo del dano acumulado usando la curva S-N
% -----

% Parámetros de la curva S-N para acero 1018
sigma_fatiga = 275; % Límite de fatiga en MPa
N_fatiga = 1e6; % Ciclos al límite de fatiga
b = 0.1; % Exponente típico para aceros

% Crear un rango de ciclos para la curva S-N
N_SN = logspace(1, 9, 100); % Ciclos de 10^1 a 10^9

% Calcular el esfuerzo alternante según la curva S-N
sigma_a = sigma_fatiga * (N_SN / N_fatiga).^(-b);
sigma_a(N_SN > N_fatiga) = sigma_fatiga; % Límite de fatiga

% Graficar la curva S-N
figure(8);
semilogx(N_SN, sigma_a, 'r-', 'LineWidth', 2);
hold on;
semilogx([N_fatiga, 1e9], [sigma_fatiga, sigma_fatiga], 'b--', 'LineWidth',
1.5); % Límite de fatiga
xlabel('Número de Ciclos (N)');
ylabel('Esfuerzo Alternante (MPa)');
%title('Curva S-N para Acero 1018');
legend('Curva S-N', 'Límite de Fatiga (275 MPa)', 'Location', 'best');
grid on;

% -----
% Calcular el dano acumulado usando la ley de Miner
% -----

% Inicializar dano acumulado
dano_acumulado = 0;
danos = zeros(length(c), 1); % Vector para almacenar los danos por ciclo
ciclos_falla = zeros(length(c), 1); % Vector para almacenar los ciclos a la
falla

% Calcular el número de ciclos a la falla para cada rango de esfuerzo
for i = 1:length(c)
    rango_esfuerzo = c(i, 2); % Rango de esfuerzo (Máx-Min)
    ciclos_contados = c(i, 1); % Número de ciclos contados por Rainflow

```

```

% Convertir el rango de esfuerzo en esfuerzo alternante (dividir entre 2)
esfuerzo_alternante = rango_esfuerzo / 2;

% Calcular la vida útil (número de ciclos a la falla) según la curva S-N
if esfuerzo_alternante >= sigma_fatiga
    % Vida útil en ciclos (N_falla) según la curva S-N para esfuerzos
    mayores al límite de fatiga
    N_falla = N_fatiga * (esfuerzo_alternante / sigma_fatiga).^(-1 / b);
else
    N_falla = Inf; % No se considera dano por debajo del límite de fatiga
end

% Calcular el dano acumulado usando la ley de Miner
dano_ciclo = ciclos_contados / N_falla;
danos(i) = dano_ciclo; % Guardar el dano por ciclo
ciclos_falla(i) = N_falla; % Guardar el número de ciclos a la falla

dano_acumulado = dano_acumulado + dano_ciclo;
end

% Mostrar el dano acumulado total
fprintf('Dano acumulado total (Ley de Miner): %.4f\n', dano_acumulado);

% -----
% Graficar dano vs. número de ciclos
% -----

% Número de ciclos (N) y dano acumulado (D)
N_ciclos = cumsum(c(:, 1)); % Acumular el número de ciclos contados por
Rainflow
D_ciclos = cumsum(danos); % Dano acumulado

% Ajuste lineal:  $D = aN + b$ 
p = polyfit(N_ciclos, D_ciclos, 1); % Coeficientes a y b
a = p(1);
b = p(2);

% Graficar el dano acumulado vs número de ciclos
figure(9);
plot(N_ciclos, D_ciclos);
hold on;

% Graficar la línea de ajuste
N_fit = linspace(min(N_ciclos), max(N_ciclos), 100);
D_fit = a * N_fit + b;
plot(N_fit, D_fit, 'r--', 'LineWidth', 2);

% Etiquetas y título
xlabel('Número de Ciclos');
ylabel('Dano Acumulado');
%title('Dano vs. Número de Ciclos');

% Mostrar la ecuación en el gráfico
eq_str = sprintf('D = %.4e N + %.4f', a, b);

```

```
text(mean(N_ciclos), mean(D_ciclos), eq_str, 'FontSize', 12, 'Color', 'k',  
'BackgroundColor', 'w');  
  
% Mostrar leyenda  
legend('Dano Acumulado', 'Ajuste Lineal', 'Location', 'best');  
grid on;  
  
% Mostrar las ecuaciones en la gráfica y en la consola  
fprintf('Ecuación de daño acumulado vs. número de ciclos (Ajuste Lineal): D =  
%.2e * N + %.2e\n', a, b);
```

## 9.2 Apéndice B: Historiales de esfuerzo, histogramas *rainflow* y curvas de daño

### Probeta FRR-101-0-A1

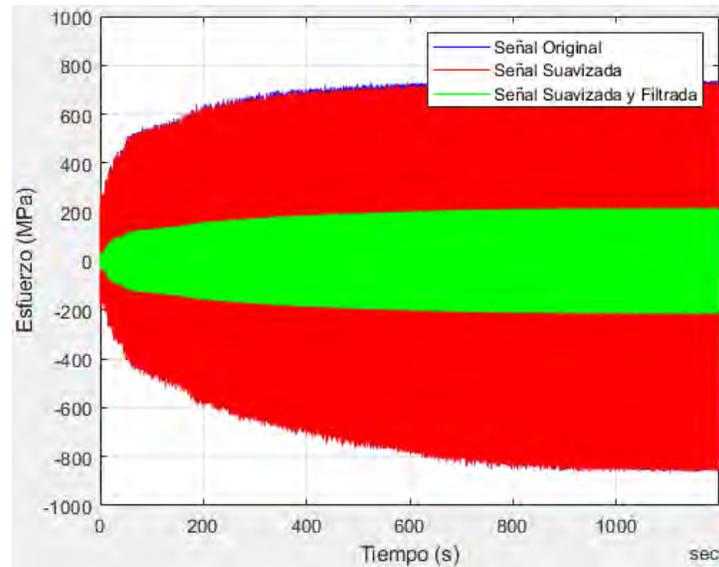


Figura 80 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-0-A1.

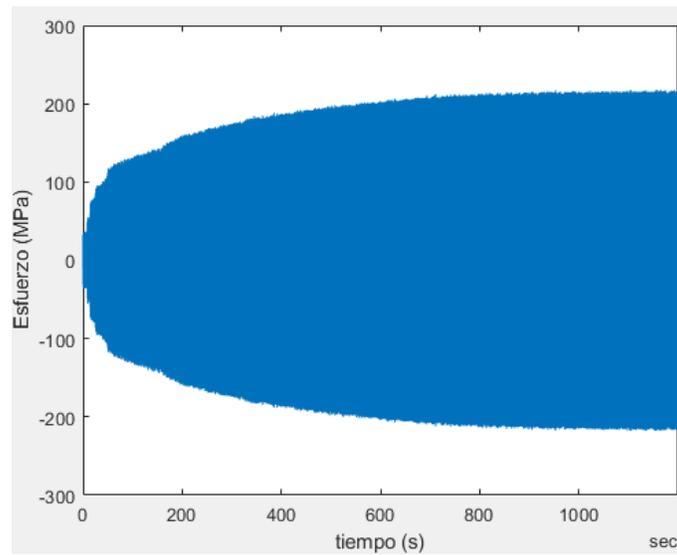


Figura 81 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-0-A1.

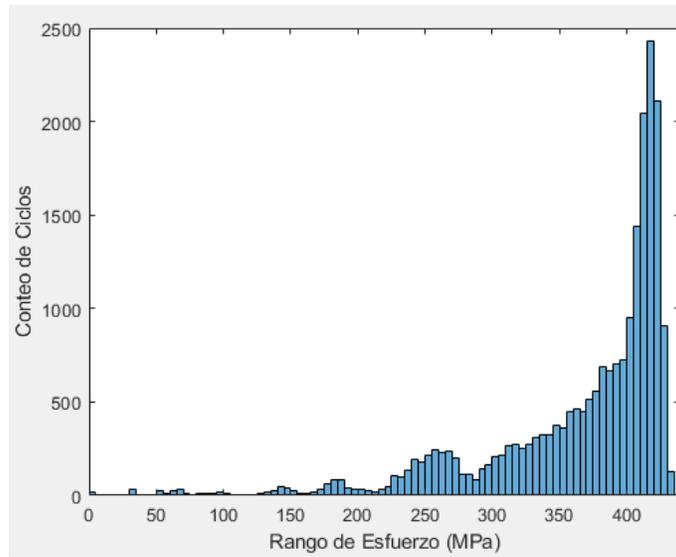


Figura 82 Histograma *rainflow* del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-0-A1.

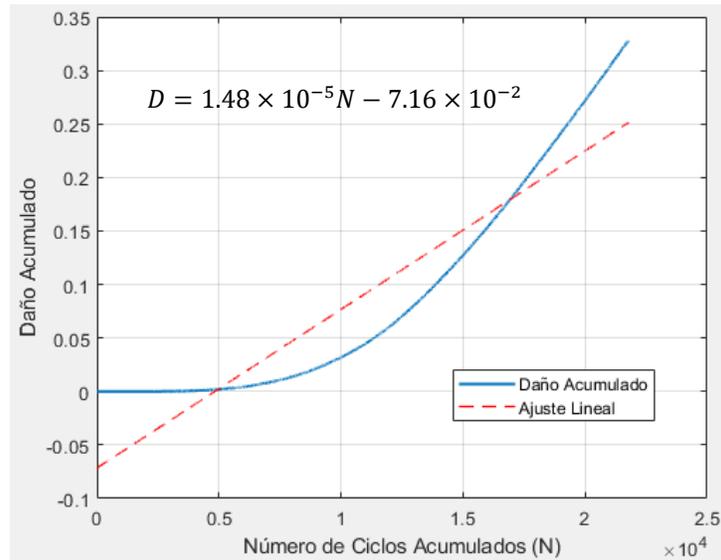


Figura 83 Curva de daño de la probeta FRR-101-0-A1 con ajuste lineal.

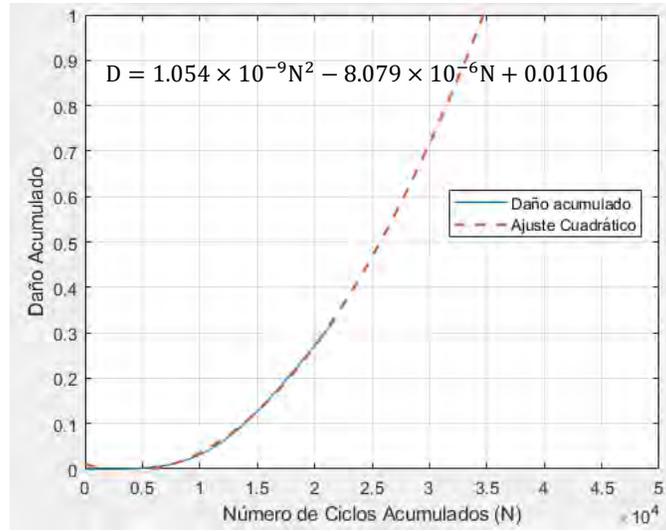


Figura 84 Curva de daño de la probeta FRR-101-0-A1 con ajuste cuadrático.

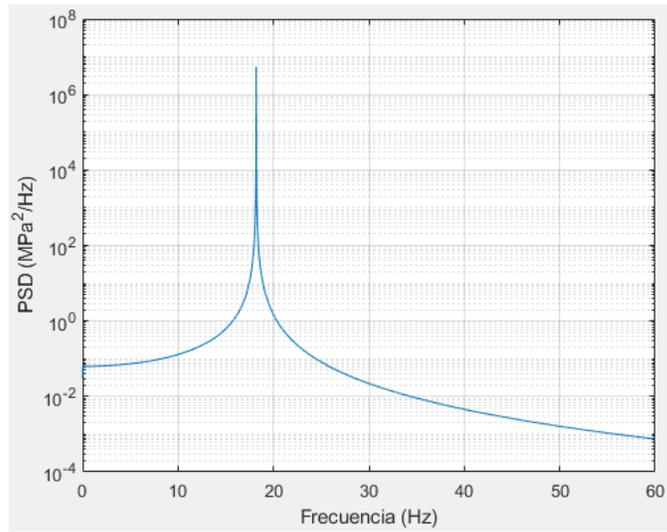


Figura 85 PSD de la probeta FRR-101-0-A1.

## Probeta FRR-101-1-A1

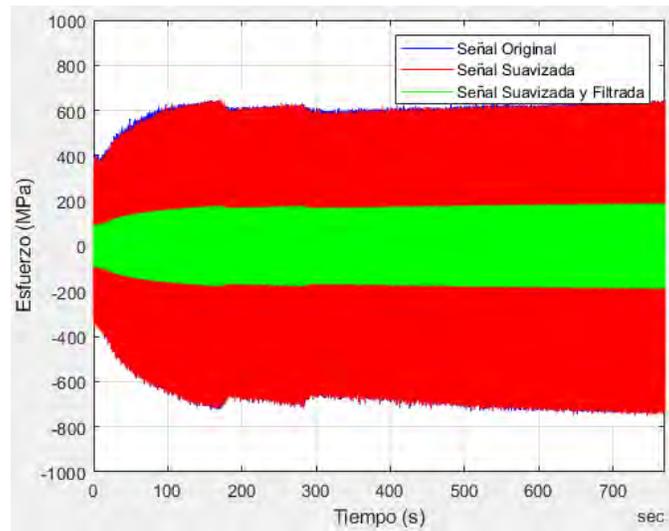


Figura 86 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-1-A1.

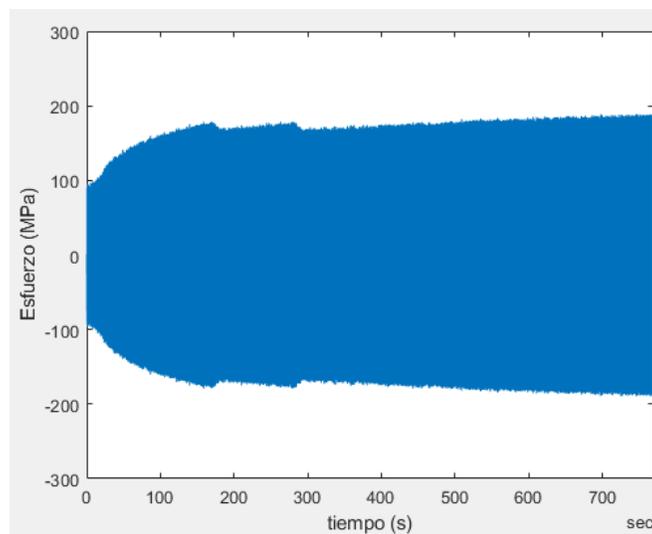


Figura 87 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-1-A1.

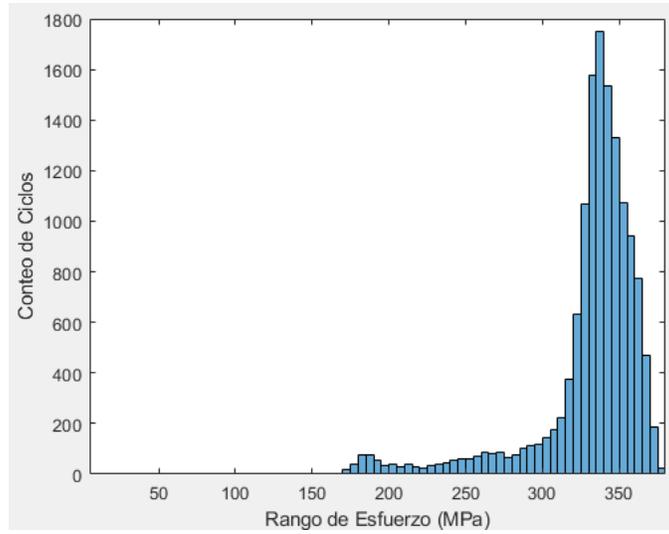


Figura 88 Histograma *rainflow* del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-1-A1.

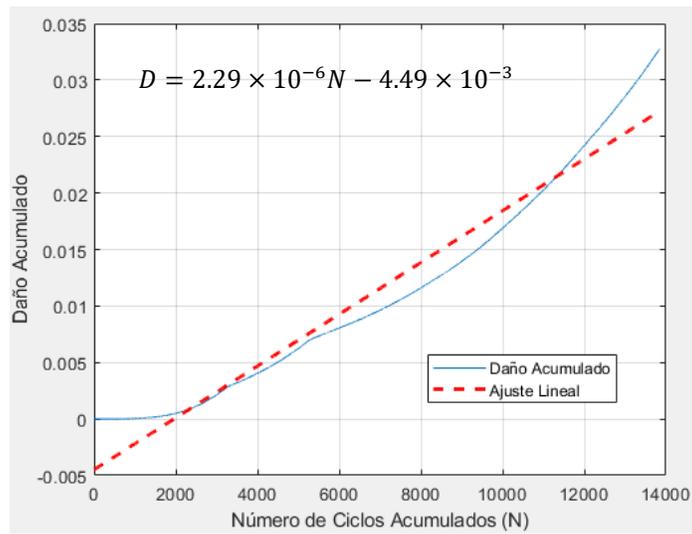


Figura 89 Curva de daño de la probeta FRR-101-1-A1 con ajuste lineal.

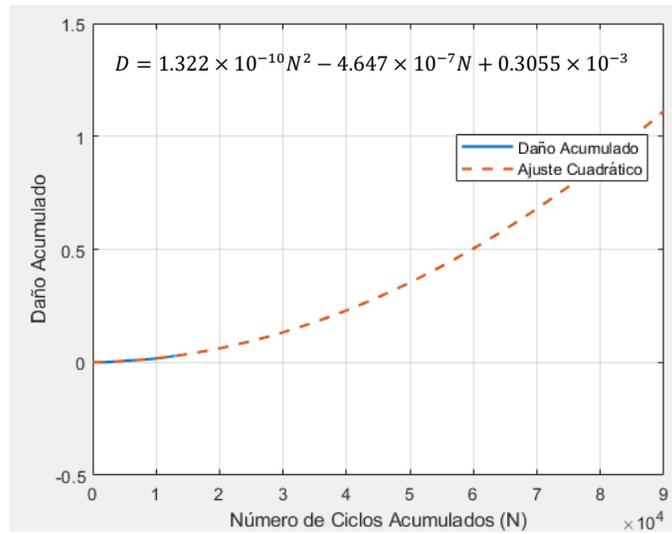


Figura 90 Curva de daño de la probeta FRR-101-1-A1 con ajuste cuadrático.

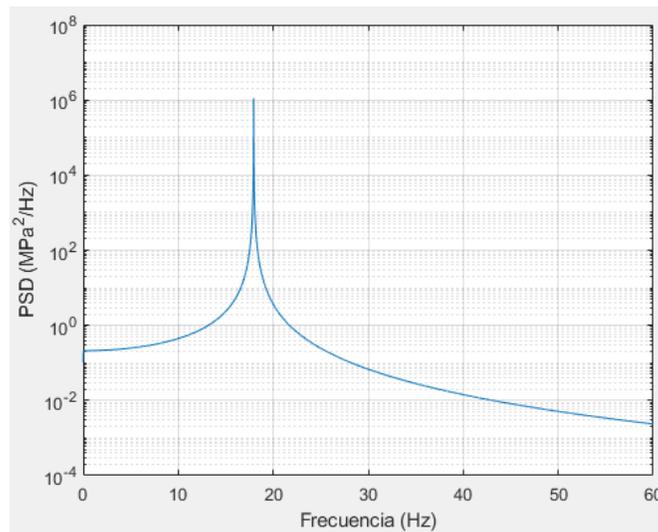


Figura 91 PSD de la probeta FRR-101-1-A1.

## Probeta FRR-101-2-A1

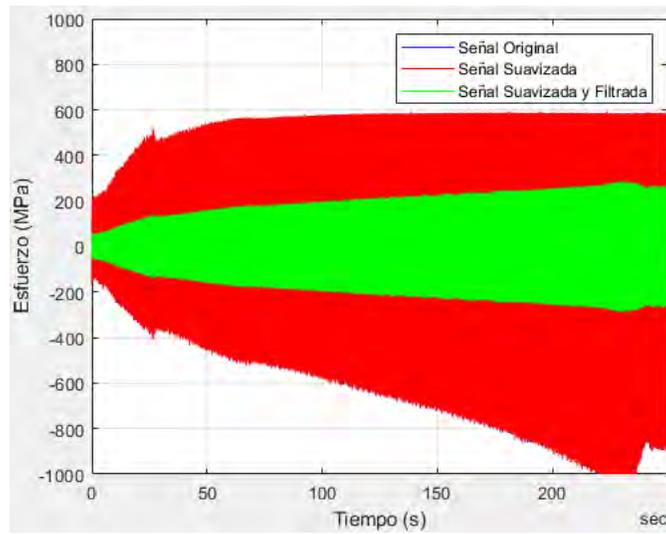


Figura 92 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-2-A1.

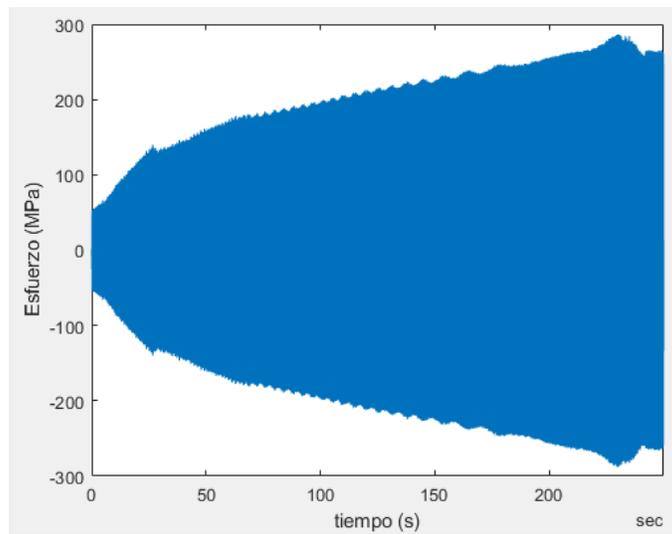


Figura 93 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-2-A1.

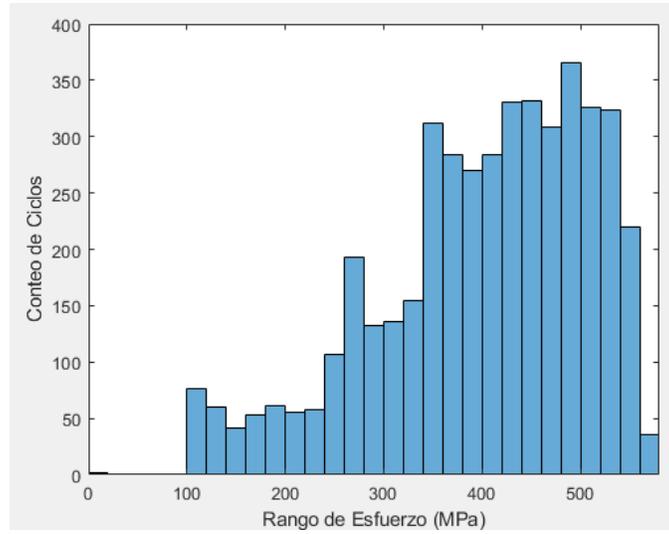


Figura 94 Histograma *rainflow* del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-2-A1.

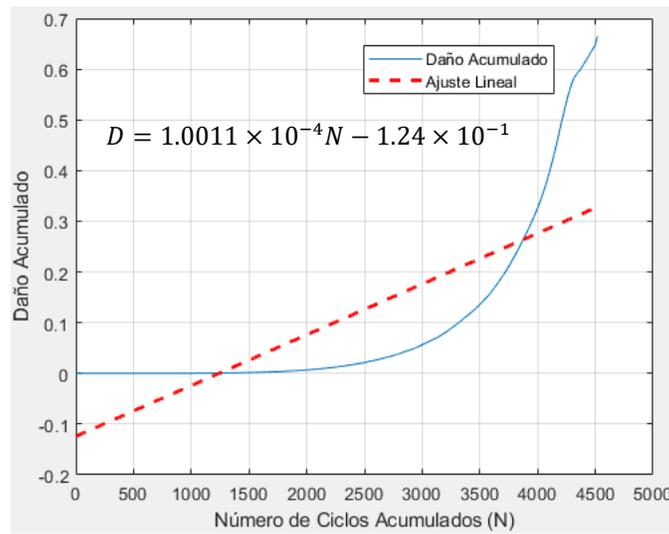


Figura 95 Curva de daño de la probeta FRR-101-2-A1 con ajuste lineal.

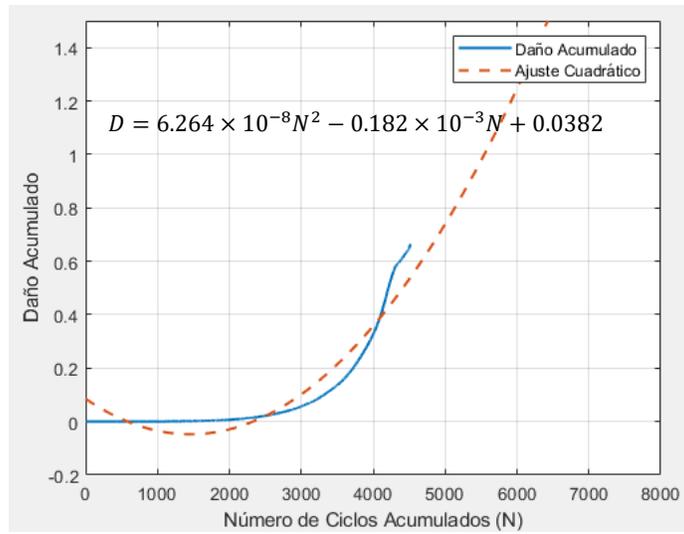


Figura 96 Curva de daño de la probeta FRR-101-2-A1 con ajuste cuadrático.

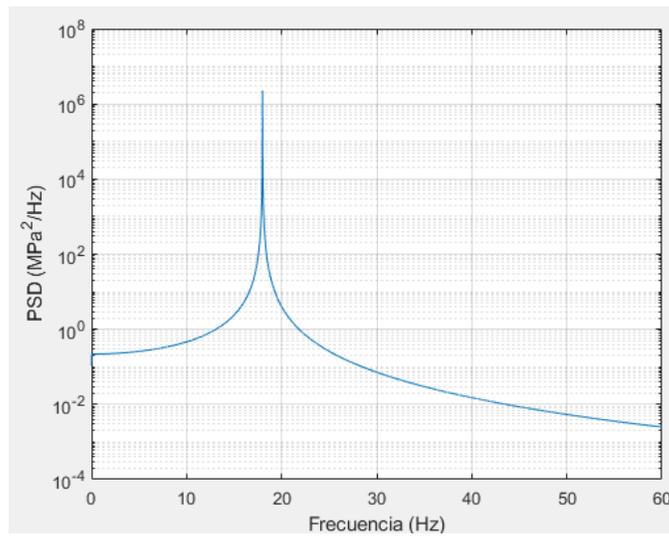


Figura 97 PSD de la probeta FRR-101-2-A1.

## Probeta FRR-101-3-A1

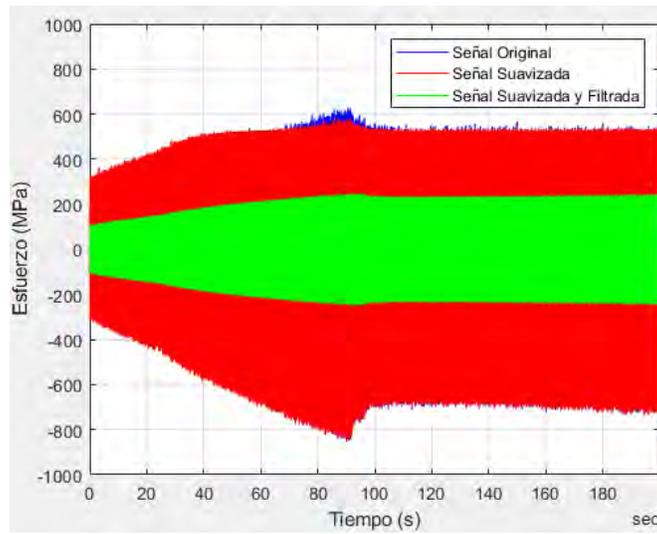


Figura 98 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-3-A1.

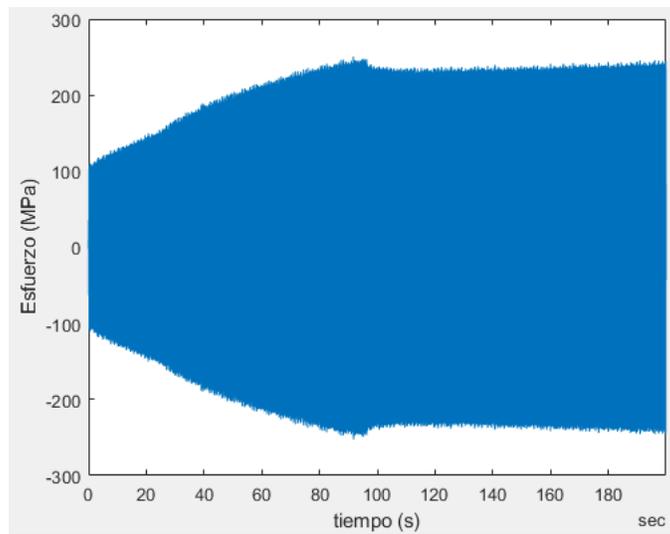


Figura 99 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-3-A1.

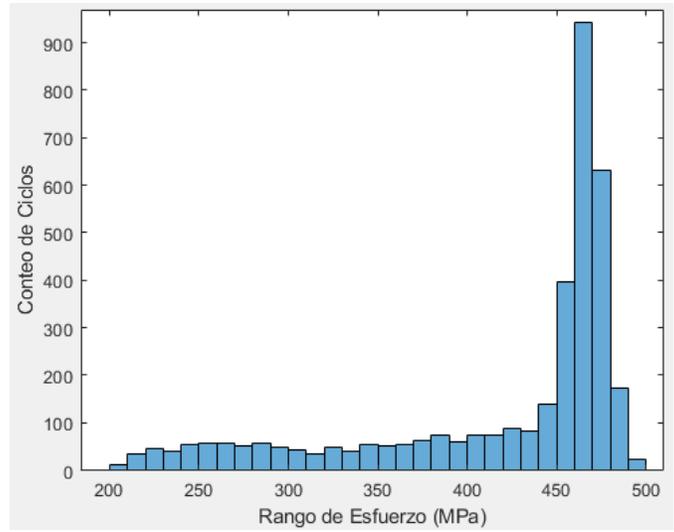


Figura 100 Histograma *rainflow* del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-3-A1.

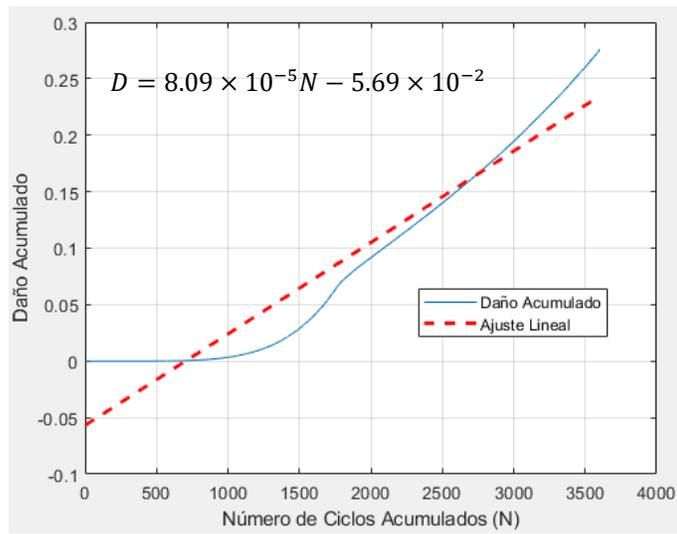


Figura 101 Curva de daño de la probeta FRR-101-3-A1 con ajuste lineal.

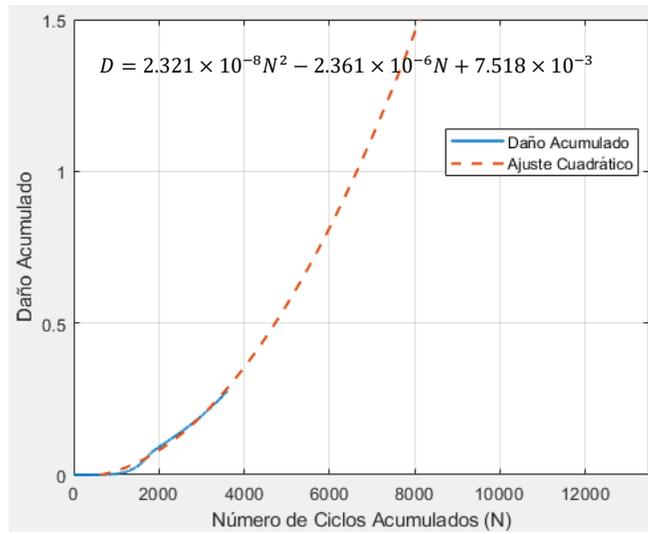


Figura 102 Curva de daño de la probeta FRR-101-3-A1 con ajuste cuadrático.

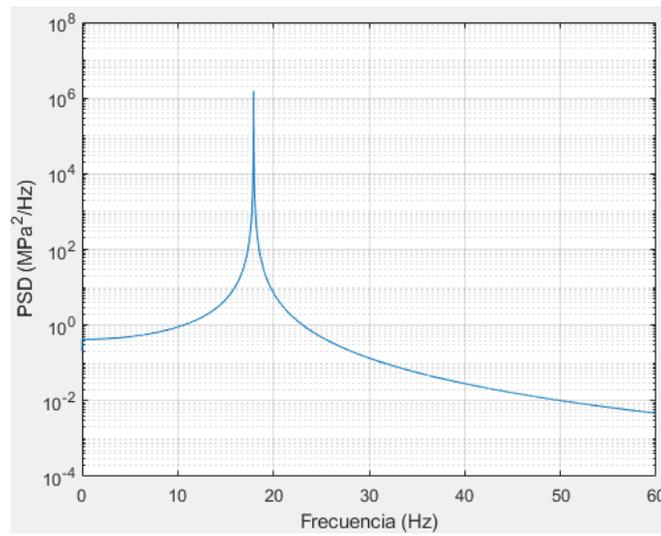


Figura 103 PSD de la probeta FRR-101-3-A1.

## Probeta FRR-101-4-A1

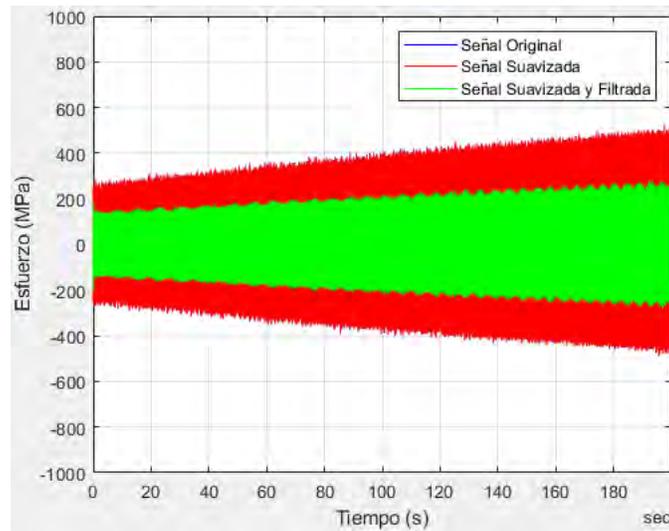


Figura 104 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-4-A1.

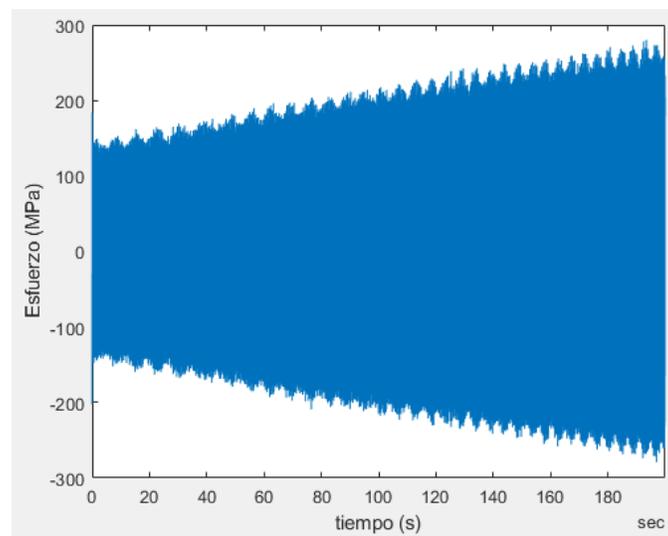


Figura 105 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-4-A1.

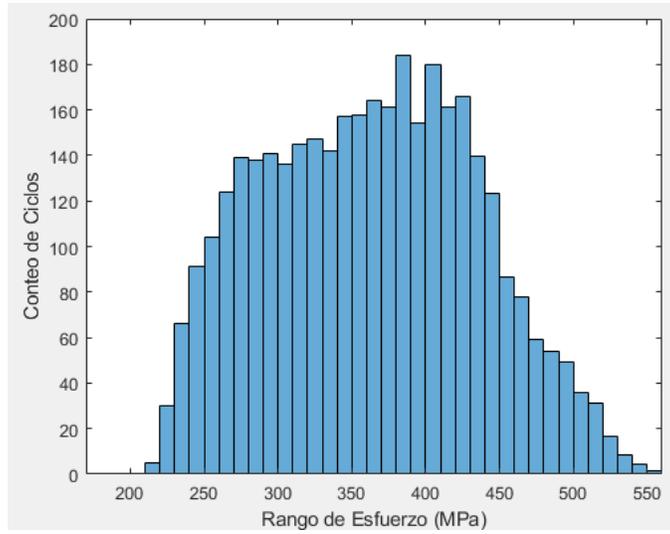


Figura 106 Histograma *rainflow* del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-4-AI..

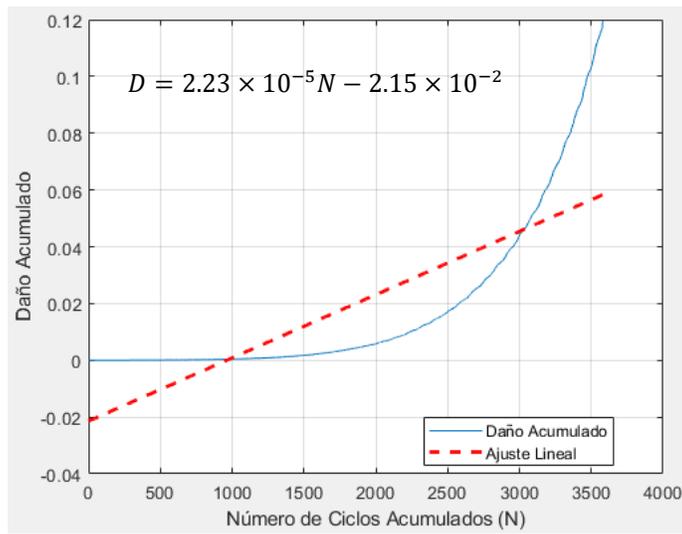


Figura 107 Curva de daño de la probeta FRR-101-4-AI con ajuste lineal.

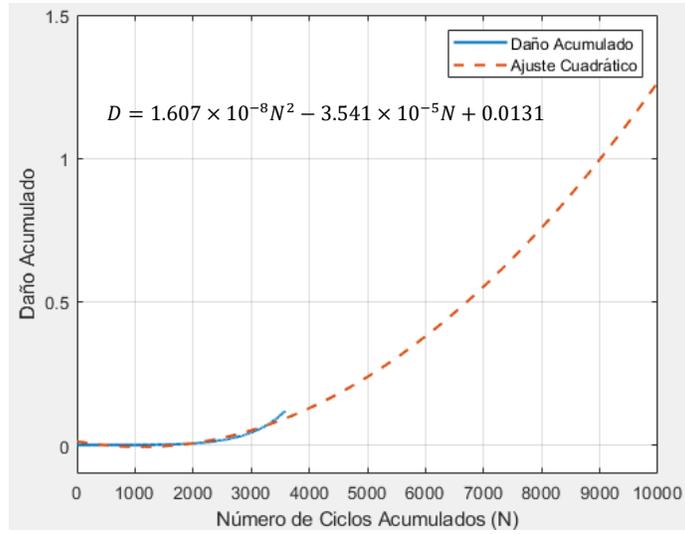


Figura 108 Curva de daño de la probeta FRR-101-4-Al con ajuste cuadrático.

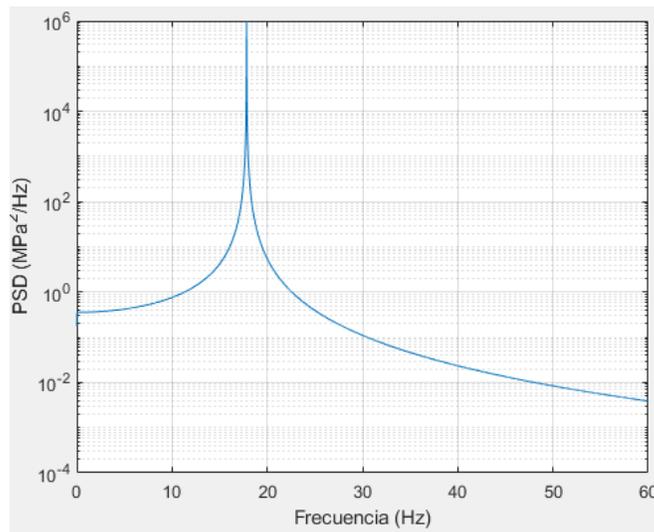


Figura 109 PSD de la probeta FRR-101-4-Al.

## Probeta FRR-101-5-A1

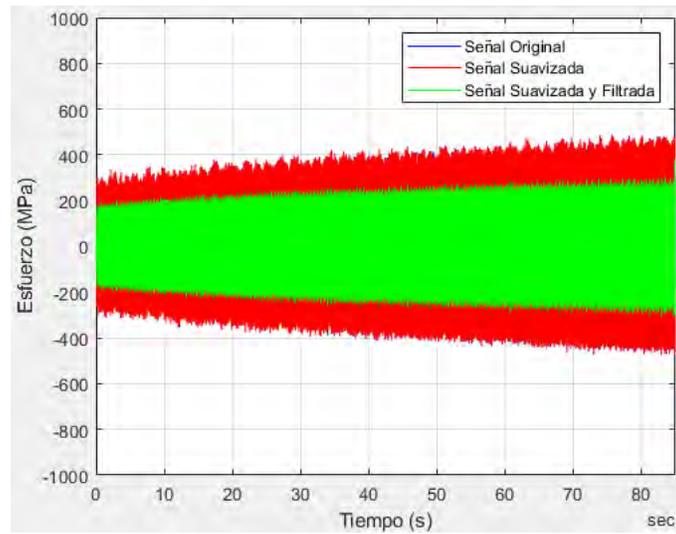


Figura 110 Comparativa entre señal original, suavizada y suavizada y filtrada de la probeta FRR-101-5-A1.

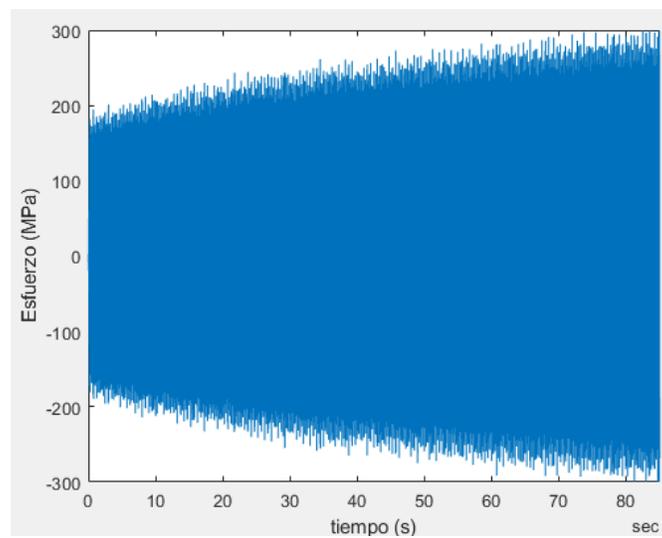


Figura 111 Historial de esfuerzo suavizado y filtrado de la probeta FRR-101-5-A1.

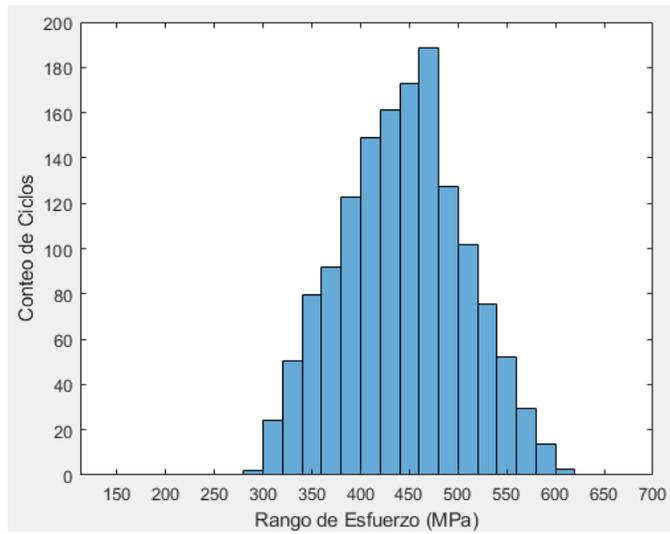


Figura 112 Histograma *rainflow* del historial de esfuerzo de la probeta FRR-101-5-A1.

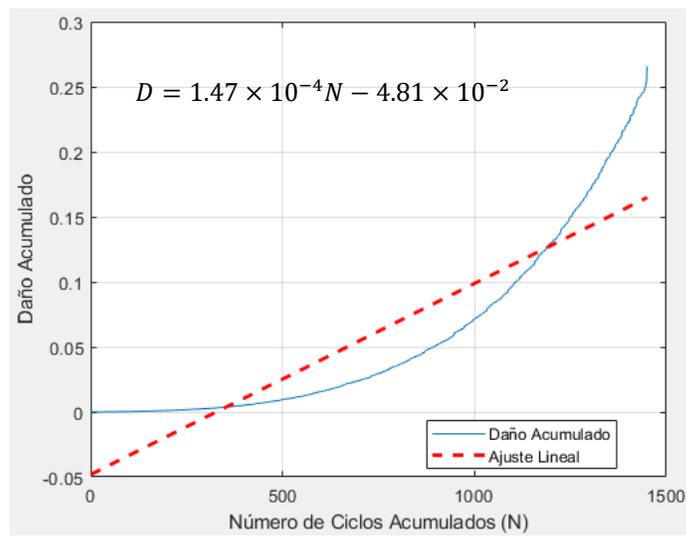


Figura 113 Curva de daño de la probeta FRR-101-5-A1 con ajuste lineal.

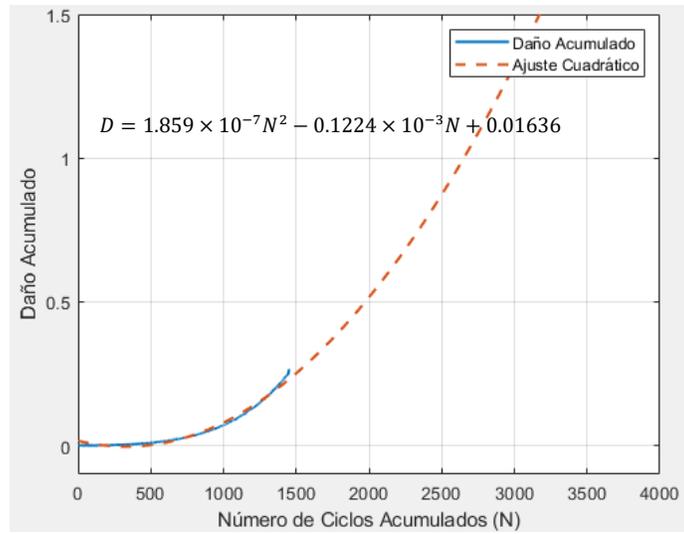


Figura 114 Curva de daño de la probeta FRR-101-5-Al con ajuste cuadrático.

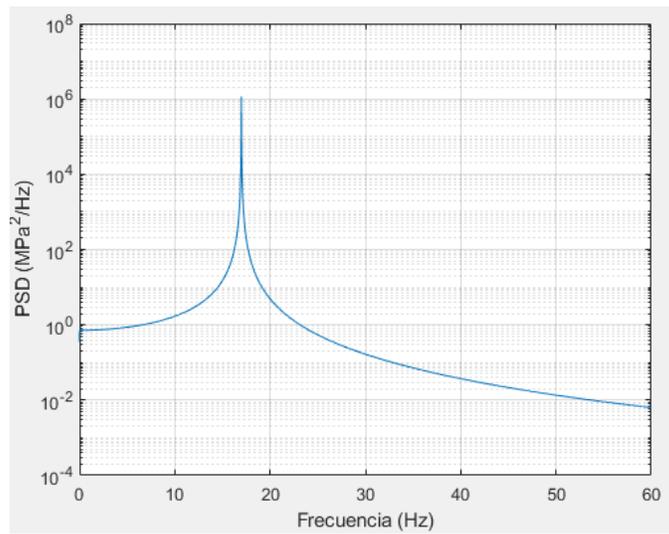


Figura 115 PSD de la probeta FRR-101-5-Al.

## Referencias

- [1] M. A. Miner, “Cumulative Damage in Fatigue,” *J Appl Mech*, vol. 12, no. 3, pp. A159–A164, Sep. 1945, doi: 10.1115/1.4009458.
- [2] M. Matsuichi and T. Endo, “Fatigue of metals subjected to varying stress,” 1968.
- [3] M. Zheng, F. Shen, and P. Luo, “Vibration Fatigue Analysis of the Structure under Thermal Loading,” *Adv Mat Res*, vol. 853, pp. 559–564, Dec. 2013, doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.853.559.
- [4] R. Sigbjörnsson and E. K. Smith, “Wave induced vibrations of gravity platforms: a stochastic theory,” *Appl Math Model*, vol. 4, no. 3, pp. 155–165, Jun. 1980, doi: 10.1016/0307-904X(80)90125-0.
- [5] H. Agerskov, “Fatigue in steel structures under random loading,” *J Constr Steel Res*, vol. 53, no. 3, pp. 283–305, Mar. 2000, doi: 10.1016/S0143-974X(99)00042-5.
- [6] G. Allegri and X. Zhang, “On the inverse power laws for accelerated random fatigue testing,” *Int J Fatigue*, vol. 30, no. 6, pp. 967–977, Jun. 2008, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2007.08.023.
- [7] F. Xiaoming, Y. Zhichao, W. Liquan, and H. Yuxuan, “Experiment and Finite Analysis on Resonant Bending Fatigue of Marine Risers,” *The Open Mechanical Engineering Journal*, vol. 9, no. 1, pp. 205–212, Apr. 2015, doi: 10.2174/1874155X01509010205.
- [8] C. Booyens, P. S. Heyns, M. P. Hindley, and R. Scheepers, “Fatigue life assessment of a low pressure steam turbine blade during transient resonant conditions using a probabilistic approach,” *Int J Fatigue*, vol. 73, pp. 17–26, Apr. 2015, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2014.11.007.
- [9] S. Schneider, R. Herrmann, and S. Marx, “Development of a resonant fatigue testing facility for large-scale beams in bending,” *Int J Fatigue*, vol. 113, pp. 171–183, Aug. 2018, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2018.03.036.
- [10] H. G. Lee and J. Lee, “Measurement theory of test bending moments for resonance-type fatigue testing of a full-scale wind turbine blade,” *Compos Struct*, vol. 200, pp. 306–312, Sep. 2018, doi: 10.1016/J.COMPSTRUCT.2018.05.054.
- [11] P.-A. Pérez Olivas, P.-A. Limon Leyva, E. Aguilera Gómez, H. Plascencia Mora, and E. Jiménez López, “Daño acumulado teórico-experimental del aluminio 6061-T6: Método de Palmgren-Miner,” Sep. 2014, *Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica*

A.C. Accessed: Apr. 10, 2023. [Online]. Available: [http://somim.org.mx/siam/librosomim2014/pdfs/A1/A1\\_278.pdf](http://somim.org.mx/siam/librosomim2014/pdfs/A1/A1_278.pdf)

- [12] E. Cruz-Castro *et al.*, “Diseño, construcción y puesta en marcha de una máquina para pruebas de fatiga de flechas en condiciones de resonancia,” Sep. 2019, *Mazatlán, Sinaloa*. Accessed: Apr. 09, 2023. [Online]. Available: [http://somim.org.mx/memorias/memorias2019/articulos/A1\\_124.pdf](http://somim.org.mx/memorias/memorias2019/articulos/A1_124.pdf)
- [13] J. Van Wittenberghe and A. Coste, “Fatigue Testing of Large-Scale Steel Structures in Resonance with Directional Loading Control,” *Procedia Structural Integrity*, vol. 19, pp. 41–48, 2019, doi: 10.1016/j.prostr.2019.12.006.
- [14] C. Santus, A. Burchianti, T. Inoue, and H. Ishiguro, “Fatigue resonant tests on S140 and S150 grade corroded drill pipe connections and pipe bodies,” *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 184, p. 104107, Jul. 2020, doi: 10.1016/J.IJPVP.2020.104107.
- [15] J. Du, H. Li, M. Zhang, and S. Wang, “A novel hybrid frequency-time domain method for the fatigue damage assessment of offshore structures,” *Ocean Engineering*, vol. 98, pp. 57–65, Apr. 2015, doi: 10.1016/J.OCEANENG.2015.02.004.
- [16] A. Yaich and A. El Hami, “Multiaxial fatigue damage estimation of structures under random vibrations using Matsubara’s criterion,” *Int J Fatigue*, vol. 124, pp. 253–264, Jul. 2019, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2019.03.003.
- [17] G. Matsubara, A. Hayashida, and D. Kano, “Predicting the multiaxial fatigue limit and the multiaxial high-cycle fatigue life based on the unified equivalent shear stress from axial strength characteristics with various waveforms,” *Int J Fatigue*, vol. 112, pp. 52–62, Jul. 2018, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2017.12.001.
- [18] X. Song and S. Wang, “A novel spectral moments equivalence based lumping block method for efficient estimation of offshore structural fatigue damage,” *Int J Fatigue*, vol. 118, pp. 162–175, Jan. 2019, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2018.09.016.
- [19] A. Niesłony, M. Böhm, and R. Owsiniński, “Formulation of multiaxial fatigue failure criteria for spectral method,” *Int J Fatigue*, vol. 135, p. 105519, Jun. 2020, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2020.105519.
- [20] J. Velarde, C. Kramhøft, J. D. Sørensen, and G. Zorzi, “Fatigue reliability of large monopiles for offshore wind turbines,” *Int J Fatigue*, vol. 134, p. 105487, May 2020, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2020.105487.

- [21] P. Mendes *et al.*, “Fatigue Assessments of a Jacket-Type Offshore Structure Based on Static and Dynamic Analyses,” *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, vol. 26, no. 1, Feb. 2021, doi: 10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000533.
- [22] M. Kapsali and J. K. Kaldellis, “Offshore Wind Power Basics,” in *Comprehensive Renewable Energy*, Elsevier, 2012, pp. 431–468. doi: 10.1016/B978-0-08-087872-0.00217-1.
- [23] X. Li and W. Zhang, “Long-term fatigue damage assessment for a floating offshore wind turbine under realistic environmental conditions,” *Renew Energy*, vol. 159, pp. 570–584, Oct. 2020, doi: 10.1016/J.RENENE.2020.06.043.
- [24] A. Zorman, J. Slavič, and M. Boltežar, “Short-time fatigue-life estimation for non-stationary processes considering structural dynamics,” *Int J Fatigue*, vol. 147, p. 106178, Jun. 2021, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2021.106178.
- [25] D. Gao, W. Yao, W. Wen, and J. Huang, “A multiaxial fatigue life prediction method for metallic material under combined random vibration loading and mean stress loading in the frequency domain,” *Int J Fatigue*, vol. 148, p. 106235, Jul. 2021, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2021.106235.
- [26] M. Decker, “Vibration fatigue analysis using response spectra,” *Int J Fatigue*, vol. 148, p. 106192, Jul. 2021, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2021.106192.
- [27] G. D’Elia, E. Mucchi, and G. Dalpiaz, “A novel methodology for dynamic response maximisation in multi-axis accelerated random fatigue testing,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 181, p. 109491, Dec. 2022, doi: 10.1016/J.YMSSP.2022.109491.
- [28] V. I. Rodríguez-Reyes and A. Abúndez-Pliego, “Factor de concentración de esfuerzos de una viga de sección transversal circular variable en flexión,” *Ingenio Magno*, vol. 13, no. 2, pp. 81–88, 2023, Accessed: Mar. 09, 2023. [Online]. Available: <http://revistas.ustatunja.edu.co/index.php/ingeniomagno/article/view/2613>
- [29] J. O. Martín del Campo and A. Pozos-Estrada, “A simplified method for structural and fatigue analyses of wind turbine support structures,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 224, p. 104983, May 2022, doi: 10.1016/J.JWEIA.2022.104983.
- [30] S. Chowdhury and V. Zabel, “Influence of loading sequence on wind induced fatigue assessment of bolts in TV-tower connection block,” *Results in Engineering*, vol. 16, p. 100603, Dec. 2022, doi: 10.1016/J.RINENG.2022.100603.
- [31] D. M. Graciano, J. A. Rodríguez, G. Urquiza, and M. Tecpoyotl-Torres, “Damage evaluation and life assessment of steam turbine blades,” *Theoretical and Applied*

*Fracture Mechanics*, vol. 124, p. 103782, Apr. 2023, doi: 10.1016/j.tafmec.2023.103782.

- [32] J. Chen, A. Imanian, H. Wei, N. Iyyer, and Y. Liu, “Piecewise stochastic rainflow counting for probabilistic linear and nonlinear damage accumulation considering loading and material uncertainties,” *Int J Fatigue*, vol. 140, p. 105842, Nov. 2020, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2020.105842.
- [33] Z. Peng, H.-Z. Huang, J. Zhou, and Y.-F. Li, “A New Cumulative Fatigue Damage Rule Based on Dynamic Residual S-N Curve and Material Memory Concept,” *Metals (Basel)*, vol. 8, no. 6, p. 456, Jun. 2018, doi: 10.3390/met8060456.
- [34] S. Lu, Q. He, and J. Wang, “A review of stochastic resonance in rotating machine fault detection,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 116, pp. 230–260, Feb. 2019, doi: 10.1016/j.ymsp.2018.06.032.
- [35] J. Yao, B. Tang, and J. Zhao, “Improved discrete Fourier transform algorithm for harmonic analysis of rotor system,” *Measurement*, vol. 83, pp. 57–71, Apr. 2016, doi: 10.1016/j.measurement.2016.01.028.
- [36] M. Muñiz-Calvente, A. Álvarez-Vázquez, F. Pelayo, M. Aenlle, N. García-Fernández, and M. J. Lamela-Rey, “A comparative review of time- and frequency-domain methods for fatigue damage assessment,” *Int J Fatigue*, vol. 163, p. 107069, Oct. 2022, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107069.
- [37] M. Böhm and D. Benasciutti, “A frequency-domain model assessing random loading damage by the strain energy density parameter,” *Int J Fatigue*, vol. 146, p. 106152, May 2021, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2021.106152.
- [38] A. Zorman, J. Slavič, and M. Boltežar, “Vibration fatigue by spectral methods—A review with open-source support,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 190, p. 110149, May 2023, doi: 10.1016/j.ymsp.2023.110149.
- [39] E. J. Cruz-Castro, “Análisis de fatiga de flechas que operan en resonancia,” Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, 2019.
- [40] B. de C. Pinheiro and I. P. Pasqualino, “Fatigue analysis of damaged steel pipelines under cyclic internal pressure,” *Int J Fatigue*, vol. 31, no. 5, pp. 962–973, May 2009, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2008.09.006.
- [41] L. Lu, H. Wu, and J. Wu, “A case study for the optimization of moment-matching in wind turbine blade fatigue tests with a resonant type exciting approach,” *Renew Energy*, vol. 174, pp. 769–785, Aug. 2021, doi: 10.1016/j.renene.2021.04.114.

- [42] ASTM International, *Standard Test Method for Strain-Controlled Fatigue Testing*. 2021.
- [43] S. S. Rao, *Vibraciones mecánicas*, 5th ed. México: Pearson Educación, 2012.
- [44] W. T. Thomson, *Theory of Vibration with Applications*. Boston, MA: Springer US, 1993. doi: 10.1007/978-1-4899-6872-2.
- [45] J. Slavič, M. Mršnik, M. Česnik, J. Javh, and M. Boltežar, *Vibration Fatigue by Spectral Methods*. Elsevier, 2021. doi: 10.1016/C2019-0-04580-3.
- [46] J. S. Rao, *History of Rotating Machinery Dynamics*, vol. 20. Dordrecht: Springer Netherlands, 2011. doi: 10.1007/978-94-007-1165-5.
- [47] J. M. Vance, *Rotordynamics of Turbomachinery*, 1st ed. Wiley-Interscience, 1991.
- [48] H. Kepler, “Diseñando armaduras: Cómo evitar la resonancia y prevenir fallas estructurales.” Accessed: Dec. 04, 2023. [Online]. Available: <https://es.linkedin.com/pulse/dise%C3%B1ando-armaduras-c%C3%B3mo-evitar-la-resonancia-y-huaynate-gamarra>
- [49] *Random Vibrations*. Elsevier, 2004. doi: 10.1016/B978-0-7506-7765-3.X5000-2.
- [50] M. Mukhopadhyay, *Structural Dynamics*. Cham: Springer International Publishing, 2021. doi: 10.1007/978-3-030-69674-0.
- [51] H. Lu, J. Wang, Y. Lian, Z. Wen, T. Liu, and Z. Yue, “Random vibration fatigue behavior of directionally solidified superalloy: Experiments and evaluation of life prediction methods,” *Int J Fatigue*, vol. 175, p. 107746, Oct. 2023, doi: 10.1016/J.IJFATIGUE.2023.107746.
- [52] S. O. Rice, “Mathematical Analysis of Random Noise,” *Bell System Technical Journal*, vol. 23, no. 3, pp. 282–332, Jul. 1944, doi: 10.1002/j.1538-7305.1944.tb00874.x.
- [53] E. Proner, E. Mucchi, and R. Tovo, “A relationship between fatigue damage estimation under multi-axis and single-axis random vibration,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 215, p. 111402, Jun. 2024, doi: 10.1016/j.ymssp.2024.111402.
- [54] J. Sun, P. Li, and L. Susmel, “Acceleration factor and experimental validation of aluminum alloy under narrow-band random excitation,” *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, vol. 46, no. 3, pp. 1022–1030, Mar. 2023, doi: 10.1111/ffe.13916.
- [55] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*, 9th ed. McGraw Hill, 2012.

- [56] M. A. Meggiolaro, J. T. P. Castro, and R. de Moura Nogueira, “A FAST ROTATING BENDING FATIGUE TEST MACHINE,” in *Proceedings of the 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering*, ABCM, 2017. doi: 10.26678/ABCM.COBEM2017.COB17-1824.
- [57] ISO, *Metallic materials Fatigue testing Statistical planning and analysis of data*. 2012.
- [58] ASTM International, *Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life ( $\epsilon$ -N) Fatigue Data*. 2015.
- [59] N. E. Dowling, *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*, 4th ed. England: Pearson Education Limited, 2012.
- [60] A. Ribeiro, J. Correia, A. Silva, and A. De Jesus, “EVOLUTION OF FATIGUE HISTORY,” May 2011.
- [61] R. L. Norton, *Diseño de máquinas*, 4th ed. México: Pearson Educación, 2011.
- [62] Y.-L. Lee, J. Pan, R. B. Hathaway, and M. E. Barkey, *Fatigue Testing and Analysis*. Elsevier, 2005. doi: 10.1016/B978-0-7506-7719-6.X5000-3.
- [63] H. A. Richard and M. Sander, *Fatigue Crack Growth*, vol. 227. Cham: Springer International Publishing, 2016. doi: 10.1007/978-3-319-32534-7.
- [64] H. Agerskov and N. T. Pedersen, “Fatigue Life of Offshore Steel Structures Under Stochastic Loading,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 118, no. 8, pp. 2101–2117, Aug. 1992, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:8(2101).
- [65] J. Mayén, S. A. Serna, B. Campillo, and O. Flores, “Short crack initiation and growth kinetics analysis in a microalloyed steel plate using rotating bending fatigue modified notched specimens,” *Materials Science and Engineering: A*, vol. 582, pp. 22–28, Oct. 2013, doi: 10.1016/j.msea.2013.06.039.
- [66] MatWeb, “MatWeb: Material Property Data AISI 1018.”
- [67] M. Cesén, C. Vila, C. Ayabaca, I. Zambrano, J. Valverde, and P. Fuentes, “Cost optimization of the AISI-1018 turning process under sustainable manufacturing,” *Mater Today Proc*, vol. 49, pp. 58–63, Jan. 2022, doi: 10.1016/J.MATPR.2021.07.473.
- [68] M. Li, “The Effect of Environmental Conditions on Electrochemical Corrosion Behavior of AISI 1018 Low-carbon Steel in Concrete Pore Solution,” *Int J Electrochem Sci*, vol. 16, no. 8, p. 21088, Aug. 2021, doi: 10.20964/2021.08.19.

- [69] A. Baghel, C. Sharma, S. Rathee, and M. Srivastava, "Influence of activated flux on micro-structural and mechanical properties of AISI 1018 during MIG welding," *Mater Today Proc*, vol. 47, pp. 6947–6952, Jan. 2021, doi: 10.1016/J.MATPR.2021.05.210.
- [70] R. A. Kazeem, D. S. Aregbesola, T.-C. Jen, I. G. Akande, S. A. Akinlabi, and E. T. Akinlabi, "Multi-response optimization of process parameters for sustainable machining of AISI 1018 steel with palm kernel oil-assisted minimum quantity lubrication technique," *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, vol. 18, no. 2, pp. 771–787, Mar. 2024, doi: 10.1007/s12008-023-01696-9.
- [71] P. D. Harvey, *Engineering Properties of Steel*. ASM International, 1982.
- [72] S. Smith, *Digital Signal Processing*. Elsevier, 2003. doi: 10.1016/B978-0-7506-7444-7.X5036-5.
- [73] "MatWeb. Material Property Data," <https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=b8d536e0b9b54bd7b69e4124d8f1d20a&ckck=1>.