

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA
DEPARTAMENTO DE METAL MECÁNICA



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



PROGRAMA DE AÑO SABÁTICO

DICTAMEN NÚMERO: AS-2-170/2023

APUNTES DE MECANISMOS

DR. RAMIRO ARTURO GONZÁLEZ GUTIÉRREZ

AV. CALZADA DEL TECNOLÓGICO S/N, FRACC. TOMÁS AQUINO, C.P 22414

TIJUANA, BAJA CALIFORNIA, MÉXICO

TEL. 01 (664) 607-8445

WWW.TECTIJUANA.EDU.MX

Contribución académica

Los apuntes de mecanismos contribuyen a los objetivos educacionales y perfil de egreso, del plan de estudios IMEC-2010-228 del programa educativo de ingeniería mecánica. Los complementos educacionales, principal contribución de los apuntes, son orientados para cumplir con los objetivos educacionales del programa educativo, con atención especial en conocimiento de la teoría, conocimiento de metodologías experimentales, aplicación de herramientas matemáticas, computacionales y tecnologías de la información, para el desarrollo de modelos, prototipos o utillajes que puedan resolver problemas de mecanismos.

Desde una perspectiva más inclusiva los apuntes y los complementos educativos, desarrollados por el autor, pueden contribuir para asesorar, capacitar, transferir y adaptar tecnologías en el campo de los mecanismos, con actitud emprendedora y de liderazgo, conservando el medio ambiente para propiciar un desarrollo sustentable, respetando los principios éticos y valores universales, ejerciendo su profesión de manera responsable en un marco legal.

En lo particular, la contribución académica de los apuntes para el perfil de egreso del programa educativo, se puede resumir en los siguientes puntos.

Formular y solucionar problemas de esquemas de cadenas cinemáticas, inversiones cinemáticas y movilidad de eslabonamientos.

Sintetizar o crear eslabonamientos con salidas de balancín o salidas de acoplador, de forma gráfica y de forma analítica. En la salida de balancín como un generador de función y en la salida de acoplador como un generador de trayectoria o de movimiento.

Analizar de forma gráfica y analítica la posición de eslabonamientos previamente sintetizados y predecir su velocidad y aceleración. Los eslabonamientos de cuatro barras, la manivela-corredera y la inversión de manivela-corredera se presentan debido a su amplio uso en maquinaria.

Familiarizarse con la nomenclatura, clasificación y aplicación de las levas. Seleccionar funciones armónicas, cicloidales y polinómicas para el diseño del perfil de leva. Diseñar levas usando el software de SolidWorks.

Familiarizarse con la nomenclatura, clasificación, aplicación y estandarización de los engranes. Analizar la curva evolvente para el diseño de engranes rectos. Diseñar engranes usando el software de SolidWorks. Analizar con esquemas los trenes de engranes simples, compuestos y epicíclicos.

De lo anterior, el autor ve viable que estos apuntes contribuirán a una mejora en la impartición del curso semestral de mecanismos con clave AED1043ME para los programas educativos de ingeniería mecánica y mecatrónica.

Índice/Contenido

Introducción.....	vii
Tema No. 1 Introducción a los mecanismos	9
Competencias específicas.....	9
Competencias genéricas.	9
Actividades de aprendizaje.	9
1.1 Generalidades de mecanismos	10
1.2 Conceptos básicos	13
1.3 Grados de libertad y fórmula de Grüebler-Kutzbach.....	17
1.4 Condición de Grashof y sus excepciones	21
1.5 Inversión cinemática.....	28
Referencias	30
Tema No. 2 Análisis cinemático de mecanismos planos	45
Competencias específicas.....	45
Competencias genéricas.	45
Actividades de aprendizaje.	45
2.1 Análisis de posición de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico	46
2.2 Análisis de velocidad de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico	71
2.3 Análisis de aceleración de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico	82
2.4 Teorema de Kennedy.....	94
2.5 Análisis de posición, velocidad y aceleración por medio de software	98

Bibliografía	99
Tema No. 3 Levas.....	122
Competencias específicas.....	122
Competencias genéricas.	122
Actividades de aprendizaje.	122
3.1 Nomenclatura, clasificación y aplicación de levas y seguidores	123
3.2 Análisis de diagramas y curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración para el seguidor	126
3.3 Diseño gráfico y analítico del perfil de levas planas (con seguidor radial, descentrado y de movimiento oscilatorio).....	134
3.4 Diseño de levas planas con la aplicación de software	139
Bibliografía	141
Tema No. 4 Engranés y trenes de engranaje.....	156
Competencias específicas.....	156
Competencias genéricas.	156
Actividades de aprendizaje.	156
4.1 Nomenclatura, clasificación y aplicación de los engranes (rectos, cónicos y helicoidales)	157
4.2 Diseño de engranes (rectos, cónicos y helicoidales).....	163
4.3 Estandarización y normalización de engranes	169
4.4 Análisis cinemático de trenes de engrane (simples, compuestos y planetarios) ..	173
4.5 Diseño de engranes por medio de software.....	190
Bibliografía	191

Tema No. 5	Síntesis de mecanismos	211
	Competencias específicas.....	211
	Competencias genéricas.	211
	Actividades de aprendizaje.	211
5.1	Introducción a la síntesis de mecanismos.....	212
5.2	Espaciamiento de los puntos de precisión para la generación de funciones	214
5.3	Diseño gráfico y analítico de un mecanismo de cuatro barras articuladas como un generador de funciones	220
5.4	Síntesis analítica empleando números complejos.....	227
5.5	Aplicación de software en la síntesis de mecanismos.....	233
	Bibliografía	234
	Instrumentación didáctica.....	249

Introducción

Los apuntes de mecanismos están organizados en cinco temas, correspondientes a las unidades señaladas en la instrumentación didáctica de la asignatura.

El primer tema trata sobre introducción a los mecanismos, aborda los subtemas de eslabones, nodos, pares cinemáticos, cadenas cinemáticas y movilidad o grados de libertad de un eslabonamiento. Los tres complementos educacionales desarrollados están orientados para el aprendizaje de eslabonamientos de cuatro barras y sus inversiones. Los complementos incluyen una presentación de la importancia del estudio de los mecanismos y sus aplicaciones. Otro complemento es una serie de ejercicios prácticos y propuestos que refuerzan las habilidades para el manejo de esquemas de eslabonamientos e identificar juntas de un grado y dos grados de libertad. Se presenta un cuestionario para valorar los conocimientos básicos sobre eslabonamientos.

En el segundo tema sobre análisis cinemático de mecanismos planos, se incluye el cálculo gráfico, vectorial y analítico de velocidad y aceleración del eslabonamiento de cuatro barras con atención especial en las configuraciones de la manivela-balancín, manivela-corredera e inversión de manivela-corredera. Como alternativa para determinar gráficamente las velocidades, se introducen centros instantáneos y el teorema de Kennedy. El uso de software para analizar posición, velocidad y aceleración se muestra en el cierre del tema. Los complementos incluyen una presentación del procedimiento para dibujar un eslabonamiento de cuatro barras y analizar su posición, velocidad y aceleración con el software Working Model^{MR}. También se presenta un cuestionario para valorar los conocimientos básicos sobre cinemática de cuerpo rígido y una serie de ejercicios prácticos y propuestos que refuerzan las habilidades para el manejo de fórmulas de posición, velocidad y aceleración para las tres configuraciones del mecanismo de cuatro barras.

En el tercer tema sobre levas, se trata la nomenclatura, definiciones básicas y curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración para el perfil de levas. Luego se diseña gráfica y analíticamente una leva y se compara con un diseño con el software SolidWorks^{MR}. Los complementos educacionales incluyen un cuestionario para valorar los conocimientos

básicos sobre levas. Otro complemento de aprendizaje incluye ejercicios de práctica para el manejo de los diagramas de desplazamiento, velocidad y aceleración con funciones armónicas, cicloidales y polinomiales usadas en el diseño de perfiles. El diseño de levas con SolidWorks^{MR} se da en una presentación, donde se incluye la selección de parámetros básicos, tipos de movimiento y funciones asociadas. El uso de software refuerza los conocimientos teóricos y ayuda a desarrollar pensamiento criterio en el estudiante de ingeniería.

El cuarto tema sobre engranes y trenes de engranes comprende la información pertinente de nomenclatura, clasificación, estandarización, normalización y aplicación de los engranes rectos, helicoidales, cónicos, hipoidales y sinfín. Debido a lo extenso de la temática solo se incluye el diseño de engranes basados en las propiedades de la curva evolvente (involuta) y se complementa con una presentación del diseño de un engrane recto con la herramienta toolbox del software SolidWorks^{MR} orientando el aprendizaje con el uso de las tecnologías de la información. Una reseña de los trenes de engrane simple, compuesto y epicíclico se incluye, así con una serie de ejercicios de práctica de estos tres trenes para familiarizarse con la ley fundamental del engranaje y las fórmulas correspondientes. Un cuestionario para valorar los conocimientos básicos sobre engranes y tren de engranes también es incluido como complemento educativo.

En el quinto tema sobre síntesis de mecanismos, se abordan los tipos de síntesis gráfica por generación de función, trayectoria y movimiento. Se incluye el procedimiento gráfico y analítico de la síntesis de una manivela-balancín como complemento educativo y cuya finalidad es motivar al estudiante a crear modelos físicos de sus diseños para su evaluación y criterio. Finalmente, el software de diseño Working Model^{MR} es usado para sintetizar una manivela-balancín y reforzar aprendizaje.

- Familiarizarse con la terminología y conceptos básicos usados en mecanismos de eslabonamientos.
- Determinar los grados de libertad de un mecanismo aplicando la ecuación de Grüebler.
- Comprender el concepto de inversión cinemática y aplicar la ley de Grashof para el análisis de un mecanismo.
- Elaborar un mapa conceptual sobre un mecanismo de cuatro barras y sus inversiones cinemáticas.
- Elaborar un modelo físico de un mecanismo de cuatro barras aplicando la relación de Grashof y la ecuación de Grüebler.

1.1 Generalidades de mecanismos

Un **mecanismo** es un cuerpo o un conjunto de cuerpos sólidos resistentes (eslabones rígidos) que reciben una energía entrante, a través de un sistema de transmisión y transformación de movimientos, realizan un trabajo. Un mecanismo transforma el movimiento de entrada (lineal, circular, oscilante) en un patrón deseable; por lo general desarrolla una trayectoria final de salida predecible, acorde a la necesidad (problema no estructurado) a solucionar [1, 2]. Los mecanismos, por lo general desarrollan fuerzas muy bajas y transmiten poca potencia. Una **máquina**, en general, contiene mecanismos que están diseñados para producir y transmitir fuerzas significativas [2, 3]. Algunos ejemplos de mecanismos pueden ser un sacapuntas, un obturador de cámara fotográfica, un reloj de cuerda, una silla plegable, una lámpara de escritorio ajustable y un paraguas, ver la figura 1.1.



Figura 1.1. Ejemplos de mecanismos.

Algunos ejemplos de máquinas que poseen movimientos similares a los mecanismos de la figura 1.1 son un procesador de alimentos, la puerta de la bóveda de un banco, la transmisión de un automóvil, una motoniveladora, un robot y un juego mecánico de un parque de diversiones, ver la figura 1.2. Recuerde, si un conjunto de eslabones rígidos contiene un motor o un dispositivo generador de energía, entonces el conjunto se llama máquina.



Figura 1.2. Ejemplos de máquinas.

Para el estudio de los mecanismos se hace uso de los principios de la **cinemática**, que es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos a través del espacio y el tiempo, sin tomar en cuenta las fuerzas que lo producen [2]. Los resultados del análisis cinemático incluyen conocimiento acerca de posicionamiento, velocidad y aceleración del mecanismo estudiado. Esto a su vez, permite juzgar, si el mecanismo diseñado es correcto o requiere modificarse.

Todos los mecanismos de todas las máquinas, funcionan en el espacio tridimensional, y se diseñan para describir movimientos, estos pueden suceder en el plano (2-D) o en el espacio (3-D). Sin embargo, la gran mayoría de los mecanismos encontrados en maquinaria industrial, describen trayectorias en el plano, y por ello es pertinente revisar los tipos de movimiento bidimensional.

Traslación pura. Es un movimiento en el que todos los puntos del cuerpo describen trayectorias paralelas (curvilíneas o rectilíneas). Una línea de referencia trazada en el cuerpo cambia su posición lineal pero no su orientación angular, véase la figura 1.3a.

Rotación pura. Es un movimiento en el que todos los puntos, menos uno, del cuerpo describen arcos circulares alrededor de un punto estacionario (centro de rotación). Por lo tanto, una línea de referencia trazada en el cuerpo a través del centro cambia sólo su orientación angular, ver la figura 1.3b.

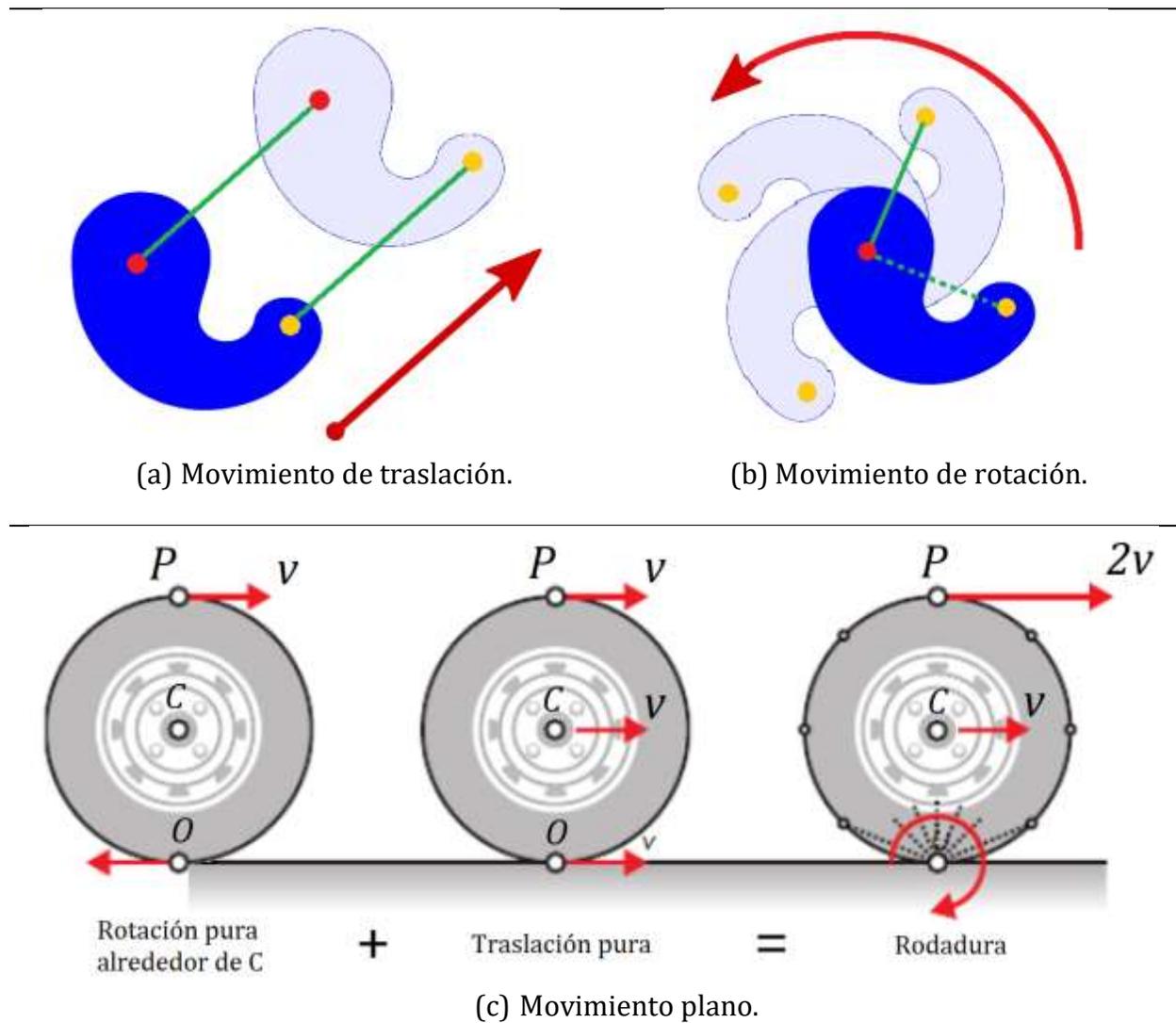


Figura 1.3. Movimientos en dos dimensiones.

Movimiento plano o complejo. Es un movimiento combinado y simultáneo de rotación y traslación. Cualquier línea de referencia trazada en el cuerpo cambiará tanto su posición lineal como su orientación angular. Los puntos en el cuerpo recorrerán trayectorias no paralelas, y habrá, en todo instante, un centro de rotación, el cual cambiará continuamente de ubicación, ver la figura 1.3c.

1.2 Conceptos básicos

El primer mecanismo a estudiar corresponde al constituido por eslabones rígidos alargados y unidos por pasadores, conocido técnicamente como mecanismo de eslabones, y que tiene múltiples aplicaciones, véase la figura 1.4.

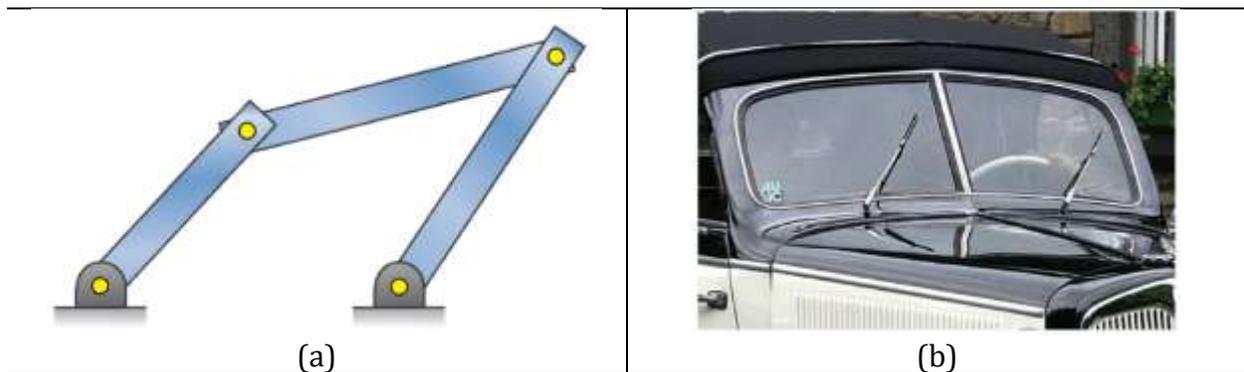


Figura 1.4. (a) Esquema de un mecanismo de cuatro eslabones y en (b) el mismo mecanismo para un limpiador de parabrisa.

En la construcción de un mecanismo de eslabones las partes que lo integran son elementos sencillos, estos se enuncian a continuación:

Eslabonamientos. Los eslabonamientos son los bloques de construcción básicos de todos los mecanismos. En el diseño de maquinaria, pueden presentarse las formas más comunes de mecanismos (levas, engranes, bandas, cadenas, etc.) y en realidad estos son variaciones del mecanismo de eslabonamientos. Los eslabonamientos de componen de eslabones y juntas o pares cinemáticos [2].

Eslabón. Un eslabón es un cuerpo rígido (indeformable) con cualquier forma, que posee por lo menos dos **nodos** que son puntos de unión con otros eslabones. Si un eslabón contiene

dos nodos se llama eslabón binario, si tiene tres nodos es ternario, si tiene cuatro nodos es cuaternario, y así sucesivamente, ver la figura 1.5.

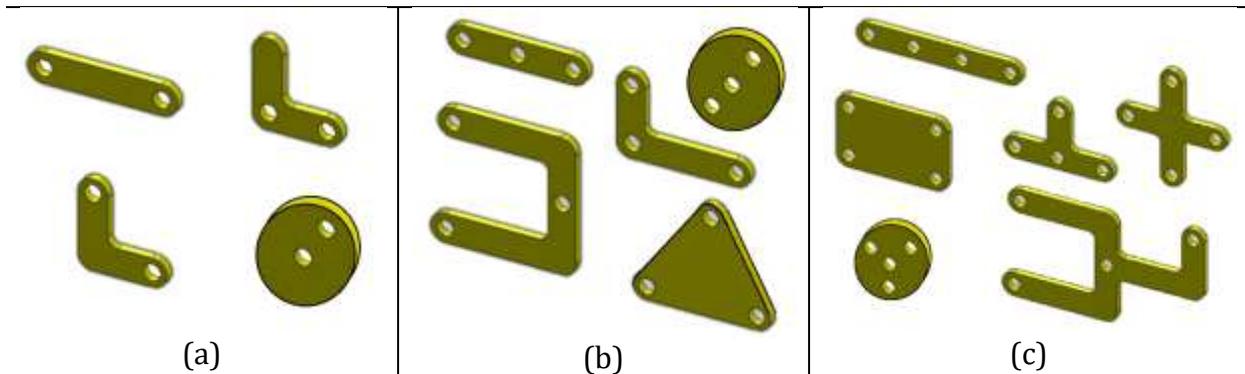


Figura 1.5. (a) Eslabones binarios, (b) eslabones ternarios y (c) eslabones cuaternarios.

Junta o par cinemático. Una junta es una conexión entre dos o más eslabones (en sus nodos), la cual permite algún movimiento entre los eslabones conectados.

Las juntas o pares se pueden clasificar de varias maneras:

- Por el tipo de contacto entre los elementos, de línea, de punto o de superficie.
- Por el número de grados de libertad permitidos en la junta.
- Por el tipo de cierre físico de la junta: cerrada por fuerza o por forma.
- Por el número de eslabones unidos (orden de la junta).

Las juntas con contacto de superficie se llaman **par inferior**, por ejemplo, un pasador rodeado por un orificio. Las juntas con contacto de línea o de punto se llaman **par superior**, por ejemplo, el contacto continuo (curvilínea) entre la rueda en rodadura y la superficie, el punto de contacto entre una leva y su seguidor, o el contacto entre engranes. La principal ventaja práctica de los pares inferiores sobre los superiores, es su mejor manera de atrapar el lubricante y mantener un entorno de lubricación. En cambio, en los pares superiores, el lubricante es expulsado con más facilidad, y en consecuencia el mantenimiento de una buena lubricación se vuelve esencial para evitar problemas de fricción y contacto. La figura 1.6 ilustra los seis pares inferiores posibles, sus grados de libertad y sus símbolos. Los pares de revoluta (R) y los prismáticos (P) son los únicos pares inferiores útiles en un mecanismo plano, el resto de los pares de tornillo (H), cilíndrico (C), esférico (S) e inferiores planos (F) son combinaciones de los pares (R) y (P) y se utilizan en mecanismos espaciales (3-D).

Otra forma más útil de clasificar juntas o pares es por el número de grados de libertad. El **grado de libertad (GDL)** de una junta es el número de movimientos independientes permitidos entre los eslabones conectados. Para mecanismos planos, las juntas pueden ser de 1 o 2 GDL, y para mecanismos espaciales, las juntas pueden ser hasta de 3 GDL, ver la figura 1.6b y c.

Cuando las fuerzas en las juntas son importantes, entonces pueden distinguirse juntas con **cierre de forma** y con **cierre de fuerza**. Las juntas de pasador o revoluta (R), como las bisagras de las puertas, o las juntas prismáticas (P) como las correderas con guía, son por cierre de forma. Una junta con cierre de forma se mantiene unida o cerrada por su geometría. En contraste, una junta con cierre de fuerza, requieren alguna fuerza externa para mantenerlas en contacto o cerradas. Esta fuerza podría ser suministrada por la gravedad, un resorte o cualquier medio externo, ver la figura 1.6c.

Las juntas pueden distinguirse por el número de eslabones unidos o conectados, dando lugar a juntas de varios ordenes o grados, donde el **orden de la junta** se define como el número de eslabones conectados menos uno [2]. Se requieren dos eslabones para formar una junta simple; por lo tanto, la combinación más simple de dos eslabones es una junta de orden uno. Conforme se van colocando más eslabones en la misma junta, el orden de ésta se incrementa de uno en uno. Así, la unión de dos eslabones es de orden uno y la unión de tres eslabones es de orden dos, véase la figura 1.6d. ***El orden de la junta tiene importancia en la determinación apropiada del grado total de libertad del ensamble o el eslabonamiento.***

Cadena cinemática. Es un ensamble de eslabones y juntas interconectados de modo que produzcan un movimiento controlado en respuesta a un movimiento suministrado. La cadena cinemática puede tener componentes diferentes a los eslabones. Por ejemplo, en un robot, una cadena cinemática está compuesta por eslabones, articulaciones, actuadores, transmisiones, sensores, controladores y la parte final que interactúa con el entorno [4].

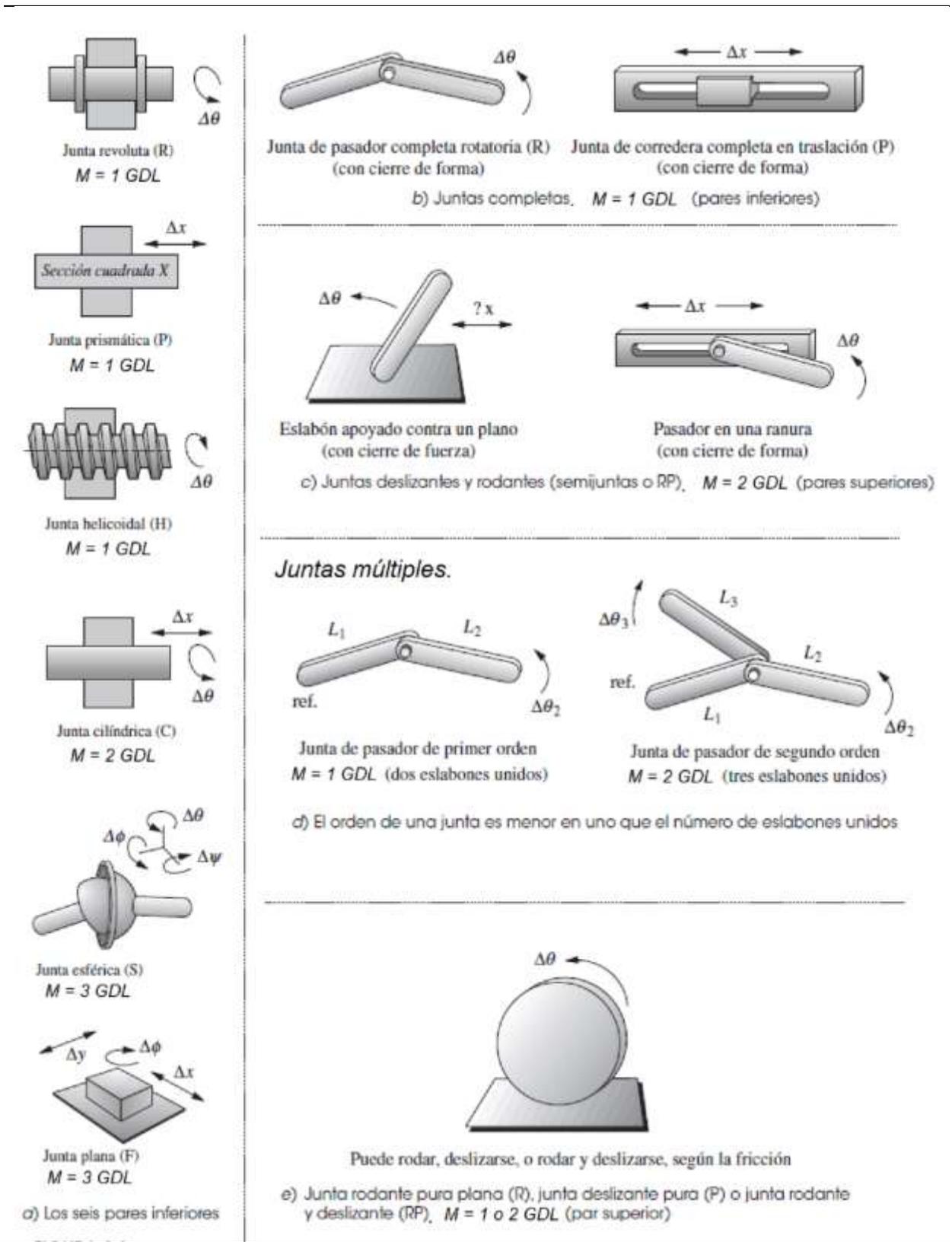


Figura 1.6. Juntas o pares cinemáticos de varios tipos. Extracción de [2].

Las cadenas cinemáticas o mecanismos pueden ser abiertos o cerrados, véase la figura 1.7. Un mecanismo cerrado no tendrá puntos de fijación o nodos abiertos, y puede tener uno o más grados de libertad. Un mecanismo abierto con más de un eslabón siempre tendrá más de un grado de libertad, por lo que requiere tantos actuadores (motores) como grados de libertad tenga. Un ejemplo común de un mecanismo abierto es un robot industrial. Una cadena cinemática abierta de dos eslabones binarios y una junta se llama díada. Los conjuntos de eslabones mostrados en la figura 1.6b y c son díadas.

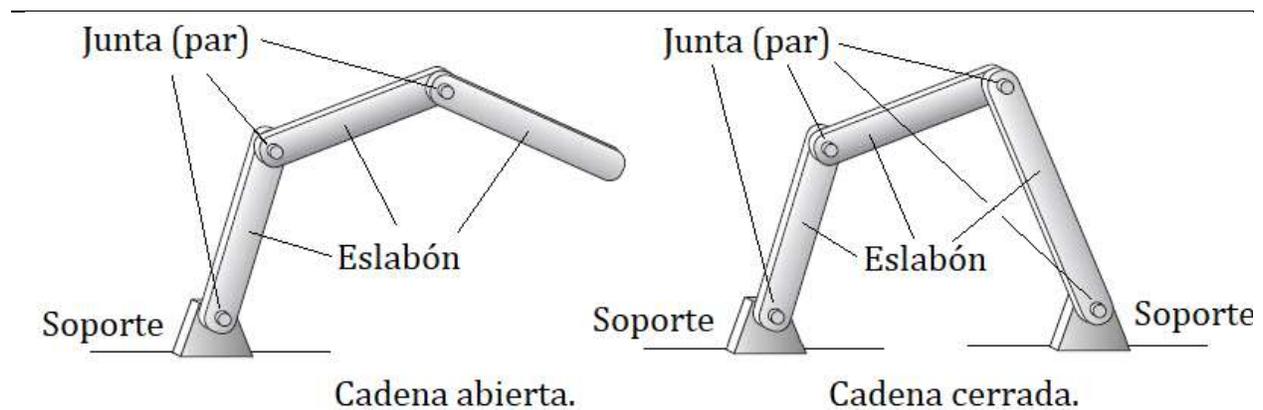


Figura 1.7. Cadena cinemática (mecanismo) abierta y cerrada. Adaptación de [2].

1.3 Grados de libertad y fórmula de Grübler-Kutzbach.

El concepto de grado de libertad (GDL) es fundamental para la síntesis como para el análisis de mecanismos. El alumno debe ser capaz de determinar el GDL de cualquier conjunto de eslabones o juntas que pueda ser sugerido como solución a un problema. El grado de libertad (también llamado movilidad M) de un mecanismo se define como el número de entradas que se necesita proporcionar para crear una salida predecible. El número de entradas, también llamadas coordenadas, deben ser independientes, y la salida predecible suele ser la posición que adopta el mecanismo. Por lo tanto, el GDL de un mecanismo también se puede definir como el número de coordenadas independientes requerido para definir su posición [2].

Para determinar el GDL de cualquier mecanismo, se debe considerar el número de eslabones, el tipo de juntas o pares cinemáticos y las interacciones entre ellos.

El GDL o movilidad M de cualquier ensamble de eslabones en el plano se obtiene usando la ecuación de Grüebler-Kutzbach:

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2 \quad (1.1)$$

donde L es el número de eslabones, J_1 es el número de juntas de 1 GDL y J_2 es el número de juntas de 2 GDL.

En el caso de un mecanismo con movimiento tridimensional, la ecuación Grüebler-Kutzbach es igual a:

$$M = 6(L - 1) - 5J_1 - 4J_2 - 3J_3 - 2J_4 - J_5 \quad (1.2)$$

donde L es el número de eslabones, J_1 es el número de juntas de 1 GDL y J_2 es el número de juntas de 2 GDL, J_3 es el número de juntas de 3 GDL, J_4 es el número de juntas de 4 GDL y J_5 es el número de juntas de 5 GDL.

Es relevante señalar que las ecs. (1.1) y (1.2) no dan información de los tamaños y formas de los eslabones, solo proporcionan los grados de libertad del mecanismo.

El grado de libertad de un ensamble de eslabones predice por completo su carácter. Existen tres posibilidades. Si M es positivo, el ensamble es un **mecanismo**, y los eslabones tendrán movimiento relativo. Si M es cero, el ensamble corresponde a una estructura, lo que significa que ningún movimiento es posible. Si M es negativo, entonces se tendrá una estructura precargada, lo que significa que no será posible ningún movimiento y habrá esfuerzos en la estructura al momento del ensamble. En la figura 1.8 se muestran estos tres casos y se ilustra un diagrama cinemático, con la notación para identificar el número de eslabones (L) en azul, el número de juntas de 1 GDL (J_1), el número de juntas de 2 GDL (J_2) en rojo y el cálculo de la movilidad (M) en negro con ayuda de la ec. (1.1). Todas las juntas de los tres casos son de tipo revoluta y cada junta une a 2 eslabones, por lo tanto, cada junta es de orden o grado uno (GDL=1), indicada como (1) en rojo.

En la página siguiente, se muestran ejercicios con ensambles de eslabones con juntas de uno y dos GDL, donde hay que usar la ec. (1.1) y determinar la movilidad M del ensamble.

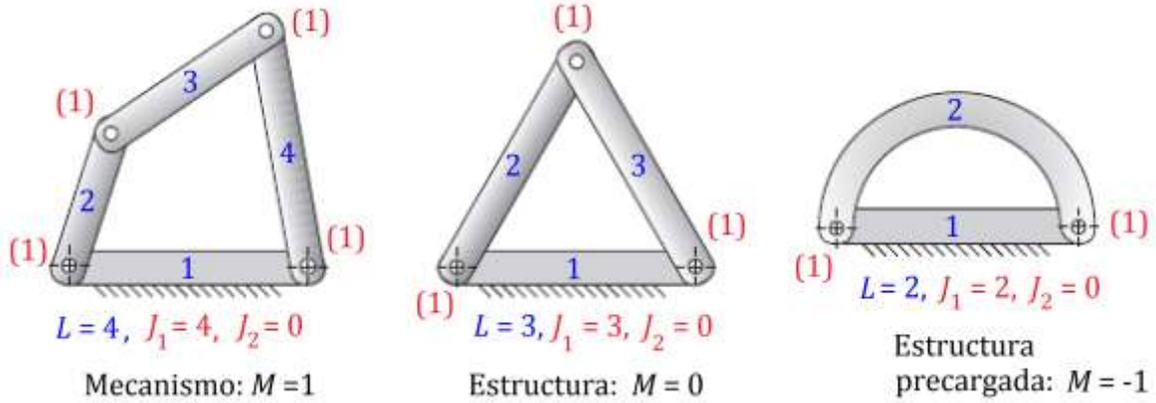
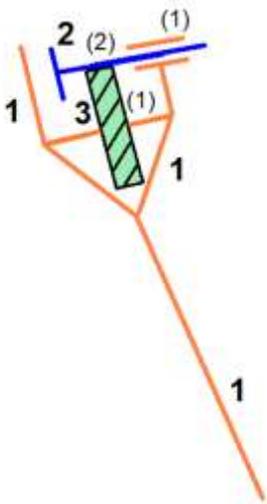


Figura 1.8. Mecanismo, estructura y estructura precargada. Adaptación de [2].

Ejercicio 1.1/casos prácticos	Complemento educacional
<p>Determine los grados de libertad de la llave Stilson de la figura 1.9.</p> <p>Solución.</p> <p>El diagrama cinemático de la llave se muestra en la figura 1.10. Se contabilizan 3 eslabones ($L = 3$), 2 juntas de 1 GDL ($J_1 = 2$) y 1 junta de 2 GDL ($J_2 = 1$).</p> <p>Sustituyendo los datos previos en la ec. (1.1), escribimos</p> $M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$ $M = 3(3 - 1) - 2(2) - 1$ $M = 3(2) - 4 - 1$ $M = 6 - 5$ <p>$M = 1$ grado de libertad.</p>	 <p>Figura 1.9</p>  <p>Figura 1.10</p>



Ejercicio propuesto A1.1

Complemento educacional

Determine los grados de libertad del eslabonamiento de la figura A1.1

Mira la solución [aquí](#). 😊

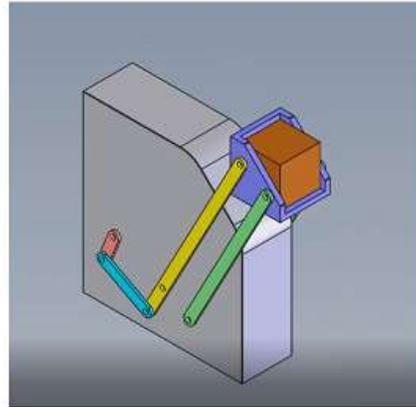


Figura A1.1



Ejercicio propuesto A1.2

Complemento educacional

Determine los grados de libertad del cuadro de la bicicleta de la figura A1.2.

Mira la solución [aquí](#). 😊



Figura A1.2

1.4 Condición de Grashof y sus excepciones

Como se vio en la figura 1.8, el eslabonamiento de cuatro barras es el mecanismo articulado más simple posible para movimiento controlado con un grado de libertad, $M = 1$. También aparece con varias formas tales como la manivela-corredera y la leva y seguidor muy usados en la industria automotriz y maquinaria, y es muy variado en función de los tipos de movimiento que puede generar. Esta versatilidad y la sencillez del eslabonamiento de cuatro barras lo hacen una opción de mecanismo, para resolver problemas de control de movimiento. Para predecir los movimientos de los eslabones del mecanismo de cuatro barras y de sus inversiones, se usa la condición de Grashof, la cual toma en cuenta sólo las longitudes de los eslabones.

Sea L la longitud del eslabón más largo, S la longitud del eslabón más corto, P y Q las longitudes de los otros dos eslabones restantes, entonces la comparación de la suma $L + S$ contra $P + Q$ indicada en la tabla 1.1 como $<$, $>$, $=$, da las opciones de movimiento.

Tabla 1.1. Clasificación completa de Barker de mecanismos planos de cuatro barras. Extracción de [2].

Tipo	$L + S$ vs $P + Q$	Inversión	Clase	Designación de Barker	Código	Nombre usual
1	$<$	$L_1 = S =$ bancada	I-1	manivela-manivela- manivela de Grashof	GCCC	dobles manivela
2	$<$	$L_2 = S =$ entrada	I-2	Manivela-balancín- balancín de Grashof	GCRR	manivela- balancín
3	$<$	$L_3 = S =$ acoplador	I-3	Balancín-manivela- balancín de Grashof	GRCR	dobles balancín
4	$<$	$L_4 = S =$ salida	I-4	balancín-balancín- manivela de Grashof	GRRC	balancín- manivela
5	$>$	$L_1 = l =$ bancada	II-1	balancín-balancín- balancín clase 1	RRR1	triple balancín
6	$>$	$L_2 = l =$ entrada	II-2	balancín-balancín- balancín clase 2	RRR2	triple balancín
7	$>$	$L_3 = l =$ acoplador	II-3	balancín-balancín- balancín clase 3	RRR3	triple balancín
8	$>$	$L_4 = l =$ salida	II-4	balancín-balancín- balancín clase 4	RRR4	triple balancín
9	$=$	$L_1 = s =$ bancada	III-1	manivela-manivela- manivela con punto de cambio	SCCC	dobles manivela SC
10	$=$	$L_2 = s =$ entrada	III-2	manivela-balancín- balancín con punto de cambio	SCR	manivela- balancín SC

11	=	$L_3 = s = \text{acoplador}$	III-3	balancín-manivela-balancín con punto de cambio	SRCR	doble balancín SC
12	=	$L_4 = s = \text{salida}$	III-4	balancín-balancín-manivela con punto de cambio	SRRC	balancín-manivela SC
13	=	dos pares iguales	III-5	punto de cambio doble	S2X	Paralelogramo o deltoide
14	=	$L_1 = L_2 = L_3 = L_4$	III-6	punto de cambio triple	S3X	cuadrado

SC= caso especial.

En la tabla 1.1, si se cumple que $L + S < P + Q$, he indicado en negro para las 4 primeras filas, entonces se garantiza que al menos un eslabón de la cadena cinemática de 4 barras, tendrá movimiento de rotación completa. Tal cadena cinemática recibe el nombre de eslabonamiento de Grashof, y dependiendo de la ubicación del eslabón más corto S en la cadena, se presentan cuatro posibilidades de arreglo: manivela-balancín, balancín-manivela, doble manivela y doble balancín, véase la figura 1.11.

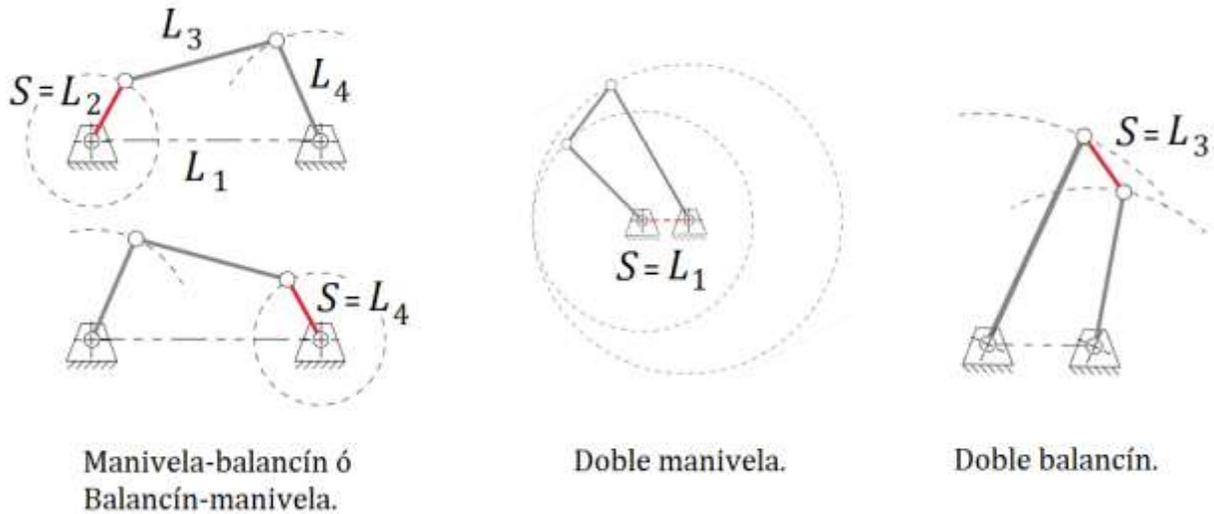


Figura 1.11. Todas las inversiones del eslabonamiento de Grashof de cuatro barras, adaptación de [2].

Cuando se cumple que $L + S > P + Q$, he indicado en rojo para las filas 5 a la 8 de la tabla 1.1, entonces ningún eslabón rotará completamente de la cadena cinemática de 4 barras. Tal cadena cinemática recibe el nombre de eslabonamiento de no Grashof. Todos los arreglos posibles del eslabonamiento serán balancines triples, ver la figura 1.12.

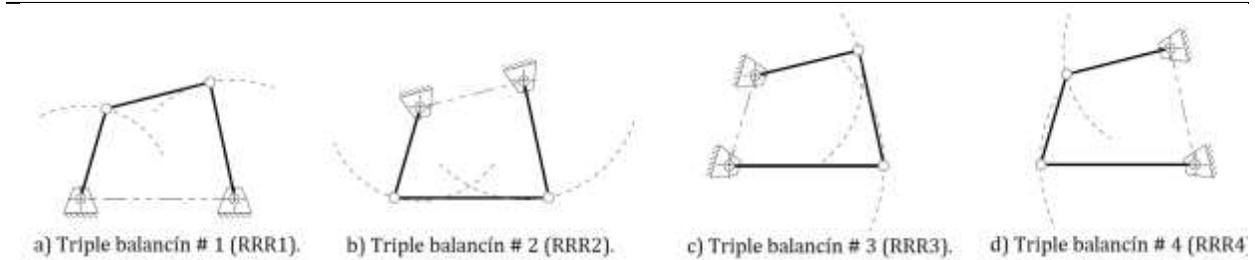
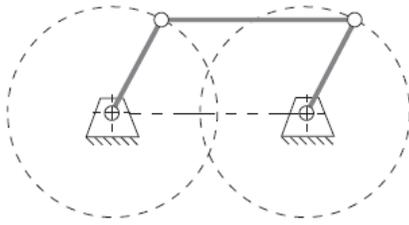
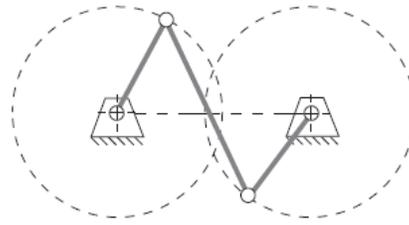


Figura 1.12. Todas las inversiones del eslabonamiento cuatro barras de no Grashof, adaptación de [2].

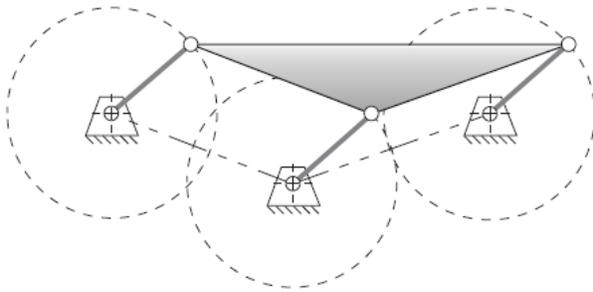
Quando se cumple que $L + S = P + Q$, he indicado en azul para las filas 9 a la 14 de la tabla 1.1, entonces todos los arreglos serán dobles manivelas o manivela-balancín, pero tendrán “puntos de cambio” dos veces por revolución de la manivela de entrada cuando todos los eslabones se vuelven colineales. La figura 1.13 muestra cuatro formas de eslabonamiento con estas características y llamados Grashof de caso especial, donde los puntos de cambio ocasionan que el comportamiento de salida se vuelva indeterminado. Esto debido a que el eslabonamiento puede asumir cualesquiera de las dos configuraciones de las figuras 1.13a o 1.13b, lo cual es inaceptable. Una forma de evitar los puntos de cambio en un eslabonamiento consiste en agregar un eslabón adicional fuera de fase para garantizar un “arrastre”, ver la figura 1.13c.



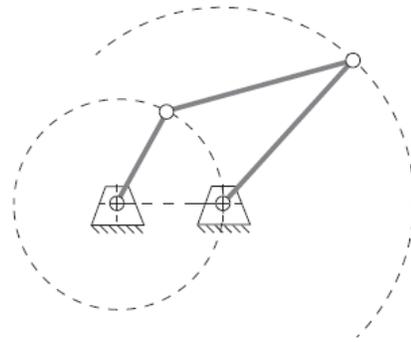
a) Forma de paralelogramo.



b) Forma de antiparalelogramo.



c) Forma de doble paralelogramo.



d) Forma de deltoide o de corneta.

Figura 1.13. Cuatro formas del eslabonamiento de Grashof de caso especial, adaptación de [2].



Aprendizaje basado en problemas

Complemento educativo

[Volver.](#)

DISEÑO DE UNA CADENA CINEMÁTICA DE GRASHOF USANDO EL SOFTWARE WORKING MODEL^{MR} PARA ENTENDER EL SIGNIFICADO DE INVERSIÓN DE UN ESLABONAMIENTO.

Problema.

Use el software Working Model^{MR} y trace cuatro eslabones binarios (barras) con las siguientes longitudes: 50 mm, 200 mm, 250 mm y 300 mm y conteste lo siguiente:

- ¿A qué tipo de cadena cinemática corresponden los cuatro eslabones?
- Ensamble los cuatro eslabones previamente trazados con la secuencia que usted elija, para formar la cadena cinemática, y fije el eslabón más corto (S). ¿Qué tipo de movimiento tiene la cadena cinemática? (incluya imágenes).
- Libere el eslabón más corto (S) de la cadena cinemática y fije el eslabón más largo (L). ¿Qué tipo de movimiento tiene la cadena cinemática? (incluya imágenes).
- Libere el eslabón más largo (L) y fije uno de los otros dos restantes eslabones. ¿Qué tipo de movimiento tiene la cadena cinemática? (incluya imágenes).
- Libere el eslabón fijo anterior y fije el eslabón restante. ¿Qué tipo de movimiento tiene la cadena cinemática? (incluya imágenes).

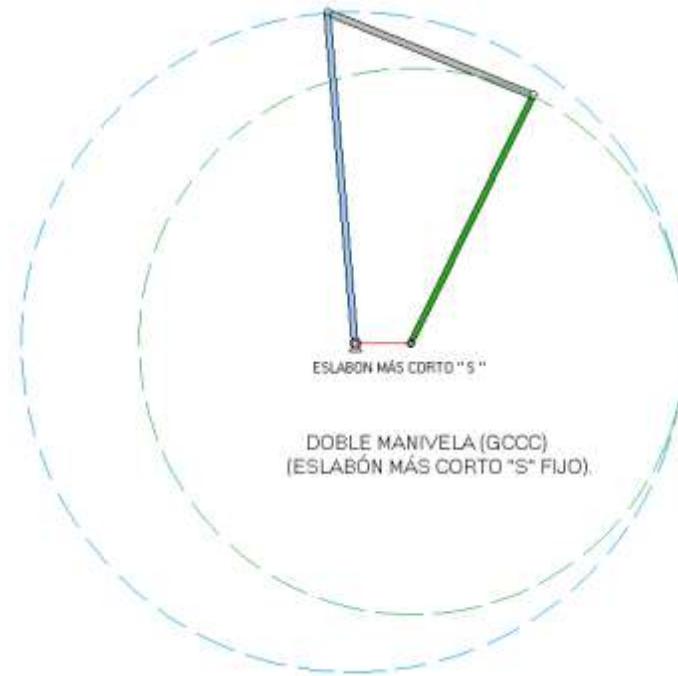
Solución.

- A partir de los datos, $L = 300 \text{ mm}$, $S = 50 \text{ mm}$, $P = 250 \text{ mm}$ y $Q = 200 \text{ mm}$. Se verifica que $L + S = 300 + 50 = 350 \text{ mm}$ y $P + Q = 250 + 200 = 450 \text{ mm}$. Por lo tanto, se cumple que $L + S < P + Q$ y la cadena cinemática es de tipo Grashof, es decir, se garantiza que por lo menos un eslabón tendrá rotación.

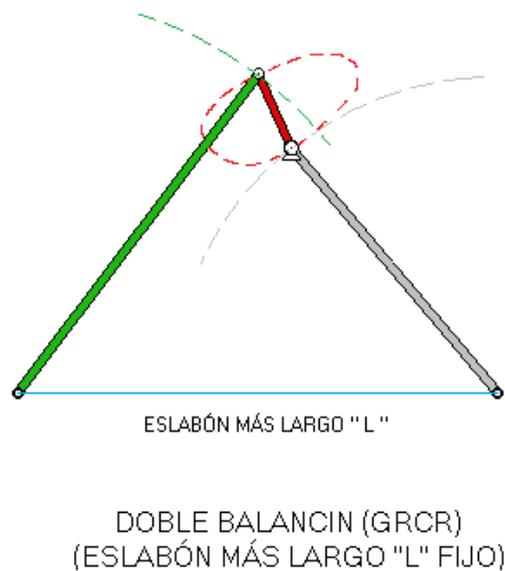
El software Working model, es una herramienta computacional para diseñar mecanismos en 2-D. Para este problema, se usa Working Model para trazar 4 barras rectangulares, luego se ensamblan una a una, con juntas revolutas (pasador), para

formar una cadena cinemática de 4 eslabones con un eslabón como bancada (fijo) y tres eslabones móviles para, y colocando un motor virtual en un eslabón móvil. Los resultados se dan a continuación.

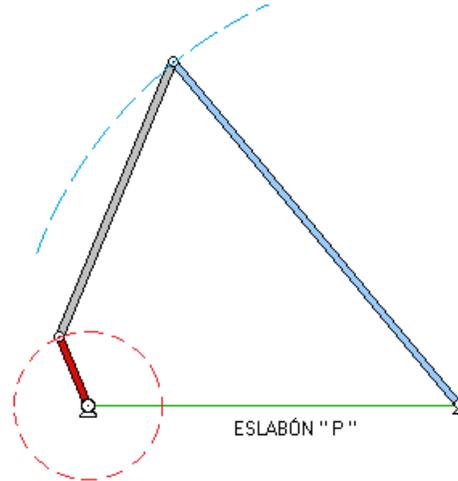
B) Cadena cinemática de cuatro eslabones de Grashof, con el eslabón más corto (S) fijo.



C) Cadena cinemática de cuatro eslabones de Grashof, con el eslabón más largo (L) fijo.

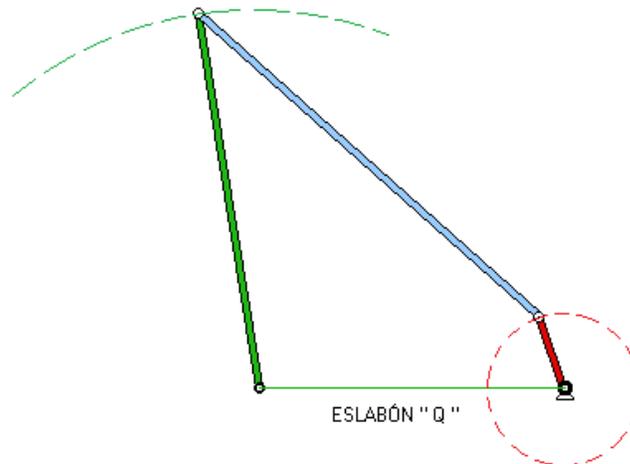


D) Cadena cinemática de cuatro eslabones de Grashof, con el eslabón *P* fijo.



MANIVELA-BALANCIN (GCRR)
(ESLABÓN "P" FIJO)

E) Cadena cinemática de cuatro eslabones de Grashof, con el eslabón *Q* fijo.



BALANCIN-MANIVELA (GRRC)
(ESLABÓN "Q" FIJO).

Se anexa a continuación un video de la simulación mostrando el movimiento de cada cadena cinemática, en el mismo orden.



1.5 Inversión cinemática

Una inversión cinemática de un eslabonamiento o mecanismo es el acto de crear por la conexión a tierra de un eslabón diferente en la cadena cinemática. Por lo tanto, existen muchas inversiones de un eslabonamiento como los eslabones que tiene.

La figura 1.14 muestra las cuatro inversiones del eslabonamiento de manivela-corredera de cuatro barras y todas tienen movimientos distintos. La inversión # 1, con el eslabón 1 como bancada y su corredera en traslación pura, es la más común y se utiliza en motores de pistones y en bombas de pistón. La inversión # 2 se obtiene al fijar el eslabón 2 y produce el motor radial en aviones de hélice, también el mecanismo de retorno rápido de Whitworth, en el que la corredera tiene movimiento complejo. La inversión # 3 se obtiene al fijar el eslabón 3 y da a la corredera rotación pura. La inversión # 4 se obtiene al fijar el eslabón 4 y se utiliza en mecanismos manuales de bomba de pozo, en los que la manija es el eslabón 2 (extendido) y el eslabón 1 baja hasta la tubería del pozo para montar un pistón en su extremo inferior.

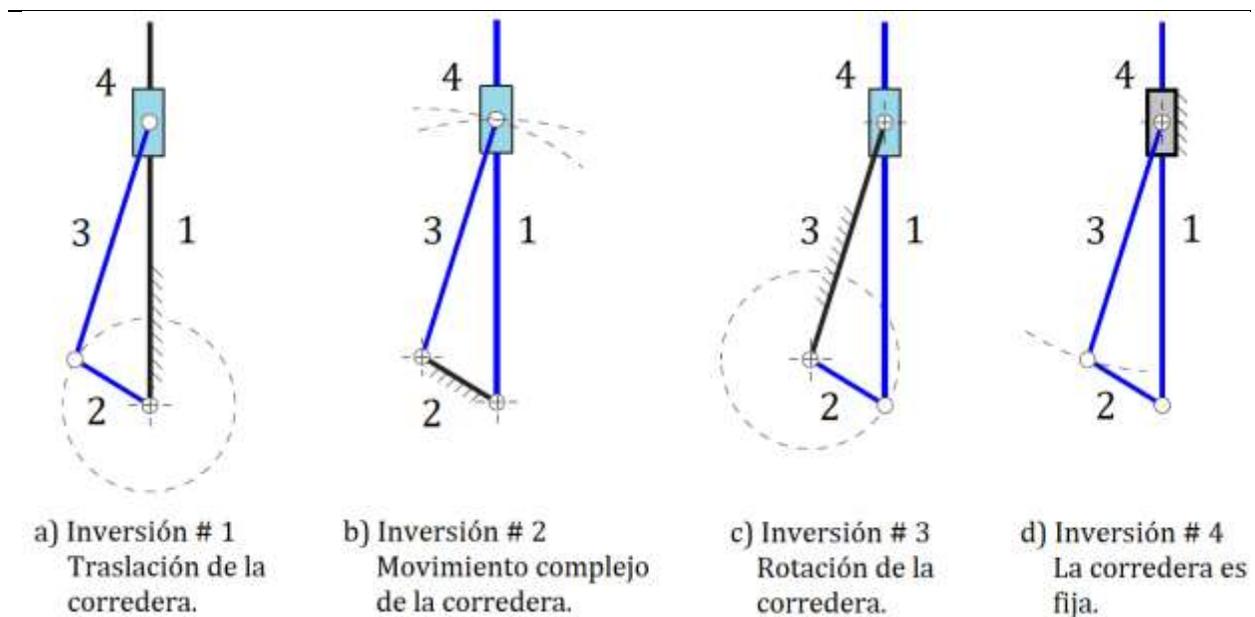
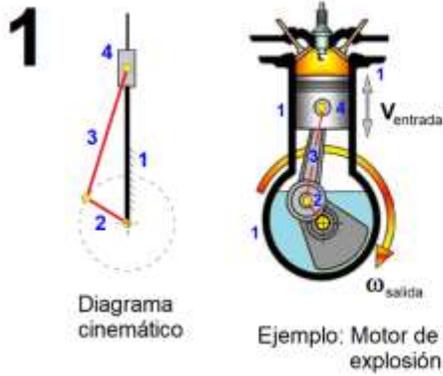


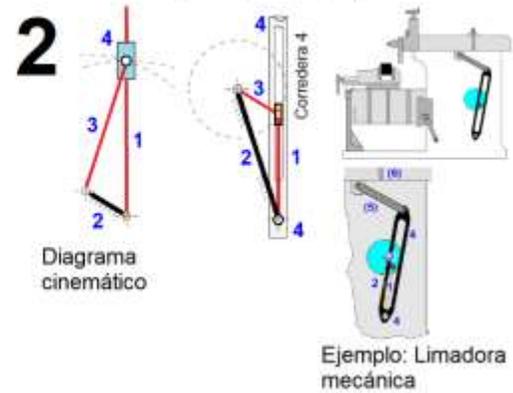
Figura 1.14. Cuatro inversiones distintas del mecanismo de manivela-corredera de cuatro barras (cada eslabón en negro es fijo; todos los eslabones en azul se mueven), adaptación de [2].

En la figura 1.15 se muestran las aplicaciones de las cuatro inversiones del mecanismo de manivela-corredera de la figura 1.14.

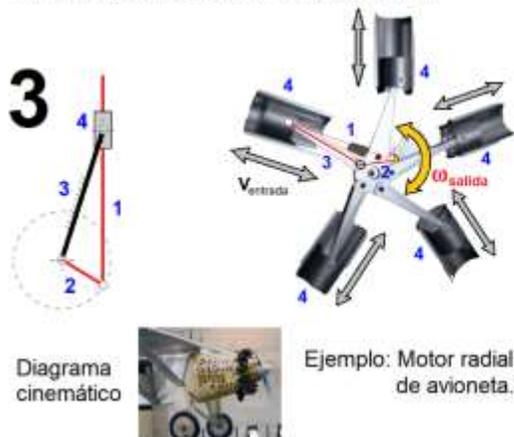
I. Primera inversión, traslación de la corredera.



II. Segunda inversión, la corredera tiene movimiento plano (complejo).



III. Tercera inversión, la corredera gira.



IV. Cuarta inversión, la corredera es estacionaria.

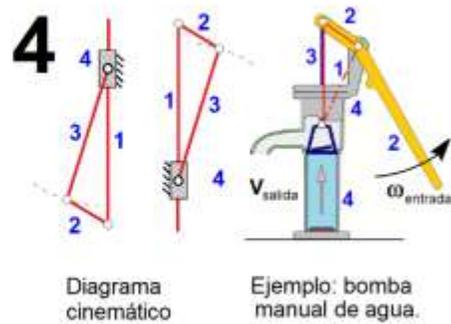


Figura 1.15. Aplicaciones de cada una de las cuatro inversiones distintas del mecanismo de manivela-corredera.

Un resumen de la importancia del estudio de los mecanismos y sus conceptos fundamentales se dan en la presentación siguiente.

Presentación A1.1

Complemento educativo

IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LOS MECANISMOS Y SUS CONCEPTOS FUNDAMENTALES SE MUESTRA EN ESTA PRESENTACIÓN.



Aprende las definiciones y el significado de los términos que necesitarás a lo largo de estos apuntes en esta [presentación](#). 👁️

Referencias

[1] <https://es.wikipedia.org/wiki/Mecanismo>

[2] Diseño de Maquinaria (2021). Robert L. Norton, Mc Graw-Hill

[3] Rosenauer, N. y A. H. Willis. (1967). *Kinematics of Mechanisms*. Dover Publications: Nueva York,

[4] <https://msmk.university/robotica/que-es-una-cadena-cinematica-msmk-university>

[5] Mecanismos y dinámica de maquinaria (2002). Hamilton Mabie y Charles Reinholtz. Editorial Limusa Wiley.

Resumen de los complementos educativos de la unidad 1

Cuestionario de evaluación 1.

Complemento educativo

¿Qué tanto conoces de conceptos básicos de mecanismos?

Prueba tus conocimientos con una serie de preguntas básicas y situaciones cotidianas.... [mira este cuestionario.](#)

Presentaciones.

Complemento educativo

- [La importancia del estudio de los mecanismos y sus conceptos fundamentales se muestra en esta presentación.](#)

Aprendizaje basado en problemas.

Complemento educativo

- [Diseño de una cadena cinemática de Grashof usando el software Working model^{MR} para entender el significado de inversión de un eslabonamiento.](#)

Ejercicios propuestos (soluciones)

Complemento educativo

- [Prueba tú destreza como ingeniero con esta serie de ejercicios propuestos de la unidad 1.](#)

Anexo 1.1

Cuestionario de evaluación

Cuestionario de evaluación **Complemento educativo**
Unidad 1
[Volver.](#)

Examen de Mecanismos AED-1043ME5A, Unidad 1. Introducción a los Mecanismos.

1. Curso *

TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
 CAMPUS TULANÁ
 SUBDIRECCION ACADÉMICA
 DEPARTAMENTO DE METAL MECÁNICA
EXAMEN

Examen de Mecanismos AED-1043ME5A, Unidad 1. Introducción a los Mecanismos. Datos personales:

1) Tienes 30 minutos para responder el examen.
 2) Teñer los campos y preguntas son obligatorios.

3. Insertar respuesta (apellidos, nombre, apellido materno y nombre(s)) *

2. Es un dispositivo que transforma el movimiento de un eje en un patrón deseable, y por lo general decantado fuerzas muy bajas y transmite poca potencia.
 Marca solo un ítem:

- Máquina
- Eje
- Mecanismo
- Articulación
- Chubasco

8. ¿Qué se puede decir de la diferencia entre un mecanismo y una máquina? *

Marca solo un ítem:

- El mecanismo genera y transmite fuerzas
- La máquina transmite movimiento
- El mecanismo genera movimiento
- La máquina genera y transmite fuerzas
- El mecanismo contiene varias máquinas

9. Ingeniero que es acreditado por introducir la primera máquina de vapor en la historia.
 Marca solo un ítem:

- Tomita Edison
- Michael Faraday
- Nicola Tesla
- George Westinghouse
- James Watt

2. Número de correa: *

4. Correo electrónico: *

Comienza el examen:

Para cada pregunta hay 5 opciones para solo una es la correcta. Selecciona una opción haciendo "click" con el mouse.

5. Es la rama de la ciencia que describe el movimiento de los cuerpos en función del tiempo, sin considerar los causas que lo originan.
 Marca solo un ítem:

- Estática
- Cinemática
- Mecánica
- Ingeniería
- Dinámica

6. ¿Qué se puede decir del movimiento plano o cómpago? *

Marca solo un ítem:

- Es la rotación alrededor de un punto fijo
- Es el movimiento de un sólido
- Es el movimiento en un eje fijo
- Es el movimiento de rotación
- Es el movimiento rectilíneo

10. Ingeniero pionero en el diseño de mecanismos y maquinaria, identificó los contactos rodantes, deslizantes, estáticamente, bandas, cadenas y roscados como formas independientes para transmitir movimiento entre una entrada y la salida.
 Marca solo un ítem:

- Robert Willis
- Alexander Kennedy
- Joseph Fourier
- George Simkin
- Peter Pedersen

11. Este conjunto de técnicas geométricas permitió el desarrollo de la síntesis y análisis de mecanismos.
 Marca solo un ítem:

- Geometría analítica
- Geometría diferencial
- Geometría descriptiva
- Geometría algebraica
- Geometría proyectiva

12. Es un proceso algorítmico que consiste en el diseño de mecanismos a partir de posiciones dadas o establecidas.
 Marca solo un ítem:

- Dinámica de mecanismos
- Síntesis de mecanismos
- Dinámica de mecanismos
- Análisis de mecanismos
- Dinámica de mecanismos

13. Es el procedimiento para la determinación del número y orden de eslabones y juntas necesarios para producir movimiento de un número de grados de libertad en particular *

Marca solo un óvalo.

- Rotabilidad de eslabonamientos
- Síntesis de número
- Movilidad de mecanismos
- Inversión cinemática
- Transformación de eslabonamientos

14. Es el proceso de aplicar las diversas técnicas y principios científicos con el propósito de definir un dispositivo, un proceso o un sistema con suficientes detalles que permitan su realización. *

Marca solo un óvalo.

- Diseño gráfico
- Diseño textil
- Diseño arquitectónico
- Diseño de moda
- Diseño industrial

15. Son los argumentos que definen lo que el sistema mecánico debe hacer. *

Marca solo un óvalo.

- Desempeño
- Análisis
- Objetivos
- Necesidad
- Inversión

16. Este criterio suele tener el mayor factor de ponderación en la toma de decisiones sobre un diseño en particular. *

Marca solo un óvalo.

- Durabilidad
- Modernidad
- Estético
- Costo
- Seguridad

17. Es la ciencia aplicada que coordina el diseño de dispositivos, sistemas, y condiciones de trabajo físicas con las capacidades y requerimientos del trabajador. *

Marca solo un óvalo.

- Ingeniería mecánica
- Desarrollo sustentable
- Ingeniería ambiental
- Ergonomía
- Diseño industrial

18. ¿Qué habilidad debe desarrollar un alumno de ingeniería para presentar de forma concisa y general los resultados de su trabajo? *

Marca solo un óvalo.

- Organización
- Concentración
- Conocimiento
- Interrelación
- Comunicación

19. Del siguiente listado, ¿cuáles son las unidades de la constante de un resorte lineal? *

Marca solo un óvalo.

- N mm²
- N/mm
- N/mm²
- mm/s²
- N/mm

20. Es el número de grados de libertad de un mecanismo. *

Marca solo un óvalo.

- Multiplicidad
- Inversibilidad
- Movilidad
- Flexibilidad
- Compatibilidad

21. ¿Qué nombre recibe un sistema de eslabones emparejados por pares interiores o superiores? *

Marca solo un óvalo.

- Cadena cinemática
- Estructura
- Mecano
- Articulación
- Isómeros

22. Se define como el número de coordenadas independientes requerido para definir la posición de un sistema. *

Marca solo un óvalo.

- Rotabilidad
- Síntesis gráfica
- Revolvibilidad
- Síntesis analítica
- Grados de libertad

23. Un eslabón cuaternario con movimiento en el plano, ¿cuántos grados de libertad tiene? *

Marca solo un óvalo.

- 2
- 3
- 1
- 6
- 4

24. ¿Cuántos grados de libertad tiene la junta de contacto entre la leva y su seguidor? *

Marca solo un óvalo.

- 3
- 4
- 2
- 1
- 5

25. ¿Qué nombre recibe la conexión en los nodos de dos o más eslabones? *

Marca solo un óvalo.

- Mecanismo
- Inversión cinemática
- Pares cinemáticos
- Isómeros
- Cadena cinemática

26. Un eslabón cuaternario con movimiento en el espacio, ¿cuántos grados de libertad tiene? *

Marca solo un óvalo:

- 4
- 2
- 6
- 5
- 3

27. Esta ecuación predice el número de grados de libertad de un mecanismo con movimiento plano. *

Marca solo un óvalo:

- Ecuación de Grashof
- Ecuación de Stephenson
- Ecuación de Gruebler
- Ecuación de Watt
- Ecuación de Kutzbach

28. Que se puede decir de una estructura que tiene más apoyos de los necesarios. *

Marca solo un óvalo.

- Es una estructura precargada
- Es una estructura másica
- Es una estructura sobrediseñada
- Es una estructura inelástica
- Es una estructura redundante

29. Este mecanismo opera con una secuencia de movimientos y detenciones. Es decir, el eslabón de salida permanece inmóvil mientras que el eslabón de entrada continúa moviéndose. *

Marca solo un óvalo

- Mecanismo de Whitworth
- Rueda de Geneva
- Manivela oscilador
- Retorno rápido
- Manivela conectora

30. ¿Qué nombre recibe la cadena cinemática correspondiente al limpiacristales de un automóvil? *

Marca solo un óvalo

- Manivela balancín
- Mecanismo intermitente
- Doble manivela
- Inversión cinemática
- Doble balancín

31. Esta relación predice el comportamiento de rotación o rotabilidad de las inversiones de un eslabonamiento de cuatro barras basado en sus longitudes de los eslabones. *

Marca solo un óvalo.

- Relación de Watt
- Relación de Gruebler
- Relación de Kutzbach
- Relación de Grashof
- Relación de Stephenson

32. Si en un mecanismo el eslabón que originalmente se fijó se hace mover y otro eslabón móvil se vuelve fijo, ¿qué se puede decir? *

Marca solo un óvalo.

- Es un mecanismo fijo
- Es un mecanismo de transmisión
- Es una inversión del mecanismo
- Es un isómero
- Es un mecanismo móvil

33. Es un componente de distintas máquinas formado por uno o dos anillos concéntricos, sobre el que se apoya y gira el eje de un mecanismo. *

Marca solo un óvalo.

- Junta prismática
- Polea
- Cigüeñal
- Rueda de Geneva
- Cojinete

34. Esta relación geométrica controla un correcto movimiento en línea recta de las juntas prismáticas en traslación en manpanana. *

Marca solo un óvalo.

- Centro instantáneo
- Relación de apoyo
- Relación de eslabones
- Relación de percusión
- Relación de rotabilidad

Ejercicios.

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Selecciona una opción haciendo "click" con el mouse.

28/04, 1:52 p.m. Examen de Mecanismos AED-1343MENA, Unidad 1. Introducción a los Mecanismos

35. Para la pinza mostrada en el lado derecho, ¿Cuántos eslabones L , juntas de un grado de libertad J_1 , juntas de dos grados de libertad J_2 y la movilidad M (grados de libertad) hay? (Valor 5 puntos)



Pinza cortadora.

Marca solo un óvalo.

- $L=4, J_1=4, J_2=0, M=2$
- $L=2, J_1=1, J_2=2, M=1$
- $L=4, J_1=4, J_2=0, M=1$
- $L=4, J_1=3, J_2=1, M=2$
- $L=4, J_1=3, J_2=2, M=1$

https://www.google.com/forms/d/2D8M20LkY0G0W14K2FndC_yq7119f28x8tE-wt

12/12

28/04, 1:52 p.m. Examen de Mecanismos AED-1343MENA, Unidad 1. Introducción a los Mecanismos

36. Para el maletero elevado de avión ¿Cuántos eslabones L , juntas de un grado de libertad J_1 , juntas de dos grados de libertad J_2 y la movilidad M (grados de libertad) hay? (Valor 7 puntos)



Mecanismo de arcón de equipaje elevado de avión.

Marca solo un óvalo.

- $L=4, J_1=4, J_2=0, M=1$
- $L=4, J_1=3, J_2=1, M=2$
- $L=4, J_1=4, J_2=0, M=2$
- $L=4, J_1=2, J_2=4, M=1$
- $L=5, J_1=5, J_2=1, M=1$

https://www.google.com/forms/d/2D8M20LkY0G0W14K2FndC_yq7119f28x8tE-wt

14/12

28/04, 1:53 p.m. Examen de Mecanismos AED-1343MENA, Unidad 1. Introducción a los Mecanismos

37. Para la silla plegable mostrada, ¿Cuántos eslabones L , juntas de un grado de libertad J_1 , juntas de dos grados de libertad J_2 y la movilidad M (grados de libertad) hay? (Valor 7 puntos)



Silla plegable.

Marca solo un óvalo.

- $L=4, J_1=3, J_2=1, M=2$
- $L=4, J_1=5, J_2=2, M=1$
- $L=4, J_1=4, J_2=0, M=2$
- $L=3, J_1=1, J_2=3, M=1$
- $L=4, J_1=4, J_2=0, M=1$

Este contenido no ha sido creado ni aprobado por Google.

Google Formularios

https://www.google.com/forms/d/2D8M20LkY0G0W14K2FndC_yq7119f28x8tE-wt

15/12

Para ver el cuestionario de evaluación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



EXU1-AED1043ME5
A - Formularios de C

Anexo 1.2

Presentaciones.

Presentación A1.1

Complemento educativo

IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LOS MECANISMOS Y CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

[Volver.](#)

[Volver Resumen](#)

Complemento Educativo PRESENTACIÓN A1.1

Importancia del estudio de los mecanismos y conceptos fundamentales.

Clasificación

Ministerio de Ciencia y Tecnología
Departamento de Física y Mecánica
Teoría y Práctica de la Robótica
Instituto Tecnológico de Tijuana

1

Contenido

1. Mecanismo, máquina, cinemática y dinámica.
2. Historia del estudio de mecanismos y aplicaciones.
3. Grados de libertad.
4. Tipos de movimiento.
5. Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas.
6. Diagramas cinemáticos.
7. Grados de libertad de un mecanismo.
8. Mecanismos y estructuras.

1.- Mecanismo, máquina, cinemática y cinética.

Mecanismo. Es un elemento o un conjunto de elementos de una máquina capaces de transmitir y transformar movimientos y fuerzas desde un elemento motor o conductor hasta un elemento conducido?

Máquina. Es en general, un conjunto de mecanismos diseñados para convertir energía, producir y transmitir fuerzas significativas?

2

Diferencias entre mecanismos y máquinas.

Cinemática. Es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos a través del espacio y el tiempo, sin tomar en cuenta las causas (fuerzas, etc.) que lo producen.

Dinámica. Posiciones, velocidades, aceleraciones lineales y angulares.

Cinética. Es la parte de la física que estudia las fuerzas de los cuerpos en movimiento a través del espacio y el tiempo.

Fuerzas, momentos, trabajo, potencia y aceleraciones lineales y angulares.

3

2.- Historia del estudio de los mecanismos y aplicaciones.

Matemáticas

Euler (1707-1783)

d'Alembert (1717-1783)

Lagrange (1736-1813)

Poisson (1781-1842)

Matemáticas de Mecanismos, S. XVII

Matemáticas de Mecanismos, S. XVIII

4

Geometría descriptiva (Gaspard Monge)

Ingeniería

Gaspard Monge (1746-1818)

Robert Willis (1800-1878)

Franz Reuleaux (1829-1905)

Alexander Kennedy (1847-1928)

Matemáticas de Mecanismos, S. XVII y XIX

5

Matemáticas de Mecanismos, S. XX

Matemáticas de Mecanismos, S. XXI

6

Aplicaciones de los mecanismos



7

3.- Grados de libertad.

Es el número de parámetros (movimientos) independientes que se requieren para definir de manera única la posición de un objeto, en el espacio en cualquier instante del tiempo.

¿Cuántos grados de libertad tiene el lápiz (objeto) sobre el plano?



¿Cuántos grados de libertad tiene el lápiz en el espacio 3D?

8

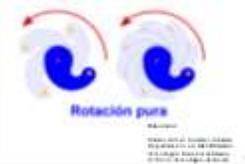
4.- Tipos de movimiento.

Un cuerpo rígido que se mueve en el plano (2D) puede tener los siguientes movimientos:

Traslación pura. Es un movimiento en el que todos los puntos del cuerpo describen trayectorias paralelas (curvilíneas o rectilíneas). Una línea de referencia trazada en el cuerpo cambia su posición lineal pero no su orientación angular.

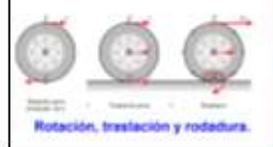


Rotación pura. Es un movimiento en el que todos los puntos, menos uno, del cuerpo describen arcos circulares alrededor de un punto estacionario (centro de rotación). Por lo tanto, una línea de referencia trazada en el cuerpo a nivel del centro cambia sólo su orientación angular.

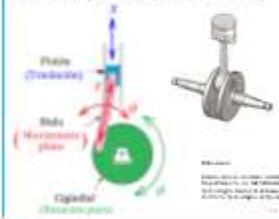


9

Movimiento plano (complejo). Es un movimiento combinado y simultáneo de rotación y traslación. Cualquier línea de referencia trazada en el cuerpo cambiará tanto su posición lineal como su orientación angular. Los puntos en el cuerpo recorren trayectorias no paralelas, y habrá, en todo instante, un centro de rotación, el cual cambiará continuamente de ubicación.



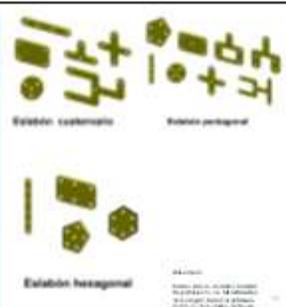
Un ejemplo de un mecanismo muy usado, es la manivela-camisa del motor de gasolina. El pistón es la camisa y tiene traslación, el cigüeñal tiene rotación pura y la biela tiene traslación + oscilación de forma simultánea.



10

5.- Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas.

Eslabón. Es un cuerpo rígido que posee por lo menos dos nodos que son puntos de unión con otros eslabones. De acuerdo con el número de nodos, los eslabones pueden ser binarios (2 nodos), ternarios (3 nodos), cuaternarios (4 nodos), etc.



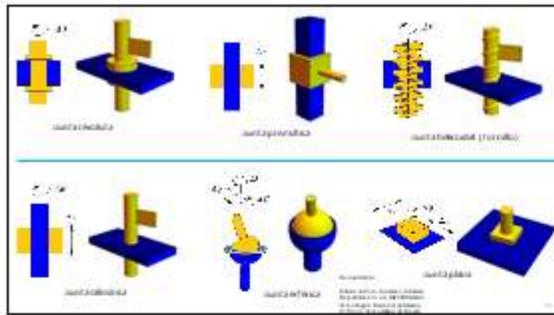
11

Junta o pares cinemáticos. Es una conexión entre dos o más eslabones (en sus nodos), la cual permite algún movimiento, entre los eslabones conectados. Las juntas se pueden clasificar de varias formas:

- 1.- Por el tipo de contacto entre elementos, de línea, de punto o de superficie.
- 2.- Por el número de grados de libertad permitidos en la junta.
- 3.- Por el tipo de cierre físico de la junta, cerrada por fuerza o por forma.
- 4.- Por el número de eslabones unidos (orden de la junta).



12



13

Cadena cinemática. - Es un ensamble de eslabones y juntas interconectados de modo que produzcan un movimiento controlado en respuesta a un movimiento suministrado.

Mecanismo. - Es una cadena cinemática en la cual por lo menos un eslabón se ha "fijado" o sujeto al marco de referencia (fija o algo en movimiento).

Máquina. - Es una combinación de cuerpos mecánicos acomodados para hacer que las fuerzas mecánicas de la naturaleza realicen trabajo acompañadas por movimientos determinados.

14

Manivela. - Es un eslabón que tiene movimiento de rotación completa y está pivotado a la bancada.

Balancín. - Es un eslabón que tiene movimiento de rotación oscilatoria (de vaivén) y está pivotado a la bancada.

Acoplado. - Es un eslabón que tiene movimiento plano (complejo) y no está pivotado a la bancada.

Bancada. Es cualquier eslabón o eslabones que están fijos (inmóviles) con respecto al marco de referencia. El marco de referencia puede o no estar en movimiento.

Conector. - Es un junta, correspondiente a un caso particular de un balancín con una longitud infinita del eslabón, con movimiento lineal en posición.

15

6.- Diagramas cinemáticos.

Diagrama cinemático. - Es una representación esquemática y simplificada de un mecanismo. El diagrama usa simbología y debe incluir eslabones, juntas y la bancada.

Simbología para diagramas cinemáticos.

Ejemplo:

16

Identificación de eslabones.

Identificación de juntas.

17

7.- Grados de libertad o movilidad (M) de un mecanismo.

Grado de libertad. - Es el número de entradas que se necesita proporcionar para crear una salida predecible del mecanismo. Alternativamente, es el número de coordenadas independientes (movimientos) requerido para definir su posición, ver definición en el punto 3 (diapositiva 8).

Fórmula de Gruebler - Kutzbach. - Para determinar el número de grados de libertad o movilidad M de un mecanismo en 2-D (plano) se usa la ecuación siguiente:

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

donde:

- M = grados de libertad o movilidad del mecanismo.
- L = número de eslabones.
- J₁ = número de juntas de 1 grado de libertad (juntas completas).
- J₂ = número de juntas de 2 grados de libertad (semi-juntas).

18

Para determinar el número de grados de libertad o movilidad M de un mecanismo en 3-D (plano) se usa la ecuación siguiente:

$$M = 6(L - 1) - 5f_1 - 4f_2 - 3f_3 - 2f_4 - f_5$$

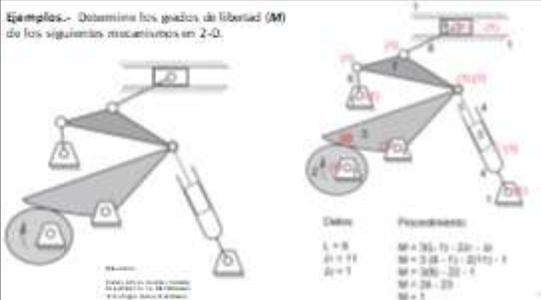
donde:

- M = grados de libertad o movilidad del mecanismo.
- L = número de eslabones.
- f_1 = número de juntas de 1 grado de libertad.
- f_2 = número de juntas de 2 grados de libertad.
- f_3 = número de juntas de 3 grados de libertad.
- f_4 = número de juntas de 4 grados de libertad.
- f_5 = número de juntas de 5 grados de libertad.



19

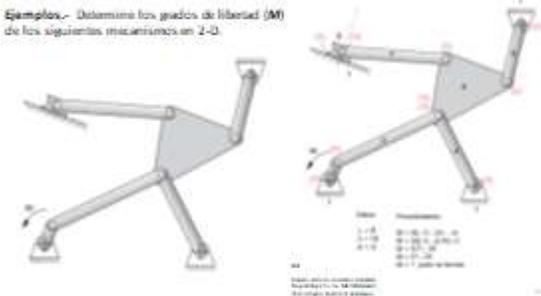
Ejemplos.- Determine los grados de libertad (M) de los siguientes mecanismos en 2-D.



Datos	Procedimiento
$L = 4$	$M = 2(4 - 1) - 2(4) = 0$
$J_1 = 4$	$M = 2(4 - 1) - 2(4) = 0$
$J_2 = 1$	$M = 2(5 - 1) - 2(5) - 1 = 1$
	$M = 2(5 - 1) - 2(5) - 1 = 1$
	$M = 1$

20

Ejemplos.- Determine los grados de libertad (M) de los siguientes mecanismos en 2-D.



Datos	Procedimiento
$L = 4$	$M = 2(4 - 1) - 2(4) = 0$
$J_1 = 4$	$M = 2(4 - 1) - 2(4) = 0$
$J_2 = 1$	$M = 2(5 - 1) - 2(5) - 1 = 1$
	$M = 1$

21

Ejemplos.- Determine los grados de libertad (M) de los siguientes mecanismos en 2-D.



Datos	Procedimiento
$L = 4$	$M = 2(4 - 1) - 2(4) = 0$
$J_1 = 4$	$M = 2(4 - 1) - 2(4) = 0$
$J_2 = 1$	$M = 2(5 - 1) - 2(5) - 1 = 1$
	$M = 1$

22

8.- Mecanismos y estructuras.

- Cuando la fórmula de Gruebler - Kutzbach da una movilidad $M > 0$, significa que el eslabonamiento atornillado es un **mecanismo**, es decir habrá movimiento relativo entre los eslabones.
- Cuando $M = 0$, el eslabonamiento atornillado es una **estructura**, significa que ningún eslabón tendrá movimiento.
- Cuando $M < 0$, el eslabonamiento atornillado es una **estructura hiperestática**, significa que los eslabones ensamblados serán fijos y además sobrecargados.

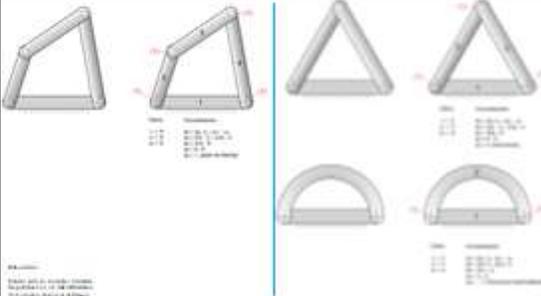


LOS MECANISMOS

estructura trussada, armazón para soporte

estructura hiperestática

23



Datos	Procedimiento
$L = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$
$J_1 = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$

Datos	Procedimiento
$L = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$
$J_1 = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$

Datos	Procedimiento
$L = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$
$J_1 = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$

Datos	Procedimiento
$L = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$
$J_1 = 3$	$M = 2(3 - 1) - 2(3) = 0$

24

Bibliografía.

- Robert J. Norton (2005) Diseño de mecanismos, síntesis y análisis de mecanismos y mecanismos, cuarta edición. Ed. Cengage. ISBN 9780203307634.
- HIGHTOWER, G. & DE C. O. (1984) MECANISMOS DE ENGRANES.
- Kuznetsov Nikolai y Chertov F. Nikolayevich (1998) Mecanismos y dinámica de maquinaria, segunda edición. Editorial IZEMAS. ISBN 9780950604904.
- Santafé de Bogotá (2012) Mecanismos y mecanismos, cuarta edición. Editorial Prentice Hall. ISBN 9780201321241.
- W.P. Spallin (1998) Design of Machine Elements, 6th Edition. Prentice Hall, Inc. ISBN 0-13-200911-9

- https://verba.es.ar/webj/images/16/16a/16a_mecanismo.png
- https://verba.es.ar/webj/images/16/16b/16b_pala_mecanismo.png
- https://verba.es.ar/webj/images/16/16c/16c_mecanismo.png
- https://verba.es.ar/webj/images/16/16d/16d_mecanismo.png
- https://verba.es.ar/webj/images/16/16e/16e_mecanismo.png
- https://verba.es.ar/webj/images/16/16f/16f_mecanismo.png

25

FIN

Gracias por su atención.

26

Para ver la presentación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



1.1.- Mecanismos,
conceptos e historia

Anexo 1.3

Soluciones a los ejercicios propuestos de la unidad 1

Ejercicio propuesto A1.1

[Volver.](#)

Complemento educacional

Determine los grados de libertad del eslabonamiento de la figura A1.1

Solución.

El diagrama cinemático del eslabonamiento se muestra en la figura A1.1.1. Se contabilizan 6 eslabones ($L = 6$), 7 juntas de revoluta simples ($J_1 = 7$) y ninguna de dos grados de libertad ($J_2 = 0$).

Sustituyendo los datos previos en la ec. (1.1), escribimos

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

$$M = 3(6 - 1) - 2(7) - 0$$

$$M = 3(5) - 14$$

$$M = 15 - 14$$

$$M = 1 \text{ grado de libertad.}$$

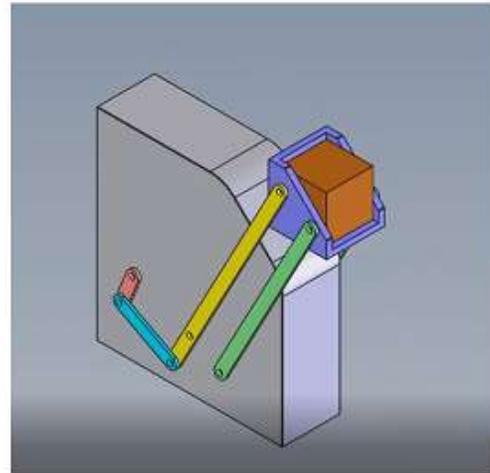


Figura A1.1

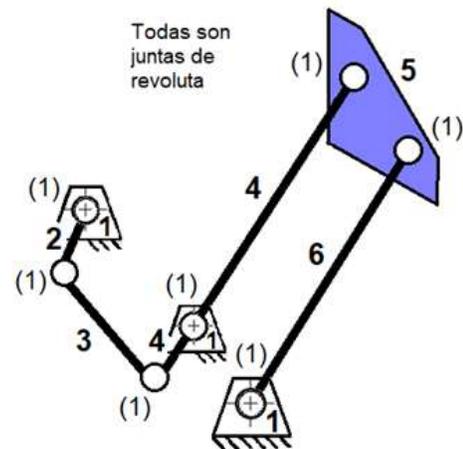


Figura A1.1.1

Ejercicio propuesto A1.2[Volver.](#)**Complemento educacional**

Determine los grados de libertad del cuadro de la bicicleta de la figura A1.2.

Solución.

El diagrama cinemático del eslabonamiento se muestra en la figura A1.2.1. Se contabilizan 4 eslabones ($L = 4$), 4 juntas de revoluta simples ($J_1 = 4$) y ninguna de dos grados de libertad ($J_2 = 0$).

Sustituyendo los datos previos en la ec. (1.1), escribimos

$$M = 3(L - 1) - 2J_1 - J_2$$

$$M = 3(4 - 1) - 2(4) - 0$$

$$M = 3(3) - 8$$

$$M = 9 - 8$$

$$M = 1 \text{ grado de libertad.}$$



Figura A1.2

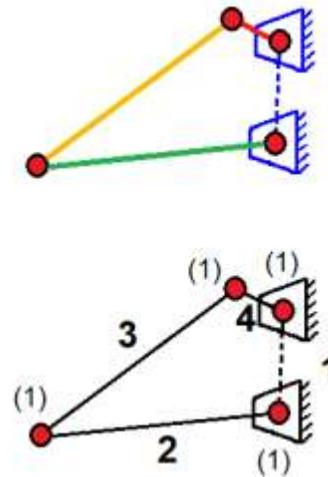


Figura A1.2.1

Tema No. 2 Análisis cinemático de mecanismos planos

Competencias específicas.

Al finalizar este tema el lector será competente en:

- Analizar mecanismos planos para la determinación de la posición, velocidad y aceleración empleando diferentes métodos y con la aplicación de software.

Competencias genéricas.

Al finalizar este tema el lector habrá adquirido:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.
- Capacidad de aplicar los conocimientos a la práctica.
- Conocimiento sobre el área de estudio y la profesión.
- Capacidad de investigación.
- Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas.
- Capacidad de trabajo en equipo.
- Habilidad para trabajar en forma autónoma.

Actividades de aprendizaje.

Al finalizar este tema el lector aprenderá:

- Investigar aplicaciones de mecanismos en diferentes sistemas mecánicos.
- Determinar la posición de los eslabones de un mecanismo de cuatro barras articuladas, aplicando ecuaciones de cierre (números complejos).
- Determinar la velocidad y aceleración de los eslabones de un mecanismo de cuatro barras articuladas, aplicando métodos gráficos, centros instantáneos y ecuaciones de cierre (números complejos).
- Analizar la cinemática de mecanismos planos articulados con software.

2.1 Análisis de posición de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico

El análisis de posición de mecanismos planos o en 2-D se consigue usando métodos gráficos o analíticos, basados en vectores y números complejos. La determinación de la posición se limitará a tres mecanismos, el primero es el mecanismo de cuatro barras articuladas, el segundo es el mecanismo de manivela - corredera y el tercero es el mecanismo de manivela - corredera invertido.

Análisis gráfico de la posición del mecanismo de cuatro barras articulado.

Cualquier mecanismo de 4 barras, como el mecanismo O_2ABO_4 de la figura 2.1 y cuyas longitudes de sus eslabones se conocen, tiene 1 grado de libertad, es decir se requiere sólo un parámetro para definir por completo las posiciones de todos los eslabones. El parámetro usualmente elegido es el ángulo del eslabón 2 (eslabón de entrada), representado como θ_2 en la figura 2.1, que es donde se sitúa la flecha del motor que impulsará el mecanismo. En consecuencia, se requiere definir las posiciones de los eslabones 3 y 4, denotados como θ_3 y θ_4 respectivamente.

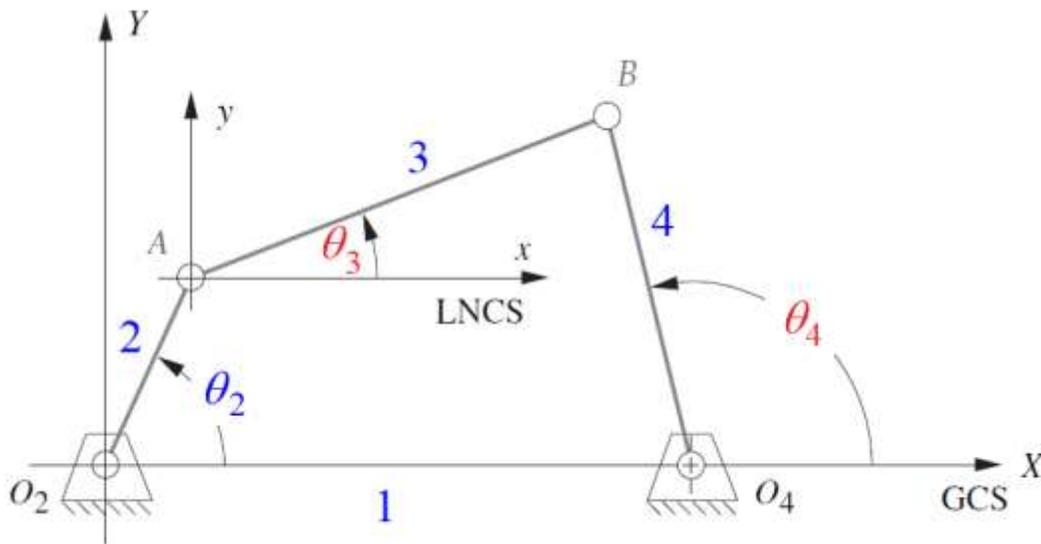


Figura 2.1. Mecanismo de cuatro barras articuladas y medición de ángulos θ_3 y θ_4 . Adaptación de [1].

En la figura 2.1, el eslabón 1 es la bancada (eslabón fijo), el eslabón 2 es la entrada (motor), el eslabón 3 es el acoplador, y el eslabón 4 es la salida. Observe que todos los ángulos de los

eslabones se miden con respecto a un eje X positivo. Además, se creó un sistema de ejes xy local, paralelo al sistema XY global en el punto A para medir θ_3 .

La solución gráfica de posición y la medición de los ángulos θ_3 y θ_4 del mecanismo de la figura 2.1 se muestra en la figura 2.2. El procedimiento gráfico es simple y se realiza con trazos geométricos usando regla, compás y transportador. Los datos requeridos para el trazo son las cuatro longitudes a, b, c, d correspondientes a los eslabones 2, 3, 4 y 1 respectivamente, y el ángulo θ_2 del eslabón de entrada, todos indicados en azul.

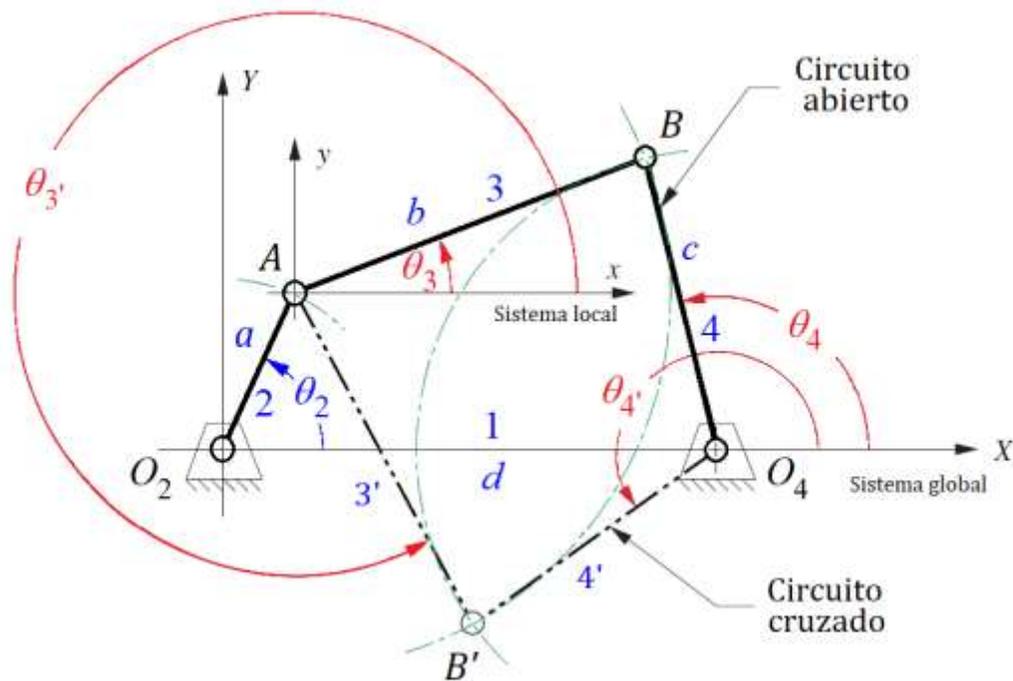


Figura 2.2. Solución de la posición gráfica de las configuraciones abierta y cruzada del mecanismo de cuatro barras. Adaptación de [1].

Una vez dibujado un sistema de ejes cartesianos globales XY, el procedimiento del trazo gráfico es como sigue:

- 1.- Se dibuja la bancada (1) y el eslabón de entrada (2) a una escala conveniente, de modo que se corten en el origen O_2 del sistema de coordenadas XY global con el eslabón 2 colocado en el ángulo de entrada θ_2 . Por conveniencia, el eslabón 1 se dibuja a lo largo del eje X.
- 2.- El compás se abre a la longitud a escala del eslabón 3 y se traza un arco de ese radio a partir del punto A (extremo del eslabón 2).

3.- Se abre el compás a la longitud a escala del eslabón 4 y se traza un segundo arco en torno al punto O_4 (extremo del eslabón 1).

4.- Los dos arcos trazados, tendrán dos intersecciones en B y B' que definen las dos soluciones al problema de posición de un mecanismo de cuatro barras, el cual puede ensamblarse en dos configuraciones llamadas circuitos, designados como abierto y cruzado.

Los ángulos de los eslabones 3 y 4 se miden con un transportador. Un circuito tiene los ángulos θ_3 y θ_4 y el otro θ_3' y θ_4' . La precisión de esta solución gráfica se verá limitada por el cuidado y habilidad para dibujar y por las limitaciones del transportador. No obstante, se puede hallar una solución aproximada muy rápida para cualquier posición.

Análisis vectorial de la posición del mecanismo de cuatro barras articulado.

Una solución gráfica sólo es válida para el valor particular del ángulo de entrada θ_2 utilizado. Para cada análisis de posición adicional habrá que volver a dibujar por completo, lo cual puede ser tedioso si se requieren analizar múltiples posiciones. Para evitar lo anterior, se utiliza un procedimiento analítico basado en vectores y números complejos que puede resolverse en un PC. Para este fin, el mecanismo de cuatro barras articulado se vuelve a dibujar utilizando suma vectorial en azul, ver la figura 2.3 y a partir de ello se establece la ecuación de lazo vectorial correspondiente.

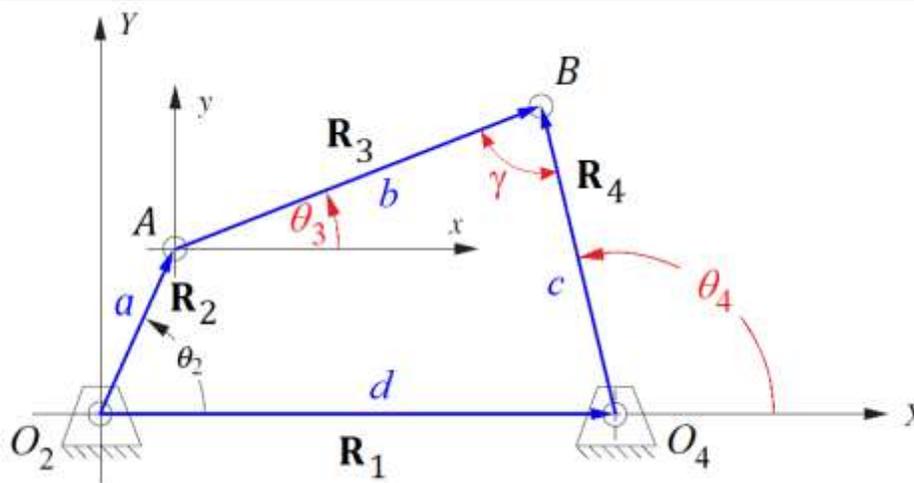


Figura 2.3. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de cuatro barras articulado. Adaptación de [1].

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{0} \quad (2.1a)$$

Sustituyendo la notación de número complejo para cada vector de posición de la figura 2.3 en la ec. (2.1a).

$$ae^{j\theta_2} + be^{j\theta_3} - ce^{j\theta_4} - de^{j\theta_1} = 0 \quad (2.1b)$$

Para resolver la forma polar de la ec. (2.1b), se deben sustituir la identidad de Euler para los términos $e^{j\theta}$, y luego dividir la forma cartesiana de la ecuación vectorial en dos ecuaciones escalares, correspondientes a la parte real e imaginaria de la representación con números complejos.

$$a(\cos\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) + b(\cos\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) - c(\cos\theta_4 + j\text{sen}\theta_4) - d(\cos\theta_1 + j\text{sen}\theta_1) = 0 \quad (2.1c)$$

La ec. (2.1c) puede dividirse en sus partes real e imaginaria y cada una se iguala a cero. La parte real queda como

$$a \cos\theta_2 + b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d\cos\theta_1 = 0$$

Pero: $\theta_1 = 0$, así que

$$a \cos\theta_2 + b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d = 0 \quad (2.2)$$

similarmente, la parte imaginaria, con las j se eliminan, queda como

$$a \text{sen}\theta_2 + b \text{sen}\theta_3 - c \text{sen}\theta_4 = 0 \quad (2.3)$$

Las ecs. (2.2) y (2.3) se resuelven de manera simultánea para θ_3 y θ_4 . Resolver este sistema de dos ecuaciones simultáneas requiere de sustituciones trigonométricas, uso de identidades, por lo tanto, el procedimiento se deja como práctica para al lector. Los resultados se resumen a continuación.

Para el cálculo del ángulo de salida θ_4 , se evalúan seis ecuaciones preliminares, correspondientes a las constantes K_1, K_2, K_3, A, B y C todas dependientes de las longitudes conocidas a, b, c y d de los eslabones y del ángulo θ_2 . Estas constantes son:

$$\left. \begin{aligned}
 K_1 &= \frac{d}{a} \\
 K_2 &= \frac{d}{c} \\
 K_3 &= \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac} \\
 A &= \cos\theta_2 - K_1 - K_2 \cos\theta_2 + K_3 \\
 B &= -2\sin\theta_2 \\
 C &= K_1 - (K_2 + 1) \cos\theta_2 + K_3
 \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

después de los cálculos anteriores, los dos ángulos $\theta_{4,1,2}$ del eslabón de salida para las configuraciones abierta y cruzada se obtienen con

$$\theta_{4,1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \quad (2.5)$$

De forma similar, el cálculo del ángulo θ_3 del acoplador, involucra ecuaciones preliminares, correspondientes a las constantes K_1, K_4, K_5, D, E y F todas dependientes de las longitudes conocidas a, b, c y d de los eslabones y del ángulo θ_2 . Estas constantes son:

$$\left. \begin{aligned}
 K_1 &= \frac{d}{a} \\
 K_4 &= \frac{d}{b} \\
 K_5 &= \frac{c^2 - d^2 - a^2 - b^2}{2ab} \\
 D &= \cos\theta_2 - K_1 + K_4 \cos\theta_2 + K_5 \\
 E &= -2\sin\theta_2 \\
 F &= K_1 + (K_4 - 1) \cos\theta_2 + K_5
 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

después de los cálculos anteriores, los dos ángulos $\theta_{3\ 1,2}$ del eslabón acoplador para las configuraciones abierta y cruzada se obtienen con

$$\theta_{3\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) \quad (2.7)$$

El ángulo que se forma entre los eslabones acoplador y salida, indicado con la letra griega gama “ γ ” en rojo de la figura 2.3 se conoce como ángulo de trasmisión, y es un indicador de la eficacia de la cadena cinemática para transmitir fuerza del eslabón de entrada al eslabón de salida. La magnitud de γ se obtiene con las siguientes relaciones

$$z^2 = a^2 + d^2 - (2ad)\cos\theta_2 \quad (2.8)$$

$$\gamma = \pm \cos^{-1} \left(\frac{z^2 - b^2 - c^2}{-2bc} \right) \quad (2.9)$$

Habrán dos valores del ángulo γ correspondientes a las configuraciones abierta y cruzada del mecanismo.

En general, para una mejor transmisión de fuerza en el mecanismo, el ángulo de trasmisión γ debe estar en los intervalos de $45^\circ \leq \gamma \leq 135^\circ$ para una configuración o $225^\circ \leq \gamma \leq 315^\circ$ para la otra configuración. Es decir, cuanto más cercano sea γ a $+90^\circ$ o -90° será mejor la transmisión. Para valores de γ inferiores a los citados, los eslabones acoplador y salida tienden a ser colineales y con ello a atascarse debido a la fricción en las juntas [Mabie et al.]. Por ello, es necesario verificar el ángulo de trasmisión durante el diseño de mecanismos de eslabonamientos articulados.

Ejercicio 2.1/casos prácticos**Complemento educacional**

Para el mecanismo de cuatro barras articuladas de la figura 2.4 con $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, determine:

- La condición de Grashof y en su caso, los intervalos de movimiento θ_2 y θ_4 y los correspondientes ángulos de transmisión γ .
- ¿Es posible ensamblar el eslabonamiento con $\theta_2 = 60^\circ$?, de ser posible determine θ_3 y θ_4 para los circuitos abierto y cruzado.

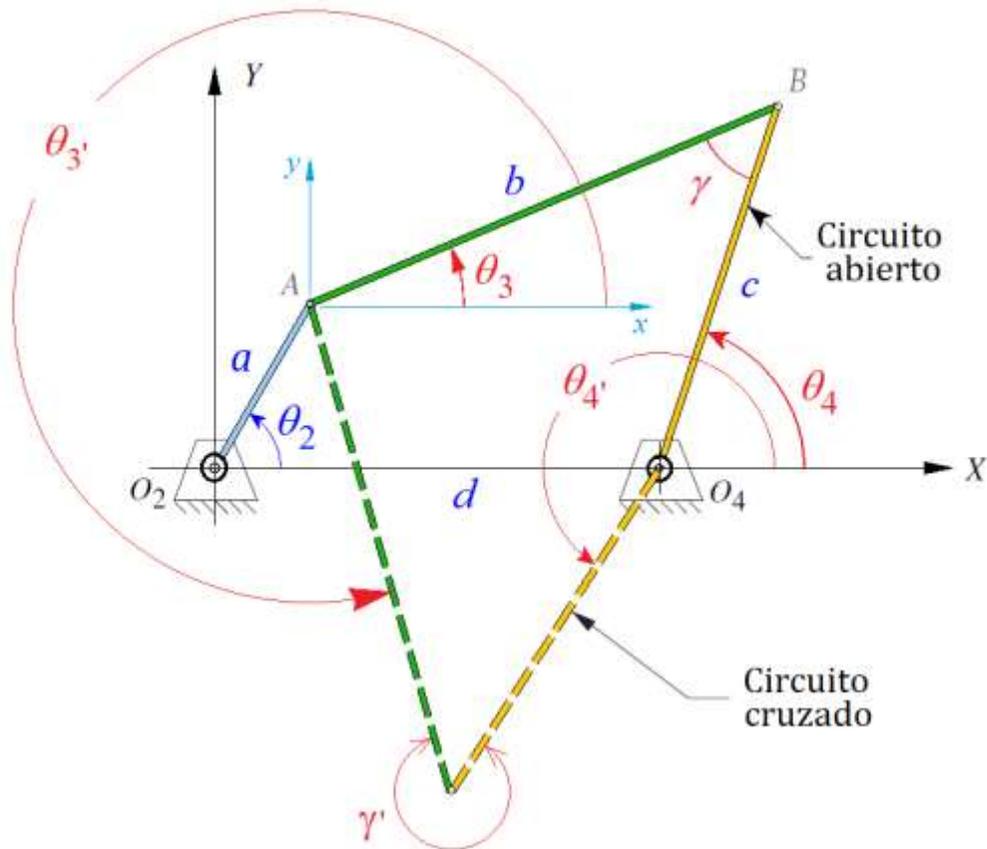


Figura 2.4

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$ y $\theta_2 = 60^\circ$.

a) Se identifica que $L = 8$, $S = 3$, $P = 7$, $Q = 6$ y se verifica que $L < S + P + Q$, $8 < 16$ (el ensamble es posible), además $L + S = 11$ y $P + Q = 7 + 6 = 13$, $\therefore L + S < P + Q$, y se trata de una cadena tipo Grashof.

El eslabón más corto (entrada) es una manivela, es decir θ_2 es rotación completa. El eslabón de salida es balancín, es decir θ_4 es oscilación. Al estar colineales los eslabones de entrada y acoplador se obtiene un límite para θ_4 , ver la figura 2.5. La otra posición límite de θ_4 se obtiene al volver estar colineales la entrada y el acoplador, ver la figura 2.6.

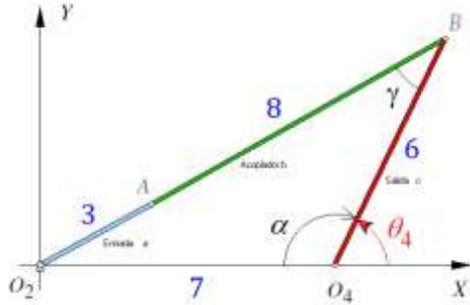


Figura 2.5

Aplicando ley de los cosenos al triángulo O_2O_4B .

$$\cos \alpha = \frac{7^2 + 6^2 - 11^2}{2(7)(6)} = -0.429, \quad \alpha = 115.4^\circ$$

$$\theta_4 = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 115.4^\circ \quad \therefore$$

$$\theta_4 = 64.6^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{11^2 + 6^2 - 7^2}{2(11)(6)} = 0.818, \quad \gamma = 35.1^\circ$$

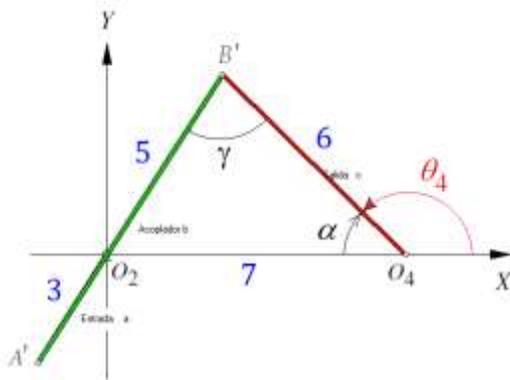


Figura 2.6

Aplicando ley de los cosenos al triángulo O_2O_4B' .

$$\cos \alpha = \frac{7^2 + 6^2 - 5^2}{2(7)(6)} = 0.714, \quad \alpha = 44.4^\circ$$

$$\theta_4 = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 44.4^\circ$$

$$\theta_4 = 135.6^\circ \quad \therefore$$

El intervalo de oscilación del eslabón de salida es

$$64.6^\circ \leq \theta_4 \leq 135.6^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2(5)(6)} = 0.200, \quad \gamma = 78.5^\circ$$

b) Debido a que el eslabón de entrada es una manivela (rotación completa) si es posible el ensamble con $\theta_2 = 60^\circ$ y los correspondientes ángulos θ_3, θ_4 se determinan a continuación:

- **Ángulo θ_4 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.4) y (2.5)

$$K_1 = \frac{d}{a} = \frac{7}{3}, \quad K_2 = \frac{d}{c} = \frac{7}{6}, \quad K_3 = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac} = \frac{3^2 - 8^2 + 6^2 + 7^2}{2(3)(6)} = \frac{5}{6}$$

$$A = \cos\theta_2 - K_1 - K_2 \cos\theta_2 + K_3 = \cos 60^\circ - \frac{7}{3} - \frac{7}{6} \cos 60^\circ + \frac{5}{6} = -\frac{19}{12}$$

$$B = -2\text{sen}\theta_2 = -2\text{sen}60^\circ = -1.732$$

$$C = K_1 - (K_2 + 1) \cos\theta_2 + K_3 = \frac{7}{3} - \left(\frac{7}{6} + 1\right) \cos 60^\circ + \frac{5}{6} = \frac{25}{12}$$

$$\theta_{4\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{(-1.732)^2 - 4 \left(-\frac{19}{12}\right) \left(\frac{25}{12}\right)}}{2 \left(-\frac{19}{12}\right)} \right)$$

$$\theta_{4\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{16.194}}{-\frac{19}{6}} \right) = 2 \tan^{-1}(-1.818, +0.724)$$

$$\theta_{4\ 1} = +71.81^\circ, \quad \theta_{4\ 2} = -122.37^\circ (237.63^\circ)$$

- **Ángulo θ_3 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.6) y (2.7)

$$K_1 = \frac{d}{a} = \frac{7}{3}, \quad K_4 = \frac{d}{b} = \frac{7}{8}, \quad K_5 = \frac{c^2 - d^2 - a^2 - b^2}{2ab} = \frac{6^2 - 7^2 - 3^2 - 8^2}{2(3)(8)} = -1.792$$

$$D = \cos\theta_2 - K_1 + K_4 \cos\theta_2 + K_5 = \cos 60^\circ - \frac{7}{3} + \frac{7}{8} \cos 60^\circ - 1.792 = -3.188$$

$$E = -2 \operatorname{sen}\theta_2 = -2 \operatorname{sen} 60^\circ = -1.732$$

$$F = K_1 + (K_4 - 1) \cos\theta_2 + K_5 = \frac{7}{3} + \left(\frac{7}{8} - 1\right) \cos 60^\circ - 1.792 = 0.479$$

$$\theta_{3\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{(-1.732)^2 - 4(-3.188)(0.479)}}{2(-3.188)} \right)$$

$$\theta_{3\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{9.108}}{-6.376} \right) = 2 \tan^{-1}(-0.745, +0.202)$$

$$\theta_{3\ 1} = +22.81^\circ, \quad \theta_{3\ 2} = -73.37^\circ (286.63^\circ)$$

La figura 2.7 muestra las configuraciones abierta y cruzada del mecanismo.

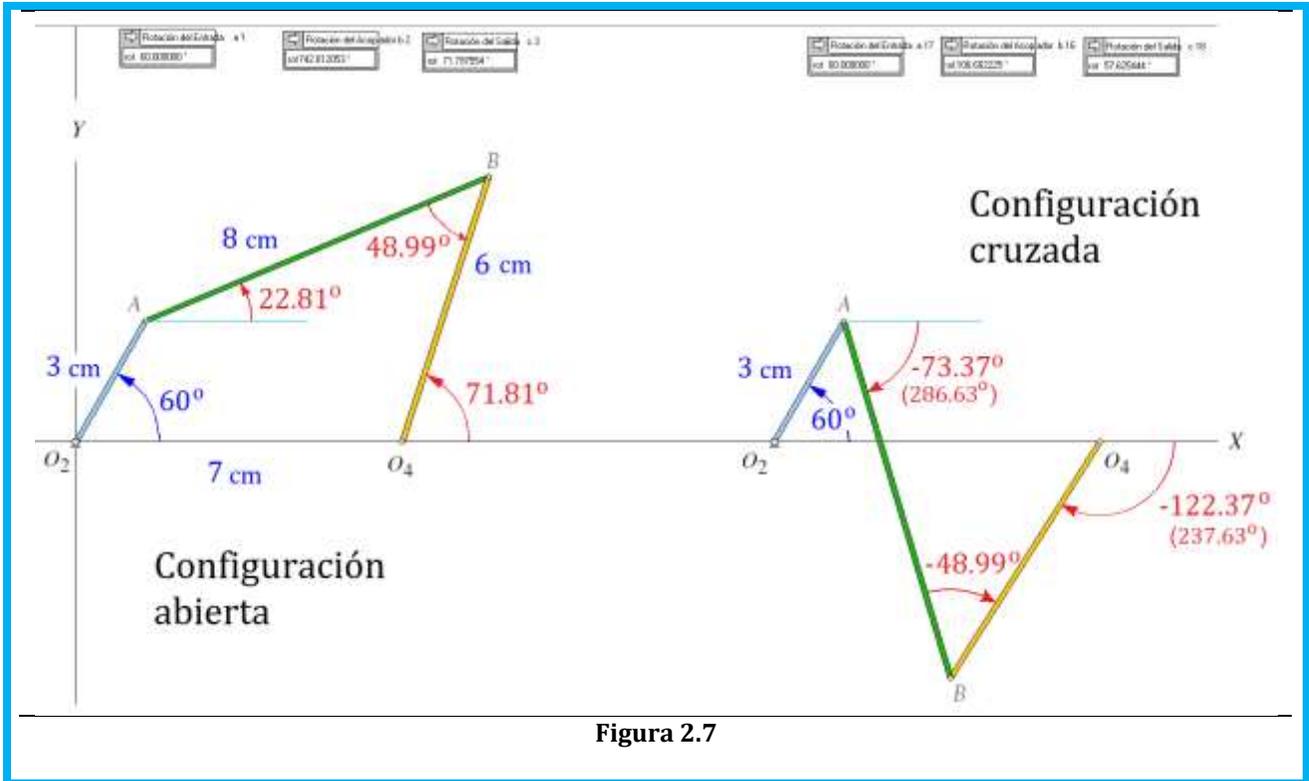


Figura 2.7



Ejercicio propuesto A2.1

Complemento educacional

Para el mecanismo de cuatro barras articuladas de la figura A2.1, con $a = 11 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$. Determine:

- La condición de Grashof, en su caso los intervalos de movimiento θ_2 y θ_4 y los respectivos ángulos de transmisión γ .
- ¿Es posible ensamblar el eslabonamiento con $\theta_2 = 60^\circ$?, de ser posible determine θ_3 y θ_4 para los circuitos abierto y cruzado.

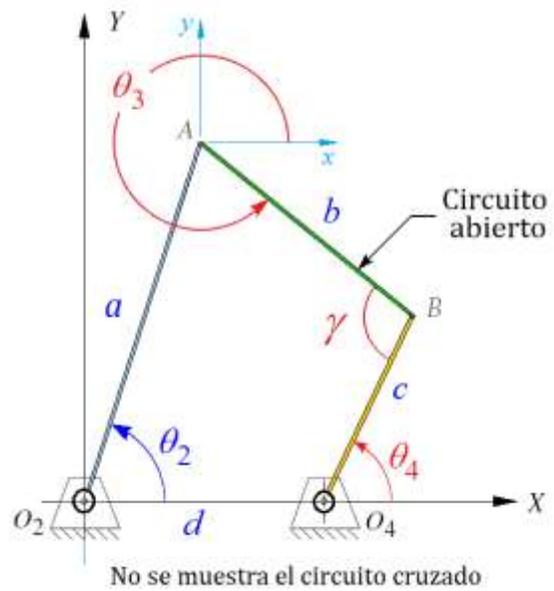


Figura A2.1

Mira la solución [aquí](#). 😊

Análisis gráfico de la posición del mecanismo de cuatro barras de manivela-corredera.

Un mecanismo de cuatro barras de un grado de libertad utilizado en motores de combustión interna, compresores y maquinaria industrial, es el mecanismo de manivela-corredera O_2AB , véase la figura 2.8. Cuando se conoce la longitud “ a ” del eslabón 2 (manivela), la longitud “ b ” del eslabón 3 (biela), la excentricidad “ c ” y el ángulo θ_2 , el análisis gráfico de la posición se reduce a determinar la orientación de la biela, dada por el ángulo θ_3 , y el desplazamiento “ d ” de la corredera.

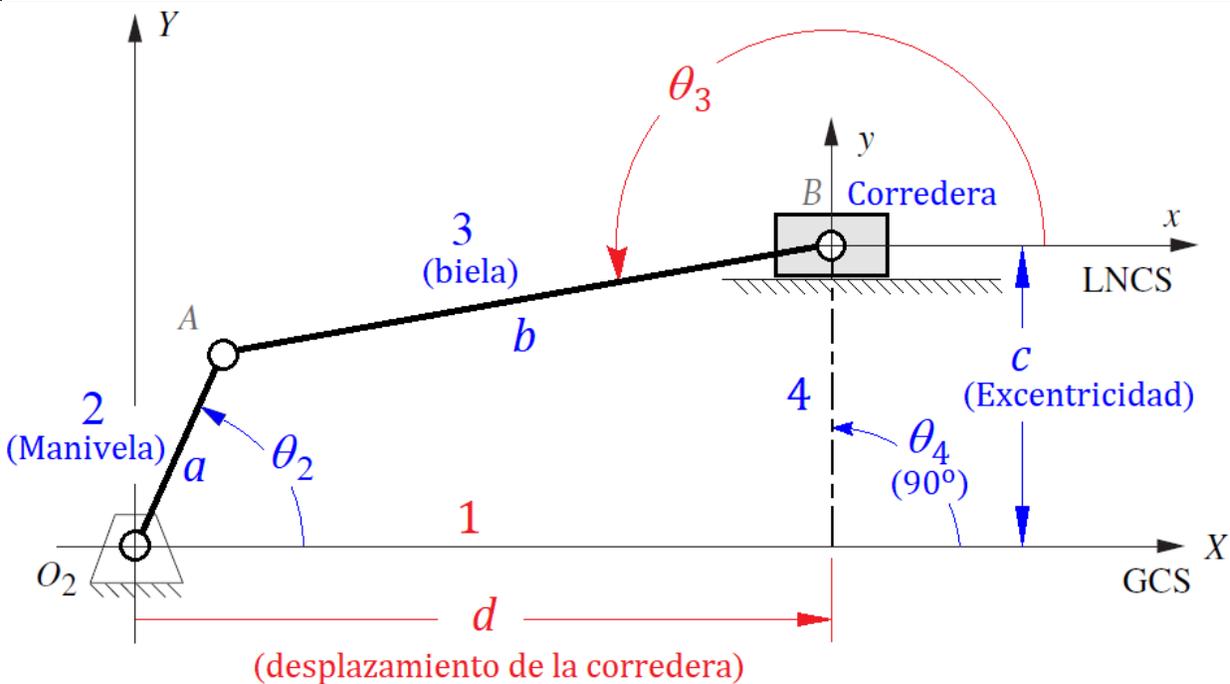


Figura 2.8. Solución de la posición gráfica del mecanismo de manivela-corredera. Adaptación de [1].

El trazo gráfico de este mecanismo es posible siempre que se cumpla que la excentricidad “ c ” sea $c < b - a$, y que la longitud de la biela sea mucho mayor que la longitud o radio de la manivela, es decir $b \gg a$. El procedimiento es como sigue:

- 1.- Se traza un sistema de ejes cartesianos globales XY y se dibuja el eslabón de entrada 2 (manivela) al ángulo θ_2 a una escala conveniente, de modo que un extremo de la manivela este en el origen O_2 del sistema global y el otro extremo sea el punto A .

2.- A partir de O_2 y a una distancia específica "4" en dirección vertical sobre el eje Y se traza una horizontal, correspondiente a la excentricidad y es la dirección de movimiento de la corredera. Por conveniencia, el desplazamiento de la corredera se leerá a lo largo del eje de movimiento de la corredera (en este caso es el eje X) e indicado como "1".

3.- El compás se abre a la longitud a escala del eslabón 3 (biela) y a partir del punto A (extremo de la manivela) se traza un arco de ese radio. El arco trazado tendrá dos puntos de intersección con la horizontal trazada en el punto anterior, que definen las dos soluciones al problema de posición del mecanismo de manivela-corredera, el cual puede ensamblarse en dos configuraciones.

4.- Para determinar los límites de movimiento de la corredera (con movimiento de vaivén), se traza a partir del origen O_2 y en una dirección una recta con una longitud a escala igual a la suma del eslabón 2 más el eslabón 3, es decir cuando están en *posición colineal extendido*, y se proyecta hasta que corte la horizontal del paso 2. La intersección de las dos líneas, será la posición de la corredera más alejada de O_2 . Se repite el procedimiento, pero se traza en la misma dirección y a partir de O_2 una recta igual a la resta del eslabón 3 menos el eslabón 2, es decir cuando están en *posición colineal traslapante*, y se proyecta hasta que corte la horizontal por el mismo lado. La intersección será la posición de la corredera más próxima a O_2 . Estos dos límites de movimiento de la corredera corresponden a una configuración.

5.- Se repite el paso anterior para identificar los dos límites de movimiento de la corredera para la segunda configuración, estos intervalos de movimiento serán idénticos, pero en el lado opuesto.

El ángulo del eslabón 3 (biela) con respecto a su eje de movimiento (en este caso la horizontal) se miden con un transportador. El desplazamiento de la corredera con respecto al origen O_2 se mide con una regla. La precisión de esta solución gráfica se verá limitada por el cuidado y habilidad para dibujar y por las limitaciones de la regla y el transportador. Sin embargo, se puede hallar una solución aproximada muy rápida para cualquier posición.

Análisis vectorial de la posición del mecanismo de cuatro barras de manivela-corredera.

Nuevamente, la solución gráfica es válida sólo para el valor particular del ángulo de entrada θ_2 utilizado. Para cada análisis de posición adicional habrá que volver a dibujar el mecanismo por completo, lo cual es tedioso si se requieren analizar múltiples posiciones. Para evitar lo anterior, se utiliza un procedimiento analítico basado en vectores y números complejos que puede resolverse en un PC. Para este fin, el mecanismo de manivela-corredera se vuelve a dibujar utilizando suma vectorial en azul, ver la figura 2.9 y a partir de ello se establece la ecuación de lazo vectorial correspondiente.

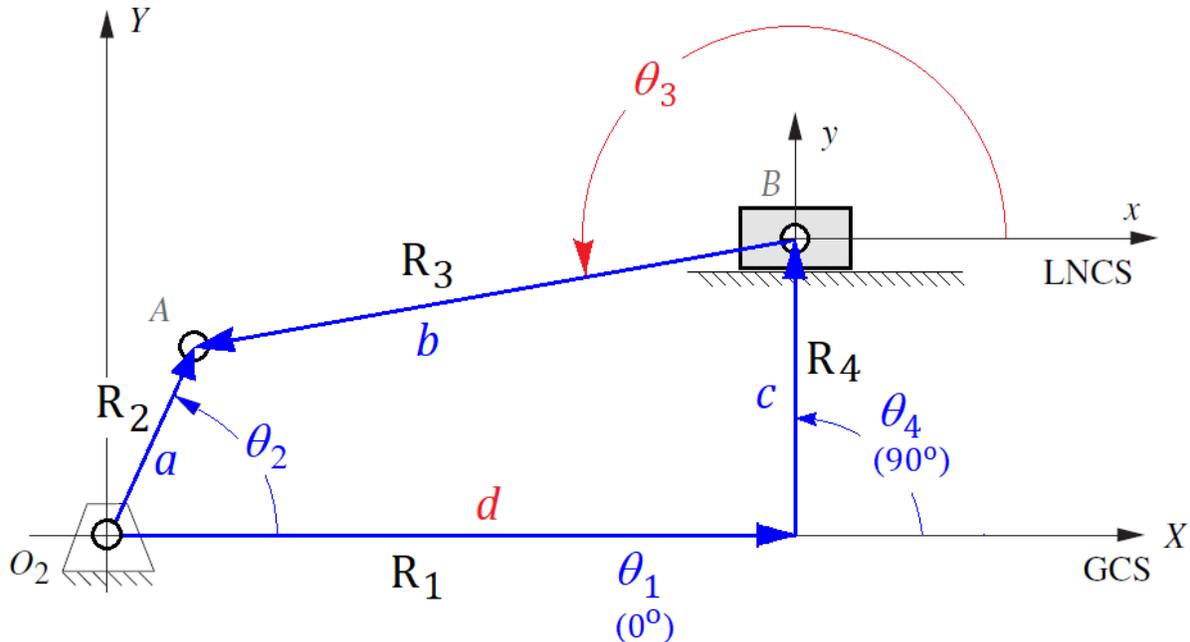


Figura 2.9. Lazo vectorial de posición del mecanismo de manivela-corredera. Adaptación de [1].

$$\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{0} \quad (2.10a)$$

Sustituyendo la notación de número complejo para cada vector de posición de la figura 2.9 en la ec. (2.10a).

$$ae^{j\theta_2} - be^{j\theta_3} - ce^{j\theta_4} - de^{j\theta_1} = 0 \quad (2.10b)$$

Para resolver la forma polar de la ec. (2.10b), se deben sustituir la identidad de Euler para los términos $e^{j\theta}$, y luego dividir la forma cartesiana de la ecuación vectorial en dos

ecuaciones escalares, correspondientes a la parte real e imaginaria de la representación con números complejos.

$$a(\cos\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) - b(\cos\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) - c(\cos\theta_4 + j\text{sen}\theta_4) - d(\cos\theta_1 + j\text{sen}\theta_1) = 0 \quad (2.10c)$$

La ec. (2.10c) puede dividirse en sus partes real e imaginaria y cada una se iguala a cero. La parte real queda como

$$a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d \cos\theta_1 = 0$$

Pero: $\theta_1 = 0$, así que

$$a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d = 0 \quad (2.11)$$

similarmente, la parte imaginaria, con las j se eliminan, queda como

$$a \text{sen}\theta_2 - b \text{sen}\theta_3 - c \text{sen}\theta_4 = 0 \quad (2.12)$$

Las ecs. (2.11) y (2.12) se resuelven de manera simultánea para las dos incógnitas, d y θ_3 . Resolver este sistema de dos ecuaciones simultáneas requiere de sustituciones trigonométricas, uso de identidades, por lo tanto, el procedimiento se deja como práctica para al lector. Los resultados se resumen a continuación.

Para el cálculo del ángulo θ_3 de la biela hay dos soluciones, correspondientes a las dos configuraciones de ensamble.

$$\left. \begin{aligned} \theta_{3_1} &= \text{sen}^{-1}\left(\frac{a \text{sen}\theta_2 - c}{b}\right) \\ \theta_{3_2} &= \text{sen}^{-1}\left(-\frac{a \text{sen}\theta_2 - c}{b}\right) + 180^\circ \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Los correspondientes desplazamientos " d " de la corredera se obtienen sustituyendo cada valor de θ_3 en la expresión siguiente

$$d = a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 \quad (2.14)$$

Ejercicio 2.2/casos prácticos**Complemento educacional**

Para el mecanismo de cuatro barras de manivela-corredera horizontal de la figura 2.10 con $a = 3 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$ y $c = 6 \text{ cm}$, determine:

- El intervalo de valores del desplazamiento “ d ” de la corredera.
- Suponga que $\theta_2 = 60^\circ$, determine los valores correspondientes del ángulo θ_3 y el desplazamiento “ d ” para las dos configuraciones y dibuje los dos posibles ensambles.

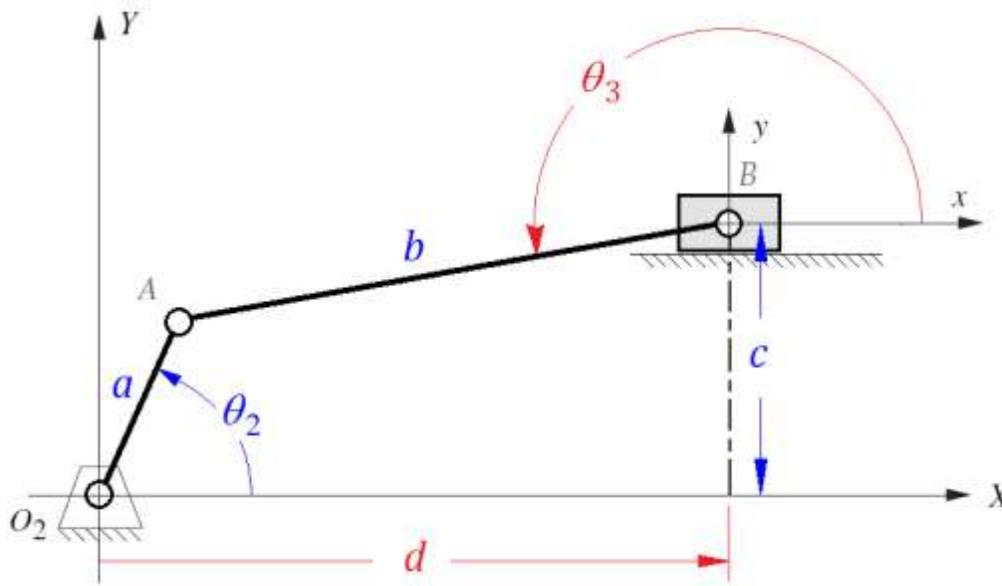


Figura 2.10

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$ y $c = 6 \text{ cm}$. Los datos cumplen con $b \gg a$, y $c < b - a$, por lo tanto, el mecanismo puede ser ensamblado.

a) Intervalo de valores del desplazamiento “ d ” de la corredera.

Se dibujan la manivela y la biela en posición colineal extendido y se determinan los correspondientes valores de θ_2 y “ d ” con trigonometría, esto da el límite superior de movimiento. Se vuelven a dibujar la manivela y la biela, pero en posición colineal traslapante y se determinan θ_2 y “ d ”, esto da el límite inferior de movimiento. El intervalo de movimiento “ d ” va del límite inferior al superior. El procedimiento es como sigue:

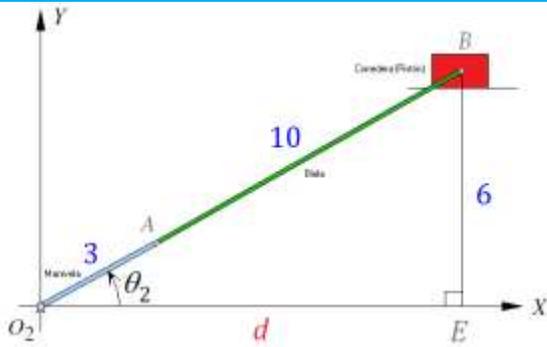


Figura 2.11

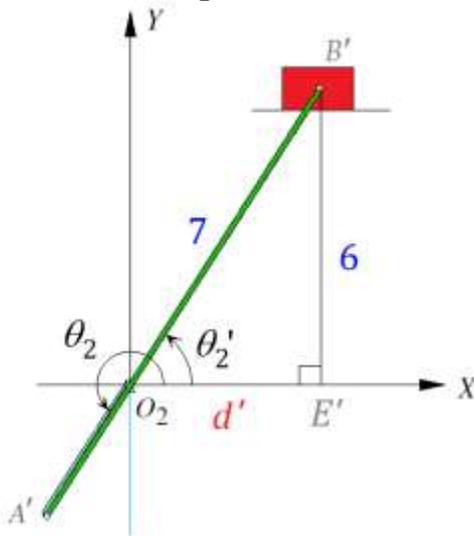


Figura 2.12

Para la posición colineal extendida y a partir del triángulo O_2EB se tiene que

$$\text{sen } \theta_2 = \frac{6}{13} = 0.462 \quad \theta_2 = 27.49^\circ$$

$$\text{cos } \theta_2 = \frac{d}{13}, \quad \text{cos } 27.49^\circ = \frac{d}{13}, \quad d = 11.53 \text{ cm}$$

Para la posición colineal traslapante y a partir del triángulo $O_2E'B'$

$$\text{sen } \theta_2' = \frac{6}{7} = 0.857, \quad \theta_2' = 59^\circ \quad \therefore$$

$$\theta_2 = 180^\circ + \theta_2' = 180^\circ + 59^\circ, \quad \theta_2 = 239^\circ$$

$$\text{cos } \theta_2' = \frac{d'}{7}, \quad \text{cos } 59^\circ = \frac{d'}{7}, \quad d' = 3.61 \text{ cm}$$

El intervalo de valores del desplazamiento de la corredera es de **$3.61 \leq d \leq 11.53 \text{ (cm)}$** cuando rota la manivela de $239^\circ \leq \theta_2 \leq 27.49^\circ$ y regresa los 7.92 cm para el resto de la rotación.

b) Debido a que el eslabón de entrada es una manivela (rotación completa) es posible el ensamble con $\theta_2 = 60^\circ$ y los correspondientes ángulos θ_3 y desplazamientos d son:

- **Ángulos θ_3 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.13) obtenemos las dos orientaciones de la biela.

$$\theta_{3_1} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{a \text{ sen}\theta_2 - c}{b}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{3 \text{ sen}60^\circ - 6}{10}\right) = \text{sen}^{-1}(-0.340),$$

$$\theta_{3_1} = -19.89^\circ \text{ (340.11}^\circ\text{)}$$

$$\theta_{3_2} = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{a \text{ sen}\theta_2 - c}{b}\right) + 180^\circ = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{3 \text{ sen}60^\circ - 6}{10}\right) + 180^\circ$$

$$\theta_{3_2} = \text{sen}^{-1}(0.340) + 180^\circ = 19.89^\circ + 180^\circ, \quad \rightarrow \quad \theta_{3_2} = 199.89^\circ$$

- **Desplazamientos d .**

Sustituyendo los datos y los dos valores de θ_3 en la ec. (2.14) obtenemos los desplazamientos d de la corredera para las dos configuraciones.

Para $\theta_{3_1} = 340.11^\circ$

$$d = a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 = 3 \cos 60^\circ - 10 \cos 340.11^\circ = \mathbf{-7.90 \text{ cm (izquierda del origen)}}.$$

Para $\theta_{3_2} = 199.89^\circ$

$$d = a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 = 3 \cos 60^\circ - 10 \cos 199.89^\circ = \mathbf{+10.90 \text{ cm (derecha del origen)}}.$$

La figura 2.13 muestra las dos configuraciones del ensamble de la manivela-corredera horizontal con excentricidad $c = 6 \text{ cm}$ arriba de O_2 .

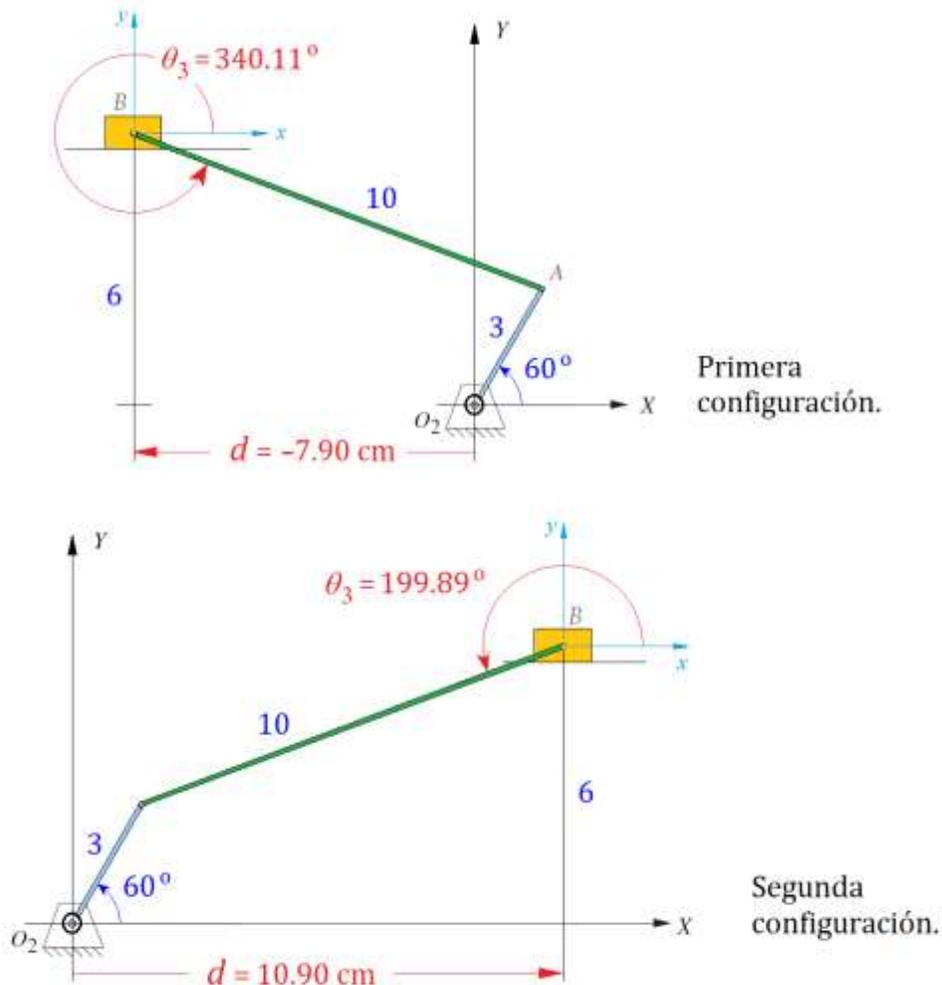


Figura 2.13



Ejercicio propuesto A2.2

Complemento educacional

Para el mecanismo de cuatro barras de manivela-corredera vertical de la figura A2.2 con $a = 5 \text{ cm}$ y $b = 12 \text{ cm}$, determine:

- El intervalo de valores del desplazamiento “ d ” de la corredera.
- Suponga que $\theta_2 = 305^\circ$, determine los valores correspondientes del ángulo θ_3 y el desplazamiento “ d ” para las dos configuraciones y dibuje los dos posibles ensambles.

Mira la solución [aquí](#). 😊

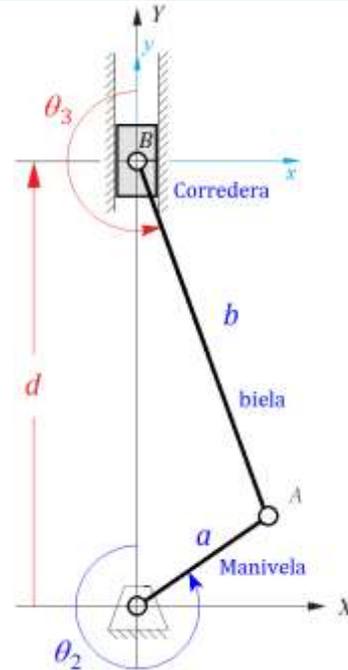


Figura A2.2

Análisis gráfico de la posición del mecanismo de manivela-corredera invertido.

Otro mecanismo de cuatro barras de un grado de libertad utilizado en maquinaria industrial y algunas máquinas herramientas, es el mecanismo de manivela-corredera invertido, véase la figura 2.14. Cuando se conoce la longitud “ a ” del eslabón 2 (manivela), la longitud “ c ” del eslabón 4 ranurado (eslabón de salida), la longitud “ d ” del eslabón 1 (bancada), el ángulo γ (orientación entre el eslabón 3 (biela) y 4 (salida)) y el ángulo θ_2 (orientación del eslabón 2), el análisis de la posición se reduce a determinar la orientación del eslabón ranurado de salida, dada por el ángulo θ_4 , y la orientación y longitud del eslabón 3 (biela), dados por el ángulo θ_3 , y la longitud variable “ b ”, respectivamente.

En este mecanismo, conforme rota la manivela 2, la biela 3 se desliza en vaivén sobre la ranura en B del eslabón 4 oscilante, acercándose o alejándose de A. Por lo tanto, el contacto

en B, es un punto móvil y presenta dos grados de libertad, no obstante, el mecanismo es de 1 grado de libertad.

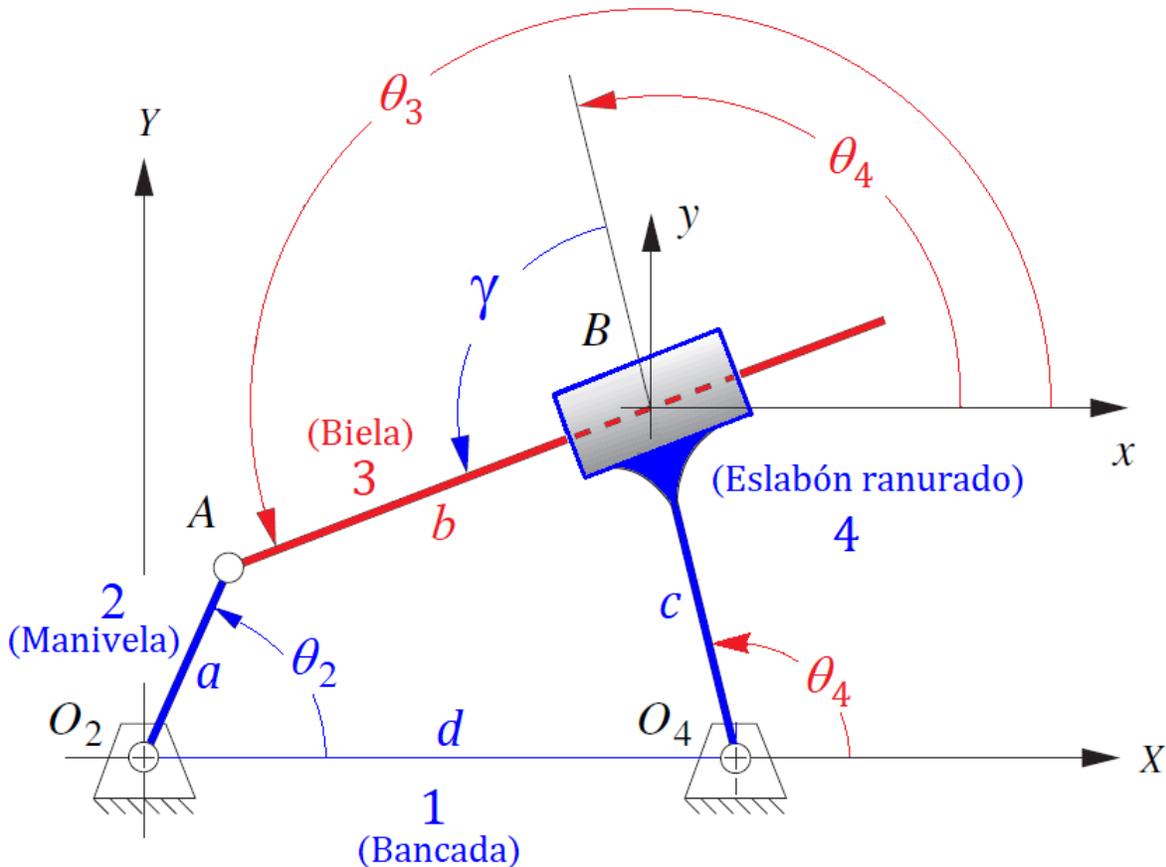


Figura 2.14. Solución de la posición gráfica del mecanismo de manivela-corredera invertido. Adaptación de [1].

El trazo gráfico de este mecanismo es posible siempre que se cumpla la condición de Grashof para una manivela-balancín ($L + S < P + Q$, y $S = a = \text{manivela}$), además $b > a$. Una vez trazado los ejes cartesianos X-Y globales el procedimiento es como sigue:

- 1.- En la intersección de los ejes X-Y se marca el pivote O_2 que será el origen, a partir de ahí y en el primer cuadrante se traza con regla y transportador, y a una escala conveniente, una línea continua con longitud "a" y ángulo θ_2 respecto a la horizontal, esta será la manivela, el extremo opuesto de la línea será el punto A.
- 2.- A partir del origen O_2 y a una distancia "d" hacia la derecha y en el eje X, se marca el pivote O_4 . La distancia $O_2 O_4$ es la longitud de la bancada o eslabón fijo.

3.- Con un compás, se traza con línea punteada un círculo con centro en el pivote O_4 y con un radio igual a la longitud "c", este trazo representará el movimiento de balancín del eslabón ranurado.

4.- Se calcula con fórmula los dos ángulos θ_4 correspondientes a las dos configuraciones de ensamble.

5.- A partir del pivote O_4 y en el primer cuadrante, se traza con regla y transportador y a una escala conveniente, una línea continua con longitud "c" y el primer ángulo θ_4 respecto a la horizontal. Este será el eslabón ranurado correspondiente a la primera configuración, el extremo opuesto de la línea será el punto B.

6.- Se repite el trazo anterior, pero usando el segundo ángulo θ_4 correspondiente a la segunda configuración. La distancia entre los puntos A y B para cada configuración corresponde a la longitud de la biela, y no son iguales.

El ángulo θ_3 del eslabón 3 (biela) con respecto a la horizontal se miden con un transportador. La distancia entre los puntos A y B denotada por "b" es el desplazamiento de la biela y se mide con una regla. La precisión de esta solución gráfica se verá limitada por el cuidado y habilidad para dibujar y por las limitaciones de la regla y el transportador. Sin embargo, se puede hallar una solución aproximada muy rápida para cualquier posición.

Análisis vectorial de la posición del mecanismo de manivela-corredera invertido.

Nuevamente, un procedimiento analítico y con números complejos se utiliza para resolver con precisión el problema de posición de mecanismos. Para este fin, el mecanismo de manivela-corredera invertido se vuelve a dibujar utilizando suma vectorial en azul, ver la figura 2.15 y a partir de ello se establece la ecuación de lazo vectorial correspondiente.

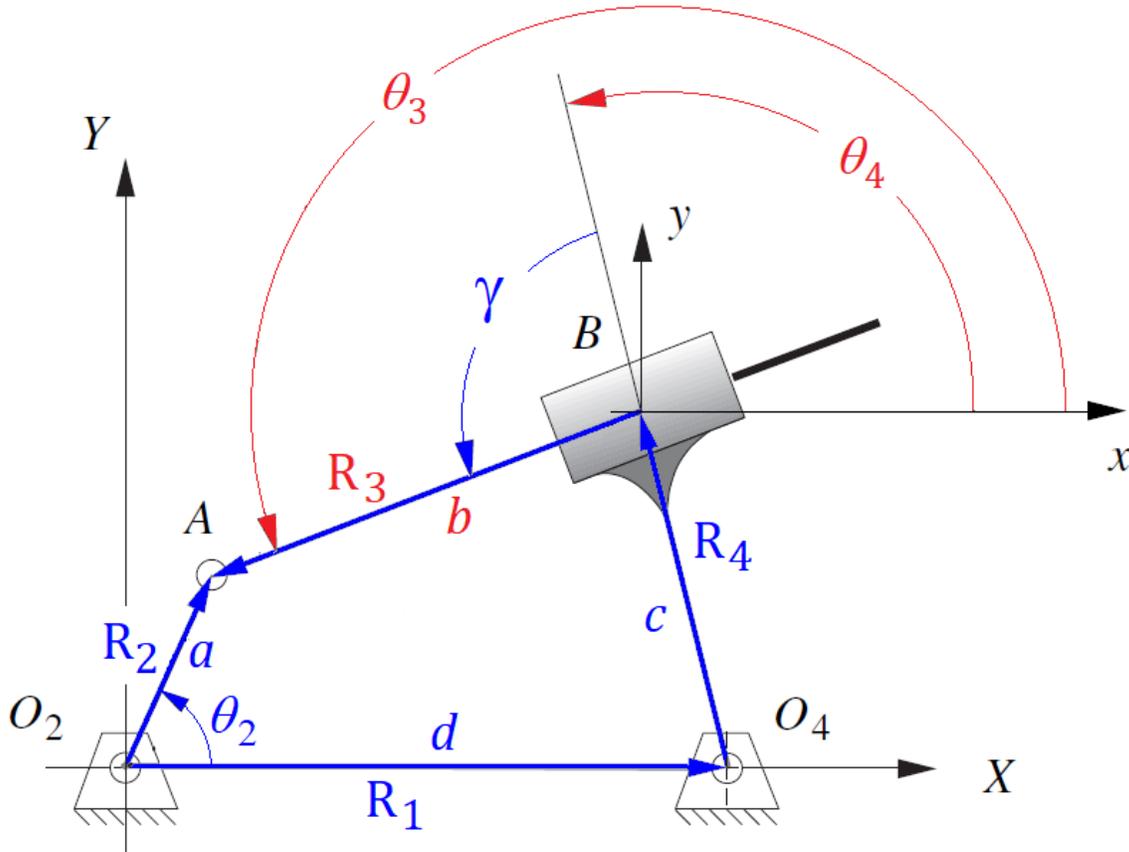


Figura 2.15. Lazo vectorial de posición del mecanismo de manivela-corredera invertido. Adaptación de [1].

$$\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_1 = \mathbf{0} \quad (2.15a)$$

Sustituyendo la notación de número complejo para cada vector de posición de la figura 2.15 en la ec. (2.15a).

$$ae^{j\theta_2} - be^{j\theta_3} - ce^{j\theta_4} - de^{j\theta_1} = 0 \quad (2.15b)$$

Para resolver la forma polar de la ec. (2.15b), se deben sustituir la identidad de Euler para los términos $e^{j\theta}$, y luego dividir la forma cartesiana de la ecuación vectorial en dos ecuaciones escalares, correspondientes a la parte real e imaginaria de la representación con números complejos.

$$a(\cos\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) - b(\cos\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) - c(\cos\theta_4 + j\text{sen}\theta_4) - d(\cos\theta_1 + j\text{sen}\theta_1) = 0 \quad (2.15c)$$

La ec. (2.15c) puede dividirse en sus partes real e imaginaria y cada una se iguala a cero. La parte real queda como

$$a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d \cos\theta_1 = 0$$

Pero: $\theta_1 = 0$, así que

$$a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 - c \cos\theta_4 - d = 0 \quad (2.16)$$

similarmente, la parte imaginaria, con las j se eliminan, queda como

$$a \operatorname{sen}\theta_2 - b \operatorname{sen}\theta_3 - c \operatorname{sen}\theta_4 = 0 \quad (2.17)$$

Las ecs. (2.16) y (2.17) contienen las tres incógnitas b, θ_3 y θ_4 . Para resolver este problema se requiere una tercera ecuación que relacione los ángulos θ_3 y θ_4 . En las figuras 2.14 y 2.15 el ángulo γ relaciona esos dos ángulos a través de la relación

$$\theta_3 = \theta_4 \pm \gamma \quad (2.18)$$

Las ecs. (2.16), (2.17) y (2.18) se resuelven de manera simultánea para las tres incógnitas, b, θ_3 y θ_4 . Resolver este sistema de tres ecuaciones simultáneas requiere de sustituciones trigonométricas, uso de identidades, por lo tanto, el procedimiento se deja como práctica para al lector. Los resultados se resumen a continuación.

Las ecuaciones preliminares incluyen:

$$\left. \begin{aligned} P &= a \operatorname{sen}\theta_2 \operatorname{sen} \gamma + (a \cos\theta_2 - d) \cos \gamma \\ Q &= -a \operatorname{sen}\theta_2 \cos \gamma + (a \cos\theta_2 - d) \operatorname{sen} \gamma \\ R &= -c \operatorname{sen} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

$$\left. \begin{aligned} S &= R - Q \\ T &= 2P \\ U &= Q + R \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Para el cálculo del ángulo θ_4 del eslabón ranurado hay dos soluciones, correspondientes a las dos configuraciones de ensamble.

$$\theta_{4\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-T \pm \sqrt{T^2 - 4 S U}}{2 S} \right) \quad (2.21)$$

Las dos orientaciones de la biela correspondientes a las dos configuraciones están dadas por la ec. (2.18)

$$\theta_3 = \theta_4 \pm \gamma \quad (2.18)$$

Finalmente, la longitud "b" de la biela variante se obtiene sustituyendo los valores de θ_3 y θ_4 en la expresión siguiente:

$$b = \frac{a \operatorname{sen}\theta_2 - c \operatorname{sen}\theta_4}{\operatorname{sen}\theta_3} \quad (2.22)$$

Ejercicio 2.3/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera invertida de la figura 2.16 con $a = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ y $\theta_2 = 60^\circ$, determine:

- a) Los valores de los ángulos θ_3 y θ_4 y las longitudes "b" de la biela para las dos configuraciones del ensamble.
- b) Dibuje los dos posibles ensambles del mecanismo.

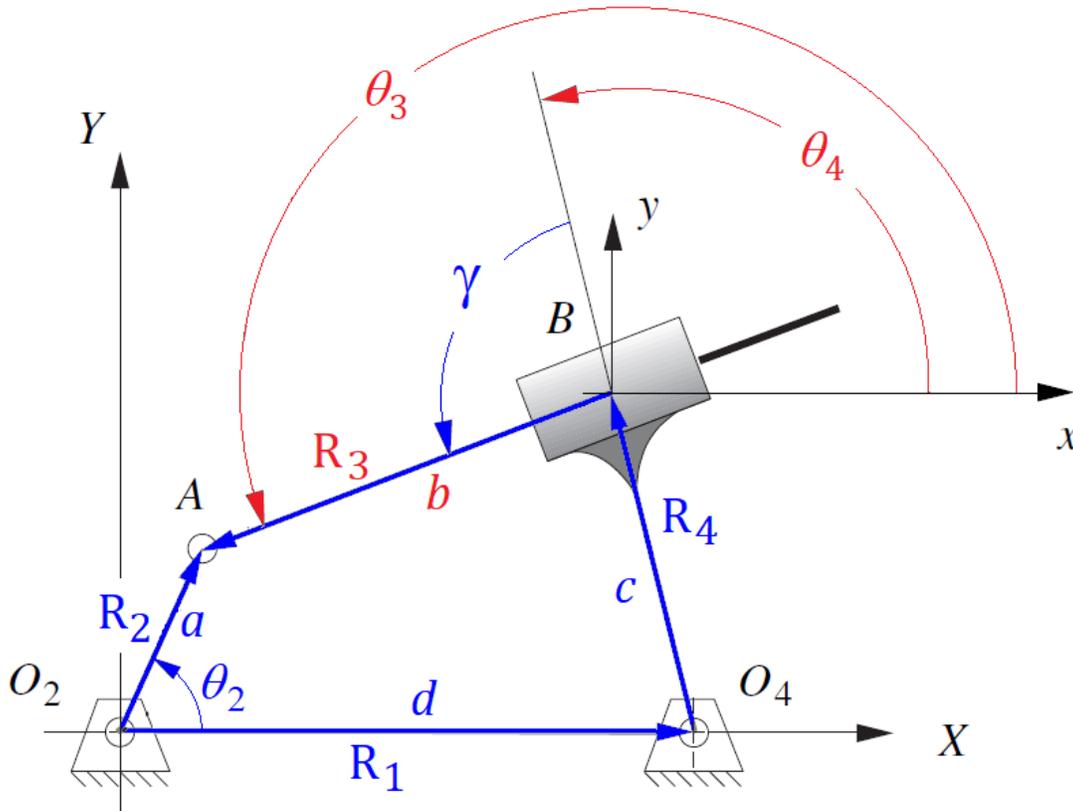


Figura 2.16

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ y $\theta_2 = 60^\circ$. El ensamble de este mecanismo de manivela-balancín es posible siempre que se cumpla la condición de Grashof ($L + S < P + Q$, y $S = a = 3$) y $b > 3$.

a) Ángulos θ_3 y θ_4 y longitud "b" de la biela.

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.18) a la (2.22) obtenemos θ_3 , θ_4 y b . El procedimiento es como sigue:

- Ángulos θ_4 .

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.19) obtenemos los parámetros P , Q y R .

$$P = a \operatorname{sen}\theta_2 \operatorname{sen}\gamma + (a \operatorname{cos}\theta_2 - d) \operatorname{cos}\gamma = 3 \operatorname{sen}60^\circ \operatorname{sen}90^\circ + (3 \operatorname{cos}60^\circ - 10) \operatorname{cos}90^\circ = 2.598$$

$$Q = -a \operatorname{sen}\theta_2 \operatorname{cos}\gamma + (a \operatorname{cos}\theta_2 - d) \operatorname{sen}\gamma = -3 \operatorname{sen}60^\circ \operatorname{cos}90^\circ + (3 \operatorname{cos}60^\circ - 10) \operatorname{sen}90^\circ = -8.5$$

$$R = -c \operatorname{sen}\gamma = -6 \operatorname{sen}90^\circ = -6$$

Sustituyendo P , Q y R en las ecs. (2.20) obtenemos los parámetros S , T y U .

$$S = R - Q = -6 - (-8.5) = 2.5$$

$$T = 2P = 2(2.598) = 5.196$$

$$U = Q + R = -8.5 + (-6) = -14.5$$

Sustituyendo S , T y U en la ec. (2.21) obtenemos los dos valores del ángulo θ_4 .

$$\theta_{4\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-T \pm \sqrt{T^2 - 4 S U}}{2 S} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-5.196 \pm \sqrt{5.196^2 - 4 (2.5) (-14.5)}}{2 (2.5)} \right)$$

$$\theta_{4\ 1,2} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-5.196 \pm 13.115}{5} \right), \quad \theta_{4\ 1,2} = 115.5^\circ \text{ y } -149.5^\circ$$

$$\theta_{4\ 1} = 115.5^\circ \text{ (abierta)}, \quad \theta_{4\ 2} = -149.5^\circ \text{ (210.5^\circ) (cruzada)}$$

- Ángulos θ_3 .

Sustituyendo los dos valores del ángulo θ_4 en la ec. (2.18) obtenemos los valores de θ_3 .

$$\text{Configuración abierta, } \theta_{3_1} = \theta_{4_1} + \gamma = 115.5^\circ + 90^\circ, \quad \theta_{3_1} = 205.5^\circ \text{ (abierta)}$$

$$\text{Configuración cruzada, } \theta_{3_2} = \theta_{4_2} - \gamma = 210.5^\circ - 90^\circ, \quad \theta_{3_2} = 120.5^\circ \text{ (cruzada)}$$

- Longitud b de la biela.

Sustituyendo los dos valores del ángulo θ_4 y los dos valores de θ_3 (por configuración) en la ec. (2.22) obtenemos los dos valores de b .

Configuración abierta, $b_1 = \frac{a \operatorname{sen}\theta_2 - c \operatorname{sen}\theta_{41}}{\operatorname{sen}\theta_{31}} = \frac{3\operatorname{sen}60^\circ - 6\operatorname{sen}115.5^\circ}{\operatorname{sen}205.5^\circ} = 6.55 \text{ cm}$

$b_1 = 6.55 \text{ cm}$

Configuración cruzada, $b_2 = \frac{a \operatorname{sen}\theta_2 - c \operatorname{sen}\theta_{42}}{\operatorname{sen}\theta_{32}} = \frac{3\operatorname{sen}60^\circ - 6\operatorname{sen}210.5^\circ}{\operatorname{sen}120.5^\circ} = 6.55 \text{ cm}$

$b_2 = 6.55 \text{ cm}$

b) Esquemas de las configuraciones abierta y cruzada.

En la figura 2.17 se ilustran las dos configuraciones del ensamble.

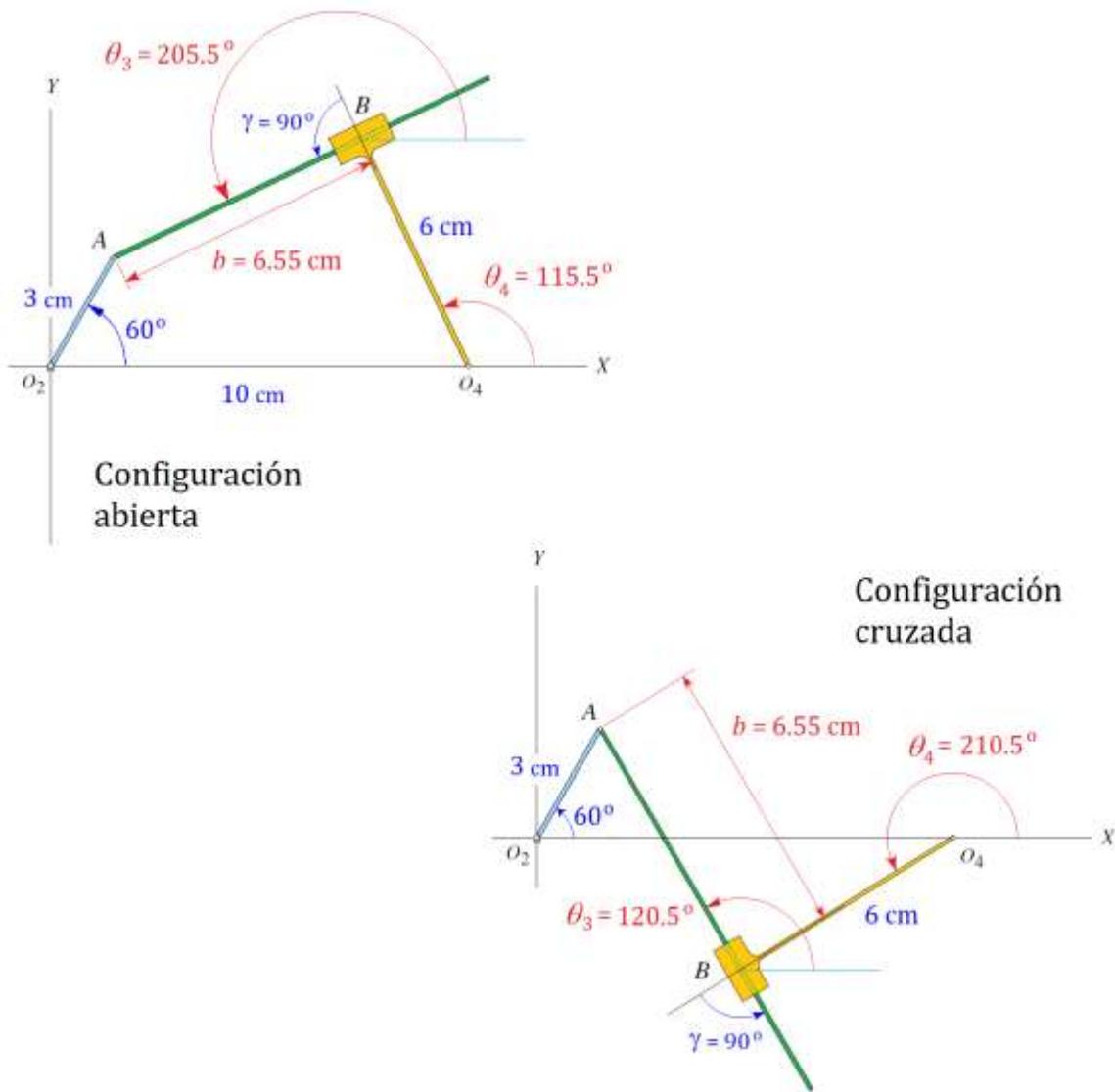


Figura 2.17



Ejercicio propuesto A2.3

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera invertida de la figura A2.3 con $a = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ y $\theta_2 = 200^\circ$, determine:

- Los valores de los ángulos θ_3 y θ_4 y las longitudes "b" de la biela para las dos configuraciones del ensamble.
- Dibuje los dos posibles ensambles del mecanismo.

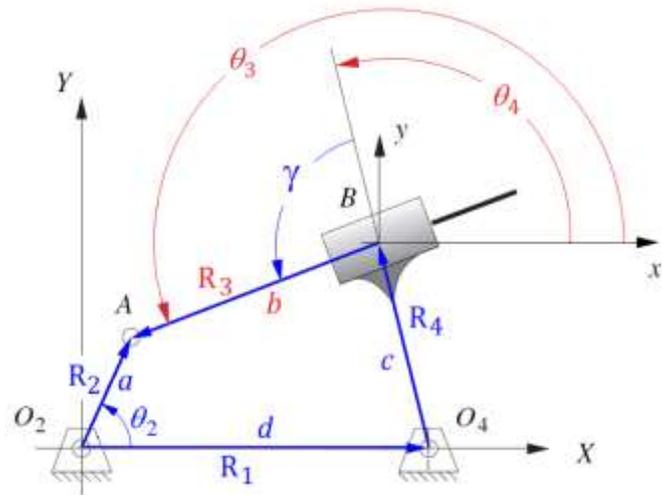


Figura A2.3

Mira la solución [aquí](#). 😊

2.2 Análisis de velocidad de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico

Para hacer análisis de velocidad en cualquier mecanismo, primero se resuelve el problema de análisis de posición, como se realizó en la sección anterior. Entonces, las ecuaciones de posición de lazo vectorial y números complejos se derivan respecto al tiempo para obtener las ecuaciones de velocidad. La determinación de la velocidad se limitará a tres mecanismos, el primero es el mecanismo de cuatro barras articuladas, el segundo es el mecanismo de manivela - corredera y el tercero es el mecanismo de manivela - corredera invertido.

Análisis de la velocidad del mecanismo de cuatro barras articulado.

Una vez resuelto el problema del análisis de posición del mecanismo de cuatro barras articulado se procede a resolver el problema de su velocidad. Para este fin se debe conocer el valor de la velocidad angular ω_2 de la manivela, que suele ser la velocidad de rotación del motor. En consecuencia, la solución gráfica o analítica para la velocidad del mecanismo de

cuatro barras, produce una respuesta consistente de 5 resultados, que incluyen, la velocidad angular ω_3 del eslabón acoplador, la velocidad angular ω_4 del eslabón de salida, la velocidad absoluta V_A del punto A , la velocidad absoluta V_B del punto B y la velocidad relativa V_{AB} del punto B respecto al punto A , véase la figura 2.18.

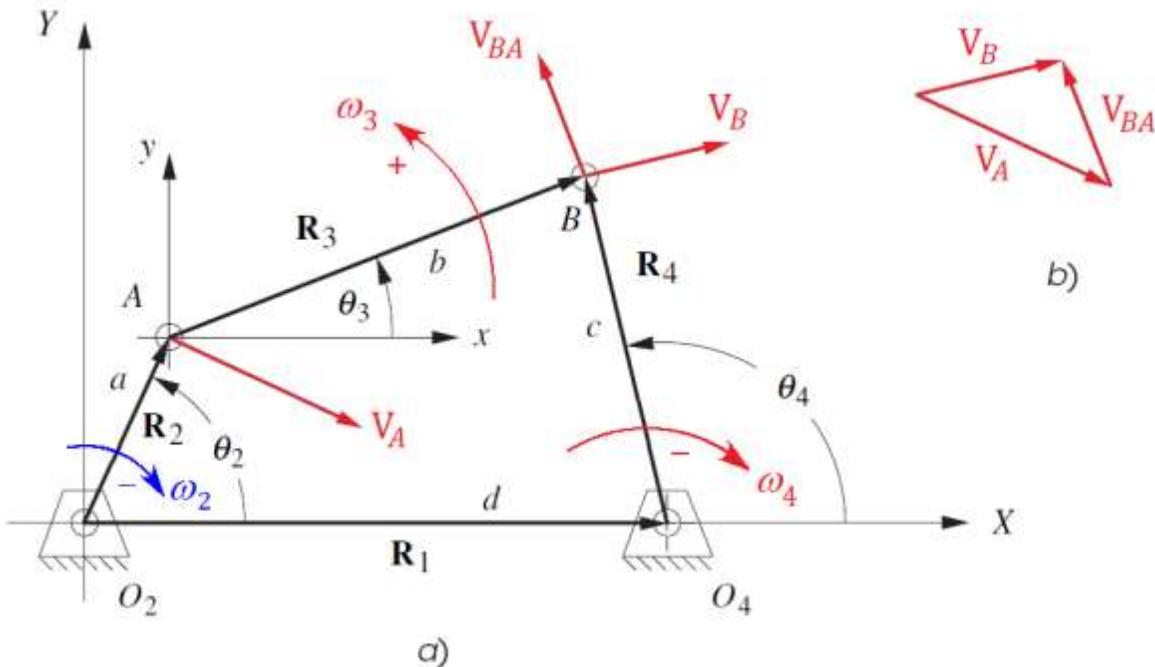


Figura 2.18. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de cuatro barras articulado y vectores de velocidad. Adaptación de [1].

Sin embargo, en el caso del método gráfico, la solución es válida solo para el valor particular del ángulo de entrada θ_2 y el valor de la velocidad angular ω_2 . Para cada análisis de velocidad ω_2 adicional habrá que volver a calcular por completo, lo cual puede ser tedioso si se requieren analizar múltiples velocidades de rotación. Para evitar lo anterior, se utiliza un procedimiento analítico, donde las ecuaciones de posición de lazo vectorial y números complejos se derivan respecto al tiempo para obtener las ecuaciones de velocidad. Luego, se separan las componentes real e imaginaria y se resuelven para las incógnitas ω_3 y ω_4 (velocidades angulares del acoplador y la salida de la figura 2.18), y luego se determinan las velocidades de los puntos A y B denotadas como V_A y V_B , y la velocidad relativa V_{AB} . Con la determinación de estas velocidades, queda definida la velocidad en los puntos importantes del mecanismo de cuatro barras.

Las ecuaciones para las incógnitas ω_3 , ω_4 , V_A , V_{AB} , V_B son las siguientes:

$$\omega_3 = \frac{a\omega_2}{b} * \frac{\text{sen}(\theta_4 - \theta_2)}{\text{sen}(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.23)$$

$$\omega_4 = \frac{a\omega_2}{c} * \frac{\text{sen}(\theta_2 - \theta_3)}{\text{sen}(\theta_4 - \theta_3)} \quad (2.24)$$

$$V_A = a\omega_2(-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) \quad (2.25)$$

$$V_{BA} = b\omega_3(-\text{sen}\theta_3 + j\text{cos}\theta_3) \quad (2.26)$$

$$V_B = c\omega_4(-\text{sen}\theta_4 + j\text{cos}\theta_4) \quad (2.27)$$

Ejercicio 2.4/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de cuatro barras articuladas del ejercicio 2.1 con $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = 120 \text{ rpm (horario)}$, ver la figura 2.19, determine:

- Las velocidades angulares ω_3, ω_4 y las velocidades V_A, V_B y V_{BA} .
- Trace el mecanismo en ambas configuraciones y señale sus resultados de velocidad.

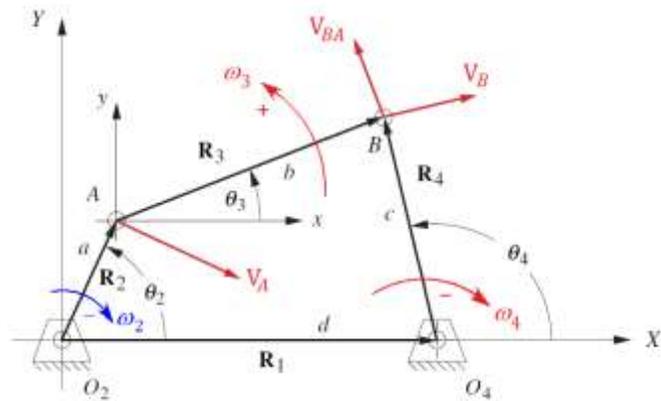


Figura 2.19

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = -120 \text{ rpm } (-12.57 \text{ rad/s})$.

- Para determinar $\omega_3, \omega_4, V_A, V_B$ y V_{BA} se sustituyen los datos y los resultados de posición $\theta_{3,2} = 22.81^\circ$ y 286.63° y $\theta_{4,1,2} = 71.81^\circ$ y 237.63° en las ecs. (2.23) a la (2.27)

- Para la configuración abierta con $\theta_{3_1} = 22.81^\circ$ y $\theta_{4_1} = 71.81^\circ$.

$$\omega_{3_1} = \frac{a\omega_2}{b} * \frac{\text{sen}(\theta_{4_1} - \theta_2)}{\text{sen}(\theta_{3_1} - \theta_{4_1})} = \frac{3(-12.57)}{8} * \frac{\text{sen}(71.81 - 60)}{\text{sen}(22.81 - 71.81)} = +1.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{41} = \frac{a\omega_2}{c} * \frac{\text{sen}(\theta_2 - \theta_{31})}{\text{sen}(\theta_{41} - \theta_{31})} = \frac{3(-12.57)}{6} * \frac{\text{sen}(60 - 22.81)}{\text{sen}(71.81 - 22.81)} = -5.03 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$V_A = a \omega_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) = 3(-12.57)(-\text{sen}60^\circ + j\text{cos}60^\circ) = 32.66 - j18.86$$

$$V_A = 37.71 \angle 330^\circ$$

$$V_{BA} = b \omega_{31} (-\text{sen}\theta_{31} + j\text{cos}\theta_{31}) = 8(1.28)(-\text{sen}22.81^\circ + j\text{cos}22.81^\circ) = -3.97 + j9.44$$

$$V_{BA} = 10.24 \angle 112.8^\circ$$

$$V_B = c \omega_{41} (-\text{sen}\theta_{41} + j\text{cos}\theta_{41}) = 6(-5.03)(-\text{sen}71.81^\circ + j\text{cos}71.81^\circ) = 28.67 - j9.42$$

$$V_B = 30.18 \angle 341.8^\circ$$

- Para la configuración cruzada con $\theta_{32} = 286.63^\circ$ y $\theta_{42} = 237.63^\circ$.

$$\omega_{32} = \frac{a\omega_2}{b} * \frac{\text{sen}(\theta_{42} - \theta_2)}{\text{sen}(\theta_{32} - \theta_2)} = \frac{3(-12.57)}{8} * \frac{\text{sen}(237.63 - 60)}{\text{sen}(286.63 - 237.63)} = -0.26 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_{42} = \frac{a\omega_2}{c} * \frac{\text{sen}(\theta_2 - \theta_{32})}{\text{sen}(\theta_{42} - \theta_{32})} = \frac{3(-12.57)}{6} * \frac{\text{sen}(60 - 286.63)}{\text{sen}(237.63 - 286.63)} = +6.05 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$V_A = a \omega_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) = 3(-12.57)(-\text{sen}60^\circ + j\text{cos}60^\circ) = 32.66 - j18.86$$

$$V_A = 37.71 \angle 330^\circ$$

$$V_{BA} = b \omega_{32} (-\text{sen}\theta_{32} + j\text{cos}\theta_{32}) = 8(-0.26)(-\text{sen}286.63^\circ + j\text{cos}286.63^\circ) = -1.99 - j0.60$$

$$V_{BA} = 2.08 \angle 196.7^\circ$$

$$V_B = c \omega_{42} (-\text{sen}\theta_{42} + j\text{cos}\theta_{42}) = 6(6.05)(-\text{sen}237.63^\circ + j\text{cos}237.63^\circ) = 30.66 - j19.43$$

$$V_B = 36.3 \angle 327.6^\circ$$

b) En la figura 2.20 se muestran los resultados de las velocidades para ambas configuraciones del mecanismo.

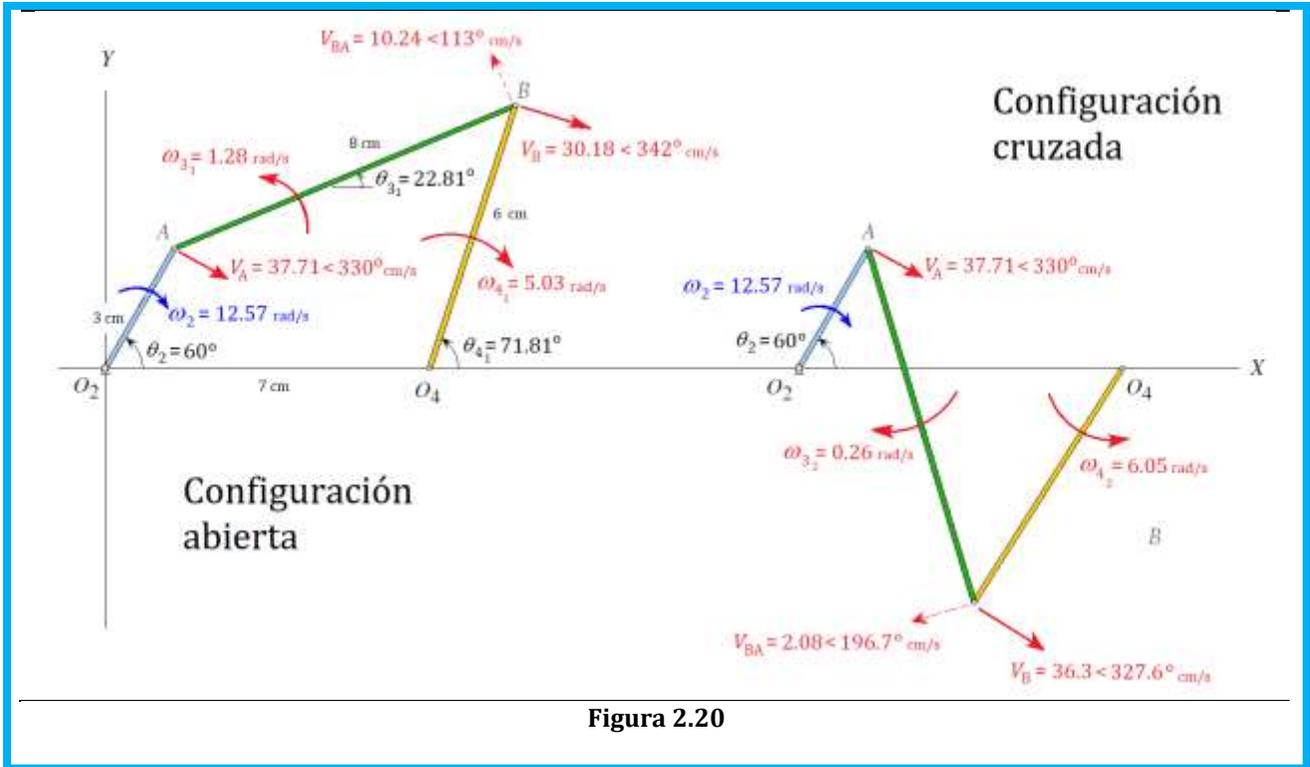


Figura 2.20

Análisis de la velocidad del mecanismo de manivela-corredera.

Una vez resuelto el problema del análisis de posición del mecanismo de manivela-corredera se procede a resolver el problema de su velocidad. La figura 2.21 muestra la solución gráfica de la velocidad.

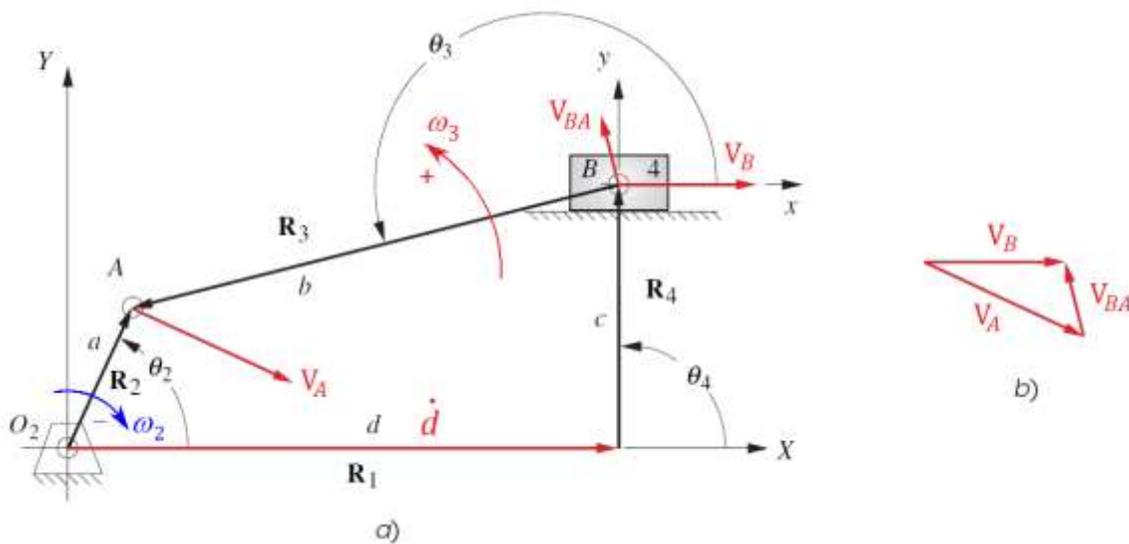


Figura 2.21. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de manivela-corredera y vectores de velocidad. Adaptación de [1].

Para este fin se debe conocer el valor de la velocidad angular ω_2 de la manivela, que suele ser la velocidad de rotación del motor. En consecuencia, la solución gráfica o analítica para la velocidad de este mecanismo produce una respuesta consistente de 4 resultados que incluyen, la velocidad angular ω_3 de la biela, la velocidad absoluta \dot{d} o V_B de la corredera en el punto B , la velocidad absoluta V_A correspondiente al punto A y la velocidad relativa V_{BA} del punto B respecto al punto A , ver la figura 2.21.

Las ecuaciones para las incógnitas ω_3 , \dot{d} (V_B), V_A y V_{BA} son las siguientes:

$$\omega_3 = \frac{a}{b} * \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_3} * \omega_2 \quad (2.28)$$

$$\dot{d} = V_B = -a\omega_2 \text{sen}\theta_2 + b\omega_3 \text{sen}\theta_3 \quad (2.29)$$

$$V_A = a\omega_2(-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) \quad (2.30)$$

$$V_{BA} = b\omega_3(\text{sen}\theta_3 - j\text{cos}\theta_3) \quad (2.31)$$

Ejercicio 2.5/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera del ejercicio 2.2 con $a = 3 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$ y $c = 6 \text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = 120 \text{ rpm}$ (horario), ver la figura 2.22, determine:

- La velocidad angular ω_3 y las velocidades V_A , V_{BA} y \dot{d} (V_B).
- Trace el mecanismo en ambas configuraciones y señale sus resultados de velocidad.

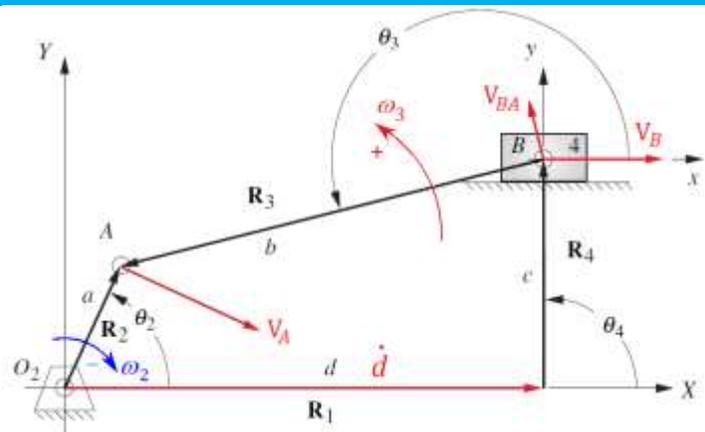


Figura 2.22

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 10 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = -120 \text{ rpm}$ (-12.57 rad/s).

a) Para determinar ω_3 , V_A , V_{BA} y \dot{d} se sustituyen los datos y los resultados de posición $\theta_{3,2} = 340.11^\circ$ y 199.89° en las ecs. (2.28) a la (2.31)

- Para la configuración abierta, $\theta_{3_1} = 340.11^\circ$

$$\omega_{3_1} = \frac{a}{b} * \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_{3_1}} * \omega_2 = \frac{3}{10} * \frac{\cos 60^\circ}{\cos 340.11^\circ} * (-12.57) = -2.01 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\dot{d} = V_B = -a\omega_2 \text{sen}\theta_2 + b\omega_{3_1} \text{sen}\theta_{3_1} = -3(-12.57)\text{sen}60^\circ + 10(-2.01)\text{sen}340.11^\circ$$

$$\dot{d} = 39.5 \text{ cm/s}$$

$$V_A = a \omega_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2) = 3(-12.57)(-\text{sen}60^\circ + j\cos 60^\circ) = 32.66 - j18.86$$

$$V_A = 37.71 \angle 330^\circ$$

$$V_{BA} = b\omega_{3_1}(\text{sen}\theta_{3_1} - j\cos\theta_{3_1}) = 10(-2.01)(\text{sen} 340.11^\circ - j\cos 340.11^\circ) = 6.84 + j18.9$$

$$V_{BA} = 20.1 \angle 70.1^\circ$$

- Para la configuración cruzada, $\theta_{3_2} = 199.89^\circ$

$$\omega_{3_2} = \frac{a}{b} * \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_{3_2}} * \omega_2 = \frac{3}{10} * \frac{\cos 60^\circ}{\cos 199.89^\circ} * (-12.57) = +2.01 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\dot{d} = V_B = -a\omega_2 \text{sen}\theta_2 + b\omega_{3_2} \text{sen}\theta_{3_2} = -3(-12.57)\text{sen}60^\circ + 10(2.01)\text{sen}199.89^\circ$$

$$\dot{d} = 25.8 \text{ cm/s}$$

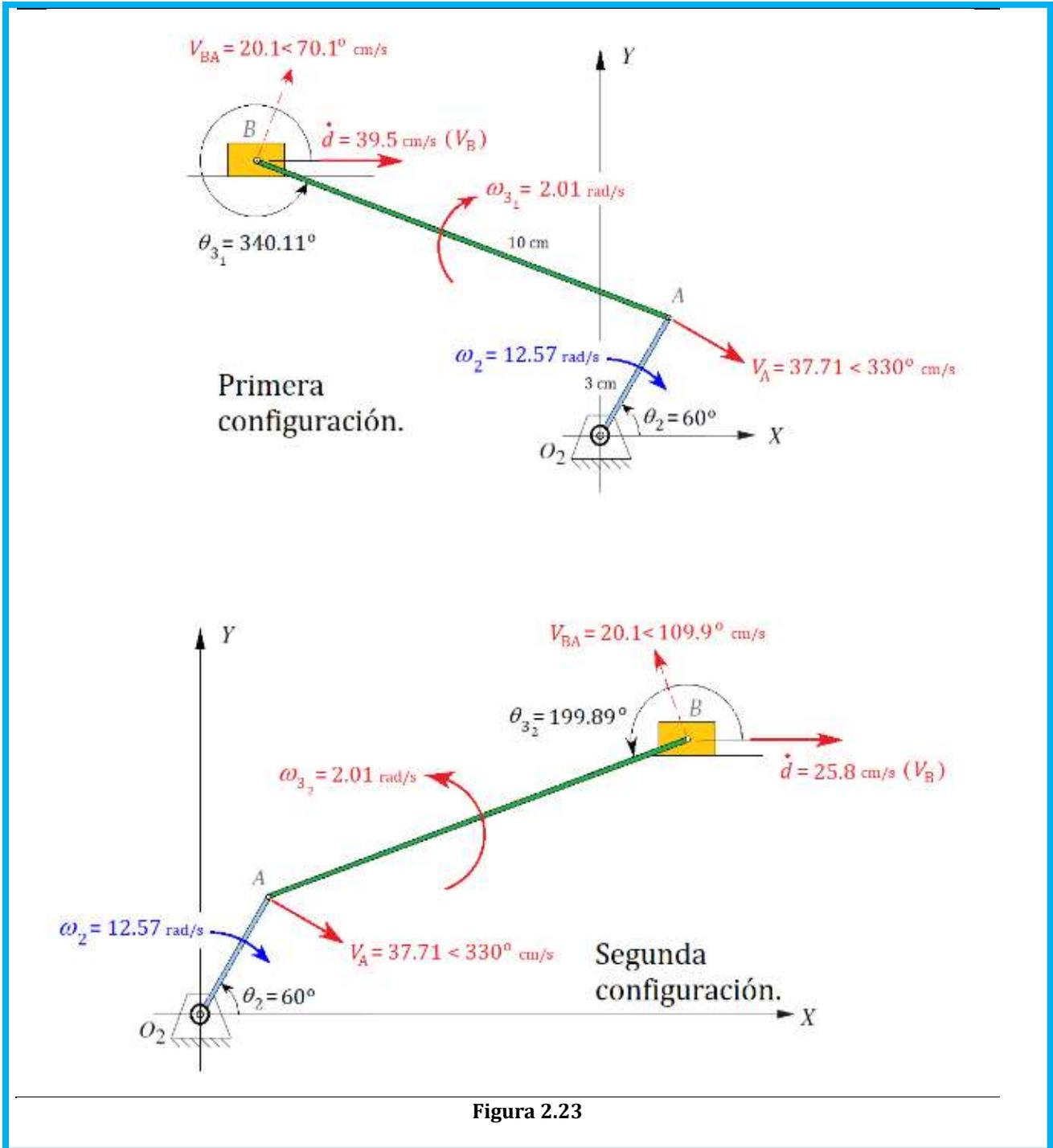
$$V_A = a \omega_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2) = 3(-12.57)(-\text{sen}60^\circ + j\cos 60^\circ) = 32.66 - j18.86$$

$$V_A = 37.71 \angle 330^\circ$$

$$V_{BA} = b\omega_{3_2}(\text{sen}\theta_{3_2} - j\cos\theta_{3_2}) = 10(2.01)(\text{sen} 199.89^\circ - j\cos 199.89^\circ) = -6.84 + j18.9$$

$$V_{BA} = 20.1 \angle 109.9^\circ$$

b) En la figura 2.23 se muestran los resultados de las velocidades para ambas configuraciones del mecanismo.



Análisis de la velocidad del mecanismo de manivela-corredera invertido.

Una vez resuelto el problema del análisis de posición del mecanismo de manivela-corredera invertido se procede a resolver el problema de su velocidad. Para este fin se debe conocer el

valor de la velocidad angular ω_2 de la manivela, que suele ser la velocidad de rotación del motor. En consecuencia, la solución analítica para la velocidad de este mecanismo produce una respuesta consistente de 4 resultados que incluyen, la velocidad angular ω_4 del eslabón de salida, la velocidad relativa o de deslizamiento \dot{b} en el punto B , la velocidad absoluta V_A del punto A y la velocidad absoluta V_B del punto B , véase la figura 2.24.

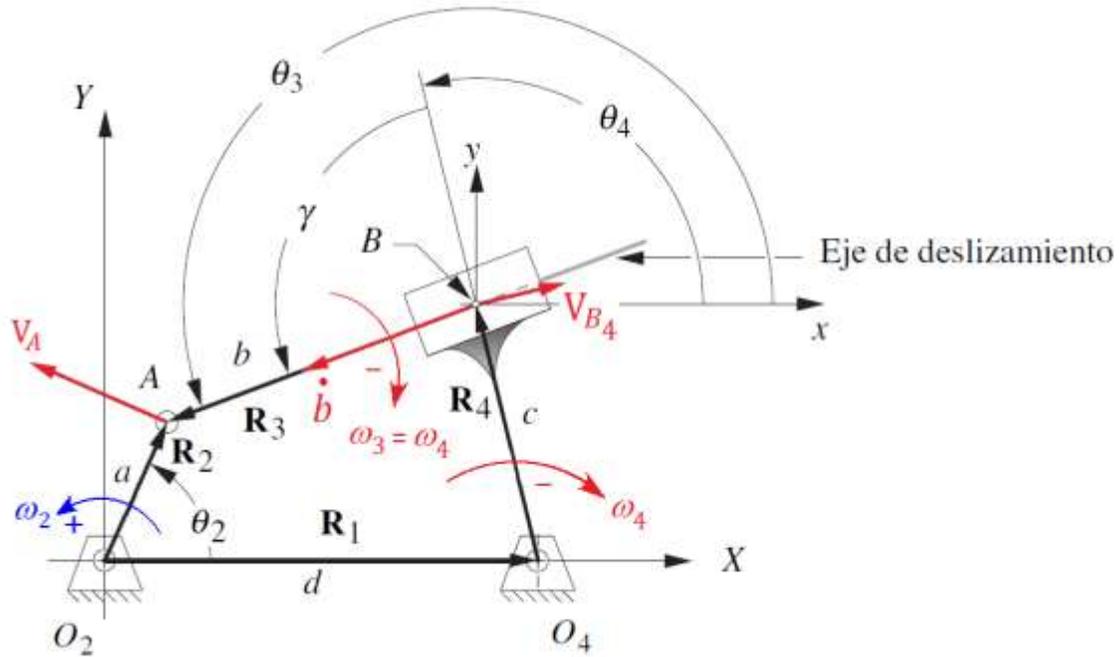


Figura 2.24. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de manivela-corredera invertido y vectores de velocidad. Adaptación de [1].

Las ecuaciones para las incógnitas ω_4 , \dot{b} , V_A y V_B son las siguientes:

$$\omega_3 = \omega_4 = \frac{a \omega_2 \cos(\theta_2 - \theta_3)}{b + c \cos(\theta_4 - \theta_3)} \quad (2.32)$$

$$\dot{b} = \frac{-a \omega_2 \operatorname{sen}\theta_2 + \omega_4 (b \operatorname{sen}\theta_3 + c \operatorname{sen}\theta_4)}{\cos\theta_3} \quad (2.33)$$

$$V_A = a \omega_2 (-\operatorname{sen}\theta_2 + j \cos\theta_2) \quad (2.34)$$

$$V_{B_4} = c \omega_4 (-\operatorname{sen}\theta_4 + j \cos\theta_4) \quad (2.35)$$

$$V_{B_3} = V_{B_4} + V_{B_{34}} = V_{B_4} + V_{desl_{34}} = V_{B_4} + \dot{b} \quad (2.36)$$

Ejercicio 2.6/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera invertido del ejercicio 2.3 con $a = 3\text{ cm}$, $c = 6\text{ cm}$, $d = 10\text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = 120\text{ rpm (hor. } \cup)$, ver la figura 2.25, determine:

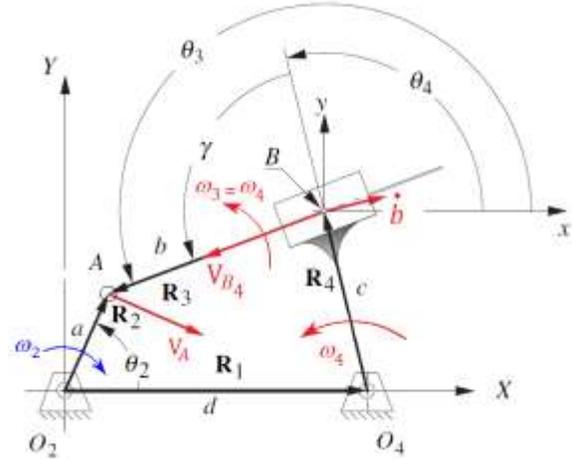


Figura 2.25

- a) La velocidad angular ω_4 y las velocidades V_A , \dot{b} y V_{B_4} .
- b) Trace el mecanismo en ambas configuraciones y señale sus resultados de velocidades.

Solución.

Los datos son: $a = 3\text{ cm}$, $c = 6\text{ cm}$, $d = 10\text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = -120\text{ rpm } (-12.57\text{ rad/s})$.

- a) Para determinar ω_4 , V_A , \dot{b} y V_{B_4} se sustituyen los datos y los resultados de posición $\theta_{3_{1,2}} = 205.5^\circ$ y 120.5° , $\theta_{4_{1,2}} = 115.5^\circ$ y 210.5° , $b_{1,2} = 6.55, 6.55$ en las ecs. (2.32) a la (2.36)

- Para la configuración abierta con $\theta_{3_1} = 205.5^\circ$ y $\theta_{4_1} = 115.5^\circ$.

$$\omega_{3_1} = \omega_{4_1} = \frac{a \omega_2 \cos(\theta_2 - \theta_{3_1})}{b_1 + c \cos(\theta_{4_1} - \theta_{3_1})} = \frac{3(-12.57) \cos(60^\circ - 205.5^\circ)}{6.55 + 6 \cos(115.5^\circ - 205.5^\circ)} = 4.74\text{ rad/s}$$

$$\dot{b}_1 = \frac{-a \omega_2 \sin\theta_2 + \omega_{4_1} (b_1 \sin\theta_{3_1} + c \sin\theta_{4_1})}{\cos\theta_{3_1}}$$

$$= \frac{-3(-12.57) \sin 60^\circ + 4.74 (6.55 \sin 205.5^\circ + 6 \sin 115.5^\circ)}{\cos 205.5^\circ} = -49.8\text{ cm/s}$$

$$V_A = a \omega_2 (-\sin\theta_2 + j \cos\theta_2) = 3(-12.57)(-\sin 60^\circ + j \cos 60^\circ) = 32.7 - j18.9$$

$$V_A = 37.7 \angle 330^\circ$$

$$V_{B_4} = c \omega_{4_1} (-\sin\theta_{4_1} + j \cos\theta_{4_1}) = 6(4.74)(-\sin 115.5^\circ + j \cos 115.5^\circ) = -25.7 - j12.2$$

$$V_{B_4} = 28.4 \angle 205.4^\circ$$

- Para la configuración cruzada con $\theta_{3_2} = 120.5^\circ$ y $\theta_{4_2} = 210.5^\circ$.

$$\omega_{3_2} = \omega_{4_2} = \frac{a \omega_2 \cos(\theta_2 - \theta_{3_2})}{b_2 + c \cos(\theta_{4_2} - \theta_{3_2})} = \frac{3(-12.57) \cos(60^\circ - 120.5^\circ)}{6.55 + 6 \cos(210.5^\circ - 120.5^\circ)} = -2.84 \text{ rad/s}$$

$$\dot{b}_2 = \frac{-a \omega_2 \operatorname{sen}\theta_2 + \omega_{4_2} (b_2 \operatorname{sen}\theta_{3_2} + c \operatorname{sen}\theta_{4_2})}{\cos\theta_{3_2}}$$

$$= \frac{-3(-12.57) \operatorname{sen}60^\circ - 2.84 (6.55 \operatorname{sen}120.5^\circ + 6 \operatorname{sen}210.5^\circ)}{\cos120.5^\circ} = -49.8 \text{ cm/s}$$

$$V_A = a\omega_2(-\operatorname{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2) = 3(-12.57)(-\operatorname{sen}60^\circ + j\cos60^\circ) = 32.7 - j18.9$$

$$V_A = 37.7 \angle 330^\circ$$

$$V_{B_4} = c \omega_{4_2}(-\operatorname{sen}\theta_{4_2} + j\cos\theta_{4_2}) = 6(-2.84)(-\operatorname{sen}210.5^\circ + j\cos210.5^\circ) = -8.65 + j14.68$$

$$V_{B_4} = 17.0 \angle 120.5^\circ$$

b) En la figura 2.26 se muestran los resultados de las velocidades para ambas configuraciones del mecanismo.

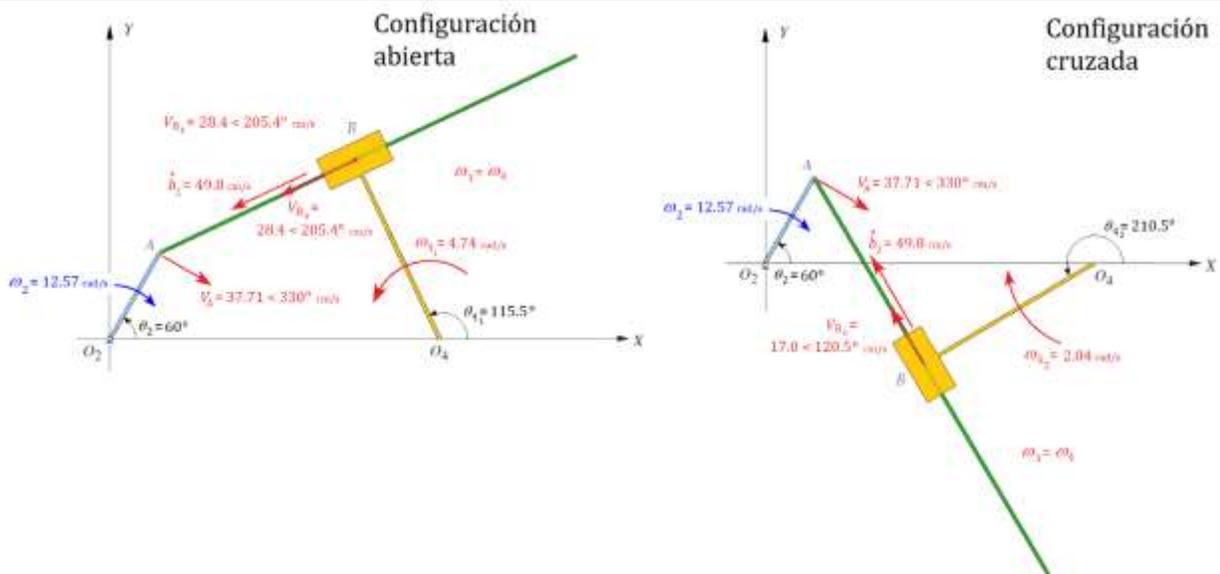


Figura 2.26

2.3 Análisis de aceleración de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico

Para hacer análisis de aceleración en cualquier mecanismo, primero se resuelve el problema de análisis de velocidad, como se realizó en la sección anterior. Entonces, las ecuaciones de posición de lazo vectorial y números complejos se derivan dos veces respecto al tiempo para obtener las ecuaciones de aceleración. La determinación de la aceleración se limitará a tres mecanismos, el primero es el mecanismo de cuatro barras articuladas, el segundo es el mecanismo de manivela - corredera y el tercero es el mecanismo de manivela - corredera invertido.

Análisis de la aceleración del mecanismo de cuatro barras articulado.

Una vez resuelto el problema del análisis de velocidad (velocidades tangenciales y angulares) del mecanismo de cuatro barras articulado se procede a resolver el problema de su aceleración. Para este fin se debe conocer adicionalmente el valor de la aceleración angular α_2 de la manivela, que corresponde al motor. En consecuencia, la solución gráfica o analítica para la aceleración del mecanismo de cuatro barras, produce una respuesta consistente de 5 resultados, que incluyen, la aceleración angular α_3 del eslabón acoplador, la aceleración angular α_4 del eslabón de salida, la aceleración total A_A del punto A , la aceleración total A_B del punto B y la aceleración relativa A_{AB} del punto B respecto al punto A , véase la figura 2.27.

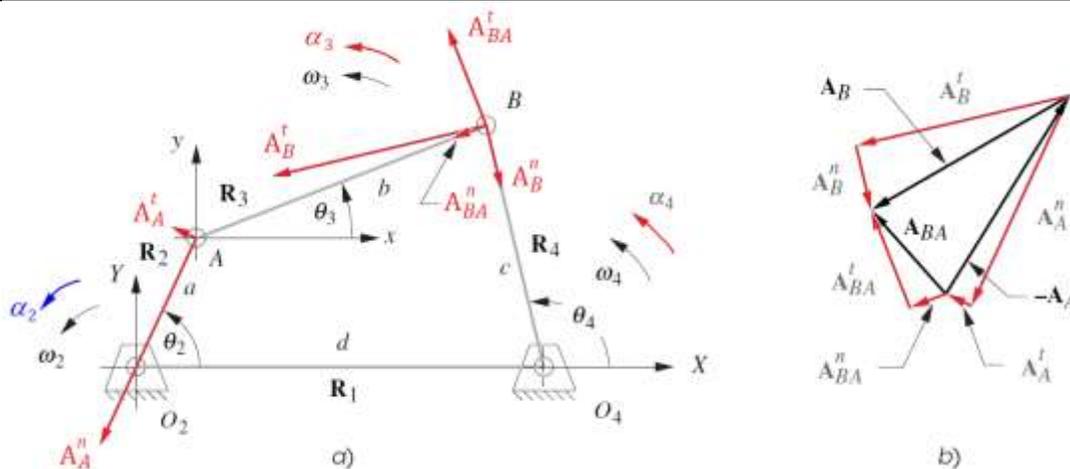


Figura 2.27. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de cuatro barras articulado y vectores de aceleración. Adaptación de [1].

Al igual que en el análisis de posición o de velocidad, el método gráfico da una solución que es válida solo para el valor particular de θ_2 , ω_2 y α_2 . Para cada análisis de aceleración α_2 adicional habrá que volver a calcular por completo, lo cual puede ser tedioso si se requieren analizar múltiples aceleraciones angulares. Para evitar lo anterior, se utiliza un procedimiento analítico, donde las ecuaciones de posición de lazo vectorial y números complejos se derivan dos veces respecto al tiempo para obtener las ecuaciones de aceleración. Luego, se separan las componentes real e imaginaria y se resuelven para las incógnitas α_3 y α_4 (aceleraciones angulares del acoplador y la salida de la figura 2.27), y luego se determinan las aceleraciones totales de los puntos A y B denotadas como A_A y A_B , y la aceleración relativa A_{AB} . Además, para cada punto del mecanismo, la aceleración total A contiene dos componentes, la aceleración tangencial A^t y la aceleración normal A^n , la suma vectorial de ambas aceleraciones resulta en la aceleración total. Con la determinación de estas aceleraciones, queda definida la aceleración en los puntos importantes del mecanismo de cuatro barras.

Las ecuaciones para las incógnitas $\alpha_3, \alpha_4, A_A, A_{AB}, A_B$ junto con ecuaciones preliminares se dan a continuación:

$$\left. \begin{aligned}
 A &= c \operatorname{sen}\theta_4 \\
 B &= b \operatorname{sen}\theta_3 \\
 C &= a \alpha_2 \operatorname{sen}\theta_2 + a \omega_2^2 \cos\theta_2 + b \omega_3^2 \cos\theta_3 - c \omega_4^2 \cos\theta_4 \\
 D &= c \cos\theta_4 \\
 E &= b \cos\theta_3 \\
 F &= a \alpha_2 \cos\theta_2 - a \omega_2^2 \operatorname{sen}\theta_2 - b \omega_3^2 \operatorname{sen}\theta_3 + c \omega_4^2 \operatorname{sen}\theta_4
 \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

$$\alpha_3 = \frac{CD - AF}{AE - BD} \quad (2.38)$$

$$\alpha_4 = \frac{CE - BF}{AE - BD} \quad (2.39)$$

$$A_A = a \alpha_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) - a \omega_2^2 (\text{cos}\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) \quad (2.40)$$

$$A_{BA} = b \alpha_3 (-\text{sen}\theta_3 + j\text{cos}\theta_3) - b \omega_3^2 (\text{cos}\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) \quad (2.41)$$

$$A_B = c \alpha_4 (-\text{sen}\theta_4 + j\text{cos}\theta_4) - c \omega_4^2 (\text{cos}\theta_4 + j\text{sen}\theta_4) \quad (2.42)$$

Ejercicio 2.7/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de cuatro barras articuladas del ejercicio 2.4 con $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$, $\omega_2 = 120 \text{ rpm}$ (horario) y constante, ver la figura 2.28, determine:

- a) Las aceleraciones angulares α_3, α_4 y las aceleraciones A_A, A_B y A_{BA} .
- b) Trace el mecanismo en ambas configuraciones y señale sus resultados de aceleración.

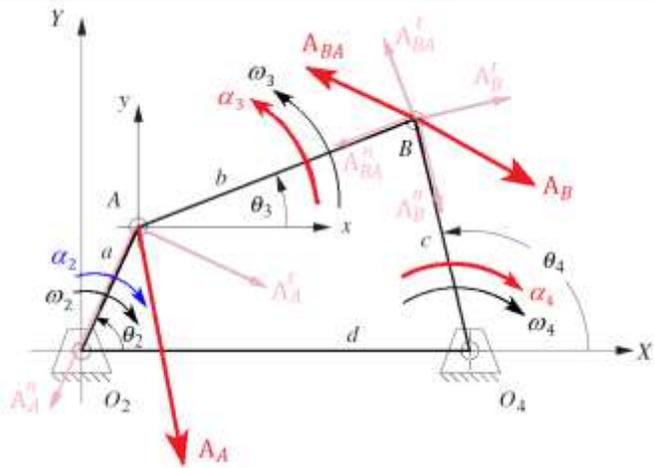


Figura 2.28

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$, $\omega_2 = -120 \text{ rpm}$ (constante) $\therefore \alpha_2 = 0$, $\omega_2 = -120 \text{ rpm} = -12.57 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

- a) Para determinar $\alpha_3, \alpha_4, A_A, A_B$ y A_{BA} se sustituyen los datos y los resultados de posición angular $\theta_{3,1,2} = 22.81^\circ$ y 286.63° y $\theta_{4,1,2} = 71.81^\circ$ y 237.63° y de velocidad angular $\omega_{3,1,2} = +1.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y $-0.26 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y $\omega_{4,1,2} = -5.03 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y $+6.05 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ en las ecs. (2.37) a (2.42)

- Para la configuración abierta con $\theta_{3_1} = 22.81^\circ$, $\theta_{4_1} = 71.81^\circ$, $\omega_{3_1} = +1.28$, $\omega_{4_1} = -5.03$.

$$A = c \text{sen}\theta_{4_1} = 6 \text{sen}71.81^\circ = 5.7, \quad B = b \text{sen}\theta_{3_1} = 8 \text{sen}22.81^\circ = 3.1$$

$$C = a \alpha_2 \text{sen}\theta_2 + a \omega_2^2 \text{cos}\theta_2 + b \omega_{3_1}^2 \text{cos}\theta_{3_1} - c \omega_{4_1}^2 \text{cos}\theta_{4_1} =$$

$$C = 3(0)\text{sen}60^\circ + 3(-12.57)^2\text{cos}60^\circ + 8(1.28)^2\text{cos}22.81^\circ - 6(-5.03)^2\text{cos}71.81^\circ = 201.7$$

$$D = c \cos\theta_{4_1} = 6 \cos71.81^\circ = 1.87$$

$$E = b \cos\theta_{3_1} = 8 \cos22.81^\circ = 7.37$$

$$F = a \alpha_2 \cos\theta_2 - a \omega_2^2 \text{sen}\theta_2 - b \omega_{3_1}^2 \text{sen}\theta_{3_1} + c \omega_{4_1}^2 \text{sen}\theta_{4_1} =$$

$$F = 3(0) \cos60^\circ - 3(-12.57)^2 \text{sen}60^\circ - 8(1.28)^2 \text{sen}22.81^\circ + 6(-5.03)^2 \text{sen}71.81^\circ = -271.4$$

$$\alpha_{3_1} = \frac{CD - AF}{AE - BD} = \frac{(201.7)(1.87) - (5.7)(-271.4)}{(5.7)(7.37) - (3.1)(1.87)} = \mathbf{53.1 \text{ rad/s}^2}$$

$$\alpha_{4_1} = \frac{CE - BF}{AE - BD} = \frac{(201.7)(7.37) - (3.1)(-271.4)}{(5.7)(7.37) - (3.1)(1.87)} = \mathbf{64.3 \text{ rad/s}^2}$$

$$\mathbf{A_A} = a \alpha_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) - a \omega_2^2 (\text{cos}\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) =$$

$$\mathbf{A_A} = 3(0) (-\text{sen}60^\circ + j\text{cos}60^\circ) - 3(-12.57)^2 (\text{cos}60^\circ + j\text{sen}60^\circ) = -237 - j 410.5$$

$$\mathbf{A_A} = \mathbf{474} < \mathbf{240^\circ} \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{A_{BA}} = b \alpha_{3_1} (-\text{sen}\theta_{3_1} + j\text{cos}\theta_{3_1}) - b \omega_{3_1}^2 (\text{cos}\theta_{3_1} + j\text{sen}\theta_{3_1}) =$$

$$\mathbf{A_{BA}} = 8(53.1) (-\text{sen}22.81^\circ + j\text{cos}22.81^\circ) - 8(1.28)^2 (\text{cos}22.81^\circ + j\text{sen}22.81^\circ)$$

$$\mathbf{A_{BA}} = -176.8 + j 386.5 = \mathbf{425} < \mathbf{114.6^\circ} \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{A_B} = c \alpha_{4_1} (-\text{sen}\theta_{4_1} + j\text{cos}\theta_{4_1}) - c \omega_{4_1}^2 (\text{cos}\theta_{4_1} + j\text{sen}\theta_{4_1}) =$$

$$\mathbf{A_B} = 6(64.3) (-\text{sen}71.81^\circ + j\text{cos}71.81^\circ) - 6(-5.03)^2 (\text{cos}71.81^\circ + j\text{sen}71.81^\circ) =$$

$$\mathbf{A_B} = -413.9 - j 23.8 = \mathbf{414.6} < \mathbf{183.3^\circ} \text{ cm/s}^2$$

- Para la configuración cruzada con $\theta_{3_2} = 286.63^\circ$, $\theta_{4_2} = 237.63^\circ$, $\omega_{3_2} = -0.26$, $\omega_{4_2} = 6.05$

$$A = c \text{sen}\theta_{4_2} = 6 \text{sen}237.63^\circ = -5.1, \quad B = b \text{sen}\theta_{3_2} = 8 \text{sen}286.63^\circ = -7.7$$

$$C = a \alpha_2 \text{sen}\theta_2 + a \omega_2^2 \text{cos}\theta_2 + b \omega_{3_2}^2 \text{cos}\theta_{3_2} - c \omega_{4_2}^2 \text{cos}\theta_{4_2} =$$

$$C = 3(0)\text{sen}60^\circ + 3(-12.57)^2\text{cos}60^\circ + 8(-0.26)^2\text{cos}286.63^\circ - 6(6.05)^2\text{cos}237.63^\circ = 354.7$$

$$D = c \cos\theta_{4_2} = 6 \cos237.63^\circ = -3.21$$

$$E = b \cos\theta_{3_2} = 8 \cos286.63^\circ = 2.29$$

$$F = a \alpha_2 \cos\theta_2 - a \omega_2^2 \text{sen}\theta_2 - b \omega_{3_2}^2 \text{sen}\theta_{3_2} + c \omega_{4_2}^2 \text{sen}\theta_{4_2} =$$

$$F = 3(0) \cos60^\circ - 3(-12.57)^2 \text{sen}60^\circ - 8(-0.26)^2 \text{sen}286.63^\circ + 6(6.05)^2 \text{sen}237.63^\circ = -595.5$$

$$\alpha_{3_2} = \frac{CD - AF}{AE - BD} = \frac{(354.7)(-3.21) - (-5.1)(-595.5)}{(-5.1)(2.29) - (-7.7)(-3.21)} = \mathbf{114.7 \text{ rad/s}^2}$$

$$\alpha_{4_2} = \frac{CE - BF}{AE - BD} = \frac{(354.7)(2.29) - (-7.7)(-595.5)}{(-5.1)(2.29) - (-7.7)(-3.21)} = 103.7 \text{ rad/s}^2$$

$$\mathbf{A}_A = a \alpha_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) - a \omega_2^2 (\text{cos}\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) =$$

$$\mathbf{A}_A = 3(0) (-\text{sen}60^\circ + j\text{cos}60^\circ) - 3(-12.57)^2 (\text{cos}60^\circ + j\text{sen}60^\circ) = -237 - j 410.5$$

$$\mathbf{A}_A = 474 < 240^\circ \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{A}_{BA} = b \alpha_{3_2} (-\text{sen}\theta_{3_2} + j\text{cos}\theta_{3_2}) - b \omega_3^2 (\text{cos}\theta_{3_2} + j\text{sen}\theta_{3_2}) =$$

$$\mathbf{A}_{BA} = 8(114.7) (-\text{sen}286.63^\circ + j\text{cos}286.63^\circ) - 8(-0.26)^2 (\text{cos}286.63^\circ + j\text{sen}286.63^\circ) =$$

$$\mathbf{A}_{BA} = 879.1 + j 263.1 = 917.6 < 16.7^\circ \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{A}_B = c \alpha_{4_2} (-\text{sen}\theta_{4_2} + j\text{cos}\theta_{4_2}) - c \omega_4^2 (\text{cos}\theta_{4_2} + j\text{sen}\theta_{4_2}) =$$

$$\mathbf{A}_B = 6(103.7) (-\text{sen}237.63^\circ + j\text{cos}237.63^\circ) - 6(6.05)^2 (\text{cos}237.63^\circ + j\text{sen}237.63^\circ) =$$

$$\mathbf{A}_B = 643.1 - j 147.6 = 659.8 < 347.1^\circ \text{ cm/s}^2$$

b) En la figura 2.29 se muestran los resultados de las aceleraciones para ambas configuraciones del mecanismo.

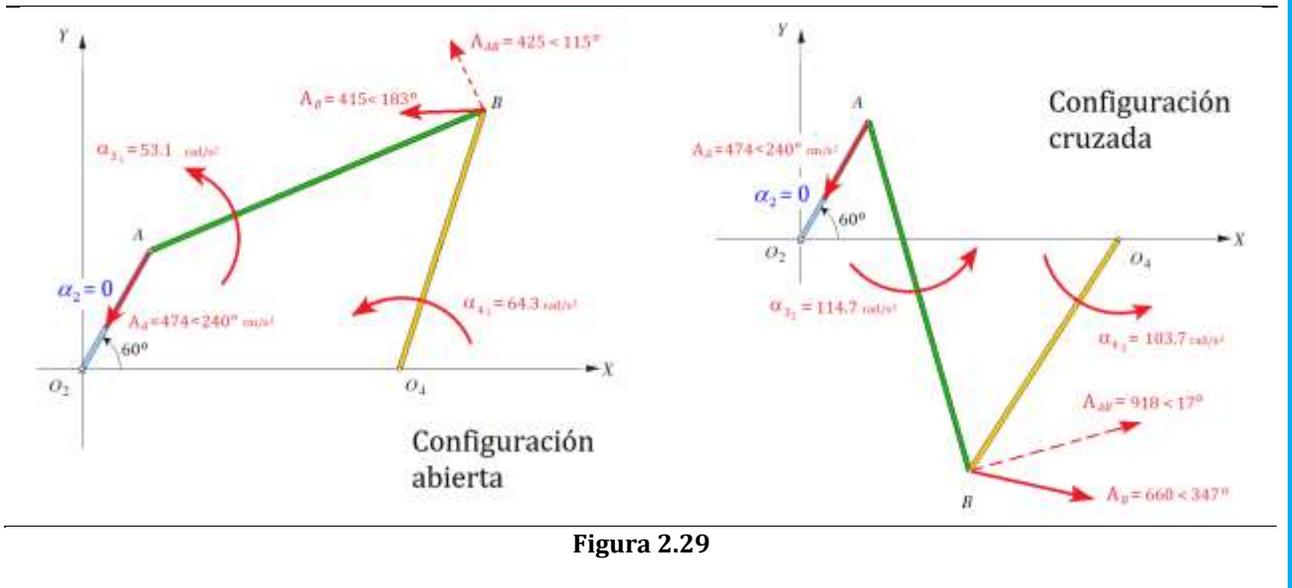


Figura 2.29

Análisis de la aceleración del mecanismo de manivela-corredera.

Una vez resuelto el problema del análisis de velocidad del mecanismo de manivela-corredera se procede a resolver el problema de su aceleración. La figura 2.30 muestra la solución gráfica de la aceleración.

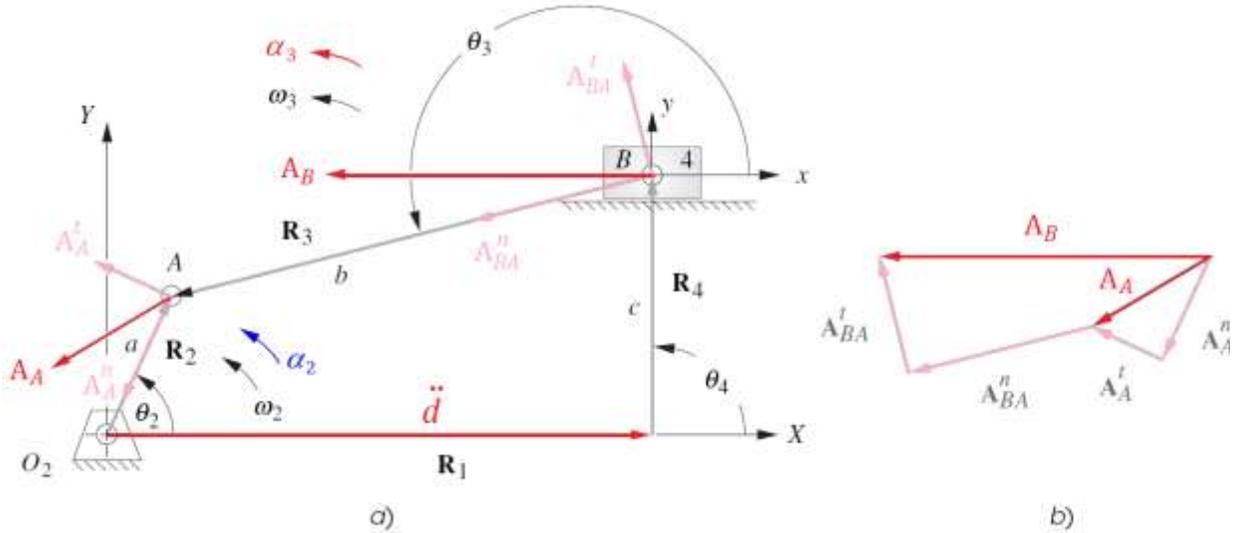


Figura 2.30. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de manivela-corredera y vectores de aceleración. Adaptación de [1].

Para este fin se debe conocer el valor de la aceleración angular α_2 de la manivela, que suele ser la aceleración del motor. En consecuencia, la solución gráfica o analítica para la aceleración de este mecanismo produce una respuesta consistente de 4 resultados que incluyen, la aceleración angular α_3 de la biela, la aceleración \ddot{d} o A_B de la corredera en el punto B , la aceleración absoluta A_A correspondiente al punto A y la aceleración relativa A_{BA} del punto B respecto al punto A , ver la figura 2.30.

Las ecuaciones para las incógnitas $\omega_3, \ddot{d} (A_B), A_A$ y A_{BA} son las siguientes:

$$\alpha_3 = \frac{a \alpha_2 \cos\theta_2 - a \omega_2^2 \sin\theta_2 + b \omega_3^2 \sin\theta_3}{b \cos\theta_3} \quad (2.43)$$

$$\ddot{d} = A_B = -a \alpha_2 \sin\theta_2 - a \omega_2^2 \cos\theta_2 + b \alpha_3 \sin\theta_3 + b \omega_3^2 \cos\theta_3 \quad (2.44)$$

$$A_A = a \alpha_2 (-\sin\theta_2 + j \cos\theta_2) - a \omega_2^2 (\cos\theta_2 + j \sin\theta_2) \quad (2.45)$$

$$A_{BA} = b \alpha_3 (-\sin\theta_3 + j \cos\theta_3) - b \omega_3^2 (\cos\theta_3 + j \sin\theta_3) \quad (2.46)$$

Ejercicio 2.8/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera del ejercicio 2.2 y 2.5 con $a = 3\text{ cm}$, $b = 10\text{ cm}$ y $c = 6\text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = 120\text{ rpm}$ (horario) y constante, ver la figura 2.31, determine:

- La aceleración angular α_3 y las aceleraciones A_A , A_{BA} y $\ddot{d}(A_B)$.
- Trace el mecanismo en ambas configuraciones y señale sus resultados de aceleración.

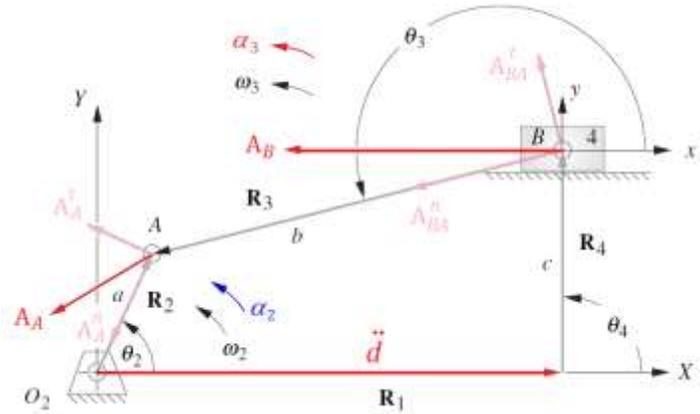


Figura 2.31

Solución.

Los datos son: $a = 3\text{ cm}$, $b = 10\text{ cm}$, $c = 6\text{ cm}$, $\theta_2 = 60^\circ$, $\omega_2 = -120\text{ rpm}$ (constante) $\therefore \alpha_2 = 0$, $\omega_2 = -120\text{ rpm} = -12.57 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

a) Para determinar $\alpha_3, \ddot{d}(A_B), A_A$ y A_{BA} se sustituyen los datos y los resultados de posición angular $\theta_{3,2} = 340.11^\circ$ y 199.89° y de velocidad angular $\omega_{3,2} = -2.01 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y $+2.01 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ en las ecs. (2.43) a (2.46)

- Para la configuración abierta con $\theta_{31} = 340.11^\circ$ y $\omega_{31} = -2.01$

$$\alpha_{31} = \frac{a \alpha_2 \cos\theta_2 - a \omega_2^2 \text{sen}\theta_2 + b \omega_{31}^2 \text{sen}\theta_{31}}{b \cos\theta_{31}} =$$

$$\alpha_{31} = \frac{3(0) \cos 60^\circ - 3(-12.57)^2 \text{sen} 60^\circ + 10(-2.01)^2 \text{sen} 340.11^\circ}{10 \cos 340.11^\circ} = -45.1 \text{ rad/s}^2$$

$$\begin{aligned} \ddot{d} = A_B &= -a \alpha_2 \text{sen}\theta_2 - a \omega_2^2 \cos\theta_2 + b \alpha_{31} \text{sen}\theta_{31} + b \omega_{31}^2 \cos\theta_{31} = \\ \ddot{d} = A_B &= -3(0) \text{sen} 60^\circ - 3(-12.57)^2 \cos 60^\circ + 10(-45.1) \text{sen} 340.11^\circ + 10(-2.01)^2 \cos 340.11^\circ = \\ & \qquad \qquad \qquad \ddot{d} = A_B = -45.6 \text{ cm/s}^2 \end{aligned}$$

$$A_A = a \alpha_2 (-\text{sen}\theta_2 + j \cos\theta_2) - a \omega_2^2 (\cos\theta_2 + j \text{sen}\theta_2) =$$

$$A_A = 3(0) (-\text{sen}60^\circ + j\text{cos}60^\circ) - 3(-12.57)^2(\text{cos}60^\circ + j\text{sen}60^\circ) =$$

$$A_A = -237 - j410.5 = 474 < 240^\circ \text{ cm/s}^2$$

$$A_{BA} = b \alpha_{31} (-\text{sen}\theta_{31} + j\text{cos}\theta_{31}) - b\omega_{31}^2(\text{cos}\theta_{31} + j\text{sen}\theta_{31}) =$$

$$A_{BA} = 10(-45.1)(-\text{sen}340.11^\circ + j\text{cos}340.11^\circ) - 10(-2.01)^2(\text{cos}340.11^\circ + j\text{sen}340.11^\circ) =$$

$$A_{BA} = -191.4 - j410.4 = 452.8 < 245^\circ \text{ cm/s}^2$$

- Para la configuración cruzada con $\theta_{32} = 199.89^\circ$ y $\omega_{32} = +2.01$

$$\alpha_{32} = \frac{a \alpha_2 \text{cos}\theta_2 - a \omega_2^2 \text{sen}\theta_2 + b \omega_{32}^2 \text{sen}\theta_{32}}{b \text{cos}\theta_{32}} =$$

$$\alpha_{32} = \frac{3(0) \text{cos}60^\circ - 3(-12.57)^2 \text{sen}60^\circ + 10(2.01)^2 \text{sen}199.89^\circ}{10 \text{cos}199.89^\circ} = +45.1 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{d} = A_B = -a \alpha_2 \text{sen}\theta_2 - a \omega_2^2 \text{cos}\theta_2 + b \alpha_{32} \text{sen}\theta_{32} + b \omega_{32}^2 \text{cos}\theta_{32} =$$

$$\ddot{d} = A_B = -3(0) \text{sen}60^\circ - 3(-12.57)^2 \text{cos}60^\circ + 10(45.1) \text{sen}199.89^\circ + 10(2.01)^2 \text{cos}199.89^\circ =$$

$$\ddot{d} = A_B = -428.4 \text{ cm/s}^2$$

$$A_A = a \alpha_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) - a\omega_2^2(\text{cos}\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) =$$

$$A_A = 3(0) (-\text{sen}60^\circ + j\text{cos}60^\circ) - 3(-12.57)^2(\text{cos}60^\circ + j\text{sen}60^\circ) =$$

$$A_A = -237 - j410.5 = 474 < 240^\circ \text{ cm/s}^2$$

$$A_{BA} = b \alpha_{32} (-\text{sen}\theta_{32} + j\text{cos}\theta_{32}) - b\omega_{32}^2(\text{cos}\theta_{32} + j\text{sen}\theta_{32}) =$$

$$A_{BA} = 10(45.1)(-\text{sen}199.89^\circ + j\text{cos}199.89^\circ) - 10(-2.01)^2(\text{cos}199.89^\circ + j\text{sen}199.89^\circ) =$$

$$A_{BA} = 191.4 - j410.4 = 452.8 < 295^\circ \text{ cm/s}^2$$

b) En la figura 2.32 se muestran los resultados de las aceleraciones para ambas configuraciones del mecanismo.

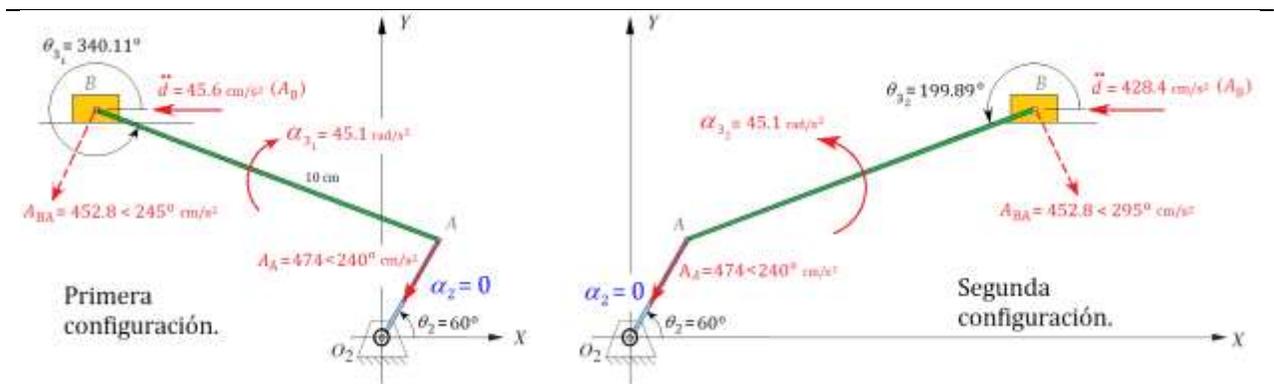


Figura 2.32

Análisis de la aceleración del mecanismo de manivela-corredera invertido.

Una vez resuelto el problema del análisis de posición y velocidad del mecanismo de manivela-corredera invertido se procede a resolver el problema de su aceleración. Para este fin se debe conocer el valor de la aceleración angular α_2 de la manivela, que suele ser la aceleración del motor. En consecuencia, la solución analítica para la aceleración de este mecanismo produce una respuesta consistente de 5 resultados que incluyen, la aceleración angular α_4 del eslabón de salida, la aceleración relativa o de deslizamiento \ddot{b} en el punto B , la aceleración absoluta A_A del punto A , la aceleración absoluta A_B del punto B y la aceleración relativa A_{BA} del punto B respecto al punto A , véase la figura 2.33.

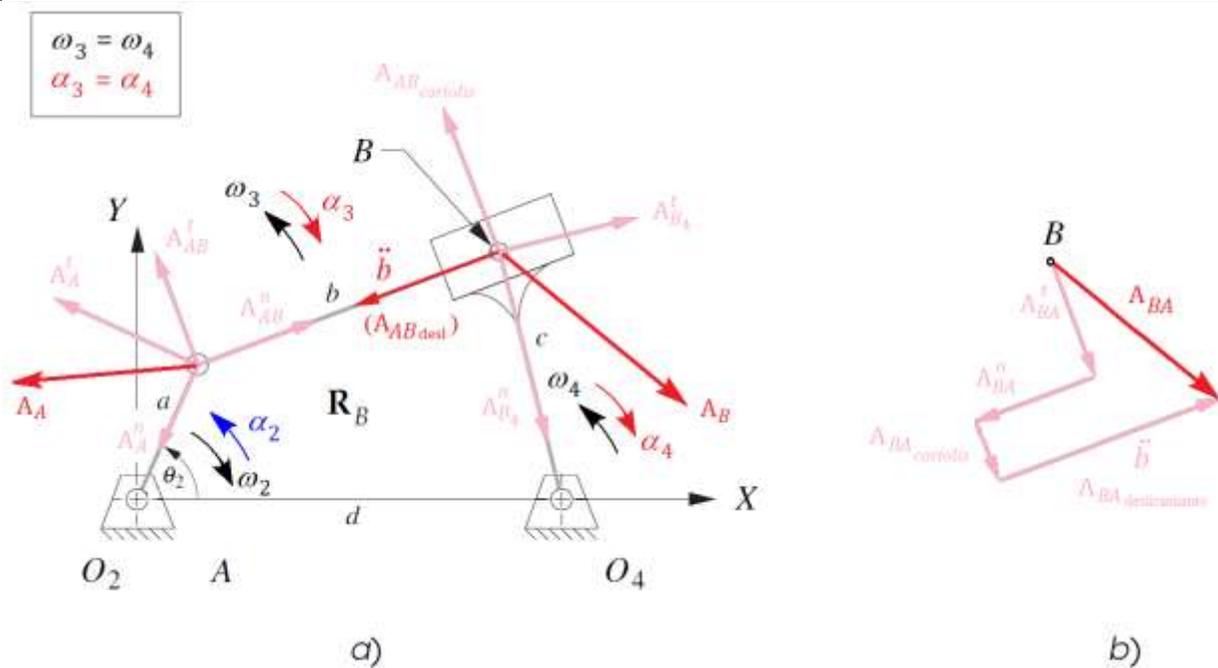


Figura 2.33. Lazo vectorial de posición de un mecanismo de manivela-corredera invertido y vectores de aceleración. Adaptación de [1].

Las ecuaciones para las incógnitas α_4 , \ddot{b} , A_A , A_{BA} y A_B son las siguientes:

$$\alpha_3 = \alpha_4 = \frac{a[\alpha_2 \cos(\theta_3 - \theta_2) + \omega_2^2 \sin(\theta_3 - \theta_2)] + c\omega_4^2 \sin(\theta_4 - \theta_3) - 2\dot{b}\omega_3}{b + c \cos(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.47)$$

$$\ddot{b} = - \frac{\left\{ a \omega_2^2 [b \cos(\theta_3 - \theta_2) + c \cos(\theta_4 - \theta_2)] + a \alpha_2 [b \sin(\theta_2 - \theta_3) - c \sin(\theta_4 - \theta_2)] + 2 \dot{b} c \omega_4 \sin(\theta_4 - \theta_3) - \omega_4^2 [b^2 + c^2 + 2bc \cos(\theta_4 - \theta_3)] \right\}}{b + c \cos(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.48)$$

$$A_A = a \alpha_2(-\text{sen}\theta_2 + j\text{cos}\theta_2) - a \omega_2^2(\text{cos}\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) \quad (2.49)$$

$$A_{BA} = b \alpha_3(\text{sen}\theta_3 - j\text{cos}\theta_3) + b \omega_3^2(\text{cos}\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) + 2 \dot{b} \omega_3(\text{sen}\theta_3 - j\text{cos}\theta_3) - \ddot{b}(\text{cos}\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) \quad (2.50)$$

$$A_B = -c \alpha_4(\text{sen}\theta_4 - j\text{cos}\theta_4) - c \omega_4^2(\text{cos}\theta_4 + j\text{sen}\theta_4) \quad (2.51)$$

Ejercicio 2.9/casos prácticos

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera invertido del ejercicio 2.3 y 2.6 con $a = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = 120 \text{ rpm}$ constante, ver la figura 2.34, determine:

- La aceleración angular α_4 y las aceleraciones A_A , \ddot{b} , A_{BA} y A_B .
- Trace el mecanismo en ambas configuraciones y señale sus resultados de aceleración.

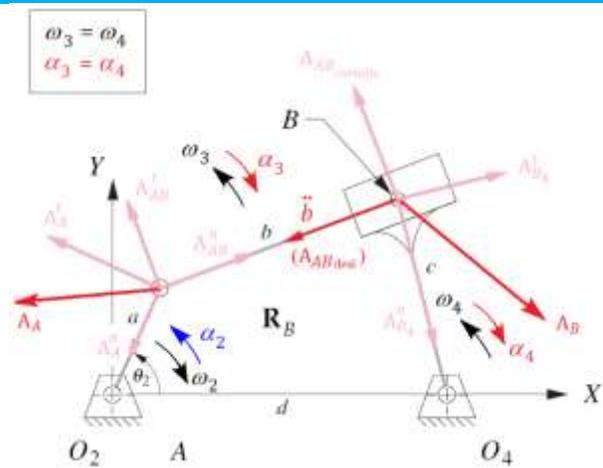


Figura 2.34

Solución.

Los datos son: $a = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$, $\theta_2 = 60^\circ$ y $\omega_2 = -120 \text{ rpm}$ (constante) $\therefore \alpha_2 = 0$, $\omega_2 = -120 \text{ rpm} = -12.57 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

- Para determinar α_4 , A_A , \ddot{b} , A_{BA} y A_B se sustituyen los datos y los resultados de posición y velocidad, es decir $\theta_{3,1,2} = 205.5^\circ$ y 120.5° , $\theta_{4,1,2} = 115.5^\circ$ y 210.5° , $b_{1,2} = 6.55, 6.55$, $\dot{b}_{1,2} = -49.8, -49.8$ y $\omega_{3,1,2} = \omega_{4,1,2} = 4.74, -2.84$ en las ecs. (2.47) a la (2.51)

- Para la configuración abierta con $\theta_{3_1} = 205.5^\circ$ y $\theta_{4_1} = 115.5^\circ$, $b_1 = 6.55$, $\dot{b}_1 = -49.8$, $\omega_{3_1} = \omega_{4_1} = 4.74$

$$\alpha_{3_1} = \alpha_{4_1} = \frac{a[\alpha_2 \cos(\theta_{3_1} - \theta_2) + \omega_2^2 \text{sen}(\theta_{3_1} - \theta_2)] + c\omega_{4_1}^2 \text{sen}(\theta_{4_1} - \theta_{3_1}) - 2\dot{b}_1\omega_{3_1}}{b_1 + c \cos(\theta_{3_1} - \theta_{4_1})} =$$

$$\alpha_{3_1} = \alpha_{4_1} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} 3[(0)\cos(205.5^\circ - 60^\circ) + (-12.57)^2 \text{sen}(205.5^\circ - 60^\circ)] \\ + 6(4.74)^2 \text{sen}(115.5^\circ - 205.5^\circ) - 2(-49.8)(4.74) \end{array} \right\}}{6.55 + 6 \cos(205.5^\circ - 115.5^\circ)} = \mathbf{94.5 \text{ rad/s}^2}$$

$$\ddot{b}_1 = - \frac{\left\{ \begin{array}{l} a \omega_2^2 [b_1 \cos(\theta_{3_1} - \theta_2) + c \cos(\theta_{4_1} - \theta_2)] + a \alpha_2 [b_1 \text{sen}(\theta_2 - \theta_{3_1}) - c \text{sen}(\theta_{4_1} - \theta_2)] \\ + 2 \dot{b}_1 c \omega_{4_1} \text{sen}(\theta_{4_1} - \theta_{3_1}) - \omega_{4_1}^2 [b_1^2 + c^2 + 2b_1 c \cos(\theta_{4_1} - \theta_{3_1})] \end{array} \right\}}{b_1 + c \cos(\theta_{3_1} - \theta_{4_1})}$$

$$\ddot{b}_1 = - \frac{\left\{ \begin{array}{l} 3(-12.57)^2 [6.55 \cos(205.5^\circ - 60^\circ) + 6 \cos(115.5^\circ - 60^\circ)] + 3(0) [6.55 \text{sen}(60^\circ - 205.5^\circ) - 6 \text{sen}(115.5^\circ - 60^\circ)] \\ + 2(-49.8)(6)(4.74) \text{sen}(115.5^\circ - 205.5^\circ) - (4.74)^2 [6.55^2 + 6^2 + 2(6.55)(6) \cos(115.5^\circ - 205.5^\circ)] \end{array} \right\}}{6.55 + 6 \cos(205.5^\circ - 115.5^\circ)}$$

$$\ddot{b}_1 = - \frac{112.10}{6.55} = \mathbf{-17.11 \text{ cm/s}^2}$$

$$A_A = a \alpha_2 (-\text{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2) - a \omega_2^2 (\cos\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) =$$

$$A_A = 3(0)(-\text{sen}60^\circ + j\cos60^\circ) - 3(-12.57)^2 (\cos60^\circ + j\text{sen}60^\circ) = -237 - j410.5 \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{A_A = 474 < 240^\circ \text{ cm/s}^2}$$

$$A_{BA_1} = b_1 \alpha_{3_1} (\text{sen}\theta_{3_1} - j\cos\theta_{3_1}) + b_1 \omega_{3_1}^2 (\cos\theta_{3_1} + j\text{sen}\theta_{3_1}) + 2 \dot{b}_1 \omega_{3_1} (\text{sen}\theta_{3_1} - j\cos\theta_{3_1}) - \ddot{b}_1 (\cos\theta_{3_1} + j\text{sen}\theta_{3_1})$$

$$A_{BA_1} = 6.55(94.5) (\text{sen}205.5^\circ - j\cos205.5^\circ) + 6.55 (4.74)^2 (\cos205.5^\circ + j\text{sen}205.5^\circ) + 2(-49.8)(4.74) (\text{sen}205.5^\circ - j\cos205.5^\circ) - (-17.11) (\cos205.5^\circ + j\text{sen}205.5^\circ) =$$

$$A_{BA_1} = -211.5 - j61.8 \text{ cm/s}^2, \quad \mathbf{A_{BA_1} = 220.3 < 196.3^\circ \text{ cm/s}^2}$$

$$A_{B_1} = -c \alpha_{4_1} (\text{sen}\theta_{4_1} - j\cos\theta_{4_1}) - c\omega_{4_1}^2 (\cos\theta_{4_1} + j\text{sen}\theta_{4_1})$$

$$A_{B_1} = -6(94.5) (\text{sen}115.5^\circ - j\cos115.5^\circ) - 6(4.74)^2 (\cos115.5^\circ + j\text{sen}115.5^\circ)$$

$$A_{B_1} = -453.7 - j365.8 \text{ cm/s}^2, \quad \mathbf{A_{B_1} = 582.8 < 218.9^\circ \text{ cm/s}^2}$$

- Para la configuración cruzada con $\theta_{3_2} = 120.5^\circ$ y $\theta_{4_2} = 210.5^\circ$, $b_2 = 6.55$, $\dot{b}_2 = -49.8$, $\omega_{3_2} = \omega_{4_2} = -2.84$

$$\alpha_{3_2} = \alpha_{4_2} = \frac{a[\alpha_2 \cos(\theta_{3_2} - \theta_2) + \omega_2^2 \sin(\theta_{3_2} - \theta_2)] + c\omega_{4_2}^2 \sin(\theta_{4_2} - \theta_{3_2}) - 2\dot{b}_2\omega_{3_2}}{b_2 + c \cos(\theta_{3_2} - \theta_{4_2})} =$$

$$\alpha_{3_2} = \alpha_{4_2} = \frac{\left\{ 3[(0)\cos(120.5^\circ - 60^\circ) + (-12.57)^2 \sin(120.5^\circ - 60^\circ)] + 6(-2.84)^2 \sin(210.5^\circ - 120.5^\circ) - 2(-49.8)(-2.84) \right\}}{6.55 + 6 \cos(120.5^\circ - 210.5^\circ)} = 27.2 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{b}_2 = - \frac{\left\{ a\omega_2^2 [b_2 \cos(\theta_{3_2} - \theta_2) + c \cos(\theta_{4_2} - \theta_2)] + a\alpha_2 [b_2 \sin(\theta_2 - \theta_{3_2}) - c \sin(\theta_{4_2} - \theta_2)] + 2\dot{b}_2 c \omega_{4_2} \sin(\theta_{4_2} - \theta_{3_2}) - \omega_{4_2}^2 [b_2^2 + c^2 + 2b_2 c \cos(\theta_{4_2} - \theta_{3_2})] \right\}}{b_2 + c \cos(\theta_{3_2} - \theta_{4_2})}$$

$$\ddot{b}_2 = - \frac{\left\{ 3(-12.57)^2 [6.55 \cos(120.5^\circ - 60^\circ) + 6 \cos(210.5^\circ - 60^\circ)] + 3(0)[6.55 \sin(60^\circ - 120.5^\circ) - 6 \sin(210.5^\circ - 60^\circ)] + 2(-49.8)(6)(-2.84) \sin(210.5^\circ - 120.5^\circ) - (-2.84)^2 [6.55^2 + 6^2 + 2(6.55)(6) \cos(210.5^\circ - 120.5^\circ)] \right\}}{6.55 + 6 \cos(120.5^\circ - 210.5^\circ)}$$

$$\ddot{b}_2 = - \frac{114.3}{6.55} = -17.45 \text{ cm/s}^2$$

$$A_A = a \alpha_2 (-\sin\theta_2 + j\cos\theta_2) - a \omega_2^2 (\cos\theta_2 + j\sin\theta_2) =$$

$$A_A = 3(0)(-\sin 60^\circ + j\cos 60^\circ) - 3(-12.57)^2 (\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ) = -237 - j410.5 \text{ cm/s}^2$$

$$A_A = 474 < 240^\circ \text{ cm/s}^2$$

$$A_{BA_2} = b_2 \alpha_{3_2} (\sin\theta_{3_2} - j\cos\theta_{3_2}) + b_2 \omega_{3_2}^2 (\cos\theta_{3_2} + j\sin\theta_{3_2}) + 2\dot{b}_2 \omega_{3_2} (\sin\theta_{3_2} - j\cos\theta_{3_2}) - \ddot{b}_2 (\cos\theta_{3_2} + j\sin\theta_{3_2})$$

$$A_{BA_2} = 6.55(27.2) (\sin 120.5^\circ - j\cos 120.5^\circ) + 6.55(-2.84)^2 (\cos 120.5^\circ + j\sin 120.5^\circ) + 2(-49.8)(-2.84) (\sin 120.5^\circ - j\cos 120.5^\circ) - (-17.45) (\cos 120.5^\circ + j\sin 120.5^\circ) =$$

$$A_{BA_2} = 361.6 + j294.5 \text{ cm/s}^2, \quad A_{BA_2} = 466.4 < 39.2^\circ \text{ cm/s}^2$$

$$A_{B_2} = -c \alpha_{4_2} (\sin\theta_{4_2} - j\cos\theta_{4_2}) - c\omega_{4_2}^2 (\cos\theta_{4_2} + j\sin\theta_{4_2})$$

$$A_{B_2} = -6(27.2) (\sin 210.5^\circ - j\cos 210.5^\circ) - 6(-2.84)^2 (\cos 210.5^\circ + j\sin 210.5^\circ)$$

$$A_{B_2} = 124.5 - j116.1 \text{ cm/s}^2, \quad A_{B_2} = 170.2 < 317^\circ \text{ cm/s}^2$$

b) En la figura 2.35 se muestran los resultados de las aceleraciones para ambas configuraciones del mecanismo.

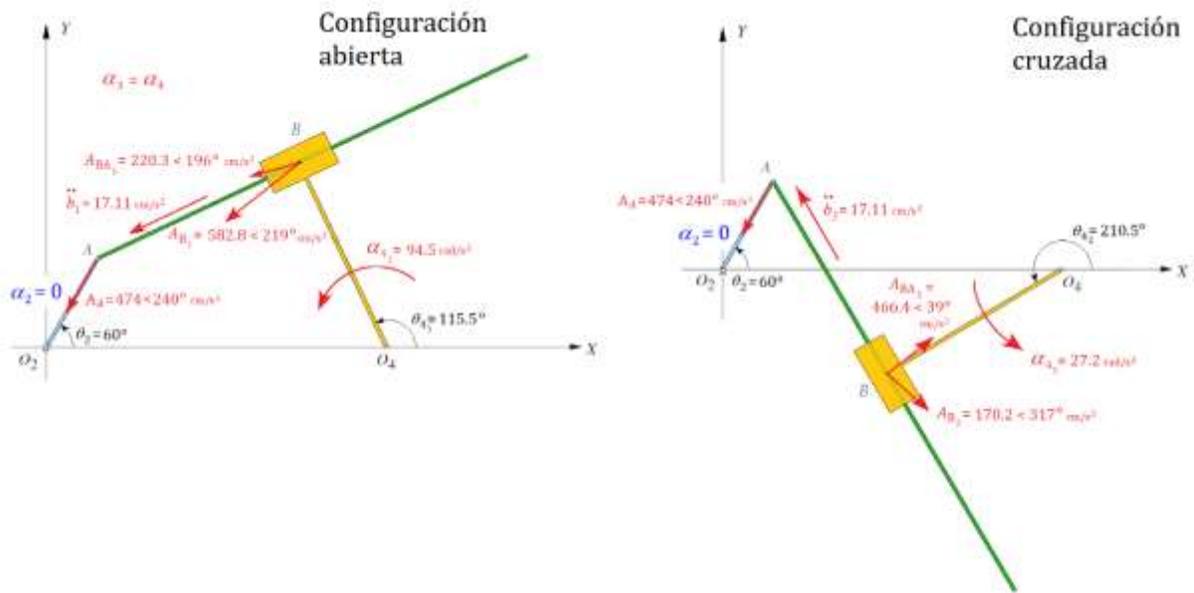


Figura 2.35

2.4 Teorema de Kennedy

Para determinar la velocidad de los eslabones de mecanismos planos, como el mecanismo de cuatro barras, hemos usado métodos gráfico y analítico. Otra forma disponible para el cálculo de velocidades es mediante el uso de centros instantáneos I de velocidad. **Un centro instantáneo de velocidad se define como un punto común a dos cuerpos en movimiento plano que tiene la misma velocidad instantánea en cada cuerpo.** Puesto que se requieren dos eslabones para crear un centro instantáneo, se puede predecir con facilidad la cantidad de centros instantáneos que se pueden esperar en cualquier conjunto de eslabones. El número C de centros instantáneos I en un mecanismo en 2-D con n eslabones es igual a

$$C = \frac{n(n-1)}{2} \quad (2.52)$$

A partir de la ec. (2.52), se puede ver que un mecanismo de cuatro eslabones tiene 6 centros instantáneos, uno de cinco tiene 10, uno de seis tiene 15 y uno de ocho tiene 28.

La figura 2.36c muestra un mecanismo de cuatro barras en una posición arbitraria y como se indicó previamente tiene 6 centros instantáneos. También se muestra una gráfica lineal que es útil para rastrear los centros instantáneos encontrados. Esta gráfica particular puede crearse al trazar un círculo en el cual se marcan tantos puntos como eslabones hay en el mecanismo. Luego se traza una línea entre los puntos que representan pares de eslabones cada vez que se encuentra un centro instantáneo I .

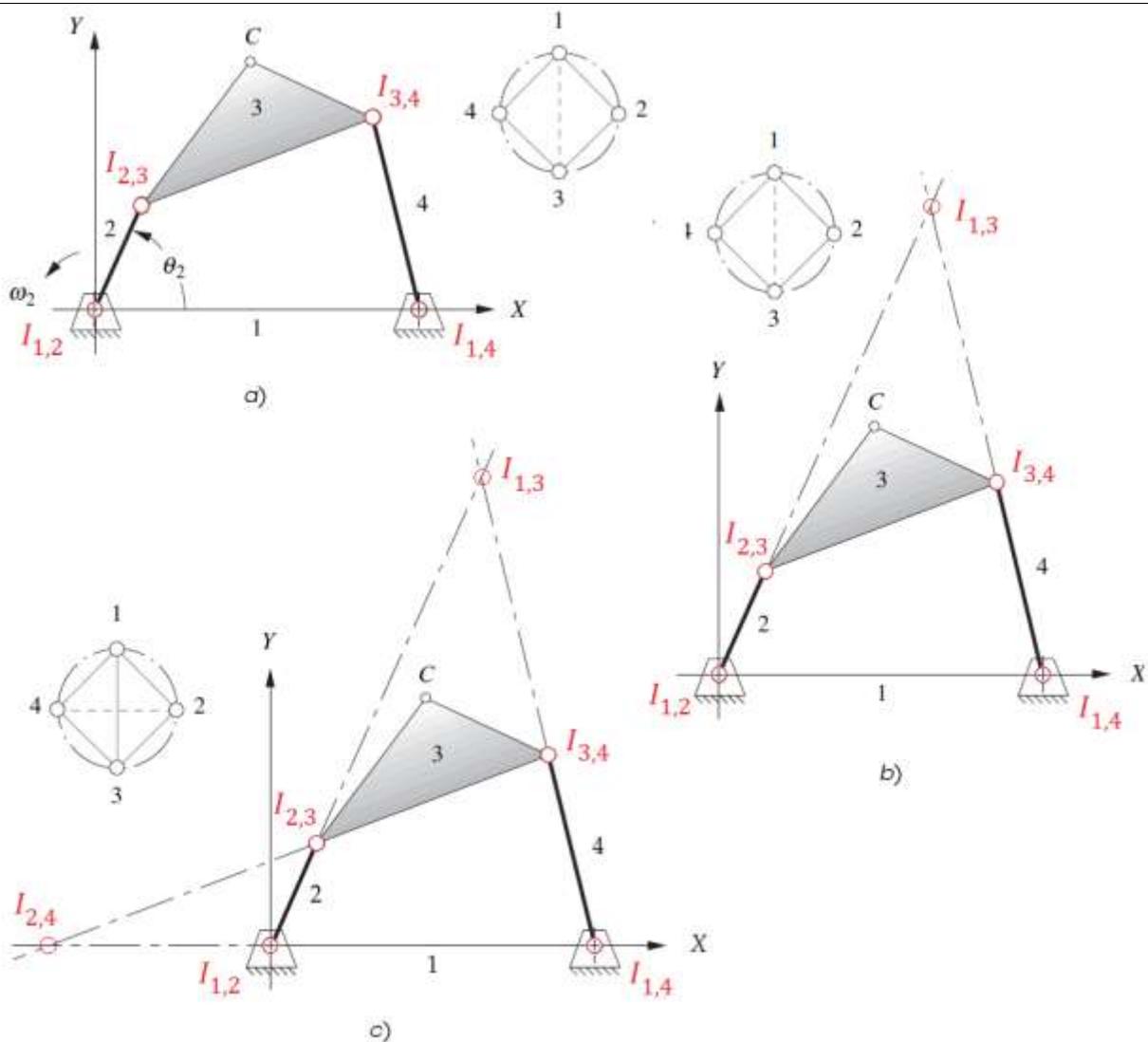


Figura 2.36. Localización de centros instantáneos en un mecanismo de juntas de pasador. Adaptación de [1].

La gráfica lineal resultante es el conjunto de líneas que conectan puntos. No incluye el círculo, que se utilizó sólo para colocar los puntos. Esta gráfica en realidad es una solución geométrica de la ec. (2.52), puesto que la conexión de todos los puntos en pares genera todas las combinaciones posibles tomadas de dos en dos.

Algunos centros instantáneos son encontrados por inspección con solo la definición de centro instantáneo, estos son los centros instantáneos $I_{1,2}$, $I_{2,3}$, $I_{3,4}$ y $I_{1,4}$ que corresponden a las cuatro juntas de pasador y estas juntas satisfacen la definición, ver la figura 2.36a. Cada junta en ambos eslabones debe tener la misma velocidad en todo momento. El centro instantáneo $I_{1,2}$ relaciona los eslabones 1 y 2, y es lo mismo si escribimos $I_{2,1}$ esto es, el orden del subíndice no importa. Además, los centros instantáneos de junta de pasador $I_{1,2}$ y $I_{1,4}$ se conocen como centros instantáneos “permanentes”, ya que permanecen en el mismo lugar en todas las posiciones del mecanismo. Sin embargo, para centros instantáneos $I_{2,3}$ y $I_{3,4}$ la ubicación de estos, cambiará conforme el mecanismo cambie de posición. En este ejemplo de mecanismo de cuatro eslabones existen dos centros instantáneos adicionales que deben ser encontrados. Para este fin se usa el teorema de Kennedy.

Teorema de Kennedy.

El teorema de Kennedy trata sobre la ubicación de los centros instantáneos de velocidad que relacionan eslabones que no están conectados directamente. La regla de Kennedy establece que tres cuerpos (eslabones) cualesquiera en movimiento plano tendrán exactamente tres centros instantáneos, y quedarán en la misma línea recta.

La primera parte de esta regla es simplemente el replanteamiento de la ec. (2.52) con $n = 3$. La segunda cláusula de esta regla es la más útil. Observe que esta regla no requiere que los tres cuerpos estén conectados de algún modo. Podemos utilizarla, junto con la gráfica lineal, para encontrar los centros instantáneos restantes $I_{1,3}$ y $I_{2,4}$ que no son obvios en la inspección. Los trazos para encontrar estos dos centros se muestran en las figuras 2.36b y c.

Se inicia con cualquiera de los dos centros, por ejemplo, para encontrar el centro $I_{1,3}$ se trazan líneas de prolongación de los eslabones 2 y 4, el punto de intersección de las dos líneas, corresponde al centro instantáneo $I_{1,3}$, ver la figura 2.36b. Observe que en este trazo

los centros instantáneos $I_{1,2}$, $I_{2,3}$ y $I_{1,3}$ están sobre una línea recta, similarmente los centros $I_{1,4}$, $I_{3,4}$ y $I_{1,3}$ y en ambos casos se involucran 3 eslabones, por lo tanto, se cumple la regla de Kennedy. Similarmente, para encontrar el centro $I_{2,4}$ se trazan líneas de prolongación de los eslabones 1 y 3, el punto de intersección de las dos líneas, corresponde al centro instantáneo $I_{2,4}$, véase la figura 2.36c. Los centros instantáneos $I_{1,4}$, $I_{1,2}$ y $I_{2,4}$ están sobre una línea recta, similarmente los centros $I_{3,4}$, $I_{2,3}$ y $I_{2,4}$ y también se cumple la regla de Kennedy.

Una vez que se encuentran los centros instantáneos, se calculan la distancia entre un centro instantáneo y algún punto de interés del mecanismo, con ello se puede realizar un análisis gráfico muy rápido de la velocidad v del mecanismo en ese punto, o un análisis de la velocidad angular ω de un eslabón. Por ejemplo, en la figura 2.37 se ha determinado la ubicación del centro instantáneo $I_{1,3}$ y, por lo tanto, se conoce su distancia a los puntos A y B denotados como $AI_{1,3}$ y $BI_{1,3}$ respectivamente.

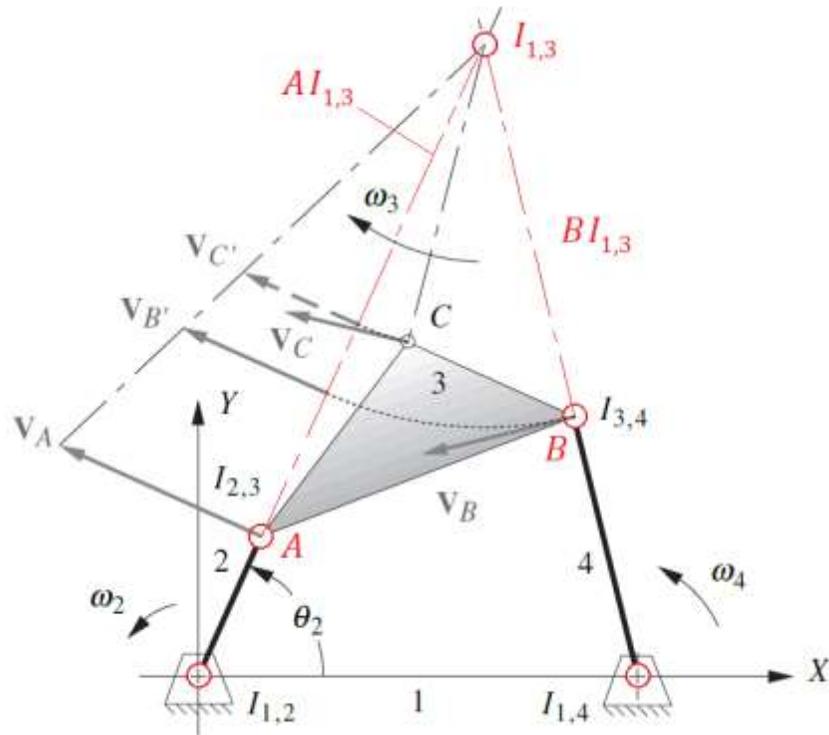


Figura 2.37. Análisis de la velocidad por medio de centros instantáneos. Adaptación de [1].

La velocidad tangencial del punto A " V_A " se determina multiplicando la distancia $AI_{1,2}$ con la velocidad angular ω_2 , es decir:

$$V_A = (AI_{1,2}) * \omega_2 \quad (2.53)$$

La velocidad angular del eslabón 3 “ ω_3 ” se puede determinar usando la misma expresión, pero despejando ω y reescribiendo los subíndices para el centro instantáneo $I_{1,3}$, es decir

$$\omega_3 = \frac{V_A}{(AI_{1,3})} \quad (2.54)$$

Similarmente, la velocidad tangencial del punto B “ V_B ” se determina multiplicando la distancia $BI_{1,3}$ con la velocidad angular ω_3 , es decir:

$$V_B = (BI_{1,3}) * \omega_3 \quad (2.55)$$

y la velocidad angular del eslabón 4 es igual a:

$$\omega_4 = \frac{V_B}{(BI_{1,4})} \quad (2.56)$$

2.5 Análisis de posición, velocidad y aceleración por medio de software

Existen numerosos softwares para la síntesis y análisis de mecanismos, uno de estos es Working Model^{MR} de la empresa Design Simulation Technologies [], ideado para dibujar y diseñar mecanismos de eslabonamientos y agregar accesorios mecánicos como levas, engranes, resortes, amortiguadores, poleas, bandas, cadenas y motores. El software permite la simulación de movimiento y simultáneamente analizar posición, velocidad y aceleración de cualquier punto o cualquier eslabón del mecanismo, ver la figura 2.38.

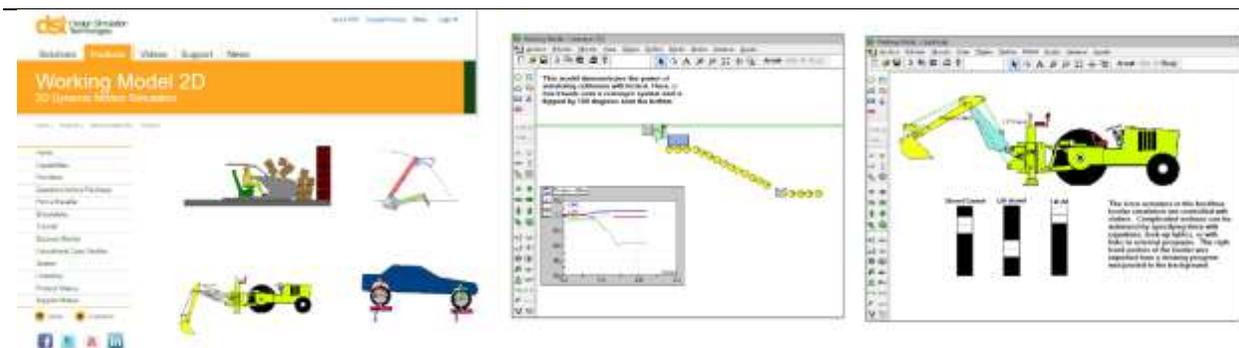
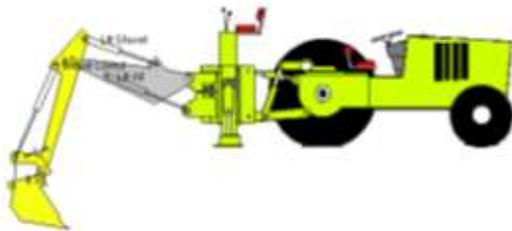
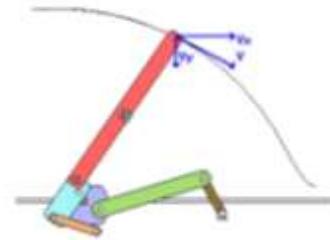


Figura 2.38. Sitio en internet del software Working Model. <https://www.design-simulation.com/WM2D/Index.php>

Como ejemplo del uso del software Working Model^{MR} para el análisis cinemático de un mecanismo, se da una presentación del procedimiento para dibujar un eslabonamiento de

cuatro barras y analizar su posición, velocidad y aceleración. En esta presentación, el ejemplo integra los resultados de los ejercicios previos 2.1, 2.4 y 2.7.



Aprende a modelar un mecanismo de cuatro barras usando el software Working Model^{MR} en esta [presentación](#). 

Bibliografía

[1] Diseño de Maquinaria (2021). Robert L. Norton, Mc Graw-Hill

- Mecanismos y dinámica de maquinaria (2002). Hamilton Mabie y Charles Reinholtz. Editorial Limusa Wiley.

- Working Model 2D Tutorial Guide. Design Simulation Technologies, Inc. 43311 Joy Road, #237 Canton, MI 48187 USA. <https://www.design-simulation.com/wm2d/tutorial.php>

Resumen de los complementos educativos de la unidad 2

Cuestionario de evaluación 2.

Complemento educativo

¿Qué tanto conoces de cinemática de mecanismos?

Prueba tus conocimientos de cinemática de mecanismos con una serie de preguntas básicas [mira este cuestionario.](#)

Presentaciones.

Complemento educativo

- [Un análisis cinemático de un mecanismo de cuatro barras usando el software Working Model 2D se presenta.](#)

Ejercicios propuestos (soluciones)

Complemento educativo

- [Prueba tú destreza como ingeniero con esta serie de ejercicios propuestos de la unidad 2.](#)

Anexo 2.1

Cuestionario de evaluación

Cuestionario de evaluación

Unidad 2

[Volver.](#)

Complemento educativo

01043 E2U-4 Examen de Mecanismos AED1043ME5A Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos

Examen de Mecanismos AED1043ME5A. Unidad 2. Análisis cinemático de mecanismos planos.

1) Tiene 60 minutos para contestar el examen.
2) Todos los campos y las preguntas son obligatorias.

Indicaciones de las preguntas es obligatorias.

1. ¿Cómo? *

EXAMEN	
CATEDRA Ingeniería Mecánica	PRÁCTICO
INSTR. Mecanismos	Unid. AED-1043ME5A (4/1/24) Mecánica
SEÑAL 8 o 9 o 10 LPI 2 Análisis	TPO 20 00:00:00 FECHA
GRUPO DE INGENIEROS Mecánica	Primer Semestre FECHA
COORDINADOR DR. RAFAEL ROSALES	VEN DEL MAESTRO CALIFICACIÓN

Examen de Mecanismos AED-1043ME5A. Unidad 2. Análisis cinemático de mecanismos planos. Datos personales

1) Tiene 60 minutos para responder el examen.
2) Todos los campos y preguntas son obligatorios.

2. Nombre completo (apellido paterno, apellido materno y nombre(s)). *

https://www.google.com/maps/@19.4310556,-99.1048933,15z/data=!3m1!1e3

01043 E2U-4 Examen de Mecanismos AED1043ME5A Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos

3. Número de control. *

4. ¿Cómo electrónico? *

Comienza el examen

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Seleccione una opción haciendo "click" con el mouse.

5. Es la rama de la mecánica que describe el movimiento de los cuerpos rígidos sin considerar las fuerzas que lo originan y se limita al estudio de la trayectoria en función del tiempo. *

Marque solo un óvalo

Ingeniería

Cinética

Balística

Termodinámica

Dinámica

6. Este movimiento se caracteriza porque cada punto del cuerpo rígido tiene la misma velocidad y aceleración. *

Marque solo un óvalo

Rotación

Traslación

Traslación

Movimiento helicoidal

Rotación

https://www.google.com/maps/@19.4310556,-99.1048933,15z/data=!3m1!1e3

01043 E2U-4 Examen de Mecanismos AED1043ME5A Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos

7. En un modelo idealizado de un componente material indefinible. *

Marque solo un óvalo

Máquina

Cuerpo rígido

Mecanismo

Articulado

Cadena cinemática

8. En este movimiento bidimensional todos los puntos de un cuerpo rígido excepto en * dentro, se mueven describiendo arcos de círculo alrededor de su centro.

Marque solo un óvalo:

Traslación

Rotación

Movimiento esférico

Rotación

Movimiento helicoidal

9. Del siguiente listado, cuál corresponde al movimiento de las ruedas de un automóvil en la carretera? *

Marque solo un óvalo

Rotación

Rotación

Movimiento helicoidal

Movimiento esférico

Traslación

https://www.google.com/maps/@19.4310556,-99.1048933,15z/data=!3m1!1e3

01043 E2U-4 Examen de Mecanismos AED1043ME5A Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos

10. El movimiento del pistón de un motor de automóvil es un ejemplo de este tipo de * movimiento.

Marque solo un óvalo

Eléctrico

Rotacional

Unid

Eléctrico

Circular

11. La trayectoria de la biela de un motor de automóvil es un ejemplo de este tipo de * movimiento.

Marque solo un óvalo

Traslación

Plano o complejo

Circular

Rotacional

Movimiento esférico

12. En una trayectoria circular con radio R y velocidad angular ω , el desplazamiento X de una partícula a lo largo del arco de trayectoria en un tiempo t está dado por la siguiente ecuación. *

Marque solo un óvalo:

$X = R + \omega t$

$X = \omega R t$

$X = \omega^2 R t$

$X = R (\omega t)$

$X = R \omega t$

https://www.google.com/maps/@19.4310556,-99.1048933,15z/data=!3m1!1e3

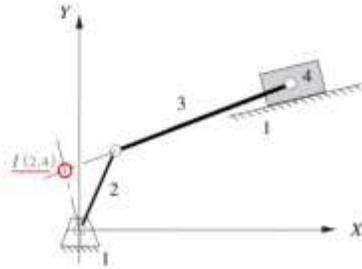
19/10/24, 9:38 p.m. Examen de Mecanismos AED (GABRIELA Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos)

19. Del siguiente listado, ¿cuáles son unidades de velocidad angular ω ?

Marca solo un óvalo.

- rad/mm²
- rad/s
- mm/s²
- rad/s²
- mm/s

20. En el mecanismo de manivela - coxido de mostrado, ¿qué significa el punto subrayado en rojo con notación $I(2,4)$?



Marca solo un óvalo.

- Centro de rotación
- Centro de pivoteación
- Centróide
- Centro de masa
- Centro instantáneo

https://www.google.com/maps/@1,304,13038864,-86,20V,350m/data=!3m1!1e3m

830

19/10/24, 9:38 p.m. Examen de Mecanismos AED (GABRIELA Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos)

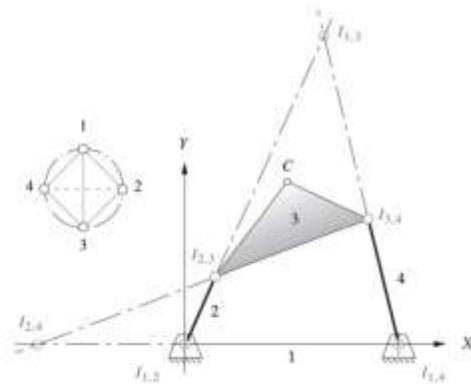
21. Considere el vector de posición r y el vector de velocidad angular ω como se indican a continuación: $r = -r\hat{j}$ y $\omega = \omega\hat{i}$. Realice el producto cruz (vectorial) entre ambos vectores y seleccione el sentido correcto de la velocidad tangencial V .

Marca solo un óvalo.

- $V = -\omega r\hat{j}$
- $V = +\omega r\hat{j}$
- $V = -\omega r\hat{i}$
- $V = +\omega r\hat{i}$
- $V = +\omega r\hat{k}$
- $V = -\omega r\hat{k}$

19/10/24, 9:38 p.m. Examen de Mecanismos AED (GABRIELA Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos)

22. En el mecanismo de cuatro barras mostrado, ¿cuántos centros instantáneos hay?



Marca solo un óvalo.

- 4
- 3
- 6
- 2
- 5

https://www.google.com/maps/@1,304,13038864,-86,20V,350m/data=!3m1!1e3m

1120

19/10/24, 9:38 p.m. Examen de Mecanismos AED (GABRIELA Unidad 2 Análisis cinemático de mecanismos planos)

23. Este teorema o regla establece que tres cuerpos cualquiera en movimiento plano tendrán exactamente tres centros instantáneos, y quedarán en la misma línea recta.

Marca solo un óvalo.

- Regla del paralelogramo
- Regla de Grubler - Kutzbach
- Regla de coherencia
- Regla de Kennedy
- Regla de Grashof

24. Para un mecanismo de cuatro barras, ¿cómo se le llama a la relación ω_4 / ω_2 ?

Marca solo un óvalo.

- Relación de eficiencia
- Relación del tren
- Relación de transmisión
- Relación de velocidad angular
- Relación de centros

25. Una rueda de 25 cm de diámetro está ensamblada en un eje de transmisión cuya velocidad angular ω es de 900 rpm, ¿cuánto es la velocidad tangencial V correspondiente?

Marca solo un óvalo.

- $V = 23.6$ m/s
- $V = 6.28$ m/s
- $V = 11.8$ m/s
- $V = 2.14$ m/s
- $V = 25.4$ m/s

https://www.google.com/maps/@1,304,13038864,-86,20V,350m/data=!3m1!1e3m

1600

819324, 5/28 p.m. Examen de Mecanismos AED1941MESA, Unidad 2, Análisis cinemático de mecanismos planos

33. En un problema de movimiento de rotación alrededor de un eje y traslación simultánea, ¿qué nombre recibe la componente de la aceleración $2\omega \times V$ en \hat{r} ?

Marca solo un óvalo

- Aceleración normal
- Aceleración angular
- Aceleración radial
- Aceleración gravitacional
- Aceleración de Coriolis

34. Suponga que en un mecanismo de manivela - correa invertido, el acoplador desistate gira a 400 RPM y se desliza respecto a la ranura del eslabón de salida a 300 mm/s, ¿qué aceleración de correa (m/s²) desarrolla la correa?

Marca solo un óvalo

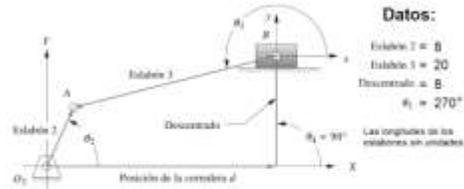
- 25.1 m/s²
- 240 m/s²
- 2,000 m/s²
- 240,000 m/s²
- 12,566 m/s²

Ejercicios

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Seleccione una opción haciendo "click" con el mouse.

819324, 5/28 p.m. Examen de Mecanismos AED1941MESA, Unidad 2, Análisis cinemático de mecanismos planos

35. Para el mecanismo de manivela - correa mostrado en la figura donde el eslabón 2 = 5, eslabón 3 = 20, el descentrado = 5, vea la figura. Suponga que $\theta_2 = 270^\circ$ y use las fórmulas de posición para determinar todas las posibles soluciones (tanto abiertas como cruzadas) para el ángulo " θ_3 " y la posición "d" de la correa. (Valor 10 puntos)



Datos:
 Eslabón 2 = 5
 Eslabón 3 = 20
 Descentrado = 5
 $\theta_2 = 270^\circ$
 Las longitudes de los eslabones en unidades.

Marca solo un óvalo.

- $(\theta_3)1 = +53.1^\circ, (\theta_3)2 = -233.1^\circ, d1 = +20, d2 = -20$
- $(\theta_3)1 = -28.1^\circ, (\theta_3)2 = +208^\circ, d1 = -17.7, d2 = +17.7$
- $(\theta_3)1 = -28.8^\circ, (\theta_3)2 = +116.6^\circ, d1 = -12, d2 = +12$
- $(\theta_3)1 = +28.1^\circ, (\theta_3)2 = -208^\circ, d1 = +17.7, d2 = -17.7$
- $(\theta_3)1 = -53.1^\circ, (\theta_3)2 = +233.1^\circ, d1 = -12, d2 = +12$

https://www.google.com/forms/d/1_BuyL0X02M8w-8u2WV5u4w6u6U3i4-0y4wZw4

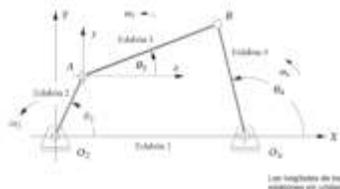
1120

https://www.google.com/forms/d/1_BuyL0X02M8w-8u2WV5u4w6u6U3i4-0y4wZw4

1120

819324, 5/28 p.m. Examen de Mecanismos AED1941MESA, Unidad 2, Análisis cinemático de mecanismos planos

36. Para el mecanismo de cuatro barras donde el eslabón 1 = 0, eslabón 2 = 7, eslabón 3 = 11, el eslabón 4 = 8, $\theta_2 = +50^\circ$, $\omega_2 = +75 \text{ rad/s}$, $(\theta_3)1 = -3.5^\circ$, $(\theta_3)2 = -86.5^\circ$, $(\theta_4)1 = +35.9^\circ$ y $(\theta_4)2 = -135.9^\circ$ vea la figura, use las fórmulas de velocidad y determine todas las posibles soluciones (tanto abiertas como cruzadas) para la magnitud de las velocidades angulares ω_3 y ω_4 del eslabón 3 y eslabón 4 respectivamente. (Valor 10 puntos)



Datos:
 Eslabón 1 = 0
 Eslabón 2 = 7
 Eslabón 3 = 11
 Eslabón 4 = 8
 $\theta_2 = +50^\circ$
 $\omega_2 = +75 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 $(\theta_3)_1 = -3.5^\circ$
 $(\theta_3)_2 = -86.5^\circ$
 $(\theta_4)_1 = +35.9^\circ$
 $(\theta_4)_2 = -135.9^\circ$
 Las longitudes de los eslabones en unidades.

Marca solo un óvalo

- $(\omega_3)1 = +18.3 \text{ rad/s}, (\omega_4)1 = +7.7 \text{ rad/s}, (\omega_3)2 = +83.1 \text{ rad/s}, (\omega_4)2 = +57.1 \text{ rad/s}$
- $(\omega_3)1 = -7.7 \text{ rad/s}, (\omega_4)1 = -57.1 \text{ rad/s}, (\omega_3)2 = 18.3 \text{ rad/s}, (\omega_4)2 = +83.1 \text{ rad/s}$
- $(\omega_3)1 = +18.3 \text{ rad/s}, (\omega_4)1 = -57.1 \text{ rad/s}, (\omega_3)2 = -7.7 \text{ rad/s}, (\omega_4)2 = -83.1 \text{ rad/s}$
- $(\omega_3)1 = +18.3 \text{ rad/s}, (\omega_4)1 = +83.1 \text{ rad/s}, (\omega_3)2 = +7.7 \text{ rad/s}, (\omega_4)2 = -57.1 \text{ rad/s}$
- $(\omega_3)1 = -7.7 \text{ rad/s}, (\omega_4)1 = +57.1 \text{ rad/s}, (\omega_3)2 = -18.3 \text{ rad/s}, (\omega_4)2 = -83.1 \text{ rad/s}$

Este contenido no ha sido creado ni aprobado por Google

Google Formularios

https://www.google.com/forms/d/1_BuyL0X02M8w-8u2WV5u4w6u6U3i4-0y4wZw4

1120

https://www.google.com/forms/d/1_BuyL0X02M8w-8u2WV5u4w6u6U3i4-0y4wZw4

1120

Para ver el cuestionario de evaluación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



EXU2-AED1043ME5
A-2023A - Formulario

Anexo 2.2

Presentaciones.

Presentación A2.1

Complemento educativo

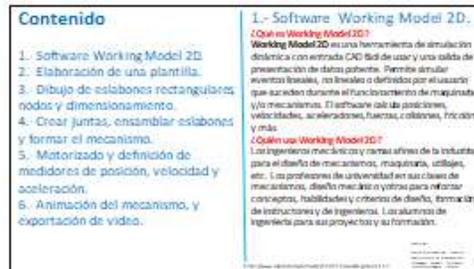
ANÁLISIS CINEMÁTICO DE MECANISMOS USANDO EL SOFTWARE WORKING MODEL 2D.

[Volver.](#)

[Volver Resumen](#)



1



2



3



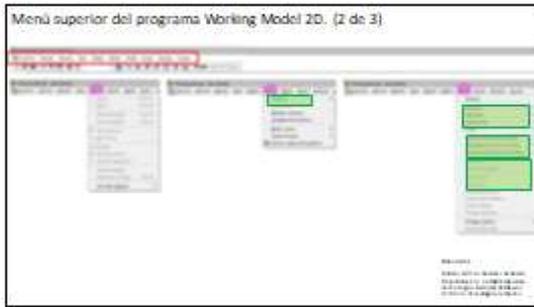
4



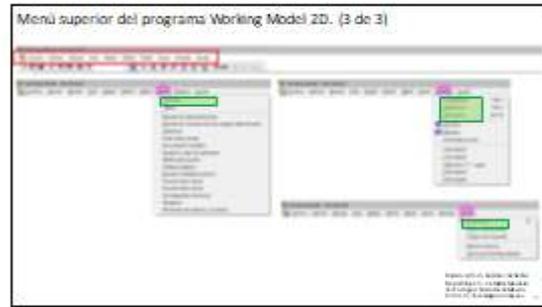
5



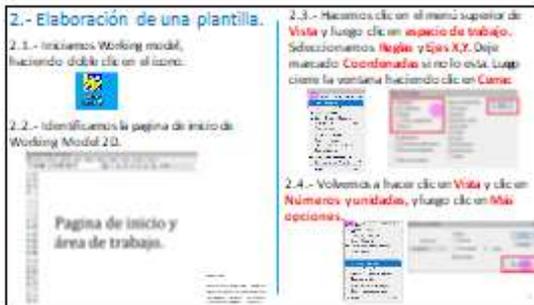
6



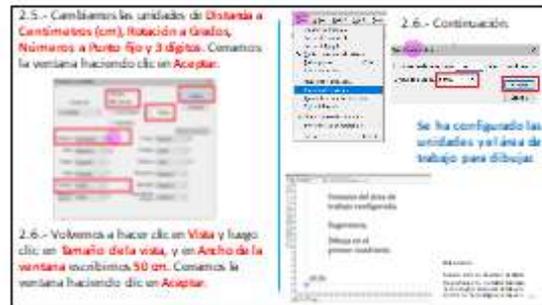
7



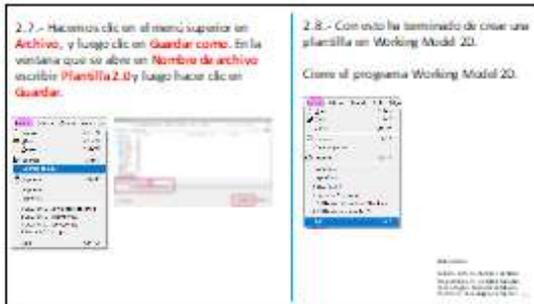
8



9



10



11

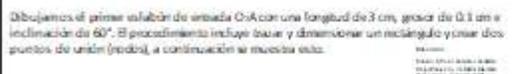


12

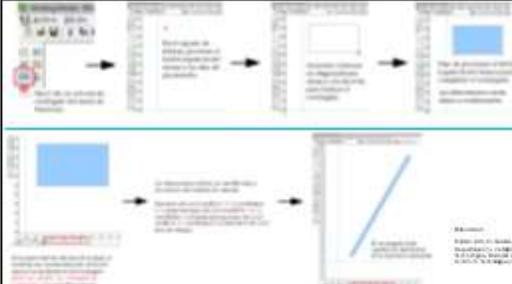
Abriremos Working Model 2D y hacemos clic en el menú superior en **Archivo**, y luego clic en **Abrir**. En la ventana que se abre buscamos el archivo **Planeta 2.0** y lo seleccionamos haciendo clic sobre el nombre y luego clic en **Abrir**.



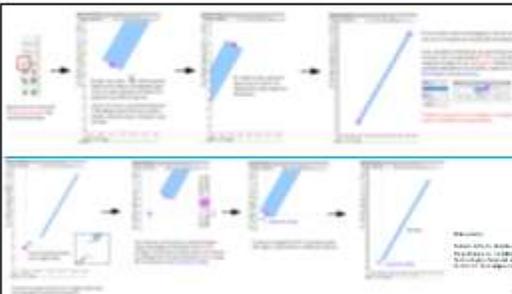
Dibujamos el primer eslabón de armadura O-A con una longitud de 3 cm, grosor de 0.1 cm e inclinación de 60°. El procedimiento incluye base y dimensionar un rectángulo y crear dos puntos de unión (redes), a continuación se muestra esta:



13



14

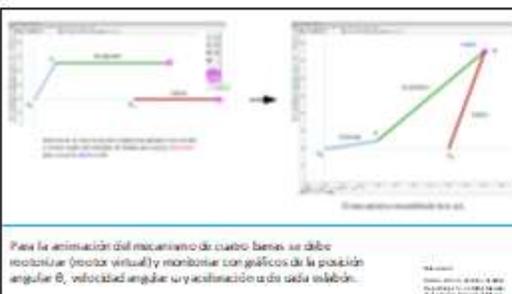


15

4.- Crear juntas, ensamblar eslabones y formar el mecanismo.



16



Para la animación del mecanismo de cuatro barras se debe rotar el motor virtual y monitorizar con gráficos de la posición angular θ , velocidad angular ω y aceleración α de cada eslabón.

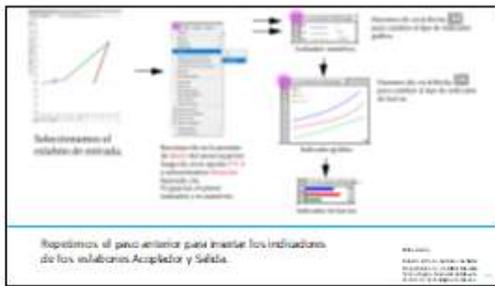
17

5.- Motorizado y definición de medidores de posición, velocidad y aceleración.

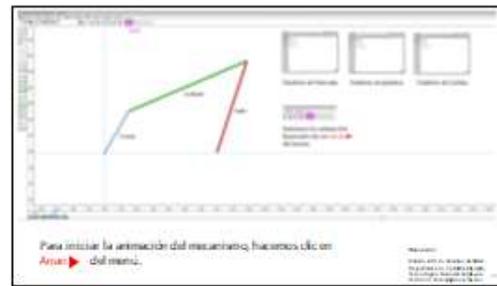


Para conocer las magnitudes de posición angular θ , velocidad angular ω y aceleración α de cada eslabón se deben insertar indicadores de barras, magnitud o de gráficos para cada eslabón.

18



19



20



21



22



23

Para ver la presentación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



2.1 Introducción a Working Model.ppt

Anexo 2.3

Soluciones a los ejercicios propuestos de la unidad 2



Ejercicio propuesto A2.1

[Volver](#)

Complemento educacional

Para el mecanismo de cuatro barras articuladas de la figura 2.8, con $a = 11 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$. Determine:

- La condición de Grashof, en su caso los intervalos de movimiento θ_2 y θ_4 y los respectivos ángulos de transmisión γ .
- ¿Es posible ensamblar el eslabonamiento con $\theta_2 = 60^\circ$?, de ser posible determine θ_3 y θ_4 para los circuitos abierto y cruzado.

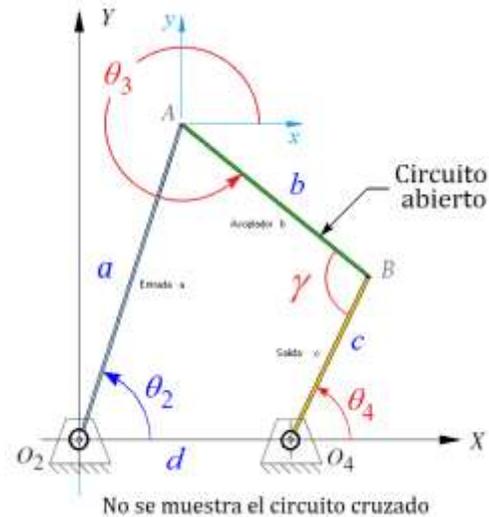


Figura A2.1

Solución.

Los datos son: $a = 11 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $d = 7 \text{ cm}$.

a) Se identifica que $L = 11$, $S = 6$, y se verifica que $L + S = 17$ y $P + Q = 8 + 6 = 14$, $\therefore L + S > P + Q$, y se trata de una cadena tipo No Grashof y ningún eslabón rotará completamente. Por lo tanto, se trata de un doble balancín, es decir θ_2 y θ_4 describen oscilaciones.

Para determinar los intervalos de oscilación θ_2 del eslabón de entrada, se traza el acoplador y la salida en posición colineal obteniéndose un límite de θ_2 . La otra posición límite de θ_2 se obtiene al volver estar colineales el acoplador y la salida, ver la figura A2.1.1.

Para determinar los intervalos de oscilación θ_4 del eslabón de salida, se repite el procedimiento anterior, pero posicionando colineales los eslabones de entrada y el acoplador, ver la figura A2.1.2.

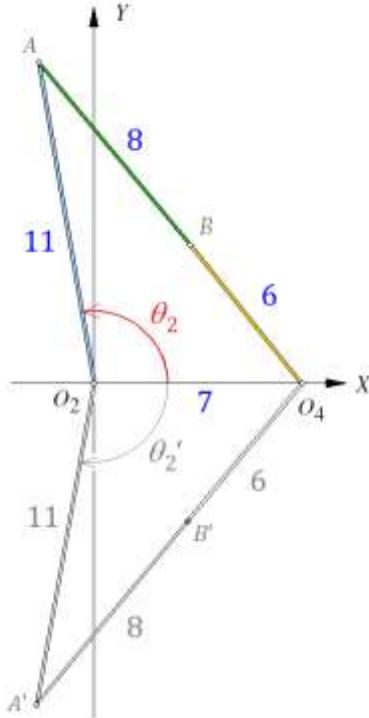


Figura A2.1.1

- Aplicando ley de los cosenos al triángulo O_2AO_4 .

$$\cos \theta_2 = \frac{11^2 + 7^2 - 14^2}{2(11)(7)} = -0.169, \quad \theta_2 = 99.72^\circ$$

El eslabón de entrada oscila de 0° a 99.72° .

- Aplicando ley de los cosenos al triángulo $O_2A'O_4$.

$$\cos \theta_2' = \frac{11^2 + 7^2 - 14^2}{2(11)(7)} = -0.169,$$

$$\theta_2' = -99.72^\circ \text{ (260.28}^\circ\text{)}$$

El eslabón de entrada oscila de 260.28° a 360° .

Por lo tanto, el intervalo de oscilación del eslabón de entrada es de **$260.28^\circ \leq \theta_2 \leq 99.72^\circ$**

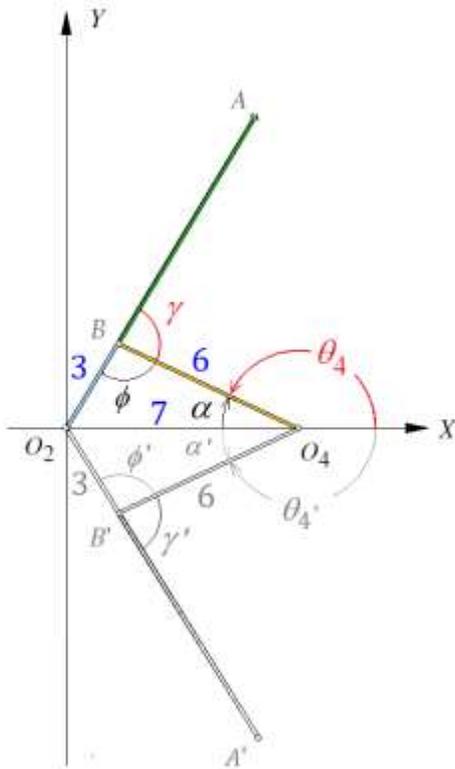


Figura A2.1.2

- Aplicando ley de los cosenos al triángulo O_2BO_4 .

$$\cos \alpha = \frac{7^2 + 6^2 - 3^2}{2(7)(6)} = 0.905, \quad \alpha = 25.2^\circ$$

$$\theta_4 = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 25.2^\circ = 154.8^\circ$$

El eslabón de salida oscila de 0° a 154.8° .

- Aplicando ley de los cosenos al triángulo $O_2B'O_4$.

$$\cos \alpha = \frac{7^2 + 6^2 - 3^2}{2(7)(6)} = 0.905, \quad \alpha = -25.2^\circ$$

$$\theta_4' = 180^\circ + \alpha = 180^\circ + 25.2^\circ = 205.2^\circ$$

El eslabón de salida oscila de 205.2° a 360° .

Por lo tanto, el intervalo de oscilación del eslabón de salida es de **$205.2^\circ \leq \theta_4 \leq 154.8^\circ$**

- Aplicando ley de los cosenos al triángulo O_2BO_4 .

$$\cos \phi = \frac{3^2 + 6^2 - 7^2}{2(3)(6)} = -\frac{1}{9}, \quad \phi = 96.4^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \phi = 180^\circ - 96.4^\circ, \quad \gamma = 83.6^\circ$$

b) Debido a que $\theta_2 = 60^\circ$ cae dentro del intervalo $260.28^\circ \leq \theta_2 \leq 99.72^\circ$ de movilidad del eslabón de entrada, es posible ensamblarlo, y los correspondientes ángulos θ_3 , θ_4 se determinan a continuación:

- **Ángulo θ_4 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.4) y (2.5)

$$K_1 = \frac{d}{a} = \frac{7}{11}, \quad K_2 = \frac{d}{c} = \frac{7}{6}, \quad K_3 = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac} = \frac{11^2 - 8^2 + 6^2 + 7^2}{2(11)(6)} = \frac{71}{66}$$

$$A = \cos\theta_2 - K_1 - K_2 \cos\theta_2 + K_3 = \cos 60^\circ - \frac{7}{11} - \frac{7}{6} \cos 60^\circ + \frac{71}{66} = 0.356$$

$$B = -2\text{sen}\theta_2 = -2\text{sen}60^\circ = -1.732$$

$$C = K_1 - (K_2 + 1) \cos\theta_2 + K_3 = \frac{7}{11} - \left(\frac{7}{6} + 1\right) \cos 60^\circ + \frac{71}{66} = \frac{83}{132}$$

$$\theta_{4_{1,2}} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{(-1.732)^2 - 4(0.356) \left(\frac{83}{132}\right)}}{2(0.356)} \right)$$

$$\theta_{4_{1,2}} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{2.104}}{0.712} \right) = 2 \tan^{-1}(4.470, 0.395)$$

$$\theta_{4_1} = 154.8^\circ, \quad \theta_{4_2} = 43.1^\circ$$

- **Ángulo θ_3 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.6) y (2.7)

$$K_1 = \frac{d}{a} = \frac{7}{11}, \quad K_4 = \frac{d}{b} = \frac{7}{8}, \quad K_5 = \frac{c^2 - d^2 - a^2 - b^2}{2ab} = \frac{6^2 - 7^2 - 11^2 - 8^2}{2(11)(8)} = -\frac{9}{8}$$

$$D = \cos\theta_2 - K_1 + K_4 \cos\theta_2 + K_5 = \cos 60^\circ - \frac{7}{11} + \frac{7}{8} \cos 60^\circ - \frac{9}{8} = -0.824$$

$$E = -2\text{sen}\theta_2 = -2\text{sen}60^\circ = -1.732$$

$$F = K_1 + (K_4 - 1) \cos\theta_2 + K_5 = \frac{7}{11} + \left(\frac{7}{8} - 1\right) \cos 60^\circ - \frac{9}{8} = -\frac{97}{176}$$

$$\theta_{3_{1,2}} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{(-1.732)^2 - 4(-0.824) \left(-\frac{97}{176}\right)}}{2(-0.824)} \right)$$

$$\theta_{3_{1,2}} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1.732 \pm \sqrt{1.183}}{-1.648} \right) = 2 \tan^{-1}(-1.711, -0.391)$$

$\theta_{3_1} = -119.4^\circ (240.6^\circ), \quad \theta_{3_2} = -42.7^\circ (317.3^\circ)$

La figura A2.1.3 muestra las configuraciones abierta y cruzada del mecanismo.

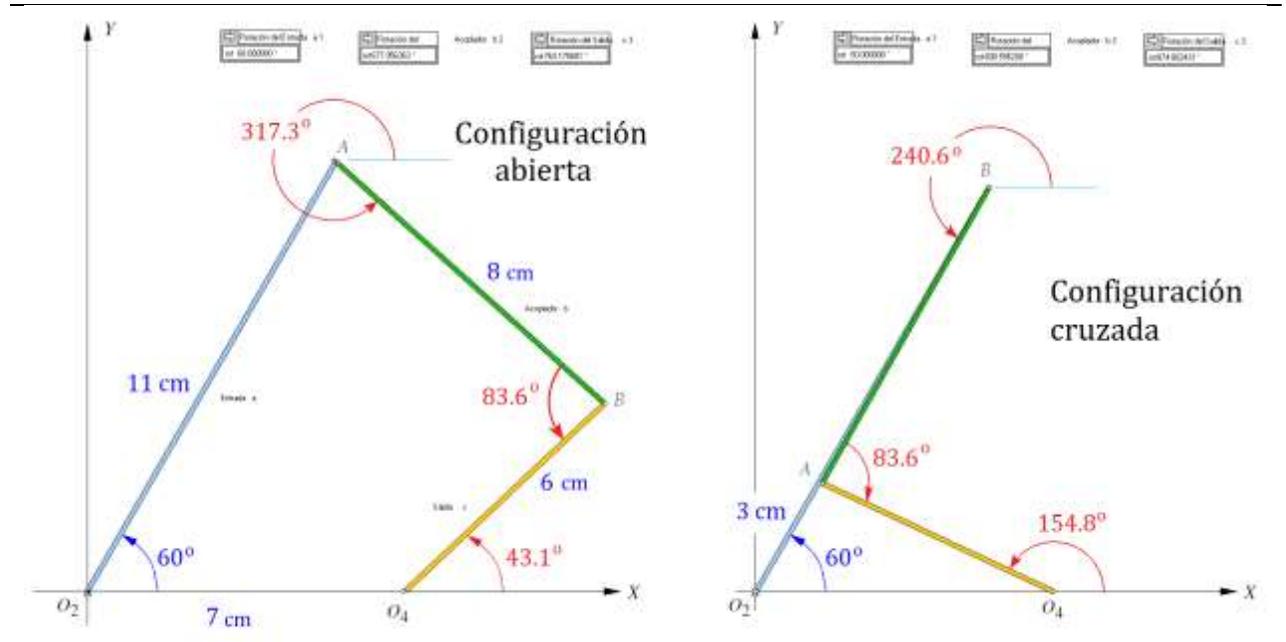


Figura A2.1.3



Ejercicio propuesto A2.2

[Volver](#)

Complemento educacional

Para el mecanismo de cuatro barras de manivela-corredera vertical de la figura A2.2 con $a = 5 \text{ cm}$ y $b = 12 \text{ cm}$, determine:

- El intervalo de valores del desplazamiento “ d ” de la corredera.
- Suponga que $\theta_2 = 305^\circ$, determine los valores correspondientes del ángulo θ_3 y el desplazamiento “ d ” para las dos configuraciones y dibuje los dos posibles ensambles.

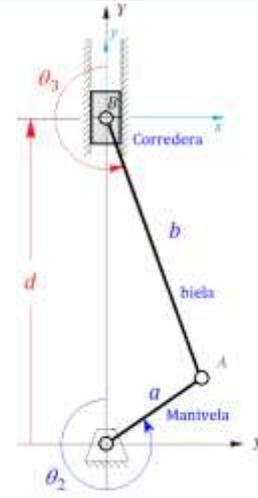


Figura A2.2

Solución.

Los datos son: $a = 5 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ y $c = 0$. Los datos cumplen con $b \gg a$, y $c < b - a$, por lo tanto, el mecanismo puede ser ensamblado.

a) Intervalo de valores del desplazamiento “ d ” de la corredera

Los ángulos θ_2 y θ_3 se miden respecto al eje de la corredera (la vertical). En posición colineal extendido $\theta_2 = 0^\circ$ y $\theta_3 = 180^\circ$ y en posición colineal traslapante $\theta_2 = 180^\circ$ y $\theta_3 = 180^\circ$.

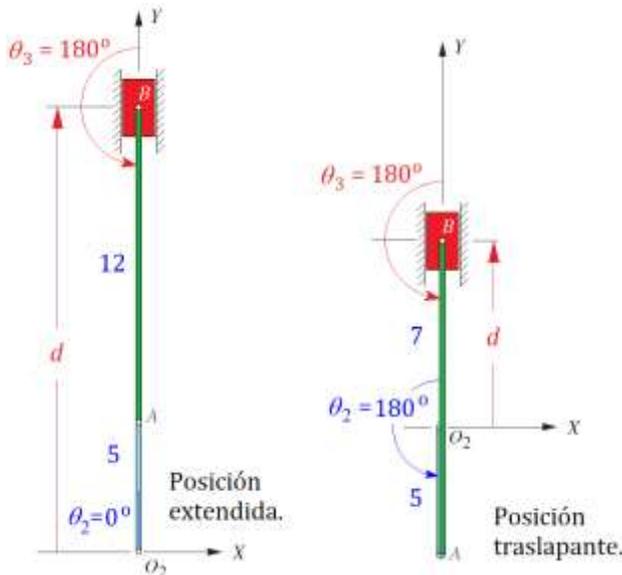


Figura A2.2.1

Método gráfico. Para la posición extendida se obtiene el límite superior. A partir de la recta O_2B de la figura A2.2.1, se tiene $d = 5 + 12 = 17 \text{ cm}$

Para la posición traslapante se obtiene el límite inferior. A partir de la recta O_2B se tiene $d = 7 \text{ cm}$

Por lo tanto, el movimiento de la corredera es de **$7 \leq d \leq 17 \text{ (cm)}$**

Método analítico. Se usan las ecs. (2.13) y (2.14).

- Para la posición extendida, $\theta_2 = 0^\circ$

$$\theta_{3_1} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{a \text{sen}\theta_2 - c}{b}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{5 \text{sen } 0^\circ - 0}{12}\right) = \text{sen}^{-1}(0) = 0^\circ \text{ (No es posible).}$$

$$\theta_{3_2} = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{a \text{sen}\theta_2 - c}{b}\right) + 180^\circ = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{5 \text{sen } 0^\circ - 0}{12}\right) + 180^\circ = 180^\circ \text{ (si)}$$

Por lo tanto, cuando $\theta_2 = 0^\circ$ entonces $\theta_3 = 180^\circ$.

- Para la posición traslapante, $\theta_2 = 180^\circ$

$$\theta_{3_1} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{5 \text{sen } 180^\circ - 0}{12}\right) = \text{sen}^{-1}(0) = 0^\circ \text{ (No es posible).}$$

$$\theta_{3_2} = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{5 \text{sen } 180^\circ - 0}{12}\right) + 180^\circ = 180^\circ \text{ (si)}$$

Por lo tanto, cuando $\theta_2 = 180^\circ$ entonces $\theta_3 = 180^\circ$.

En consecuencia, el desplazamiento d de la corredera para la posición extendida con $\theta_2 = 0^\circ$ y $\theta_3 = 180^\circ$ es:

$$d = a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 = 5 \cos 0^\circ - 12 \cos 180^\circ = \mathbf{+17 \text{ cm}}$$

y para la posición traslapante es con $\theta_2 = 180^\circ$ y $\theta_3 = 180^\circ$ es:

$$d = 5 \cos 180^\circ - 12 \cos 180^\circ = \mathbf{+7 \text{ cm.}}$$

b) Debido a que el eslabón de entrada es una manivela (rotación completa) es posible el ensamble con $\theta_2 = 305^\circ$ y los correspondientes ángulos θ_3 y desplazamientos d se determinan:

- **Ángulos θ_3 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.13) obtenemos las dos orientaciones de la biela.

$$\theta_{3_1} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{a \text{sen}\theta_2 - c}{b}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{5 \text{sen } 305^\circ - 0}{12}\right) = \text{sen}^{-1}(-0.341),$$

$$\theta_{3_1} = \mathbf{-19.96^\circ \text{ (340.04}^\circ\text{)}}$$

$$\theta_{3_2} = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{a \text{sen}\theta_2 - c}{b}\right) + 180^\circ = \text{sen}^{-1}\left(-\frac{5 \text{sen } 305^\circ - 0}{12}\right) + 180^\circ$$

$$\theta_{3_2} = \text{sen}^{-1}(0.341) + 180^\circ = 19.96^\circ + 180^\circ, \quad \rightarrow \quad \theta_{3_2} = \mathbf{199.96^\circ}$$

- **Desplazamientos d .**

Sustituyendo los datos y los dos valores de θ_3 en la ec. (2.14) obtenemos los desplazamientos d de la corredera para las dos configuraciones.

Para $\theta_{3_1} = 340.04^\circ$ y $\theta_2 = 305^\circ$

$$d = a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 = 5 \cos 305^\circ - 12 \cos 340.04^\circ = \mathbf{-8.41 \text{ cm (abajo del origen)}}.$$

Para $\theta_{3_2} = 199.96^\circ$ y $\theta_2 = 305^\circ$

$$d = a \cos\theta_2 - b \cos\theta_3 = 5 \cos 305^\circ - 12 \cos 199.96^\circ = \mathbf{+14.15 \text{ cm (arriba del origen)}}.$$

La figura A2.2.2 muestra las dos configuraciones del ensamble de la manivela-corredera vertical.

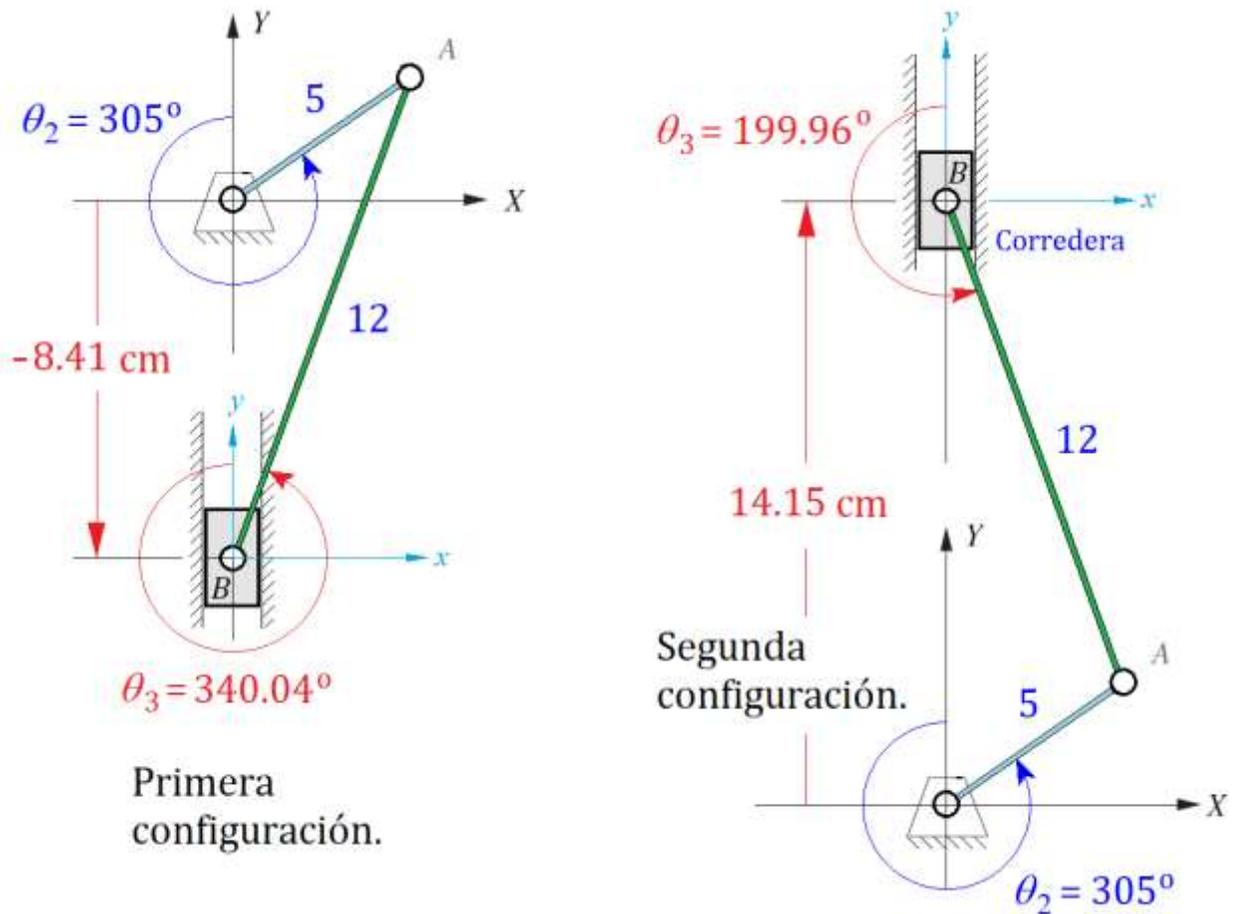


Figura A2.2.2



Ejercicio propuesto A2.3

[Volver](#)

Complemento educacional

Para el mecanismo de manivela-corredera invertida de la figura A2.3 con $a = 3\text{ cm}$, $c = 6\text{ cm}$, $d = 10\text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ y $\theta_2 = 200^\circ$, determine:

- Los valores de los ángulos θ_3 y θ_4 y las longitudes "b" de la biela para las dos configuraciones del ensamble.
- Dibuje los dos posibles ensambles del mecanismo.

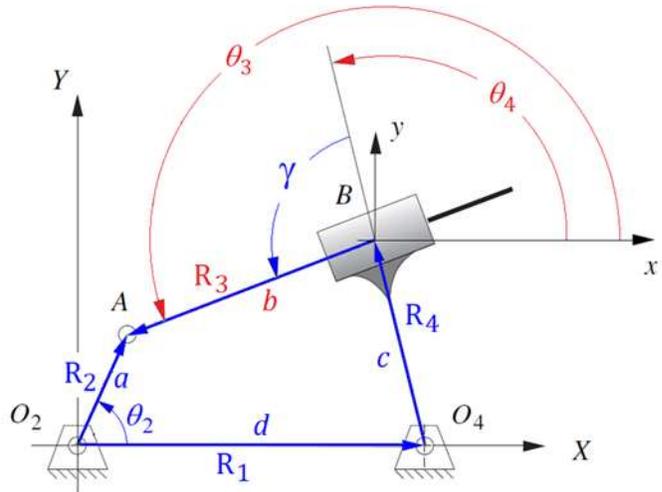


Figura A2.3

Solución.

Los datos son: $a = 3\text{ cm}$, $c = 6\text{ cm}$, $d = 10\text{ cm}$, $\gamma = 90^\circ$ y $\theta_2 = 200^\circ$. El ensamble de este mecanismo de manivela-balancín es posible siempre que se cumpla la condición de Grashof ($L + S < P + Q$, y $S = a = 3$) y $b > 3$.

a) Ángulos θ_3 y θ_4 y longitud "b" de la biela.

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.18) a la (2.22) obtenemos θ_3 , θ_4 y b . El procedimiento es como sigue:

- **Ángulos θ_4 .**

Sustituyendo los datos en las ecs. (2.19) obtenemos los parámetros P , Q y R .

$$P = a \text{ sen}\theta_2 \text{ sen}\gamma + (a \text{ cos}\theta_2 - d) \text{ cos}\gamma = 3\text{sen}200^\circ\text{sen}90^\circ + (3\text{cos}200^\circ - 10)\text{cos}90^\circ = -1.026$$

$$Q = -a \text{ sen}\theta_2 \text{ cos}\gamma + (a \text{ cos}\theta_2 - d) \text{ sen}\gamma = -3\text{sen}200^\circ\text{cos}90^\circ + (3\text{cos}200^\circ - 10)\text{sen}90^\circ = -12.82$$

$$R = -c \text{ sen}\gamma = -6\text{sen}90^\circ = -6$$

Sustituyendo P , Q y R en las ecs. (2.20) obtenemos los parámetros S , T y U .

$$S = R - Q = -6 - (-12.82) = 6.82$$

$$T = 2P = 2(-1.026) = -2.052$$

$$U = Q + R = -12.82 + (-6) = -18.82$$

Sustituyendo S , T y U en la ec. (2.21) obtenemos los dos valores del ángulo θ_4 .

$$\theta_{4_{1,2}} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-T \pm \sqrt{T^2 - 4 S U}}{2 S} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-2.052 \pm \sqrt{(-2.052)^2 - 4 (6.82) (-18.82)}}{2 (6.82)} \right)$$

$$\theta_{4_{1,2}} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-2.052 \pm 22.75}{13.64} \right), \quad \theta_{4_{1,2}} = 113.2^\circ \text{ y } -122.4^\circ$$

$$\theta_{4_1} = 113.2^\circ \text{ (abierta)}, \quad \theta_{4_2} = -122.4^\circ \text{ (237.6^\circ) (cruzada)}$$

- **Ángulos θ_3 .**

Sustituyendo los dos valores del ángulo θ_4 en la ec. (2.18) obtenemos los valores de θ_3 .

Configuración abierta, $\theta_{3_1} = \theta_{4_1} + \gamma = 113.2^\circ + 90^\circ$, **$\theta_{3_1} = 203.2^\circ$ (abierta)**

Configuración cruzada, $\theta_{3_2} = \theta_{4_2} - \gamma = 237.6^\circ - 90^\circ$, **$\theta_{3_2} = 147.6^\circ$ (cruzada)**

- **Longitud b de la biela.**

Sustituyendo los dos valores del ángulo θ_4 y los dos valores de θ_3 (por configuración) en la ec. (2.22) obtenemos los dos valores de b .

Configuración abierta, $b_1 = \frac{a \operatorname{sen} \theta_2 - c \operatorname{sen} \theta_{4_1}}{\operatorname{sen} \theta_{3_1}} = \frac{3 \operatorname{sen} 200^\circ - 6 \operatorname{sen} 113.2^\circ}{\operatorname{sen} 203.2^\circ} = 16.60 \text{ cm}$

$$\mathbf{b_1 = 16.60 \text{ cm}}$$

Configuración cruzada, $b_2 = \frac{a \operatorname{sen} \theta_2 - c \operatorname{sen} \theta_{4_2}}{\operatorname{sen} \theta_{3_2}} = \frac{3 \operatorname{sen} 200^\circ - 6 \operatorname{sen} 237.6^\circ}{\operatorname{sen} 147.6^\circ} = 7.54 \text{ cm}$

$$\mathbf{b_2 = 7.54 \text{ cm}}$$

b) **Esquemas de las configuraciones abierta y cruzada.**

En la figura A2.3.1 se ilustran las dos configuraciones del ensamble.

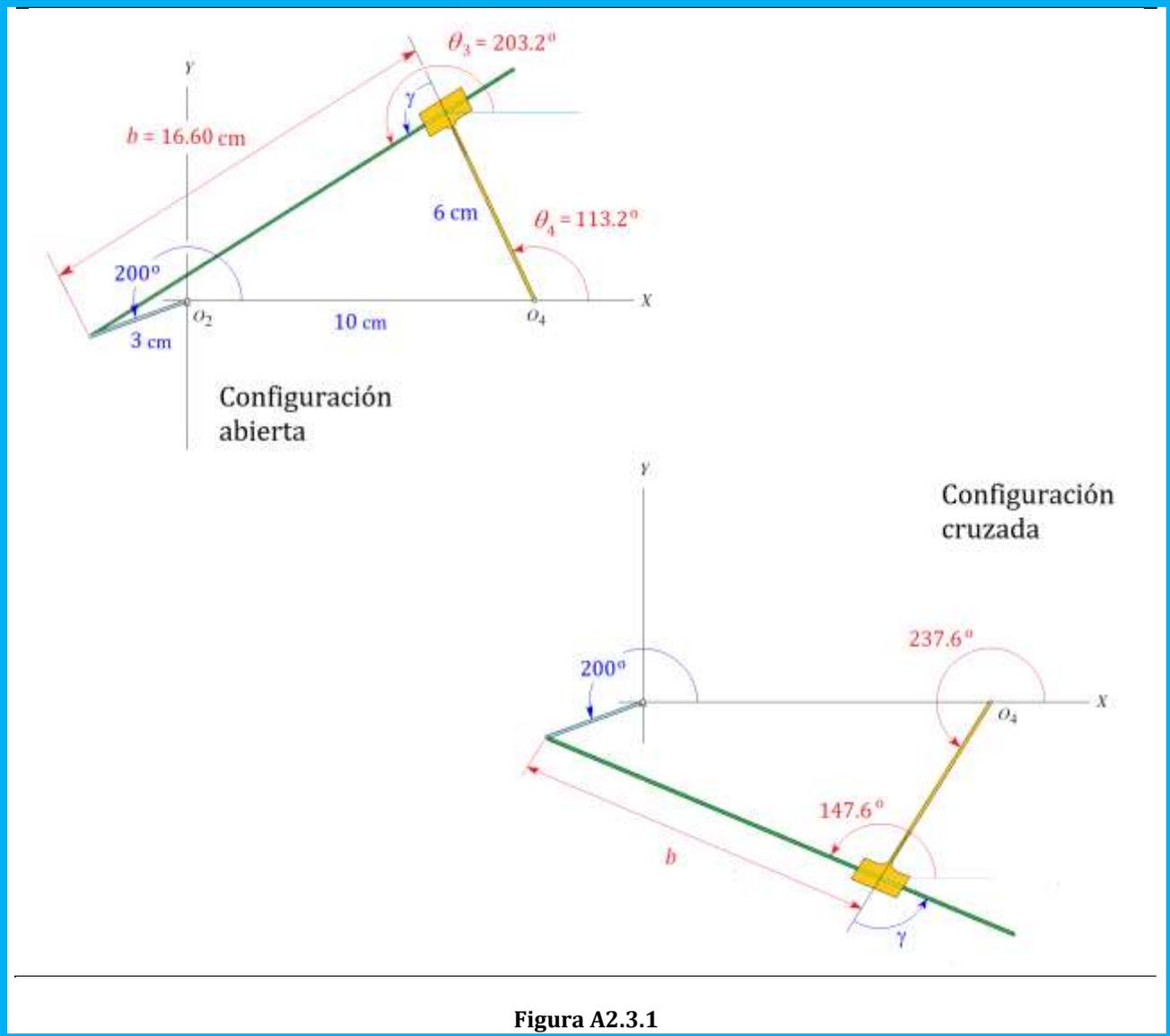


Figura A2.3.1

Tema No. 3 Levas

Competencias específicas.

Al finalizar este tema el lector será competente en:

- Diseñar el perfil de una leva plana en forma gráfica, analítica y mediante la aplicación de software.

Competencias genéricas.

Al finalizar este tema el lector habrá adquirido:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.
- Capacidad de aplicar los conocimientos a la práctica.
- Conocimiento sobre el área de estudio y la profesión.
- Capacidad de investigación.
- Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas.
- Capacidad creativa.
- Capacidad para tomar decisiones y trabajo en equipo.
- Habilidad para trabajar en forma autónoma.

Actividades de aprendizaje.

Al finalizar este tema el lector aprenderá:

- Investigar la nomenclatura, clasificación y arreglos comunes de los mecanismos de leva y seguidor.
- Analizar los diagramas y curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración de acuerdo al movimiento requerido por el seguidor.
- Diseñar gráfica y analíticamente el perfil de una leva plana, de acuerdo al movimiento que requiera el seguidor.
- Diseñar el perfil de una leva plana con software.
- Simular el comportamiento cinemático del mecanismo de levas.

3.1 Nomenclatura, clasificación y aplicación de levas y seguidores

La leva es un tipo de mecanismo generador de función flexible y útil, que en general permite transformar un movimiento circular de entrada a otro tipo de movimiento, mediante el contacto directo con un seguidor [1].

Comúnmente, las levas tienen forma de disco o de cilindro y están montadas sobre un eje que, rota continuamente, el punto de contacto entre la leva y su seguidor se hace en el contorno o perfil de la leva, y corresponde a un par inferior, es decir es una junta con dos grados de libertad. Las partes más relevantes y la nomenclatura de una leva-seguidor se muestran en la figura 3.1.

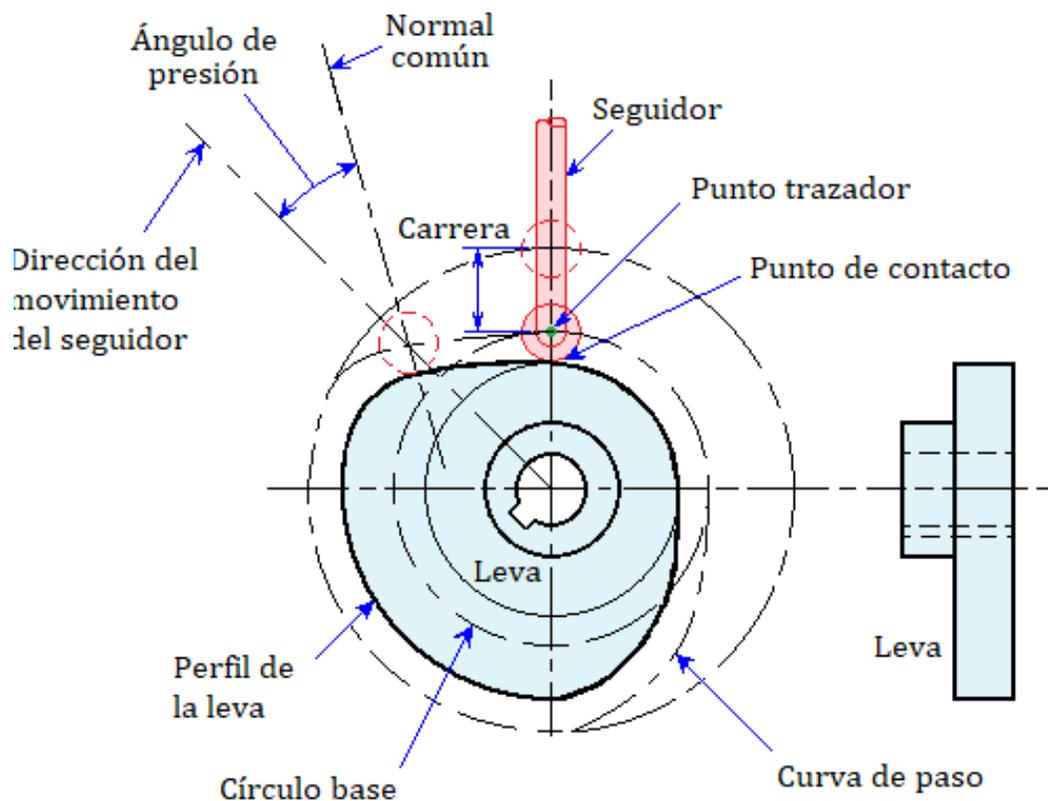


Figura 3.1. Nomenclatura del mecanismo de leva-seguidor [2].

El diseño de levas es un procedimiento directo y simple, comparado con los mecanismos articulados, las levas son más fáciles de diseñar para producir una función de salida específica, pero son mucho más difíciles y costosas de fabricar que un mecanismo articulado.

La figura 3.2 muestra seis arreglos del mecanismo de leva-seguidor, todos los arreglos incluyen leva de disco o radial rotatoria. En la figura 3.2a el seguidor es de tipo hongo y tiene movimiento de traslación vertical. Este tipo de leva-seguidor debe ser operado a bajas velocidades debido a los elevados esfuerzos de contacto. Para reducir estos esfuerzos a altas velocidades de operación, se usa el seguidor de rodillo, ver la figura 3.2b. La figura 3.2c muestra el mismo seguidor de rodillo, pero con una excentricidad, esto es ideal para situaciones donde hay que contrarrestar cargas de momentos. En la figura 3.2d el seguidor es de cara plana, este tipo de seguidor es pertinente en la industria automotriz, donde se usa para el accionamiento de las válvulas de combustible. En todos los casos anteriores, el seguidor tiene movimiento de traslación recíproca. Las figuras 3.2e y 3.2f muestran dos seguidores con movimiento oscilante, el primero corresponde a un seguidor de rodillo y el segundo a un seguidor de cara plana.

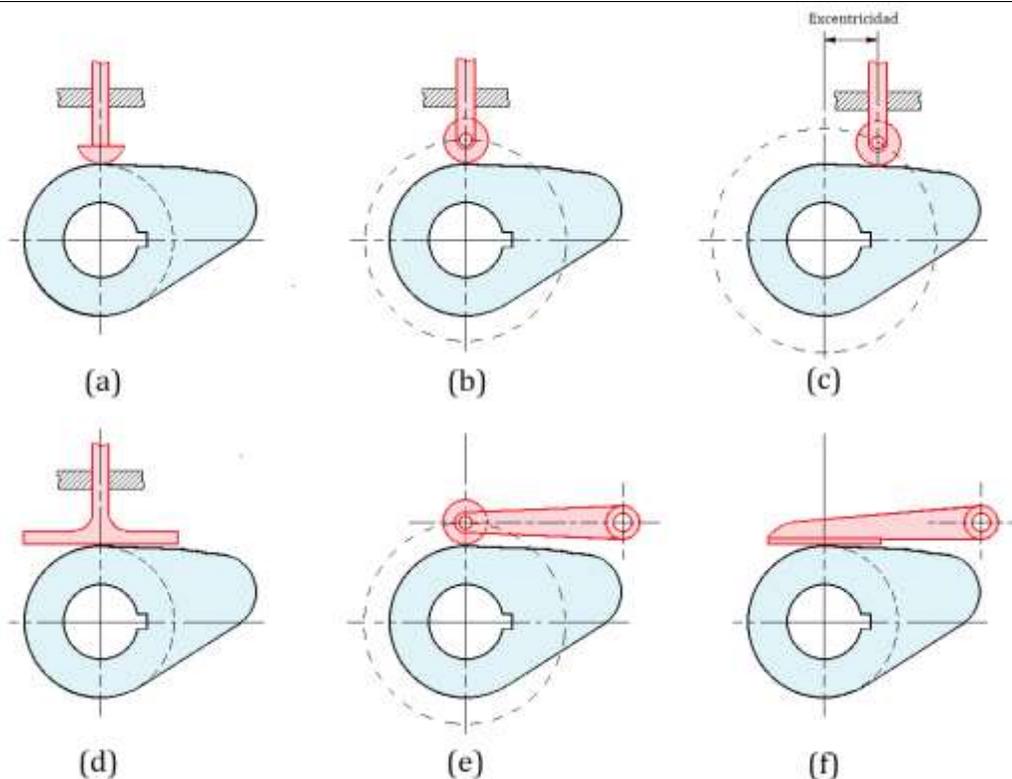


Figura 3.2. Arreglos comunes de leva-seguidor indicando el círculo base y el tamaño de la leva [2, 3].

En general, los sistemas leva-seguidor se clasifican de varias maneras: por el tipo de movimiento del seguidor, trasladante o rotatorio (oscilante); por el tipo de leva, radial, cilíndrica, tridimensional; por el tipo de cierre de junta, con cierre de forma o fuerza; por el

tipo de seguidor, curvo o plano, rodante o deslizante; por el tipo de restricciones de movimiento, posición crítica extrema (CEP, por sus siglas en inglés) y movimiento de trayectoria crítica (CPM, por sus siglas en inglés). Todas las clasificaciones anteriores ocurren con algún tipo de programa de movimiento, que es representado en una gráfica cartesiana llamada diagrama de desplazamiento. En el diagrama de desplazamiento se gráfica el desplazamiento S del seguidor en el eje vertical, contra una rotación θ de 360° de la leva en el eje horizontal. La figura 3.3a muestra un diagrama de desplazamiento con una subida y una bajada y el dibujo de la correspondiente leva; la figura 3.3b ilustra el diagrama de desplazamiento con una secuencia subida-bajada-reposo y su leva, y la figura 3.3c muestra el diagrama de desplazamientos con una secuencia subida-reposo-bajada-reposo y su leva.

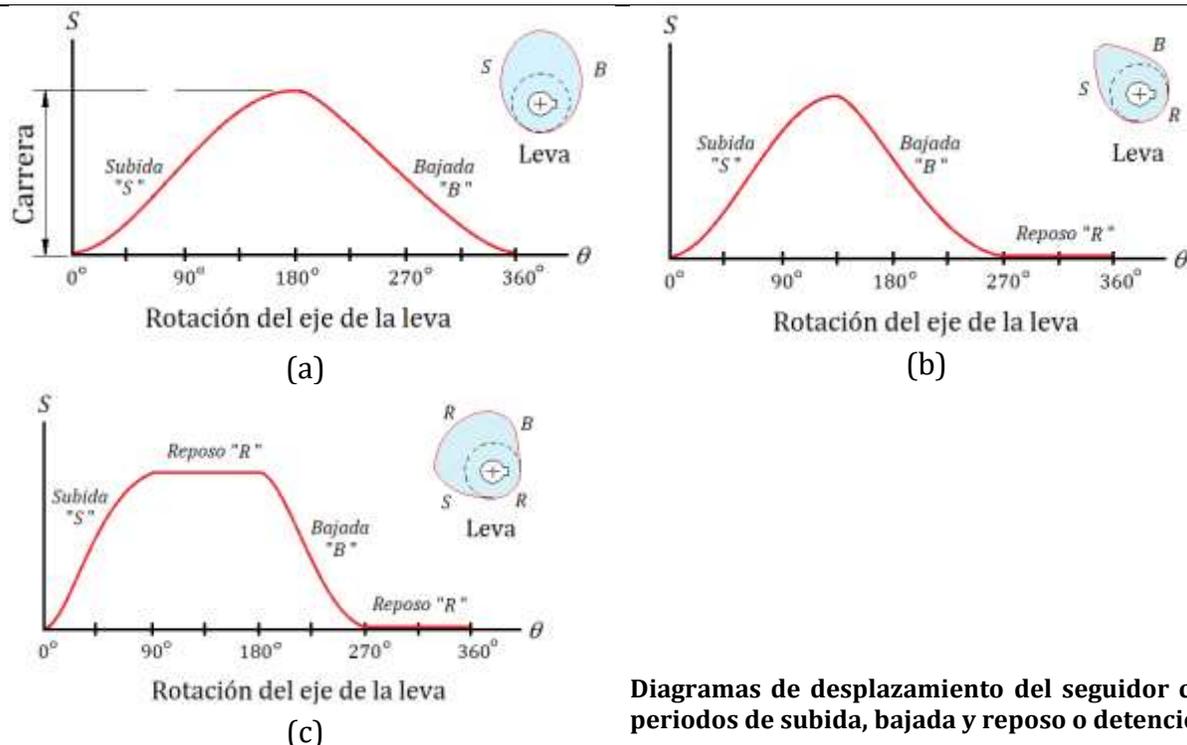


Figura 3.3

Los mecanismos de levas son empleados en toda clase de máquinas donde se requiere sincronización, siendo el caso más evidente el del accionamiento de las válvulas de los motores de combustión interna en automóviles y tractocamiones. Otros usos destacados de las levas se encuentran en la maquinaria para la fabricación de bienes de consumo como calzado, ropa o en alimentos y bebidas, ver la figura 3.4.



Figura 3.4. Aplicaciones de los mecanismos de levas.

3.2 Análisis de diagramas y curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración para el seguidor

La primera tarea a realizar por el diseñador de levas es seleccionar las funciones matemáticas a utilizar para definir el movimiento del seguidor. La aproximación más fácil a este proceso es “linealizar” la leva, esto es, “desenrollarla” de su forma de “huevo” y considerarla como una función graficada en ejes cartesianos $S-\theta$, tal gráfica se denomina diagrama de desplazamientos, véase la figura 3.3. Esta función graficada se escribe como $S = f(\theta)$, donde S es el desplazamiento del seguidor y θ es la rotación de la leva.

Luego, la función de desplazamiento S se deriva respecto al ángulo θ para obtener la función de velocidad V del seguidor, luego la función V se deriva para obtener la función de aceleración A del seguidor, y esta última se deriva para obtener la función de golpeteo J del seguidor. De las cuatro funciones anteriores, la aceleración A y el golpeteo J deben ser analizados por el ingeniero para identificar cualquier discontinuidad en ambos diagramas, pues deben ser evitados, ya que se traducen en grandes aceleraciones y fuerzas, que a su vez ocasionan grandes esfuerzos en la leva, comprometiendo su funcionalidad y durabilidad.

Las funciones de movimiento más usadas en el diseño del perfil de la leva son armónicas simple H , cicloides C y polinómicos P , véase las figuras 3.5, 3.6 y 3.7. Para lograr un buen diseño, la selección de estas funciones se hace acorde a los siguientes criterios según [2, 3]:

- Las funciones armónicas proporcionan los picos más bajos de aceleración y mínimos valores del ángulo de presión de los tres tipos de movimiento. En consecuencia, esta curva se prefiere cuando la aceleración, tanto al inicio como al final del evento (periodo), se pueden igualar con la aceleración final de los eventos adyacentes. Además, la curva armónica puede ser de media subida o media bajada semiarmónica, con una aceleración cero en el punto medio del evento, esto es ideal usarlo cuando una alzada o bajada sea a velocidad constante y sigue a una aceleración. La semiarmónica también se puede acoplar a una semicicloide o a una semipolinomial. La figura 3.5. muestra las gráficas y sus ecuaciones de seis tramos de movimiento armónico H , tres de subida $H-1$, $H-2$ y $H-5$ y tres de bajada $H-3$, $H-4$ y $H-6$.
- Las funciones de cicloide proporcionan aceleración cero en ambos extremos del evento. En consecuencia, se puede acoplar a un reposo en cada extremo. Debido a que el ángulo de presión es relativamente grande y la aceleración no siempre retorna a cero, no se deben acoplar dos cicloides. La figura 3.6 muestra las gráficas y sus ecuaciones de seis tramos de movimiento de cicloide, tres de subida $C-1$, $C-2$ y $C-5$ y tres de bajada $C-3$, $C-4$ y $C-6$.
- La polinomial de octavo grado tiene una curva de aceleración no simétrica y proporciona un pico de aceleración y un ángulo de presión cuyos valores son intermedios entre la armónica y la cicloide. La figura 3.7 muestra las gráficas y sus ecuaciones de dos tramos de movimiento polinómico, uno de subida $P-1$ y uno de bajada $P-2$.

En cualquier leva, excepto la más simple (circulo excéntrico), el programa de movimiento no puede definirse por una sola expresión matemática, sino más bien debe definirse por varias funciones distintas, cada una de las cuales define el comportamiento del seguidor. En todos los tramos, las funciones deben ser continuas en la primera y segunda derivadas del desplazamiento S a través de todo el intervalo de rotación θ . En otras palabras, la función de rapidez de aceleración debe ser continua a través de todo el intervalo (360°).

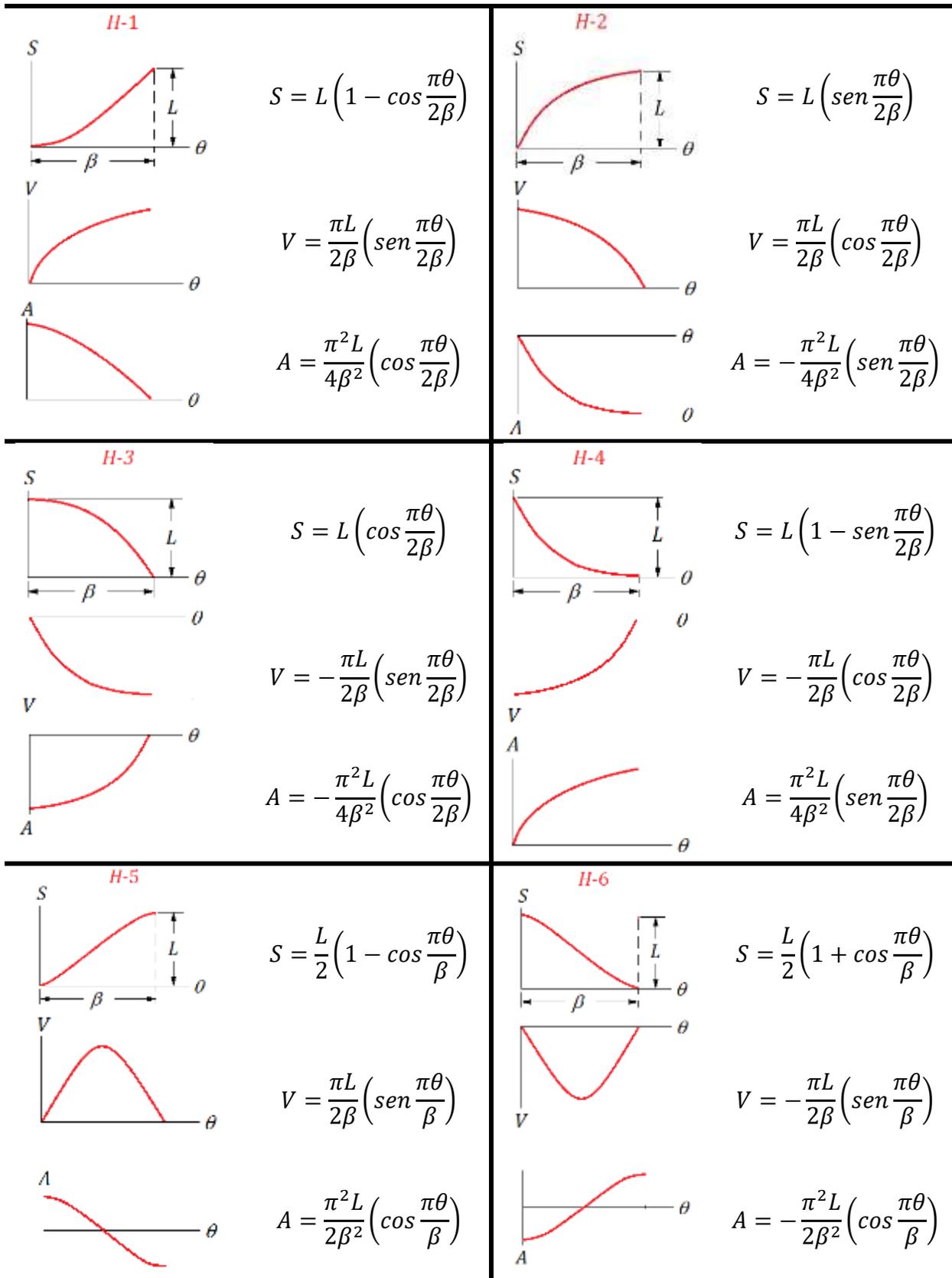


Figura 3.5. Curvas armónicas para el diseño de levas [2, 3].

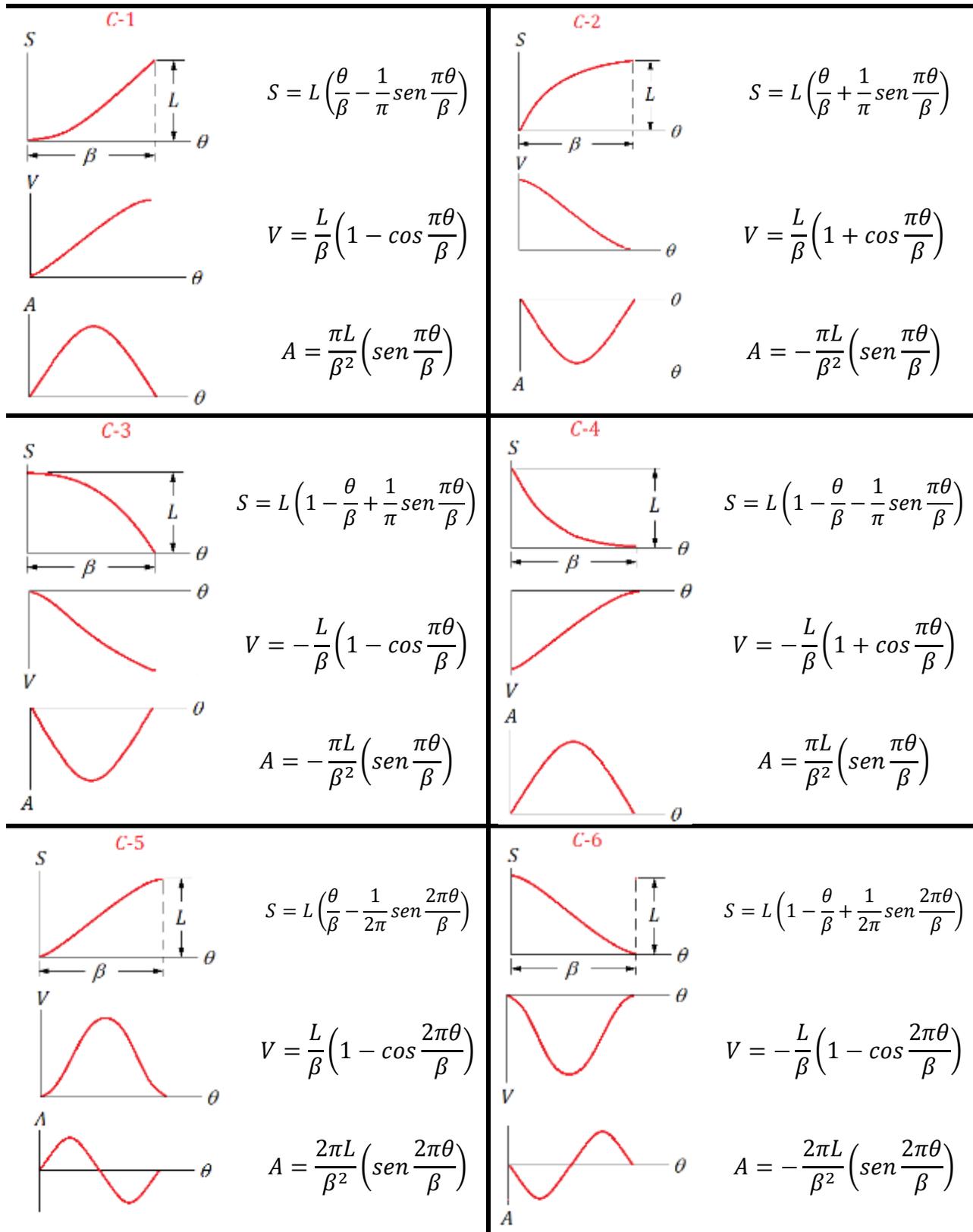


Figura 3.6. Curvas cicloides para el diseño de levas [2, 3].

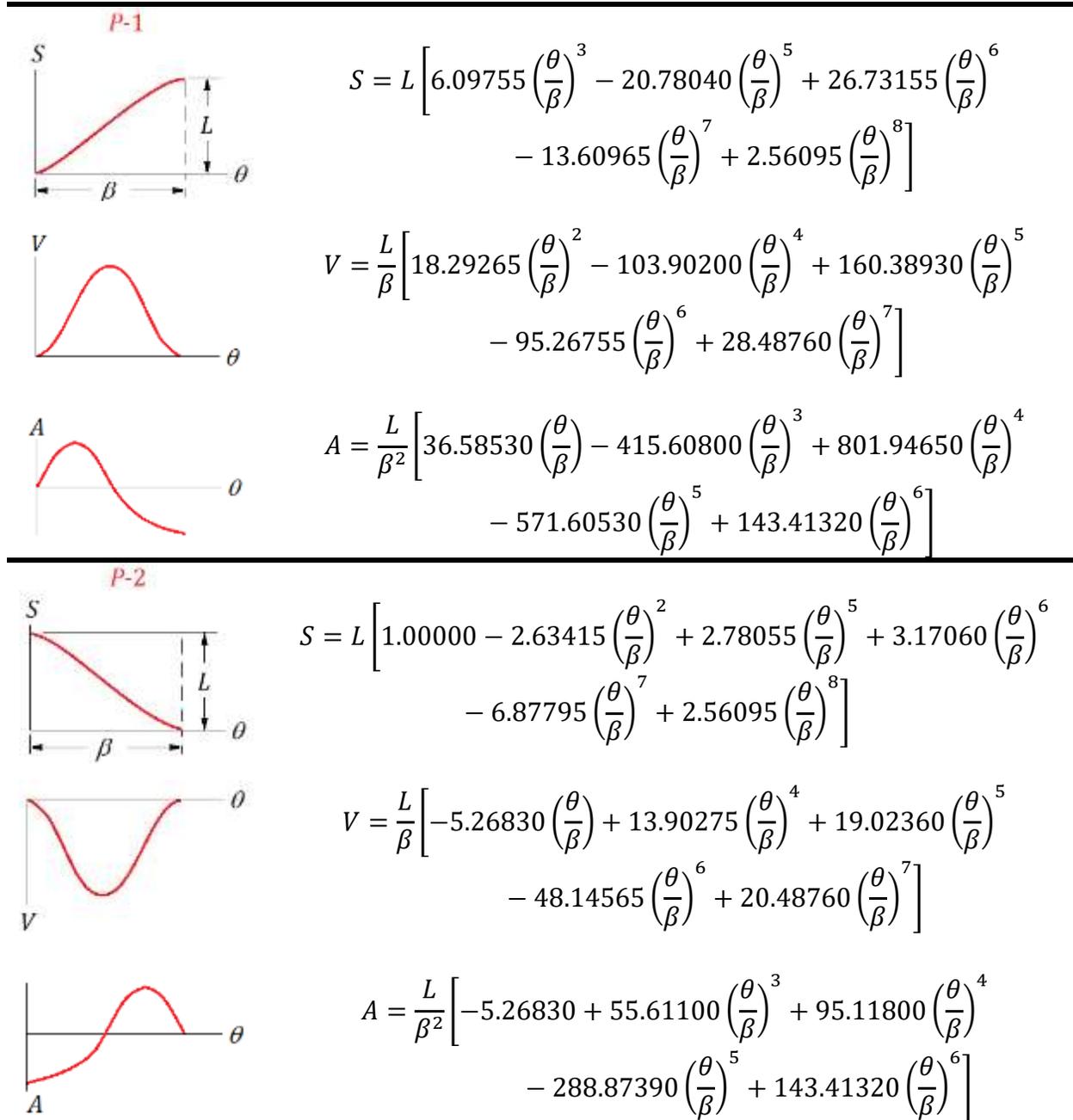


Figura 3.7. Curvas polinómicas para el diseño de levas [2, 3].

En las ecuaciones de las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 las unidades de desplazamiento S son milímetros (mm), las unidades de velocidad V son mm/grado y las unidades de aceleración A son mm/grado². Para obtener la V en unidades de mm/segundo (mm/s) y la A en unidades de mm/segundo² (mm/s²) se debe conocer la velocidad de rotación ω de la leva en radianes/segundo (rad/s) y hacer las siguientes conversiones de unidades:

$$V \left(\frac{mm}{s} \right) = V \left(\frac{mm}{\text{grados}} \right) * \left(\frac{\frac{180}{\pi} \text{ grados}}{1 \text{ rad}} \right) * \omega \left(\frac{\text{rad}}{s} \right) \dots \dots \dots (3.1)$$

$$A \left(\frac{mm}{s^2} \right) = A \left(\frac{mm}{\text{grados}^2} \right) * \left[\frac{\left(\frac{180}{\pi} \right)^2 \text{ grados}^2}{1 \text{ rad}^2} \right] * \omega^2 \left(\frac{\text{rad}^2}{s^2} \right) \dots \dots \dots (3.2)$$

A continuación, se presenta un ejercicio de práctica donde se muestra cómo usar estas curvas con el fin de obtener un correcto diagrama de desplazamientos.

Ejercicio 3.1/casos prácticos

Complemento educacional

A partir de cero, se requiere mover un seguidor de hongo a lo largo de un desplazamiento total y hacer que regrese sin tramos de reposo en un ciclo. Debido a la operación efectuada por el mecanismo, el tramo BC del desplazamiento de subida es rectilíneo, véase el diagrama de desplazamientos $S-\theta$ de la figura 3.8.

- Determine las curvas de movimiento a utilizar para los tramos AB, BC, CD y DE. Refiérase a las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 y mantenga la función de aceleración continua en todo el trayecto.
- Dibuje los diagramas correspondientes de velocidad $V-\theta$ y aceleración $A-\theta$.

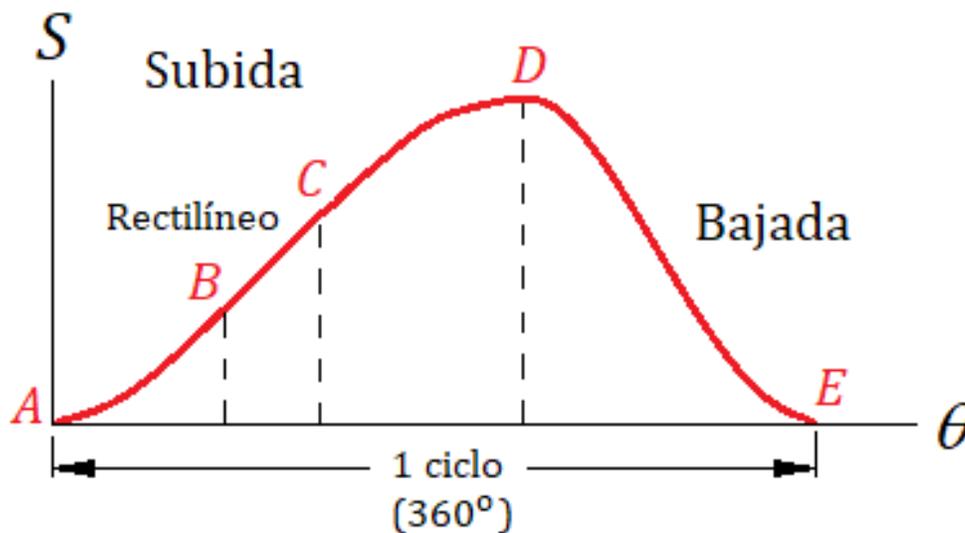


Figura 3.8

Solución.

Observaciones previas antes de seleccionar curvas.

- De los datos del problema y de la figura 3.8, se sigue que en el punto A (inicio) y el punto E (final), el desplazamiento, velocidad y aceleración son cero.
- En el tramo ascendente BC la trayectoria del desplazamiento es rectilínea, por lo tanto, su velocidad (primera derivada) es una constante positiva, y su aceleración (segunda derivada) es cero.
- En el punto D (máximo desplazamiento) la velocidad V es cero.

a) Selección de curvas.

Para el tramo AB se debe seleccionar una curva de medio ascenso con velocidad inicial cero y velocidad final positiva. Las curvas que cumplen con lo anterior son la armónica $H-1$ y la cicloide $C-1$. Sin embargo, el segundo requerimiento establece que la aceleración sea cero en los puntos A (inicio) y B (final) donde conecta con el tramo rectilíneo. La única curva que también cumple con lo anterior es la cicloide $C-1$. Por lo tanto, **para el tramo AB se selecciona la curva cicloide $C-1$.**

Para el tramo BC no hay curvas que elegir de las figuras, ya que el desplazamiento es rectilíneo con pendiente positiva (ver figura 3.8), la velocidad es una constante (línea horizontal positiva) y la aceleración es cero. **Por lo tanto, para el tramo BC la curva es rectilínea.**

Para el tramo CD se debe seleccionar una curva de medio ascenso con velocidad inicial positiva y velocidad final cero. Las curvas que cumplen con lo anterior son la armónica $H-2$ y la cicloide $C-2$. Sin embargo, el segundo requerimiento establece que en C (inicio del segundo ascenso) la aceleración sea cero y en D (final del segundo ascenso y desplazamiento máximo) la aceleración sea negativa. La única curva que también cumple con lo anterior es la armónica $H-2$. Por lo tanto, **para el tramo CD se selecciona la curva armónica $H-2$.**

Para el tramo de regreso DE se debe seleccionar una curva de descenso completo con una velocidad inicial y final igual a cero. Las curvas que cumplen con lo anterior son la armónica $H-6$, la cicloide $C-6$ y la polinómica $P-2$. Sin embargo, el segundo requerimiento establece que en D (inicio del descenso) la aceleración es negativa y en E (fin del ciclo) la aceleración sea cero. La única curva que también cumple con lo anterior es la polinómica $P-2$. Por lo tanto, **para el tramo DE se selecciona la curva polinómica $P-2$.**

b) Diagramas de velocidad $V-\theta$ y aceleración $A-\theta$.

Un dibujo cualitativo de los diagramas de desplazamiento $S-\theta$, velocidad $V-\theta$ y aceleración $A-\theta$, con las curvas seleccionadas se muestran en la figura 3.9. Observe que las curvas de velocidad V y aceleración A son continuas a través de todo el intervalo.

Sin embargo, las gráficas no presentan valores específicos de V y A , esto debido a que el problema no especifica los desplazamientos L del seguidor ni los desplazamientos angulares β de la leva para los tramos AB , BC , CD y DE . No obstante, el diagrama de movimiento de la figura 3.9 es la primera tarea que el ingeniero de diseño debe obtener.

En la siguiente sección se vuelve a presentar este ejercicio, pero con datos numéricos para trazar el perfil correspondiente de la leva.

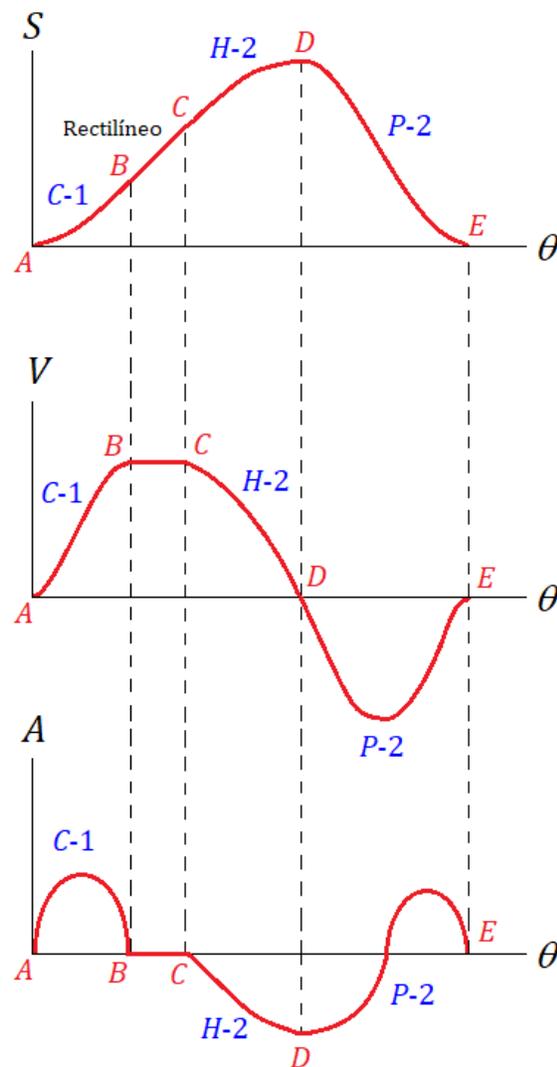


Figura 3.9

3.3 Diseño gráfico y analítico del perfil de levas planas (con seguidor radial, descentrado y de movimiento oscilatorio)

La figura 3.10 muestra una leva de disco con un seguidor radial de hongo. Conforme la leva rota a una velocidad angular ω constante en la dirección mostrada, el seguidor se mueve hacia arriba una distancia L con los desplazamientos mostrados en media revolución de la leva. El movimiento de retorno es igual. Para determinar gráficamente el perfil o contorno de la leva, es necesario invertir el mecanismo y mantener estacionaria la leva en tanto que el seguidor se mueve alrededor de la misma. Esto no afecta el movimiento relativo entre la leva y el seguidor. El procedimiento es el siguiente según [2, 3]:

1. Gire el seguidor alrededor del centro de la leva en una dirección opuesta a la rotación de la leva.
2. Mueva el seguidor en forma radial hacia afuera la cantidad correcta por cada división de la rotación θ .
3. Dibuje el perfil de la leva tangente al polígono que se forma de acuerdo a las distintas posiciones de la cara del seguidor.

El punto de contacto entre el seguidor de hongo y la leva ocurre en un punto, por lo tanto, cada punto trazado corresponde a un punto del perfil. El número de puntos trazados es igual al número de divisiones de la rotación θ . El perfil de la leva se determina uniendo los puntos trazados en el orden creciente y usando para ello, un curvígrafo.

El tamaño de la leva, como se indicó en la figura 3.2, queda definido por el radio del círculo base. A mayor radio del círculo base, más grande es la leva y viceversa.

El trazo gráfico del perfil de la leva inicia con el diagrama de desplazamientos $S-\theta$ definido y verificado con las aceleraciones continuas, ver la sección anterior. En el diagrama, el eje de rotación θ (360°) se divide en un número de divisiones igualmente espaciadas, por ejemplo 12 divisiones, por lo tanto, cada división será de 30° y el perfil de la leva tendrá 12 puntos.

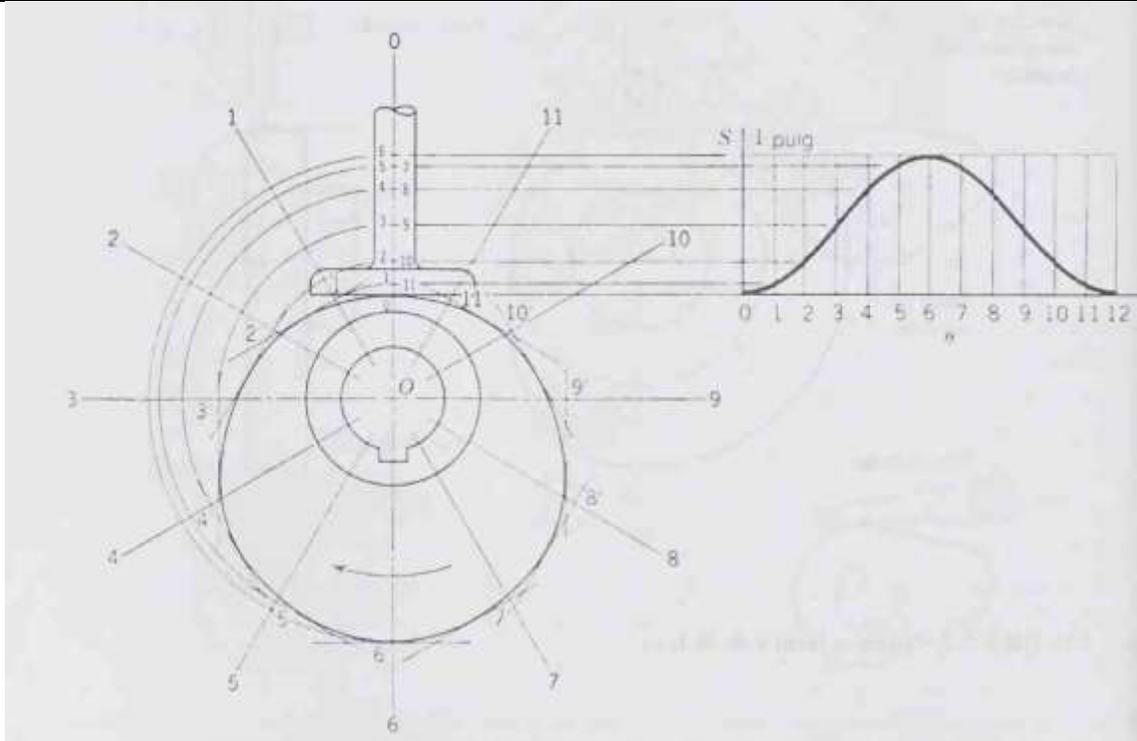


Figura 3.10. Diseño gráfico de una leva de disco con seguidor de cara plana [2, 3].

El siguiente ejemplo muestra cómo obtener el perfil de la leva usando información adicional del ejercicio 3.1 y 12 puntos de trazo.

Ejercicio 3.2/casos prácticos

Complemento educacional

Use las curvas de movimiento seleccionadas en el ejercicio 3.1 y haga el trazo gráfico del perfil de la leva. Se sabe que el radio del círculo base es 50 mm, el movimiento de ascenso y descenso del seguidor y la rotación β de la leva para los tramos AB , BC , CD y DE están indicados en la figura 3.11 y la tabla 3.1. En el trazo del diagrama y del perfil, use 12 divisiones de la rotación θ .

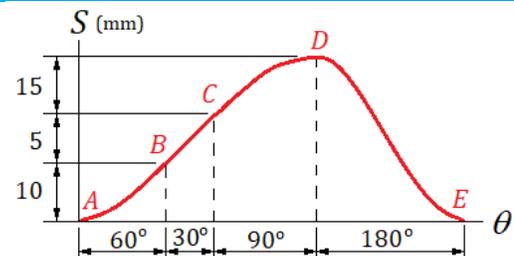


Figura 3.11

Tabla 3.1.

Tramo	Desplaz, S (mm)	Rotación β (grados)
AB (C-1)	10	60°
BC (Rect.)	5	30°
CD (H-2)	10	90°
DE (P-2)	25	180°

Solución.

Se analizan las ecuaciones de desplazamiento S solamente.

Tramo AB

Según los datos de la tabulación, para el tramo AB, $L_{AB} = 10$ mm y $\beta = 60^\circ$ y la curva seleccionada fue la cicloide C-1 cuya ecuación es:

$$S_{AB} = L_{AB} \left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi\theta}{\beta} \right), \quad S_{AB} = 10 \left(\frac{\theta}{60^\circ} - \frac{1}{\pi} \operatorname{sen} \frac{180^\circ\theta}{60^\circ} \right),$$

$$S_{AB} = 10 \left(\frac{\theta}{60^\circ} - \frac{1}{\pi} \operatorname{sen} 3\theta \right) \text{ (mm)}, \quad \text{con } 0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$$

θ (grados)	S_{AB} (mm)
0°	0
30°	1.8
60°	10

Tramo BC

Este tramo es rectilíneo. Se inicia en el punto ($\theta = 60^\circ, 10\text{mm}$) y termina en el punto ($\theta = 90^\circ, 15\text{mm}$). La pendiente m de la recta es:

$$m = \frac{15 - 10}{90^\circ - 60^\circ} = \frac{5}{30^\circ} = \frac{1}{6^\circ}$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta es: $S_{BC} = m\theta$,

$$S_{BC} = \frac{\theta}{6^\circ} \text{ (mm)}, \quad \text{con } 60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

θ (grados)	S_{BC} (mm)
60°	10
90°	15

Tramo CD

Según los datos de la tabulación, para el tramo CD, $L_{CD} = 10$ mm y $\beta = 90^\circ$ y la curva seleccionada fue la cicloide H-2 cuya ecuación es:

$$S_{CD} = L_{CD} * \operatorname{sen} \left(\frac{\pi\theta}{2\beta} \right), \quad S_{CD} = 10 * \operatorname{sen} \left[\frac{180^\circ\theta}{2(90^\circ)} \right], \quad S_{CD} = 10 * \operatorname{sen}(\theta)$$

La ecuación de S_{CD} se debe modificar para que inicie en el punto C, con $S = 15$ mm y $\theta = 90^\circ$, quedando como $S_{CD} = 15 + 10 * \text{sen}(\theta - 90^\circ)$, desarrollando la identidad escribimos:

$$S_{CD} = 15 - 10\cos\theta \quad \text{con} \quad 90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

θ (grados)	S_{AB} (mm)
90°	15
120°	20
150°	23.7
180°	25

Tramo DE

Según los datos de la tabulación, para el tramo DE, $L_{DE} = 25$ mm y $\beta = 180^\circ$ y la curva seleccionada fue la polinómica P-2 cuya ecuación es:

$$S_{DE} = L_{DE} \left[1.00000 - 2.63415 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 2.78055 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 + 3.17060 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^6 - 6.87795 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^7 + 2.56095 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^8 \right],$$

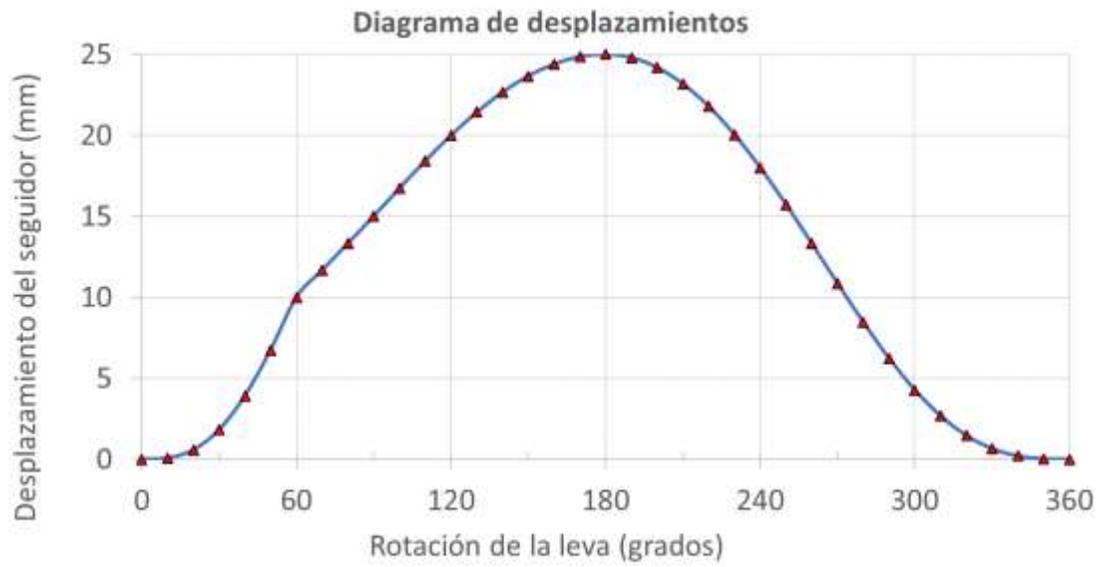
sustituyendo datos en la ec. S_{DE}

$$S_{CD} = 25 \left[1.00000 - 2.63415 \left(\frac{\theta}{180}\right)^2 + 2.78055 \left(\frac{\theta}{180}\right)^5 + 3.17060 \left(\frac{\theta}{180}\right)^6 - 6.87795 \left(\frac{\theta}{180}\right)^7 + 2.56095 \left(\frac{\theta}{180}\right)^8 \right] \quad \text{con} \quad 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

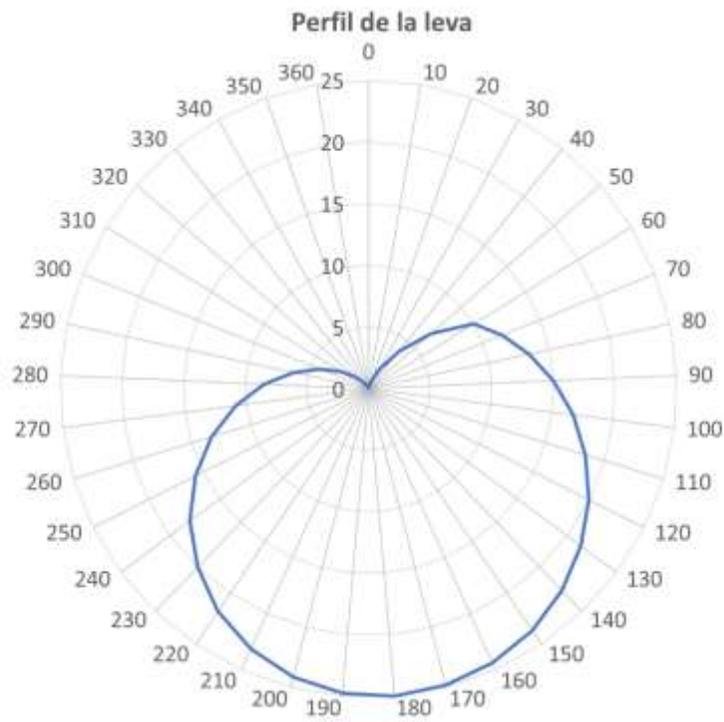
El valor de S_{CD} para 0° en el intervalo $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ corresponde a la ubicación de 180° para la gráfica $S-\theta$ en la gráfica.

θ (grados)	θ (grados-ecuación.)	S_{AB} (mm)
180°	0°	25
210°	30°	23.2
240°	60°	18
270°	90°	10.9
300°	120°	4.3
330°	150°	0.7
360°	180°	0

La gráfica del diagrama de desplazamientos y del perfil de la leva se muestran en la figura 3.12.



(a)



(b)

Figura 3.12. En (a) se muestra el diagrama de desplazamientos y en (b) el perfil correspondiente de la leva.



Ejercicio propuesto A3.1

Complemento educacional

Un diseñador de levas usa para el movimiento de ascenso AB del seguidor una curva polinómica P , luego un periodo BC de reposo, seguido de un descenso escalonado que incluye un tramo CD con curva armónica H , seguida de un reposo DE, un tramo EF con curva cicloide C y finaliza con otro reposo FG. La secuencia de estos movimientos se ilustra en el diagrama de desplazamientos de la figura A3.1 y la tabla 3.2.

- Determine las curvas de movimiento a utilizar para los tramos AB, BC, CD, DE, EF y FG. Refiérase a las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 y verifique que la función de aceleración sea continua en todo el trayecto.
- Trace el perfil de la leva correspondiente. Use un radio de 50 mm para el círculo base y en el trazo del diagrama y del perfil use 12 divisiones de la rotación θ .

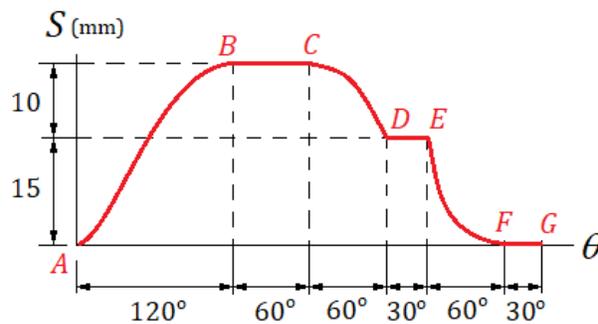


Figura A3.1

Tabla 3.2.

Tramo	Desplazamiento S (mm)	Rotación β (grados)
AB (<i>Polinómico</i>)	25	120°
BC (<i>Reposo</i>)	0	60°
CD (<i>Armónico</i>)	10	60°
DE (<i>Reposo</i>)	0	30°
EF (<i>Cicloide</i>)	15	60°
FG (<i>Reposo</i>)	0	30°

Mira la solución [aquí](#).

3.4 Diseño de levas planas con la aplicación de software

Existen numerosos softwares para diseñar levas, uno de estos es SOLIDWORKS^{MR} de la empresa Dassault Systèmes (Suresnes, Francia), ideado para modelado mecánico en 2D y 3D

[4, 5]. El software permite la simulación de movimiento y simultáneamente analizar posición, velocidad y aceleración de cualquier punto del mecanismo, ver la figura 3.13.

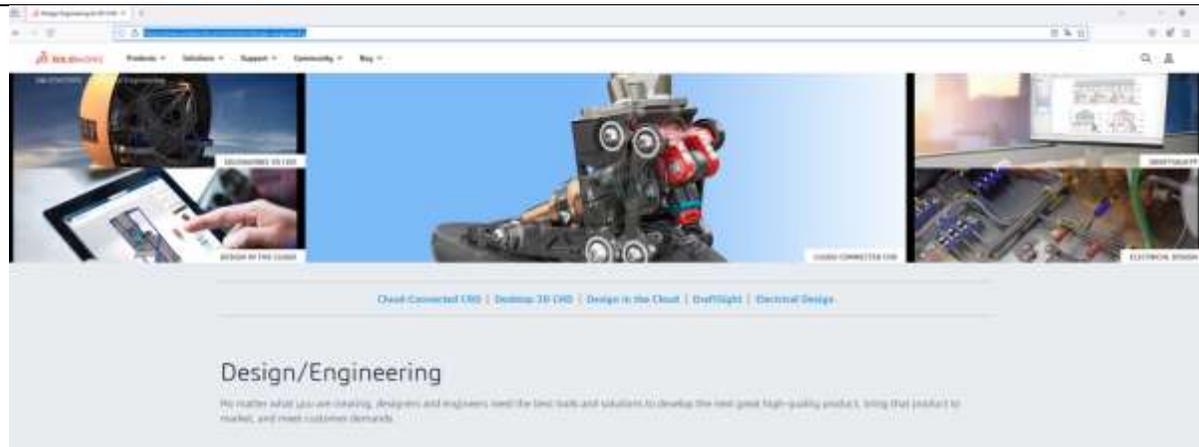
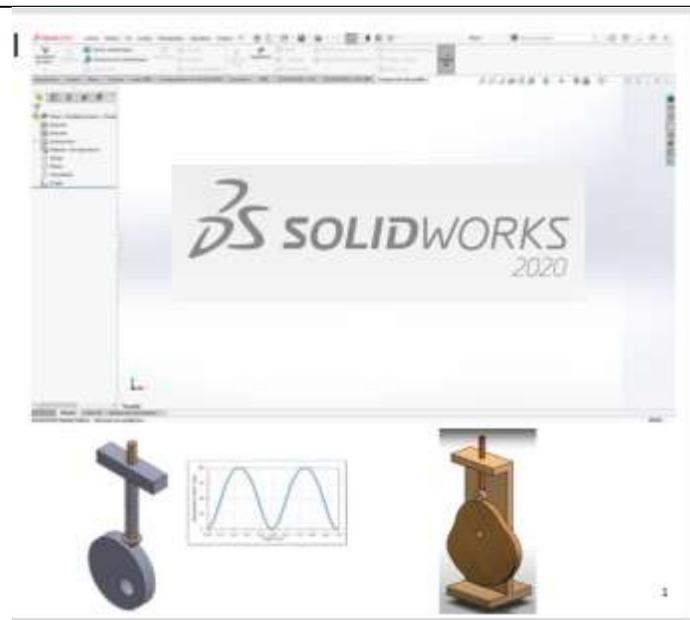


Figura 3.13. Sitio en internet del software SolidWorks. <https://www.solidworks.com/domain/design-engineering>

Como ejemplo del uso del software SOLIDWORKS^{MR} para el diseño de levas, se da una presentación del procedimiento para dibujar una leva en función a su diagrama de desplazamientos. En esta presentación, el ejemplo integra los resultados del ejercicio propuesto A3.1.



Aprende a modelar un mecanismo de cuatro barras usando el software Working Model^{MR} en esta [presentación](#). 

Bibliografía

[1] [https://es.wikipedia.org/wiki/Leva_\(mec%C3%A1nica\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Leva_(mec%C3%A1nica)).

[2] Diseño de Maquinaria (2021). Robert L. Norton, Mc Graw-Hill

[3] Mecanismos y dinámica de maquinaria (2002). Hamilton Mabie y Charles Reinholtz. Editorial Limusa Wiley.

[4] <https://www.design-simulation.com/wm2d/simulationlibrary/advmechanisms.php>

[5] Manual de usuario de SolidWorks Simulation 2014. Dassault Systemes 10 rue Marcel Dassault, CS 40501, 78946 Vélizy-Villacoublay Cedex - France.

Resumen de los complementos educativos de la unidad 3

Cuestionario de evaluación 3.	Complemento educativo
<p>¿Qué tanto conoces sobre levas?</p> <p>Prueba tus conocimientos de levas con una serie de preguntas mira este cuestionario.</p>	

Presentaciones.	Complemento educativo
<ul style="list-style-type: none"> El diseño de levas usando el software de SolidWorks es mostrado, te invito a que lo veas en esta presentación. 	

Ejercicios propuestos (soluciones)	Complemento educativo
<ul style="list-style-type: none"> Prueba tú destreza como ingeniero con este ejercicio de levas propuestos de la unidad 3. 	

Anexo 3.1

Cuestionario de evaluación

Cuestionario de evaluación

Unidad 3

[Volver.](#)

Complemento educacional

17/03/2020 11:40 p.m. Examen de Mecanismos AED1043ME5A, Unidad 3, Levas.

Examen de Mecanismos AED1043ME5A, Unidad 3, Levas.

1) Todas las preguntas son obligatorias.
2) Todas las preguntas son obligatorias.

Indice con la pregunta es obligatoria.

1. Correcto *

TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
CAMPUS TAJAMBA
SUBDIRECCION ACADÉMICA
DEPARTAMENTO DE METAL MECANICA
EXAMEN

CAMPUS: Tegucigalpa, Honduras		PERIODO:	
MATERIA: Mecanismos		GRUPO: AED-1043ME5A	
CATEDRATICO: GILBERTO S. LEVAS		SEMESTRE: SEMESTRE	
CATEDRATICO: Dr. Roberto Amador		PRIMER EXAMEN	
		CALIFICACIÓN:	

Examen de Mecanismos AED1043ME5A, Unidad 3, Levas, Datos Personales

Completar los datos personales. Todos los campos son obligatorios.

2. Nombre completo (apellido paterno, apellido materno y nombre(s)) *

3. Número de cédula *

17/03/2020 11:40 p.m. Examen de Mecanismos AED1043ME5A, Unidad 3, Levas.

7. ¿Qué nombre recibe el recarrito del seguidor desde un extremo al otro? *

Marca solo un ítem:

Vástago
 Corredora
 Desplazamiento
 Carrete
 Deslizamiento

8. En un sistema de leva simple, ¿qué elemento mecánico se usa como medio para impulsar al retorno del seguidor? *

Marca solo un ítem:

Vástago o eje
 Pallet y banda
 Rodamiento
 Muelle
 Resorte

9. Este tipo de seguidor se usó en las válvulas de admisión y cierre de un motor de combustión interna.

Marca solo un ítem:

Muelle
 Esférico
 Cara plana
 Tumbado
 Punta

17/03/2020 11:40 p.m. Examen de Mecanismos AED1043ME5A, Unidad 3, Levas.

4. Correo electrónico institucional. *

Comenzó el examen

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Seleccione una opción haciendo "click" con el mouse (MM).

5. Pieza mecánica que sirve para transformar el movimiento circular continuo en movimiento rectilíneo alternativo, o viceversa.

Marca solo un ítem:

Engrase
 Leva
 Tumbado y alto
 Embrague
 Pallet

6. ¿Cuántos grados de libertad tiene el más simple mecanismo de leva-seguidor? *

Marca solo un ítem:

1
 2
 3
 4
 5

17/03/2020 11:40 p.m. Examen de Mecanismos AED1043ME5A, Unidad 3, Levas.

10. Es el parámetro de la leva que define su tamaño. *

Marca solo un ítem:

Curva de paso
 Órbita base
 Ángulo de contacto
 Paso diámetro
 Centro

11. Es el ángulo definido entre la línea de movimiento del seguidor y la normal. *

Marca solo un ítem:

Ángulo de inclinación
 Ángulo de apertura
 Ángulo de la hélice
 Ángulo de presión
 Ángulo de contacto

12. El muelle diarodrónico en levas permite la eliminación de este elemento mecánico.

Marca solo un ítem:

Muelle
 Rodamiento
 Seguidor
 Leva
 Vástago o eje

11103_4-05_p16

Examen de Mecánica AS1043EMSA, Unidad 3, Levas

13. Es el parámetro que define la forma de la leva. *

Marca solo un óvalo.

- Ángulo de contacto
 Círculo base
 Matenel de la leva
 Períodos de reposo
 Movimiento del seguidor

14. En el diseño gráfico de levas se usa este trazo para marcar todos los eventos de un ciclo de movimiento, a partir del cual se proyecta su perfil. *

Marca solo un óvalo.

- Diagrama de velocidad
 Diagrama de contacto
 Diagrama de desplazamientos
 Diagrama de fuerzas
 Diagrama de aceleración

15. Esta leva se usa en torno y otras máquina-herramienta. *

Marca solo un óvalo.

- Leva de cilindro
 Leva radial
 Leva de disco
 Leva oscilante
 Leva desmodrónica

https://www.google.com/search?q=OT17d0b7mbZ14kwdLjg2RmAYTC08Pgcw%3Auc&rlz=1C1103_4-05_p16

8/16

11103_4-05_p16

Examen de Mecánica AS1043EMSA, Unidad 3, Levas

16. Durante el ciclo de movimiento el contacto entre leva y seguidor ocurre sin ángulo de presión. *

Marca solo un óvalo.

- Solo en la bajada
 Falso
 Solo en el reposo
 Solo en la subida
 Cierto

17. Es un movimiento periódico de vaivén, en el que un cuerpo oscila de un lado al otro de su posición de equilibrio, en una dirección determinada, y en intervalos iguales de tiempo. *

Marca solo un óvalo.

- Polinómico
 Parabólico
 Rectilíneo
 Cíclico
 Armónico

18. ¿Qué curva de desplazamiento se usa para un trayecto a velocidad constante? *

Marca solo un óvalo.

- Parabola
 Horizontal
 Elipse
 Recta
 Círculo

11103_4-05_p16

Examen de Mecánica AS1043EMSA, Unidad 3, Levas

19. Es la curva descrita por un punto de la circunferencia, cuando esta rueda recorre sin resbalar sobre una recta. *

Marca solo un óvalo.

- Armónica
 Cíclico
 Parabola
 Línea recta
 Polinómica

20. En la ecuación, $S = 0.5 L [1 - \cos(\pi\theta/\beta)]$ para $\theta = \beta$. ¿qué valor de S corresponde? *

Marca solo un óvalo.

- S = 1
 S = 2L
 S = S
 S = L/2
 S = L

21. En la ecuación $S = L[1 - (\beta/\theta)^2 + (1/2\pi)\sin(2\pi\theta/\beta)]$ para $\theta = \beta$. ¿qué valor de S corresponde? *

Selecciona todos los que corresponden.

- S = 0
 S = 2L
 S = L
 S = 0.2L
 S = 1

https://www.google.com/search?q=OT17d0b7mbZ14kwdLjg2RmAYTC08Pgcw%3Auc&rlz=1C1103_4-05_p16

8/16

11103_4-05_p16

Examen de Mecánica AS1043EMSA, Unidad 3, Levas

22. ¿Qué puede decir de la dirección de movimiento acorde a la ecuación: $S = L[1 - (\theta/\beta)^2 + (1/2\pi)\sin(2\pi\theta/\beta)]$ para $\theta = \beta$? *

Marca solo un óvalo.

- Es armónico
 Es una bajada parcial
 Es una subida total
 Es una bajada completa
 Es una subida parcial

23. ¿En qué máquina-herramienta convencional se corta el perfil de una leva de disco? *

Marca solo un óvalo.

- Torno
 Capillo mecánico
 Fresadora
 Taladro de banco
 Rectificador

24. Es un proceso para endurecer la superficie de levas contra el desgaste. *

Marca solo un óvalo.

- Temple
 Cementación
 Reverido
 Granallado
 Compresión acústica en caliente

https://www.google.com/search?q=OT17d0b7mbZ14kwdLjg2RmAYTC08Pgcw%3Auc&rlz=1C1103_4-05_p16

8/16

https://www.google.com/search?q=OT17d0b7mbZ14kwdLjg2RmAYTC08Pgcw%3Auc&rlz=1C1103_4-05_p16

8/16

11104_4-40_p.01

Examen de Mecánica AUTOMÓVILES, Unidad 3, Levas

25. En la industria automotriz, ¿dónde se usan las levas? *

Marca solo un óvalo.

- Control de cruero
 Diferencial
 Dirección hidráulica
 Accionamiento de válvulas
 Caja de velocidades

26. Es un reconocido fabricante mundial de levas y accesorios automotrices. *

Marca solo un óvalo.

- Spharica
 DFI
 Crane
 SKF
 Michelin

27. Es un fabricante mexicano de árbol de levas para la industria automotriz y metal mecánica. *

Marca solo un óvalo.

- Dilco
 Rojas
 Estalbrock
 Levasma
 Arbomev

https://www.google.com/search?q=QFTs760brcb2D46wLjg30RwAFY129Fgpr1u0040&rlz=1C11104_4-40_p.01

1110

11104_4-40_p.01

Examen de Mecánica AUTOMÓVILES, Unidad 3, Levas

28. La causa principal de fallo en un árbol de levas es. *

Marca solo un óvalo.

- Ataque por corrosión
 Falta de lubricación
 Daño por fatiga
 Excesión por desgaste
 Rayaduras por fricción

29. La producción actual de componentes automotrices se realiza en esta etapa de la * evolución técnico-económica de la humanidad.

Marca solo un óvalo.

- Manufactura 4.0
 Automatización
 Sustentabilidad
 Sistemas CAD-CAM
 Globalización

30. Es un software para el diseño y análisis ingenieril de levas. *

Marca solo un óvalo.

- Microsoft Office
 ViassePRO
 Mastercam
 Fortran
 Inventor

https://www.google.com/search?q=QFTs760brcb2D46wLjg30RwAFY129Fgpr1u0040&rlz=1C11104_4-40_p.01

1110

11104_4-40_p.01

Examen de Mecánica AUTOMÓVILES, Unidad 3, Levas

31. Es la disciplina basada en software que permiten analizar y simular los diseños * de ingenieril hechos en computadora para valorar sus características, propiedades, viabilidad y rentabilidad.

Marca solo un óvalo.

- Ingeniería Inversa
 CAM
 CAE
 CAD
 Inteligencia artificial

32. La producción de árbol de levas está ligada a la producción de automotores y de * coches. ¿En la actualidad qué país es líder en la producción de automóviles?

Marca solo un óvalo.

- Alemania
 China
 Estados Unidos
 México
 Japón

33. Es el material más usado en la fabricación de árboles de levas para la industria * automotriz.

Marca solo un óvalo.

- Hierro templado
 Acero forjado
 Titanio
 Aluminio
 Acero inoxidable

https://www.google.com/search?q=QFTs760brcb2D46wLjg30RwAFY129Fgpr1u0040&rlz=1C11104_4-40_p.01

1110

11104_4-40_p.01

Examen de Mecánica AUTOMÓVILES, Unidad 3, Levas

34. Este material se usa en árboles de levas para motores de alta competición. *

Marca solo un óvalo.

- Acero inoxidable
 Composite estructural
 Hierro nodular
 Aleación de níquel
 Acero nitruado

Ejercicio

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Selecciona una opción haciendo "click" con el mouse [ratón].

https://www.google.com/search?q=QFTs760brcb2D46wLjg30RwAFY129Fgpr1u0040&rlz=1C11104_4-40_p.01

1110

11/06, 4:45 p.m.

Examen de Mecanismo AED1908MSA, Unidad 3, Levas

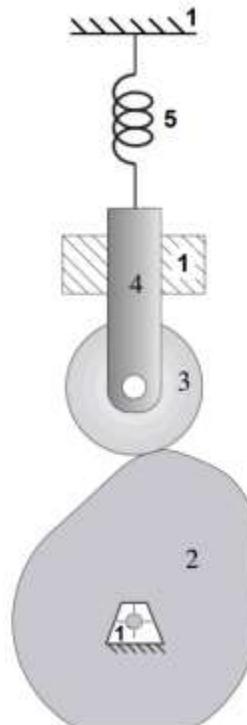
35. Identifique los componentes del mecanismo de leva ilustrado en la figura. [valor 10 puntos]

<https://www.google.com/forms/d/1yQ7S7u00ivvly2H4wLUG2RnWY1C2MFgprvUAcw4t>

13/6

11/06, 4:45 p.m.

Examen de Mecanismo AED1908MSA, Unidad 3, Levas



<https://www.google.com/forms/d/1yQ7S7u00ivvly2H4wLUG2RnWY1C2MFgprvUAcw4t>

14/6

11/06, 4:45 p.m.

Examen de Mecanismo AED1908MSA, Unidad 3, Levas

Marca solo un óvalo.

- 1.- Vástago, 2.- Leva, 3.- Rodillo, 4.- Bancada, 5.- Bobina
- 1.- Bancada, 2.- Rodillo, 3.- Leva, 4.- Vástago, 5.- Resorte
- 1.- Bancada, 2.- Leva, 3.- Rodillo, 4.- Vástago, 5.- Resorte
- 1.- Bancada, 2.- Leva, 3.- Seguidor, 4.- Resorte, 5.- Bobina
- 1.- Vástago, 2.- Rodillo, 3.- Leva, 4.- Bancada, 5.- Resorte

11/06, 4:45 p.m.

Examen de Mecanismo AED1908MSA, Unidad 3, Levas

36. La gráfica muestra la aceleración del seguidor de una leva con perfil armónico. Utilice $A = A_0 \cos(\omega t)$ y los datos de la gráfica y determine el máximo desplazamiento "X" del seguidor. [valor 10 puntos]



Marca solo un óvalo.

- X = 7.64 cm
- X = 6 cm
- X = 12.4 cm
- X = 9.79 cm
- X = 4.05 cm

Este contenido no ha sido creado ni aprobado por Google.

Google Formularios

<https://www.google.com/forms/d/1yQ7S7u00ivvly2H4wLUG2RnWY1C2MFgprvUAcw4t>

13/6

<https://www.google.com/forms/d/1yQ7S7u00ivvly2H4wLUG2RnWY1C2MFgprvUAcw4t>

14/6

Para ver el cuestionario de evaluación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



EXU3-AED1043ME5
A - Formularios de C

Anexo 3.2

Presentaciones.

Presentación A3.1

Complemento educacional

DISEÑO DE LEVAS CON SOLIDWORKS.

[Volver.](#)

[Volver Resumen](#)

Complemento Educacional
PRESENTACIÓN A3.1

Diseño de levas con SolidWorks.

Identificación:
Damián Arturo González Gutiérrez
Departamento de Metal Mecánica
Tercer semestre del Nivel de Técnico
Instituto Tecnológico de Tijuana



1

Contenido

1. Introducción e inicio de SolidWorks y ejercicio de diseño de una leva.
2. Activación de los complementos para diseñar levas.
3. Configuración.
4. Movimiento.
5. Creación.
6. Splines.
7. Leva terminada.

1.- Introducción e inicio de SolidWorks.

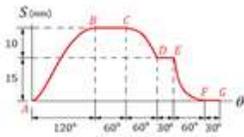
¿Qué es SolidWorks?
SolidWorks es una herramienta computacional para dibujar o diseñar artefactos o piezas, cuyas geometrías son complicadas, y que forman parte de un ensamblaje, el cual puede ser analizado para estudios de ingeniería. Además, los archivos de piezas creados en SolidWorks se usan en otros softwares y programas para ser fabricados.

¿Quién usa SolidWorks?
Los ingenieros mecánicos y ramas afines de la industria para el diseño de mecanismos, máquinas, utillajes, etc. Los profesores de universidad en sus clases de mecanicismo, diseño mecánico y otras para reforzar conceptos, habilidades y criterios de diseño, formación de instructores y de ingenieros. Los alumnos de ingeniería para sus proyectos y su formación.

2

Ejercicio. Diseño de una leva.

Use el software SolidWorks y obtenga el perfil de la leva correspondiente al diagrama de desplazamientos $S - \theta$ de la figura A3.1 y a la tabla 3.2 con los tipos de movimiento. Considere una leva de placa (tipo circular) con un radio del círculo base igual a 50 mm, un seguidor o empujador de rodillo con un diámetro de 33 mm y suponga que la leva gira en el sentido de las agujas del reloj.



Tramo	Desplazamiento S (mm)	Rotación θ (grados)
AB (Polinomial)	25	120°
BC (Uniforme)	0	60°
CD (Armónico)	10	60°
DE (Uniforme)	0	60°
EF (Circular)	15	60°
FG (Uniforme)	0	30°

Figura A3.1

3

Iniciar SolidWorks



4

2.- Activación de los complementos para diseñar levas.

En SOLIDWORKS para diseñar una leva se deben realizar tres pasos:

- Asignar las dimensiones principales de la leva en la **Configuración**.
- Crear todas las **eventos** de un ciclo de movimiento, adobeas, bajadas, repusas en la opción **Movimientos**.
- Asignar las **dimensiones** de la manivela girata (radio), diámetro del cubo, del baldeño (trazo), radio de charrán, valor de la resaca y otros en **Creación**.



5

3.- Configuración



6

4.- Movimientos

En la opción **Movimiento** se especifica por cada tramo del Diagrama de Desplazamientos 5-7:

- Definición de movimiento: velocidad, aceleración...**
- Definición de tipo**
- Definición de tipo de movimiento (ángulo de movimiento, en grados)**

7

4.- Movimientos

Tramo AB **Tramo BC** **Tramo CD**

Tipo de movimiento = *Polinomial 4to.º*
Radio focal = 78 mm (14124)
Movimiento en grados = 112°

Tipo de movimiento = *Parabola (repara)*
Radio focal = No aplica (No hay 2to.º)
Movimiento en grados = 82°

Tipo de movimiento = *Arco de Círculo*
Radio focal = 88 mm (14144)
Movimiento en grados = 62°

8

4.- Movimientos

Tramo DE **Tramo EF** **Tramo FG**

Tipo de movimiento = *Parabola (repara)*
Radio focal = No aplica (No hay 2to.º)
Movimiento en grados = 82°

Tipo de movimiento = *Cúbica*
Radio focal = 80mm (14140)
Movimiento en grados = 62°

Tipo de movimiento = *Parabola (repara)*
Radio focal = No aplica (No hay 2to.º)
Movimiento en grados = 82°

9

4.- Movimientos

Resumen

Verificamos

- Hay 6 eventos de movimiento en 1 ciclo de 360°.
- Verificamos que el ciclo se cierra al haber 360°.
- Se ha pasado la información del movimiento del diagrama de desplazamientos 5-7a SOLIDWORKS.

Para la **Creación** de la leva se deben especificar las **Propiedades** y sus **Usos** relacionados con el maquinado (Fabricación) de la leva, esto incluye dimensiones de la materia prima (bruto), diámetros del cubo, del taladro (Hueso), radios de chisflán, valor de la resolución y otros.

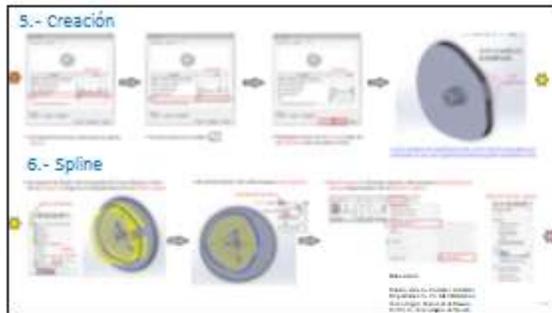
10

5.- Creación

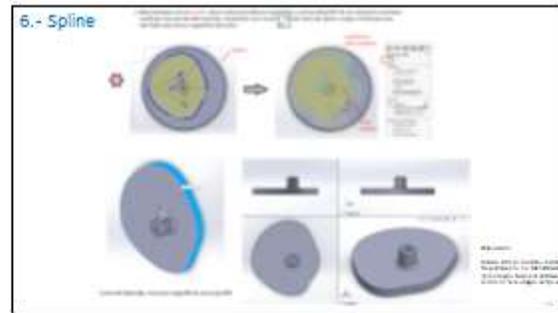
11

5.- Creación

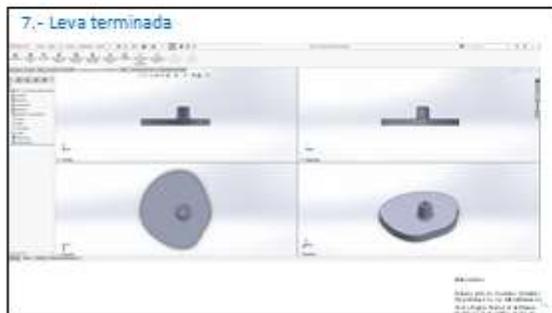
12



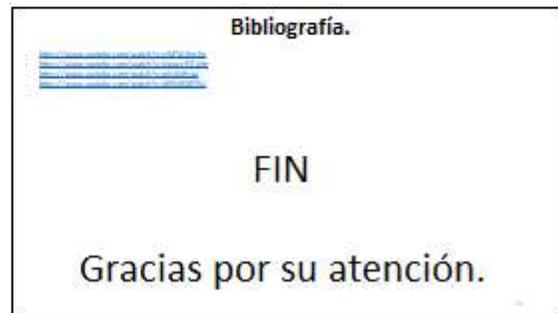
13



14



15



16

Para ver la presentación hacer doble clic con él ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



3.1 Diseño de levas
con SolidWorks.ppt

Anexo 3.3

Soluciones a los ejercicios propuestos de la unidad 3



Ejercicio propuesto A3.1

[Volver](#)

[Volver resumen](#)

Complemento educacional

Un diseñador de levas usa para el movimiento de ascenso AB del seguidor una curva polinómica, luego un periodo BC de reposo, seguido de un descenso escalonado que incluye un tramo CD con curva harmónica, seguida de un reposo DE, un tramo EF con curva cicloide y finaliza con otro reposo FG. La secuencia de estos movimientos se ilustra en el diagrama de desplazamientos de la figura A3.1 y la tabla 3.2.

- a) Determine las curvas de movimiento a utilizar para los tramos AB, BC, CD, DE, EF y FG. Refiérase a las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 y verifique que la función de aceleración sea continua en todo el trayecto.
- b) Trace el perfil de la leva correspondiente. Use un radio de 50 mm del círculo base y en el trazo del diagrama y del perfil use 12 divisiones de la rotación θ .

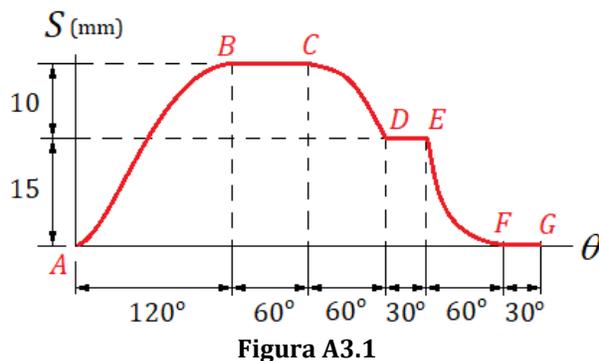


Tabla 3.2.

Tramo	Desplazamiento S (mm)	Rotación β (grados)
AB (<i>Polinómico</i>)	25	120°
BC (<i>Reposo</i>)	0	60°
CD (<i>Armónico</i>)	10	60°
DE (<i>Reposo</i>)	0	30°
EF (<i>Cicloide</i>)	15	60°
FG (<i>Reposo</i>)	0	30°

Solución.

Analizando las ecuaciones de desplazamiento S .

Tramo AB

Según los datos de la tabulación, para el tramo AB, $L_{AB} = 25$ mm y $\beta = 120^\circ$ y la curva seleccionada fue la polinómica $P-1$ cuya ecuación es:

$$S_{AB} = L_{AB} \left[6.09755 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 20.78040 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 26.73155 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^6 - 13.60965 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^7 + 2.56095 \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^8 \right], \quad \text{sustituyendo}$$

datos en la ec. S_{AB}

$$S_{AB} = 25 \left[6.09755 \left(\frac{\theta}{120^\circ} \right)^3 - 20.78040 \left(\frac{\theta}{120^\circ} \right)^5 + 26.73155 \left(\frac{\theta}{120^\circ} \right)^6 - 13.60965 \left(\frac{\theta}{120^\circ} \right)^7 + 2.56095 \left(\frac{\theta}{120^\circ} \right)^8 \right] \quad \text{con } 0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$$

θ (grados)	S_{AB} (mm)
0°	0
30°	2.0
60°	10.9
90°	21.0
120°	25

Tramo BC

Este tramo es un reposo, es decir no hay movimiento S del seguidor. Este tramo se inicia en el punto B ($\theta = 120^\circ, 25\text{mm}$) y termina en el punto C ($\theta = 180^\circ, 25\text{mm}$). Por lo tanto:

$$S_{BC} = 25, \quad \text{para } 120^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

θ (grados)	S_{BC} (mm)
120°	25
150°	25
180°	25

Tramo CD

Según los datos de la tabulación, para el tramo CD, $L_{CD} = 10$ mm y $\beta = 60^\circ$ y la curva seleccionada fue la armónica $H-3$ cuya ecuación es:

$$S_{CD} = L_{CD} * \cos\left(\frac{\pi\theta}{2\beta}\right), \quad S_{CD} = 10 * \cos\left[\frac{180^\circ\theta}{2(60^\circ)}\right], \quad S_{CD} = 10 * \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

La ecuación de S_{CD} se debe modificar para que inicie en el punto C, con $S = 25$ mm y $\theta = 180^\circ$, quedando como $S_{CD} = 25 - 10 * \cos\left(\frac{3\theta}{2} - 180^\circ\right)$, desarrollando la identidad escribimos:

$$S_{CD} = 25 - 10\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad \text{con} \quad 180^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$$

θ (grados)	S_{AB} (mm)
180°	25
210°	17.9
240°	15

Tramo DE

Este tramo es un reposo, es decir no hay movimiento S del seguidor. Este tramo se inicia en el punto D ($\theta = 240^\circ, 15\text{mm}$) y termina en el punto E ($\theta = 270^\circ, 15\text{mm}$). Por lo tanto:

$$S_{BC} = 15, \quad \text{para} \quad 240^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$$

θ (grados)	S_{BC} (mm)
240°	15
270°	15

Tramo EF

Según los datos de la tabulación, para el tramo EF, $L_{DE} = 15$ mm y $\beta = 60^\circ$ y la curva seleccionada fue la cicloide C-4 cuya ecuación es:

$$S_{EF} = L_{EF} \left[1 - \frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{\pi} \text{sen} \left(\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right], \text{ sustituyendo datos en la ec. } S_{EF}$$

$$S_{EF} = 15 \left[1 - \frac{\theta}{60^\circ} - \frac{1}{\pi} \text{sen} \left(180^\circ \frac{\theta}{60^\circ} \right) \right]$$

$$S_{EF} = 15 \left[1 - \frac{\theta}{60^\circ} - \frac{1}{\pi} \text{sen}(3\theta) \right] \quad \text{con} \quad 270^\circ \leq \theta \leq 330^\circ$$

El valor de S_{EF} para 0° en el intervalo $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ corresponde a la ubicación de 270° para la gráfica $S-\theta$ en la gráfica.

θ (grados)	θ (grados-ecuación.)	S_{AB} (mm)
-------------------	-----------------------------	---------------

270°	0°	15
300°	30°	2.7
330°	60°	0

Tramo FG

Este tramo es un reposo, es decir no hay movimiento S del seguidor. Este tramo se inicia en el punto F ($\theta = 330^\circ, 0 \text{ mm}$) y termina en el punto G ($\theta = 360^\circ, 0 \text{ mm}$). Por lo tanto:

$$S_{BC} = 0, \quad \text{para } 330^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$$

θ (grados)	S_{BC} (mm)
330°	0
360°	0

La figura A 3.1.1 muestra la función continua de la aceleración para todo el trayecto.

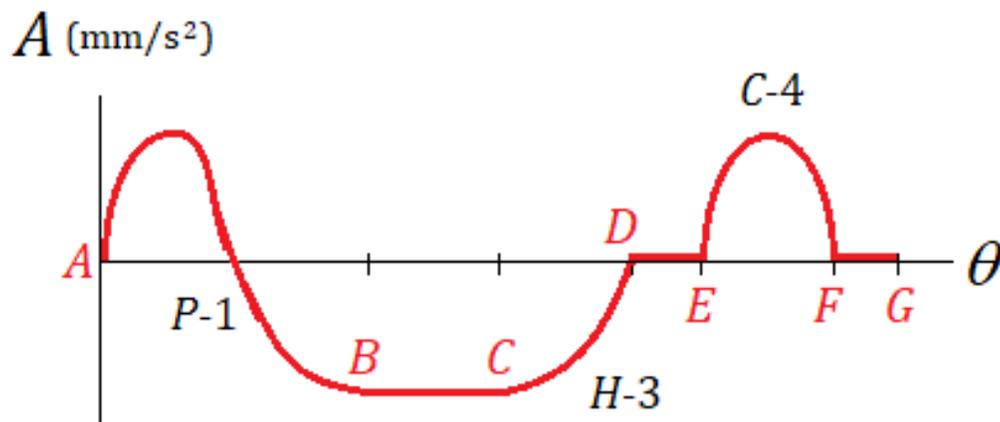


Figura A3.1.1

La gráfica del diagrama de desplazamientos y del perfil de la leva se muestran en la figura A3.1.2

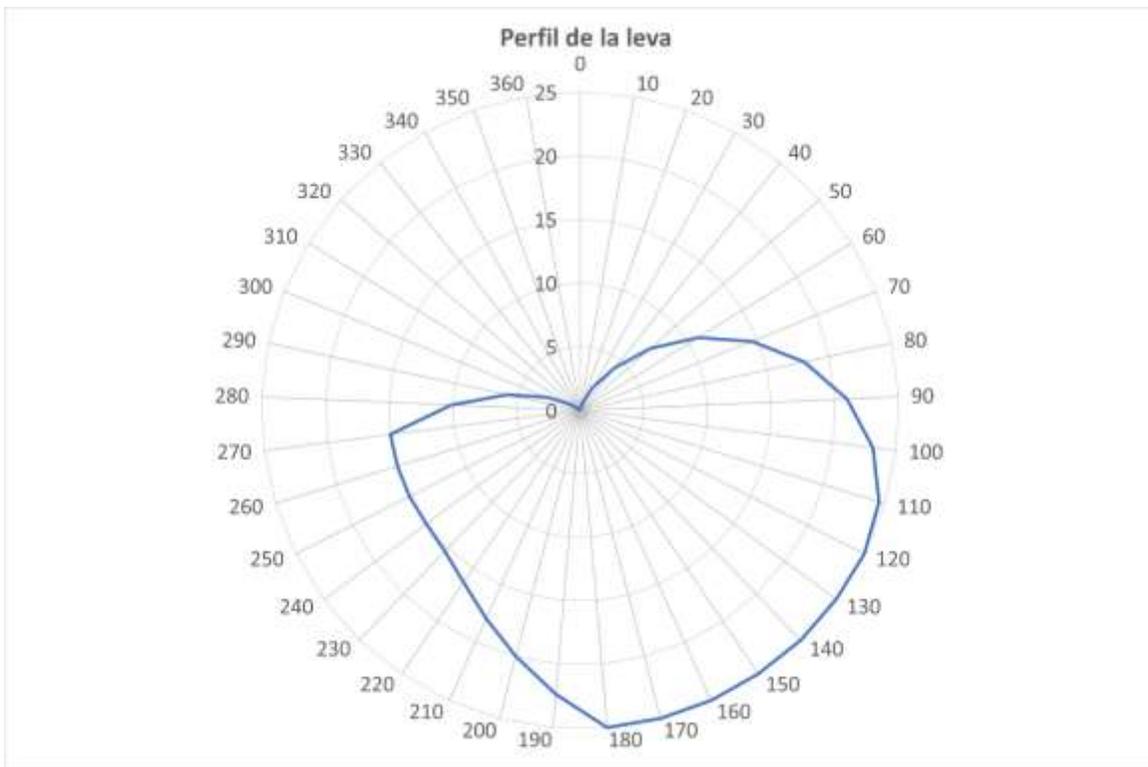
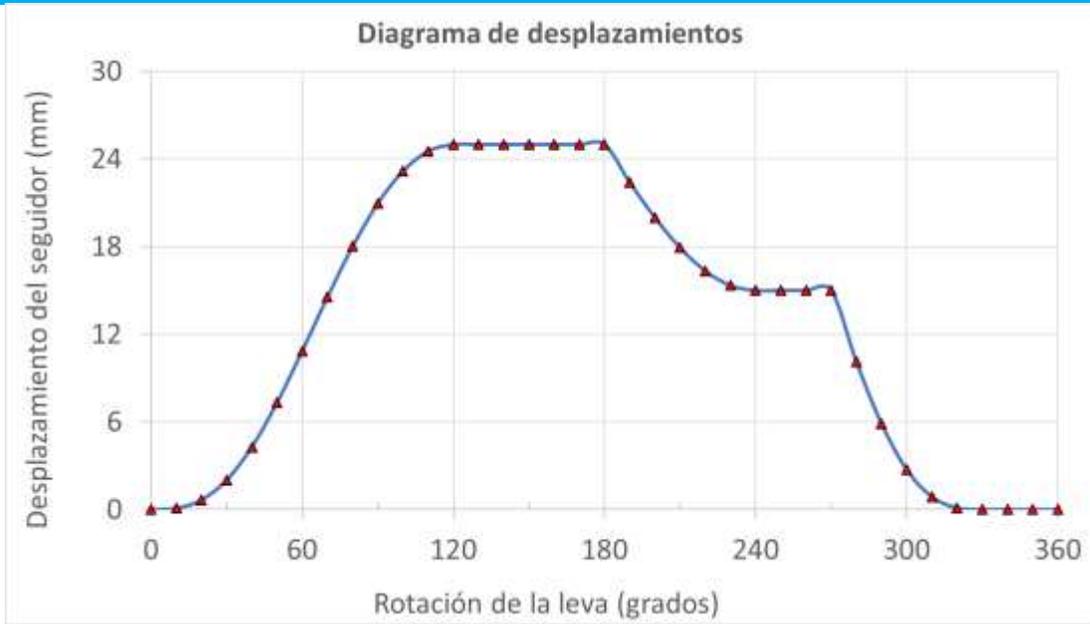


Figura A3.1.2. En (a) se muestra el diagrama de desplazamientos y en (b) el perfil correspondiente de la leva.

Tema No. 4 Engranés y trenes de engranaje

Competencias específicas.

Al finalizar este tema el lector será competente en:

- Diseñar el perfil de los dientes de engranes en forma gráfica, analítica y mediante la aplicación de software.
- Analizar el funcionamiento cinemático de trenes de engranaje a partir de la relación de velocidad angular.

Competencias genéricas.

Al finalizar este tema el lector habrá adquirido:

- Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.
- Capacidad de aplicar los conocimientos a la práctica.
- Conocimiento sobre el área de estudio y la profesión.
- Capacidad de investigación.
- Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas.
- Capacidad creativa.
- Capacidad para tomar decisiones.
- Capacidad de trabajo en equipo.
- Habilidad para trabajar en forma autónoma.

Actividades de aprendizaje.

Al finalizar este tema el lector aprenderá:

- Investigar la nomenclatura, parámetros, clasificación, funcionamiento y aplicación de los engranes y trenes de engranaje.
- Hacer el diseño cinemático del perfil de engranes considerando las normas.
- Analizar la ley fundamental del engranaje.
- Determinar y analizar mediante los métodos: tabular, ecuación y centros instantáneos, la relación de velocidades angulares de trenes de engranajes simples, compuestos y planetarios.

4.1 Nomenclatura, clasificación y aplicación de los engranes (rectos, cónicos y helicoidales)

Un engrane es una rueda dentada que se diseña para transmitir movimiento circular y potencia de un eje a otro eje. Un engranaje es un mecanismo, constituido por dos o más engranes en contacto a lo largo del ancho del perfil de los dientes y cuyas características geométricas son compatibles [1]. Si los dos engranes son de distinto tamaño, el mayor se denomina corona y el menor piñón, ver la figura 4.1.

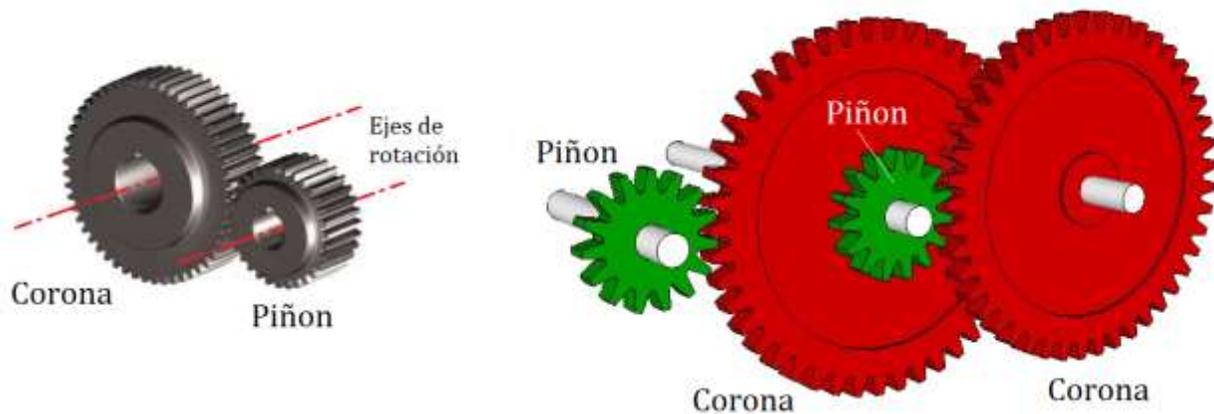


Figura 4.1. Conjunto de engranes en contacto a través del largo del perfil de sus dientes.

La aplicación más frecuente de los engranajes es en el diseño de cajas de cambios de velocidad o transmisiones para las industrias de la automoción, maquinaria industrial, aparatos eléctricos, aeroespacial y energías renovables, ver la figura 4.2.

En la automoción, los sistemas de transmisión en vehículos dependen de engranajes para cambiar velocidades, proporcionando torque adecuado para condiciones de conducción

variables. En maquinaria industrial, los engranajes de transmisión y sistemas de reducción de velocidad son esenciales ya que facilitan el movimiento preciso en equipos de fabricación, producción y procesamiento. En electrodomésticos y herramientas eléctricas, los engranajes son cruciales para transformar la energía eléctrica en movimientos mecánicos, optimizando funciones como mezcla, corte y perforación. En aplicaciones aeroespaciales, los engranajes se utilizan en sistemas de control de vuelo y actuadores, contribuyendo a la estabilidad y maniobrabilidad de aeronaves y satélites. En sistemas de energía renovable, como molinos de viento y generadores hidroeléctricos, los engranajes desempeñan un papel clave en la conversión eficiente de energía mecánica a eléctrica [2].



Caja de velocidad de autoóvil.



Caja de velocidad para perforación.



Caja de velocidad para bomba hidráulica.

Figura 4.2. Usos de los engranes rectos, cónicos y helicoidales.

Los elementos geométricos básicos de un engrane recto se muestran en la figura 4.3, e incluyen la circunferencia adendum (o de cabeza) que marca el límite superior del diente (cresta). La circunferencia dedendum marca el límite inferior del diente y delimita la zona de la raíz del diente. La circunferencia base marca el inicio del perfil evolvente (involuta) del diente, extendiéndose hasta el adendum. La circunferencia de paso marca el inicio del contacto, transmisión de movimiento y potencia entre dientes de dos engranes embonados, además define la superficie de contacto (cara del diente) a lo largo de su ancho y también la superficie del flanco. El paso circular p es la distancia medida en la circunferencia de paso, desde un punto de un diente al punto correspondiente del siguiente diente. Por lo tanto, el paso circular determina la compatibilidad geométrica del engrane para ser acoplado con otro y es un parámetro útil para la estandarización y normalización de engranes. El paso base es la distancia medida en la circunferencia base, desde un punto de un diente al punto correspondiente del siguiente diente. El adendum es la distancia radial entre las

circunferencias addendum y de paso. El dedendum es la distancia radial entre las circunferencias dedendum y de paso. La porción del flanco por debajo de la circunferencia base es aproximadamente una línea radial [3, 4].

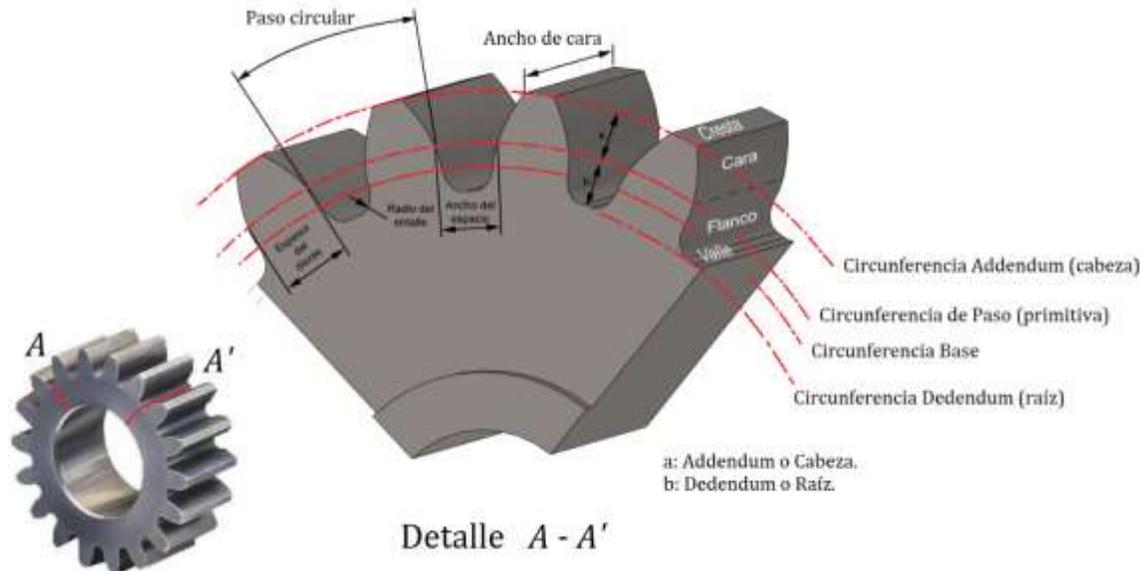


Figura 4.3. Nomenclatura de un engrane recto.

Se fabrican engranes en muchas configuraciones para aplicaciones particulares y a continuación, se describen algunos de los tipos más comunes según [3, 4].

Engranajes rectos. Son engranes en los cuales los dientes son paralelos al eje de simetría del engrane. La mayoría de los engranes rectos utilizan la curva de la evolvente para el perfil de sus dientes. Esta es la forma de engrane más simple y menos costosa. Los engranes sólo pueden engranarse si sus ejes son paralelos, ver la figura 4.4.



Figura 4.4. Engranaje recto.

Engranos helicoidales. Son engranes en los cuales los dientes forman un ángulo helicoidal ψ con respecto al eje del engrane, como se muestra en la figura 4.5a. Estos engranes pueden engranarse para ejes paralelos, cuando el par de engranes es de sentido opuesto, y engranarse para ejes a un cierto ángulo, cuando el par de engranes es del mismo sentido, pero cruzados, ver la figura 4.5b.

Los engranes helicoidales son más costosos que los rectos, pero ofrecen algunas ventajas como menos ruido, menos vibración y mayor resistencia.

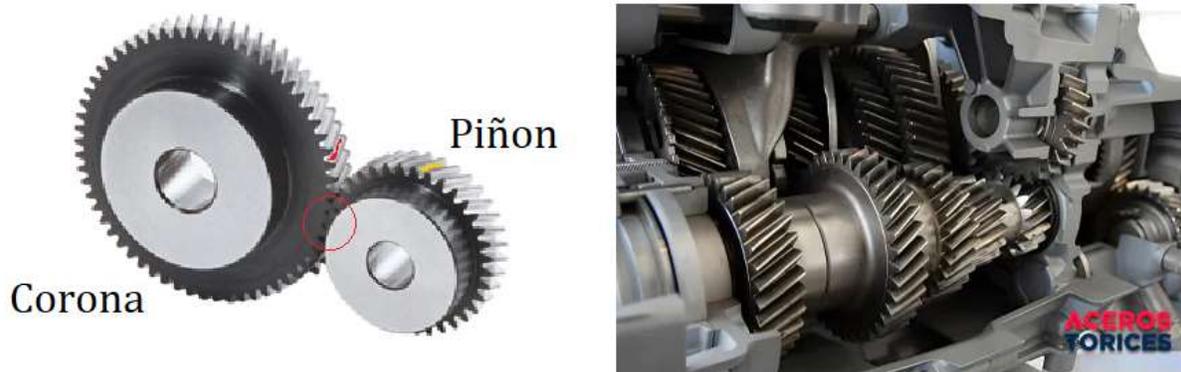


Figura 4.5. Engranaje helicoidal.

Tornillo sinfín y engranes de tornillo sinfín. Este conjunto consiste de una corona engranada con un tornillo y es usado para conectar ejes en diferentes planos, ver la figura 4.6. El movimiento de entrada es a través del tornillo sinfín, el cual tiene sólo un diente enrollado continuamente alrededor de su circunferencia un número de veces, como una rosca de tornillo. El movimiento de salida es a través del engrane corona. Por lo tanto, la relación de velocidades del tornillo sinfín a la corona resulta baja, es decir se trata de un reductor de velocidad.



Figura 4.6. Conjunto de tornillo sinfín y corona.

Cremallera y piñón. Este conjunto consiste de un engrane recto circular (piñón) y de una barra dentada lineal, ver la figura 4.7. La aplicación más común de este dispositivo es en la conversión de movimiento rotatorio en lineal y viceversa. Si puede accionarse en reversa, entonces requerirá de un freno si se debe mantener una carga. Un ejemplo de uso se encuentra en la dirección de piñón y cremallera en automóviles. El piñón está conectado al extremo inferior de la columna de la dirección y gira con el volante. La cremallera engrana con el piñón y se mueve a izquierda y derecha en respuesta al movimiento angular impreso al volante de dirección. La cremallera también es un eslabón en un mecanismo articulado de múltiples barras que convierte la traslación lineal de la cremallera en la cantidad apropiada de movimiento angular de un eslabón oscilante conectado al ensamble de la rueda delantera para hacer virar el auto.

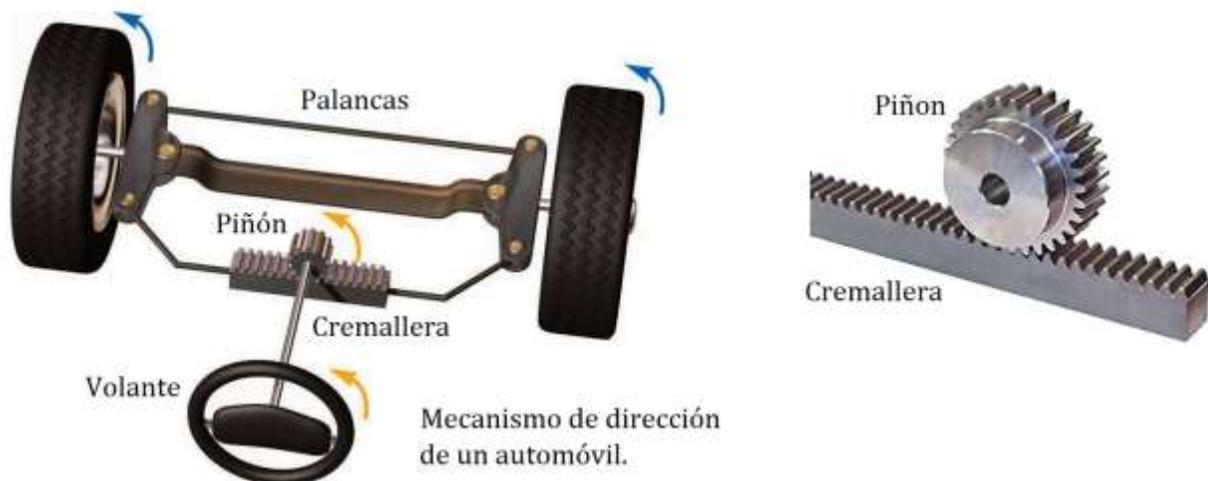


Figura 4.7. Conjunto de cremallera y piñón.

Engranajes cónicos. Una alternativa para conectar ejes no paralelos, pero en el mismo plano, es decir que se interceptan, es mediante engranes cónicos. La geometría de los engranes cónicos se basan en conos rodantes, donde el ángulo entre los ejes de los conos y los ángulos incluidos de los conos tienen cualquier valor compatible, siempre que los vértices de los conos se interceptan. El perfil de los dientes para los engranes cónicos están basados en la curva octoidal y pueden ser rectos o en espiral, ver la figura 4.8. Las ventajas y desventajas de los engranes cónicos rectos y espirales son similares a las del engrane recto y engrane helicoidal, respectivamente, en lo que se refiere a resistencia, funcionamiento silencioso, vibración y costo.



Figura 4.8. Engranajes cónicos.

Engranajes hipoidales. Si los ejes entre los engranes a conectar son no paralelos y además no se interceptan, entonces no se pueden utilizar ningún engrane cónico. La solución es usar engranes hipoidales, cuya geometría está basada en el hiperboloide de revolución, como se muestra en la figura 4.9. La forma del diente no es una involuta. Estos engranes hipoidales se utilizan en el diferencial de automóviles con el motor adelante y tracción en la rueda trasera.

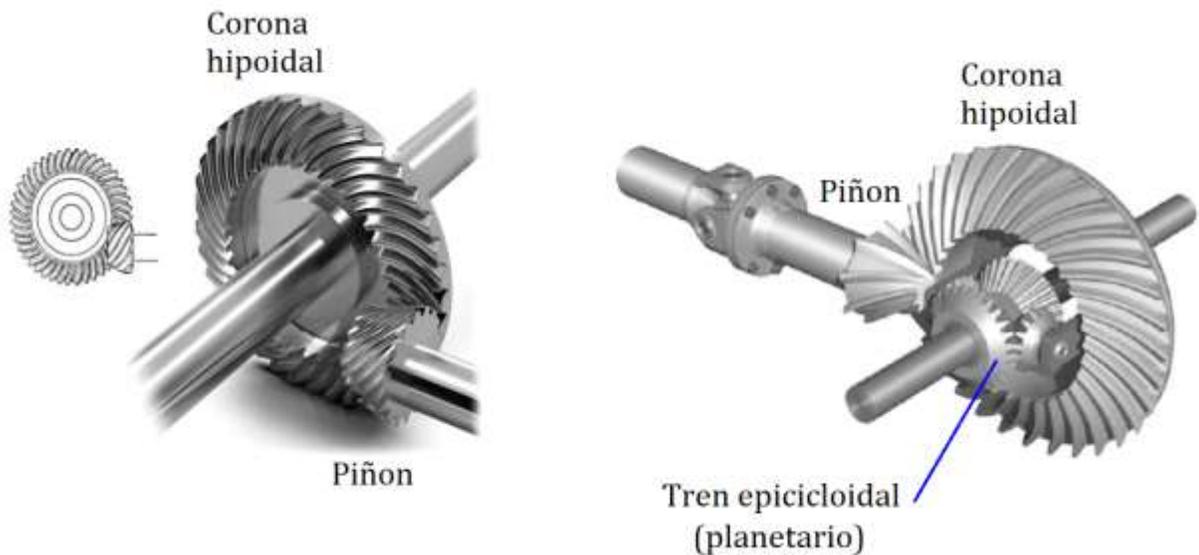


Figura 4.9. Engrane hipoidal.

Engranajes no circulares. Los engranes no circulares están basados en los centros rodantes de un mecanismo de cuatro barras de Grashof articulado y doble manivela. Los centros rodantes son los lugares geométricos del centro instantáneo, son importantes ya que definen el perfil del engrane no circular. A estos perfiles no circulares se les agregan dientes para evitar el deslizamiento. La figura 4.10 muestra un par de engranes no circulares basados

en un conjunto de centrosos. Estos engranes no realizan revoluciones completas cuando están engranados y por lo tanto su relación de velocidad no es constante. Por ello, la relevancia de estos engranes, crear una función de salida variable con el tiempo en respuesta a una entrada de velocidad constante. Estos engranes se utilizan en maquinaria que opere a bajas velocidades, como prensas de impresión o en procesadoras de alimentos y bebidas,



Figura 4.10. Engranajes no circulares.

Finalmente, la relación de velocidad de cualquier engranaje (recto, helicoidal, cónico, sinfín-corona o cremallera-piñón) está definida por la ley fundamental del engranaje que se verá en el subtema 4.3 sobre trenes de engranaje.

4.2 Diseño de engranes (rectos, cónicos y helicoidales)

El diseño de engranes rectos, cónicos y helicoidales será limitado solo para dientes con perfil evolvente. La evolvente, también llamada involuta, es una curva que se genera al desenrollar una cuerda tirante de un cilindro (llamado evoluta), como se muestra en la figura 4.11. Según [3-5] se observa lo siguiente sobre la curva evolvente.

- La curva siempre es tangente al cilindro.
- El centro de curvatura de la evolvente siempre está en el punto de tangencia de la cuerda con el cilindro.
- Una tangente a la evolvente siempre es normal a la cuerda, la longitud de la cual es el radio instantáneo de curvatura de la curva evolvente.

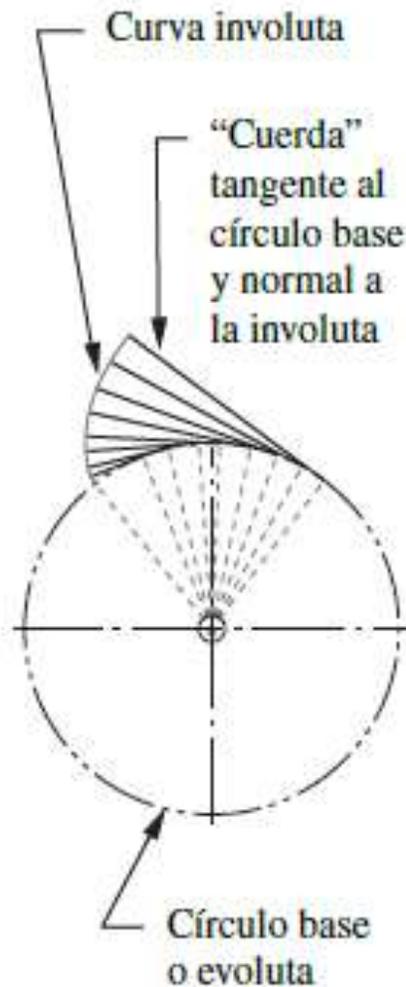


Figura 4.11. Una evolvente desarrollándose en un círculo.

La figura 4.12 muestra dos evolventes en cilindros distintos en contacto o “engranados”. Éstas representan dientes de engrane. Los cilindros de los que se desenrolla la cuerda se llaman círculos base de los engranes respectivos. Obsérvese que los círculos base son necesariamente más pequeños que los círculos de paso, los cuales son los radios de los cilindros rodantes originales, r_p y r_g . Los dientes del engrane deben proyectarse tanto por debajo como por arriba de la superficie del cilindro rodante (círculo de paso) y la evolvente sólo existe afuera del círculo base. El exceso de diente que sobresale por encima del círculo de paso es la cabeza, mostrada como a_p y a_g para el piñón y engrane, respectivamente. Éstos son iguales en el caso de dientes de engrane de profundidad completa estándar.

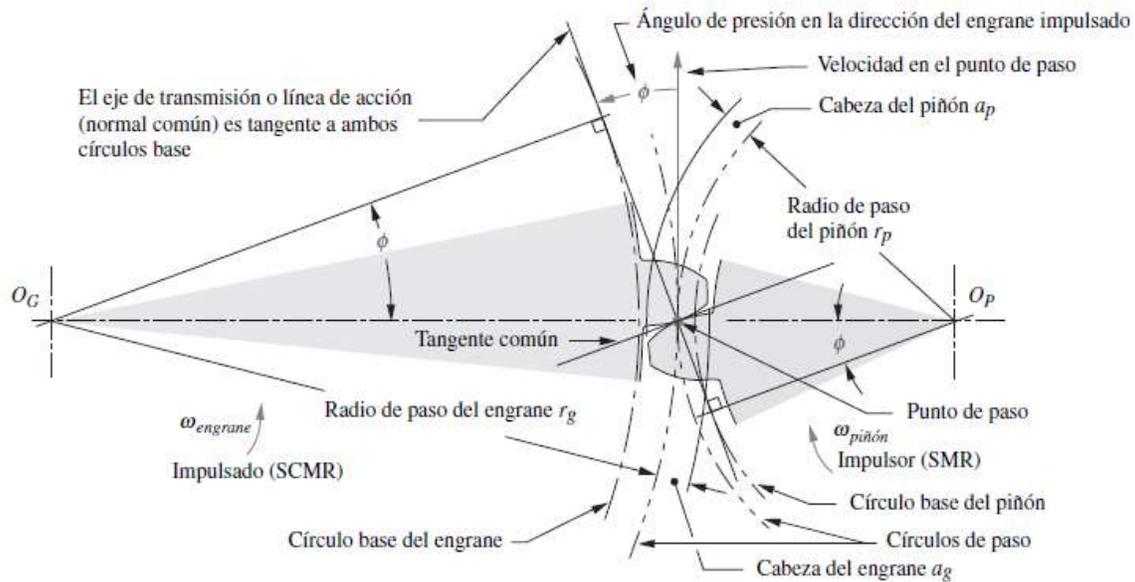


Figura 4.12. Geometría del contacto y ángulo de presión de dientes de engrane de evolvente.

La geometría en esta interfaz diente-diente es similar a la de la junta leva-seguidor, como se presentó en la figura 3.1. Existe una tangente común a ambas curvas en el punto de contacto, y una normal común, perpendicular a la tangente común. Obsérvese que la normal común en realidad constituye las “cuerdas” de ambas involutas, las cuales son colineales. Por tanto, la normal común, que también es el eje de transmisión, siempre pasa por el punto de paso sin importar dónde están en contacto los dos dientes.

La figura 4.13 muestra un par de formas de diente de evolvente en dos posiciones: antes de iniciar el contacto y en el punto final del contacto. Las normales comunes de estos dos puntos de contacto pasan por el mismo punto de paso. Esta propiedad de la evolvente confirma la ley fundamental de engranaje. La relación del radio del engrane impulsor con el radio del engrane impulsado permanece constante a medida que los dientes entran y salen del engranado.

A partir de esta observación del comportamiento de la evolvente es posible replantear la ley fundamental de engranaje de una manera más formal cinemáticamente como: la normal común a los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto cuando están engranados, siempre debe pasar por un punto fijo sobre la línea de centros llamado punto de paso. La

razón de velocidad del juego de engranes será entonces una constante definida por la relación de los radios respectivos de los engranes al punto de paso.

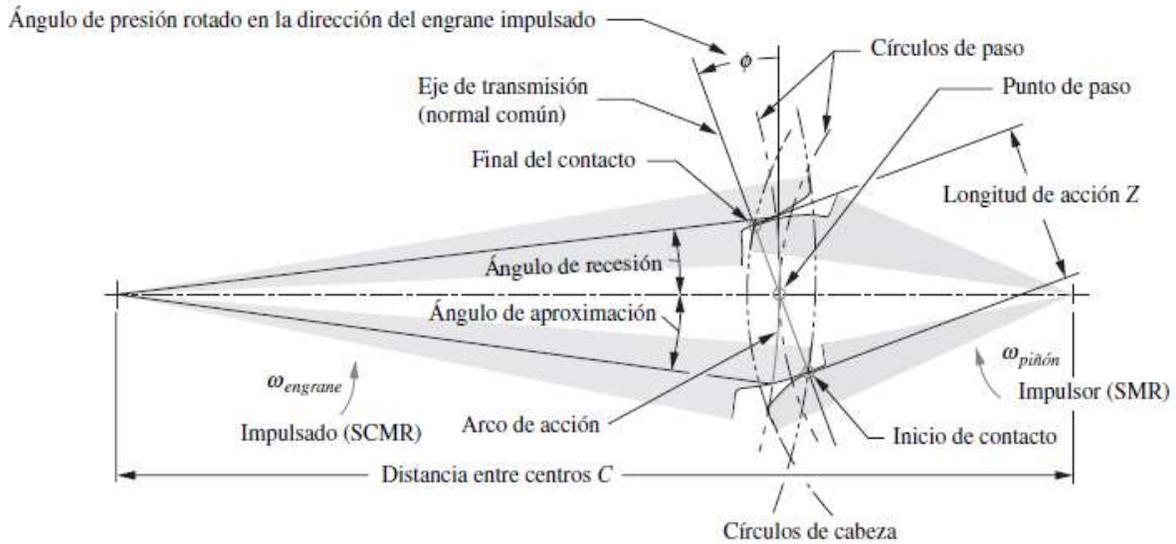


Figura 4.13. Punto de paso, círculos primitivos, ángulo de presión, longitud de acción, arco de acción y ángulos de aproximación y recesión durante el engranado de un engrane y piñón.

Los puntos de inicio y de salida del contacto definen el engranado del piñón y engrane. La distancia a lo largo de la línea de acción entre estos puntos del engranaje se llama longitud de acción, Z , y está definida por las intersecciones de los círculos de cabeza respectivos con la línea de acción, como se muestra en la figura 4.13. La ecuación para determinar la longitud de la línea de acción Z según [3-5] está dada por

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos \phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos \phi)^2} - C \operatorname{sen} \phi \dots \dots \dots (4.1)$$

donde r_p es el radio de paso del piñón, a_p es la cabeza del piñón, ϕ es el ángulo de presión, r_g es el radio de paso del engrane, a_g es la cabeza del engrane y C es la distancia entre centros del piñón y el engrane.

En el diseño de engranes, la relación de engrane m_G determina la velocidad del engrane en función del piñón o viceversa, indicando si el arreglo de engranes corresponde a un tren multiplicador o un reductor. La magnitud de m_G es igual a la división del número de dientes del engrane N_g al número de dientes del piñón N_p

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} \dots \dots \dots (4.3)$$

El paso diametral p_d en el sistema imperial (inglés) es el número de dientes que tiene un engrane por pulgada de su diámetro primitivo, sirve como un indicador del tamaño del diente de un engrane y es usado para la normalización de engranes. Cuando se embonan dos engranes, sus pasos diametrales deben ser en teoría iguales. La magnitud del p_d es igual a la división del número de dientes N de un engrane y su diámetro de paso D

$$p_d = \frac{N}{D} \dots \dots \dots (4.4)$$

El paso circular p_c es igual a la suma del espesor del diente y del ancho de espacio entre los dientes. Sin embargo, es más practico especificar p_c en función del paso diametral p_d de la siguiente forma

$$p_c = \frac{\pi}{p_d} \dots \dots \dots (4.5)$$

El paso base p_b es la longitud del arco entre los puntos iniciales de las curvas evolventes de los dientes adyacentes en el círculo base de un engranaje, es decir, la circunferencia del círculo base dividida por el número de dientes. Sin embargo, es más practico especificar p_b en función del paso circular p_c de la siguiente forma

$$p_b = p_c \cos\phi \dots \dots \dots (4.6)$$

El diámetro de paso D o diámetro del círculo primitivo es el diámetro de un círculo imaginario que pasa por el punto donde se engranan los dientes, y define el verdadero tamaño del engranaje y es igual a

$$D = \frac{N}{P_d} \dots \dots \dots (4.7)$$

El radio de paso “ r ” o radio del círculo primitivo es igual a la mitad del diámetro de paso D .

$$r = \frac{D}{2} \dots \dots \dots (4.8)$$

La distancia entre centros C de engranes o de ejes es igual a la suma del radio de paso del piñón r_p más el radio de paso del engrane r_g

$$C = r_p + r_g \dots \dots \dots (4.9)$$

Otras dimensiones del diente se estandarizan en función del paso diametral P_d y se muestran la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Especificaciones de diente de engrane de profundidad total AGMA [3].

Parámetro	Paso grueso ($p_d < 20$)	Paso fino ($p_d \geq 20$)
Ángulo de presión " ϕ ".	20° o 25°	20°
Cabeza " a ".	1.000/ p_d	1.000/ p_d
Raíz " b ".	1.250/ p_d	1.250/ p_d
Profundidad de trabajo.	2.000/ p_d	2.000/ p_d
Profundidad total " h_t ".	2.250/ p_d	2.200/ p_d + 0.002 pulg
Espesor de diente circular.	1.571/ p_d	1.571/ p_d
Radio de filete o chaflán: cremallera básica.	0.300/ p_d	No estandarizado.
Holgura básica mínima.	0.250/ p_d	0.200/ p_d + 0.002 pulg
Ancho mínimo de cara superior.	0.250/ p_d	No estandarizado.
Holgura (dientes esmerilados o pulidos).	0.350/ p_d	0.350/ p_d + 0.002 pulg

La relación de contacto m_p de dos engranes embonados es el número promedio de dientes en contacto en cualquier momento y es igual a

$$m_p = \frac{Z}{p_b} = \frac{Z * P_d}{\pi * \cos\phi} \dots \dots \dots (4.10)$$

donde P_d es el paso diametral.

El ángulo de presión en un juego de engranes es similar al de la leva-seguidor y se define como el ángulo entre el eje de transmisión o línea de acción (normal común) y la dirección de la velocidad en el punto de paso, como se muestra en las figuras 4.12 y 4.13. Los ángulos de presión de los engranajes son estandarizados en unos cuantos valores por los fabricantes de engranes, y definen la distancia entre centros nominales del engranaje fresado. Los valores estándar son 14.5°, 20° y 25°, el de 20° es el más utilizado y el de 14.5° es considerado como obsoleto. Se puede hacer cualquier ángulo de presión que se desee, pero el costo de los

engranes disponibles con ángulos de presión estándar sería difícil de justificar, pues tendrían que hacerse fresas especiales. Los engranes que van a funcionar juntos deben ser fresados al mismo ángulo de presión nominal.

4.3 Estandarización y normalización de engranes

Existen varias formas para maquinar los engranes rectos, la más antigua de las cuales consiste en utilizar una fresa de forma para quitar el material entre los dientes a medida que el disco para el engrane se posiciona a lo largo de una revolución completa en una fresadora. Este método produce un perfil compuesto de evolvente y cicloide y encuentra aplicación principalmente en la fabricación de engranes de repuesto que no se pueden obtener económicamente a partir de las formas convencionales. Este método también se utiliza para producir engranes con dientes de gran tamaño que no pueden cortarse en generadores para engranes convencionales. Los engranes rectos modernos se generan para producir un perfil de evolvente en los dientes. Los dos métodos más usuales para producir los engranes rectos actuales son el método de fresado y el método de formado Fellows. La figura 4.14 muestra los principios del fresado y del método Fellows para el corte de engranes externos. Para el corte de engranes internos pequeños es necesario utilizar el método Fellows; sin embargo, si se cuenta con espacio es posible fresar engranes internos grandes. El método Fellows también se emplea para cortar engranes con resalto o reborde en donde el espacio en un extremo de los dientes es insuficiente para permitir la carrera de una fresa [3-5].

Al desarrollarse la tecnología de los engranes se buscó una forma para clasificar los cortadores y los engranes que éstos producen. El método adoptado en los Estados Unidos consistió en especificar la relación del número de dientes N con respecto al diámetro de paso D y se llamó paso diametral p_d

$$p_d = \frac{N}{D} \dots \dots \dots (4.4)$$

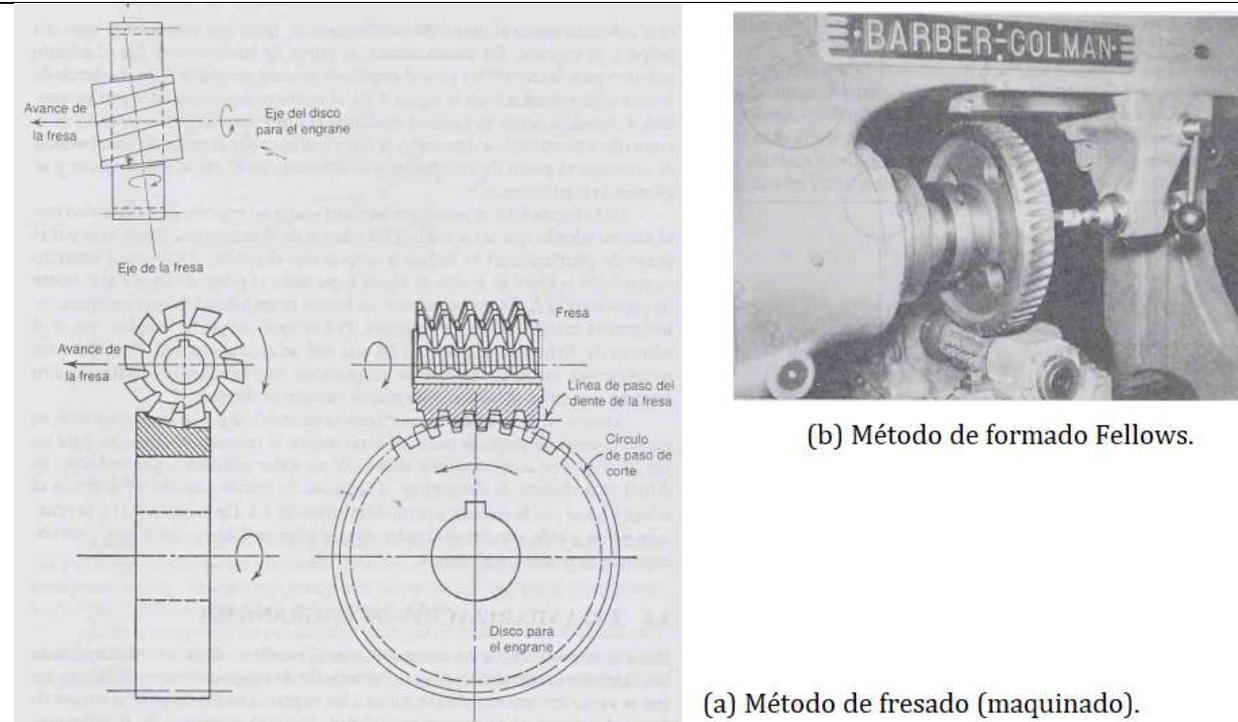


Figura 4.14. Procesos para corte de dientes de engrane.

Para fines de especificar los cortadores de engranes, los valores del paso diametral se toman generalmente como números enteros. La siguiente es una lista de fresas para engranes disponibles comercialmente en pasos diametrales con ángulos de presión de 14.5° y 20°:

- | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2, | 2.5, | 3, | 3.5, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 10, | 12, | 14, | 16, |
| 18, | 20, | 22, | 24, | 26, | 28, | 30, | 32, | 36, | 40, | 42, | 48, | 50, | 64, |
| 72, | 80, | 96, | 120 | | | | | | | | | | |

Se pueden especificar pasos más finos con incrementos pares hasta llegar a 200. Los pasos que se utilizan comúnmente para los engranes de precisión en instrumentos son 48, 64, 72, 80, 96 y 120. La AGMA (Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes) también incluye en la lista pasos diametrales de 0.5 y 1, aunque los fabricantes de herramientas generalmente no mantienen en existencia fresas con estos tamaños.

En Europa, el método de clasificación consiste en especificar la relación del diámetro de paso D con respecto al número de dientes N , y a esta relación se le denomina módulo m . Por lo tanto, el módulo m es el recíproco del paso diametral y se expresa como

$$m = \frac{D}{N} \dots \dots \dots (4.11)$$

La siguiente es una lista de fresas estándar en módulos métricos (ángulo de presión de 20°).

1, 1.25, 1.50, 1.75, 2, 2.25, 2.50, 2.75, 3, 5, 6, 8, 10, 12
16, 20

El siguiente ejercicio muestra como se usan las ecuaciones del diseño de engranes rectos.

Ejercicio 4.1/casos prácticos

Complemento educacional

Determinación del diente y parámetros del engranaje.

Un piñón de 19 dientes con ángulo de presión de 20° y paso diametral p_d de 6 se engrana con un engrane de 37 dientes. En ambos engranes, las formas de los dientes son perfiles evolventes de profundidad total AGMA estándar. Para el engranaje citado previamente, determinar **a)** la relación de engranaje m_G , **b)** paso circular p_c , **c)** paso base p_b , diámetros de paso D y radios de paso R , **d)** distancia entre centros C , **e)** cabeza “ a ”, raíz “ b ”, profundidad total “ h_t ” y holgura mínima, **f)** diámetros exteriores y **g)** la relación de contacto m_p .



Las imágenes son ilustrativas y no corresponden al número de dientes de los engranes.

Figura 4.14

Solución.

Los datos son: $N_p = 19$, $N_g = 37$, $P_d = 6$, $\phi = 20^\circ$, perfil evolvente, profundidad total AGMA.

a) La relación de engranaje m_G según la ec. (4.3) es

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} = \frac{37}{19} = \mathbf{1.947}$$

b) El paso circular p_c según la ec. (4.5) es

$$p_c = \frac{\pi}{p_d} = \frac{\pi}{6} = \mathbf{0.524 \text{ pulg}}$$

c) El paso base p_b según la ec. (4.6) es

$$p_b = p_c \cos\phi = 0.524 \cos 20^\circ = \mathbf{0.492 \text{ pulg}}$$

- El diámetro de paso D según la ec. (4.7) es

$$\text{Para el piñón: } D_p = \frac{N_p}{P_d} = \frac{19}{6} = \mathbf{3.167 \text{ pulg}}$$

$$\text{Para el engrane: } D_g = \frac{N_g}{P_d} = \frac{37}{6} = \mathbf{6.167 \text{ pulg}}$$

- El radio de paso " r " según la ec. (4.8) es

$$\text{Para el piñón: } r_p = \frac{D_p}{2} = \frac{3.167}{2} = \mathbf{1.583 \text{ pulg}}$$

$$\text{Para el engrane: } r_g = \frac{D_g}{2} = \frac{6.167}{2} = \mathbf{3.083 \text{ pulg}}$$

d) La distancia entre centros C según la ec. (4.9) es

$$C = r_p + r_g = 1.583 + 3.083 = \mathbf{4.667 \text{ pulg}}$$

e) Para este apartado se consulta la tabla 4.1 con $p_d < 20$

$$\text{La cabeza: } a = \frac{1.000}{p_d} = \frac{1}{6} = \mathbf{0.167 \text{ pulg}}$$

$$\text{La raíz: } b = \frac{1.250}{p_d} = \frac{1.250}{6} = \mathbf{0.208 \text{ pulg}}$$

$$\text{Profundidad total: } h_t = \frac{2.250}{p_d} = \frac{2.250}{6} = \mathbf{0.375 \text{ pulg}}$$

$$\text{Holgura mínima} = \frac{0.250}{p_d} = \frac{0.250}{6} = \mathbf{0.042 \text{ pulg}}$$

f) El diámetro exterior de cada engrane es el diámetro de paso más las dos cabezas.

$$\text{Para el piñón: } D_{op} = D_p + 2a = 3.167 + 2(0.167) = \mathbf{3.501 \text{ pulg}}$$

$$\text{Para el engrane: } D_{og} = D_g + 2a = 6.167 + 2(0.167) = \mathbf{6.501 \text{ pulg}}$$

g) La relación de contacto m_p .

Primero, calculamos la longitud de línea de acción Z , según la ec. (4.1) es

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos\phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos\phi)^2} - C \sin\phi$$

$$Z = \sqrt{(1.583 + 0.167)^2 - (1.583 \cos 20^\circ)^2} + \sqrt{(3.083 + 0.167)^2 - (3.083 \cos 20^\circ)^2} - 4.667 \sin 20^\circ$$

$$Z = 0.922 + 1.473 - 1.596 = 0.799$$

La relación de contacto m_p según la ec. (4.10) es

$$m_p = \frac{Z}{p_b} = \frac{0.799}{0.492} = \mathbf{1.624}, \quad \text{o} \quad m_p = \frac{Z \cdot P_d}{\pi \cdot \cos\phi} = \frac{0.799(6)}{\pi \cdot \cos 20^\circ} = 1.624$$



Ejercicio propuesto A4.1

Complemento educacional

Un piñón de 24 dientes con ángulo de presión de 20° y paso diametral p_d de 48 se engrana con un engrane de 60 dientes. En ambos engranes, las formas de los dientes son perfiles evolventes de profundidad total AGMA estándar. Para el engranaje citado previamente, determinar **a)** la relación de engranaje m_G , **b)** paso circular p_c , **c)** paso base p_b , diámetros de paso D y radios de paso R , **d)** distancia entre centros C , **e)** cabeza “ a ”, raíz “ b ”, profundidad total y holgura mínima, **f)** diámetros exteriores y **g)** la relación de contacto m_p .



Las imágenes son ilustrativas y no corresponden al número de dientes de los engranes.

Figura A4.1

Mira la solución [aquí](#).

4.4 Análisis cinemático de trenes de engrane (simples, compuestos y planetarios)

Un tren de engranes es un mecanismo constituido por dos o más engranes y ejes en arreglos específicos llamados transmisión o caja de cambios, permitiendo al usuario tener varias marchas o velocidades de giro del eje de salida, según la necesidad. La maquinaria industrial, agrícola, minera, construcción, aeroespacial y los automóviles usan los trenes de engranes para interconectar el motor con la flecha de salida. En el eje de entrada del tren de engranes se recibe la velocidad del motor (gasolina, Diesel o eléctrico) y el arreglo interno de los engranes del tren permite tener una variedad de velocidades (cambios) y con ello una

variedad de potencia en el eje de salida. En cualquier caso, el primer engrane del tren desde el motor, se conoce como engrane impulsor (motriz) y el último engrane del tren y conectado al eje de salida se conoce como engrane impulsado. Al resto de los engranes del tren, unos actuarán como impulsores y otros como impulsados. El cociente entre el número de dientes del engrane de impulsor y el número de dientes del engrane impulsado se conoce como relación del tren m_v y es un indicador si el tren es un multiplicador ($m_v > 1$) o un reductor de velocidad ($m_v < 1$). La principal ventaja que tienen las transmisiones por engranaje respecto de la transmisión por poleas es que no patinan como las poleas, con lo que se obtiene exactitud en la relación de transmisión.

Tren simple.

Existen tres tipos de tren de engranes, simples, compuestos y epicíclicos (planetarios). En un tren de engranes simple cada eje porta sólo un engrane, el ejemplo más sencillo se ilustra en la figura 4.15a y consiste de dos engranes embonados, un piñón p que actúa como impulsor (motriz) y un engrane g que es impulsado, con números de dientes y velocidad de rotación indicados como N_p, ω_p y N_g, ω_g respectivamente. Sin embargo, la mayoría de los trenes simples en maquinaria consisten de varios engranes, como el tren simple con cinco engranes en serie, ver la figura 4.15b.

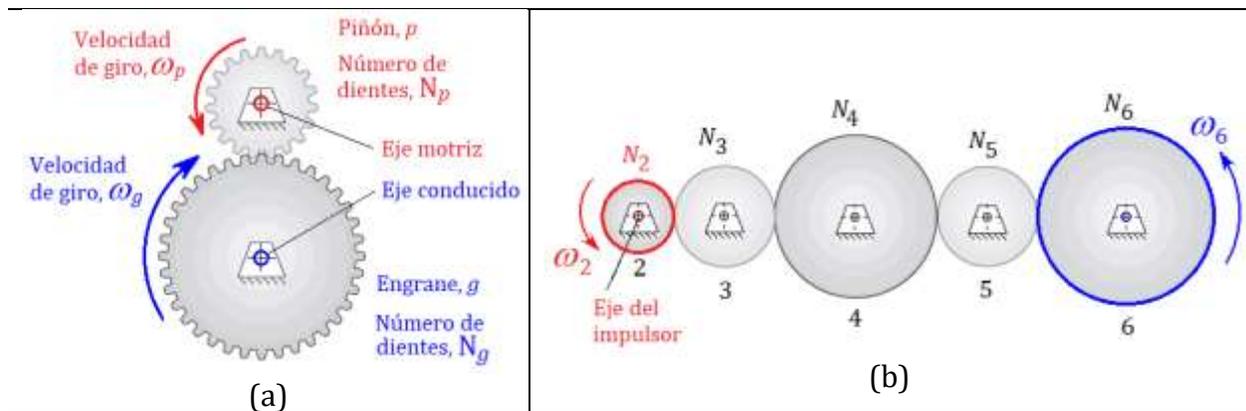


Figura 4.15

En cualquier caso, la relación del tren m_v se puede determinar simplemente con el número de dientes N de los engranes impulsor e impulsado, según [3-5] como sigue:

$$m_v = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}} = \pm \frac{N_{ent}}{N_{sal}} \dots \dots \dots (4.12)$$

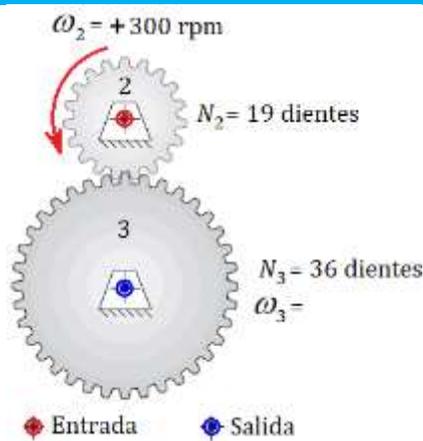
El signo más o menos en la ec. (4.12) depende del número y tipo de conexiones en el tren, ya sean contactos entre dientes externos (se asigna un signo negativo) o entre dientes internos (se asigna un signo positivo). El signo negativo de la ec. (4.12) indica que el piñón y el engrane giran en sentidos opuestos.

Para el tren simple de cinco engranes de la figura 4.15b se tienen 4 contactos externos entre engranes. El primer contacto sucede entre los engranes 2 y 3, donde 2 funge como engrane impulsor y 3 como engrane impulsado. El segundo contacto sucede entre los engranes 3 y 4, donde 3 actúa como impulsor y 4 como impulsado. El tercer contacto ocurre entre los engranes 4 y 5, donde 4 es impulsor y 5 es impulsado. Finalmente, el cuarto contacto sucede entre los engranes 5 y 6, siendo 5 el impulsor y 6 el impulsado.

Aplicamos la ec. (4.12) para cada par de engranes en contacto y escribimos según [3-5]

$$m_v = \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) * \left(-\frac{N_3}{N_4}\right) * \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) * \left(-\frac{N_5}{N_6}\right) = +\frac{N_2}{N_6} \dots \dots \dots (4.13)$$

En la ec. (4.13) el resultado muestra que solo el primero y el último engrane de un tren simple, contribuyen al valor del tren m_v y el signo positivo del resultado indica que los engranes 2 y 6 giran en el mismo sentido.

Ejercicio 4.2/casos prácticos	Complemento educacional
<p>Dos engranes rectos forman un tren simple. El piñón tiene 19 dientes y el engrane 36 dientes. Determine</p> <p>a) El valor m_v del tren.</p> <p>b) Si el piñón gira a 300 rpm, determina la magnitud de giro del engrane "ω_3".</p>	 <p style="text-align: center;">Figura 4.16</p>

Solución.

- a) En el tren, el engrane impulsor es 2 y el impulsado es 3. Aplicando la fórmula (4.12) escribimos

$$m_v = -\frac{N_2}{N_3} = -\frac{19}{36} = \mathbf{-0.528}$$

Por lo tanto, el tren es un reductor.

- b) La velocidad angular ω_3 se determina con la ley fundamental del engranaje, escribimos $\omega_2 N_2 = -\omega_3 N_3$

$$(300)(19) = -\omega_3(36), \quad \therefore \omega_3 = -\frac{475}{3}$$

$\omega_3 = \mathbf{-158.3 \text{ rpm}}$, ver la figura 4.17.

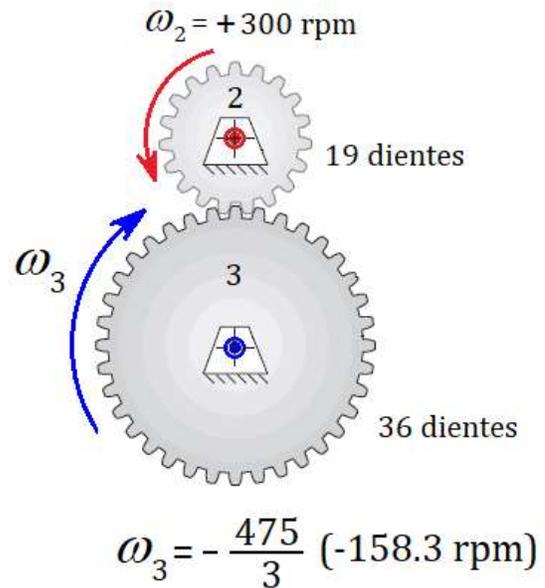


Figura 4.17



Ejercicio propuesto A4.2

Complemento educacional

Dos engranes cónicos forman un tren simple, ver la figura A4.2. El cónico mayor 2 funge como impulsor y contiene 72 dientes y el cónico menor 3 contiene 24 dientes. Determine

- El valor m_v del tren.
- Si $\omega_2 = 300 \text{ rpm}$ determine la magnitud y signo de ω_3 .

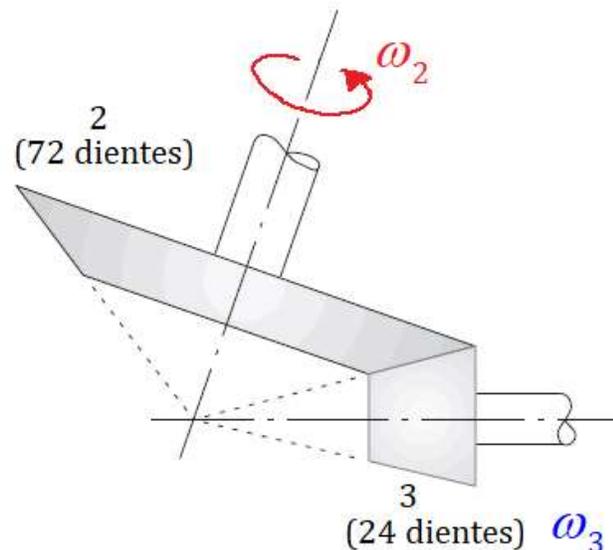


Figura A4.2

Mira la solución [aquí](#). 😊

Ejercicio 4.3/casos prácticos

Complemento educacional

Para el tren simple de engranajes de la figura 4.18 con $\omega_2 = 300 \text{ rpm}$ determine, a) el valor m_v del tren, b) determine la magnitud y sentido de giro de cada engrane.

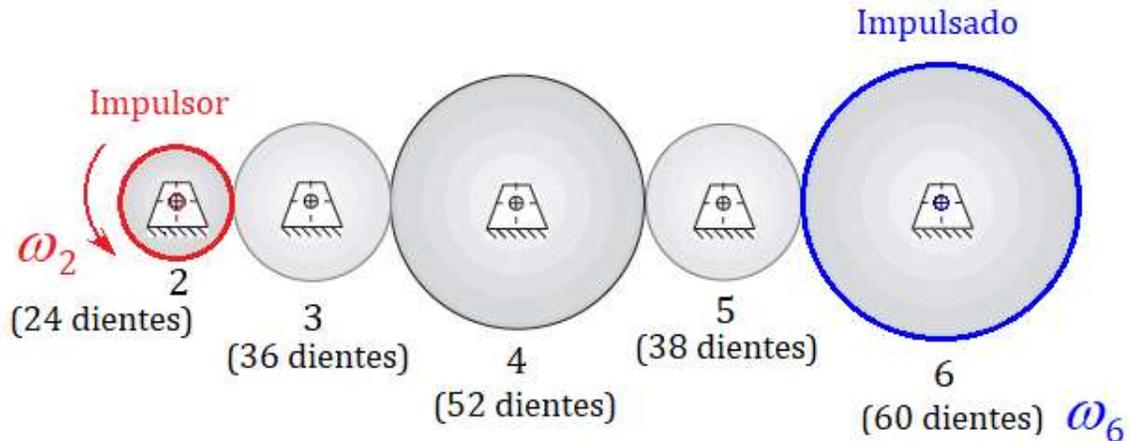


Figura 4.18

Solución.

a) Aplicando la fórmula (4.13) escribimos

$$m_v = \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) * \left(-\frac{N_3}{N_4}\right) * \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) * \left(-\frac{N_5}{N_6}\right) = \left(-\frac{24}{36}\right) * \left(-\frac{36}{52}\right) * \left(-\frac{52}{38}\right) * \left(-\frac{38}{60}\right) = \frac{24}{60}$$

$m_v = +0.4$ por lo tanto, el tren es un reductor.

b) Aplicamos la ley fundamental del engranaje para cada par de engranajes en contacto.

Para el primer contacto, escribimos

$$\omega_2 N_2 = -\omega_3 N_3 \quad \rightarrow \quad (300)(24) = -(\omega_3)(36) \quad \therefore \quad \omega_3 = -200 \text{ rpm}$$

Para el segundo contacto, escribimos

$$\omega_3 N_3 = -\omega_4 N_4 \quad \rightarrow \quad (-200)(36) = -(\omega_4)(52) \quad \therefore \quad \omega_4 = +138.46 \text{ rpm}$$

Para el tercer contacto, escribimos

$$\omega_4 N_4 = -\omega_5 N_5 \quad \rightarrow \quad (138.46)(52) = -(\omega_5)(38) \quad \therefore \quad \omega_5 = -189.47 \text{ rpm}$$

Para el cuarto contacto, escribimos

$$\omega_5 N_5 = -\omega_6 N_6 \quad \rightarrow \quad (-189.47)(38) = -(\omega_6)(60) \quad \therefore \quad \omega_6 = +120 \text{ rpm}$$

ver la figura 4.19.

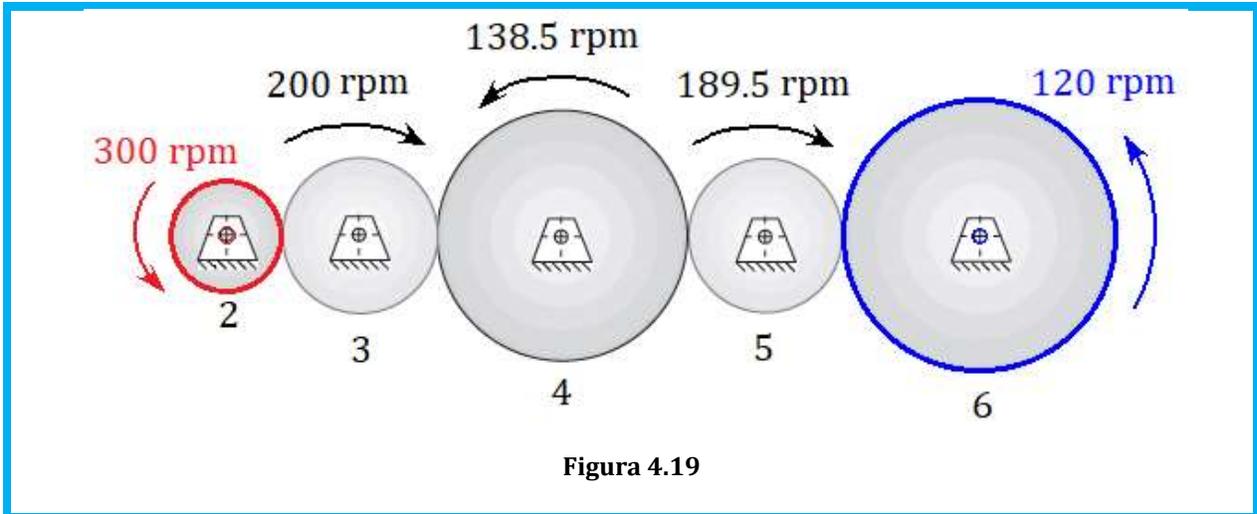


Figura 4.19

Tren compuesto.

Para obtener un tren multiplicador con un valor $m_v \geq 10$ con engranes rectos, helicoidales o cónicos (o con cualquier combinación de los mismos) es necesario un tren de engranes compuesto o usar un tren planetario. Un tren compuesto, como el mostrado en la figura 4.20, es aquel en el que por lo menos un eje tiene más de un engrane.

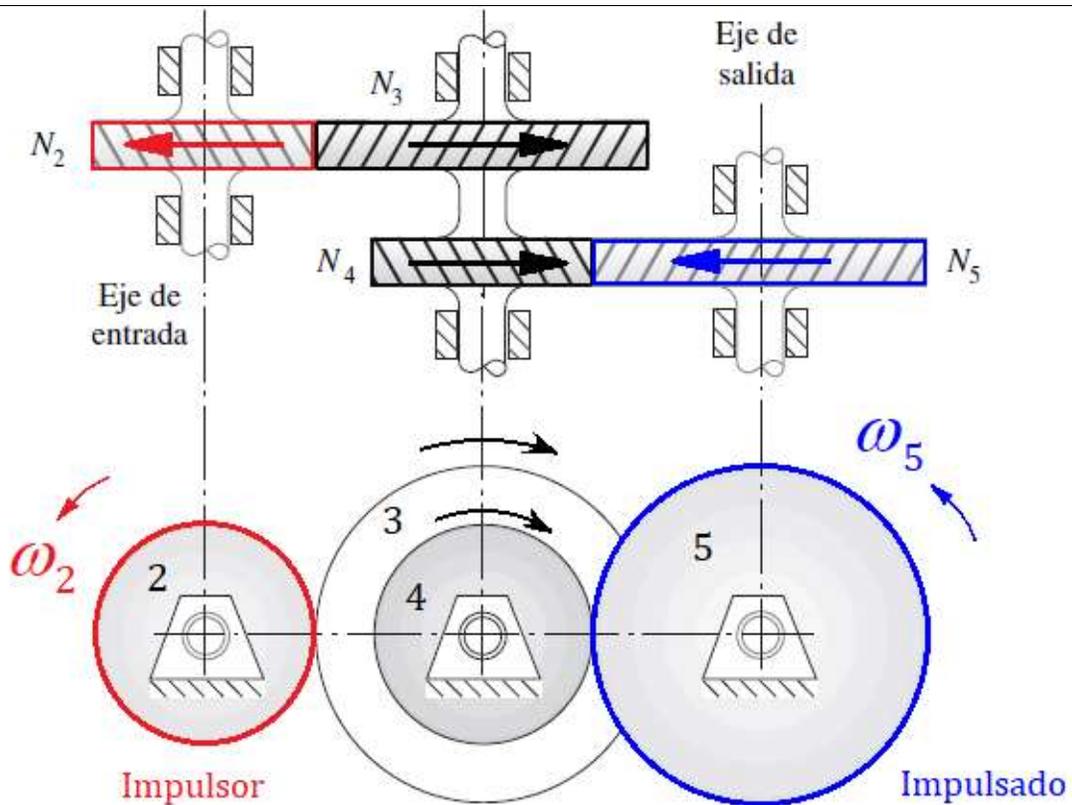


Figura 4.20

En este tipo de tren, el arreglo de engranes es en paralelo o en serie paralelo, en lugar de las conexiones en serie puras del tren simple de engranes.

En el tren compuesto de cuatro engranes de la figura 4.20, el primer contacto de engranes sucede entre los engranes 2 y 3, donde 2 es el engrane impulsor y 3 es el engrane impulsado. Los engranes 3 y 4 están ensamblados sobre el mismo eje, y por tanto tienen la misma velocidad angular. El segundo contacto sucede entre los engranes 4 y 5, donde 4 es el impulsor y 5 es el impulsado. Por lo tanto, el valor m_v de este tren compuesto se obtiene usando la ec. (4.12) para los 2 contactos y escribimos

$$m_v = \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) * \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) * = + \frac{N_2 * N_4}{N_3 * N_5} \dots \dots \dots (4.14)$$

En la ec. (4.14) las relaciones intermedias, es decir N_3 y N_4 , no se cancelan y la relación del tren total es el producto de las relaciones de juegos con engranes paralelos. Por tanto, se puede obtener una relación más grande en un tren de engranes compuesto a pesar de la limitación aproximada de 10:1 en las relaciones de engranaje individual.

La relación de la ec. (4.14) puede generalizarse para cualquier número de engranes en el tren según [3-5] como:

$$m_v = \pm \frac{\text{Producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{Producto del número de dientes de los engranes impulsados}} \dots \dots \dots (4.15)$$

Nuevamente, el signo más o menos en la ec. (4.15) depende del número y tipo de conexiones en el tren, ya sean contactos con dientes externos o con dientes internos. Si se escribe la expresión en la forma de la ec. (4.14) y se observa con cuidado el signo de cada relación intermedia en la expresión, se obtendrá el signo algebraico correcto de la relación total del tren.

Los siguientes ejemplos muestran el uso de la ec. (4.15).

Ejercicio 4.4/casos prácticos

Complemento educacional

Para el tren de engranajes compuesto de la figura 4.21 con $\omega_2 = 300 \text{ rpm}$ determine, a) el valor m_v del tren, b) la magnitud y sentido de giro de cada engrane.

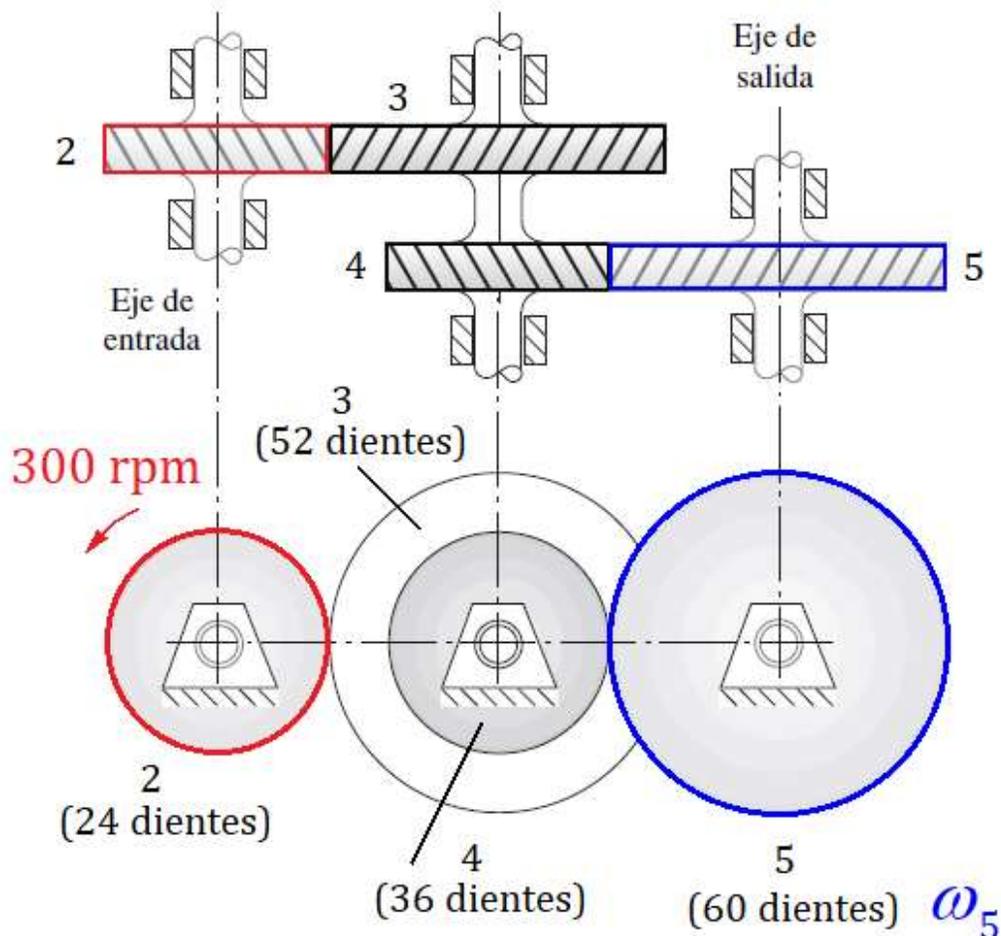


Figura 4.21

Solución.

- a) El tren tiene 2 contactos con diente externo (signo negativo), el primer contacto ocurre entre los engranes 2 y 3, donde 2 es impulsor y 3 es impulsado. El segundo contacto ocurre entre los engranes 4 y 5, donde 4 es impulsor y 5 es impulsado. Aplicando la ec. (4.15) para los dos contactos, escribimos

$$m_v = \pm \frac{\text{Producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{Producto del número de dientes de los engranes impulsados}} =$$

$$= \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) * \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) = \left(-\frac{24}{52}\right) * \left(-\frac{36}{60}\right) = +0.277$$

$m_v = +0.277$ por lo tanto, el tren es un reductor.

b) Aplicamos la ley fundamental del engranaje para cada par de engranes en contacto.

Para el primer contacto, escribimos

$$\omega_2 N_2 = -\omega_3 N_3 \quad \rightarrow \quad (300)(24) = -(\omega_3)(52) \quad \therefore \quad \omega_3 = -138.5 \text{ rpm}$$

Los engranes 4 y 3 están ensamblados en el mismo eje, por lo tanto, giran a la misma velocidad angular, es decir

$$\omega_4 = \omega_3 = -138.5 \text{ rpm}$$

Para el segundo contacto, escribimos

$$\omega_4 N_4 = -\omega_5 N_5 \quad \rightarrow \quad (-138.5)(36) = -(\omega_5)(60) \quad \therefore \quad \omega_5 = +83.1 \text{ rpm}$$

ver la figura 4.22.

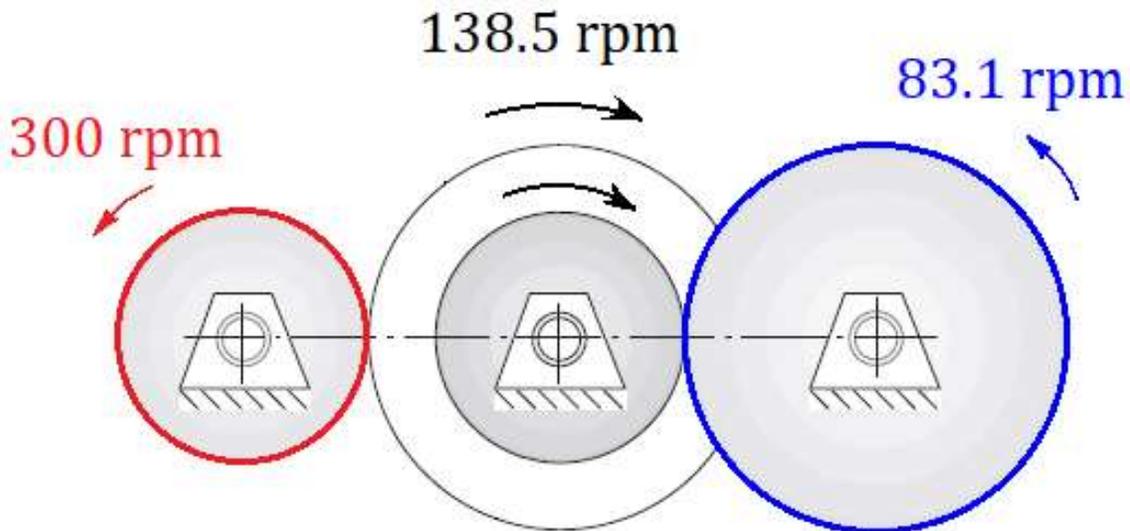


Figura 4.22

Como complemento de este tema, se debe analizar un tren compuesto de engranes cónicos, tornillo sinfín y cremallera, véase el ejercicio propuesto A4.3 de la siguiente página.



Ejercicio propuesto A4.3

Complemento educacional

Para el tren de engranajes compuesto de la figura 4.23 con $\omega_2 = 240 \text{ rpm}$ determine, a) el valor m_v del tren, b) la magnitud y sentido de giro de cada engranaje y c) la velocidad de la cremallera 11.

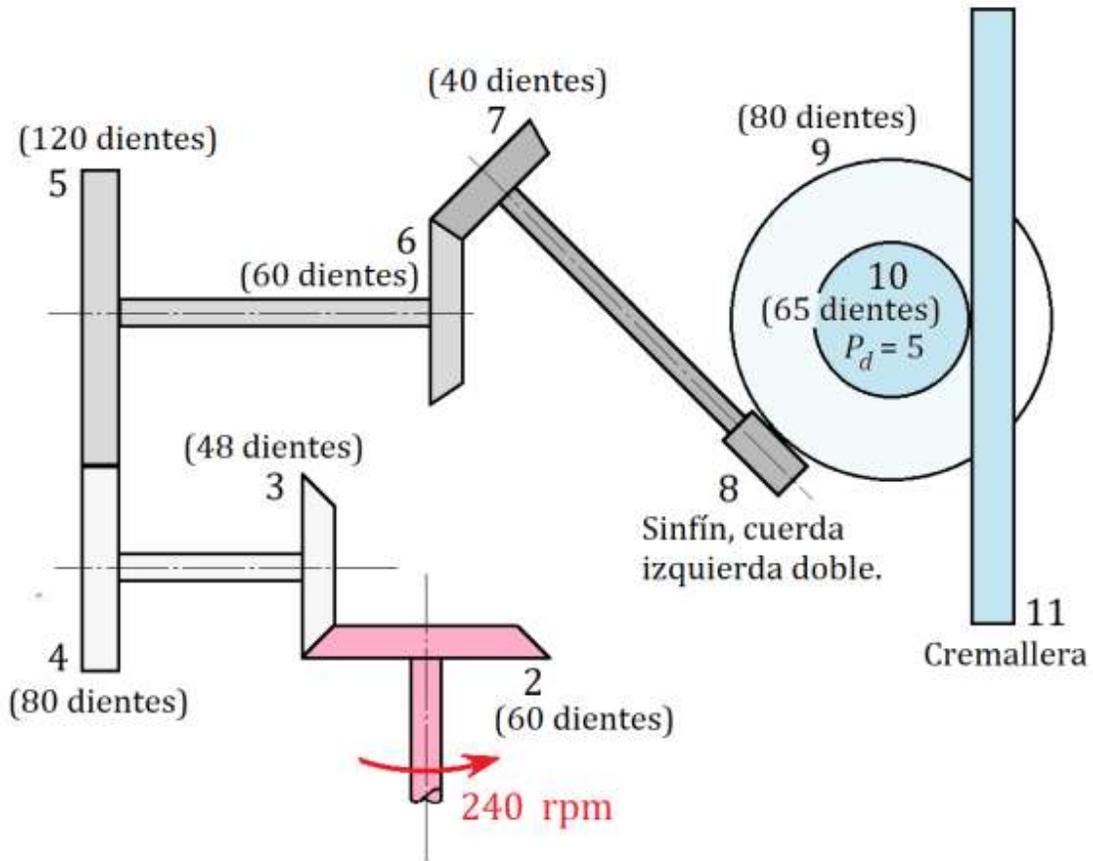


Figura A4.3

Mira la solución [aquí](#). 😊

Tren epicíclico (planetario).

Los trenes de engranes simples o compuestos de los subtemas anteriores son mecanismos de un grado de libertad, es decir se requiere un parámetro de entrada, que es la velocidad angular del engrane de entrada, para determinar la velocidad angular del engrane de salida. Sin embargo, estos trenes suelen ocupar mucho espacio cuando se quieren relaciones de tren de más de 10:1, lo cual puede ser inaceptable. Como alternativa, están los trenes epicíclicos o planetarios que en general son más compactos que los trenes de engranes compuestos. La figura 4.23 ilustra en (a) un tren simple de engranes, en (b) un tren planetario y en (c) un tren planetario con un engrane anular o corona dentada.

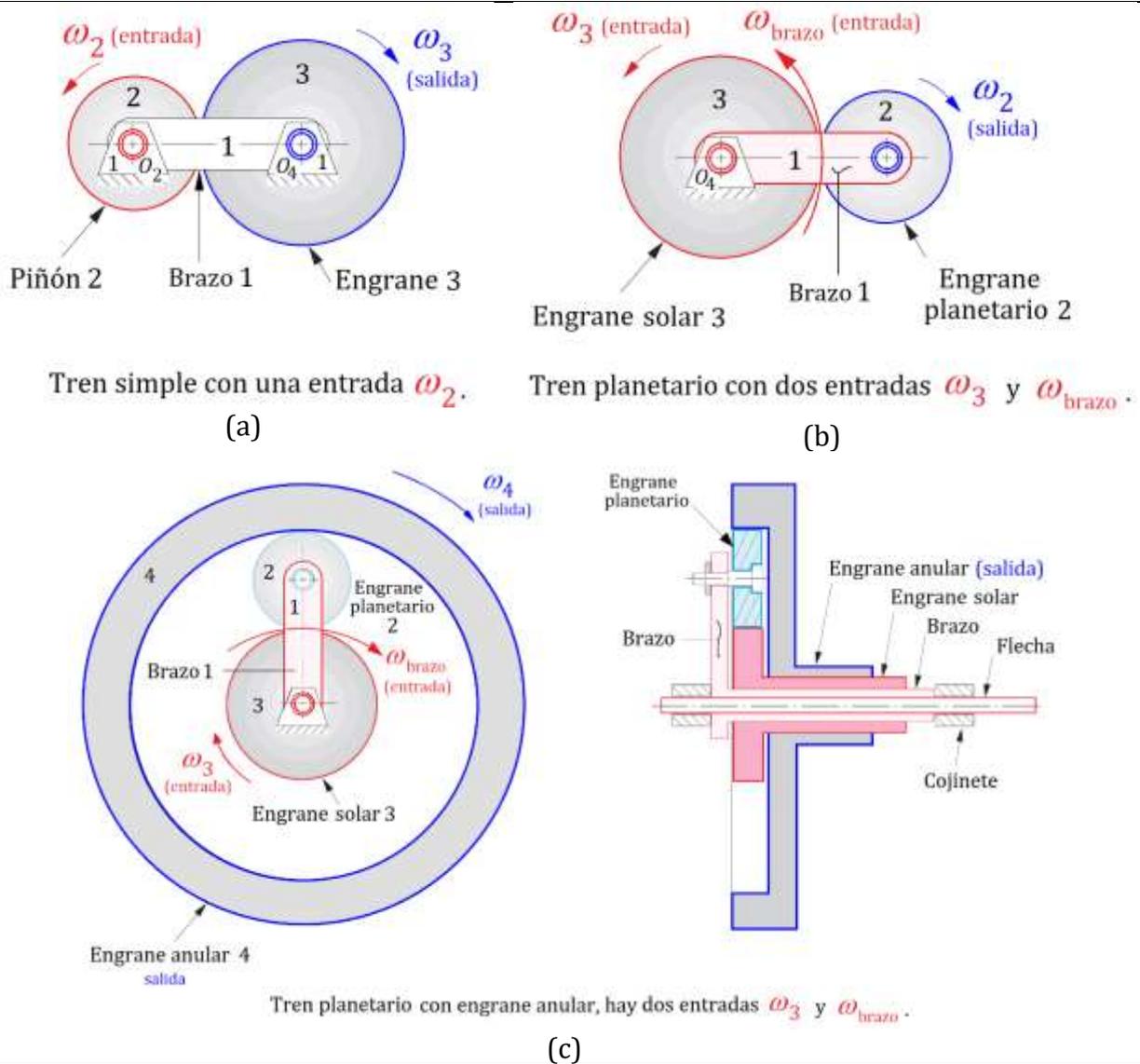


Figura 4.23.

El tren simple de engranes de la figura 4.23a es de un grado de libertad, con el eslabón 1 como bancada y los pivotes O_2 y O_4 fijos. La figura 4.23b muestra el mismo engranaje con el pivote O_2 liberado y en movimiento, entonces el eslabón 1 es libre para que gire alrededor de O_4 como un brazo que conecta a los dos engranes. El tren ordinario en (a) se ha convertido en un tren epicíclico en (b) con un engrane solar y un engrane planetario que gira alrededor del sol, mantenido en órbita por el brazo. El grado de libertad del tren planetario es 2, es decir se requieren dos entradas. Por lo general, el brazo y el engrane solar serán impulsores en alguna dirección a cierta velocidad angular y el engrane planetario será el impulsado.

La configuración del planetario en la figura 4.23b no es muy práctica debido a la movilidad del pivote O_4 . Un tren planetario más práctico se muestra en la figura 4.23c donde se agregó un engrane anular con la finalidad de engranar con el planetario y pivotarlo en O_2 , de modo que pueda habilitarse con facilidad como elemento de salida. La mayoría de los trenes planetarios son dispuestos con engranes anulares para devolver el movimiento planetario a un pivote fijo. Obsérvese cómo el engrane solar, el engrane anular y el brazo funcionan como ejes huecos coaxiales, de modo que cada uno puede ser accesado para habilitar su velocidad angular y par de torsión como una entrada o una salida.

Algunos ejemplos de un tren epicíclico son el diferencial automotriz, transmisiones automáticas, motores de avión a reducciones de hélice, transmisiones de bicicleta entre otros, ver la figura 4.24.

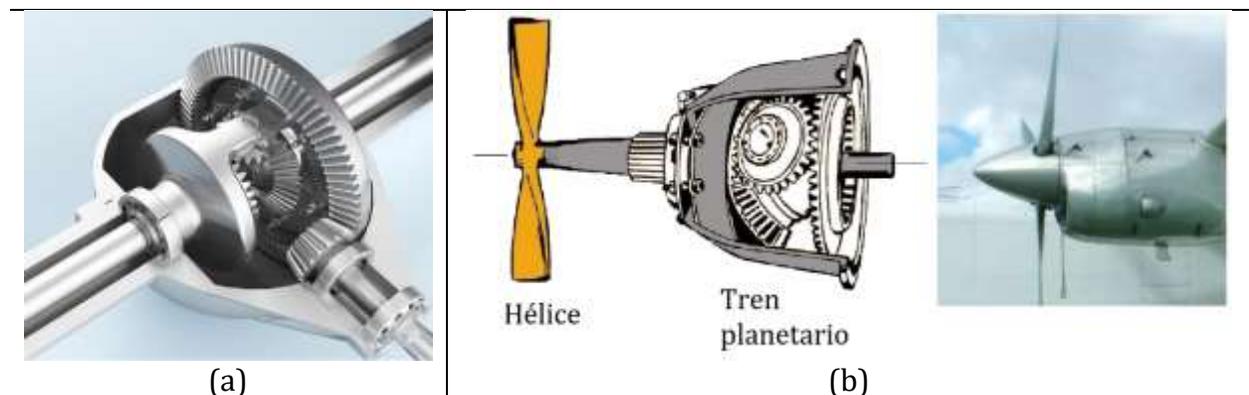


Figura 4.24. Tren epicíclico en (a) un diferencial de automóvil y (b) en un motor de avión de hélice.

El análisis cinemático de un tren epicíclico es más complicado que el correspondiente a un tren de engranes convencional, ya que hay movimientos relativos entre el engrane solar, planetario y anular respecto al brazo y este último tiene movimiento cuya magnitud es igual a la velocidad angular de la flecha, por estar articulada a ella, es decir, la velocidad angular del brazo ω_{brazo} se considera absoluta, ver la figura 4.23. Esto significa que el análisis del tren planetario es un problema de diferencia de velocidades angulares, donde se puede escribir que la velocidad angular del planetario (salida) respecto al marco de referencia fijo (brazo) es:

$$\omega_{planetario} = \omega_{brazo} + \omega_{planetario/brazo} \dots \dots \dots (4.16)$$

En la ec. (4.16) los términos $\omega_{planetario}$ y ω_{brazo} son velocidades absolutas y el término $\omega_{planetario/brazo}$ es una velocidad relativa. Despejando de la ec. (4.16) el término relativo

$$\omega_{planetario/brazo} = \omega_{planetario} - \omega_{brazo} \dots \dots \dots (4.17)$$

Procediendo de forma similar para el engrane solar y el brazo, escribimos

$$\omega_{solar/brazo} = \omega_{solar} - \omega_{brazo} \dots \dots \dots (4.18)$$

Si se divide la ec. (4.17) entre la ec. (4.18) obtenemos el valor fundamental m_v del tren:

$$\frac{\omega_{planetario/brazo}}{\omega_{solar/brazo}} = \frac{\omega_{planetario} - \omega_{brazo}}{\omega_{solar} - \omega_{brazo}} = m_v \dots \dots \dots (4.19)$$

El valor R del tren define una relación de velocidad angular para el tren con el brazo estacionario. El término en fracción a la izquierda de la ec. (4.19) implica solo velocidades angulares relativas y es igual a la relación de los productos de los números de dientes de los engranes planetario y solar del tren, acorde a la ec. (4.12).

$$\frac{\omega_{planetario/brazo}}{\omega_{solar/brazo}} = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}} = m_v \dots \dots \dots (4.12)$$

Igualando las ec. (4.12) con (4.19) obtenemos el valor m_v del tren epicíclico

$$m_v = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}} = \frac{\omega_{\text{planetario}} - \omega_{\text{brazo}}}{\omega_{\text{solar}} - \omega_{\text{brazo}}} \dots \dots (4.20)$$

Para un uso práctico de la ec. (4.20) para cada tren epicíclico, reasignamos subíndices del término del lado derecho de la ec. (4.20). Se asigna el subíndice F para el primer engrane del tren epicíclico, L para el último engrane del tren y A para el brazo. Así la ec. (4.20) se escribe según [3-5] como:

$$m_v = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}} = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A} \dots \dots (4.21)$$

La ec. (4.21) puede resolverse para cualquiera de las variables del lado derecho, ω_F , ω_A o ω_L , siempre que dos de ellas estén definidos como entradas, esto debido a que el tren planetario es de dos grados de libertad. Es decir, se debe conocer o la velocidad del brazo A más la de un engrane o las velocidades de dos engranes, el primero F y el último L , si así se designaron. Otra limitación de este método es que tanto el primero F como el último engrane L elegido deben estar pivotados en la bancada (sin orbitar) y debe haber una trayectoria de engranados que los conecte, los cuales pueden incluir engranes planetarios orbitando.

Ejercicio 4.5/casos prácticos

Complemento educacional

Para el tren de engranes epicíclico de la figura 4.25, el engrane # 2 gira con una velocidad angular $\omega_2 = 573 \text{ rpm}$ en sentido antihorario, a) determina los valores m_v del tren, b) la magnitud y sentido de giro de cada engrane.

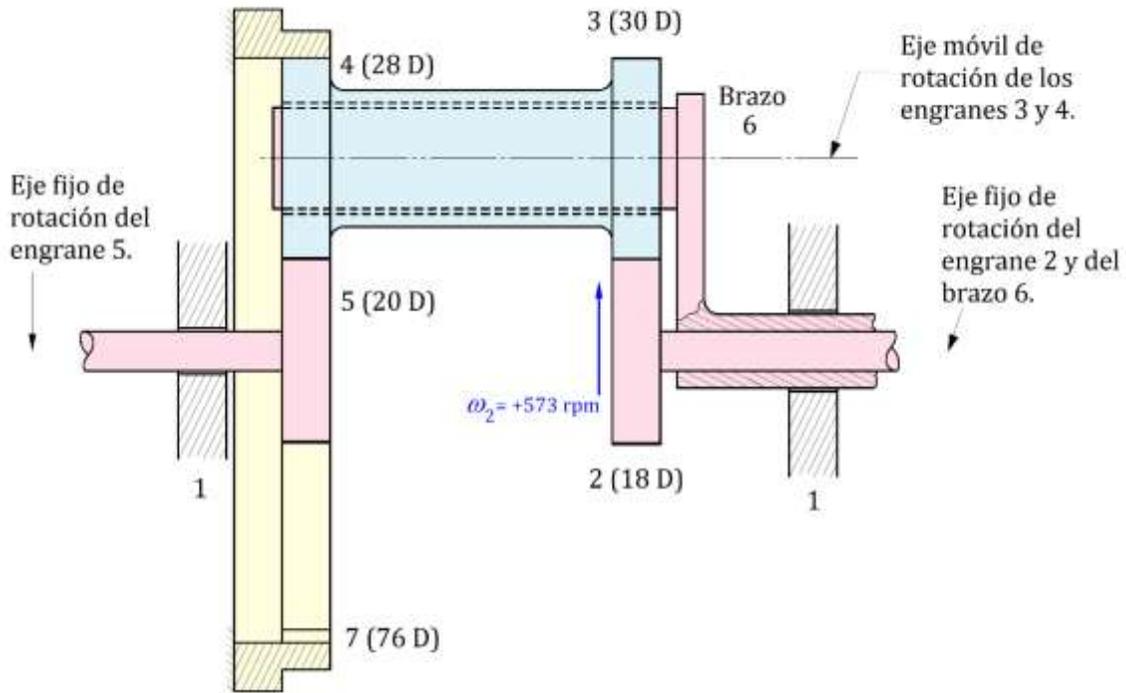


Figura 4.25

Solución.

a) Hay dos valores m_v del tren epicíclico. El primer valor m_v es para el acoplamiento de los engranes 2, 3, 4 y 5.

El segundo valor m_v es para el acoplamiento de los engranes 2, 3, 4 y 7 (en amarillo).

Ambos valores de m_v se obtienen con la ec. (4.12).

Para el acoplamiento de engranes 2, 3, 4 y 5.

$$m_v = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}}$$

$$= \left(\frac{N_2}{N_3}\right) \times \left(\frac{N_4}{N_5}\right) = \left(-\frac{18}{30}\right) \times \left(-\frac{28}{20}\right) = +\frac{21}{25} \rightarrow m_v = +\frac{21}{25}$$

De forma similar, para el acoplamiento de engranes 2, 3, 4 y 7

$$m_v = \left(\frac{N_2}{N_3}\right) \times \left(\frac{N_4}{N_5}\right) = \left(-\frac{18}{30}\right) \times \left(+\frac{28}{76}\right) = -\frac{21}{95} \quad \rightarrow \quad m_v = -\frac{21}{95}$$

Ambos son reductores.

- b) Para determinar la magnitud y sentido de giro de cada engrane, se aplica la ec. (4.21) con los dos valores m_v calculados y observando que los engranes 3 y 4 tienen movimiento planetario.

Para el acoplamiento de engranes 2, 3, 4 y 5 con $m_v = \frac{21}{25}$ y haciendo que el primer engrane sea #2 ($F \rightarrow 2$), el último engrane sea #5 ($L \rightarrow 5$) y el brazo sea #6 ($A \rightarrow 6$), escribimos:

$$m_v = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}, \quad \rightarrow \quad \frac{21}{25} = \frac{\omega_5 - \omega_6}{\omega_2 - \omega_6}, \quad \rightarrow \quad \frac{21}{25} = \frac{\omega_5 - \omega_6}{573 - \omega_6} \dots \dots \dots (1)$$

Para el acoplamiento de engranes 2, 3, 4 y 7 con $m_v = -\frac{21}{95}$, $\omega_7 = 0$ (engrane fijo) y haciendo que el primer engrane sea #2 ($F \rightarrow 2$), el último engrane sea #7 ($L \rightarrow 7$) y el brazo sea #6 ($A \rightarrow 6$), escribimos:

$$m_v = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}, \quad \rightarrow \quad -\frac{21}{95} = \frac{\omega_7 - \omega_6}{\omega_2 - \omega_6}, \quad \rightarrow \quad -\frac{21}{95} = \frac{0 - \omega_6}{573 - \omega_6}$$

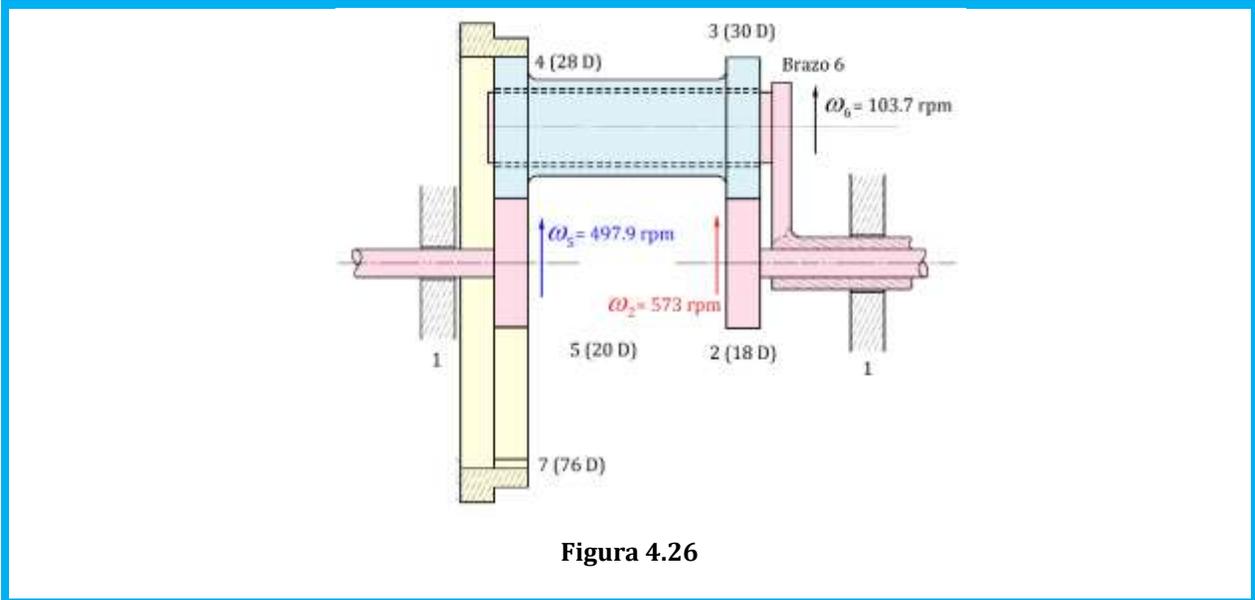
$$\omega_6 = +103.7 \dots \dots \dots (2)$$

$$\omega_6 = +103.7 \text{ rpm (antihorario)} = \omega_3 = \omega_4$$

Sustituyendo (2) en (1), escribimos

$$\frac{21}{25} = \frac{\omega_5 - 103.7}{573 - 103.7}, \quad \rightarrow \quad \omega_5 = 497.9 \text{ rpm (antihorario)}$$

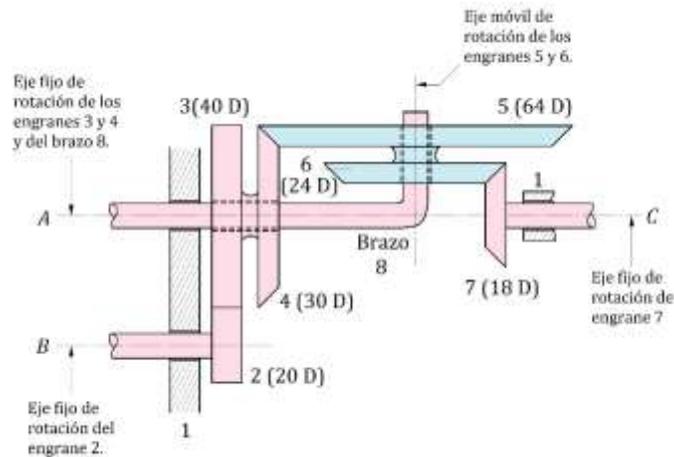
Los resultados están indicados en la figura 4.26.



Ejercicio propuesto A4.4

Complemento educacional

Para el diferencial (tren epicíclico) de la figura A4.4, la flecha A gira a 3,342 rpm en la dirección mostrada, y la flecha B gira a 19,099 rpm. Determine, a) los valores m_v del tren, b) la magnitud y sentido de giro de la flecha C (engrane #7) y de cada engrane.



Mira la solución [aquí](#). 😊

4.5 Diseño de engranes por medio de software

Hay una extensa variedad de software para diseñar engranes de forma rápida, uno de estos es SOLIDWORKS^{MR} de la empresa Dassault Systèmes (Suresnes, Francia), ideado para modelado mecánico en 2D y 3D. El software permite la generación del engrane con toda la información relativa al tipo de engrane, perfil del diente, material entre otros. También es posible con el software crear varios engranes, la carcasa y las flechas para ensamblarlos y formar un tren de engranes o una caja de cambios según [6], ver la figura 4.27.

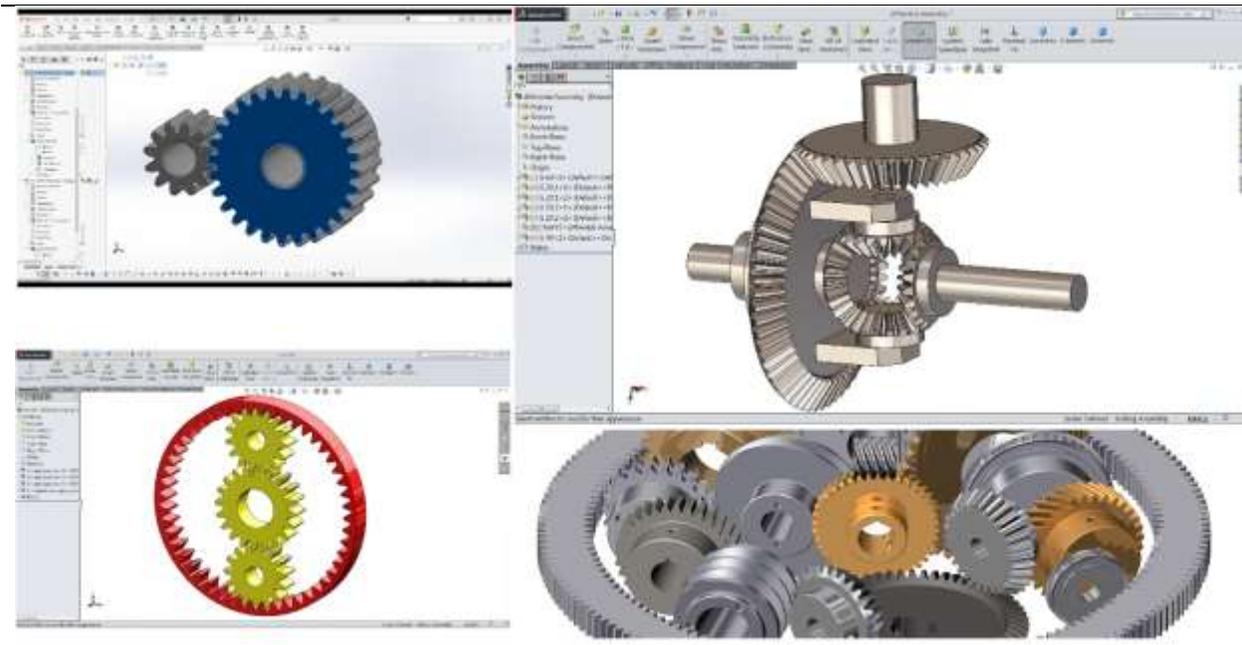
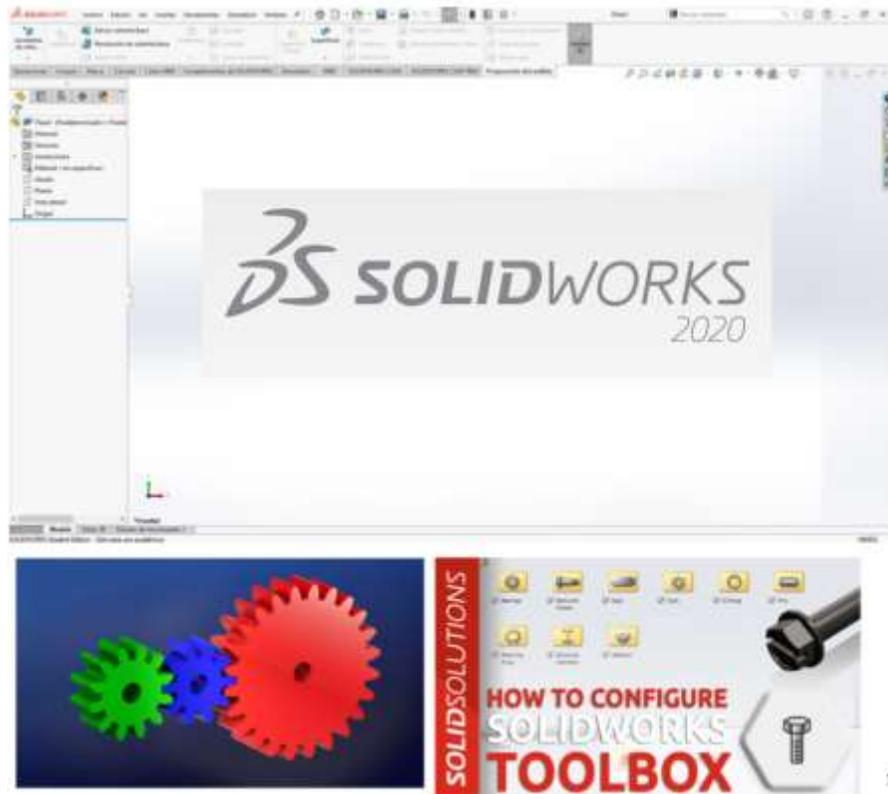


Figura 4.27. Software SolidWorks de ingeniería para el diseño de engranes.

Como ejemplo del uso del software SOLIDWORKS^{MR} para el diseño de engranes, se da una presentación del procedimiento para trazar el engrane en función de la selección del tipo de engrane, tamaño, perfil del diente, entre otros. En esta presentación, el ejemplo integra los resultados del ejercicio 4.1.



Aprende a modelar engranajes usando el software Working Model^{MR} en esta [presentación](#).



Bibliografía

- [1] <https://es.wikipedia.org/wiki/Engranaje>
- [2] https://www.aceromafe.com/aplicaciones-de-los-engranajes/#Aplicaciones_de_los_engranajes
- [3] **Diseño de Maquinaria (2021). Robert L. Norton, Mc Graw-Hill**
- [4] **Mecanismos y dinámica de maquinaria (2002). Hamilton Mabie y Charles Reinholtz. Editorial Limusa Wiley.**
- [5] **Fundamental of Gear Design (1988). Raymond J. Drago. Butterworths Publishers.**
- [6] **Manual de usuario de SolidWorks Simulation 2014. Dassault Systemes 10 rue Marcel Dassault, CS 40501, 78946 Vélizy-Villacoublay Cedex - France.**

Resumen de los complementos educativos de la unidad 4

Cuestionario de evaluación 4.

Complemento educativo

¿Qué tanto conoces sobre engranes?

Prueba tus conocimientos de engranes con una serie de preguntas mira este [cuestionario](#).

Presentaciones.

Complemento educativo

- El diseño de engranes usando el software de SolidWorks es mostrado, te invito a que lo veas en esta [presentación](#).

Ejercicios propuestos (soluciones)

Complemento educativo

- [Prueba tú destreza como ingeniero con este ejercicio de engranes propuestos de la unidad 4.](#)

Anexo 4.1

Cuestionario de evaluación

Cuestionario de evaluación
Unidad 4
[Volver.](#)

Complemento educativo

Examen de Mecanismos AED-1043ME5A. Unidad 4. Engranajes y trenes de engranaje.

1. ¿Certeza? *

Examen de Mecanismos AED-1043ME5A. Unidad 4. Engranajes y trenes de engranaje. Dato personal

1) Tienes 30 minutos para responder el examen.
 2) Todos los campos e preguntas son obligatorias.

2. Nombre completo (apellido paterno, apellido materno y nombre(s)). *

3. Número de pines? *

4. Como electrodico? *

Conoce el examen

Para cada pregunta hay 5 opciones para elegir una es la correcta. Selecciona una opción haciendo "click" con el mouse.

5. Es un elemento mecánico en forma de rueda dentada que se usa para transmitir movimiento rotacional y transferir potencia. *

Marca solo un óvalo

Morsa
 Engreña
 Valvula
 Cremallera
 Leva

6. Este tipo de engrane tiene dientes paralelos al eje del engrane, en la forma de engrane más simple, menor costo y sólo pueden engranarse si sus ejes son paralelos. *

Marca solo un óvalo

Simple
 Helicoide
 Curvo
 Recto
 Espiral

3. ¿Cuál es la terna más usada para el diseño de los contornos de los dientes de los engranes? *

Marca solo un óvalo

Evolvente
 Helicoide
 Armónica
 Polinómica
 Elíptica

8. La ley fundamental del engranaje establece que la relación de velocidades angulares entre dos engranes engranados (acoplados) es: *

Marca solo un óvalo

Invariable
 Dependiente del tamaño
 Potencia
 Rapido y lento
 Constante

9. Son las siglas de la asociación americana dedicada al diseño, fabricación y aplicación de engranajes, accionamiento y componentes y equipos de transmisión de energía. *

Marca solo un óvalo

ASME
 AISI
 AEMA
 SAE
 ASTM

10. Es la longitud de arco o la longitud de la circunferencia del círculo de paso de un pino de un diente al mismo punto en el siguiente diente y define el tamaño del diente. *

Marca solo un óvalo

Dedendum
 Paso de base
 Círculo de paso
 Addendum
 Paso circular

11. Es el ángulo entre el eje de horquilla o línea de acción (normal común) y la dirección de la velocidad en el punto de paso. *

Marca solo un óvalo

Ángulo de transmisión
 Ángulo de presión
 Ángulo de contacto
 Ángulo de empuje
 Ángulo de fricción

12. En engranes, este pieámetro significa el número de dientes por pulgada de longitud en unidades americanas. *

Marca solo un óvalo

Paso base
 módulo
 Paso circular
 Paso diametral
 Radio de paso

13. ¿A qué es igual la suma del addendum + dedendum? *

Marca solo un óvalo.

- Espesor del diente.
- Diámetro del engrane.
- Altura del diente.
- Paso circular.
- Ancho de cara.

14. En el maquinado de dientes, ¿qué valor es el más utilizado para el ángulo de presión del cortador (fresa)? *

Marca solo un óvalo.

- 20°
- 45°
- 14.5°
- 25°
- 10°

15. Si un engrane de 40 dientes tiene un diámetro de paso de 5 pulgadas, ¿qué se puede decir? *

Marca solo un óvalo.

- Un módulo de 200
- Un paso diametral de 1/8
- Un paso diametral de 8
- Un módulo de 8
- Un paso diametral de 200

16. Si un engrane de 48 dientes tiene un módulo de 2.50 mm, ¿qué se puede decir? *

Marca solo un óvalo.

- Paso diametral = 19.2 mm
- Paso circular = 7.854 mm
- Diámetro de paso = 120 pulgadas
- Paso circular = 1.35 mm
- Diámetro de paso = 7.854 mm

17. ¿A qué es igual la relación (división) del paso circular al paso diametral? *

Marca solo un óvalo.

- Número de dientes.
- 1/n (0.3185)
- Unidad (1)
- Diámetro de paso
- n (3.1416)

18. Se define como el espacio libre entre dientes engranados medido en el círculo de paso.

Marca solo un óvalo.

- Juego
- Flanco
- Archo de espacio
- Raiz
- Cabeca

19. Este fenómeno ocurre cuando en un engranaje el número de dientes del piñón (engrane más pequeño) es menor que el mínimo requerido del diseño. *

Marca solo un óvalo.

- Deslizamiento.
- Reslizamiento.
- Fricción.
- Interferencia.
- Frotamiento.

20. Este tipo de engrane tienen dientes que forman un ángulo con respecto al eje del engrane lo que permite engranarse con ejes oblicuos que no se interceptan y son más silenciosos al operar.

Marca solo un óvalo.

- Hipostal.
- Cremallera y piñón.
- Solín.
- Helicoidal.
- Cónico.

21. Es un dispositivo que transmite el movimiento entre ejes que son perpendiculares entre sí pero no se interceptan, mediante un sistema de dos piezas: un cilindro dentado helicoidal (formillo) engranado con una corona (engranaje circular).

Marca solo un óvalo.

- Cremallera y piñón.
- Solín.
- Tren epicíclico.
- Diferencial.
- Caja de velocidad.

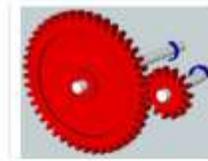
22. De la siguiente lista de imágenes, ¿cuál corresponde a un mecanismo de tornillo sin fin? *

Marca solo un óvalo.



Opción 1

Opción 2



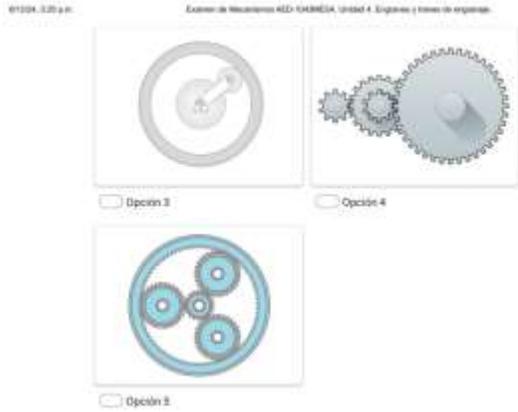
Opción 3



Opción 4



Opción 5



81204_320 p.6 Examen de Mecanismos AED-1043ME5, Unidad 4: Engranajes y trenes de engranaje

37. En la figura se muestra un tren de engranajes en vista frontal y la correspondiente vista superior, el engrane # 1 gira en la dirección antihoraria a 800 rpm. ¿Cuánto gira el engrane # 6 " ω_6 " y cuál es la magnitud de la relación del tren " m " ? [valor 10 puntos]

Marca solo un óvalo.

$\omega_6 = 180 \text{ rpm}$; $m = 3/10$

$\omega_6 = 80,000 \text{ rpm}$; $m = 100/7$

$\omega_6 = 30 \text{ rpm}$; $m = 1/20$

$\omega_6 = 8 \text{ rpm}$; $m = 1/100$

$\omega_6 = 60 \text{ rpm}$; $m = 1/10$

Este contenido no ha sido verificado ni aprobado por Google.

Google Formularios

https://docs.google.com/forms/d/1G7H7y13d3GfL8Rw1L8G1_8yTjAPFqD3B81z4w/

31/02

https://docs.google.com/forms/d/1G7H7y13d3GfL8Rw1L8G1_8yTjAPFqD3B81z4w/

32/02

Para ver el cuestionario de evaluación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



EXU4-AED1043ME5
A - Formularios de C

Anexo 4.2

Presentaciones.

Presentación A4.1

Complemento educativo

DISEÑO DE ENGRANES CON SOLIDWORKS.

[Volver.](#)

[Volver Resumen](#)

Complemento Educativo PRESENTACIÓN A4.1

Diseño de engranes con SolidWorks.

Elaborado por:
Ramón Arturo Gónzález Gutiérrez
Docente de la Facultad de Ingeniería
Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico de Toluca

1

Contenido

- 1.- Introducción e inicio de SolidWorks y ejercicio de un diseño de engranaje.
- 2.- Activación de los complementos para diseñar engranes (toolbox).
- 3.- Configuración de engranes.
- 4.- Editar engrane de Toolbox.
- 5.- Engrane terminado.

1.- Introducción e inicio de SolidWorks.

¿Qué es SolidWorks?
SolidWorks es una herramienta computacional para diseñar o diseñar artefactos o piezas, cuyas geometrías son complicadas, y que forman parte de un ensamblaje, el cual puede ser analizado para estudios de ingeniería. Además, los archivos de piezas creados en SolidWorks se usan en otros software y maquinaria para ser fabricados.

¿Quién usa SolidWorks?
Los ingenieros mecánicos y muchas otras de la industria para el diseño de mecanismos, maquinaria, utillaje, etc. Los profesores de universidad en sus clases de mecanismos, dibujo mecánico y otras para reforzar a sus alumnos, habilidades y criterios de diseño, formación de instrucciones y de ingenieros. Los alumnos de ingeniería para sus proyectos y autorrealización.

2

Ejercicio. Diseño de un engranaje.

Use el software SolidWorks y dibuje un piñón de 19 dientes con ángulo de presión de 20° y paso diametral $P_d = 6$ que se engrana con un acotoma (longaria mayor) de 17 dientes. En ambos engranes, las formas de los dientes son perfiles evolventes de profundidad total AGMA estándar. Para el conjunto de engranes citado previamente, verifique:

- a) La relación de engranaje m_g .
- b) El paso circular P_c .
- c) El paso base P_b y los diámetros de paso D .
- d) La distancia entre centros C .
- e) La cábura "a", la salí "b", la profundidad total "A_t" y holgura mínima.
- f) Los diámetros addendum.
- g) La relación de contacto m_c .

3

Iniciar SolidWorks

4

2.- Activación del Toolbox para diseñar engranes.

Para abrir la carpeta de engranes en Toolbox de SOLIDWORKS se debe realizar los pasos siguientes:

- Seleccionar el sistema de normalización. En los Estados Unidos son ANSI Inch, ANSI métrico, MILímetros (MIL). En México es la norma NOM (pero así aplica la norma ISO).
- Seleccionar la carpeta Transmisión de potencia y luego la carpeta Engranajes y seleccionar el tipo de engrane a crear.
- Agregar las magnitudes de los parámetros del engrane en Configuración.

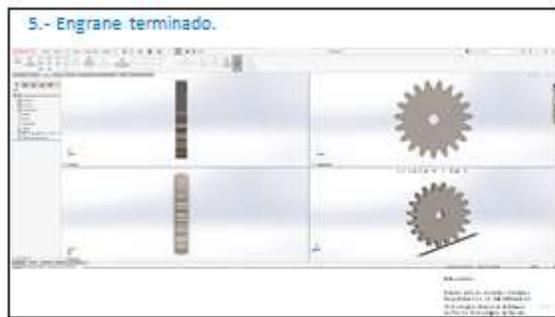
5

2.- Activación del Toolbox para diseñar engranes.

En la parte inferior derecha de la pantalla aparecen 20 carpetas con los Normalizers y Biblioteca para el diseño de elementos mecánicos. El engranaje del problema está diseñado en paso diametral 6 (English), entonces seleccionar y abrir la carpeta de los normalizers ANSI Inch.

Los elementos de biblioteca diseñar con la norma americana ANSI Inch se agrupan en 11 carpetas. Seleccionar y abrir la carpeta Transmisión de potencia que contiene la biblioteca de Engranajes.

6



13



14

Para ver la presentación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



4.1 Diseño de engranes con Solid\

Anexo 4.3

Soluciones a los ejercicios propuestos de la unidad

4



Ejercicio propuesto A4.1

[Volver](#)

[Volver Resumen](#)

Complemento educacional

Un piñón de 24 dientes con ángulo de presión de 20° y paso diametral p_d de 48 se engrana con un engrane de 60 dientes. En ambos engranes, las formas de los dientes son perfiles evolventes de profundidad total AGMA estándar. Para el engranaje citado previamente, determinar **a)** la relación de engranaje m_G , **b)** paso circular p_c , **c)** paso base p_b , diámetros de paso D y radios de paso R , **d)** distancia entre centros C , **e)** cabeza “ a ”, raíz “ b ”, profundidad total y holgura mínima, **f)** diámetros exteriores y **g)** la relación de contacto m_p .



Las imágenes son ilustrativas y no corresponden al número de dientes de los engranes.

Figura A4.1

Solución.

Los datos son: $N_p = 24$, $N_g = 60$, $P_d = 48$, $\phi = 20^\circ$, perfil evolvente, profundidad total AGMA.

a) La relación de engranaje m_G según la ec. (4.3) es

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} = \frac{60}{24} = 2.5$$

b) El paso circular p_c según la ec. (4.5) es

$$p_c = \frac{\pi}{p_d} = \frac{\pi}{48} = 0.065 \text{ pulg}$$

c) El paso base p_b según la ec. (4.6) es

$$p_b = p_c \cos\phi = 0.065 \cos 20^\circ = \mathbf{0.062 \text{ pulg}}$$

- El diámetro de paso D según la ec. (4.7) es

$$\text{Para el piñón: } D_p = \frac{N_p}{P_d} = \frac{24}{48} = \mathbf{0.5 \text{ pulg}}$$

$$\text{Para el engrane: } D_g = \frac{N_g}{P_d} = \frac{60}{48} = \mathbf{1.25 \text{ pulg}}$$

- El radio de paso " r " según la ec. (4.8) es

$$\text{Para el piñón: } r_p = \frac{D_p}{2} = \frac{0.5}{2} = \mathbf{0.25 \text{ pulg}}$$

$$\text{Para el engrane: } r_g = \frac{D_g}{2} = \frac{1.25}{2} = \mathbf{0.625 \text{ pulg}}$$

d) La distancia entre centros C según la ec. (4.9) es

$$C = r_p + r_g = 0.25 + 0.625 = \mathbf{0.875 \text{ pulg}}$$

e) Para este apartado se consulta la tabla 4.1 con $p_d \geq 20$

$$\text{La cabeza: } a = \frac{1.000}{p_d} = \frac{1}{48} = \mathbf{0.021 \text{ pulg}}$$

$$\text{La raíz: } b = \frac{1.250}{p_d} = \frac{1.250}{6} = \mathbf{0.208 \text{ pulg}}$$

$$\text{Profundidad total: } h_t = \frac{2.200}{p_d} + 0.002" = \frac{2.200}{48} + 0.002" = \mathbf{0.048 \text{ pulg}}$$

$$\text{Holgura mínima} = \frac{0.200}{p_d} + 0.002" = \frac{0.200}{48} + 0.002" = \mathbf{0.006 \text{ pulg}}$$

f) El diámetro exterior de cada engrane es el diámetro de paso más las dos cabezas.

$$\text{Para el piñón: } D_{op} = D_p + 2a = 0.5 + 2(0.021) = \mathbf{0.542 \text{ pulg}}$$

$$\text{Para el engrane: } D_{og} = D_g + 2a = 1.25 + 2(0.021) = \mathbf{1.292 \text{ pulg}}$$

g) La relación de contacto m_p .

Primero, calculamos la longitud de línea de acción Z , según la ec. (4.1) es

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos\phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos\phi)^2} - C \sin\phi$$

$$Z = \sqrt{(0.25 + 0.021)^2 - (0.25 \cos 20^\circ)^2} + \sqrt{(0.625 + 0.021)^2 - (0.625 \cos 20^\circ)^2} - 0.875 \sin 20^\circ$$

$$Z = 0.135 + 0.269 - 0.299 = \mathbf{0.105 \text{ pulg}}$$

La relación de contacto m_p según la ec. (4.10) es

$$m_p = \frac{Z}{p_b} = \frac{0.105}{0.062} = \mathbf{1.694}, \quad \text{o} \quad m_p = \frac{Z * P_d}{\pi * \cos\phi} = \frac{0.105 (48)}{\pi * \cos 20^\circ} = \mathbf{1.707}$$



Ejercicio propuesto A4.2

Complemento educacional

[Volver](#)

[Volver Resumen](#)

Dos engranes cónicos forman un tren simple, ver la figura A4.2. El cónico mayor 2 funge como impulsor y contiene 72 dientes y el cónico menor 3 contiene 24 dientes. Determine

- El valor m_v del tren.
- Si $\omega_2 = 600 \text{ rpm}$ determine la magnitud y signo de ω_3 .

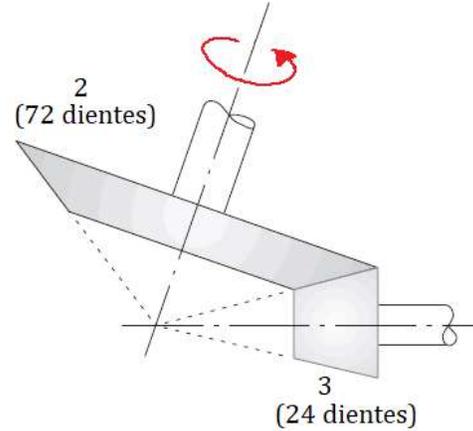


Figura A4.2

Solución.

- Aplicando la fórmula (4.12) al tren, con $N_2 = 72 \text{ dientes}$ y $N_3 = 24 \text{ dientes}$, escribimos

$$m_v = -\frac{N_2}{N_3} = -\frac{72}{24} = -3$$

Significa que el tren es un multiplicador.

- La velocidad angular ω_3 se determina con la ley fundamental del engranaje, escribimos $\omega_2 N_2 = -\omega_3 N_3$

$$(300)(72) = -\omega_3(24),$$

$$\therefore \omega_3 = -900 \text{ rpm}$$

ver la figura A4.2.1

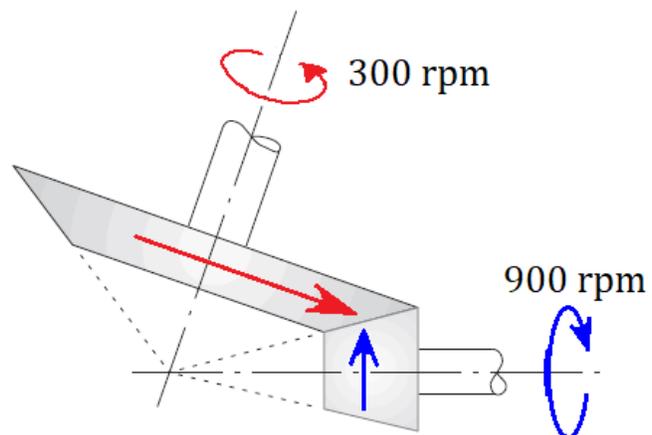


Figura A4.2.1



Ejercicio propuesto A4.3

Complemento educacional

[Volver](#)
[Volver Resumen](#)

Para el tren de engranes compuesto de la figura 4.23 con $\omega_2 = 240 \text{ rpm}$ determine, a) el valor m_v del tren, b) la magnitud y sentido de giro de cada engrane y c) la velocidad de la cremallera 11.

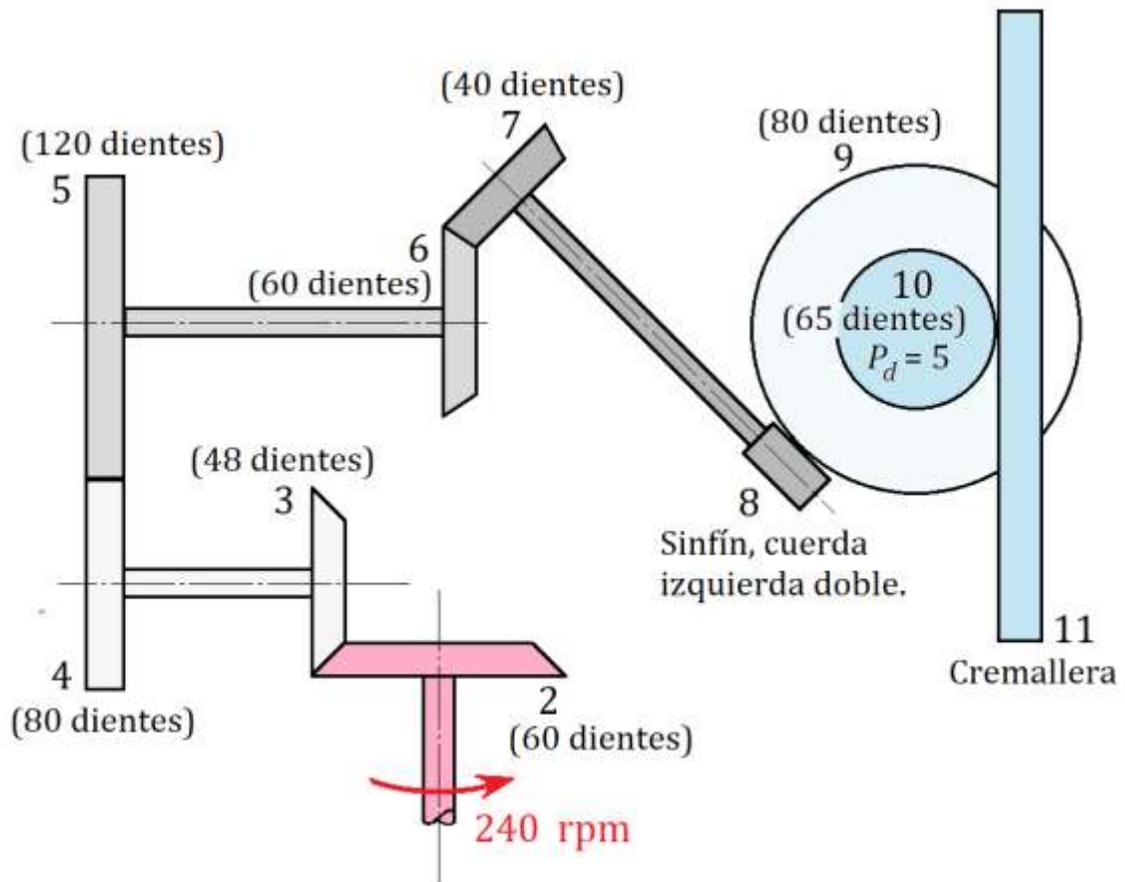


Figura 4.23

Solución.

- a) Del engrane cónico 2 al engrane piñón 10 del tren hay 4 contactos con diente externo (signo negativo), el primer contacto ocurre entre los engranes cónicos 2 y 3, donde 2 es impulsor y 3 es impulsado. El segundo contacto ocurre entre los engranes rectos 4 y 5, donde 4 es impulsor y 5 es impulsado. El tercer contacto es entre los engranes cónicos 6

y 7, donde 6 es impulsor y 7 es impulsado. El cuarto contacto ocurre entre el sinfín 8 y la corona 9, donde 8 es impulsor y 9 es impulsado. Aplicando la ec. (4.15) para los cuatro contactos, escribimos

$$m_v = \pm \frac{\text{Producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{Producto del número de dientes de los engranes impulsados}} =$$

$$= \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) * \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) * \left(-\frac{N_6}{N_7}\right) * \left(-\frac{N_8}{N_9}\right) = \left(-\frac{60}{48}\right) * \left(-\frac{80}{120}\right) * \left(-\frac{60}{40}\right) * \left(-\frac{2}{80}\right)$$

$$= +0.03125 \quad (1/32)$$

$m_v = +1/32$ por lo tanto, el tren es un reductor.

b) Aplicamos la ley fundamental del engranaje para cada par de engranes en contacto.

Para el primer contacto, escribimos

$$\omega_2 N_2 = -\omega_3 N_3 \quad \rightarrow \quad (240)(60) = -(\omega_3)(48) \quad \therefore \quad \omega_3 = -300 \text{ rpm}$$

Los engranes 4 y 3 están ensamblados en el mismo eje, por lo tanto, giran a la misma velocidad angular, es decir

$$\omega_4 = \omega_3 = -300 \text{ rpm}$$

Para el segundo contacto, escribimos

$$\omega_4 N_4 = -\omega_5 N_5 \quad \rightarrow \quad (-300)(80) = -(\omega_5)(120) \quad \therefore \quad \omega_5 = +200 \text{ rpm}$$

Los engranes 6 y 5 están ensamblados en el mismo eje, por lo tanto, giran a la misma velocidad angular, es decir

$$\omega_6 = \omega_5 = +200 \text{ rpm}$$

Para el tercer contacto, escribimos

$$\omega_6 N_6 = -\omega_7 N_7 \quad \rightarrow \quad (200)(60) = -(\omega_7)(40) \quad \therefore \quad \omega_7 = -300 \text{ rpm}$$

El sinfín 8 y el engrane 7 están ensamblados en el mismo eje, por lo tanto, giran a la misma velocidad angular, es decir

$$\omega_8 = \omega_7 = -300 \text{ rpm}$$

Para el cuarto contacto, escribimos

$$\omega_8 N_8 = -\omega_9 N_9 \quad \rightarrow \quad (-300)(2) = -(\omega_9)(80) \quad \therefore \quad \omega_9 = +7.5 \text{ rpm}$$

Los engranes 9 y 10 están ensamblados en el mismo eje, por lo tanto, giran a la misma velocidad angular, es decir $\omega_{10} = \omega_9 = +7.5 \text{ rpm}$, ver la figura 4.24.

c) La velocidad lineal v_{11} de la cremallera 11 es vertical dirigida hacia abajo. Esta velocidad se obtiene multiplicando la velocidad de rotación ω_{10} del piñón 10 con su respectivo radio de paso.

Del paso diametral P_d del piñón con $N = 65$ dientes escribimos

$$P_d = \frac{N}{D} \rightarrow 5 = \frac{65}{D} \rightarrow D = 13 \text{ pulg} \quad \therefore R = 6.5 \text{ pulg} = 0.542 \text{ ft}$$

La velocidad angular en rad/min del piñón 10 es:

$$\omega_{10} = 7.5 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \left[\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right] = 47.12 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

La velocidad de la cremallera es:

$$v_{11} = \omega_{10} * R = 47.12 * 0.542 = \mathbf{25.54 \frac{ft}{min}}$$

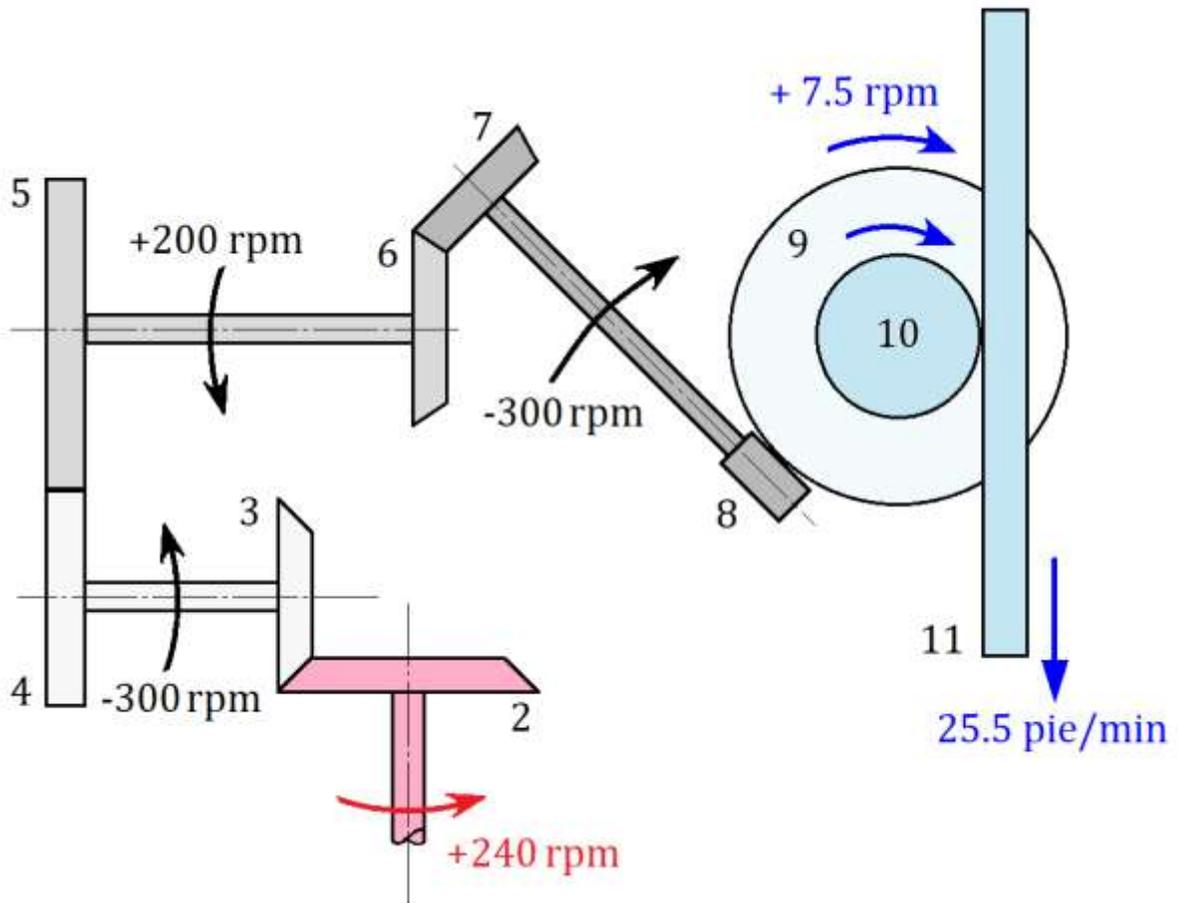


Figura 4.24



Ejercicio propuesto A4.4

Complemento educacional

[Volver](#)
[Volver Resumen](#)

Para el diferencial (tren epicíclico) de la figura A4.4, la flecha A gira a 3,342 rpm en la dirección mostrada, y la flecha B gira a 19,099 rpm. Determine, a) el valor m_v del tren, b) la magnitud y sentido de giro de la flecha C y del resto de los engranes.

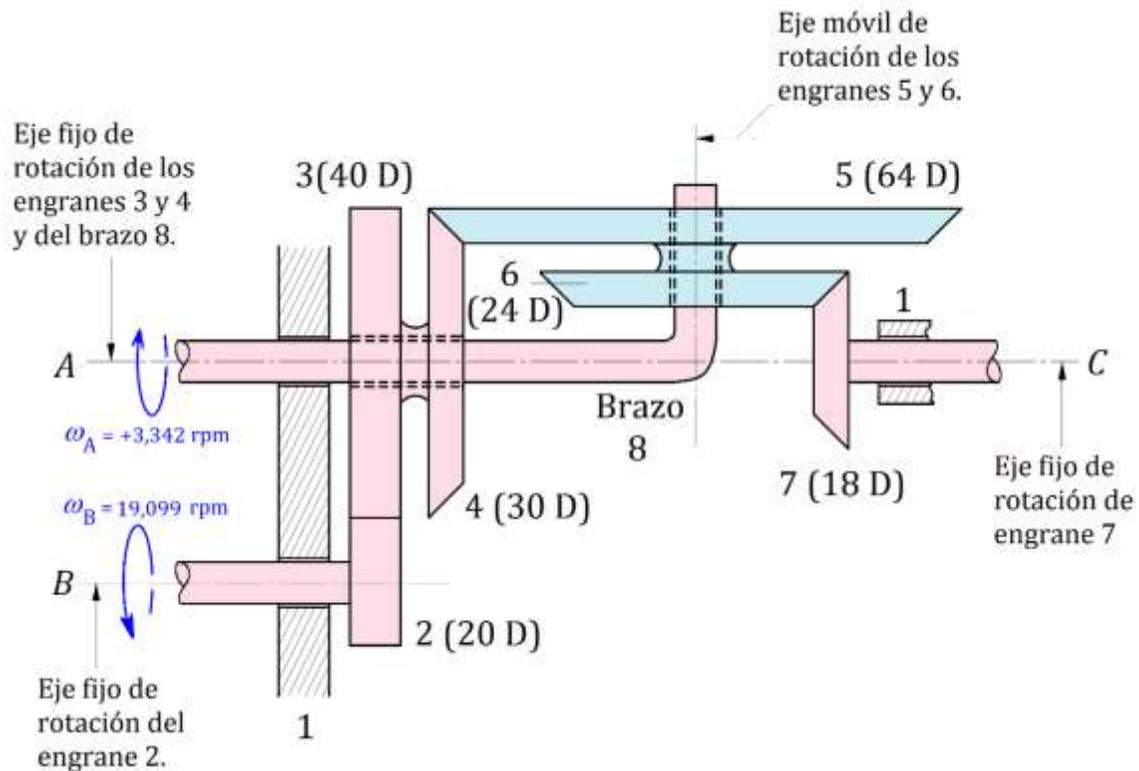


Figura A4.4

Solución.

a) El único valor de m_v del tren epicíclico corresponde al acoplamiento de los engranes 4, 5, 6 y 7. Se usa la ec. (4.12), escribimos:

$$m_v = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}}$$

$$= \left(\frac{N_4}{N_5}\right) \times \left(\frac{N_6}{N_7}\right) = -\left(\frac{30}{64}\right) \times \left(\frac{24}{18}\right) = -\frac{5}{8} \rightarrow m_v = -\frac{5}{8}$$

El resultado indica que el tren es un reductor.

b) Para determinar la magnitud y sentido de giro de la flecha C y de cada engrane, se aplica la ec. (4.21) observando que los engranes 5 y 6 tienen movimiento planetario y que $\omega_8 = \omega_A = 3,342$ rpm.

Para el acoplamiento de engranes 4, 5, 6 y 7 con $m_v = \frac{5}{8}$ y haciendo que el primer engrane sea #4 ($F \rightarrow 4$), el último engrane sea #7 ($L \rightarrow 7$), el brazo es #8 ($A \rightarrow 8$) escribimos:

$$m_v = \frac{\omega_L - \omega_A}{\omega_F - \omega_A}, \quad \rightarrow \quad -\frac{5}{8} = \frac{\omega_7 - \omega_8}{\omega_4 - \omega_8}, \quad \rightarrow \quad -\frac{5}{8} = \frac{\omega_7 - 3,342}{\omega_4 - 3,342} \dots \dots \dots (1)$$

En la ec. (1) el parámetro ω_4 se determina con la ley fundamental del engranaje aplicada entre los engranes 2 y 3. Observando que $\omega_B = \omega_2 = 19,099$ rpm y $\omega_3 = \omega_4$. Además, ω_A y ω_4 giran en el mismo sentido, escribimos:

$$\omega_2 N_2 = \omega_3 N_3, \quad \rightarrow \quad (19,099)(20) = (\omega_3)(40), \quad \rightarrow \quad \omega_3 = 9,550$$

$$\omega_4 = \omega_3 \quad \rightarrow \quad \omega_4 = 9,550 \text{ rpm} \dots \dots \dots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1), escribimos

$$-\frac{5}{8} = \frac{\omega_7 - 3,342}{9,550 - 3,342}, \quad \rightarrow \quad -\frac{5}{8} = \frac{\omega_7 - 3,342}{6,208}, \quad \rightarrow \quad \omega_7 = -538$$

Observando que $\omega_C = \omega_7$, por lo tanto

$\omega_C = -538 \text{ rpm}$ en sentido contrario a ω_A

Los resultados están indicados en la figura A4.4.1.

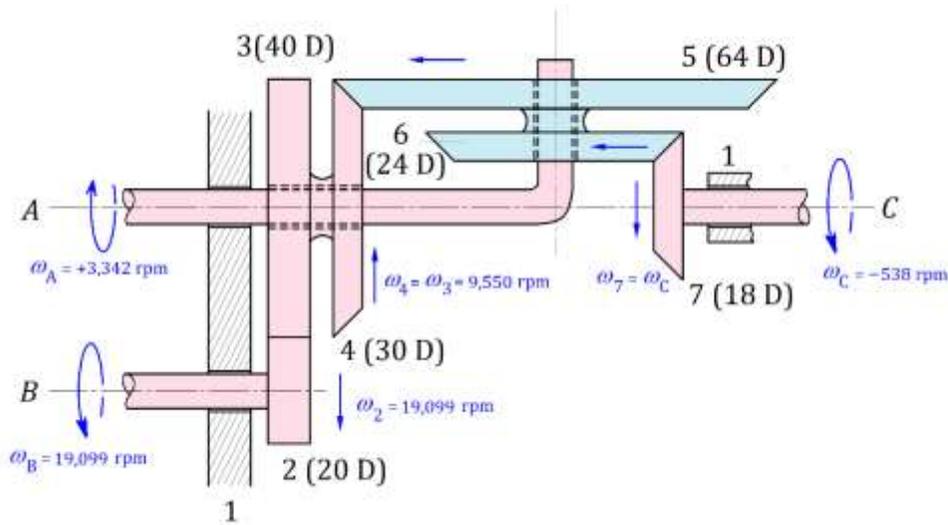


Figura A4.4.1

- Analizar y diseñar, de forma gráfica y analítica, un mecanismo de cuatro barras articuladas como un generador de funciones; para la guía de cuerpos y generación de trayectorias.
- Describir y analizar la síntesis cinemática empleando números complejos.
- Definir y analizar los defectos en los mecanismos, los cuales afectan la síntesis cinemática (defectos de ramificación, de orden y de Grashof).

5.1 Introducción a la síntesis de mecanismos

La síntesis de mecanismos es un proceso de diseño que implica definir sus entradas, salidas y estructura. Las entradas son los eslabones constitutivos, las salidas son los movimientos deseados del mecanismo, y la estructura define la interconexión y movilidad de los eslabones [1]. Muchos problemas de diseño de máquinas requieren la creación de un dispositivo con características de movimiento particular. Tal vez se tenga que mover una herramienta de la posición A a la B en un intervalo particular. Tal vez se necesita tratar una trayectoria particular en el espacio para insertar una pieza en un ensamble. Las posibilidades son infinitas, pero a menudo un denominador común es la necesidad de un eslabonamiento para generar los movimientos deseados. Por lo tanto, en este tema se abordarán técnicas de síntesis simples para crear soluciones de diseño de eslabonamientos potenciales para algunas aplicaciones cinemáticas típicas. Antes, se dan algunas definiciones implícitas en los diferentes tipos de síntesis según [1].

Síntesis cualitativa

La síntesis cualitativa crea soluciones potenciales en ausencia de un algoritmo bien definido que configure o pronostique la solución. Las soluciones cumplen con las especificaciones de desempeño y contienen generalidades, atributos, especificaciones, pero no deben incluir análisis cuantitativo de ningún parámetro. Es un método idóneo para explorar una solución rápida a una serie de problemas relativamente sencillos. Algunas herramientas útiles para realizar síntesis cualitativa son el restirador y equipo para trazo (reglas, escuadras, compas, etc.), software de dibujo asistido por computadora (CAD) y los modelos de cartón a escala del mecanismo, elaborados por el estudiante, véase la figura 5.1.



Figura 5.1

Síntesis de tipo

La síntesis de tipo define el tipo apropiado de mecanismo más adecuado para el problema y es una forma de síntesis cualitativa. Para cumplir con lo anterior, el estudiante requiere experiencia y conocimientos de los diversos tipos de mecanismos existentes y de su factibilidad desde un punto de vista de costo, desempeño y manufactura. La figura 5.2 muestra varios dispositivos mecánicos que pueden ser incorporados en un mecanismo.



Figura 5.2

Síntesis cuantitativa o síntesis analítica.

La síntesis cuantitativa genera una o más soluciones particulares que se consideran adecuadas para el problema, y aún más importante, para las que no existe un algoritmo de síntesis definido. Las soluciones particulares son cuantificables, si existen un conjunto de ecuaciones que proporcionan una respuesta numérica. El análisis cuantitativo de la solución

particular se hace con software de ingeniería asistida por computadora (CAE) estudiando parámetros como geometría, desplazamientos, velocidad, aceleración o esfuerzos. Si la respuesta del análisis cuantitativo es buena o adecuada, esto se deja a juicio del diseñador y requiere análisis e iteración para optimizar el diseño, ver la figura 5.3.

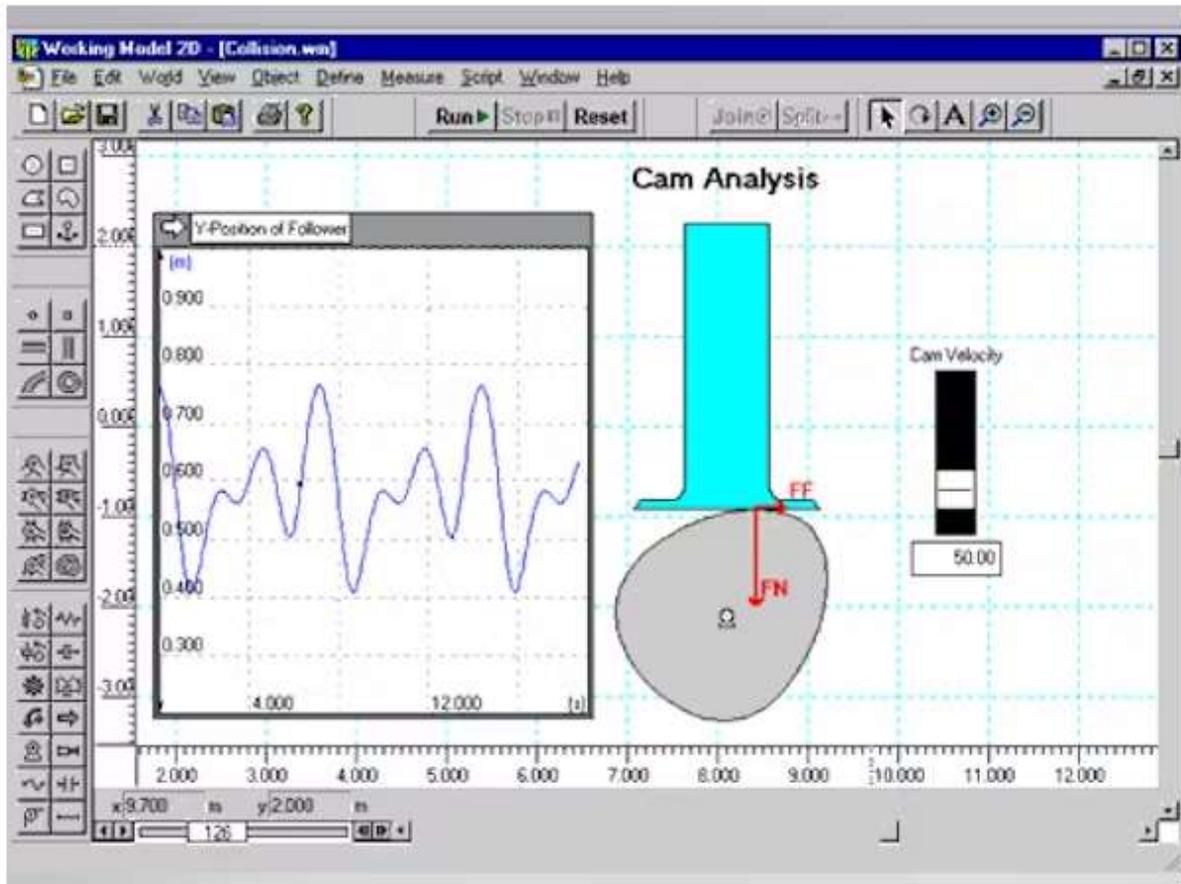


Figura 5.3. Análisis de desplazamientos de un mecanismo propuesto de leva-seguidor.

Síntesis dimensional

La síntesis dimensional es la determinación de las dimensiones lineales o angulares de todos los eslabones del mecanismo. En el caso de un mecanismo de eslabonamiento es la determinación de las longitudes de los eslabones necesarios para lograr los movimientos deseados. La síntesis dimensional requiere haber realizado la síntesis de tipo.

5.2 Espaciamiento de los puntos de precisión para la generación de funciones

En la síntesis de mecanismos hay tres técnicas para crear un eslabonamiento acorde a lo planeado. Estas técnicas se denominan generación de función, generación de trayectoria y generación de movimiento [1, 2].

Generación de función, trayectoria y movimiento.

La generación de función se define como la correlación de un movimiento de entrada con un movimiento de salida en un mecanismo. Un generador de función es como una caja negra que entrega alguna salida predecible en respuesta a una entrada conocida. Un ejemplo de esto, es el sistema de leva y seguidor de la figura 5.4, donde el perfil o curvatura de la leva es el generador de función, este cambia el movimiento de entrada (rotación θ del eje) a movimiento de salida (desplazamiento y del seguidor). En la actualidad, el uso de dispositivos electromecánicos programables permite generar y cambiar con rapidez la función generada conforme cambian las demandas.

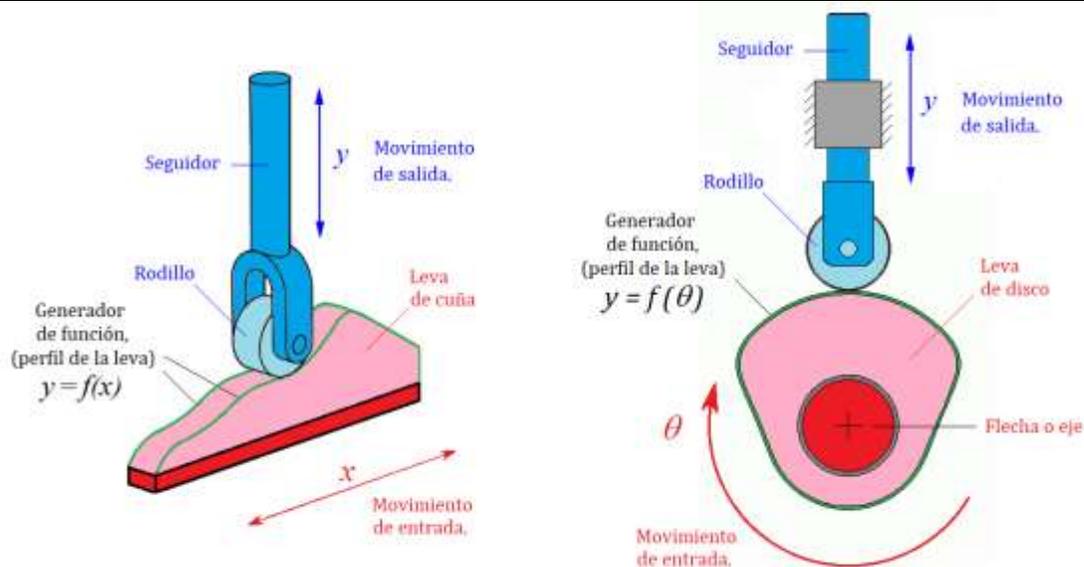


Figura 5.4

La generación de trayectoria se define como el control de un punto en el plano, de tal forma que siga una trayectoria prescrita [1]. Esto en general se logra con por lo menos cuatro barras, donde un punto del eslabón acoplador traza la trayectoria deseada. La trayectoria trazada recibe el nombre de curva de acoplador y por lo general solo una porción de la curva de acoplador es útil para la generación de trayectoria. En la generación de trayectoria no se hace ningún intento por controlar la orientación del eslabón acoplador que contiene el punto

de interés. Sin embargo, es común que se defina la temporización de arribo del punto hacia lugares particulares a lo largo de la trayectoria, en tal caso también se requerirá un generador de función de salida. La figura 5.5 muestra un catálogo resumido de formas de curva de acoplador más utilizadas para la generación de trayectoria de mecanismos.

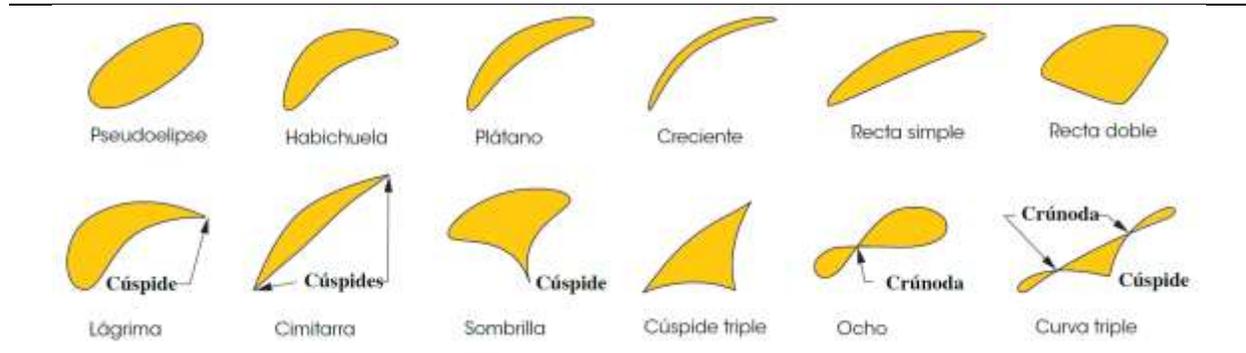


Figura 5.5. Curvas de acoplador más utilizadas [1].

La generación de movimiento se define como el control de una línea en el plano, de modo que asuma un conjunto prescrito de posiciones secuenciales. En este caso, la orientación del eslabón es importante. Éste es un problema más amplio que la generación de trayectoria, y, de hecho, la generación de trayectoria es un subconjunto de la generación de movimiento. Un ejemplo de un problema de generación de movimiento es el control del “cucharón” de una excavadora mecánica, véase la figura 5.6. El cucharón inicia en la posición del inciso a) y progresivamente cava de la posición del inciso b) hasta la posición del inciso f), en la posición del inciso g) la carga esta recogida y es transportada hasta el lugar de descarga, para el cual repite la secuencia en sentido inverso de f) a a). Conceptualmente, se debe hacer que el movimiento de una línea AB pintada en azul en un costado del cucharón asuma las posiciones mostradas. Un eslabonamiento es la solución usual.

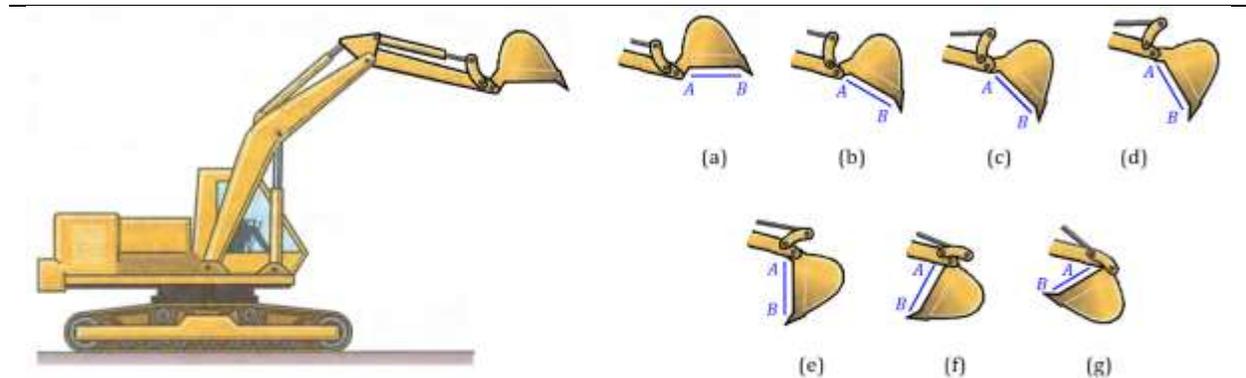


Figura 5.6. Excavadora y secuencia de movimiento del cucharon para una cavar, recoger y vaciar la carga.

Mecanismos planos

Los mecanismos planos son dispositivos bidimensionales. El estudio de mecanismos planos no está limitado en la práctica como puede parecer ya que muchos dispositivos en tres dimensiones se construyen de múltiples conjuntos de dispositivos bidimensionales acoplados. Por ejemplo, la silla plegable de la figura 5.7a tiene en el plano lateral izquierdo (vista lateral) un eslabonamiento plano de cuatro eslabones tipo no Grashof, indicado por los cuatro puntos rojos, que permita plegarla. Habrá un eslabonamiento idéntico en el lado derecho de la silla. Estos dos eslabonamientos planos XY estarán conectados por medio de alguna estructura en la dirección Z (ilustrado en la vista frontal), la que sujeta a los dos eslabonamientos planos en un ensamble tridimensional (vista en 3D). Otro ejemplo es el cofre de un automóvil, cuando se abre se observa su mecanismo de bisagra en cada lado del automóvil, véase la figura 5.7b. El cofre y la carrocería sujetan los dos eslabonamientos planos en un ensamble tridimensional. Muchos mecanismos reales están acomodados de esta manera, como eslabonamientos planos duplicados, desplazados en la dirección Z en planos paralelos y rígidamente conectados.

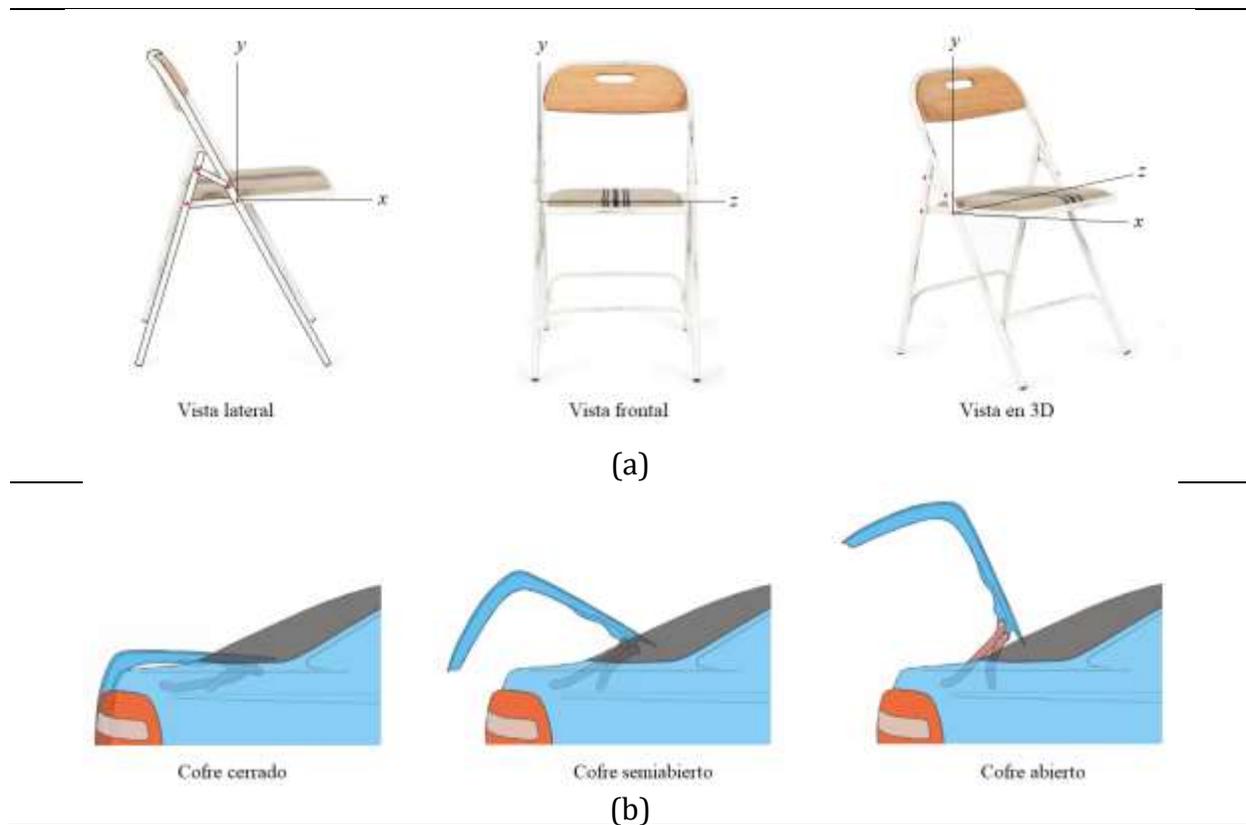


Figura 5.7. Una silla plegable y un cofre de automóvil como mecanismos planos.

Calidad de una solución: posiciones de agarrotamiento y posiciones estacionarias.

Diseñar mecanismos incluye controlar movimiento. Cuando se obtiene una solución de prueba a un problema de control de movimiento, se debe evaluar su calidad. Una buena calidad de una solución debe evaluar las posiciones de agarrotamiento, posiciones estacionarias y ángulos de transmisión del eslabonamiento.

Una posición de agarrotamiento es la posición límite de movimiento de un eslabonamiento [1,2]. Cuando uno de los eslabones de la cadena cinemática tiene movimiento de oscilación, se deben evaluar las posiciones límite o de agarrotamiento, éstas serán dos posiciones y que definirán el intervalo de oscilación correspondiente. Las posiciones de agarrotamiento se determinan por la colinealidad de dos de los eslabones móviles.

En la figura 5.8a se ilustra un eslabonamiento de cuatro barras no Grashof de triple balancín. Este eslabonamiento tiene 4 posiciones de agarrotamiento. Las líneas sólidas $C_1D_1O_4$ (en colores) y $C_2D_2O_4$ (en grises) son las posiciones de agarrotamiento que se alcanzan desde el eslabón 2, cuando los eslabones 3 y 4 son colineales entre sí. Similarmente, las líneas punteadas $O_2C_3D_3$ (en colores) y $O_2C_4D_4$ (en grises) son las posiciones de agarrotamiento que se alcanzan desde el eslabón 4, cuando los eslabones 2 y 3 son colineales entre sí.

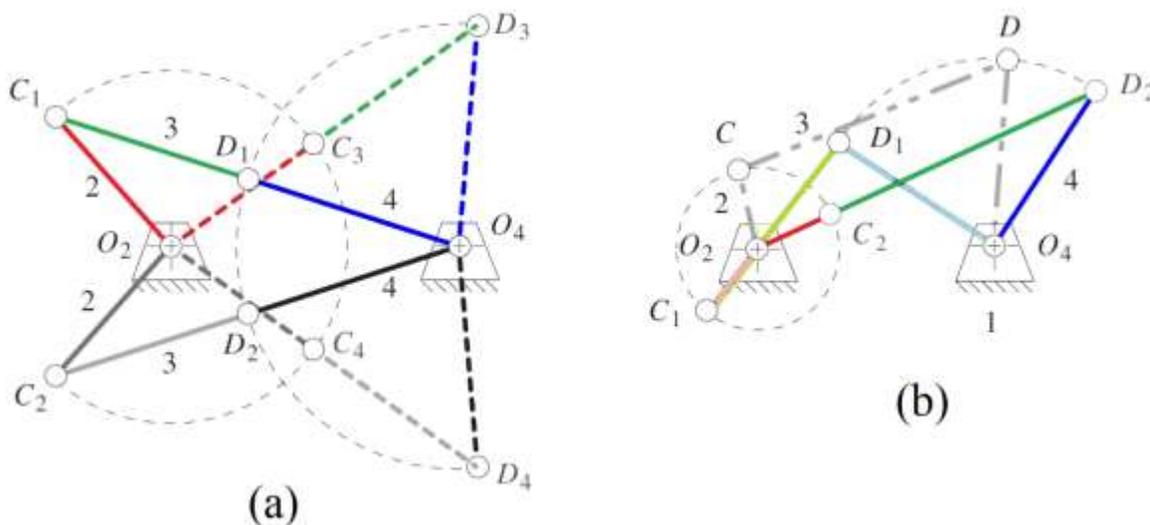


Figura 5.8

En el caso anterior, desde una posición triangular (de agarrotamiento), no será posible otro movimiento en ninguna dirección, desde cualquier eslabón oscilatorio. Entonces será necesario impulsar un eslabón diferente para salir del eslabonamiento.

Cuando el eslabonamiento es de Grashof (al menos un eslabón rota) con un oscilador, las posiciones de agarrotamiento son dos. Así, un eslabonamiento de cuatro barras de Grashof de doble balancín tendrá 2 posiciones de agarrotamiento.

En la figura 5.8b se ilustra un eslabonamiento de cuatro barras tipo Grashof de manivela-balancín, que contiene 2 posiciones de agarrotamiento que se alcanzan desde el eslabón oscilante 4 cuando los eslabones 2 y 3 son colineales entre sí. La primera posición límite es $O_2C_1D_1$ (en colores de tono débil) también llamada *colineal traslapante* y la segunda posición límite es $O_2C_2D_2$ (en colores de tono fuerte) llamada *colineal extendido*. Estas posiciones de agarrotamiento también definen los límites de movimiento del balancín impulsado 4, en los cuales su velocidad angular ω_4 pasará por cero.

Ángulo de transmisión

El ángulo de transmisión α de un eslabonamiento es el ángulo formado entre el eslabón acoplador 3 y el eslabón de salida 4, y su magnitud varia de un valor mínimo a un valor máximo conforme el eslabonamiento pasa por su intervalo de movimiento, ver la figura 5.9a.

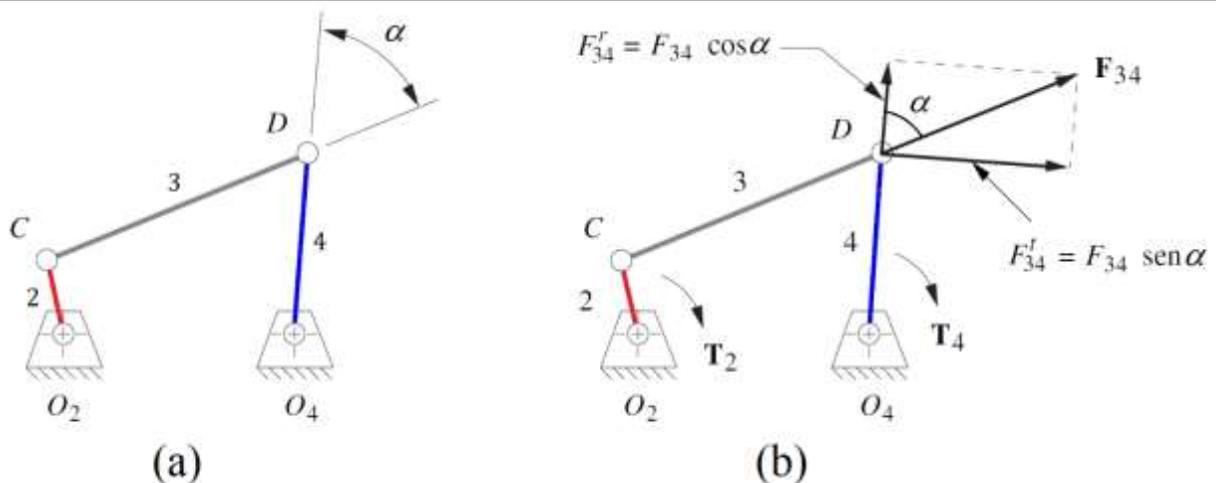


Figura 5.9. Ángulo de transmisión y fuerzas en el eslabonamiento de cuatro barras.

El ángulo α es un indicador de la calidad de transmisión de fuerza F y velocidad en la junta entre el acoplador y la salida [1, 2]. El producto de la fuerza y la velocidad de transmisión es la potencia de transmisión del eslabonamiento.

En la figura 5.9b, la fuerza a lo largo del eslabón acoplador 3 es F_{34} y al tocar ésta el eslabón de salida 4, la fuerza F_{34} se proyecta en una componente en la dirección radial F_{34}^r y otra en la dirección tangencial F_{34}^t como se ilustra. La componente radial F_{34}^r ocasiona fricción en el pivote O_4 y tensiones en el eslabón 4 y no contribuye a la transmisión de movimiento. En contraste, la componente tangencial F_{34}^t contribuye al movimiento rotacional ω_4 del eslabón 4. Además, el producto de la fuerza F_{34}^t y el brazo O_4D produce el torque T_4 de transmisión. El producto de T_4 y la velocidad angular ω_4 es la potencia de transmisión.

Por ello, la medición del ángulo α de transmisión es útil para juzgar la calidad de un diseño de eslabonamiento. El valor óptimo del ángulo α de transmisión es de 90° . Cuando α es menor que 45° , la componente radial será mayor que la tangencial. Como regla general mantener α con un valor encima de 40° para promover un movimiento suave y una buena transmisión de potencia.

5.3 Diseño gráfico y analítico de un mecanismo de cuatro barras articuladas como un generador de funciones

El diseño gráfico de mecanismos de eslabonamientos está sustentado simplemente en algunos de los principios de la geometría euclidiana, es decir en conceptos como el punto, recta, arco, bisección de líneas y ángulos, propiedades de las líneas paralelas y perpendiculares, etc., y son todas las que se necesitan para generar estos eslabonamientos. El compás, el transportador y la regla o un juego de escuadras son las únicas herramientas necesarias para diseñar gráficamente eslabonamientos.

Como ejemplo de un diseño gráfico de un mecanismo de cuatro barras, usaremos la síntesis gráfica de dos posiciones para diseñar una manivela-balancín de Grashof. Este caso corresponde a un caso simple de generación de función en el cual la función de salida se define como dos posiciones angulares discretas del balancín.

Ejercicio 5.1/casos prácticos

Complemento educacional

Sintetice (diseñe) gráficamente una manivela-balancín de Grashof de cuatro barras, vea la figura 5.10, que produzca una rotación $\beta = 60^\circ$ del balancín con el mismo tiempo hacia adelante y hacia atrás, con una entrada de motor de velocidad constante.

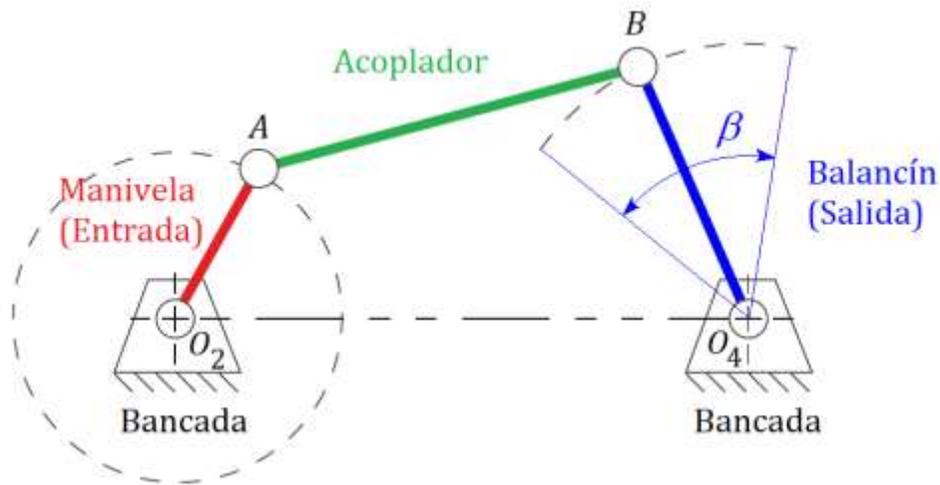
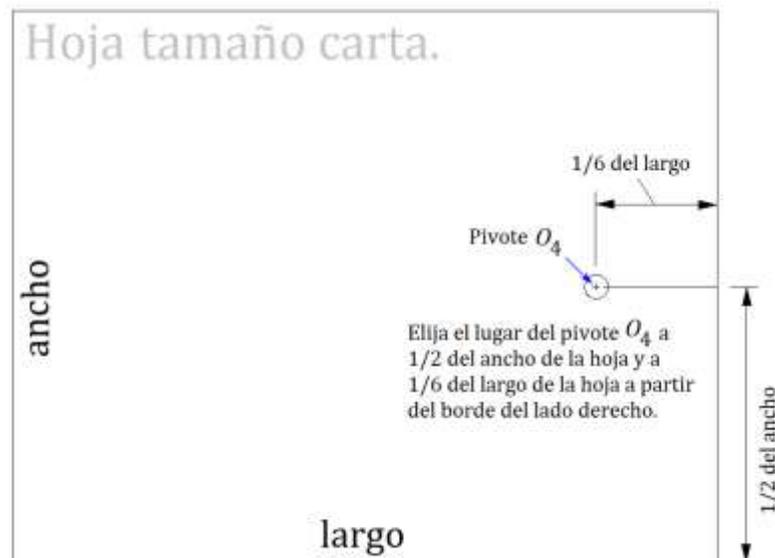


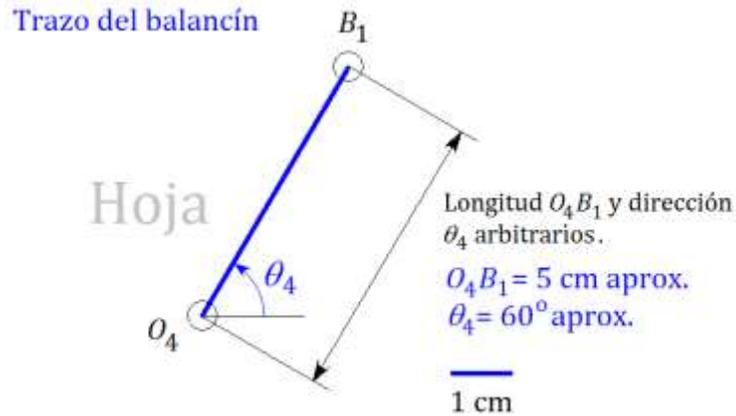
Figura 5.10

Solución.

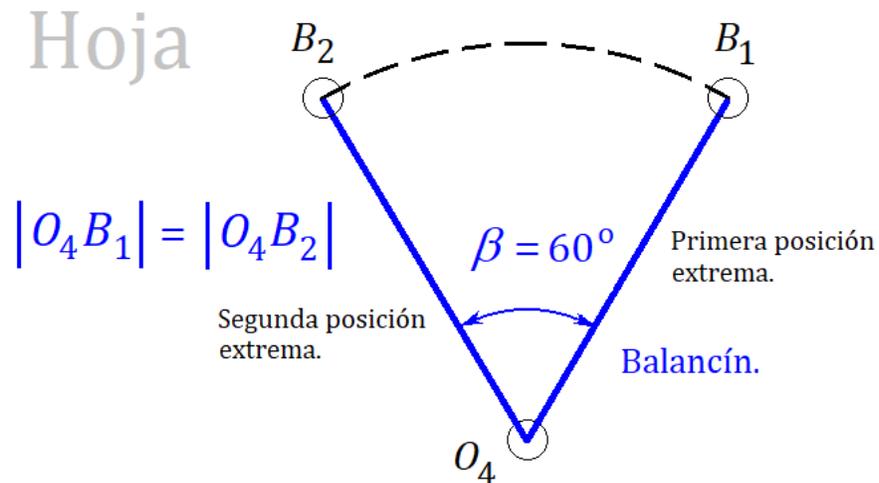
1. Use un lápiz y elija el lugar indicado en su hoja de trazo (cualquier tamaño) y marque el pivote O_4 , este punto será el centro de oscilación del balancín.



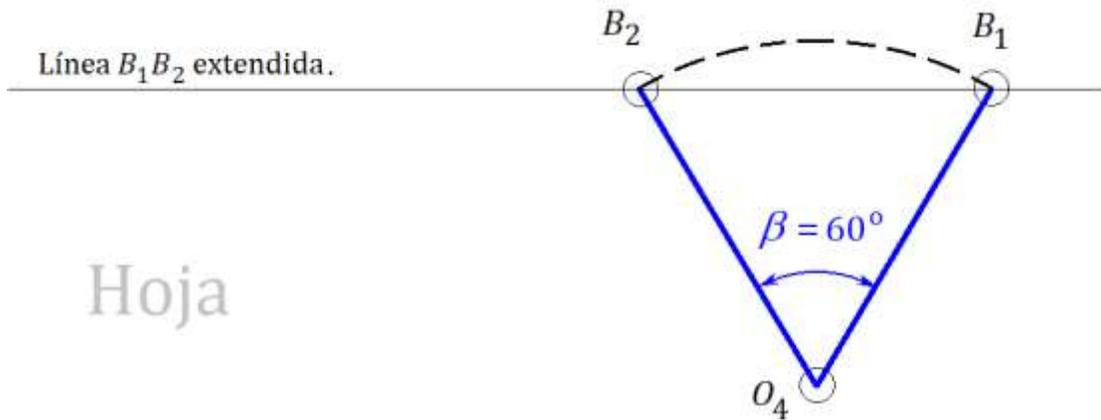
- Use una regla y a partir de O_4 trace una línea recta, elija cualquier longitud adecuada y cualquier dirección θ_4 y designe al punto extremo de esta línea como B_1 . La longitud de la línea O_4B_1 será la longitud del balancín y la dirección elegida θ_4 será una posición extrema de movimiento del balancín.



- Use un transportador y regla y a partir de O_4 trace la segunda línea recta con una longitud similar a la primera línea y a una dirección de 60° (en cualquier sentido) respecto a la primera línea, tal que el ángulo de movimiento deseado β del balancín quede definido. Designe al punto extremo de la segunda línea trazada como B_2 . Ahora, la dirección de la línea O_4B_2 será la otra posición extrema del balancín.

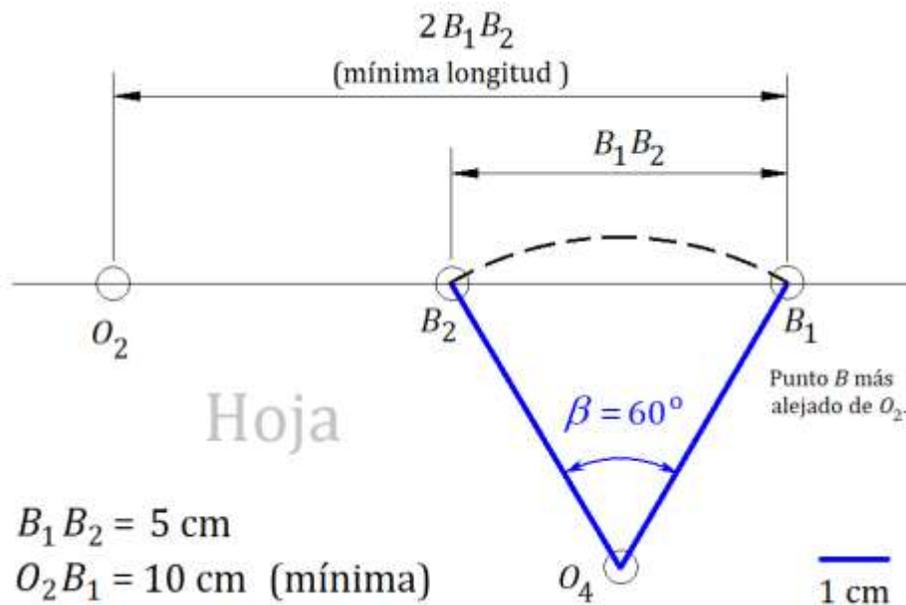


- Use una regla y trace una recta del punto B_1 al punto B_2 y extienda esta recta en ambas direcciones.



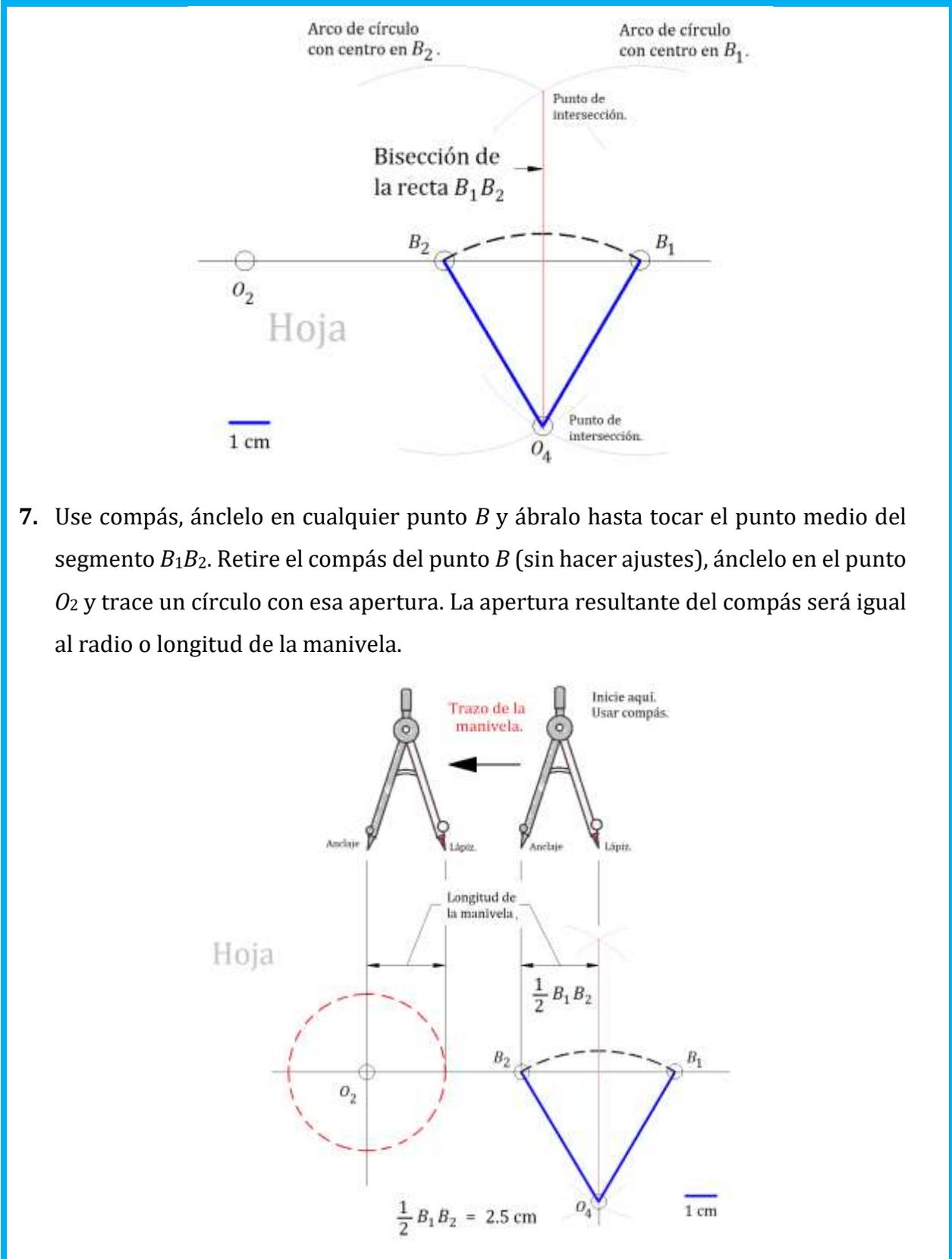
Hoja

5. Use un lápiz y regla y marque un punto O_2 sobre la línea recta extendida B_1B_2 (en cualquier dirección, pero aquí a la izquierda) que este a una distancia de por lo menos 2 veces la longitud recta B_1B_2 a partir del punto B más lejano (aquí es B_1). El punto O_2 será el centro de rotación de la manivela.

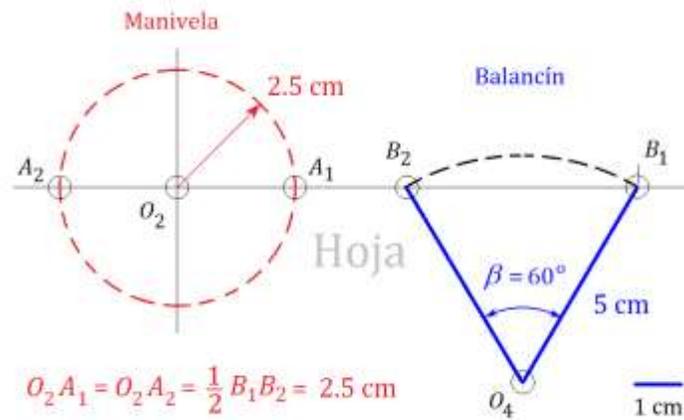


Hoja

6. Use compás, áncelo en el punto B_1 , ábralo hasta tocar el punto B_2 y trace el círculo con línea tenue. Luego, ancle el compás en el punto B_2 (no haga ajustes en el compás) y trace el círculo con línea tenue. Los dos círculos trazados se interceptan en dos puntos. Use regla y trace una línea recta en la dirección de los dos puntos. La línea recta trazada en rojo corta al segmento de recta B_1B_2 a la mitad. Este procedimiento es la bisección del segmento de recta B_1B_2 .

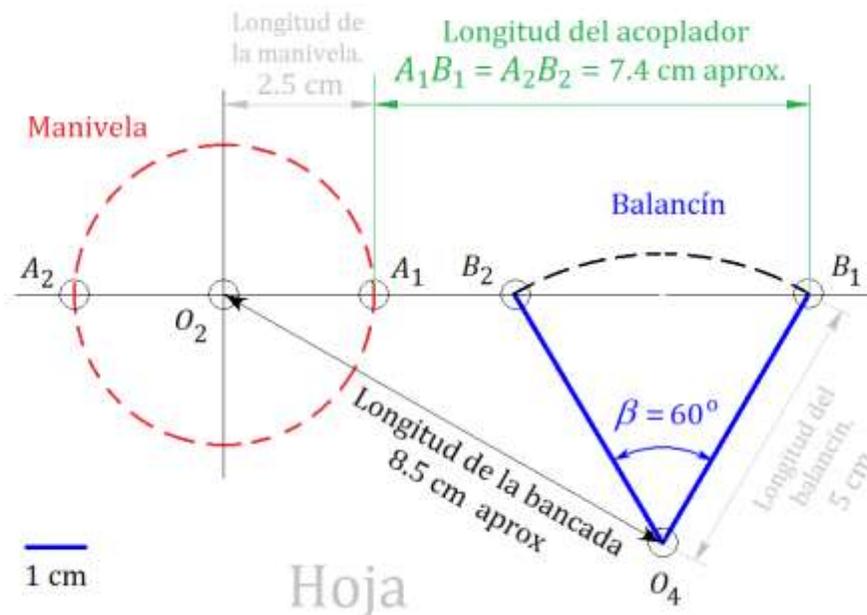


8. Use lápiz y marque las dos intersecciones del círculo trazado y la línea B_1B_2 extendida, como puntos A_1 y A_2 . El punto A_1 de la manivela estará conectado con la posición extrema B_1 del balancín a través del acoplador. Similarmente, el punto A_2 de la manivela estará conectado con la posición extrema B_2 del balancín a través del acoplador.



9. Use regla y mida la longitud entre los puntos A_1 y B_1 o alternativamente entre los puntos A_2 y B_2 y esta será la longitud del acoplador. Similarmente, mida la longitud recta entre los pivotes O_2 y O_4 y esta será la longitud del eslabón fijo o bancada.

Trazo del acoplador A_1B_1 y la bancada O_2O_4 .



Para este caso la longitud del acoplador es aproximadamente 7.4 cm y de la bancada es aproximadamente 8.5 cm.

10. Se determina la condición de Grashof del eslabonamiento. El eslabón más largo “L” es la bancada y mide 8.5 cm, el eslabón más corto “S” es la manivela de 2.5 cm, los otros dos eslabones “P” y “Q” miden 5 cm (balancín) y 9.8 cm (acoplador). La suma $L + S = 13.2 \text{ cm}$ y $P + Q = 14.8 \text{ cm}$. Se verifica que se cumple la desigualdad $L + S < P + Q$, por lo tanto, la cadena cinemática es de tipo I de Grashof. Si no fuese de Grashof, se debe repetir los pasos 5 a 9 con O_2 más alejado de O_4 . ■

Los resultados del ejercicio 5.1 dependen de la longitud asignada al balancín en el inicio. Por lo tanto, no hay una respuesta única al problema de síntesis de eslabonamientos, el diseñador debe seleccionar el tamaño adecuado de los eslabones.



Ejercicio propuesto A5.1

Complemento educacional

Para la manivela-balancín de Grashof de cuatro barras sintetizada en el ejercicio 5.1, vea la figura A5.1, muestre con dibujos el ensamble de los eslabones para las dos posiciones extremas.

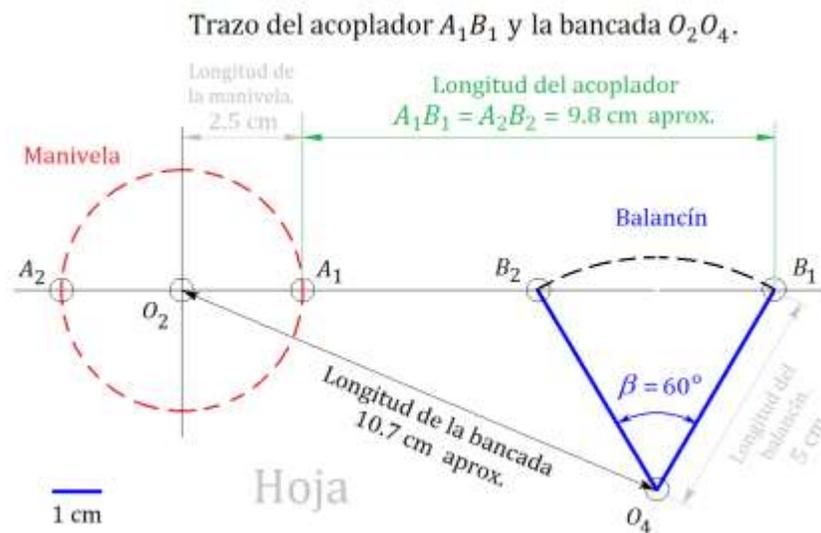


Figura A5.1

Mira la solución [aquí](#). 😊

5.4 Síntesis analítica empleando números complejos.

La síntesis gráfica de eslabonamientos es un método cualitativo e intuitivo de estimar las longitudes de los eslabones de un mecanismo de cuatro barras. Las longitudes resultantes de los eslabones son aproximadas, ya que dependen de la precisión del trazo gráfico del diseñador. Como alternativa a la síntesis gráfica esta la síntesis analítica que es un procedimiento algebraico, en lugar de gráfico, y es menos intuitivo. Sin embargo, su naturaleza algebraica lo hace bastante adecuado para su programación y computarización, véase la figura 5.11 que muestra el mismo problema del ejercicio 5.1 pero de forma analítica.

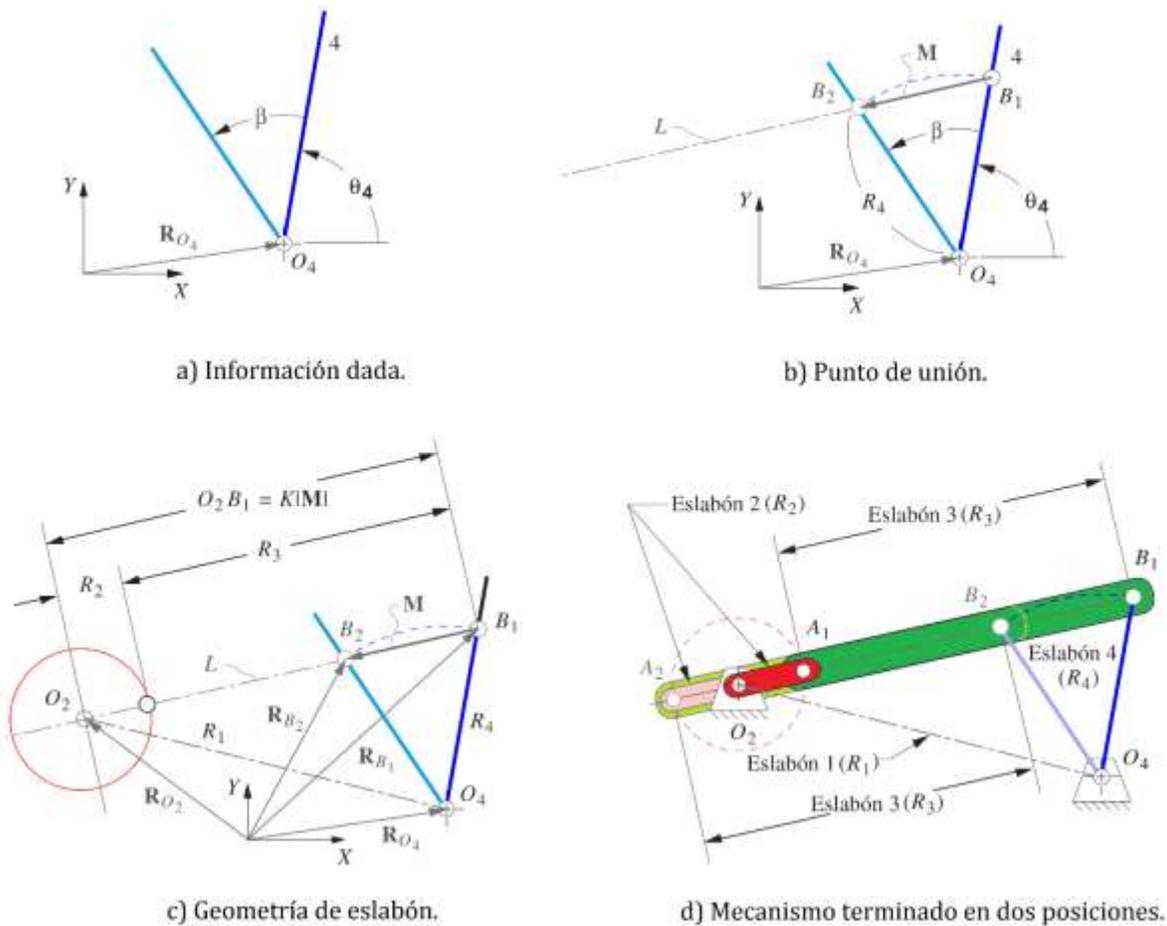


Figura 5.11. Síntesis analítica de un eslabonamiento de cuatro barras.

En el ejercicio 5.1 se mostró un procedimiento gráfico sencillo para sintetizar un mecanismo de cuatro barras, de Grashof y sin retorno rápido para impulsar un balancín a través de un ángulo. En teoría, la excursión del balancín no puede exceder 180° , pero en la práctica debe

estar limitada a 120° aproximadamente para evitar ángulos de transmisión menores a 30° . En la figura 5.11c se usa notación genérica adecuada para determinar analíticamente las longitudes de los eslabones 1 (bancada), 2 (entrada) y 3 (acoplador) en función de los datos, ver la figura 5.11d. Los datos del problema son la longitud R_4 del eslabón 4 (salida), la ubicación del pivote O_4 como coordenadas cartesianas (O_{4x}, O_{4y}) , el ángulo inicial θ_4 y el ángulo de oscilación β , ver figuras 5.11a y b.

Como ejemplo de un diseño analítico de un mecanismo de cuatro barras, usaremos la síntesis analítica de dos posiciones para diseñar una manivela-balancín de Grashof. El procedimiento es como sigue:

Primero se elige una ubicación factible en el eslabón 4 para unir el eslabón 3, y se etiqueta como B_1 y B_2 en sus posiciones extremas, ver la figura 5.11b. Esto define R_4 , la longitud del eslabón 4. Estos dos puntos pueden definirse en el sistema de coordenadas elegido XY obteniendo sus componentes x y y como sigue:

$$\left. \begin{aligned} B_{1x} &= O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4) & B_{1y} &= O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4) \\ B_{2x} &= O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4 + \beta) & B_{2y} &= O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4 + \beta) \end{aligned} \right\} (5.1)$$

En la figura 5.11b, el vector \mathbf{M} es la diferencia de posición entre los vectores $\overrightarrow{R_{B_2}}$ y $\overrightarrow{R_{B_1}}$

$$\overrightarrow{\mathbf{M}} = \overrightarrow{R_{B_2}} - \overrightarrow{R_{B_1}} = (B_{2x} - B_{1x}) \mathbf{i} + (B_{2y} - B_{1y}) \mathbf{j} \quad (5.2)$$

La ecuación paramétrica de la línea \mathbf{L} puede escribirse como:

$$\mathbf{L}(u) = \overrightarrow{R_{B_1}} + u \overrightarrow{\mathbf{M}} \quad -\infty \leq u \leq \infty \quad (5.3)$$

El pivote O_2 de la manivela debe quedar en un punto a lo largo de la línea \mathbf{L} , sin embargo, su ubicación es crítica y para ello debe tomarse en cuenta los siguientes casos. Sea $M = |\mathbf{M}|$ entonces:

- El pivote O_2 está muy cerca del punto B_1 . Si $B_1 O_2 < M$, es decir el pivote O_2 está a una distancia menor a M con respecto al punto B_1 , esto ocasionará que ningún eslabón rote completamente y significa que el eslabonamiento resultante será de clase 2 (no Grashof).

- El pivote O_2 esta a una distancia igual a M con respecto al punto B_1 . Si $B_1O_2 = M$, esto ocasionará que al menos un eslabón rote, pero con puntos de cambio y un consecuente comportamiento impredecible del eslabonamiento. El eslabonamiento es de clase 3 (Grashof con puntos de cambio). El diseñador tomará las precauciones necesarias haciendo modificaciones de rigidez, pero sin cambiar la condición $B_1O_2 = M$.
- El pivote O_2 está a una distancia moderadamente mayor a M con respecto al punto B_1 . Si $B_1O_2 > M$, esto ocasionará que al menos un eslabón rote completamente y significa que el eslabonamiento resultante será de clase 1 (Grashof). Un intervalo razonable de B_1O_2 puede ser de 1.5 a 3 veces M .
- El pivote O_2 está muy alejado del punto B_1 . Si $B_1O_2 \gg M$, el eslabonamiento resultante se acercará nuevamente a clase 3 (Grashof con puntos de cambio). Esto empieza a suceder para valores de $B_1O_2 > 6M$.

Se desea que el mecanismo resultante sea una manivela-balancín de Grashof clase I. Este objetivo se puede lograr colocando el pivote de manivela O_2 a lo largo de la línea L a una distancia de 2 a 3 veces M , ver la figura 5.11c. Sea

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = \overrightarrow{R_{B_1}} \pm k\overrightarrow{M} \quad 2 < K < 3 \quad (5.4)$$

Como se mostró con la bisección del segmento B_1B_2 del ejercicio 5.1, la longitud de la manivela debe ser la mitad de la longitud del vector \overrightarrow{M} :

$$R_2 = 0.5|\overrightarrow{M}| = R_4 \text{sen}(\beta/2) \quad (5.5)$$

donde β está en radianes. El eslabón 3 puede determinarse al restar R_2 de la magnitud de $R_{B_1} - R_{O_2}$ y el eslabón 1 se determina al restar R_{O_2} de R_{O_4} , véase la figura 5.11c y d.

$$R_3 = |\overrightarrow{R_{B_1}} - \overrightarrow{R_{O_2}}| - R_2 \quad (5.6)$$

$$R_1 = |\overrightarrow{R_{O_4}} - \overrightarrow{R_{O_2}}| \quad (5.7)$$

El siguiente ejemplo de síntesis analítica muestra cómo usar las ecuaciones 5.1 a 5.7.

Ejercicio 5.2/casos prácticos

Complemento educacional

Sintetice (diseño) analíticamente una manivela-balancín de Grashof de cuatro barras, que produzca una oscilación β del balancín con el mismo tiempo hacia adelante y hacia atrás, y con una entrada de motor de velocidad constante. Los datos son: $R_4 = 5 \text{ cm}$, $\theta_4 = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Las coordenadas del pivote O_4 son $(+23.2, +10.8)$, vea la figura 5.12.

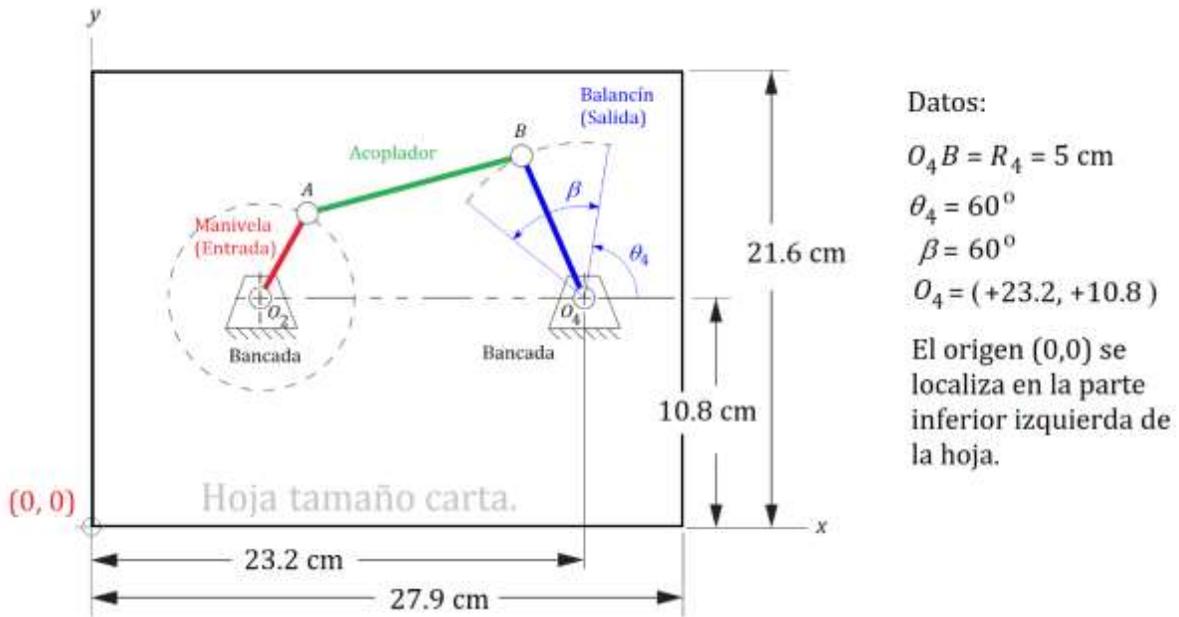


Figura 5.12

Solución.

A partir de los datos, tenemos que $R_4 = 5 \text{ cm}$ es la longitud del balancín O_4B . El balancín oscila $\beta = 60^\circ$ desde una posición angular inicial $\theta_4 = 60^\circ$. Las coordenadas del pivote O_4 son $(O_{4x} = 23.2 \text{ cm}, O_{4y} = 10.8 \text{ cm})$ y su vector de posición R_{O_4} se escribe como

$$\overrightarrow{R_{O_4}} = 23.2 \mathbf{i} + 10.8 \mathbf{j} \text{ (cm)} \quad (1)$$

Sustituyendo estos datos en las ecs. (5.1) escribimos:

$$B_{1x} = O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4), \quad B_{1x} = 23.2 + 5 \cos 60^\circ = 25.7 \text{ cm}$$

$$B_{1y} = O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4), \quad B_{1y} = 10.8 + 5 \sin 60^\circ = 15.13 \text{ cm}$$

Las coordenadas del punto B_1 de la primera posición extrema son:

$$(B_{1x}, B_{1y}) = (25.7, 15.13)$$

El vector de posición del punto B_1 se designa como R_{B_1} y es igual a

$$\overrightarrow{R_{B_1}} = 25.7\mathbf{i} + 15.13\mathbf{j} \quad (cm) \quad (2)$$

Repetimos el cálculo para la segunda posición extrema B_2 :

$$B_{2x} = O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4 + \beta), \quad B_{2x} = 23.2 + 5 \cos(60^\circ + 60^\circ) = 20.7 \text{ cm}$$

$$B_{2y} = O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4 + \beta), \quad B_{2y} = 10.8 + 5 \sin(60^\circ + 60^\circ) = 15.1 \text{ cm}$$

Las coordenadas de B_2 son: $(B_{2x}, B_{2y}) = (20.7, 15.1)$

El vector de posición del punto B_2 se designa como R_{B_2} y es igual a

$$\overrightarrow{R_{B_2}} = 20.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} \quad (cm) \quad (3)$$

Sustituyendo las ecs. (2) y (3) en la ec. (5.2) obtenemos el vector \mathbf{M} o diferencia de posición del vector R_{B_2} respecto a R_{B_1} .

$$\overrightarrow{\mathbf{M}} = \overrightarrow{R_{B_2}} - \overrightarrow{R_{B_1}} = 20.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} - (25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j}) = -5\mathbf{i}$$

$$|\mathbf{M}| = 5 \text{ (cm)} \quad (4)$$

Sustituyendo las ecs. vectoriales (2) y (4) con $k = 2$ en la ec. (5.4) obtenemos el vector de posición del pivote O_2 denotado como R_{O_2}

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = \overrightarrow{R_{B_1}} \pm k\overrightarrow{\mathbf{M}}, \quad \rightarrow \quad \overrightarrow{R_{O_2}} = 25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} \pm 2(-5\mathbf{i}) \quad \rightarrow \quad \text{habrá dos soluciones}$$

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = 25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} - 10\mathbf{i} = 15.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} \quad (cm)$$

$$R_{O_2} = 25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} + 10\mathbf{i} = 35.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} \quad (cm)$$

$R_{O_2} = 15.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} \quad (cm)$ correcta coordenada de O_2 para este ejercicio.

$$|R_{O_2}| = 21.8 \text{ cm} \quad (5)$$

Sustituyendo la ec. escalar (4) en la ec. (5.5) o los datos en (5.5) obtenemos la longitud de la manivela denotada como R_2

$$R_2 = 0.5|\overrightarrow{\mathbf{M}}| = 0.5(5) = 2.5 \text{ cm} \quad \text{o} \quad R_2 = R_4 \sin(\beta/2) = 5 \sin(60^\circ/2) = 2.5 \text{ cm} \quad \therefore$$

$$R_2 = 2.5 \text{ cm} \quad (6)$$

Sustituyendo la ecs. vectoriales (2) y (5) y la ec. escalar (6) en la ec. (5.6) obtenemos la longitud del acoplador denotado como R_3

$$R_3 = |\overrightarrow{R_{B_1}} - \overrightarrow{R_{O_2}}| - R_2 = |25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} - (15.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j})| - 2.5, \quad R_3 = |10| - 2.5 \therefore$$

$$R_3 = 7.5 \text{ cm} \quad (7)$$

Sustituyendo la ecs. vectoriales (1) y (5) en la ec. (5.7) obtenemos la longitud de la bancada denotada como R_1

$$R_1 = |\overrightarrow{R_{O_4}} - \overrightarrow{R_{O_2}}| = |23.2\mathbf{i} + 10.8\mathbf{j} - (15.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j})| = |7.5\mathbf{i} - 4.3\mathbf{j}| = 8.6 \quad \therefore$$

$$R_1 = 8.6 \text{ cm} \quad (8)$$

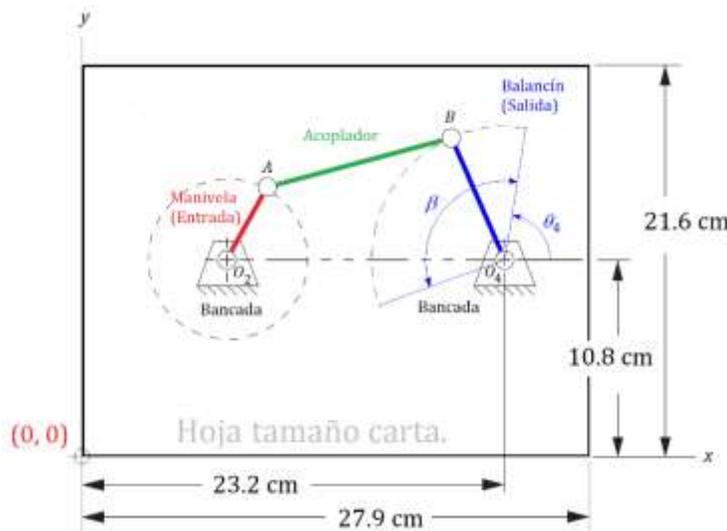
■



Ejercicio propuesto A5.2

Complemento educacional

Sintetice (diseñe) analíticamente una manivela-balancín de Grashof de cuatro barras, que produzca una oscilación β del balancín con el mismo tiempo hacia adelante y hacia atrás, y con una entrada de motor de velocidad constante. Los datos son: $R_4 = 5 \text{ cm}$, $\theta_4 = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$. Las coordenadas del pivote O_4 son $(+23.2, +10.8)$, vea la figura A5.2.



Datos:

$$O_4 B = R_4 = 5 \text{ cm}$$

$$\theta_4 = 60^\circ$$

$$\beta = 120^\circ$$

$$O_4 = (+23.2, +10.8)$$

El origen $(0,0)$ se localiza en la parte inferior izquierda de la hoja.

Figura A5.2

Mira la solución [aquí](#). 😊

5.5 Aplicación de software en la síntesis de mecanismos

Existen numerosos softwares para la síntesis de mecanismos, uno de estos es Working Model^{MR} de la empresa Design Simulation Technologies [3], ideado para dibujar y diseñar mecanismos de eslabonamientos y agregar accesorios mecánicos como levas, engranes, resortes, amortiguadores, poleas, bandas, cadenas y motores. El software permite la creación de eslabonamientos para luego analizarlos, ver la figura 5.10.

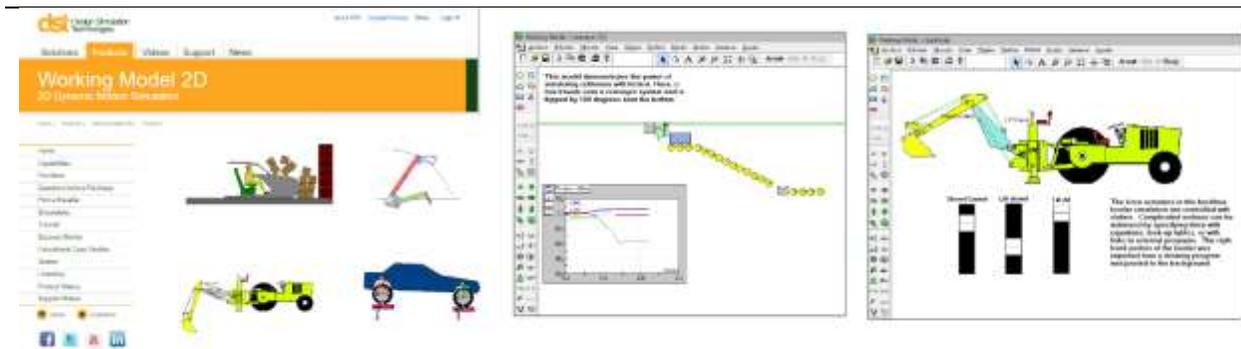
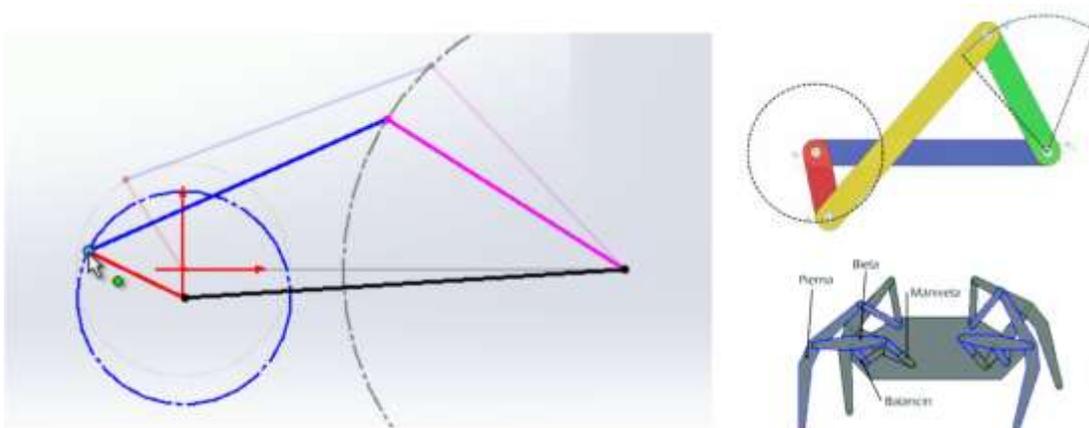


Figura 5.10. Sitio en internet del software Working Model. <https://www.design-simulation.com/WM2D/Index.php>

Como ejemplo del uso del software Working Model^{MR} para la síntesis de mecanismos, se da una presentación del procedimiento para trazar un eslabonamiento. En esta presentación, el ejemplo integra los resultados del ejercicio de los subtemas 5.3 y 5.4.



Aprende síntesis de mecanismos por eslabonamientos usando el software Working Model^{MR} en esta [presentación](#). 

Bibliografía

[1] Diseño de Maquinaria (2021). Robert L. Norton, Mc Graw-Hill

[2] Mecanismos y dinámica de maquinaria (2002). Hamilton Mabie y Charles Reinholtz. Editorial Limusa Wiley.

[3] <https://www.design-simulation.com/wm2d/simulationlibrary/advmechanisms.php>

Resumen de los complementos educativos de la unidad 5

Cuestionario de evaluación 5.	Complemento educativo
<p>¿Qué tanto conoces sobre síntesis de mecanismos?</p> <p>Prueba tus conocimientos sobre síntesis de mecanismos con una serie de preguntas mira este cuestionario.</p>	

Presentaciones.	Complemento educativo
<ul style="list-style-type: none"> • La síntesis de mecanismos usando el software Working Model es mostrado, te invito a que lo veas en esta presentación. 	

Ejercicios propuestos (soluciones)	Complemento educativo
<ul style="list-style-type: none"> • Prueba tú destreza como ingeniero con este ejercicio de síntesis de mecanismos propuestos de la unidad 5. 	

Anexo 5.1

Cuestionario de evaluación

Cuestionario de evaluación
Unidad 5
 Volver.

Complemento educacional

Examen de Mecanismos AED-1043ME5A, Unidad 5. Síntesis de Mecanismos.

1. Cierre *



Examen de Mecanismos AED-1043ME5A, Unidad 5. Síntesis de Mecanismos. Datos personales:

1) Tiene 60 minutos para responder el examen.
 2) Todos los tiempos y preguntas son obligatorios.

2. Número completo (apellido paterno, (apellido materno) y número(s)) *

3. Número de control *

4. Cierre electrónico *

Comienza el examen

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Selecciona una opción haciendo "Click" con el mouse.

5. Esta técnica permite crear soluciones de diseño de esparramos/Cano potenciales * para algunas aplicaciones cinemáticas típicas. Es un proceso algorítmico que consiste en el diseño de mecanismos a partir de posiciones deseadas o establecidas.

Marca solo un ítem:

Ensayo/Mapa
 Síntesis
 Análisis
 Diseño
 Fabricación

6. Los técnicas de síntesis gráfica de mecanismos utilizan los principios de esta rama * de las matemáticas.

Marca solo un ítem:

Cálculo
 Topografía
 Álgebra
 Geometría
 Topometría

7. Del siguiente listado de frases, ¿cuál se apega más al concepto de síntesis cualitativa? *

Marca solo un ítem:

Los tipos de taler en cadenas finitas de junc a transmisiones de baja potencia.
 La transmisión de potencia en una terna del diseño mecánico.
 Hay mayor eficiencia de transmisión de potencia con el uso de engranes.
 El alineamiento y balanceo son fundamentos para una buena transmisión de potencia.
 Se requieren 4 mecanismos diferentes para la transmisión de potencia.

8. Este síntesis se refiere a la selección del tipo apropiado de mecanismo más adecuado para el problema.

Marca solo un ítem:

Síntesis de tipo.
 Síntesis analítica
 Síntesis dimensional
 Síntesis cuantitativa
 Síntesis gráfica.

9. Este síntesis se refiere a la generación de una o más soluciones de un tipo particular que se considere adecuado para el problema, y para las que no existe un algoritmo definido.

Marca solo un ítem:

Síntesis gráfica
 Síntesis dimensional
 Síntesis analítica
 Síntesis de tipo
 Síntesis cualitativa

10. Este tipo de síntesis se refiere a la determinación de los enlaces de los eslabones necesarios para lograr los movimientos deseados.

Marca solo un ítem:

Síntesis gráfica
 Síntesis dimensional
 Síntesis cuantitativa
 Síntesis cualitativa
 Síntesis analítica

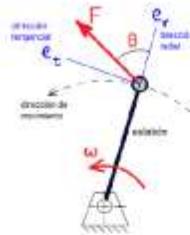
11. Este conjunto de técnicas permitieron permitir el desarrollo de la síntesis y análisis de mecanismos.

Marca solo un ítem:

Geometría analítica
 Geometría diferencial
 Mecánica descriptiva
 Geometría algebraica
 Geometría proyectiva

8128, 11.38 s.m. Examen de Mecanismos 402-1043856, Unidad 5, Síntesis de Mecanismos

19. En el estado de la imagen, ¿qué componente de la fuerza F contribuye al movimiento? *



Marca solo un óvalo.

- $F \cos \alpha + F \sin \theta$
 $F / \sin \theta$
 $F \cos \theta$
 $F / \cos \theta$
 $F \sin \theta$

20. ¿Cuál es el valor óptimo del ángulo de transmisión (en grados) en un mecanismo de cuatro barras? *

Marca solo un óvalo.

- 60°
 90°
 30°
 45°
 0°

https://www.google.com/search?q=ELPW3Hqg_P8B=slqpmnOyeA_017m-P8C73&rlz=

817

8128, 11.38 s.m. Examen de Mecanismos 402-1043856, Unidad 5, Síntesis de Mecanismos

21. Es la obtención de un mecanismo diferente a partir de otro dado, sin cambiar su número y tipos de pares cinemáticos, sino únicamente cambiando el eslabón que actúa como bancada (fijo). *

Marca solo un óvalo.

- Análisis cinemático.
 Síntesis de mecanismos.
 Diseño cinemático.
 Isómero de mecanismo.
 Inversión cinemática.

22. ¿Hasta cuántas posiciones se pueden trazar con el método gráfico para sintetizar manualmente un mecanismo de cuatro barras? *

Marca solo un óvalo.

- 1
 5
 3
 2
 4

23. ¿Qué nombre recibe el mecanismo de cuatro barras cuyas velocidades de sus camaras de "avance" y de "retorno" son diferentes? *

Marca solo un óvalo.

- Manivela - corredera.
 Retorno rápido.
 Piñón - cremallera.
 Rueda de ginebra.
 Embraque.

https://www.google.com/search?q=ELPW3Hqg_P8B=slqpmnOyeA_017m-P8C73&rlz=

1817

8128, 11.38 s.m. Examen de Mecanismos 402-1043856, Unidad 5, Síntesis de Mecanismos

24. ¿Qué nombre recibe la división del ángulo de la cámara de avance entre el ángulo de la cámara de retorno de un mecanismo de cuatro barras? *

Marca solo un óvalo.

- Ángulo de transmisión.
 Relajación de tiempo.
 Avance rápido.
 Relación de tiempo.
 Retorno rápido.

25. Este mecanismo de seis eslabones presenta grandes relaciones de tiempo entre sus camaras de "avance" y "retorno" y se usa en máquinas conformadoras de metal. *

Marca solo un óvalo.

- Whitworth.
 Pantógrafo.
 Junta de Carbon.
 Rueda de Ginebra.
 Yugo escocés.

26. ¿Qué nombre recibe la operación de maquinado de desbastar material en condiciones de movimiento lineal alternativo (salvén) de la herramienta de corte y la pieza de trabajo es fija? *

Marca solo un óvalo.

- Rectificado.
 Tornoado.
 Cepillado e limado.
 Fresado.
 Frenado.

https://www.google.com/search?q=ELPW3Hqg_P8B=slqpmnOyeA_017m-P8C73&rlz=

1817

8128, 11.38 s.m. Examen de Mecanismos 402-1043856, Unidad 5, Síntesis de Mecanismos

27. ¿Cuál es el grado más alto de la curva de acoplador de un mecanismo de 6 barras? *

Marca solo un óvalo.

- 6
 18
 4
 12
 2

28. Es una forma puntiguda en la curva de acoplador que tiene la (y) propiedad de la velocidad instantánea cero. *

Marca solo un óvalo.

- Omitana.
 Dórnoda.
 Habichuela.
 Cóepide.
 Creta.

29. Es un punto doble que se presenta donde la curva del acoplador se cruza a sí misma creando lazos múltiples. *

Marca solo un óvalo.

- Eñerón.
 Cóepide.
 Creta y valle.
 Habichuela.
 Dórnoda.

https://www.google.com/search?q=ELPW3Hqg_P8B=slqpmnOyeA_017m-P8C73&rlz=

1217

9/10/2019, 11:38 a.m. Examen de Mecanismos AED-GRMESA Unidad 5. Síntesis de Mecanismos

30. Es un mecanismo, de diferente geometría, que genera la misma curva del acoplador *

Marca solo un óvalo.

- Crinoida.
- Paradoja.
- Cognado.
- Inversión.
- Isónico.

31. ¿Cuál fue la aplicación de los primeros mecanismos (estabonamiento de 4 barras) de línea recta? *

Marca solo un óvalo.

- Fenocarril.
- Máquina herramienta.
- Imprenta.
- Motor de vapor.
- Catapulta.

32. Este mecanismo de línea recta (estabonamiento de 4 barras) tiene la característica de velocidad casi constante a lo largo de la parte central de su movimiento rectilíneo. *

Marca solo un óvalo.

- Mecanismo de Hoeken.
- Mecanismo de Chebyshev.
- Mecanismo de Watt.
- Mecanismo de Roberts.
- Mecanismo de Evans.

https://www.google.com/search?q=FW93qg_E8=&aspen=OyeLA_g/ra=PERC73eak

15/17

9/10/2019, 11:38 a.m. Examen de Mecanismos AED-GRMESA Unidad 5. Síntesis de Mecanismos

33. Este movimiento se define como un movimiento de salida nulo para algún movimiento de entrada no nulo. Es decir, el motor continúa funcionando, pero el estándar de salida se detiene. *

Marca solo un óvalo.

- Movimiento plano.
- Movimiento instantáneo.
- Movimiento oscilatorio.
- Movimiento con agotamiento.
- Movimiento alternativo.

34. Del siguiente listado, ¿cuál sería una ventaja de usar estabonamientos en lugar de usar mecanismos de leva-seguador para una situación de movimiento con delecimiento? *

Marca solo un óvalo.

- Poco ruido.
- Durabilidad.
- Peso.
- Síntesis.
- Tamaño.

Ejercicios

Para cada pregunta hay 5 opciones pero solo una es la correcta. Selecciona una opción haciendo "click" con el mouse.

https://www.google.com/search?q=FW93qg_E8=&aspen=OyeLA_g/ra=PERC73eak

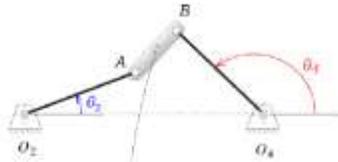
16/17

9/10/2019, 11:38 a.m. Examen de Mecanismos AED-GRMESA Unidad 5. Síntesis de Mecanismos

35. En el mecanismo de línea recta de Watt de la figura determine la orientación θ_4 (marcado en rojo) del estándar de salida O₄B cuando $\theta_2 = 0^\circ$. (valor = 5 puntos) *

Longitudes:

- $O_1A = 2$
- $AB = 1$
- $O_4B = 2$
- $O_2O_4 = 4$



Marca solo un óvalo.

- $\theta_4 = 92^\circ$
- $\theta_4 = 23^\circ$
- $\theta_4 = 133^\circ$
- $\theta_4 = 47^\circ$
- $\theta_4 = 131^\circ$

https://www.google.com/search?q=FW93qg_E8=&aspen=OyeLA_g/ra=PERC73eak

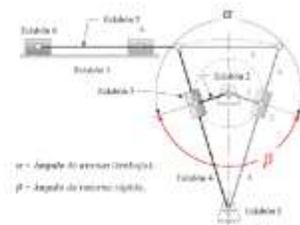
15/17

9/10/2019, 11:38 a.m. Examen de Mecanismos AED-GRMESA Unidad 5. Síntesis de Mecanismos

36. Para el mecanismo de retorno rápido de tipo manivela de cepilladora con una relación ω de tiempo 1:4 determine el ángulo de retorno rápido β (marcado en rojo). (valor = 5 puntos) *

Longitudes:

- Estabón 1 = 7
- Estabón 2 = 2
- Estabón 3 = No aplica
- Estabón 4 = 11
- Estabón 5 = β
- Estabón 6 = No aplica



Marca solo un óvalo.

- $\beta = 45^\circ$
- $\beta = 82^\circ$
- $\beta = 90^\circ$
- $\beta = 72^\circ$
- $\beta = 82^\circ$

https://www.google.com/search?q=FW93qg_E8=&aspen=OyeLA_g/ra=PERC73eak

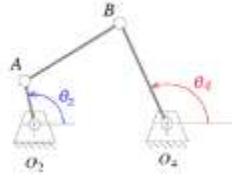
16/17

4928_15.02.a.m. Escuela de Ingeniería-ME-UNEDUEN - Unidad 3: Síntesis de Mecanismos

27. Para el estacionamiento en cuatro barras de la figura, analice las 2 posiciones (línea y * determine el intervalo de asociación del (marcado en rojo) del eslabón de salida O₂B. (valor = 10 puntos)

Longitudes:

- $O_1A = 2$
- $AB = 5$
- $O_2B = 5$
- $O_1O_2 = 6$



Marque solo un ítem.

- $18^\circ < \theta_4 < 52^\circ$
- $182^\circ < \theta_4 < 178^\circ$
- $127^\circ < \theta_4 < 152^\circ$
- $18^\circ < \theta_4 < 150^\circ$
- $38^\circ < \theta_4 < 78^\circ$

Este contenido se creó automáticamente por Google.

Google Formularios

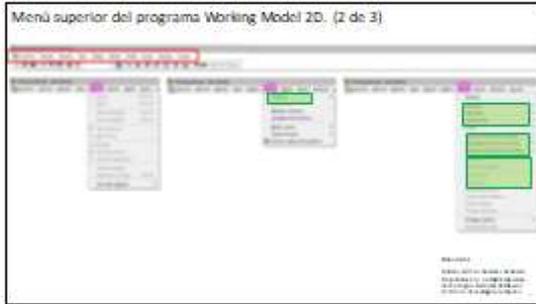
https://docs.google.com/forms/d/1L7F804q_82u-1a8w8Gm0k_gjwv-F8R2C3hsk/

15/11

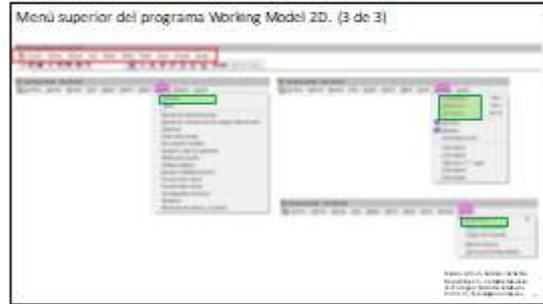
Para ver el cuestionario de evaluación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



5.1 Síntesis de mecanismos usando



7



8

2.- Elaboración de una plantilla.

2.1.- Iniciamos Working model, haciendo doble clic en el ícono.

2.2.- Identificamos la página de inicio de Working Model 2D.

2.3.- Hacemos clic en el menú superior de **Vista** y luego clic en **espacio de trabajo**. Seleccionamos **Reglas** y **ojas X,Y**. Dejamos marcado **Coordenadas** si no lo está. Luego clic en la ventana haciendo clic en **Ok**.

2.4.- Volvemos a hacer clic en **Vista** y clic en **Números y unidades**, y luego clic en **Más opciones**.

Página de inicio y área de trabajo.

9

2.5.- Cambiamos las unidades de **Distancia a Centímetros (cm)**, **Rotación a Grados**, **Números a Punto fijo y 3 dígitos**. Cerramos la ventana haciendo clic en **Aceptar**.

2.6.- Volvemos a hacer clic en **Vista** y luego clic en **Formato de la vista**, y en **Ancho de la ventana** escribimos **50 cm**. Cerramos la ventana haciendo clic en **Aceptar**.

2.6.- Continuación.

Se ha configurado las unidades y el área de trabajo para dibujar.

10

2.7.- Hacemos clic en el menú superior en **Archivo**, y luego clic en **Guardar como**. En la ventana que se abre en **Nombre de archivo** escribir **Plantilla 2.Dy** luego hacer clic en **Guardar**.

2.8.- Con éxito la terminación de crear una plantilla en Working Model 2D.

Cerramos el programa Working Model 2D.

11

3.- Dibujo de eslabones rectangulares, anclaje y dimensionamiento.

3.1.- Resolveremos el espacio 2.3 (bases prácticas del complemento educacional usando Working Model 2D)

Para trazar el mecanismo de cuatro barras en Working Model 2D, cada barra será modelada como un rectángulo, definido por los parámetros **Alto**, **Ancho** y **θ**.

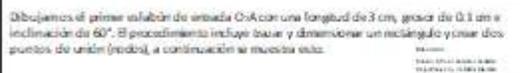
Así, el **Ancho** es la longitud de cada barra (ver la tabla del ejercicio 2.1) y el **Alto** es el grosor de cada barra en 2D, se da un valor pequeño de 0.1 cm de Alto a todas las barras y 0° el ángulo de inclinación del Ancho (la longitud de la barra). Para la barra con centro en O el valor de $\theta = 0^\circ$

12

Abriremos Working Model 2D y hacemos clic en el menú superior en **Archivo**, y luego clic en **Abrir**. En la ventana que se abre buscamos el archivo **Planeta 2.0** y lo seleccionamos haciendo clic sobre el nombre y luego clic en **Abrir**.



Dibujamos el primer eslabón de un brazo O-A con una longitud de 3 cm, grosor de 0.1 cm e inclinación de 60°. El procedimiento incluye trazar y dimensionar un rectángulo y crear dos puntos de unión (rosas), a continuación se muestra esto:



13






14






15

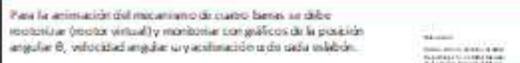
4.- Crear juntas, ensamblar eslabones y formar el mecanismo.






16

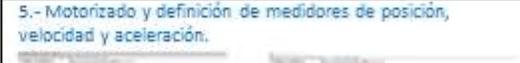


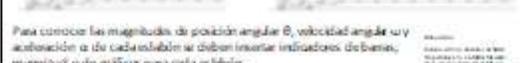



Para la animación del mecanismo de cuatro barras se debe recurrir a (rota virtual) y monitorear con gráficos de la posición angular θ , velocidad angular ω y aceleración α de cada eslabón.

17

5.- Motorizado y definición de medidores de posición, velocidad y aceleración.



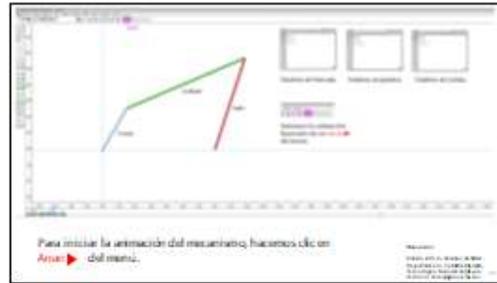



Para conocer las magnitudes de posición angular θ , velocidad angular ω y aceleración α de cada eslabón se deben insertar indicadores de estas magnitudes o de gráficos para cada eslabón.

18



19



20



21



22



23

Para ver la presentación hacer doble clic con el ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



5.1 Síntesis de mecanismos usando

Anexo 5.3

Soluciones a los ejercicios propuestos de la unidad 5



Ejercicio propuesto A5.1

[Volver](#)

[Volver Resumen](#)

Complemento educativo

Para la manivela-balancín de Grashof de cuatro barras sintetizada en el ejercicio 5.1, vea la figura A5.1, muestre con dibujos el ensamble de los eslabones para las dos posiciones extremas.

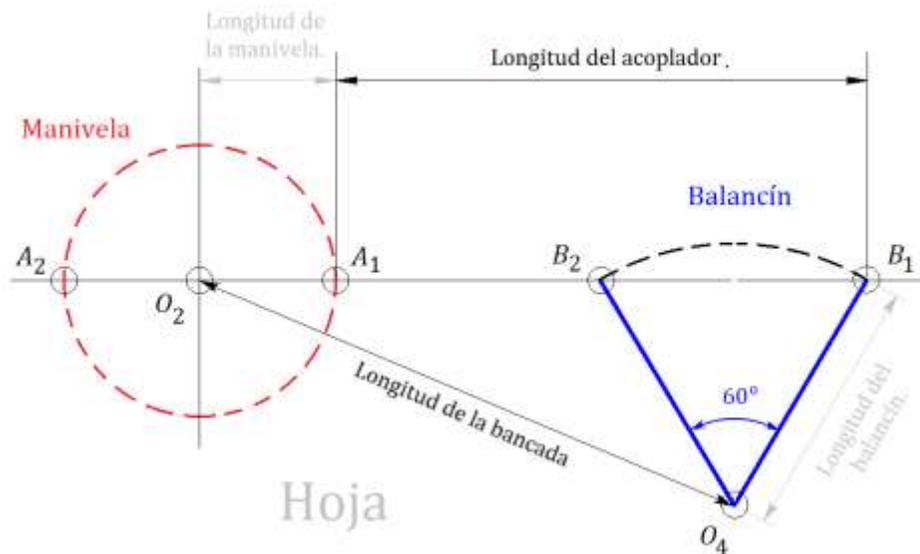


Figura A5.1

Solución.

Como la solución al problema es de tipo gráfica, las longitudes de los eslabones dependerán de la longitud asignada al eslabón de salida. Para el caso del ejercicio 5.1, las longitudes de los eslabones correspondientes a la manivela, acoplador, balancín y bancada (fijo) son 2.5 cm,

8.5 cm, 5 cm y 7.4 cm respectivamente, ver la figura A5.1.1a y el ensamble de estos eslabones para las dos posiciones extremas se muestra en la figura A5.1.1b.

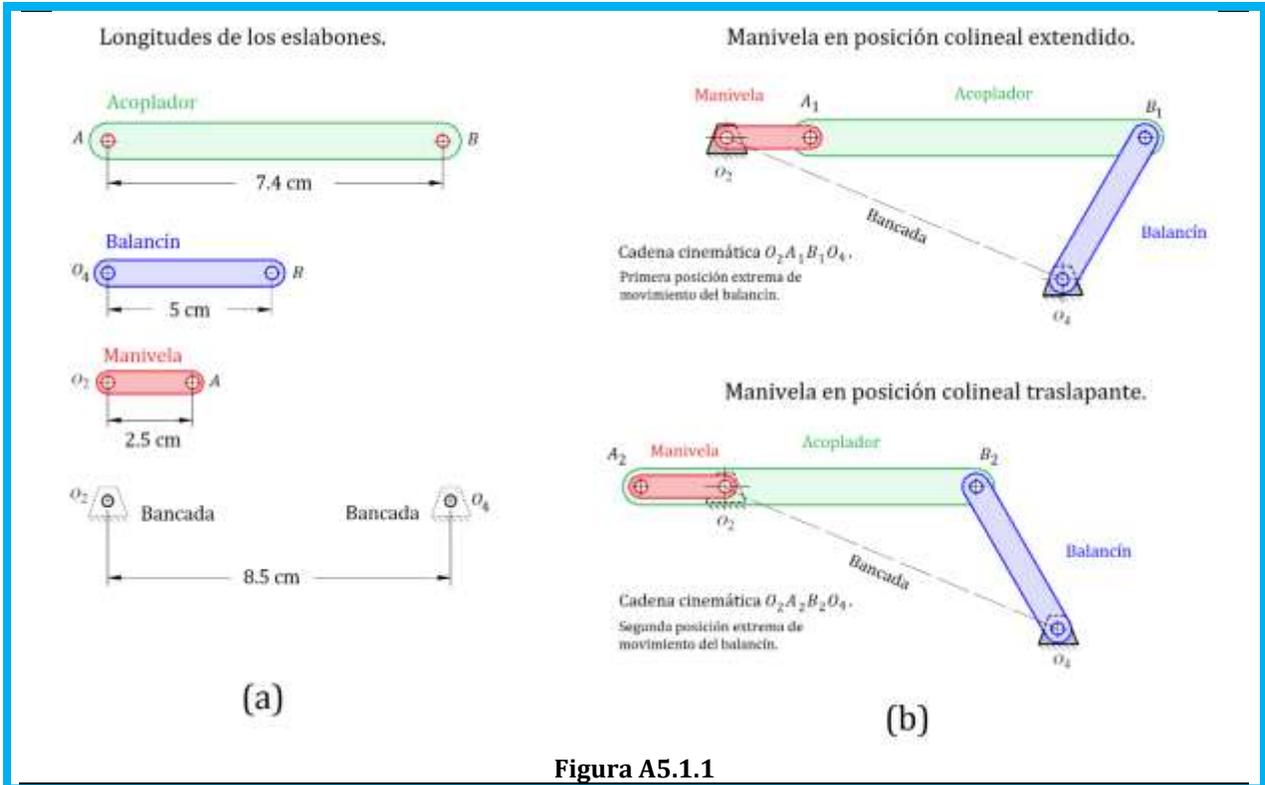


Figura A5.1.1



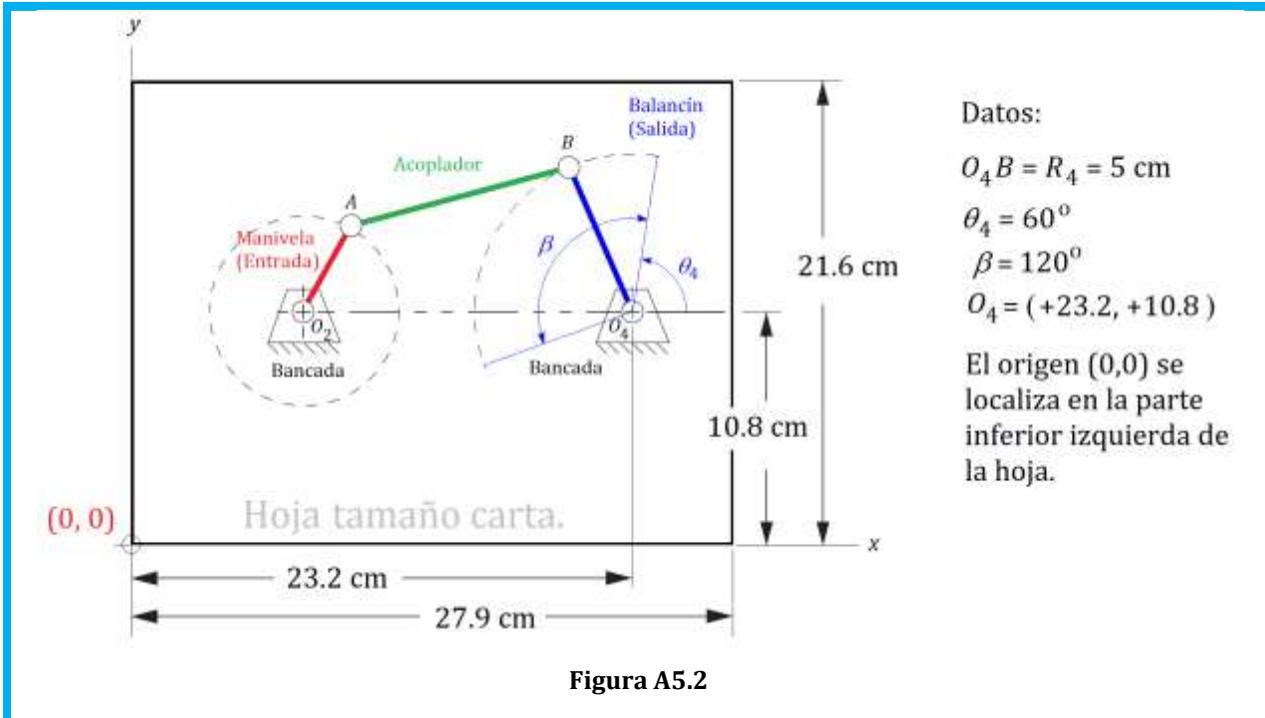
Ejercicio propuesto A5.2

Complemento educacional

[Volver](#)

[Volver Resumen](#)

Sintetice (diseñe) analíticamente una manivela-balancín de Grashof de cuatro barras, que produzca una oscilación β del balancín con el mismo tiempo hacia adelante y hacia atrás, y con una entrada de motor de velocidad constante. Los datos son: $R_4 = 5 \text{ cm}$, $\theta_4 = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$. Las coordenadas del pivote O_4 son $(+23.2, +10.8)$, vea la figura A5.2.



Solución.

A partir de los datos, tenemos que $R_4 = 5 \text{ cm}$ es la longitud del balancín O_4B . El balancín oscila $\beta = 120^\circ$ desde una posición angular inicial $\theta_4 = 60^\circ$. Las coordenadas del pivote O_4 son $(O_{4x} = 23.2 \text{ cm}, O_{4y} = 10.8 \text{ cm})$ y su vector de posición R_{O_4} se escribe como

$$\overrightarrow{R_{O_4}} = 23.2 \mathbf{i} + 10.8 \mathbf{j} \text{ (cm)} \quad (1)$$

Sustituyendo estos datos en las ecs. (5.1) escribimos:

$$B_{1x} = O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4), \quad B_{1x} = 23.2 + 5 \cos 60^\circ = 25.7 \text{ cm}$$

$$B_{1y} = O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4), \quad B_{1y} = 10.8 + 5 \sin 60^\circ = 15.13 \text{ cm}$$

Las coordenadas del punto B_1 de la primera posición extrema son:

$$(B_{1x}, B_{1y}) = (25.7, 15.13)$$

El vector de posición del punto B_1 se designa como R_{B_1} y es igual a

$$\overrightarrow{R_{B_1}} = 25.7 \mathbf{i} + 15.13 \mathbf{j} \text{ (cm)} \quad (2)$$

Repetimos el cálculo para la segunda posición extrema B_2 :

$$B_{2x} = O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4 + \beta), \quad B_{2x} = 23.2 + 5 \cos(60^\circ + 120^\circ) = 18.2 \text{ cm}$$

$$B_{2y} = O_{4y} + R_4 \text{sen}(\theta_4 + \beta), \quad B_{2y} = 10.8 + 5 \text{sen}(60^\circ + 120^\circ) = 10.8 \text{ cm}$$

Las coordenadas de B_2 son: $(B_{2x}, B_{2y}) = (18.2, 10.8)$

El vector de posición del punto B_2 se designa como R_{B_2} y es igual a

$$\overrightarrow{R_{B_2}} = 18.2\mathbf{i} + 10.8\mathbf{j} \text{ (cm)} \quad (3)$$

Sustituyendo las ecs. (2) y (3) en la ec. (5.2) obtenemos el vector \mathbf{M} o diferencia de posición del vector R_{B_2} respecto a R_{B_1} .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathbf{M}} &= \overrightarrow{R_{B_2}} - \overrightarrow{R_{B_1}} = 18.2\mathbf{i} + 10.8\mathbf{j} - (25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j}) = -7.5\mathbf{i} - 4.3\mathbf{j} \\ |\mathbf{M}| &= 8.6 \text{ (cm)} \quad (4) \end{aligned}$$

Sustituyendo las ecs. vectoriales (2) y (4) con $k = 2$ en la ec. (5.4) obtenemos el vector de posición del pivote O_2 denotado como R_{O_2}

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = \overrightarrow{R_{B_1}} \pm k\overrightarrow{\mathbf{M}}, \quad \rightarrow \quad R_{O_2} = 25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} \pm 2(-7.5\mathbf{i} - 4.3\mathbf{j}) \quad \rightarrow \text{hay dos soluciones}$$

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = 25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} - 15\mathbf{i} - 8.6\mathbf{j} = 10.7\mathbf{i} + 6.5\mathbf{j} \text{ (cm)}$$

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = 25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} + 15\mathbf{i} + 8.6\mathbf{j} = 40.7\mathbf{i} + 23.7\mathbf{j} \text{ (cm)}$$

$$\overrightarrow{R_{O_2}} = 10.7\mathbf{i} + 6.5\mathbf{j} \text{ (cm)} \quad \text{correcta coordenada de } O_2 \text{ para este ejercicio.}$$

$$|R_{O_2}| = 12.5 \text{ cm} \quad (5)$$

Sustituyendo la ec. escalar (4) en la ec. (5.5) o los datos en (5.5) obtenemos la longitud de la manivela denotada como R_2

$$R_2 = 0.5|\mathbf{M}| = 0.5(8.6) = 4.3 \text{ cm} \quad \text{o} \quad R_2 = R_4 \text{sen}(\beta/2) = 5 \text{sen}(120^\circ/2) = 4.3 \text{ cm}$$

$$\mathbf{R_2 = 4.3 cm} \quad (6)$$

Sustituyendo las ecs. vectoriales (2) y (5) y la ec. escalar (6) en la ec. (5.6) obtenemos la longitud del acoplador denotado como R_3

$$R_3 = |\overrightarrow{R_{B_1}} - \overrightarrow{R_{O_2}}| - R_2 = |25.7\mathbf{i} + 15.1\mathbf{j} - (10.7\mathbf{i} + 6.5\mathbf{j})| - 4.3,$$

$$R_3 = |15\mathbf{i} + 8.6\mathbf{j}| - 4.3 \quad \therefore \quad \mathbf{R_3 = 13 cm} \quad (7)$$

Sustituyendo las ecs. vectoriales (1) y (5) en la ec. (5.7) obtenemos la longitud de la bancada denotada como R_1

$$R_1 = |\overrightarrow{R_{O_4}} - \overrightarrow{R_{O_2}}| = |23.2\mathbf{i} + 10.8\mathbf{j} - (10.7\mathbf{i} + 6.5\mathbf{j})| = |12.5\mathbf{i} + 4.3\mathbf{j}| = 13.2 \quad \therefore$$

$$\mathbf{R_1 = 13.2 cm} \quad (8)$$

Instrumentación didáctica



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Secretaría Académica, de Investigación e Innovación
Dirección de Docencia e Innovación Educativa

1. Datos Generales de la asignatura

Nombre de la asignatura:	Mecanismos
Clave de la asignatura:	AED-1043
SATCA ¹ :	2 - 3 - 5
Carrera:	Ingeniería Mecánica e Ingeniería Mecatrónica

2. Presentación

Caracterización de la asignatura

La asignatura de mecanismos aporta al perfil del estudiante la capacidad de análisis y síntesis cinemático de los elementos de máquinas.

El estudiante se apropiará de los principios y conceptos fundamentales que le permitan abordar con suficiencia el conocimiento de los mecanismos empleados en los sistemas mecánicos.

Los temas a desarrollar en esta asignatura son: introducción a los sistemas mecánicos, análisis cinemático de mecanismos planos, síntesis de mecanismos bidimensionales y engranes, trenes de engranaje y diseño de levas.

En el campo de aplicación de la ingeniería los mecanismos son los elementos de transformación y transmisión de movimiento en una diversidad de máquinas utilizadas en procesos industriales por lo que el dominio del conocimiento los conduce a elevar la eficiencia de procesos en donde se encuentren involucrados.

Es conveniente que el ingeniero mecánico y mecatrónico analice sistemas mecánicos a través de los métodos convencionales, así como de tecnologías avanzadas (software).

Las habilidades adquiridas en esta asignatura son útiles para abordar el diseño de elementos mecánicos; como lo son engranes, ejes, poleas, bandas, entre otros.

Intención didáctica

Esta asignatura se organiza en cinco temas, que cubren los conceptos básicos de introducción a los sistemas mecánicos, análisis cinemático de mecanismos planos, síntesis de mecanismos bidimensionales y engranes, trenes de engranaje y diseño de levas; ofreciendo un enfoque práctico sobre los temas a través de una variedad de aplicaciones reales y ejemplos, estimula al estudiante para que vincule el diseño con el análisis e incentivándolo a relacionar los conceptos fundamentales con la especificación de componentes prácticos.

En el primer tema, se estudian los sistemas mecánicos, conociendo los diferentes tipos de mecanismos y sus aplicaciones, analizándolos para conocer sus relaciones matemáticas, esto permite calcular posición, velocidad y aceleración angular. Además de obtener sus grados de libertad, eslabones, pares cinemáticos y los diferentes criterios para determinarlos.

¹ Sistema de Asignación y Transferencia de Créditos Académicos

En el segundo tema, se abordarán el análisis cinemático de mecanismos planos con la finalidad de que el estudiante determine las posiciones, velocidades y aceleraciones (lineales y angulares) por los diferentes métodos como lo son: el método gráfico, centros instantáneos, métodos de polígonos entre otros.

En el tercer tema se estudian los diferentes tipos de levas, su funcionamiento y se proporcionan los elementos necesarios para el diseño del perfil de las levas y su respectivo seguidor, considerando la estandarización y normalización vigente.

Mientras que en el cuarto tema se estudian los diferentes tipos de engranes y su relación geométrica al integrarlos en trenes de engranaje.

Finalmente, el quinto tema aborda la síntesis de mecanismos planos con la finalidad de realizar el diseño de mecanismos de cuatro barras articuladas y de levas.

La forma en que se abordarán los temas será revisando la literatura, desarrollando actividades prácticas que incluyan demostraciones con prototipos didácticos y la comprobación de la teoría desarrollando la simulación de modelos virtuales.

El enfoque sugerido para la asignatura requiere que las actividades prácticas del estudiante promuevan el desarrollo de habilidades para la experimentación, tales como: detección de necesidades, elaboración y desarrollo de propuestas de solución; así como su presentación, iniciativa, inventiva y actitud emprendedora, trabajo en equipo. Se deben propiciar procesos intelectuales como inducción-deducción y análisis-síntesis con la intención de generar una actividad intelectual compleja; por esta razón varias de las actividades prácticas se han descrito como actividades complementarias al tratamiento teórico de los temas, de esta forma se refuerza lo analizado previamente, permitiéndole al estudiante comprender la teoría.

En las actividades prácticas sugeridas, es conveniente que el facilitador busque sólo guiar a sus estudiantes para que apliquen un procedimiento estructurado e implementen sus diseños.

La lista de actividades de aprendizaje no es exhaustiva, se sugieren sobre todo las necesarias para hacer más significativo y efectivo el aprendizaje. Algunas de las actividades sugeridas pueden hacerse como actividad extra clase y comenzar el tratamiento en clase a partir de la discusión de los resultados y de las observaciones. Considerando las experiencias concretas, cotidianas, para que el estudiante se acostumbre a reconocer la relación teórica con los aspectos prácticos, ofreciendo escenarios distintos, ya sean construidos, artificiales, virtuales o naturales.

En el transcurso de las actividades programadas es muy importante que el estudiante aprenda a valorar las actividades que lleva a cabo y entienda que está construyendo su futuro y en consecuencia actúe de una manera profesional; de igual forma, aprecie la importancia del conocimiento y los hábitos de trabajo; desarrolle la precisión y la curiosidad, la puntualidad, el entusiasmo, el interés, la tenacidad, la flexibilidad, la ética, la creatividad y la autonomía.

Es necesario que el facilitador ponga atención y cuidado en estos aspectos durante el desarrollo de las actividades de aprendizaje de esta asignatura.



3. Participantes en el diseño y seguimiento curricular del programa

Lugar y fecha de elaboración o revisión	Participantes	Evento
<p>Instituto Tecnológico de Aguascalientes del 15 al 18 de junio de 2010.</p>	<p>Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Centro Interdisciplinario de Investigación y Docencia en Educación Técnica, Acapulco, Aguascalientes, Apizaco, Boca Río, Celaya, Chetumal, Chihuahua, Chilpancingo, Chiná, Cd. Cuauhtémoc, Cd. Juárez, Cd. Madero, Cd. Victoria, Colima, Comitán, Cautla, Durango, El Llano de Aguascalientes, Huixquilucan, Valle Bravo, Guaymas, Huatabampo, Huejutla, Iguala, La Laguna, La Paz, La Zona Maya, León, Lerma, Linares, Los Mochis, Matamoros, Mazatlán, Mérida, Mexicali, Minatitlán, Nuevo Laredo, Orizaba, Pachuca, Puebla, Querétaro, Reynosa, Roque, Salina Cruz, Saltillo, San Luis Potosí, Tehuacán, Tepic, Tijuana, Tlaxiaco, Toluca, Torreón, Tuxtepec, Valle de Oaxaca, Veracruz, Villahermosa, Zacatecas, Zacatepec, Altiplano de Tlaxcala, Coatzacoalcos, Cuautitlán Izcalli, Fresnillo, Irapuato, La Sierra Norte Puebla, Macuspana, Naranjos, Pátzcuaro, Poza Rica, Progreso, Puerto Vallarta, Tacámbaro, Tamazula Gordiano, Tlaxco, Venustiano Carranza, Zacapoaxtla, Zongolica y Oriente del Estado Hidalgo.</p>	<p>Elaboración del programa de estudio equivalente en la Reunión Nacional de Implementación Curricular y Fortalecimiento Curricular de las asignaturas comunes por área de conocimiento para los planes de estudio actualizados del SNEST.</p>
<p>Instituto Tecnológico de Morelia del 10 al 13 de septiembre de 2013.</p>	<p>Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Aguascalientes, Apizaco, Boca</p>	<p>Reunión Nacional de Seguimiento Curricular de las Asignaturas Equivalentes del</p>

	del Río, Celaya, CRODE Celaya, Cerro Azul, Chihuahua, Cd. Cuauhtémoc, Cd. Hidalgo, Cd. Juárez, Cd. Madero, Cd. Valles, Coacalco, Colima, Iguala, La Laguna, Lerdo, Los Cabos, Matamoros, Mérida, Morelia, Motúl, Múzquiz, Nuevo Laredo, Nuevo León, Oriente del Estado de México, Orizaba, Pachuca, Progreso, Purhepecha, Salvatierra, San Juan del Río, Santiago Papasquiari, Tantoyuca, Tepic, Tlatlauquitpec, Valle de Morelia, Venustiano Carranza, Veracruz, Villahermosa, Zacatecas y Zacatepec.	SNIT.
--	--	-------

4. Competencia(s) a desarrollar

Competencia(s) específica(s) de la asignatura
Aplica los métodos gráficos, analíticos y computacionales de análisis y síntesis para el diseño cinemático de sistemas mecánicos, formulando modelos matemáticos y virtuales.

5. Competencias previas

<ul style="list-style-type: none"> • Aplica los conceptos del cálculo diferencial e integral en los análisis cinemáticos, de posición, velocidad y aceleración de la partícula. • Aplica los principios de producto punto, producto cruz y el cálculo de la resultante en sumatorias vectoriales en los análisis cinemáticos, de posición, velocidad y aceleración. • Resuelve sistemas de ecuaciones lineales para determinar los valores de las variables independientes. • Aplica la cinemática de la partícula y del cuerpo rígido para caracterizar su comportamiento. • Utiliza software de análisis matemático para la solución de sistemas de ecuaciones lineales y la obtención de la derivada y la integral de funciones en el tiempo. • Elaborar dibujos esquemáticos de elementos mecánicos, tales como: mecanismos articulados y engranajes utilizando software.

6. Temario

No.	Temas	Subtemas
1	Introducción a los mecanismos	1.1 Generalidades de mecanismos. 1.2 Conceptos básicos: 1.2.1 Eslabones y pares cinemáticos. 1.2.2 Nodos. 1.2.3 Cadenas cinemáticas.

		<p>1.3 Grados de libertad. 1.4 Inversión cinemática. 1.5 Criterio de Grübler y sus excepciones.</p>
2	Análisis cinemático de mecanismos planos	<p>2.1 Análisis de posición de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico. 2.2. Análisis de velocidad de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico. 2.3 Análisis de aceleración de mecanismos planos por métodos gráfico y analítico. 2.4 Teorema de Kennedy. 2.5 Análisis de posición, velocidad y aceleración por medio de software.</p>
3	Levas	<p>3.1 Nomenclatura, clasificación y aplicación de levas y seguidores. 3.2 Análisis de diagramas y curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración para el seguidor. 3.3 Diseño gráfico y analítico del perfil de levas planas (con seguidor radial, descentrado y de movimiento oscilatorio). 3.4 Diseño de levas planas con la aplicación de Software</p>
4	Engranajes y trenes de engranaje	<p>4.1 Nomenclatura, clasificación y aplicación de los engranes (rectos, cónicos y helicoidales). 4.2 Diseño de engranes (rectos, cónicos y helicoidales). 4.3 Estandarización y Normalización de engranes. 4.4 Análisis cinemático de trenes de engrane (simples, compuestos y planetarios). 4.5 Diseño de engranes por medio de software.</p>
5	Síntesis de mecanismos	<p>5.1 Introducción a la síntesis de mecanismos. 5.2 Espaciamiento de los puntos de precisión para la generación de funciones. 5.3 Diseño gráfico y analítico de un mecanismo de cuatro barras articuladas como un generador de funciones. 5.4 Síntesis analítica empleando números complejos. 5.5 Aplicación de software en la síntesis de mecanismos.</p>

7. Actividades de aprendizaje de los temas

Introducción a los sistemas mecánicos	
Competencias	Actividades de aprendizaje
<p>Específica(s): Aplica las diferentes relaciones cinemáticas de Grüebler y Grashoff para comprender el funcionamiento de un mecanismo y determinar sus grados de libertad.</p> <p>Genéricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de abstracción, análisis y síntesis • Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica • Capacidad para organizar y planificar el tiempo • Capacidad de comunicación oral y escrita • Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión • Capacidad de investigación • Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas • Capacidad de trabajo en equipo • Habilidad para trabajar en forma autónoma 	<ul style="list-style-type: none"> • Investigar la importancia y aplicación del análisis de mecanismos. • Investigar y analizar los conceptos básicos que se emplean en el análisis de mecanismos (tipos de eslabones, tipos de movimiento, pares cinemáticos, desplazamiento, velocidad y aceleración, etc.). • Determinar y discutir los grados de libertad de mecanismos tanto en el plano como en el espacio, aplicando la ecuación de Grüebler. • Comprender el concepto inversión cinemática y aplicar la ley de Grashoff para el análisis de un mecanismo. • Elaborar un mapa conceptual en el que se ubique la relación entre los conceptos expuestos. • Elaborar el prototipo de un mecanismo, que cumpla la relación de Grashoff, con medidas seleccionadas deliberadamente por el estudiante. • Calcular una posición determinada del prototipo trigonométricamente y verificar físicamente dicha solución. • Extender, el procedimiento para análisis de posición empleado en el mecanismo prototipo desarrollado previamente, a otros mecanismos articulados.
Análisis cinemático de mecanismos planos	
Competencias	Actividades de aprendizaje
<p>Específica(s): Analiza mecanismos planos para la determinación de la posición, velocidad y aceleración empleando diferentes métodos y con la aplicación de software.</p> <p>Genéricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de abstracción, análisis y síntesis • Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica • Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión 	<ul style="list-style-type: none"> • Investigar aplicaciones de mecanismos en diferentes sistemas mecánicos. • Determinar la posición de los eslabones de un mecanismo de cuatro barras articuladas, aplicando ecuaciones de cierre. • Determinar la velocidad y aceleración relativa de los eslabones, articulaciones y guías móviles de mecanismos planos, aplicando los métodos de: centros instantáneos, diferenciación, polígonos vectoriales, matemáticas vectoriales y números complejos. • Evaluar las ventajas y desventajas de los

<ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de investigación • Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas • Capacidad de trabajo en equipo • Habilidad para trabajar en forma autónoma 	<p>diferentes métodos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizar la cinemática de mecanismos planos articulados con la aplicación de software.
Levas	
Competencias	Actividades de aprendizaje
<p>Específica(s): Diseña el perfil de una leva plana en forma gráfica, analítica y mediante la aplicación de software.</p> <p>Genéricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de abstracción, análisis y síntesis • Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica • Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión • Capacidad de investigación • Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas • Capacidad creativa • Capacidad para tomar decisiones • Capacidad de trabajo en equipo • Habilidad para trabajar en forma autónoma. 	<ul style="list-style-type: none"> • Investigar la nomenclatura, clasificación y arreglos comunes de los mecanismos de leva y seguidor. • Analizar los diagramas y curvas de desplazamiento, velocidad y aceleración de acuerdo al movimiento cinemático requerido por el seguidor. • Diseñar gráfica y analíticamente el perfil de una leva plana, de acuerdo al movimiento cinemático que requiera el seguidor. • Diseñar el perfil de una leva plana con aplicación de software. • Simular el comportamiento cinemático del mecanismo de levas
Engranajes y trenes de engranaje	
Competencias	Actividades de aprendizaje
<p>Específica(s): Diseña el perfil de los dientes de engranes en forma gráfica, analítica y mediante la aplicación de software.</p> <p>Analiza el funcionamiento cinemático de trenes de engranaje a partir de la relación de velocidad angular.</p> <p>Genéricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de abstracción, análisis y síntesis • Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica 	<ul style="list-style-type: none"> • Investigar la nomenclatura, parámetros, clasificación, funcionamiento y aplicación de los engranes y trenes de engranaje. • Hacer el diseño cinemático del perfil de engranes considerando las normas. • Analizar la ley fundamental del engranaje. • Determinar y analizar mediante los métodos: tabular, ecuación y centros instantáneos, la relación de velocidades angulares de trenes de engranajes simples, compuestos y planetarios.



<ul style="list-style-type: none"> • Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión • Capacidad de investigación • Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas • Capacidad creativa • Capacidad para tomar decisiones • Capacidad de trabajo en equipo • Habilidad para trabajar en forma autónoma 	
Síntesis de mecanismos	
Competencias	Actividades de aprendizaje
<p>Específica(s): Diseña mecanismos de cuatro barras articuladas que generen un movimiento deseado, mediante la síntesis de mecanismos.</p> <p>Genéricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de abstracción, análisis y síntesis • Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica • Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión • Capacidad de investigación • Capacidad para actuar en nuevas situaciones • Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas • Capacidad creativa • Capacidad para tomar decisiones • Capacidad de trabajo en equipo • Habilidad para trabajar en forma autónoma 	<ul style="list-style-type: none"> • Definir la clasificación de los problemas en la síntesis de mecanismos. • Analizar los puntos de precisión y el espaciado mediante la teoría de Chebyshev. • Analizar y diseñar, de forma gráfica y analítica, un mecanismo de cuatro barras articuladas como un generador de funciones; para la guía de cuerpos y generación de trayectorias. • Describir y analizar la síntesis cinemática empleando números complejos. • Conocer los diferentes mecanismos de levas y seguidores, así como su funcionamiento y aplicación. • Definir y analizar los defectos en los mecanismos, los cuales afectan la síntesis cinemática (defectos de ramificación, de orden y de Grashoff).

8. Práctica(s)

<ul style="list-style-type: none"> • Búsqueda y recopilación de modelos reales para la identificación de los diferentes pares cinemáticos que los forman. • Análisis de sistemas mecánicos reales para explicar su funcionamiento. • Análisis gráfico de desplazamientos. • Análisis gráfico de velocidad y aceleración. • Análisis cinemático mediante software del comportamiento de un sistema mecánico. • Diseño de un mecanismo para generación de una función. • Diseño de sistema para la conducción de cuerpo rígido. • Comprobación de los criterios de Grashof en un mecanismo de cuatro barras • Comprobación de la inversión cinemática en el mecanismo biela manivela mediante el

- uso de software.
- Evaluación de la aceleración de Coriolis en un mecanismo de retorno rápido.
- Identificación de una transmisión de engranes.
- Cálculo y análisis de una transmisión de engranes.
- Construcción de un tren de engranes con piezas de reúso.
- Diseño y maquinado de un mecanismo de leva.
- Síntesis de diferentes trayectorias de mecanismo articulado.

9. Proyecto de asignatura

El objetivo del proyecto que planteé el docente que imparta esta asignatura, es demostrar el desarrollo y alcance de la(s) competencia(s) de la asignatura, considerando las siguientes fases:

- **Fundamentación:** marco referencial (teórico, conceptual, contextual, legal) en el cual se fundamenta el proyecto de acuerdo con un diagnóstico realizado, mismo que permite a los estudiantes lograr la comprensión de la realidad o situación objeto de estudio para definir un proceso de intervención o hacer el diseño de un modelo.
- **Planeación:** con base en el diagnóstico en esta fase se realiza el diseño del proyecto por parte de los estudiantes con asesoría del docente; implica planificar un proceso de intervención empresarial, social o comunitario, el diseño de un modelo, entre otros, según el tipo de proyecto, las actividades a realizar los recursos requeridos y el cronograma de trabajo.
- **Ejecución:** consiste en el desarrollo de la planeación del proyecto realizada por parte de los estudiantes con asesoría del docente, es decir en la intervención (social, empresarial), o construcción del modelo propuesto según el tipo de proyecto, es la fase de mayor duración que implica el desempeño de las competencias genéricas y específicas a desarrollar.
- **Evaluación:** es la fase final que aplica un juicio de valor en el contexto laboral-profesión, social e investigativo, ésta se debe realizar a través del reconocimiento de logros y aspectos a mejorar se estará promoviendo el concepto de "evaluación para la mejora continua", la metacognición, el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes.

10. Evaluación por competencias

Son las técnicas, instrumentos y herramientas sugeridas para constatar los desempeños académicos de las actividades de aprendizaje.

- Lista de cotejo o rubrica, por tema.
- Guías de observación.
- Portafolio de evidencias.
- Exposiciones orales.
- Proyectos.
- Exámenes.

11. Fuentes de información

1. Alvarez Angeles y Felix Jorge. (1978). *Análisis y Síntesis Cinemáticos de Sistemas Mecánicos*. Mexico D.F.: Limusa.
2. Arthur G. Erdman, George N Sandor. (1997). *Diseño De Mecanismos, Análisis y Síntesis*. New York: Prentice Hall.
3. Burton, P. (1979). *Kinematics and Dynamics of Planar Machinery*. prentice Hall.
4. Dijksman, E. A. (1981). *Cinemática De Mecanismos*. Limusa.
5. Guillet. (1980). *Cinemática de las Máquinas*. CECSA.
6. Hamilton H. Mabie, Charles F. Reinholtz. (1987). *Mecanismos y Dinámica de Maquinaria*. John Wiley & Sons.
7. Hamilton H. Mabie, Ocvirth F. (2004). *Mecanismos y Dinámica de Maquinaria*. Mexico D.F.: Limusa.
8. Joseph Edward Shigley, Joseph Vicker Jr. (2002). *Theory of Machines and Mechanisms*. New York: Mc Graw Hill.
9. Myszka, D. H. (2012). *Máquinas y Mecanismos*. New Jersey: Pearson.
10. Nieto, J. (1982). *Síntesis De Mecanismos*. Madrid: A.C. Madrid.
11. Norton, r. L. (2013). *Diseño de Maquinaria (síntesis y análisis de máquinas y mecanismos)*. Mc. Graw Hill.
12. Roque Calero, José Antonio Carta. (1999). *Fundamentos de Mecanismos y Máquinas para Ingenieros*. Mc Graw Hill.
13. Shigley, J. E. (1995). *Kinematic Analysis Of Mechanisms*. New York: Mc Graw Hill.
14. Soni, A. H. (2000). *Mechanism Synthesis and Analysis*. Mc Graw Hill Book Co. .
15. Vento Levy, James, Walker H. (1969). *Elementos De Mecanismos*. Mexico D.F.: CECSA

Para ver el documento hacer doble clic con él ratón, en el ícono que se muestra a continuación.



Mecanismos.pdf

ramiro Gonzalez MM

Apuntes Mecanismos AED 1043.pdf

 Tecnológico Nacional de México

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::20755:436415471

259 Páginas

Fecha de entrega

4 mar 2025, 7:03 p.m. GMT-8

39,698 Palabras

Fecha de descarga

4 mar 2025, 7:07 p.m. GMT-8

190,477 Caracteres

Nombre de archivo

Apuntes Mecanismos AED 1043.pdf

Tamaño de archivo

6.0 MB

30% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Fuentes principales

- 29% Fuentes de Internet
- 2% Publicaciones
- 18% Trabajos entregados (trabajos del estudiante)



Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

- Caracteres reemplazados**
21 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.